



Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Corso di laurea in Ingegneria dell'Informazione

TRASMISSIONE MIMO IN FIBRE OTTICHE MULTIMODALI

Relatore: Prof. Marco Santagiustina

> Laureando: Matteo Nigris

Anno Accademico: 2021-2022

Indice

Indice
Indice Figure4
Indice Tabelle
Abstract
Abstract (English version)
1 Introduzione
1.1 Motivazioni10
2 Concetti fondamentali e modellizzazione11
2.1 Modelli di propagazione nelle fibre ottiche11
2.2 Modelli di propagazione aleatoria15
3 Space Division Multiplexing (SDM)17
3.1 Fibre ottiche per trasmissione SDM18
3.2 Trasmissione ottica in fibre SDM a bassa diafonia
3.3 Trasmissione ottica MIMO in fibre SDM23
3.3.1. Capacità di canale trasmissione MIMO
3.4 Risposta impulsiva in fibre SDM
3.4.1. Fibre multimodali senza accoppiamento
3.4.2. Fibre multimodali con accoppiamento debole
3.4.3. Fibre multimodali con accoppiamento forte
3.5 Risultati della trasmissione SDM con MIMO
3.6 Digital-Signal Processing per trasmissione SDM
3.6.1. DSP per sistemi ad accoppiamento debole
3.6.2. MIMO DSP
3.6.3. Modulazione e codifica multidimensionale
3.7 Dispositivi ottici per trasmissione SDM
4 Conclusioni
Appendici
Bibliografia53

Indice Figure

Figura 114
Figura 217
Figura 319
Figura 4
Figura 5
Figura 6
Figura 7
Figura 8
Figura 9
Figura 10
Figura 11
Figura 12
Figura 13
Figura 14
Figura 15
Figura 16
Figura 17
Figura 18

Indice Tabelle

Tabella 1	
Tabella 2	
Tabella 3.	

Abstract

La ricerca in ambito di comunicazioni ottiche a *space-division multiplexing* (SDM) ha assunto particolare importanza nell'ultimo decennio, essendo stata proposta come mezzo principale per l'aumento della capacità di trasmissione nelle fibre ottiche e allo stesso tempo per l'aumento dell'efficienza nella condivisione delle risorse. I sistemi trasmissivi proposti vanno da semplici fibre parallele monomodali a fibre con oltre centinaia di canali che comprendono molteplici *core*, ognuno dotato di svariati modi di propagazione. Particolare attenzione viene posta sulla tecnologia MIMO, *multi-input multi-output*, per la trasmissione di molti canali su un unico collegamento ottico, che rappresenta una valida opportunità tecnologica per soddisfare alle richieste di capacità trasmissive sempre più elevate.

In questo documento, si andrà a fornire un modello di propagazione per sistemi MIMO, si esamineranno i progressi in campo SDM, se ne discuteranno i risultati, si eseguiranno confronti tra le diverse tecnologie e infine si discuteranno le tendenze attuali e si presenteranno eventuali sviluppi futuri e applicazioni anche al di fuori della trasmissione ottica di dati.

Abstract (English version)

Research on space-division multiplexing (SDM) came to prominence since the beginning of the last decade, being primarily proposed as a means of multiplying the information-carrying capacity of optical fibers at the same time as increasing efficiency through resource sharing. Proposed transmission systems range from parallel single-mode fibers to fibers with over hundreds of spatial channels comprising multiple cores each carrying multiple modes. Particular attention is paid to multi-input multi-output (MIMO) communications in order to transmit many channels over the same optical link, currently representing a valid technological opportunity to afford higher-transmission capacity requests.

In this paper, we provide a propagation model for MIMO systems, review progress in SDM research, discuss results, make comparisons between fiber types and finally discuss current trends and speculate on future developments and applications even beyond optical data transmission.

1 Introduzione

La capacità dei sistemi di comunicazione in fibra ottica è aumentata di diversi ordini di grandezza negli ultimi decenni. La tecnologia ottica più recente ha permesso di raggiungere prestazioni talmente elevate da essere vicine al limite teorico imposto alle fibre standard monomodali (SMFs, *single-mode fibers*) dalla formula di Shannon combinata agli effetti di non linearità. Da quando è stata definita la nozione di capacità di canale come limite fondamentale alle velocità di trasmissione ottenibili con probabilità d'errore trascurabile, i progettisti di sistemi hanno tentato di raggiungere questo limite sfruttando processi tecnologici e architetture sempre più sofisticate. Nonostante l'appurata superiorità dei link ottici rispetto ai tradizionali collegamenti in rame, anche le fibre hanno un limite di capacità e l'elaborazione del segnale e la teoria dell'informazione, devono ripensare completamente la progettazione e l'analisi dei sistemi di comunicazione ottici al fine di soddisfare la domanda sempre crescente di larghezza di banda per Internet. Per aumentare la capacità quindi, vi è rimasta solo un'opzione, che prevede l'introduzione di più percorsi ottici paralleli. La tecnica generale è una multiplazione a divisione di spazio (SDM, spacedivision multiplexing), che può essere immediatamente implementata utilizzando più fibre ottiche monomodali parallele, tuttavia non ottenendo un aumento così drastico in termini prestazionali in rapporto al costo del sistema. Si è allora iniziato a sperimentare nuovi sistemi di comunicazione che siano economicamente sostenibili e ad alta capacità. Si è pensato di ottimizzare il design di fibre ottiche già note, come le fibre multicore (MCFs), dove sono presenti più nuclei in un'area di mantello comune e le fibre multimodali (MMFs), dove le proprietà strutturali della fibra sono sfruttate per trasmettere più canali parallelamente. La tecnologia che sembra avere le maggiori prospettive di successo è la comunicazione *multi-input multi-output* (MIMO) sulle fibre ottiche multimodali, sulla quale possono essere adottate tecniche ben note di elaborazione di segnali digitali (DSP, *digital signal processing*) sviluppate per sistemi di comunicazione wireless.

In questo documento si andrà a presentare un modello per il canale multimodo MIMO e si analizzerà la capacità in funzione dell'accoppiamento input-output e di altri parametri fisici, il tutto tenendo conto del tasso di realizzabilità dei sistemi considerati.

1.1 Motivazioni

In quest'era ad elevata intensità di informazioni, la domanda di larghezza di banda per Internet sta aumentando con un tasso del 50% all'anno, accompagnato da un aumento dell'offerta di appena 25%. L'aumento così massiccio nella domanda è causato dal boom di servizi *web-based* come il *cloud computing*, ossia la fornitura di servizi quali software, database, server e reti tramite connessione online e perciò accessibili da qualsiasi luogo, o le applicazioni multimediali real-time. Di conseguenza, i ricercatori che operano nel campo della comunicazione in fibra stanno esaminando nuovi modi per aumentare la velocità di trasmissione dei link ottici. Tecnologie come il multiplexing a divisione di polarizzazione (PDM) e il multiplexing a divisione di lunghezza d'onda (WDM) sono già state sfruttate, l'unico grado di libertà rimasto è il multiplexing a divisione di spazio. La comunicazione ottica con MIMO aumenta la velocità di comunicazione nelle MMFs multiplexando una serie di dati indipendenti su diversi modi spazialmente separati. Le fibre multimodali utilizzate, sono di dominante impiego per connessioni ad alta velocità in collegamenti a corto raggio come reti locali (LAN) e data center. Su corte tratte, sono preferite alle fibre monomodali a causa delle tolleranze inferiori che presentano nell'allineamento dei connettori e al costo ridotto del connettore del ricevitore. Le fibre ottiche plastiche sono un esempio di fibre multimodali con costo di installazione e operazione molto ridotto. Tuttavia soffrono di fenomeni quali la dispersione modale, la dispersione cromatica (dispersione della velocità di gruppo) e l'accoppiamento modale. Tutti questi fenomeni verranno analizzati singolarmente in seguito. A causa di queste limitazioni, la progettazione e l'analisi dei sistemi multimodali in tecnologia MIMO risultano molto impegnative, rappresentando la vera sfida attuale per il progresso in questo ambito.

2 Concetti fondamentali e modellizzazione

Per trasmettere e ricevere correttamente ampiezze e fasi di un segnale d'informazione, si utilizzano sistemi coerenti, i quali impiegano sorgenti laser molto coerenti. D'altra parte, i sistemi non coerenti utilizzano semplici LED e fotorivelatori per trasmettere e rilevare l'energia di un segnale d'informazione. Pertanto i sistemi coerenti sono più costosi, più complessi e più difficili da realizzare e mantenere rispetto ai sistemi non coerenti. Questo è il motivo per cui l'utilizzo dei primi è ad oggi riservato ad una piccola percentuale di dispositivi e sistemi ad alta capacità. Tuttavia i sistemi coerenti stanno diventando sempre più popolari e convenienti, perciò l'analisi delle capacità si effettuerà esclusivamente su di essi.

2.1 Modelli di propagazione nelle fibre ottiche

Le onde elettromagnetiche che si propagano all'interno delle fibre ottiche sono regolate dalle equazioni di Maxwell. Quando il nucleo all'interno della fibra è sufficientemente piccolo, vi è un'unica soluzione all'equazione delle onde e la fibra è detta monomodale. Nelle fibre multimodali invece, il raggio del nucleo è relativamente grande e perciò vi è più di una soluzione all'equazione delle onde, i cosiddetti modi di propagazione. La condizione ideale sarebbe la propagazione del campo elettromagnetico all'interno del nucleo in modi ortogonali, che non interagiscano tra loro; tuttavia a causa della non idealità nella produzione e alla disomogeneità dell'indice di rifrazione, i modi possono accoppiarsi, ottenendo così il cosiddetto accoppiamento modale (talvolta voluto).

