



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTA' DI SCIENZE STATISTICHE
CORSO DI LAUREA IN STATISTICA ECONOMIA E
FINANZA**

**GESTIONE DI UN PORTAFOGLIO DI ETF
MEDIANTE L'APPROCCIO MEDIA-VARIANZA**

**Relatore:
Prof. Nunzio Cappuccio**

**Laureando:
Giuseppe Campagna**

ANNO ACCADEMICO 2009/2010

INDICE

INTRODUZIONE.....	5
--------------------------	----------

CAPITOLO 1

Analisi dei prezzi e dei rendimenti degli ETF

1.1 Statistiche descrittive dei prezzi	8
1.2 Test per la stazionarietà dell'andamento dei prezzi degli ETF.....	10
1.3 Statistiche descrittive sui rendimenti.....	19
1.4 Frontiera Efficiente con e senza risk-free.....	21

CAPITOLO 2

Capital Asset Pricing Model (CAPM)

2.1 Teoria:formulazione e ipotesi riguardanti il CAPM.....	29
2.2 Test CAPM Congiunto.....	40
2.3 Analisi diagnostica della regressione CAPM sugli ETF.....	41

CAPITOLO 3

Approccio Black e Litterman.....	72
---	-----------

Conclusioni.....	79
-------------------------	-----------

Bibliografia.....	81
--------------------------	-----------

INTRODUZIONE

Gli **Exchange Traded Funds** (sigla Etf, letteralmente "fondi indicizzati quotati") sono un tipo di prodotti d'investimento innovativo, che offre un'alternativa ai tradizionali investimenti in azioni, obbligazioni o nei fondi comuni, in particolare sono fondi d'investimento aperti negoziati in borsa.

Un ETF combina le migliori caratteristiche dei tradizionali fondi comuni d'investimento con quelle dei singoli titoli.

In termini generali un ETF rappresenta un portafoglio di titoli che mira a rispettare il rendimento di un indice di mercato specifico. Un ETF si può comprare o vendere facilmente in Borsa, come qualunque azione.

Gli ETF offrono un'esposizione immediata ad un paniere di titoli, fattore che può aiutare a diversificare molto più ampiamente i rischi, a differenza di un paniere di azioni che può essere tanto vasto da contenere centinaia di titoli azionari. Dal momento che gli ETF si negoziano ogni giorno in borsa, essi rappresentano un modo molto conveniente per avere esposizione a un mercato o ad una classe di asset. Gli ETF sono strumenti d'investimento particolarmente liquidi, facili da comprare o vendere come i titoli di qualsiasi società quotata in borsa. Inoltre dal momento che un ETF detiene tutti i titoli compresi in un indice è molto più efficiente acquistare un ETF piuttosto che le singole azioni, grazie al minor costo delle operazioni.

Gli ETF consentono inoltre di accedere ad aree d'investimento specializzate, che sono storicamente di difficile accesso, quali i mercati emergenti e il private equity, cioè mercati cui gli investitori privati hanno poche informazioni.

Gli ETF hanno una struttura "modulare", ciò significa che si può usare ogni ETF come **un mattone** per costruire un intero portafoglio, che può basarsi sia su un singolo mercato, sia far parte di una strategia d'investimento più sofisticata, che abbraccia varie regioni (per esempio i mercati azionari europei ed asiatici), o varie classi d'investimento (azionario sviluppato, obbligazionario o mercati emergenti).

Uno dei vantaggi offerti dagli ETF consiste nelle strutture delle basse commissioni da pagare. Gli ETF hanno commissioni di gestione (**total expense ratio**, o percentuale totale di spese, cioè l'importo complessivo di denaro pagato per coprire i costi di gestione del fondo) molto più basse rispetto ai tradizionali fondi attivi.

Gli **ETF iShares** fanno sapere inoltre in qualsiasi momento ciò che si possiede: vengono pubblicati

ogni giorno on-line i rendimenti di tutti gli ETF.

In breve gli ETF rappresentano dei “mattoni” che consentono agli investitori di creare il portafoglio di investimento desiderato.

Gli ETF settoriali offrono un modo rapido ed efficiente rispetto ai costi per implementare strategie tattiche, quali ad esempio la rotazione settoriale (ovvero passare da un settore all'altro in base a quanto richiesto dalle condizioni del mercato). Dopo aver valutato le condizioni di mercato, gli investitori possono usare gli ETF per aumentare o diminuire l'esposizione a determinati settori. Li si può inoltre usare per ottenere l'**outperformance** desiderata fra le varie asset class, gli stili o i settori. Per quanto riguarda il comparto obbligazionario, si possono usare gli ETF per aumentare o diminuire la durata (rischio dei tassi d'interesse) ed il rischio di credito dei portafogli obbligazionari, in previsione dei movimenti futuri dei tassi d'interesse. Gli ETF offrono inoltre un modo efficiente per ottenere accesso ai mercati difficilmente raggiungibili (per esempio quelli emergenti).

Gli ETF iShares rappresentano un modo semplice ed efficiente per diversificare gli investimenti in “asset class diversi”.

Asset allocation è il termine che si riferisce al modo in cui scegliere come dividere il portafoglio d'investimenti fra le principali asset class: azioni, obbligazioni e liquidità. Si fa inoltre riferimento all'asset allocation nell'ambito delle stesse classi d'investimento. Per quanto riguarda i titoli azionari si può scegliere per esempio una regione (Italia, USA, Europa,..), uno stile d'investimento (valore o crescita) o la capitalizzazione di mercato (a grossa o piccola capitalizzazione).

La decisione in merito all'asset class in cui investire, e le proporzioni di tale investimento, dipendono dai propri obiettivi di rischio e di rendimento, nonché dal proprio orizzonte temporale. Gli investitori con orizzonti temporali più lunghi investono generalmente buona parte del proprio portafoglio verso asset class più rischiose, che hanno storicamente rendimenti maggiori prevedendo che il rischio di un asset class si livelli nel lungo termine.

Una componente fondamentale dell'asset allocation consiste nel garantire un'adeguata diversificazione, ovvero nell'assicurarsi di non aver messo tutte “le uova in un unico paniere”.

La vasta gamma di iShares può aiutare a garantire che gli investimenti siano diversificati in tutte le classi d'investimento che si ritengono adatte alle proprie esigenze.

La correlazione rappresenta uno strumento utile quando si stabilisce la propria asset allocation (la proporzione in cui si desidera investire in azioni, obbligazioni, settore immobiliare o in altre asset class).

I valori della correlazione variano da +1 a -1. Gli asset perfettamente correlati, o che si muovono insieme nella stessa direzione, hanno una correlazione positiva pari a 1. Quelli invece che mostrano un rapporto inverso (che si spostano in direzioni opposte) hanno una correlazione pari a -1. Una correlazione pari a 0 implica la mancanza di un rapporto.

Combinare vari asset a bassa correlazione può aiutare la diversificazione del rischio a cui è soggetto il portafoglio. In una situazione ideale, se un investitore possiede asset correlati negativamente (quando uno sale l'altro scende), la volatilità (ovvero una misura di oscillazione del valore degli investimenti) complessiva del portafoglio dovrebbe ridursi al minimo. L'uso della correlazione come punto di riferimento, quando si costruisce un portafoglio, può rappresentare uno strumento utile nella gestione complessiva del rischio.

Gli ETF possono rappresentare la parte principale della strategia d'investimento.

Una strategia d'investimento molto diffusa è conosciuta “**core/satellite**”, in cui il “core” o il fulcro della strategia è rappresentato da un fondo a basso rischio, quale ad esempio un ETF che offre un'esposizione diversificata a basso costo a un indice. L'obiettivo del core è di ottenere un rendimento in armonia con la performance di mercato (conosciuto nei mercati finanziari come beta).

Ci sono, poi, le componenti “satellite” del portafoglio, che sono di solito investimenti più specializzati, progettati per generare un ulteriore reddito (conosciuto nei mercati finanziari come alfa). Le componenti satellite possono essere ETF specializzati, fondi gestiti attivamente, fondi di copertura oppure investimenti diretti in titoli specifici.

La natura dei mattoni degli ETF li rende perfetti come strumenti **Core/Satellite**, in quanto si possono aumentare o diminuire rapidamente le posizioni in maniera efficiente e rapida. [1]

Capitolo 1

Analisi dei prezzi e dei rendimenti

1.1 STATISTICHE DESCRITTIVE

Dalle seguenti statistiche descrittive fatte sui prezzi dei 9 ETF, si può dedurre che non abbiano una distribuzione che si avvicina ad una Normale, questo si può notare principalmente dall'indice di simmetria (**A**), che valuta appunto la distribuzione attorno al valore atteso e dall'indice di curtosi (**C**), che riflette la probabilità di osservare valori lontani dal valore atteso.

Per una distribuzione simmetrica, **A** deve essere uguale a 0; se **A** è maggiore di 0 la distribuzione è asimmetrica a destra, cioè la coda destra è più pronunciata rispetto a quella sinistra, mentre se **A** è minore di 0 la distribuzione è asimmetrica a sinistra cioè la coda sinistra è più pronunciata di quella destra. [2]

L'indice di curtosi **C** è pari a 3 per una distribuzione Normale, indipendentemente dai suoi parametri, se **C** è maggiore di 3 la distribuzione è **leptocurtica**, cioè la probabilità di realizzazioni lontane dal valore atteso è maggiore rispetto al caso di una distribuzione Normale, mentre se **C** è minore di 3 la distribuzione è **bradicurtica o platicurtica**.