Perciò, per sistemi ottici coerenti, la funzione di trasferimento che mette in relazione input e output dell'*i*-esimo modo, in banda base, è data da

$$H_i(x, y, z, w) = \widetilde{\phi_i}(x, y, w) e^{-\frac{k_i z}{2}} e^{-j\beta_i(w+w_c)z}$$

$$\tag{1}$$

dove:

w_c	è la frequenza portante del laser;
$\widetilde{\phi_{\imath}}(x,y,w)$	è la distribuzione del $\dot{\boldsymbol{\nu}}$ esimo modo sul piano x-y;
k_i	è il fattore di attenuazione di dipendenza modale;
$\beta_i(w+w_c)$	è la costante di propagazione dell' <i>i</i> -esimo modo.

Sviluppando $\beta_i(w)$ attorno ad w_c usando la sua espansione di Taylor e mantenendo i termini di primo e secondo ordine, si ottiene

$$H_i(x, y, w) \approx \phi_i(x, y) e^{\frac{g_i}{2}} e^{-j\theta_i} e^{-j\omega\tau_i} e^{-j\omega^2\alpha_i}$$

$$\tag{2}$$

dove $\phi_i(x, y) = \widetilde{\phi_i}(x, y, L, w_c)$, ovvero si perde la dipendenza da z e si valuta in L, la lunghezza della fibra. La funzione $\widetilde{\phi_i}(x, y, w)$ generalmente dipende da w, ma siccome lo spettro del segnale (centinaia di GHz) è centrato attorno alla portante (centinaia di THz), anche qui si perde la dipendenza e si valuta su w_c . Il modello indicato assume che la propagazione modale sia completamente caratterizzata da un sistema lineare del secondo ordine dove i fenomeni che agiscono sull'*i*-esimo modo sono:

 $\begin{array}{ll} g_i = -k_i L & \mbox{perdita per dipendenza modale (MDL);} \\ \theta_i = \beta_i(w_c) L & \mbox{sfasamento per dipendenza modale (MDPS);} \\ \tau_i = \beta_i'(w_c) L & \mbox{ritardo di gruppo (GD);} \\ \alpha_i = \beta_i''(w_c) L & \mbox{dispersione della velocità di gruppo (GVD).} \end{array}$

In generale, i modi si propagano con velocità diverse all'interno del nucleo della fibra e arriveranno al ricevitore con tempistiche differenti. Perciò se trasmettiamo un impulso, in uscita otterremo un impulso diverso, di larghezza pari al massimo ritardo che esiste fra i vari modi, ottenuto sormontando N repliche dello stesso (assunto N il numero di modi inviati nel link ottico). Questo fenomeno di propagazione del ritardo nel canale e di allargamento dell'impulso è chiamato dispersione modale e rappresenta una limitazione molto forte alle performance dei sistemi multimodali. La dispersione della velocità di gruppo invece, chiamata anche dispersione cromatica, suggerisce che le componenti in frequenza del segnale viaggiano con velocità diverse, ottenendo come risultato la distorsione dell'impulso e l'allargamento dello spettro. Nei modelli del primo ordine, la dispersione modale domina su quella cromatica, la quale tipicamente si trascura specialmente per corte tratte.

Per facilitare la trattazione, non essendo interessati a conoscere l'espressione del campo per ogni punto (x, y) nel nucleo della fibra, sopprimiamo il termine di distribuzione modale ϕ_i e consideriamo solamente i termini che apportano delle distorsioni al segnale. Idealmente, la radiazione in uscita al collegamento, relativa all'*i*-esimo modo, è data da

$$r_i(t) = h_i(t) \star s_i(t) \tag{3}$$

dove $s_i(t)$ rappresenta la radiazione in ingresso, $h_i(t)$ la risposta impulsiva del sistema e \star è l'operatore di convoluzione lineare. Si ottiene così il vettore del campo associato ad ogni singolo modo in uscita alla fibra nel dominio delle frequenze:

$$\begin{bmatrix} r_1(\omega) \\ \vdots \\ r_M(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1(\omega) & & \\ & \ddots & \\ & & H_1(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(\omega) \\ \vdots \\ s_M(\omega) \end{bmatrix}$$
(4)

con i valori nulli fuori dalla diagonale principale perché si assumono i modi ortogonali tra loro. L'analisi trascura altri fenomeni di distorsione quali curvature nella fibra, disomogeneità nell'indice di rifrazione del vetro e vibrazioni casuali, risultando perciò incompleta. In realtà accade che propagandosi, i modi interagiscono tra loro scambiandosi energia e complicando l'analisi matematica. È possibile però considerare la fibra ottica come divisa in K sezioni longitudinali statisticamente indipendenti, come mostrato in Figura 1, il che ci permette di analizzare ogni porzione singolarmente e successivamente farne l'unione complessiva.



Figura 1. Fibra multimodale con K sezioni di propagazione

Il numero di sezioni K è pari a L/l_c con l_c che indica la lunghezza di correlazione della fibra. La risposta in frequenza di ogni singola sezione dipenderà perciò da quanto i modi sono accoppiati tra loro in termini di fase ed energia ($U^k \in V^k$, matrici $M \times M$ che non dipendono dalla frequenza in cui si sta operando) e dalla propagazione indipendente dell'*i*-esimo modo nella sezione *k*-esima ($\Lambda^k(\omega)$):

$$\boldsymbol{H}^{k}(\omega) = \boldsymbol{U}^{k} \boldsymbol{\Lambda}^{k}(\omega) \boldsymbol{V}^{k} \quad \text{per} \quad k = 1, \dots, K$$
(5)

con

$$\boldsymbol{\Lambda}^{k}(\omega) = \begin{bmatrix} e^{\frac{g_{1}^{k}}{2}} e^{-j\theta_{1}^{k}} e^{-j\omega\tau_{1}^{k}} e^{-j\omega^{2}\alpha_{1}^{k}} & & \\ & \ddots & \\ & & & e^{\frac{g_{M}^{k}}{2}} e^{-j\theta_{M}^{k}} e^{-j\omega\tau_{M}^{k}} e^{-j\omega^{2}\alpha_{M}^{k}} \end{bmatrix}$$
(6)

ovvero la matrice di propagazione dell'Equazione (4). Si noti che i parametri che esprimono le varie distorsioni, come dispersione modale e cromatica, possono variare tra gli M modi e le K sezioni, infatti verranno rappresentati come variabili aleatorie nella prossima sezione. Infine la risposta in frequenza complessiva delle K sezioni sarà data da

$$\boldsymbol{H}(\omega) = \boldsymbol{H}^{K}(\omega) \dots \boldsymbol{H}^{1}(\omega)$$
(7)

2.2 Modelli di propagazione aleatoria

Si fornisce ora un modello di propagazione aleatorio per un canale ottico MIMO. I fenomeni di distorsione precedentemente citati, MDL, MDPS, GD e GVD, possono essere rappresentati da parametri che sono variabili aleatorie indipendenti tra loro. Esse sono a media nulla all'interno della sezione k-esima, ma potrebbero essere correlate tra modi diversi, inoltre potrebbero non avere la stessa distribuzione da una sezione all'altra. Si definisce allora la deviazione standard per MDL nella sezione kesima:

$$\sigma_k = \sqrt{Var(g_i^{\ k})} = l_c \sqrt{Var(k_i^{\ k})} \tag{8}$$

La varianza cumulativa di dipendenza modale è definita da:

$$\xi^2 = \sigma_1^2 + \sigma_1^2 + \dots + \sigma_K^2 \tag{9}$$

spesso indicata in dB. Perciò per fibre multimodali con K sezioni statisticamente identiche ed indipendenti, ognuna con varianza MDL disaccoppiata σ_i^2 , la varianza cumulativa MDL sarà $\xi^2 = K \sigma_i^2$. In regime di forte accoppiamento e per un elevato numero di sezioni, le proprietà statistiche del MDL dipendono esclusivamente da ξ e dal numero di modi. Più sarà elevato questo accoppiamento, minore risulterà la dispersione modale, si minimizzerà la complessità del ricevitore, MDL risulterà limitata e aumenteranno le performance del sistema e la capacità di canale. Per l'analisi della capacità di canale di un sistema MIMO si veda la Sez. 3.3.1.

3 Space Division Multiplexing (SDM)

Lo space division multiplexing (SDM) riguarda un insieme di tecnologie che supportano la trasmissione di singoli segnali su molteplici percorsi spaziali all'interno dello stesso canale in fibra ottica. La motivazione per adottare tali sistemi non è solo quella di moltiplicare la capacità di trasmissione delle fibre ottiche, ma anche di ridurre il consumo di energia e migliorare l'efficienza del collegamento mediante l'utilizzo di hardware condiviso, integrazione circuitale ed elaborazioni digitali comuni (DSP). Sebbene l'idea di utilizzare la dimensione spaziale dei cavi ottici per il multiplexing non sia ormai una novità, la ricerca nell'ambito SDM si è diffusa nell'ultimo decennio da quando l'applicazione del *wavelength-division multiplexing* (WDM) nei sistemi monomodali ha iniziato a raggiungere i limiti di capacità teorici. I miglioramenti compiuti nei processi di fabbricazione e lavorazione delle fibre hanno alimentato un rapido avanzamento nella ricerca SDM che ha portato alla realizzazione di molte nuove fibre e all'adozione di nuove tecniche di accoppiamento. In Figura 2 vi è un confronto fra un sistema di trasmissione SDM e un sistema WDM.



Figura 2. Evoluzione del data-rate dei sistemi WDM dal 1996 e SDM dal 2011

In aggiunta alla fibra e agli amplificatori, i sistemi SDM necessitano di multiplexer spaziali per direzionare i segnali ottici in ingresso e in uscita ai diversi canali. Si è dimostrato che in sistemi SDM con più di un centinaio di canali spazialmente separati, ognuno dotato di centinaia di canali WDM, è possibile raggiungere una velocità di trasmissione di dati in fibra superiore a 10 Pbit/s.

Questi risultati mostrano sia le sfide che le opportunità che questo tipo di tecnologia offre, con la speranza che l'integrazione hardware e il DSP riescano a ridurre l'energia e il costo per bit. Il potenziale nell'avere velocità di trasmissione dati più elevate, i nuovi approcci di rete, il miglioramento dell'efficienza energetica e le possibilità di integrazione, hanno spinto la tecnologia SDM verso la distribuzione commerciale supportata da numerosi studi di cablaggio e affidabilità, multiplexer impiegati per l'aggiornamento delle fibre multimodali installate, test sul campo di fibre SDM e molto altro.

3.1 Fibre ottiche per trasmissione SDM

Al fine di aumentare la capacità del collegamento, nei sistemi SDM si introducono numerosi percorsi ottici paralleli. Vi sono svariati modi per far questo, come mostrato in Figura 3:

- a) Cavo ottico convenzionale contenente molteplici fibre monomodali (SMFs), sono ampiamente utilizzati e possono contenere un numero di fibre che va dalla singola unità fino ad oltre un migliaio;
- b) Fiber ribbon (nastro di fibre), unisce un numero elevato di fibre ottiche facilitandone operazioni come giunti a fusione e connettorizzazioni, mediante l'utilizzo di dispositivi appositi;
- c) Multielement fibers, non disponibili ancora in commercio, sono costituite da molteplici fibre affiancate e coperte da un unico rivestimento. Le singole fibre sono accessibili individualmente rimuovendo il rivestimento, rendendole simili alle SMFs;



Figura 3. Fibre che supportano SDM

- d) *Multicore fibers* (MCFs), fibre ottiche con molteplici nuclei che condividono lo stesso mantello costituendo perciò una singola fibra. Il posizionamento di più *core* nello stesso *cladding*; tuttavia, fa comparire nuove problematiche. Per mantenere una diafonia (*crosstalk*) trascurabile, i nuclei devono essere posizionati a più di 40 µm l'uno dall'altro, ma il diametro del mantello non può eccedere i 250 µm altrimenti la fibra diverrebbe fragile e la tolleranza sul raggio di curvatura diventerebbe impraticabile. Il numero di nuclei accettabile perciò si limita attualmente a circa una ventina, ma sono attualmente in corso nuovi profili d'indice e nuove tecnologie per aumentarne il numero massimo;
- e) Coupled-core multicore fibers (CC-MCFs), il design delle fibre MCF può essere semplificato se si permette un livello di diafonia non trascurabile. I nuclei possono allora essere posti molto più vicini e la fibra si comporterà similmente ad una MMF convenzionale. Per trasmettere su canali paralleli in questa tipologia di fibra però, sarà necessario del MIMO DSP;

f) Multimode fibers (MMFs), fibre ottiche multimodali con la densità più alta di canali spaziali. La dimensione del nucleo permette la propagazione di più modi spazialmente separati, diversamente dalle SMFs dove vi è un solo modo per core. È proprio in questa tipologia di fibre che si è iniziato a pensare a tecniche di MIMO DSP al fine di aumentare la capacità di trasmissione. L'idea è stata applicata principalmente a delle varianti delle MMFs chiamate few-mode fibers (FMFs), caratterizzate dalla presenza di un numero limitato di modi (tipicamente tre o sei).

Diversamente dalle MCFs, dove si cerca di mantenere un basso accoppiamento tra i nuclei, nelle trasmissioni multimodali ci si focalizza sul minimizzare la differenza di ritardo dei segnali che viaggiano in modi diversi, ovvero limitare la dispersione modale. Più questi ritardi vengono ridotti, più sarà limitata la complessità del MI-MO DSP necessario per annullare l'accoppiamento modale.

Le MMFs non sono vantaggiose solo per la loro densità modale elevata, ma offrono anche altri vantaggi rilevanti:

- È possibile raggiungere una capacità trasmissiva che va da 3 a 45 volte quella delle SMFs, mantenendo un diametro standard del mantello di 125 μm;
- FMFs sono compatibili con le tipiche giuntatrici a fusione, con i cavi e i connettori esistenti;
- La maggior parte di componenti ottici come splitter, isolatori, circolatori, switch, *ecc.*, possono essere modificati per essere compatibili con le MMFs;
- Permettono un'installazione facilitata poiché la tolleranza sul cono d'accettazione¹ è maggiore rispetto alle SMFs, essendo le prime dotate di nucleo di dimensione maggiore.

Tuttavia questi vantaggi sono parzialmente compensati dall'assoluta necessità di operare del MIMO DSP per recuperare correttamente i dati trasmessi.

¹ Il cono di accettazione (o angolo) è il massimo angolo con cui un raggio può giungere in ingresso alla fibra affinché poi esso venga "guidato" correttamente dal nucleo.

3.2 Trasmissione ottica in fibre SDM a bassa diafonia

Per ovviare al problema del collo di bottiglia ormai raggiunto nelle trasmissioni su SMFs, è necessario introdurre un sistema di comunicazione su canali paralleli spazialmente separati. Affinché compiere lo SDM sia economicamente realizzabile (in termini di costo bit/s), si devono compiere ulteriori passaggi di integrazione. Un effetto collaterale però di un'elevata integrazione è l'aumento della diafonia tra canali spazialmente vicini, che tipicamente appare e cresce in funzione della lunghezza del link ottico. Gestire la diafonia del sistema è perciò essenziale per i sistemi SDM che non impiegano un sistema di elaborazione digitale per recuperare dati che hanno interferito. Il *crosstalk* complessivo di un collegamento è di rilevante importanza nelle MCFs dove i canali spaziali, divisi nei vari nuclei, condividono lo stesso mantello. Per limitarne gli effetti, sono stati proposti negli anni numerosi prototipi di MCFs, con l'uso di trincee o persino l'utilizzo di nuclei con diverse velocità di fase, arrivando a simulare efficacemente comunicazioni in fibre con più di 19 core. Il risultato più grande ottenuto è che la diafonia si accumula come funzione lineare della lunghezza della fibra, permettendo di progettare fibre MCFs per trasmissioni a lunga tratta. Inoltre il livello di *crosstalk* accettabile dipende dalla modulazione digitale utilizzata nella trasmissione, che si rispecchia nella probabilità di errore sul bit (BER). Ad esempio per mantenere un BER < 10^{-3} , modulazioni quadrature phaseshift keying (QPSK), che sono le più tolleranti, necessitano di un valore di diafonia inferiore a -17 dB, mentre modulazioni *quadrature-amplitude* (QAM), ad esempio con costellazione a 16 simboli (16QAM), richiedono un crosstalk minimo di -23 dB. Sono stati compiuti numerosi test per trasmissioni ad alta efficienza sulle MCFs, come riassunto in Tabella 1, ottenendo capacità massime di 1 Pbit/s in due casi diversi e altissima efficienza spettrale.

Tipologia Fibra	Nr canali spaziali	Efficienza spettrale [bit/s/Hz]	Distanza [km]	Distanza di efficienza spettrale [bit/s/Hz km]	Capacità [Tbit/s]
MCF	7	28	7326	205128	140.7
MCF	12	73.6	1500	110374	688
MCF	7	14.4	6160	88704	28.8
MCF	7	15	2688	40320	9
MCF	12	91.4	55	4753	1010
MCF	14	109	3	327	1050
MCF	19	30.5	10.1	307	305
MCF	7	11.2	16.8	188.2	109

Tabella 1. Risultati significativi con trasmissione SDM in MCFs

Per il *digital-processing* si può ricorrere a tecniche già sviluppate per le fibre monomodali dato che è possibile trattare ogni core delle MCFs indipendentemente dagli altri. Avere i canali spazialmente separati inoltre porta a dei benefici come il poter trasmettere segnali ad una singola lunghezza d'onda, avendo una riduzione nel costo dei ricevitori e allo stesso tempo ridurne la complessità, oppure poter aumentare l'affidabilità della comunicazione inviando molteplici copie dello stesso segnale in diversi canali, così da poter ricostruire correttamente in uscita il messaggio sovrapponendo digitalmente le varie repliche. Questo secondo vantaggio risulta essere di notevole importanza per comunicazioni su lunghe distanze, dimostrando che si può ottenere un fattore di miglioramento della qualità del segnale di almeno 5 dB, usando tre copie dello stesso segnale in canali diversi e percorrendo una tratta di 2688 km.

3.3 Trasmissione ottica MIMO in fibre SDM

L'elemento chiave per ridurre il costo del SDM è porre più canali spazialmente separati possibili in ogni componente del sistema trasmissivo in esame. Talvolta, compiere questo tipo di integrazione, comporta la comparsa di diafonia tra i canali. Per fibre a bassa perdita, si verifica solamente un *mixing* dei segnali trasmessi e non la loro degradazione. Il sistema in questo caso può allora essere approssimato da un modello lineare, e i segnali inviati possono essere recuperati applicando la corrispondente trasformazione lineare inversa che riordina il *mixing* avvenuto durante la propagazione. Il principio è mostrato in Figura 4: molteplici segnali $s_1,\ldots\,,s_M$ sono generati da una sorgente laser comune e accoppiati in una fibra SDM mediante l'utilizzo di un multiplexer spaziale; successivamente il segnale si propagherà nella fibra o attraverso eventuali dispositivi ottici, assumendo che la distanza percorsa sia divisibile in K sezioni identiche. Al ricevitore, vi sarà un demultiplexer SDM che separerà i segnali dai canali spaziali, ottenendo $r_1,\ldots\,,r_N$ forme d'onda che verranno interpretate da una sezione di MIMO DSP, il quale è in grado di invertire digitalmente il danneggiamento subito dalla trasmissione durante la propagazione e fornirà in uscita i segnali ricostruiti q_1, \ldots, q_N .