In generale, si può notare che nessuno dei prezzi degli ETF considerati presenta una distribuzione Normale, in quanto presentano una forma asimmetrica (sia a destra che a sinistra) e platicurtica.

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 04/12/31 – 10/06/04

Variabile	MEDIA	MEDIANA	MIN	MAX
P_BKS	103,08	103,02	96,180	109,97
P_TELECOM_DE	28,475	27,990	20,930	38,910
P_TECH	25,024	26,265	13,080	34,840
P_HEALT	38,638	38,485	27,870	47,240
P_AUTOM	26,041	24,280	14,960	42,100
P_BASIC	48,348	47,750	22,610	82,590
P_CHEMS	38,896	37,970	25,790	53,840
P_CON_MATS	30,472	28,170	16,140	48,270
P_TRVL_L	14,908	14,900	8,0800	23,080

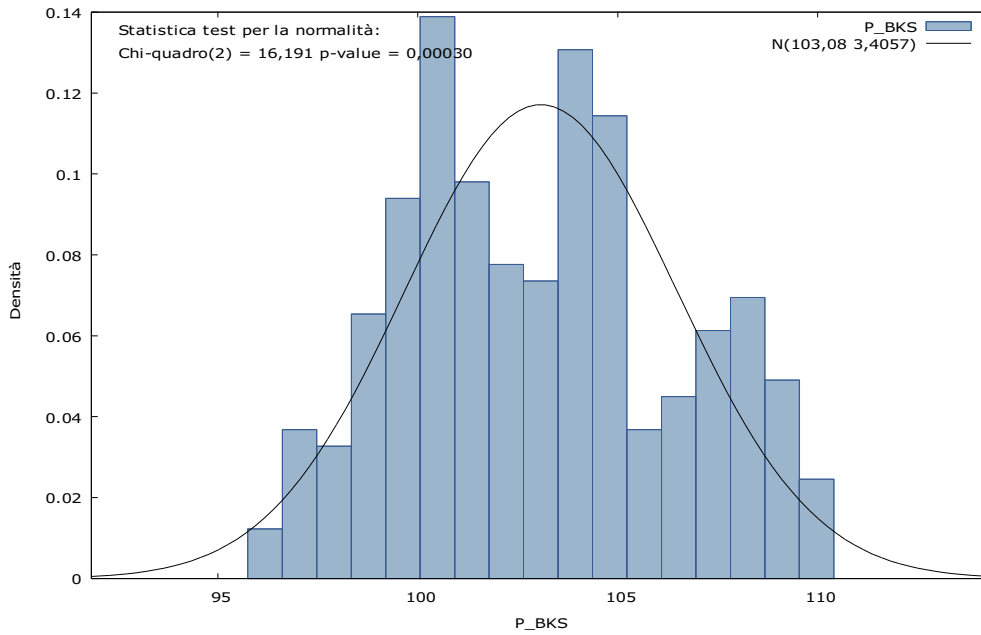
Variabile	SQM	C.V.	ASIMMETRIA	CURTOSI
P_BKS	3,4057	0,033041	0,18215	-0,86359
P_TELECOM_DE	4,1688	0,14640	0,47770	-0,28415
P_TECH	5,7747	0,23077	-0,29437	-1,1453
P_HEALTH	4,9991	0,12938	-0,093780	-1,1199
P_AUTOM	5,8337	0,22402	0,91245	0,12733
P_BASIC	15,385	0,31821	0,24004	-0,99627
P_CHEMS	7,5984	0,19535	0,047141	-1,2990
P_CON_MATS	7,6501	0,25106	0,43065	-0,67772
P_TRVL_L	3,9543	0,26524	0,21494	-0,85215

Per verificare che le statistiche descrittive abbiano dato una corretta informazione sulla distribuzione dei prezzi dei 9 ETF, possiamo effettuare un test sulla normalità: il test **di Jarque-Bera**. Si tratta di un test congiunto che sfrutta l'indipendenza asintotica degli indici di Asimmetria e di Curtosi sotto la nulla; la statistica test si distribuisce asintoticamente come una $X^2_{2,1-a}$.

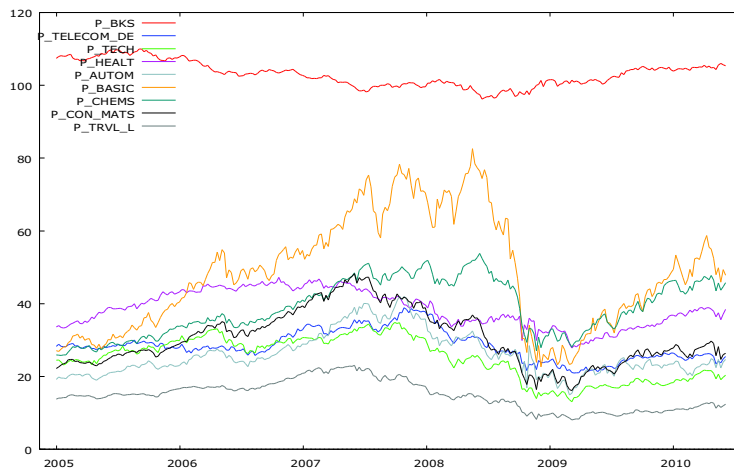
Accettare l'ipotesi nulla vuol dire, appunto, accettare l'ipotesi che il campione è stato estratto da una popolazione di dati distribuiti come una variabile casuale Normale.

Jarque-Bera test = 21,1018,	p-value 2,61697e-005	(test normalità P_BKS)
Jarque-Bera test = 11,7569,	p-value 0,00279914	(test normalità P_TELECOM_DE)
Jarque-Bera test = 19,6246,	p-value 5,47734e-005	(test normalità P_TECH)
Jarque-Bera test = 15,257,	p-value 0,000486395	(test normalità P_HEALTH)
Jarque-Bera test = 39,5995,	p-value 2,51813e-009	(test normalità P_AUTOM)
Jarque-Bera test = 14,4724,	p-value 0,000720033	(test normalità P_BASIC)
Jarque-Bera test = 20,0723,	p-value 4,37874e-005	(test normalità P_CHEMS)
Jarque-Bera test = 14,21	p-value 0,000819549	(test normalità P_CON_MATS)
Jarque-Bera test = 10,7795,	p-value 0,00456303	(test normalità P_TRVL_L)

Un metodo alternativo a quello proposto sopra sarebbe tramite il grafico sulla distribuzione di frequenza:



Dove si nota, appunto, che la distribuzione non si approssima alla Normale.



Il grafico sopra illustrato rappresenta l'andamento delle serie storiche dei prezzi degli ETF, dove si nota che la serie storica dell'ETF P_BKS assume un andamento più costante rispetto alle altre, che sembra presintire dei crolli dei prezzi nell'anno 2009.

1.2 Test per la stazionarietà dell'andamento dei prezzi degli ETF

Il test ADF (Augmented Dickey–Fuller) è implementato sotto forma della statistica t su Φ nella regressione seguente:

$$\Delta y(t) = \mu(t) + \varphi y(t-1) + \sum \gamma(i) \Delta y(t-i) + \varepsilon(t)$$

Questa statistica test è utilizzato per radici unitarie. È un test a una coda la cui ipotesi nulla è $\varphi = 0$, mentre quella alternativa è $\varphi < 0$. Sotto l'ipotesi nulla, $y(t)$ deve essere differenziata almeno una volta per raggiungere la stazionarietà. Sotto l'ipotesi alternativa, $y(t)$ è già stazionaria e non richiede differenziazione.