Figura 4. Trasmissione MIMO su fibre a SDM

Trascurando gli effetti di non linearità, la trasmissione SDM può essere descritta da una matrice di canale $N \times M$ indicata con **H**, dove ogni elemento $h_{j,k}(m)$ contiene l'ampiezza complessa della risposta impulsiva per una particolare coppia fra gli M segnali d'ingresso e gli N d'uscita. Si ha allora che vale

$$r_{j}(t) = \sum_{\tau=1}^{L_{h}} h_{j,k}(\tau) \cdot s_{k}(t + \tau - m_{0})$$
(10)

dove $r_j(t)$ è il segnale ricevuto al tempo t (discreto) nel *j*-esimo canale, $s_k(t)$ è il segnale trasmesso al tempo t nel k-esimo canale, m_0 è una costante che tiene conto del ritardo di propagazione complessivo nel canale MIMO. Si noti che questa relazione esprime la convoluzione (discreta) tra il segnale d'ingresso e la risposta impulsiva del canale.

Riscrivendo in forma matriciale (valida per il solo istante temporale t):

$$\boldsymbol{r}(t) = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{s}(t) \tag{11}$$

 con

$$\boldsymbol{r}(t) = \begin{bmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \\ \vdots \\ r_N(t) \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{s}(t) = \begin{bmatrix} s_1(t - m_0 + 1) \\ s_1(t - m_0 + 2) \\ \vdots \\ s_1(t - m_0 + L_h) \\ s_2(t - m_0 + 1) \\ s_2(t - m_0 + 2) \\ \vdots \\ s_M(t - m_0 + 1) \\ s_M(t - m_0 + 2) \\ \vdots \\ s_M(t - m_0 + L_h) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1}(1) & h_{1,1}(2) & \cdots & h_{1,1}(L_h) & \cdots & h_{1,M}(1) & \cdots & h_{1,M}(L_h) \\ h_{2,1}(1) & h_{2,1}(2) & \cdots & h_{2,1}(L_h) & \cdots & h_{2,M}(1) & \cdots & h_{2,M}(L_h) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ h_{N,1}(1) & h_{N,1}(2) & \cdots & h_{N,1}(L_h) & \cdots & h_{N,M}(1) & \cdots & h_{N,M}(L_h) \end{bmatrix}$$
(12)

L'Equazione (11) calcola il vettore d'uscita $\mathbf{r}(t)$ solo per un particolare indice temporale t, è possibile perciò espandere le equazioni per includere molteplici indici temporali. I calcoli vengono qui omessi, si ottengono infine le matrici $\mathbf{S}(t) \in \mathbf{R}(t)$ che danno

$$\mathbf{R} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{S} \tag{13}$$

Dal punto di vista pratico, il segnale trasmesso S(t) sarà caratterizzato da un pattern noto, il segnale R(t) verrà misurato da un oscilloscopio multicanale, e la matrice di canale **H** si potrà perciò stimare come:

$$\widehat{\mathbf{H}} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^* \cdot (\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^*)^{-1}$$
(14)

dove * rappresenta il complesso coniugato. La matrice stimata $\widehat{\mathbf{H}}$ contiene tutte le combinazioni delle risposte impulsive fra ingresso e uscita e ci servirà per studiare le limitazioni alle performance nei sistemi SDM. Infine è possibile decomporre la matrice di canale come

$$\widehat{\mathbf{H}} = \boldsymbol{U} \cdot \boldsymbol{\Lambda} \cdot \mathbf{V}^* \tag{15}$$

la quale decomposizione permette di esprimere **H** mediante singoli valori, con U e V matrici unitarie² e Λ matrice diagonale. Si noti che l'ultima equazione era già stata analizzata nella Sezione 2.1, confermando perciò che la matrice di canale contiene tutte le informazioni riguardanti la propagazione del segnale in fibra ottica.

² Matrice unitaria: matrice a coefficienti complessi tale che il prodotto con la sua matrice trasposta coniugata restituisce la matrice identità, sia che venga moltiplicata a sinistra o a destra. (ad es. $UU^* = I = U^*U$)

3.3.1. Capacità di canale trasmissione MIMO

Le statistiche spaziali e temporali della matrice di canale **H** permettono di determinare la capacità del canale MIMO. Consideriamo un caso semplificato dove trascuriamo il ritardo tra segnali luminosi che si propagano in modi diversi; in assenza di perdite nella trasmissione, la capacità media di un sistema MIMO è data da:

$$C = \log_2 \left(det \left[\mathbf{I_N} + \frac{P_s}{NP_n} \mathbf{H} \mathbf{H}^* \right] \right)$$
(16)

dove $\mathbf{I_N}$ è la matrice identità $N\times N,$ P_s è la potenza del segnale trasmesso e P_n è la potenza del rumore ricevuto da ogni ricevitore, il quale rapporto indica l'SNR della comunicazione. **HH**^{*} rappresenta una matrice Hermitiana semi-definita positiva $N\times N$, perciò può essere scomposta in autovalori con l'i-esimo autovalore λ_i che soddisfa $\lambda_i \geq 0 \ (i=1,\ldots,N)$. La scomposizione porta alla relazione:

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^* = \mathbf{V} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{V}^* \tag{17}$$

con V matrice unitaria ($VV^* = I$) e Λ matrice diagonale con gli autovalori sulla diagonale principale (stesso termine dell'Equazione (5) e (15)). Mediante questa scomposizione è possibile ricondursi alla seguente espressione:

$$C = \log_2 \left(det \left[\mathbf{I}_{\mathbf{N}} + \frac{P_s}{NP_n} \mathbf{V} \mathbf{A} \mathbf{V}^* \right] \right)$$

= $\log_2 \left(det \left[\mathbf{I}_{\mathbf{N}} + \frac{P_s}{NP_n} \mathbf{A} \right] \right)$
= $\sum_{i=1}^N \log_2 \left(\mathbf{1} + \frac{P_s}{NP_n} \lambda_i \right)$ (18)

la quale indica che la capacità di canale di un sistema $N \times N$ MIMO è dato dalla somma di N canali paralleli *single-input single-output* (SISO) con guadagno λ_i .

Inoltre l'analisi degli autovalori permette di fornire alcune caratteristiche del collegamento ottico:

- media delle perdite nei modi (IL): si ottiene dalla media aritmetica degli autovalori $L_K = \frac{1}{M} \sum_i \lambda_i$;
- perdite per dipendenza modale (MDL): si ottiene misurando la distribuzione degli autovalori, definendo ad esempio il rapporto tra il valore massimo e minimo, max_i{λ_i}, oppure calcolando la loro deviazione standard.

Concatenando K sezioni di fibra ottica con caratteristiche identiche e MDL_k individuale limitata, la MDL globale espressa in dB scalerà approssimativamente come $\sqrt{K} \cdot MDL_k$. Per valori ragionevoli di SNR, si avrà che la capacità del canale MI-MO diminuirà del 10% con una MDL complessiva di circa 10 dB, come mostrato in Figura 5. Inoltre, i cavi di fibra ottica sono tipicamente distribuiti in sezioni di diversi chilometri, portando ad avere centinaia di giunzioni per un tipico sistema di trasmissione a lungo raggio e l'impatto che esse hanno sulla capacità del sistema MIMO-SDM è notevole. Considerando una perdita media di giunzione di 0,01 dB in una fibra a gradiente d'indice con dieci modi di propagazione, per avere una riduzione di capacità non superiore al 10% possono essere tollerate circa 400 giunzioni.



Figura 5. Degradazione della capacità di canale MIMO per elementi MDL concatenati

In Figura 6 è raffigurata una simulazione di un sistema 2×2 MIMO su fibre ottiche multimodali che mette in relazione SNR e capacità di canale in vari scenari: trasmissione SISO, canale MIMO in configurazione ideale considerando i parametri aleatori del sistema come variabili Gaussiane complesse indipendenti ed identicamente distribuite, e un caso reale simulato di trasmissione su MMFs. Come ci si aspetta, c'è una degradazione di capacità nella simulazione del sistema reale, dovuta principalmente al fatto che nella pratica esiste una correlazione tra gli elementi di **H**. Questa correlazione compare quando più trasmettitori (in quest'esempio due) influenzano diversi modi guidati. Si noti che, per questo esperimento, non sono stati fatti tentativi per ottimizzare le condizioni di trasmissione al fine di ridurre al minimo la dipendenza tra canali. Un'osservazione interessante è che la capacità del canale ottico con correlazione si avvicina a quella del canale non correlato al diminuire dell'SNR. Risultati di capacità simili sono stati ottenuti compiendo esperimenti affini, utilizzando altri diametri delle fibre o variando il numero di modi.



Figura 6. Sistema 2x2 MIMO su MMFs in vari scenari.

3.4 Risposta impulsiva in fibre SDM

Per comprendere al meglio l'accoppiamento modale nelle fibre SDM, è utile studiare le soluzioni dei modi spaziali nel link ottico. Infatti, per trasmettere flussi di dati indipendenti nei canali della fibra, è necessario trasformare i modi guidati da una tecnologia a fibra monomodale (SMF) in pattern che possono essere inviati su fibre a numero discreto di modi (FMFs), mediante multiplexer. I modi nelle fibre ottiche sono soluzioni delle equazioni di Maxwell in un materiale dielettrico inviariante lungo la direzione di propagazione, perciò le proprietà modali delle fibre FMFs dipendono fortemente dal profilo dell'indice di rifrazione, i quali due principali esempi sono indicati in Figura 7. I modi in una fibra a salto d'indice (*step-index fibers*) sono raggruppati singolarmente o a coppie (ognuno guidato da due polarizzazioni), che si propagano con lo stesso indice per gruppo, quindi stesse caratteristiche di propagazione, velocità, *ecc.*, ma con spaziatura differente fra i gruppi. Invece, il profilo di una fibra a gradiente d'indice (*graded-index fibers*) è parabolico. I modi che si propagano in questa fibra formano gruppi in cui si aggiunge un membro ad ogni step e gli indici di rifrazione dei vari gruppi sono equidistanti.



Figura 7. Profili dell'indice di rifrazione e pattern d'intensità di (a) primi 10 modi di una fibra a salto d'indice e (b) primi 15 modi di una fibra a gradiente d'indice.

Un'importante caratteristica delle fibre a gradiente d'indice è che diminuiscono il fenomeno di dispersione modale di due o più ordini di grandezza comparate alle fibre a salto d'indice (vedi Figura 8).



Figura 8. Fibre a salto d'indice e fibre a gradiente d'indice

In generale, le soluzioni delle equazioni dei modi non forniscono solamente l'ampiezza spaziale e la fase, ma anche la costante di propagazione β_n del corrispondente *n*-esimo modo. β_n dipende dalla lunghezza d'onda, dalla dispersione di materiale e dall'indice di rifrazione della guida d'onda. In generale si può approssimare con la sua espansione di Taylor

$$\beta_n(\omega) = \beta_{0,n} + \beta_{1,n}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_{2,n}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_{3,n}(\omega - \omega_0)^3$$
(19)

dove ω è la pulsazione della luce ($\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi c}{\lambda}$ con ν la frequenza, c la velocità della luce nel vuoto e λ la lunghezza d'onda). La velocità di fase, che descrive la velocità alla quale un fronte a fase costante viaggia lungo la guida d'onda, è dato da

$$v_{ph,n} = \frac{\omega_0}{\beta_{0,n}}.$$
(20)

Il secondo termine dell'Equazione (19) riguarda la velocità di gruppo, che descrive la velocità con cui si propaga l'n-esimo modo, ed è definita come

$$v_{gr,n} = \frac{1}{\beta_{1,n}}.$$
(21)

Il terzo termine, infine, riguarda il coefficiente di dispersione cromatica, definito da

$$d_n = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_{2,n}.$$
(22)

I modi sono soluzioni indipendenti, ortogonali tra loro e formano una collezione ortogonale completa che permette di rappresentare tutte le possibili onde che possono propagarsi in una guida d'onda. Se il mezzo trasmissivo fosse perfetto, non vi sarebbe accoppiamento tra i modi; tuttavia, nelle fibre ottiche reali, piccole variazioni nell'indice di rifrazione, difetti geometrici o curvature, possono far accoppiare i modi tra loro. Un parametro importante per valutare il grado di accoppiamento tra due o più modi è la velocità di fase relativa: modi che presentano velocità di fase molto simile, o addirittura modi degeneri che hanno esattamente la stessa velocità, possono facilmente accoppiarsi anche con piccole perturbazioni; invece generalmente si osserva un minor accoppiamento tra modi con maggiore differenza nella velocità di fase. Anche la differenza nella velocità di gruppo (DGD, differential group delay) rappresenta un buon parametro per esprimere l'accoppiamento; esso indica infatti il massimo ritardo temporale che esiste fra i segnali ricevuti e permette perciò di determinare il numero necessario di sezioni di equalizzazione affinché si riesca ad annullare completamente l'effetto dell'accoppiamento modale. Il DGD tra due modi si può esprimere come

$$DGD_{n,m} = L_F \left| \beta_{1,n} - \beta_{1,m} \right| \tag{23}$$

dove L_F è la lunghezza della fibra. Progettare fibre multimodali che minimizzino il DGD è perciò di essenziale importanza. La fibra a salto d'indice tradizionale, adattata per supportare la presenza di più modi, ha tipicamente valori di DGD di circa 1 ns/km, il quale rende impraticabile la trasmissione MIMO su distanze superiori ai 50 km. Già implementando fibre ottiche MMFs a gradiente d'indice è possibile ridurre il DGD a circa 30 – 100 ps/km per fibre con sei o meno modi spaziali. Nella pratica, quando si va a misurare l'intensità della risposta impulsiva di una MMF, si hanno tre scenari possibili, raffigurati in Figura 9, considerando un esempio con due modi spaziali. Si noti che è possibile imbattersi in tutti e tre i casi all'interno della stessa fibra multimodale, solamente variando la lunghezza della stessa (come indicato dalla freccia).



Figura 9. Possibili risposte impulsive per una fibra MMF con due modi spaziali: (a) modi disaccoppiati (b) modi moderatamente accoppiati (c) modi fortemente accoppiati.

La figura mostra la riduzione del ritardo dovuta al forte accoppiamento rappresentato dall'intensità della risposta impulsiva. La simulazione semplificata presuppone la presenza di due modi dove i segnali si propagano con una piccola differenza di ritardo e si mescolano secondo modalità differenti. Il primo grafico presenta bassa diafonia (-23 dB), simile alla propagazione di due modi in una fibra *multicore* a lunga distanza; il secondo ha una diafonia maggiore (-10 dB), come si avrebbe in una fibra FMF. In entrambi i casi il ritardo degli impulsi è lo stesso. Al contrario, la risposta all'impulso nel caso fortemente accoppiato assume la forma di un profilo Gaussiano e la diffusione temporale è ridotta. La conseguenza di questo cambiamento nella forma della risposta all'impulso è che la diffusione del ritardo totale aumenta con la radice quadrata della distanza di trasmissione totale, rispetto al caso con accoppiamento debole dove l'aumento era lineare. Si andranno ora a vedere i tre casi nel dettaglio.

3.4.1. Fibre multimodali senza accoppiamento

Nel primo caso, l'accoppiamento è trascurabile e la risposta impulsiva consiste in due picchi ritardati separati da DGD tra i modi. Questa situazione è osservabile in brevi tratte di fibre multimodali. È allora possibile trasmettere segnali indipendenti su ogni modo senza utilizzare il MIMO DSP. Le prime tecniche SDM hanno usato questo schema per trasmettere e ricevere su più di 10 km usando modulazioni e rilevamenti diretti. Schemi più avanzati prevedono trasmissioni 2×2 MIMO o 4×4 MIMO, raggiungendo distanze di più di 40 km, richiedendo però DSP e accoppiatori in grado di selezionare efficacemente i modi. In ogni caso attualmente, a causa della diafonia intrinseca delle fibre stesse, non si riesce a trasmettere a più di 100 km senza accoppiamento.

3.4.2. Fibre multimodali con accoppiamento debole

Nel secondo caso, quando è presente un debole accoppiamento, vi è una zona di diafonia pseudo-aleatoria tra i picchi degli impulsi. Essa è generata dalla radiazione luminosa che interferisce tra i modi e la diafonia avrà andamento costante tranne in corrispondenza di difetti, come giunzioni o curvature, i quali produrranno picchi localizzati. In questo scenario, la diafonia risultante è grande abbastanza da richiedere la compensazione mediante MIMO DSP. La distanza tra i picchi è ancora determinata dal DGD tra modi, perciò essa determinerà quanto sarà complesso l'equalizzatore MIMO da adottare. Per comunicazioni a grande distanza (più di 1000 km), il DGD di una fibra multimodale è ancora troppo grande e sono previste strategie aggiuntive per mitigarne gli effetti, come utilizzare un dispositivo ottico di compensazione che sia dotato di DGD negativo. Dato che gli impulsi in modi differenti viaggiano con velocità diverse, utilizzando una compensazione artificiale posta nel mezzo della tratta del collegamento ottico, è possibile invertire il DGD e far in modo che gli impulsi arrivino alla fine della fibra nello stesso istante. Gli effetti di questa compensazione sono mostrati in Figura 10, dove è raffigurata la somma delle intensità di tutte le risposte impulsive per diverse distanze di trasmissione. I risultati dimostrano l'efficacia della compensazione DGD, come si può notare confrontando le scale temporali nei tre casi in Figura 10. Quando la compensazione è applicata ad ogni intervallo (assunto di 100 km), l'allargamento della risposta impulsiva è ridotta di un fattore 5, invece quando è applicata ad ogni chilometro si riduce di un fattore 50. Si noti inoltre che più la lunghezza del collegamento aumenta, più la risposta impulsiva prende la forma di una campana e non più di un impulso, perciò transitando verso un regime di forte accoppiamento.



Figura 10. Simulazioni della risposta impulsiva a varie distanze con: assenza di compensazione DGD nel grafico a sinistra, compensazione DGD ogni 100km per il grafico al centro, compensazione DGD ogni chilometro per il grafico a destra.

Si riportano, a titolo d'esempio, i risultati di un esperimento compiuto su una fibra FMF in accoppiamento debole tra modi. In questa prova, la fibra è stata progettata per supportare 4 modi indipendenti spazialmente separati. In Figura 11 è mostrato il pattern modale prima e dopo la trasmissione su una distanza di 10 km. Si può osservare che i segnali preservano con successo i loro modi anche all'uscita del collegamento ottico.