Test Dickey-Fuller aumentato per P_BKS

incluso un ritardo di (1-L)P_BKS

Ampiezza campionaria 282

Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante

$$\text{Modello: } (1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,006

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,00110316

Statistica test: $\tau_c(1) = -0,201872$

p-value asintotico 0,9359

Con costante e trend

$$\text{Modello: } (1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,006

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0126414

Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -1,66452$

p-value asintotico 0,767

Test Dickey-Fuller aumentato per P_TELECOM_DE

incluso un ritardo di $(1-L)P_TELECOM_DE$

Ampiezza campionaria 282

Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante

Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,013

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0116182

Statistica test: $\tau_c(1) = -1,13196$

p-value asintotico 0,7054

Con costante e trend

Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,013

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0154353

Statistica test: $\tau_ct(1) = -1,39844$

p-value asintotico 0,8618

Test Dickey-Fuller aumentato per P_TECH

incluso un ritardo di $(1-L)P_TECH$

Ampiezza campionaria 282

Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante

Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,000

Valore stimato di (a - 1): -0,00732732

Statistica test: $\tau_c(1) = -0,936384$

p-value asintotico 0,7772

Con costante e trend

Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: -0,000

Valore stimato di (a - 1): -0,0191072

Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -1,8559$

p-value asintotico 0,6772

Test Dickey-Fuller aumentato per P_HEALTH

incluso un ritardo di $(1-L)P_HEALTH$

Ampiezza campionaria 282

Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante

Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,007

Valore stimato di (a - 1): -0,0148274

Statistica test: $\tau_c(1) = -1,36002$

p-value asintotico 0,6035

Con costante e trend

Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,005

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0271161

Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -2,11302$

p-value asintotico 0,5379

Test Dickey-Fuller aumentato per P_AUTOM

incluso un ritardo di $(1-L)P_AUTOM$

Ampiezza campionaria 282

Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante

Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,021

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0219401

Statistica test: $\tau_c(1) = -1,65072$

p-value asintotico 0,4565

Con costante e trend

Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,020

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,022326

Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -1,67808$

p-value asintotico 0,7612

Test Dickey-Fuller aumentato per P_BASIC

incluso un ritardo di $(1-L)P_BASIC$

Ampiezza campionaria 282

Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante

Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,000

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0173414

Statistica test: $\tau_c(1) = -1,73913$

p-value asintotico 0,4114

Con costante e trend

Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,000

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0163606

Statistica test: $\tau_ct(1) = -1,62109$

p-value asintotico 0,785

Test Dickey-Fuller aumentato per P_CHEMS

incluso un ritardo di $(1-L)P_CHEMS$

Ampiezza campionaria 282

Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante

Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: -0,001

Valore stimato di (a - 1): -0,0162838

Statistica test: $\tau_c(1) = -1,74054$

p-value asintotico 0,4107

Con costante e trend

Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: -0,002

Valore stimato di (a - 1): -0,0178453

Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -1,68151$

p-value asintotico 0,7597

Test Dickey-Fuller aumentato per P_CON_MATS

incluso un ritardo di $(1-L)P_CON_MATS$

Ampiezza campionaria 282

Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante

Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,004

Valore stimato di (a - 1): -0,0101451

Statistica test: $\tau_c(1) = -1,24887$

p-value asintotico 0,6553

Con costante e trend

Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,005

Valore stimato di (a - 1): -0,0128981

Statistica test: tau_ct(1) = -1,55639

p-value asintotico 0,81

Test Dickey-Fuller aumentato per P_TRVL_L

incluso un ritardo di (1-L)P_TRVL_L

Ampiezza campionaria 282

Ipotesi nulla di radice unitaria: a = 1

Test con costante

Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,001

Valore stimato di (a - 1): -0,00560501

Statistica test: tau_c(1) = -0,823373

p-value asintotico 0,812

Con costante e trend

Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,001

Valore stimato di (a - 1): -0,0126924

Statistica test: tau_ct(1) = -1,54307

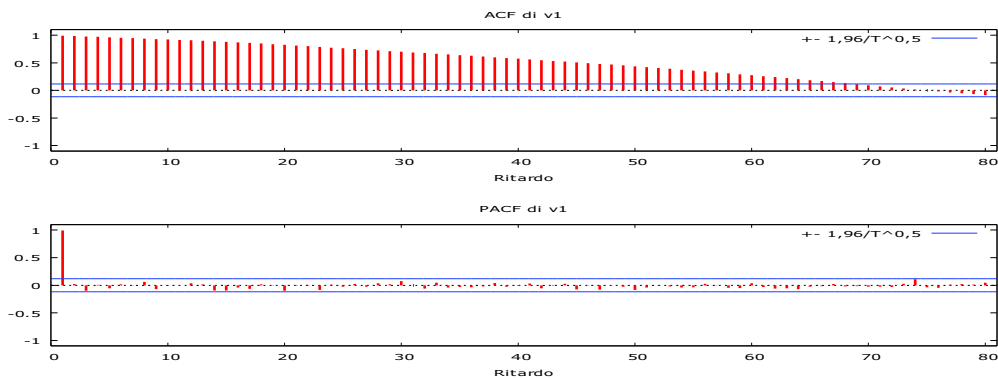
p-value asintotico 0,8149

Si nota dal seguente test fatto sulle serie dei prezzi dei 9 ETF, che essi hanno un andamento

non stazionario , poiché il test ci porta ad accettare l'ipotesi nulla (in quanto si ha un p-value maggiore del livello di significatività $\alpha = 5\%$), e quindi $y(t)$ deve essere differenziato almeno una volta.

Un sintomo importante della presenza di non stazionarietà è costituito dal correlogramma (la sequenza di autocorrelazioni campionarie) che invece di tendere rapidamente a 0 presenta valori positivi ed elevati, con una discesa molto graduale. [3]

Un esempio può essere dato correlogramma nella figura seguente:



Poiché i prezzi degli ETF seguono un modello di tipo Random-Walk, per limitare gli effetti della non stazionarietà in varianza, generalmente si considerano i logaritmi dei prezzi; inoltre, al fine di risolvere la non stazionarietà in media si

considerano le differenze prime dei logaritmi = rendimenti logaritmici.

Questo perché l'analisi statistica generata da un processo di tipo Random-Walk è complicata dal fatto che quest'ultimo non è stazionario in senso debole ma in senso forte, nel senso che $E(P_t)$ e $\text{Var}(P_t)$ non sono costanti, e che $\text{Cov}(P_t, P_{(t-h)})$ non dipende solo da h : tutti dipendono da t . [4]

In conclusione la stazionarietà in senso debole dipende solo dai primi due momenti.

1.3 Statistiche descrittive dei rendimenti

Sotto le condizioni di normalità la definizione di stazionarietà in senso forte e in senso debole coincidono, questo perché la funzione di densità della Normale è definita solo dai primi due momenti.

Quindi, qualunque sia la funzione di utilità dell'agente, se i payoff degli ETF, e quindi i loro rendimenti, sono distribuiti secondo normali, l'**approccio media-varianza** (ovvero il modello di scelta di un portafoglio) è legittimo.

Quindi calcoliamo i rendimenti nel modo seguente:

$$r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$$

Quindi, fatte le trasformazioni per ridurre la stazionarietà in media e in varianza, le statistiche descrittive sui rendimenti sono le seguenti:

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 04/12/31 - 10/06/04

(i valori mancanti sono stati saltati)

Variabile	MEDIA (μ)	MEDIANA	MIN	MAX
BKS	-0,0020990	0,0014743	-0,30337	0,17961
TELECOM_DE	-0,00036149	0,00073638	-0,12624	0,10595
TECH	-0,00064338	0,0011422	-0,16216	0,11778
HEALTH	0,00047329	0,0010357	-0,20301	0,13466
AUTOM	0,00089090	0,0029883	-0,36412	0,52542
BASIC	0,0020015	0,0079831	-0,31830	0,24872
CHEMS	0,0020057	0,0042766	-0,16143	0,13298
CON_MATS	0,00061705	0,0058956	-0,16176	0,18878
TRVL_L	-0,00037486	0,0029985	-0,13304	0,16687

Variabile	SQM	C.V.	ASIMMETRIA	CURTOSI
BKS	0,047643	22,698	-1,3602	8,6866
TELECOM_DE	0,026281	72,703	-0,54341	2,8913
TECH	0,033485	52,045	-0,59594	2,2578
HEALTH	0,027356	57,799	-1,7164	17,111
AUTOM	0,057700	64,766	1,4363	28,930
BASIC	0,057957	28,956	-0,68685	4,9959
CHEMS	0,031921	15,915	-0,59800	4,1732
CON_MATS	0,038953	63,129	-0,27629	3,7470
TRVL_L	0,033931	90,517	-0,31688	3,5740

dove μ é il vettore dei rendimenti attesi degli ETF.

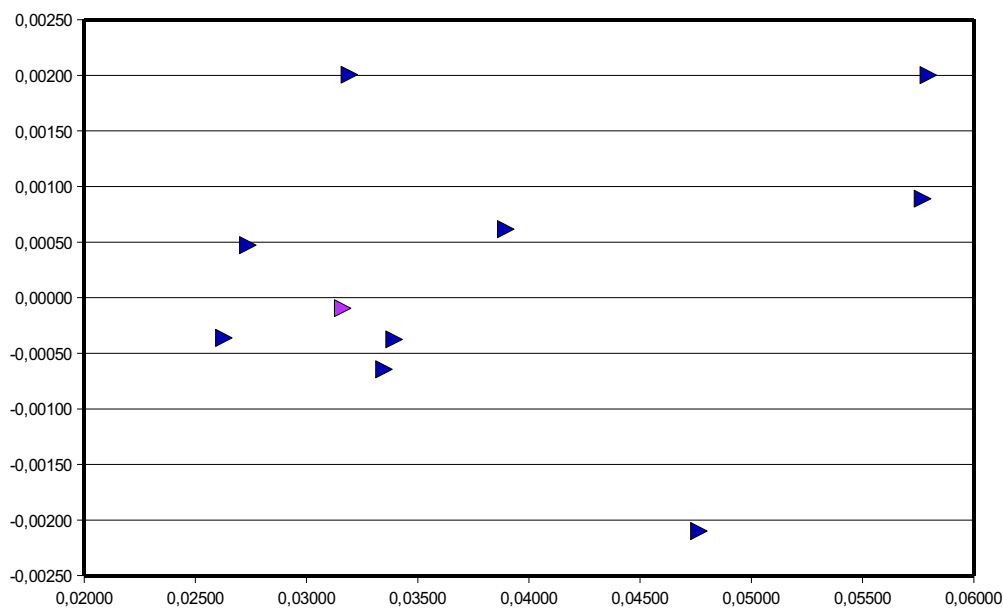
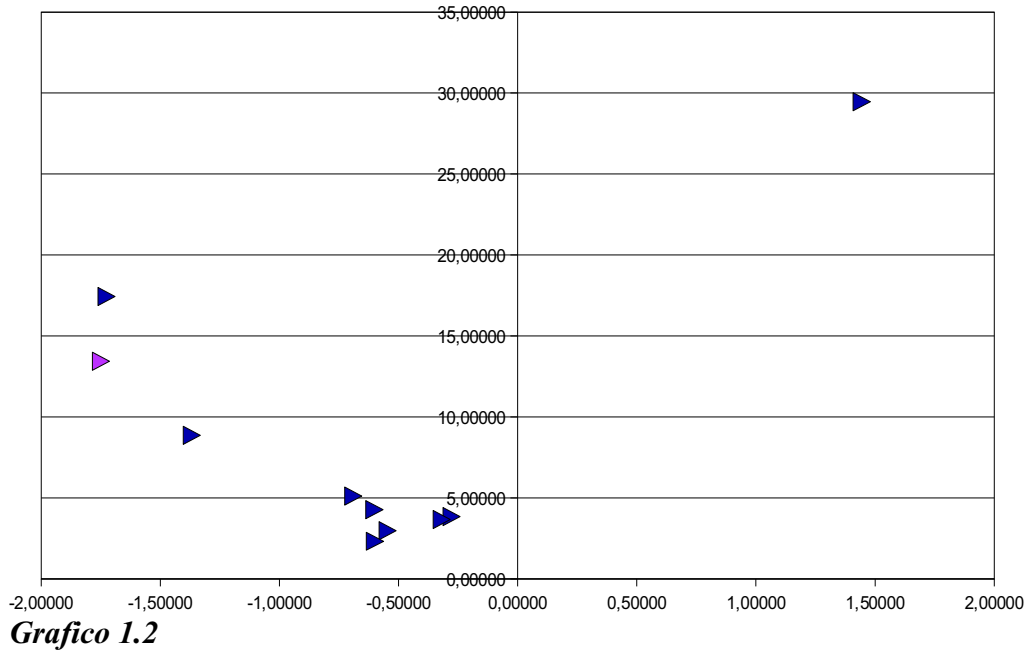