Figura 11. Pattern modale prima e dopo la trasmissione su FMF

Si riporta anche l'andamento del tasso d'errore sul bit (BER) per una trasmissione di 200 m e di 10 km in Figura 12, per poter apprezzare visivamente quanto si degradi il segnale in termini di interpretabilità in uscita. Quello che si evince è che le performance della trasmissione su 10 km peggiora leggermente rispetto a quella della trasmissione a 200 m e le differenze di sensibilità del ricevitore sono minori di 0,5 dB per tutti e quattro i modi. Ciò significa che la compromissione della trasmissione per la FMF, su una tratta di 10 km, è molto bassa grazie alla limitata diafonia presente tra i canali spaziali.



Figura 12. BER su trasmissione di 200m e 10km

3.4.3. Fibre multimodali con accoppiamento forte

Il terzo scenario che si può incontrare in una fibra ottica multimodale è quello a forte accoppiamento, dove il rapporto tra modi è così elevato da causarne l'interferenza e il *mixing* dei segnali. Nella pratica ci sono dei vantaggi nell'introdurre questo tipo di accoppiamento al fine di ridurre la dispersione modale. In sistemi a rilevamento diretto, questo può limitare l'interferenza intersimbolo, mentre nei sistemi a rilevamento coerente, questo può ridurre la memoria temporale richiesta alla compensazione digitale. Inoltre si diminuisce l'effetto della DGD, perché prima che possa avvenire un qualsiasi aumento significativo nel ritardo tra modi, i segnali vengono mescolati di nuovo e l'ampiezza della risposta impulsiva risultante rimarrà più stretta del valore della DGD. Inoltre, il forte accoppiamento farà sì che la larghezza della risposta all'impulso del sistema cresca come la radice quadrata della distanza di propagazione, invece di una crescita lineare tipica delle FMF debolmente accoppiate senza compensazione DGD. La risposta impulsiva e la larghezza di quest'ultima in funzione della distanza sono indicate in Figura 13. Si può osservare che la FWHM³ della risposta impulsiva cresce da 230 ps dopo 60 km, ad appena 2,8 ns dopo una distanza di 6000 km, mostrando un netto miglioramento in termini di larghezza della risposta all'impulso rispetto al sistema a debole accoppiamento e compensazione DGD (vedi Figura 10). Quindi, come già detto, si avrà un impatto diretto sulla complessità dell'equalizzatore MIMO richiesto e sulla portata del sistema.

 $^{^{3}}$ *full width at half maximum*: larghezza di una funzione data dalla differenza fra i valori assunti dalla variabile indipendente x quando la variabile dipendente y è pari a metà del suo valore massimo.



Figura 13. Risposta impulsiva di un sistema a forte accoppiamento: l'intensità della risposta impulsiva a varie distanze a sinistra, la FWHM della risposta impulsiva in funzione della distanza a destra (si è usata la funzione radice quadrata per eseguirne il fitting).

3.5 Risultati della trasmissione SDM con MIMO

Sono stati compiuti molteplici esperimenti di trasmissione SDM con tecnica MI-MO da parte di molti gruppi di ricercatori, specialmente in fibre *few-mode* FMF con tre o sei modi spaziali, fibre *multicore* MCF o classiche fibre multimodali MMF. Si riportano in Tabella 2 i risultati più rilevanti. La trasmissione con la più elevata distanza percorsa e la più alta efficienza spettrale in funzione della distanza è la CC-MCF, ossia la fibra *multicore coupled-core* (vedi Sez. 3.1), a dimostrazione che il forte accoppiamento tra modi risulta talvolta vantaggioso.

Tipologia Fibra	Nr canali spaziali	Efficienza spettrale [bit/s/Hz]	Distanza [km]	Distanza di efficienza spettrale [bit/s/Hz km]	Capacità [Tbit/s]
CC-MCF	6	18	1705	30690	18
FMF	6	16	708	11328	6,1
FMF	6	32	176	5632	$24,\! 6$
MMF	3	9	310	2745	18
FMF	3	3	900	2700	$9,\!6$
FMF	6	10	74	740	41,6
MMF	6	7	17	119	23

Tabella 2. Risultati rilevanti trasmissione SDM MIMO

La capacità massima indicata per sistemi SDM MIMO è ancora al di sotto del valore massimo raggiungibile con fibre monomodali (SMFs), ma la grande efficienza spettrale propria di questa nuova tecnica trasmissiva (con il massimo di 32 bit/s/Hz), è ben al di sopra del limite non lineare di Shannon delle SMFs, indicando che in futuro potranno essere fattibili sistemi SDM nelle FMFs con capacità superiori a 100 Tbit/s. La differenza tra l'efficienza spettrale delle SMFs e delle MMFs all'aumentare del numero di modi spazialmente separati si può apprezzare dai grafici in Figura 14; ad esempio nel caso di una fibra multimodale con 16 modi e un SNR di 16 dB, si ha che l'efficienza spettrale del collegamento risulterà dieci volte (incremento di 10 dB) quella di un singolo canale trasmissivo (caso monomodale).



Figura 14. A sinistra: efficienza spettrale delle SMFs in funzione dell'SNR (a varie distanze); a destra: guadagno nell'efficienza spettrale delle MMFs rispetto ad un singolo canale in funzione dell'SNR (con numero di modi spazialmente separati crescente).

Si riportano i risultati ottenuti da ulteriori test che hanno dimostrato la potenzialità dei sistemi SDM per moltiplicare i limiti di capacità raggiungibili dalle SMFs. In Tabella 3 sono indicati i dati numerici dei vari esperimenti compiuti su quattro tecnologie differenti a SDM; è indicato con C il numero di nuclei e con M il numero di modi per fibra, inoltre SSE indica la *spatial-spectral efficiency* ossia l'efficienza spettrale divisa per l'area di mantello della fibra corrispondente, relativa all'area di mantello di una fibra SMF (A_{SMF}).

Single-mode multicore fibers (MCFs). Sono fibre MCF con la propagazione di un singolo modo per nucleo, possono presentare diametri del mantello di grandezza superiore al tipico standard di 125 µm. Sono stati i sistemi che più facilmente hanno compiuto il processo di migrazione da trasmissioni su SMF a comunicazioni mediante SDM, dimostrando già dal 2012 che tali fibre erano in grado di compiere trasmissioni nell'ordine del Pbit/s, utilizzando i ricevitori convenzionali e senza servirsi dell'elaborazione MIMO. La distanza massima raggiunta da un esperimento di trasmissione SDM è di 14350 km con un data rate di 105 Tbit/s, utilizzando una fibra MCF *single-mode* a 12 core; invece la trasmissione con il massimo data rate, utilizzando una MCF a 22 core, ha raggiunto un picco di 2,15 Pbit/s in una tratta di 30 km.

Few-mode multicore fibers (FM-MCFs). Presentano il maggior numero di canali spaziali in un singolo cavo di fibra ottica e il più alto data rate per fibra, con più di 10 Pbit/s in una fibra a 19 core e 6 modi l'uno e successivamente in una fibra a 38 core e 3 modi l'uno, con diametri del mantello di 267 μm e 312 μm , rispettivamente.

Few-mode fibers (FMFs). Sono fibre multimodali, con diametro standard e singolo nucleo, con solitamente la propagazione di tre o sei modi. La trasmissione MIMO con le FMFs è stata dimostrata già dal 2011 su una tratta di 10 km con una velocità di 336 Gbit/s. Da alloprogressi vi sono stati significativi \mathbf{ra} nell'aumento della massima distanza di trasmissione, nella capacità e nel numero di modi di propagazione. La distanza massima raggiunta da un esperimento di trasmissione su FMFs è di 6000 km con un data rate di 2,88 Tbit/s, utilizzando 3 modi; invece la trasmissione con il massimo data rate, utilizzando una FMF a 15 modi, ha raggiunto un picco di 1,01 Pbit/s in una tratta di 23 km.

	Data rate	SSE (b/s/Hz/	Clad. Diam.	Dist.
Layout	(Tb/s)	$A_{\rm SMF}$)	(µm)	(km)
		MCF		
4C	319.1	23.12	125	3001
7C	51.1	9.65	180	2520
7C	140.7	11.39	196	7326
7C	110.9	9.11	196	6370
12C	520	-	NA	8830
12C	105.1	_	NA	14350
19C	1.52	-	220	1200
19C	715	19.16	260	2009
32C	1001	58.06	242	205.6
32C	120	10.67	242	1850
	I	M-MCF		
12C3M	34.56	81.66	230	2500
38C3M	6200	108.17	312	65
		FMF		
3M	0.1	-	125	1200
3M	33.3	9.12	125	500
3M	18	9.00	125	1050
3M	9.9	12.00	125	3500
3M	159	18.28	125	1045
3M	2.88	23.04	125	6300
3M	40.2	9.03	125	3060
6M	2.25	18.03	125	3250
6M	138	34.50	125	650
CC-MCF				
3CC	1.2	0.1	125	4200
3CC	172	19.16	125	2040
4CC	50.47	13.28	125	9150
6CC	18	1.4	125	1705
7CC	28	56.01	125	4400

Tabella 3. Risultati notevoli SDM

Coupled-core multicore fibers (CC-MCFs). La moderata tolleranza alle distorsioni del segnale dovute ad effetti di non linearità e la dispersione temporale ridotta, rendono le CC-MCFs molto attraenti per la trasmissione a lungo raggio. È stato dimostrato che una fibra di questa tipologia a 7 core ha prestazioni migliori sia di una CC-MCF a 4 core sia di una SMF con proprietà simili. Si è provato che il forte accoppiamento viene mantenuto in un esperimento compiuto su una CC-MCF a 3 core, trasmettendo a 172 Tbit/s ad una distanza 2040 km. Altri test degni di nota includono trasmissioni su fibre a 4 core, raggiungendo una distanza di 9150 km con data rate di 50,42 Tbit/s e fibre a 12 core, rappresentando il più alto numero di core riportato fino ad oggi per fibre CC-MCF.

3.6 Digital-Signal Processing per trasmissione SDM

DSP è un elemento chiave per molti sistemi di trasmissione ottica. Per sistemi monomodali ad alta capacità trasmissiva, gli elementi costitutivi del DSP sono la compensazione della dispersione cromatica, l'equalizzazione di canale e il recupero della fase della portante. In generale è possibile adattare questo tipo di elaborazione su ciascun canale spaziale nel SDM in debole accoppiamento, considerando le interazioni tra i canali opzionali. Al contrario, in trasmissioni SDM a forte accoppiamento, è richiesto un adattamento all'intera catena di elaborazione digitale per tener conto delle interazioni nello spazio dei segnali.

3.6.1. DSP per sistemi ad accoppiamento debole

In sistemi a basso accoppiamento, siano ad esempio fibre MCFs, i segnali che viaggiano su ogni nucleo possono essere processati indipendentemente dagli altri, utilizzando il DSP standard tipicamente impiegato nelle fibre monomodali e considerando la diafonia come una fonte di rumore additiva. Tuttavia, se la degradazione di una trasmissione avvenuta in un canale dovesse risultare sufficientemente correlata ad altre relative a canali differenti, allora è possibile utilizzare le informazioni di un singolo nucleo per compensare il danneggiamento dei segnali negli altri nuclei. Questo tipo di meccanismo viene usato ad esempio per stimare la fase di una portante a partire dall'analisi di un solo nucleo, per equalizzare successivamente nello stesso modo tutti gli altri.

3.6.2. MIMO DSP

Nelle trasmissioni su fibre a SDM, il *mixing* dei segnali nei canali spazialmente separati può essere annullato utilizzando sottosistemi MIMO, originariamente implementati nelle comunicazioni wireless. Questi sistemi solitamente impiegano equalizzatori realizzati da filtri con una risposta impulsiva limitata, che tengono conto sia dell'accoppiamento in regime spaziale sia in regime temporale, per includere il fenomeno di dispersione modale tra canali. La complessità computazionale di questi equalizzatori MIMO tipicamente aumenta con il numero di canali spaziali accoppiati e del ritardo accumulato, mentre se si implementano nel dominio della frequenza essi risultano meno complessi. Solitamente, nei sistemi a multiplexing di polarizzazione, un equalizzatore composto da 10 stadi è sufficiente, mentre per test su trasmissioni SDM sono stati usati equalizzatori composti da più di 1000 stadi. Per un così elevato numero di stadi, la complessità dell'equalizzatore nel dominio del tempo risulta troppo elevata ed è essenziale ricorrere all'equalizzatore in frequenza. Quest'ultima tipologia di dispositivo lavora tipicamente utilizzando algoritmi di ottimizzazione basati sulla ricerca della media dei minimi quadrati (LMS) per ottenere una buona convergenza iniziale per i pesi dell'equalizzatore. Dopo questa calibrazione, l'equalizzatore lavora utilizzando strumenti come l'algoritmo a modulo costante (CMA) o l'algoritmo multimodulo (MMA), a seconda del tipo di segnale inviato. Negli anni sono state presentate anche tecniche più avanzate, come schemi di cancellazione dell'interferenza, utili per ridurre la distorsione dei segnali dovuta alla dispersione modale.

3.6.3. Modulazione e codifica multidimensionale

Nello SDM, lo spazio multidimensionale dei segnali offre la possibilità di implementare codifiche e modulazioni tra canali in dimensioni superiori. Questo risulta particolarmente interessante per sistemi che utilizzano fibre MCFs o fibre MIMO DSP ad alto accoppiamento, dove la dispersione temporale dei canali spaziali può essere gestita più facilmente. Ricerche sperimentali hanno mirato ad aumentare la sensibilità e/o l'efficienza spettrale grazie all'utilizzo di posizionamenti multidimensionali degli impulsi, singoli bit di parità, codifica QAM, algoritmi di impacchettamento ad alta dimensione e codifiche reticolari, il tutto solitamente a discapito della complessità del ricevitore. Altre pratiche utilizzate invece riguardano la riduzione delle distorsioni dovute ai fenomeni di non linearità, che rappresentano ugualmente un sottoinsieme delle tecniche di *digital-processing* multidimensionale.

3.7 Dispositivi ottici per trasmissione SDM

Affinché lo SDM venga impiegato, si deve ottenere un notevole vantaggio economico rispetto al semplice affiancamento di molteplici sistemi monomodali. Questo risparmio sui costi viene effettivamente raggiunto riutilizzando e condividendo componenti e dispositivi SDM, piuttosto che adoperando le nuove fibre stesse. Per esempio, un amplificatore a N core potrebbe rimpiazzare N amplificatori SMF separati utilizzando molti meno componenti: una fibra per amplificare gli N segnali, un isolatore per separarli e un singolo sistema di pompaggio. La Figura 15 mostra un sistema SDM che supporta la propagazione di N modi e include diversi componenti e dispositivi ottici. In aggiunta ai dispositivi già presenti in sistemi SMFs, per SDM sono necessari altri componenti specifici: multiplexer spaziali, per accoppiare modi separati in un'unica fibra SDM, equalizzatori ottici e infine il blocco di elaborazione MIMO $N \times N$, il quale può essere realizzato interamente da apparecchi ottici o da tecnologia elettronica digitale.



Figura 15. Sistema SDM completo di rappresentazione matriciale equivalente

Questi componenti rappresentano una complessità aggiuntiva rispetto al sistema classico monomodale e devono essere limitati. Fortunatamente molti di loro, come multiplexer e blocchi di elaborazione MIMO, sono richiesti solo all'ingresso e all'uscita del link ottico.

La nuova sfida per i ricercatori sarà progettare dispositivi in grado di gestire un numero di modi spaziali sempre maggiore, minimizzando tutti i fenomeni di distorsione modale (come attenuazioni, dispersioni, ritardi di propagazione, *ecc.*). Nella pratica si è visto inoltre che il maggior risparmio ottenibile in tecnologia SDM si ha quando i canali spazialmente separati sono considerati come un'unità singola inseparabile, elaborando i modi congiuntamente. Inoltre, la diafonia è inevitabile nei sistemi integrati SDM a lunga tratta e può essere annullata dalla sezione di MIMO DSP solamente se i canali spaziali sono raggruppati. Infine, se i canali vengono instradati assieme e viene utilizzata l'elaborazione MIMO, l'accoppiamento o il forte *mixing* tra segnali diventa accettabile e i requisiti imposti ai componenti ottici SDM possono essere ulteriormente rilassati, portando ad un aggiuntivo risparmio sui costi.

Si andranno ora ad esaminare brevemente i principali dispositivi ottici necessari affinché si possa applicare lo *space-division multiplexing*:

• Spatial Multiplexers (SMUXs), sono i nuovi componenti essenziali per lo SDM. La loro funzione è di eccitare tutte le componenti modali uniformemente, senza introdurre perdite per dipendenza modale (MDL). In generale gli SMUX introducono un cambio di base tra la rappresentazione dei segnali in ingresso, indicati tipicamente da N fasci Gaussiani identici ma spazialmente separati su N SMFs, nei segnali d'uscita, indicati come base di modi per la trasmissione su fibra SDM. I canali delle fibre SDM sono tipicamente divisi in tre categorie in base al livello di accoppiamento: molteplici modi non accoppiati, modi con forte accoppiamento all'interno dello stesso gruppo ma debole accoppiamento tra gruppi e modi completamente accoppiati. In analogia, anche gli SMUX si raggrupperanno perciò in tre categorie: a selettività modale, per accoppiare fibre con canali spaziali disaccoppiati, a selettività modale di gruppo, per raggruppare fibre con gruppi di modi fortemente accoppiati e multiplexer scrambling per fibre con modi completamente mescolati. Come esempio di SMUX si cita la *photonic lantern*, usata per "incanalare" fibre monomodali in un canale a SDM (o altre conversioni), si veda Figura 16.



Figura 16. Photonic lantern, (a) per transizione MMF-MCF (b) per transizione SMFs-MMF (c) per transizione da un array di guide d'onda separate ad una MMF a guida d'onda unica.

• Wavelength-Selective Switches (WSSs), permettono l'indirizzamento e la commutazione delle lunghezze d'onda. Un WSS instrada qualsiasi lunghezza d'onda da una fibra ad ingresso singolo a fibre ad N uscite. Nello SDM, lo WSS deve gestire molteplici modi o percorsi spaziali, e deve essere in grado di fornire notevoli prestazioni ad un costo inferiore rispetto agli attuali dispositivi basati su tecnologia monomodale. Si veda Figura 17 per uno schema semplificato del dispositivo.



Figura 17. Wavelength-Selective Switch (WSS)

• *SDM Amplifiers*, sono amplificatori ottici che supportano fibre a SDM e permettono un risparmio di costi e complessità grazie alla condivisione degli stessi tra i canali. Si dividono in amplificatori *core-pumped* e *cladding-pumped* per fibre MCF e MMF (vedi Figura 18). Nei primi, la radiazione luminosa viene immessa e confinata nel nucleo della fibra, spesso nel modo fondamentale; nei secondi, la luce pompata nel sistema è distribuita nel mantello, venendo perciò distribuita in tutti i nuclei e modi delle MCFs. Tipicamente per irradiare l'intera fibra si utilizzano diodi di pompaggio, generalmente a basso costo che non necessitano di raffreddamento.