Grafico 1.1

Nel **Grafico 1.1** sopra illustrato, é rappresentato sull'asse delle ascisse la deviazione standard degli ETF e sull'asse delle ordinate il rendimento medio degli ETF, dove il triangolino che si differenzia dagli altri per colore, è l'indice di mercato: **STOXX EUROPE 600**



Nel **Grafico 1.2** viene rappresentato, invece, sull'asse delle ascisse l'indice di asimmetria dei rendimenti degli ETF mentre sull'asse delle ordinate l'indice di curtosi dei rendimenti degli ETF, dove si nota, in maniera più evidente, la presenza di un ETF asimmetrico a destra e il triangolino con colore diverso rispetto agli altri rappresenta l'indice di mercato.

1.4 Frontiera Efficiente con e senza risk-free

Vogliamo determinare l'insieme di tutti portafogli ammissibili che coincidano con l'insieme dei portafogli che un investitore può raggiungere data una dotazione iniziale.

Tra i portafogli ammissibili ci interessano quelli **efficienti**, ovvero, quei portafogli che a parità di rendimento hanno minore varianza, oppure, che a parità di varianza hanno maggiore rendimento.

Per trovare tali portafogli, bisogna risolvere un “problema di ottimo” tramite la minimizzazione della varianza di un ipotetico portafoglio.

$$\begin{aligned} \min_{\omega} \omega' \Sigma \omega & \quad \text{s.t. } \omega' \mu = \mu_p \\ & \quad \omega' \mathbf{1} = 1 \end{aligned}$$

dove:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0,0023 & 0,0007 & 0,0011 & 0,0007 & 0,0017 & 0,0018 & 0,0011 & 0,0014 & 0,0012 \\ 0,0007 & 0,0007 & 0,0005 & 0,0004 & 0,0008 & 0,0008 & 0,0005 & 0,0006 & 0,0005 \\ 0,0011 & 0,0005 & 0,0011 & 0,0005 & 0,0012 & 0,0013 & 0,0007 & 0,0010 & 0,0009 \\ 0,0007 & 0,0004 & 0,0005 & 0,0007 & 0,0008 & 0,0007 & 0,0005 & 0,0005 & 0,0004 \\ 0,0017 & 0,0008 & 0,0012 & 0,0008 & 0,0033 & 0,0022 & 0,0012 & 0,0016 & 0,0012 \\ 0,0018 & 0,0008 & 0,0013 & 0,0007 & 0,0022 & 0,0034 & 0,0015 & 0,0017 & 0,0013 \\ 0,0011 & 0,0005 & 0,0007 & 0,0005 & 0,0012 & 0,0015 & 0,0010 & 0,0010 & 0,0008 \\ 0,0014 & 0,0006 & 0,0010 & 0,0005 & 0,0016 & 0,0017 & 0,0010 & 0,0015 & 0,0011 \\ 0,0012 & 0,0005 & 0,0009 & 0,0004 & 0,0012 & 0,0013 & 0,0008 & 0,0011 & 0,0012 \end{bmatrix}$$

$$\mu = [-0,0021 \quad -0,0004 \quad -0,0006 \quad 0,0005 \quad 0,0009 \quad 0,0020 \quad 0,0020 \quad 0,0006 \quad -0,0004]$$

e dal quale si ottiene il vettore dei pesi ottimi:

$$\omega^* = [-0,19 \quad 0,39 \quad 0,17 \quad 0,37 \quad -0,08 \quad -0,15 \quad 0,34 \quad -0,12 \quad 0,27] \text{ e}$$

$$\mu_p = 0,00044 \quad \sigma_p^2 = 0,00042$$

ottenendo così il portafoglio efficiente.

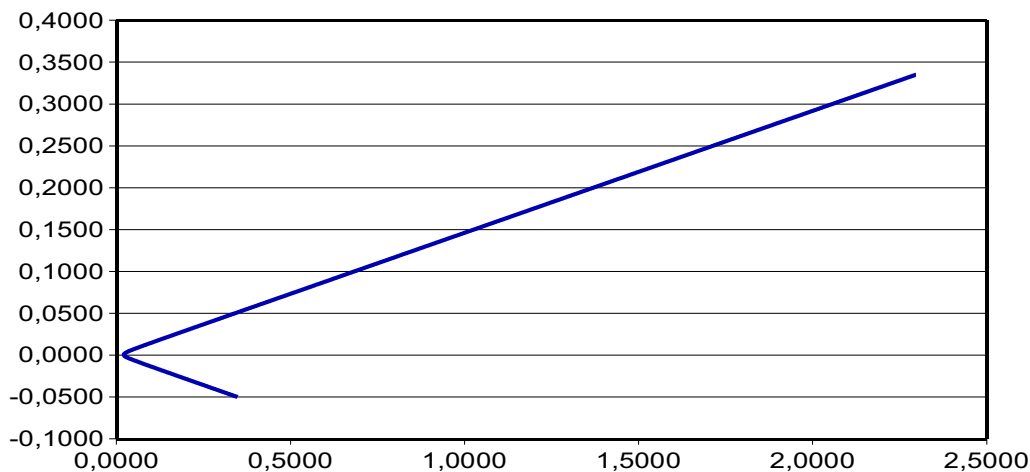


Grafico 1.3

L'insieme dei portafogli efficienti (detto anche frontiera dei portafogli efficienti), nello spazio media- scarto quadratico medio, è una curva come illustrato nel **Grafico 1.3**

Dato il teorema di separazione, due particolari punti di tale frontiera sono rilevanti: il portafoglio di minima varianza (V) e il portafoglio di tangenza (E) con i seguenti pesi:

$$\omega'_V = [-0,20 \quad 0,38 \quad 0,16 \quad 0,37 \quad -0,08 \quad -0,15 \quad 0,37 \quad -0,12 \quad 0,26]$$

$$\omega'_E = [-2,39 \quad -1,26 \quad -1,17 \quad 1,01 \quad 0,15 \quad 0,23 \quad 4,43 \quad 0,14 \quad -0,15]$$

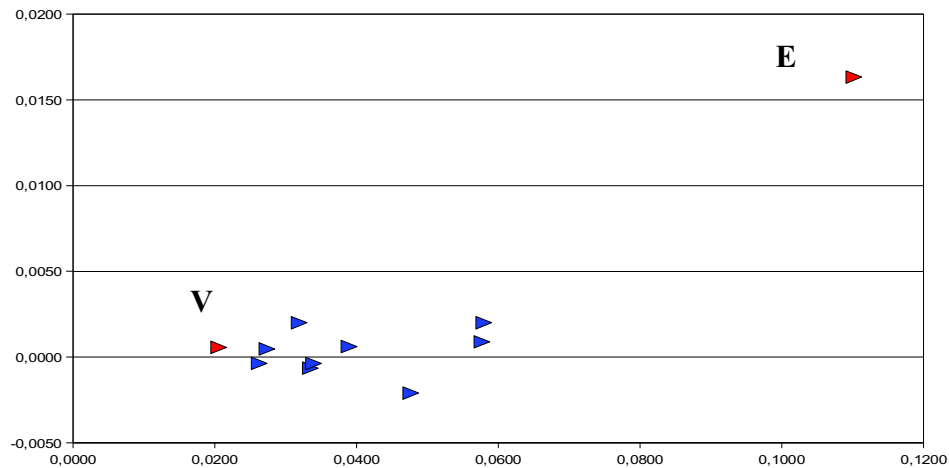


Grafico 1.4

Il **Grafico 1.4** è caratterizzato dal fatto che oltre ad esservi rappresentati nello spazio media-varianza i rendimenti degli ETF contrassegnati dal colore blu, vi è rappresentato anche il portafoglio di minima varianza (**E**) ed il portafoglio di tangenza (**V**) contrassegnati dal colore rosso. Dove come si nota in maniera più esaustiva dal grafico seguente che il punto che rappresenta il portafoglio di minima varianza è il punto in cui si ha il minor rischio in quanto non esiste alcun ETF che abbia un valore in ascissa inferiore, l'altro punto che rappresenta il portafoglio di tangenza costituisce il massimo rapporto tra rendimento atteso e rischio, inoltre tale punto è l'unico che è tangente alla retta passante per l'origine degli assi, ed è la più alta retta poiché le altre non appartengono all'insieme ammissibile.