Figura 18. Amplificatori: core-pumping (sopra) e cladding-pumping (sotto)

4 Conclusioni

Nelle sezioni precedenti si sono descritte le più recenti tecnologie e citati i più rilevanti risultati della ricerca nel campo dello *space-division multiplexing*, riguardante le infrastrutture ottiche di prossima generazione. Queste includono nuove fibre ottiche e dispositivi, tecniche trasmissive avanzate e metodologie di elaborazione digitale del tutto recenti e ancora in fase di sviluppo. Queste novità hanno mostrato il potenziale dello SDM di moltiplicare la capacità trasmissiva dei tradizionali sistemi in fibra ottica fino a due ordini di grandezza. Le fibre *multi-core* offrono tuttora il più facile approccio, ma l'attenzione della ricerca potrebbe orientarsi verso sistemi e fibre a SDM accoppiato, dove il potenziale di superare i classici paradigmi di comunicazione ottica è massimo. Ci si dovrà allora focalizzare sul MIMO *digital signal processing*, affinché si riesca a gestire correttamente questo tipo di tecnologia trasmissiva e riuscire a ricostruire efficacemente i segnali all'uscita del collegamento ottico.

Le implementazioni commerciali SDM fino ad oggi includono singoli cavi sottomarini e miglioramenti delle fibre multimodali. Il resto della tecnologia è finora solamente in fase di ricerca e sviluppo e gli sforzi per ottenerne la standardizzazione sono iniziati. Tuttavia è ancora da determinare se questo progresso porterà ad una diffusa adozione commerciale dei sistemi SDM o se fattori economici, come l'alto capitale di spesa per l'implementazione di queste nuove tecnologie e i costi di produzione indeterminati delle fibre SDM, ne limiteranno lo sviluppo. Si può inoltre affermare che nessuna singola tecnologia SDM sia così straordinariamente superiore ai sistemi esistenti tale da giustificare inequivocabilmente il rischio di investire in questa tecnologia ancora immatura. Nonostante ciò, cavi monomodali ad alta densità con migliaia di fibre all'interno sono attualmente in fase di distribuzione e la crescita nella domanda di capacità è sempre in accelerazione. Quindi sembra ormai probabile che, ad un certo punto, si dovrà inevitabilmente sviluppare un'infrastruttura di rete di capacità notevolmente superiore, e soluzioni a SDM potrebbero iniziare a competere nel mercato.

Oltre alla ricerca SDM per la trasmissione ottica di dati, esiste una varietà di ricerche parallele che utilizzano queste tecnologie per creare nuove fibre e nuovi dispositivi. Nel campo delle comunicazioni ad esempio, le MCFs sono state proposte per la formazione di reti 5G ed elaborazioni del segnale a microonde. Inoltre, hanno trovato numerosi impieghi nell'astronomia ottica e nei laser ad alta potenza. Una gamma di fibre SDM e multiplexer spaziali sono stati addirittura utilizzati nell'elaborazione di informazioni quantistiche; in particolare le MCFs sono state adoperate sia per generare stati di *entanglement*⁴ quantistici sia per dimostrare il potenziale della coesistenza dei segnali classici con distribuzioni a chiave quantistica⁵ (QKD) simultaneamente all'interno della stessa fibra. Fibre FMFs e MMFs invece, sono state ampiamente testate in ambiti biomedici *real-time*, per diagnostiche per immagini (dette *imaging*), spettroscopie avanzate, *ecc*.

In conclusione, mentre la ricerca sulla comunicazione SDM continua in tutto il mondo, l'attenzione si sta spostando dal compiere esperimenti in cui si prova a raggiungere la massima capacità trasmissiva possibile verso la realizzazione di fibre più piccole e pratiche, focalizzandosi sull'affidabilità meccanica, sull'efficienza spettrale e spaziale, con un'attenzione verso la standardizzazione. Nel frattempo, la ricerca sull'integrazione, l'accoppiamento, sullo sviluppo di nuovi amplificatori e tecnologie di rete, dovrebbe continuare ad evolversi negli anni, migliorando sempre di più le prospettive per l'adozione di sistemi SDM.

⁴ L'entenglement, o correlazione quantistica, è un fenomeno per cui, in determinate condizioni, due o più sistemi fisici rappresentano sottosistemi di un sistema più ampio il cui stato quantico non è descrivibile singolarmente, ma solo come sovrapposizione di più stati. Le componenti del sistema perciò, dipenderanno l'una dall'altra indipendentemente da quanto saranno vicine.

⁵ La distribuzione a chiave quantistica è un sistema che sfrutta la meccanica quantistica per garantire comunicazioni sicure, abilitando le parti coinvolte nella comunicazione a cifrare e decifrare messaggi usando chiavi sicure.

Appendici

A. Indice abbreviazioni

SMF	Single-Mode Fiber
MCF	Multi-Core Fiber
CC-MCF	Coupled-Core Multi-Core Fiber
FM-MCF	Few-Core Multi-Core Fiber
MMF	Multi-Mode Fiber
FMF	Few-Mode Fiber

SDM	Space-Division Multiplexing
MIMO	Multi-Input Multi-Output
SISO	Single-Input Single-Output
DSP	Digital Signal Processing
PDM	Polarization-Division Multiplexing
WDM	Wavelength-Division Multiplexing
LAN	Local Area Network

SSE	Spatial-Spectral Efficiency
MDL	Mode-Dependent Loss
MDPS	Mode-Dependent Phase Shift
GD	Group Delay
GVD	Group Velocity Dispersion
IL	Insertion Loss
DGD	Differential Group Delay

BER	Bit Error Ratio
QPSK	Quadrature Phase-Shift Keying
QAM	Quadrature-Amplitude Modulation
LMS	Least Mean Square

CMA	Constant Modulus Algorithm
MMA	Multi Modulus Algorithm
SMUX	Spatial Multiplexer
PL	Photonic Lantern
WSS	Wavelength-Selective Switch
QKD	Quantum Key Distribution

Bibliografia

- [1] Zhongying Wu, Tao Hu, et al. Juhao Li, "Weakly-coupled Mode-divisionmultiplexing Systems and Networks Supporting Large Quantity of Independent Modes," 16th International Conference on Optical Communications and Networks, 2017.
- [2] Joseph M. Kahn Keang-Po Ho, "Statistics of Group Delays in MUltimdoe Fiber With Strong Mode Coupling," *IEEE, Journal of Lightwave technology*, vol. 29, no. 21, novembre 2011.
- [3] Gerhard Kramer, et al. René-Jean Essiambre, "Capacity Limits of Optical Fiber Networks," *Journal of lightwave technology*, vol. 28, no. 4, febbraio 2010.
- [4] Georg Rademacher, Ruben S. Luis Benjamin J. Puttnam, "Space-division multiplexing for optical fiber communications," *Optica*, vol. 8, no. 9, pp. 1186-1203, settembre 2021.
- [5] Nicolas K. Fontaine Roland Ryf, "Space-division multiplexing and MIMO processing," in *Enabling Technologies for High Spectral-efficiency Coherent Optical Communications Networks.*: John Wiley & Sons, 2016, ch. 16, pp. 547-607.
- [6] Nir Sheffi, Yacov Biofcic, et al. Itay Yahav, "Multi-Gigabit Spatial-Division Multiplexing Transmission Over Multicore Plastic Optical Fiber," *Journal of ligthwave technology*, vol. 29, no. 8, pp. 2296-2304, aprile 2021.
- [7] Joseph M. Kahn Keang-Po Ho, "Mode-dependent loss and gain: statistics and effect on mode-division multiplexing," *Optics Express*, vol. 19, no. 17, agosto 2011.
- [8] Wei Mao, et al. Mahdieh B. Shemirani, "Principal Modes in Gradex-Index Multimode Fiber in Presence of Spatial- and Polarization-Mode Coupling," *Journal of lightwave technology*, vol. 27, no. 10, pp. 1248-1261, maggio 2009.

- [9] Keang-Po Ho, "Exact Model for Mode-Dependent Gains and Losses in Multimode Fiber," *Journal of Ligthwave Technology*, vol. 30, no. 23, pp. 3603-3609, 2012.
- [10] Jian Zhao Andrew D. Ellis, "Approaching the Non-Linear Shannon Limit," Journal of Lightwave technology, vol. 28, no. 4, pp. 423-433, febbraio 2010.
- [11] Antonio Mecozzi René-Jean Essiambre, "Capacity Limits in Single-Mode Fiber and Scaling for Spatial Multiplexing," in *Optical Fiber Communication Conference*, LA, California, 2012.
- [12] Makoto Tsubokawa Jing Jiang, "Evaluation of optical MIMO transmission through multicore fiber links with an optical switch," *Optics Communications*, vol. 463, maggio 2020.
- [13] Shohei Beppu, et al. Daiki Soma, "High-Capacity Mode Division Multiplexing Transmission Technology," in *Optical Fiber Communication Conference*, San Diego, California, 2022.
- [14] Andrew Singer Peter Kairouz, "MIMO Communications over Multi-mode Optical Fibers: Capacity Analysis and Input-Output Coupling Schemes," arXiv, pp. 1-21, aprile 2013.
- [15] Jens Pankow, et al. Andreas Ahrens, "Optical MIMO Multimode Fiber Links," in Proceedings of the International Conference on Data Communications Networking and International conference on Optical Communications Systems, Atene, Grecia, 2010.