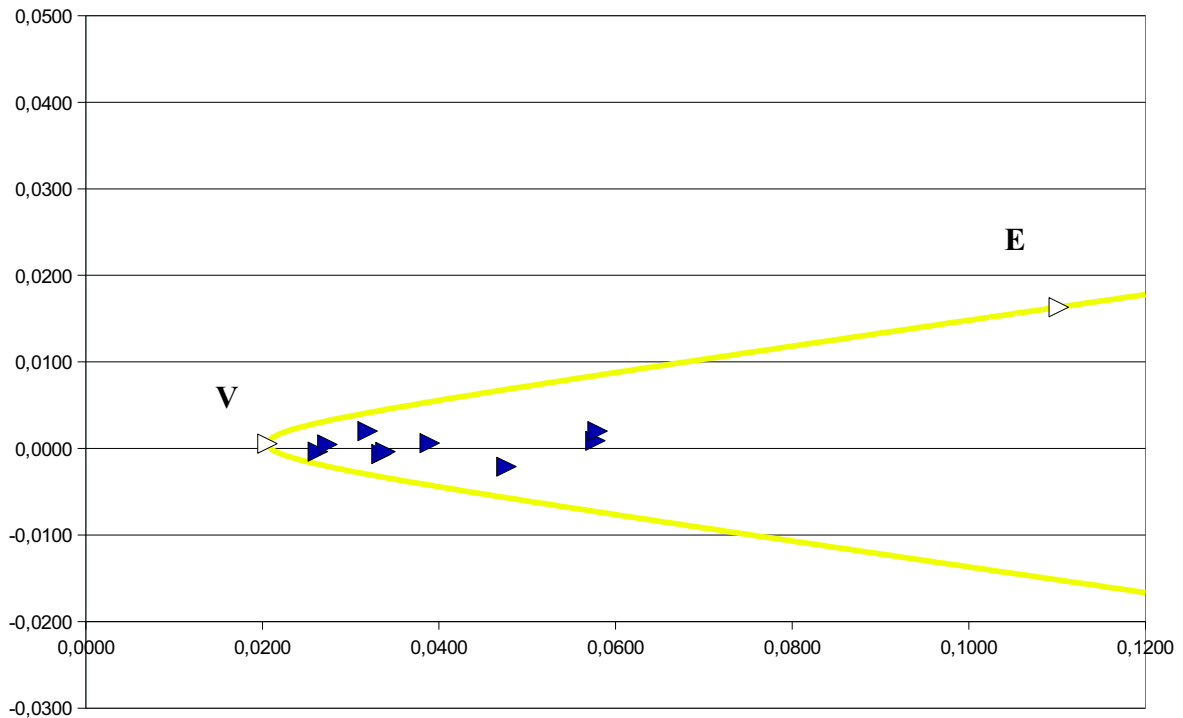


Grafico 1.5

Vogliamo, caratterizzare ora, l'insieme dei portafogli efficienti quando esiste un'attività priva di rischio il cui rendimento è certo. Il poter disporre di un'ulteriore attività ai fini della composizione di portafoglio implica l'espansione dei portafogli fattibili e al contempo l'insieme dei portafogli efficienti o resterà invariato o si espanderà. Quando questa ulteriore attività è non rischiosa, a queste implicazioni si aggiunge il fatto che la frontiera efficiente, nello spazio media-varianza, muta di forma e diventa una retta (**Capital Market Line**).[5]

Nel caso in cui vi è una molteplicità di attività rischiose (nel nostro caso 9 ETF) e un'attività priva di rischio, la frontiera efficiente sarà generata dalla combinazione di due portafogli efficienti. Uno di questi è il portafoglio a varianza minima ed è definito dall'attività non rischiosa. Il problema riguarda l'individuazione del portafoglio rischioso efficiente, dato che vi sono 9 ETF rischiosi con cui comporre un portafoglio rischioso. Un tale portafoglio apparterrà alla frontiera efficiente derivata in assenza di attività priva di rischio, ma tra questi ve ne è uno solo che è efficiente quando l'economia dispone di attività prive di rischio.

La frontiera efficiente è generata dalla combinazione dell'attività libera da rischio con il portafoglio rischioso di tangenza M.

L'equazione di tale retta è definita da:

$$\mu = R_f + \frac{(\mu_M - R_f)}{\sigma_M} \sigma$$

su cui giacciono i portafogli efficienti quando vi è un'attività non rischiosa il cui rendimento certo è R_f ; μ_M e σ_M sono rispettivamente il valore medio e lo scarto quadratico medio del rendimento del portafoglio rischioso efficiente M. Tale retta ha intercetta R_f e una pendenza pari al rapporto tra l'eccesso di rendimento di M e lo scarto quadratico medio del rendimento di M (**chiamata Performance di Sharpe Massima**).

Tutti i portafogli che giacciono sulla retta e che sono a destra dell'intercetta sono combinazioni dell'attività libera da rischio e del portafoglio rischioso M, dove quest'ultimo entra nel portafoglio con peso strettamente positivo e tanto più elevato quanto più il portafoglio dista dall'intercetta. In virtù del fatto che tali portafogli sono combinazioni lineari dell'attività non rischiosa e del portafoglio rischioso M, il rapporto dei pesi con cui due qualsiasi delle attività rischiose entrano in ognuno di questi portafogli sarà identico a quello in cui entrano nel portafoglio rischioso M.

Il portafoglio **M** soddisfa la seguente proprietà:

$$\frac{(\mu_i - R_f)}{(Cov(R_i, R_M))} = \frac{(\mu_M - R_f)}{\sigma_M^2} \quad \mathbf{i = 1, \dots, 9}$$

Infatti, se per qualche ETF_i la condizione sopra enunciata non valesse, cioè se ad esempio avessimo una disuguaglianza ($>$), allora esisterebbe un portafoglio in cui l' ETF_i entra con un peso più elevato, che offre un maggior rendimento atteso ed una rischiosità inferiore, e quindi il portafoglio considerato non sarebbe quello efficiente.

La condizione sopra enunciata si può anche scrivere:

$$\mu_i - R_f = \frac{(Cov(R_i, R_M))}{\sigma_M^2} (\mu_M - R_f) \quad , \quad \mathbf{i = 1, \dots, 9}$$

Essa esprime la relazione tra il rendimento dell' ETF_i e il suo contributo alla rischiosità del

portafoglio, che è necessariamente soddisfatta ogniqualvolta il portafoglio sia efficiente.

Il rapporto tra il contributo dell'ETF_i alla rischiosità del portafoglio e la rischiosità di quest'ultimo, è generalmente denominato BETA dell'ETF_i che misura il rischio rilevante dell'attività, il contributo della stessa alla rischiosità del portafoglio. Tale contributo è propriamente individuato dalla covarianza del rendimento dell'attività con quello del portafoglio, ed è anche denominato il rischio non diversificabile dell'attività. [6]

TEST DI ESCLUSIONE DI SHARPE

Per un qualsiasi portafoglio situato sulla frontiera efficiente possiamo calcolare la Performance di Sharpe che sarà uguale alla performance del portafoglio di mercato che possiamo ottenere come

$$ps_* = \frac{(\mu_M - R_f)}{\sigma_M} \quad \text{asintoticamente vale} \quad ps \sim N\left(ps, \frac{1}{T} \left(1 + \frac{ps^2}{2} \right) \right)$$

Possiamo quindi costruire un intervallo di confidenza per una qualsiasi performance di Sharpe.

A partire dagli intervalli di confidenza per la performance di sharpe possiamo anche costruire degli intervalli di confidenza per la Frontiera Efficiente illustrato nel **Grafico 1.6**.

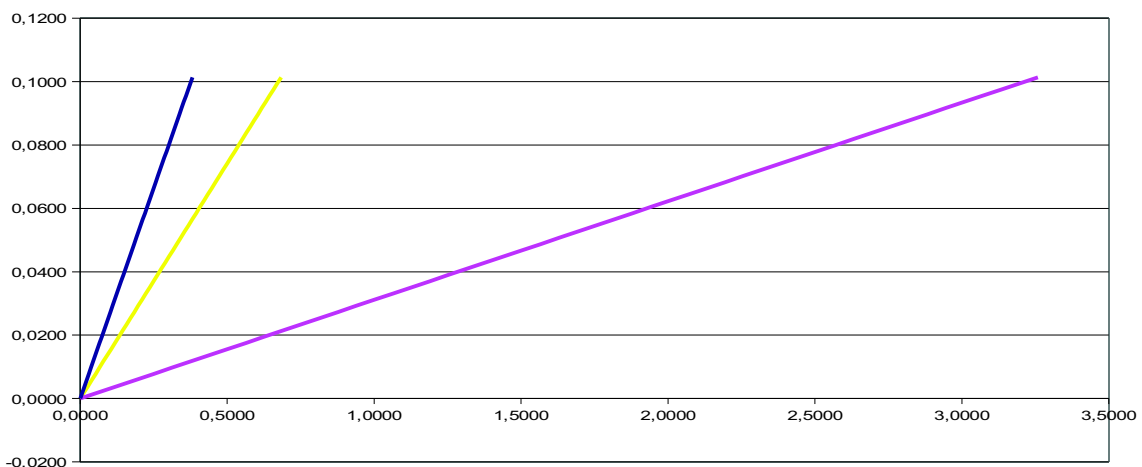


Grafico 1.6

Dati due portafogli o attività qualsiasi possiamo comparare le loro **performance di Sharpe** sfruttando:

$$ps_1 - ps_2 \sim N\left(0, \frac{1}{T} a \right), \quad \text{dove } a = 2(1 - \rho_{12}) + \frac{ps_1^2}{2} + \frac{ps_2^2}{2} - ps_1 ps_2 \rho_{12}^2$$

dal quale test otteniamo i seguenti p-value

	BKS	TELECO M.DE	TECH.	HEALTH.	AUTOM.	BASIC	CHEMS.	CON.& MATS.
TELECO M.DE	0,57							
TECH.	0,58	0,92						
HEALTH.	0,27	0,56	0,53					
AUTOM	0,25	0,61	0,51	0,97				
BASIC	0,11	0,4	0,27	0,78	0,7			
CHEMS.	0,02	0,15	0,08	0,42	0,35	0,46		
CON.& MATS.	0,14	0,8	0,39	0,98	0,99	0,66	0,18	
TRVL.& L.	0,41	0,96	0,84	0,64	0,62	0,36	0,09	0,44

Tabella 1

Dal test di uguaglianza di Sharpe tra attività qualsiasi accettiamo sempre l'ipotesi nulla con un livello di significatività pari al 5% tranne per l'indice di performance di sharpe BKS è diverso da quello di Chems. Dove si ha il seguente test d'ipotesi:

$$H_0: ps_i = ps_j \quad \text{dove } i = 2, \dots, 9$$

$$H_1: ps_i \neq ps_j \quad j = 1, \dots, 8$$

TEST DI ESCLUSIONE DI TITOLI DAI PORTAFOGLI EFFICIENTI

Supponiamo di voler verificare l'ipotesi che i portafogli efficienti contengano solo $N_1 < N$ titoli $N = N_1 + N_2$

Per le proprietà della frontiera efficiente questo problema equivale a verificare il sistema di ipotesi seguente:

$$H_0: PS_N - PS_{N_1} = 0$$

$$H_1: PS_N - PS_{N_1} > 0$$

Questo sistema di ipotesi è equivalente a dire se lo spostamento della Capital Market Line è significativo o meno.

Nel caso in considerazione: $N = 9$ $N_1 = 5$

La statistica test è 4,383 si distribuisce come una χ^2 con 4 gradi di libertà e **p-value = 0,3567**.

Quindi accettiamo l'ipotesi nulla come si nota, anche, dal *Grafico 1.7*

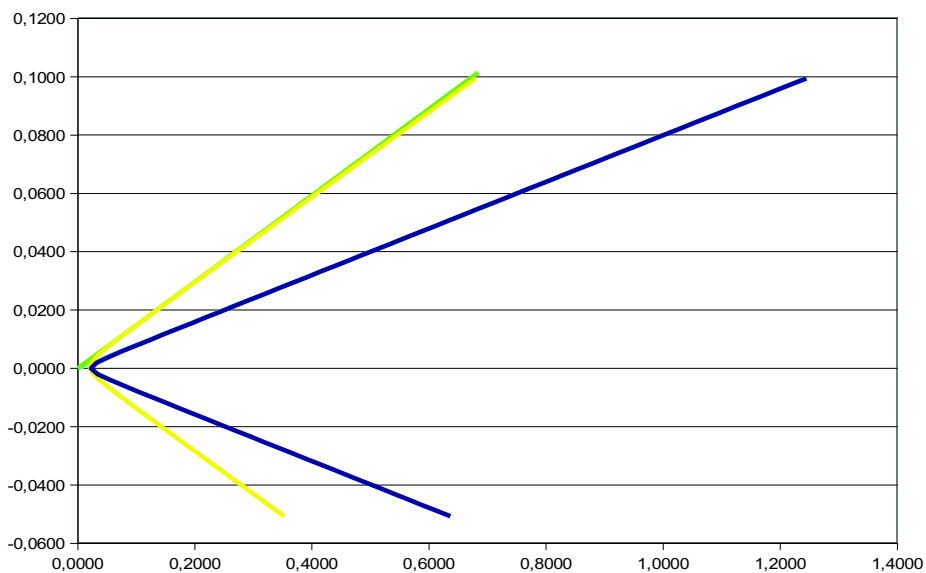


Grafico 1.7

Capitolo 2

Il Capital Asset Pricing Model (CAPM)

2.1 Teoria: formulazione e ipotesi riguardanti il CAPM

Il CAPM studia la relazione tra il rendimento di ogni singola attività ed il rischio rilevante dell'attività nell'ipotesi di mercati competitivi (con equilibrio tra domanda e offerta di attività).

Quindi l'insieme delle scelte possibili è identico tra individui; essi scelgono portafogli che sono sulla frontiera efficiente; la frontiera efficiente è uguale per tutti. Allora tutti gli individui compongono portafogli che sono combinazioni lineari dell'attività non rischiosa e dell'unico portafoglio rischioso efficiente. Tali portafogli non sono necessariamente identici in quanto agenti con diversi gradi di avversione al rischio sceglieranno portafogli in cui l'attività non rischiosa entra con peso diverso, ma il portafoglio rischioso sarà lo stesso per tutti gli agenti ed identico all'unico portafoglio rischioso efficiente, il portafoglio di tangenza M . Ma se tutti gli agenti detengono lo stesso portafoglio rischioso, dall'ipotesi di uguaglianza tra domanda e offerta di ogni attività discende che il portafoglio di mercato, il portafoglio in cui il peso di ogni attività è il rapporto tra il valore di mercato di quell'attività e il valore di mercato di tutte le attività, è il portafoglio rischioso che ogni singolo agente detiene. **E quindi il portafoglio di mercato è il portafoglio di tangenza M .** [7]

Dalle ipotesi sottostanti al CAPM, discende allora che il portafoglio di mercato è il portafoglio di tangenza e quindi la relazione tra il rendimento di ogni singola attività ed il rischio rilevante dell'attività è espressa dalla relazione scritta sotto:

$$\mu_i - R_f = \beta_i (\mu_M - R_f), \quad i = 1, \dots, 9$$

dove M denota il portafoglio di mercato.

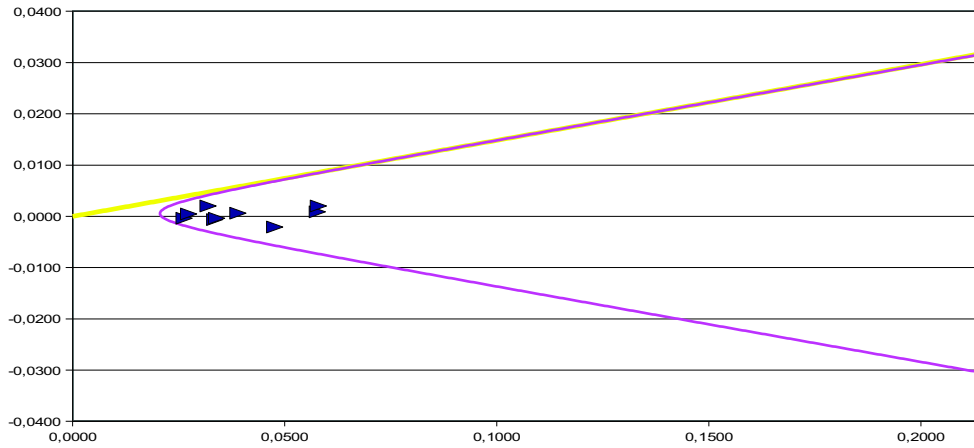


Grafico 2.1

TEST DI AUTOCORRELAZIONE

Funzione di autocorrelazione per BKS

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0496	-0,0496	0,7038	[0,402]
2	0,0714	0,0691	2,1679	[0,338]
3	-0,0363	-0,0298	2,5478	[0,467]
4	0,1053 *	0,0982 *	5,7559	[0,218]
5	0,0844	0,0994 *	7,8217	[0,166]
6	0,0924	0,0889	10,3051	[0,112]
7	-0,1329 **	-0,1332 **	15,4685	[0,030]
8	0,0494	0,0211	16,1856	[0,040]
9	-0,0083	-0,0016	16,2057	[0,063]
10	0,0506	0,0126	16,9612	[0,075]
11	-0,1243 **	-0,1163 *	21,5426	[0,028]
12	-0,1008 *	-0,1109 *	24,5647	[0,017]

Funzione di autocorrelazione per TELECOM_DE

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,1911 ***	-0,1911 ***	10,4396	[0,001]
2	0,1016 *	0,0676	13,4046	[0,001]

3	-0,1233	**	-0,0962	17,7861	[0,000]
4	0,1724	***	0,1344 **	26,3752	[0,000]
5	-0,0097		0,0602	26,4023	[0,000]
6	0,0533		0,0333	27,2306	[0,000]
7	-0,0626		-0,0251	28,3743	[0,000]
8	-0,0019		-0,0422	28,3753	[0,000]
9	0,0316		0,0293	28,6701	[0,001]
10	-0,0528		-0,0639	29,4931	[0,001]
11	-0,0099		-0,0281	29,5224	[0,002]
12	-0,0886		-0,0800	31,8584	[0,001]

Funzione di autocorrelazione per TECH

LAG	ACF		PACF	Q-stat.	[p-value]
1	0,0005		0,0005	0,0001	[0,993]
2	0,0075		0,0075	0,0163	[0,992]
3	-0,0070		-0,0070	0,0302	[0,999]
4	0,0420		0,0420	0,5412	[0,969]
5	0,0596		0,0597	1,5710	[0,905]
6	0,0564		0,0561	2,4979	[0,869]
7	-0,1628	***	-0,1641 ***	10,2391	[0,175]
8	-0,0323		-0,0353	10,5452	[0,229]
9	0,0527		0,0539	11,3638	[0,252]
10	0,0534		0,0470	12,2055	[0,272]
11	-0,0657		-0,0637	13,4846	[0,263]
12	-0,0599		-0,0453	14,5519	[0,267]

Funzione di autocorrelazione per HEALT

LAG	ACF		PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,3357	***	-0,3357 ***	32,2354	[0,000]
2	0,1267	**	0,0158	36,8417	[0,000]
3	-0,1508	**	-0,1169 **	43,3941	[0,000]
4	0,0484		-0,0429	44,0702	[0,000]
5	0,0034		0,0208	44,0736	[0,000]
6	0,1211	**	0,1318 **	48,3430	[0,000]

7	-0,0784	-0,0014	50,1402	[0,000]
8	-0,0842	-0,1327 **	52,2182	[0,000]
9	0,0686	0,0375	53,6044	[0,000]
10	0,0047	0,0453	53,6111	[0,000]
11	0,0117	-0,0165	53,6518	[0,000]
12	0,0264	0,0296	53,8593	[0,000]

Funzione di autocorrelazione per AUTOM

LAG	ACF		PACF		Q-stat.	[p-value]
1	-0,3229 ***		-0,3229 ***		29,8210	[0,000]
2	0,1267 **		0,0250		34,4251	[0,000]
3	-0,1963 ***		-0,1657 ***		45,5234	[0,000]
4	0,0849		-0,0300		47,6070	[0,000]
5	-0,0403		-0,0075		48,0786	[0,000]
6	0,0894		0,0534		50,4045	[0,000]
7	-0,0682		-0,0197		51,7656	[0,000]
8	0,0175		-0,0184		51,8555	[0,000]
9	0,0778		0,1165 *		53,6370	[0,000]
10	-0,0374		0,0052		54,0500	[0,000]
11	-0,1329 **		-0,1734 ***		59,2849	[0,000]
12	0,0558		-0,0050		60,2131	[0,000]

Funzione di autocorrelazione per BASIC

LAG	ACF		PACF		Q-stat.	[p-value]
1	-0,0970		-0,0970		2,6888	[0,101]
2	0,0636		0,0547		3,8494	[0,146]
3	-0,0441		-0,0334		4,4103	[0,220]
4	0,0385		0,0284		4,8387	[0,304]
5	0,0397		0,0508		5,2970	[0,381]
6	0,0873		0,0918		7,5137	[0,276]
7	-0,0571		-0,0443		8,4651	[0,293]
8	0,0608		0,0454		9,5510	[0,298]
9	0,0249		0,0444		9,7342	[0,372]
10	0,0483		0,0382		10,4224	[0,404]

11	0,0190	0,0220	10,5297	[0,483]
12	-0,0698	-0,0758	11,9806	[0,447]

Funzione di autocorrelazione per CHEMS

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0287	-0,0287	0,2357	[0,627]
2	0,0684	0,0676	1,5780	[0,454]
3	-0,0718	-0,0684	3,0643	[0,382]
4	0,0376	0,0299	3,4735	[0,482]
5	-0,0206	-0,0099	3,5971	[0,609]
6	0,0319	0,0222	3,8927	[0,691]
7	0,0368	0,0450	4,2879	[0,746]
8	0,0044	-0,0006	4,2936	[0,830]
9	0,0379	0,0380	4,7170	[0,858]
10	-0,0397	-0,0353	5,1822	[0,879]
11	-0,0778	-0,0871	6,9767	[0,801]
12	-0,0759	-0,0707	8,6914	[0,729]

Funzione di autocorrelazione per CON_MATS

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0677	-0,0677	1,3123	[0,252]
2	0,0606	0,0562	2,3653	[0,306]
3	-0,0637	-0,0565	3,5357	[0,316]
4	0,1241 **	0,1144 *	7,9846	[0,092]
5	0,0279	0,0496	8,2108	[0,145]
6	0,0386	0,0279	8,6442	[0,195]
7	-0,0977	-0,0865	11,4312	[0,121]
8	-0,0258	-0,0517	11,6263	[0,169]
9	-0,0189	-0,0212	11,7317	[0,229]
10	-0,0498	-0,0690	12,4653	[0,255]
11	-0,1387 **	-0,1343 **	18,1700	[0,078]
12	0,0019	0,0037	18,1711	[0,111]

Funzione di autocorrelazione per TRVL_L

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0688	-0,0688	1,3519	[0,245]
2	-0,0152	-0,0200	1,4183	[0,492]
3	0,0747	0,0726	3,0256	[0,388]
4	0,0021	0,0121	3,0269	[0,553]
5	0,0091	0,0124	3,0509	[0,692]
6	0,0432	0,0398	3,5931	[0,732]
7	-0,0463	-0,0418	4,2183	[0,754]
8	0,0101	0,0036	4,2482	[0,834]
9	0,0010	-0,0055	4,2484	[0,894]
10	0,0640	0,0704	5,4590	[0,858]
11	-0,2249 ***	-0,2211 ***	20,4582	[0,039]
12	-0,0256	-0,0545	20,6537	[0,056]

I test di autocorrelazione ed eteroschedasticità degli errori segnalano pressoché la violazione degli assunti che assicurano l'efficienza dei MQO. Questo perché gli extrarendimenti settimanali sono significativamente più autocorrelati ed eteroschedastici di quelli mensili; evidentemente queste caratteristiche si trasferiscono anche agli errori delle regressioni sulla costante e l'extrarendimento del mercato. Quindi, per poter svolgere correttamente una verifica d'ipotesi sui parametri del modello a partire da stime ottenute su osservazioni ad alta frequenza è indispensabile ricorrere a stimatori della varianza dei parametri consistenti anche in presenza di autocorrelazione o eteroschedasticità degli errori come quello di **Newey e West** (con errori standard robusti). [8]

STIME MQO CON ERRORI STANDARD ROBUSTI

Modello 1: Stime OLS usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_BKS

Errori standard HAC, larghezza di banda 4 (Kernel di Bartlett)

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	-0,00197436	0,00123285	-1,601	0,1104

ex_mercato	1,34854	0,0761197	17,72	1,13e-047 ***
Media var. dipendente	-0,002093	SQM var. dipendente	0,047708	
Somma quadr. residui	0,126150	E.S. della regressione	0,021188	
R-quadro	0,803459	R-quadro corretto	0,802760	
F(1, 281)	313,8584	P-value(F)	1,13e-47	
Log-verosimiglianza	690,2159	Criterio di Akaike	-1376,432	
Criterio di Schwarz	-1369,141	Hannan-Quinn	-1373,508	
rho	-0,112272	Durbin-Watson	2,223718	

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Il modello 1 presenta un indice di JENSEN che non è significativo quindi si può affermare che la relazione CAPM sia adeguata.

Il β è pari a 1,34854 che essendo maggiore di 1 ci dice che l'ETF si muove più del mercato.

Modello 2: Stime OLS usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04
 Variabile dipendente: ex_TELECOM.DE
 Errori standard HAC, larghezza di banda 4 (Kernel di Bartlett)

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
-----	-----	-----	-----	-----
const	-0,000304363	0,00102357	-0,2974	0,7664
ex_mercato	0,582892	0,0314598	18,53	1,25e-050 ***
Media var. dipendente	-0,000356	SQM var. dipendente	0,026319	
Somma quadr. residui	0,098995	E.S. della regressione	0,018770	
R-quadro	0,493227	R-quadro corretto	0,491423	
F(1, 281)	343,2931	P-value(F)	1,25e-50	
Log-verosimiglianza	724,5160	Criterio di Akaike	-1445,032	
Criterio di Schwarz	-1437,741	Hannan-Quinn	-1442,109	
rho	-0,054986	Durbin-Watson	2,100814	

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Il modello 2 presenta un indice di JENSEN che non è significativo quindi si può affermare che la relazione CAPM sia adeguata.

Il β è pari a 0,582892 che essendo maggiore di 0 ci dice che l'ETF si muove col mercato.

Modello 3: Stime OLS usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_TECH

Errori standard HAC, larghezza di banda 4 (Kernel di Bartlett)

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	-0,000562600	0,00110313	-0,5100	0,6105
ex_mercato	0,851191	0,0572715	14,86	2,89e-037 ***
Media var. dipendente	-0,000638	SQM var. dipendente		0,033545
Somma quadr. residui	0,111867	E.S. della regressione		0,019952
R-quadro	0,647471	R-quadro corretto		0,646216
F(1, 281)	220,8903	P-value(F)		2,89e-37
Log-verosimiglianza	707,2196	Criterio di Akaike		-1410,439
Criterio di Schwarz	-1403,148	Hannan-Quinn		-1407,516
rho	-0,072850	Durbin-Watson		2,137284

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Il modello 3 presenta un indice di JENSEN che non è significativo quindi si può affermare che la relazione CAPM sia adeguata.

Il β è pari a 0,851191 che essendo maggiore di 0 ci dice che l'ETF si muove col mercato.

Modello 4: Stime OLS usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_HEALT

Errori standard HAC, larghezza di banda 4 (Kernel di Bartlett)

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	0,000530611	0,000927385	0,5722	0,5677
ex_mercato	0,585172	0,0856317	6,834	5,14e-011 ***
Media var. dipendente	0,000479	SQM var. dipendente		0,027382
Somma quadr. residui	0,114334	E.S. della regressione		0,020171
R-quadro	0,459255	R-quadro corretto		0,457330
F(1, 281)	46,69788	P-value(F)		5,14e-11
Log-verosimiglianza	704,1321	Criterio di Akaike		-1404,264
Criterio di Schwarz	-1396,973	Hannan-Quinn		-1401,341
rho	-0,249171	Durbin-Watson		2,483124

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Il modello 4 presenta un indice di JENSEN che non è significativo quindi si può affermare che la relazione CAPM sia adeguata.

Il β è pari a 0,585172 che essendo maggiore di 0 ci dice che l'ETF si muove col mercato.

Modello 5: Stime OLS usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_AUTOM

Errori standard HAC, larghezza di banda 4 (Kernel di Bartlett)

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	0,00101024	0,00163247	0,6188	0,5365
ex_mercato	1,28850	0,208554	6,178	2,27e-09 ***
Media var. dipendente	0,000897	SQM var. dipendente		0,057810
Somma quadr. residui	0,471644	E.S. della regressione		0,040969
R-quadro	0,499553	R-quadro corretto		0,497772
F(1, 281)	38,17056	P-value(F)		2,27e-09
Log-verosimiglianza	503,6128	Criterio di Akaike		-1003,226
Criterio di Schwarz	-995,9347	Hannan-Quinn		-1000,302
rho	-0,395148	Durbin-Watson		2,787415

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Il modello 5 presenta un indice di JENSEN che non è significativo quindi si può affermare che la relazione CAPM sia adeguata.

Il β è pari a 1,28850 che essendo maggiore di 1 ci dice che l'ETF si muove più del mercato.

Modello 6: Stime OLS usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_BASIC

Errori standard HAC, larghezza di banda 4 (Kernel di Bartlett)

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	0,00213848	0,00176418	1,212	0,2265
ex_mercato	1,48813	0,0820186	18,14	3,12e-049 ***
Media var. dipendente	0,002007	SQM var. dipendente		0,058075

Somma quadr. residui	0,323121	E.S. della regressione	0,033910
R-quadro	0,660270	R-quadro corretto	0,659061
F(1, 281)	329,1982	P-value(F)	3,12e-49
Log-verosimiglianza	557,1275	Criterio di Akaike	-1110,255
Criterio di Schwarz	-1102,964	Hannan-Quinn	-1107,332
rho	-0,191351	Durbin-Watson	2,373568

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Il modello 6 presenta un indice di JENSEN che non è significativo quindi si può affermare che la relazione CAPM sia adeguata.

Il β è pari a 1,48813 che essendo maggiore di 1 ci dice che l'ETF si muove più del mercato.

Modello 7: Stime OLS usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_CHEMS

Errori standard HAC, larghezza di banda 4 (Kernel di Bartlett)

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value	
const	0,00208336	0,000963678	2,162	0,0315	**
ex_mercato	0,815389	0,0845076	9,649	3,26e-019	***

Media var. dipendente	0,002011	SQM var. dipendente	0,032012
Somma quadr. residui	0,100437	E.S. della regressione	0,018906
R-quadro	0,652437	R-quadro corretto	0,651200
F(1, 281)	93,09748	P-value(F)	3,26e-19
Log-verosimiglianza	722,4695	Criterio di Akaike	-1440,939
Criterio di Schwarz	-1433,648	Hannan-Quinn	-1438,016
rho	-0,205130	Durbin-Watson	2,401466

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Il modello 7 presenta un indice di JENSEN che è significativo quindi si può affermare che la relazione CAPM non sia adeguata.

Il β è pari a 0,815389 che essendo maggiore di 0 ci dice che l'ETF si muove col mercato.

Modello 8: Stime OLS usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ld_CON_MATS

Errori standard HAC, larghezza di banda 4 (Kernel di Bartlett)

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	0,000708360	0,000970340	0,7300	0,4660
ex_mercato	1,03567	0,132113	7,839	9,44e-014 ***
Media var. dipendente	0,000617	SQM var. dipendente		0,038953
Somma quadr. residui	0,123726	E.S. della regressione		0,020984
R-quadro	0,710849	R-quadro corretto		0,709820
F(1, 281)	61,45480	P-value(F)		9,44e-14
Log-verosimiglianza	692,9612	Criterio di Akaike		-1381,922
Criterio di Schwarz	-1374,631	Hannan-Quinn		-1378,999
rho	-0,272769	Durbin-Watson		2,543907

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Il modello 8 presenta un indice di JENSEN che non è significativo quindi si può affermare che la relazione CAPM sia adeguata.

Il β è pari a 1,03567 che essendo prossimo ad 1 ci dice che l'ETF si muove quasi come il mercato.

Modello 9: Stime OLS usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04
 Variabile dipendente: ex_TRVL_L
 Errori standard HAC, larghezza di banda 4 (Kernel di Bartlett)

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	-0,000292083	0,000981388	-0,2976	0,7662
ex_mercato	0,873825	0,0853426	10,24	4,07e-021 ***
Media var. dipendente	-0,000369	SQM var. dipendente		0,033995
Somma quadr. residui	0,109357	E.S. della regressione		0,019727
R-quadro	0,664434	R-quadro corretto		0,663240
F(1, 281)	104,8376	P-value(F)		4,07e-21
Log-verosimiglianza	710,4303	Criterio di Akaike		-1416,861
Criterio di Schwarz	-1409,570	Hannan-Quinn		-1413,937
rho	-0,088894	Durbin-Watson		2,160362

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Il modello 9 presenta un indice di JENSEN che non è significativo quindi si può affermare che la

relazione CAPM sia adeguata.

Il β è pari a 0,873825 che essendo maggiore di 0 ci dice che l'ETF si muove col mercato.

Avendo calcolato i β adesso possiamo calcolarci i nuovi rendimenti che sono dati dal seguente vettore:

$$\mu'_{\text{CAPM}} = [-0,00012 \quad -0,00006 \quad -0,00008 \quad -0,00006 \quad -0,00012 \quad -0,00014 \quad -0,00008 \quad -0,00010 \quad -0,00008]$$

$$\omega_{\text{CAPM}} = [-0,010 \quad -0,007 \quad -0,005 \quad -0,011 \quad 0,000 \quad -0,005 \quad -0,003 \quad 0,000 \quad -0,006]$$

2.2 Test CAPM congiunto: test sulle costanti del sistema

Possiamo utilizzare un modello di regressione lineare multivariata attuando i MQO ad ogni equazione per calcolare le stime di α e β .

Inoltre, gli errori tra i diversi modelli sono correlati, quindi gli stimatori dei parametri tra i modelli sono correlati, allora possiamo eseguire il test per la validità del CAPM, facendo un test di ipotesi nulla composta dove gli $\alpha_i = 0$ con $i=1, \dots, N$ contro l'ipotesi alternativa che siano diversi da 0.

Nel caso in cui rifiutassimo l'ipotesi nulla, questo vorrebbe dire che sia presente la costante nel CAPM, la quale non è prevista nel modello.

La costante (**INDICE DI PERFORMANCE DI JENSEN**) ci dice che c'è un eccesso di rendimento sistematico in più se la costante è positiva, in meno se è negativa.

Nonostante la semplicità della relazione di equilibrio, le verifiche empiriche del CAPM sono complesse. Una interpretazione rigorosa delle formule suggerirebbe l'impossibilità di verificare esattamente il CAPM dal momento che il portafoglio di mercato non è noto. Una interpretazione estesa del comportamento individuale in condizioni rischiose implica infatti che l'agente decida la domanda di titoli azionari nell'ambito di un problema di portafoglio alquanto esteso quanto ad un universo delle attività su cui effettuare l'investimento. Tale universo dovrebbe comprendere titoli azionari, titoli obbligazionari, proprietà immobiliare, oggetti d'arte e altre ancora. [9]

Quindi il portafoglio M non è osservabile ed una soluzione a questo problema è utilizzare il proxy

del portafoglio **M**, cioè l'indice di mercato, il quale potrebbe non essere idoneo agli ETF considerati.

Wald Test:

Test Statistic	Value	df	Probability
Chi-square	4,38	9	0,884671

Null Hypothesis Summary

	Value	Std. Err.	t stat	Prob
α_1	-0,00197436	0,00123285	-1,601	0,1104
α_2	-0,000304363	0,00102357	-0,2974	0,7664
α_3	-0,000562600	0,00110313	-0,5100	0,6105
α_4	0,000530611	0,000927385	0,5722	0,5677
α_5	0,00101024	0,00163247	0,6188	0,5365
α_6	0,00213848	0,00176418	1,212	0,2265
α_7	0,00208336	0,000963678	2,162	0,0315 **
α_8	0,000708360	0,000970340	0,7300	0,4660
α_9	-0,000292083	0,000981388	-0,2976	0,7662

Il test ci propone di accettare l'ipotesi nulla con un p-value abbastanza alto, in cui conferma l'efficacia del **CAPM**, anche se l'indice di JENSEN del settimo modello è significativo.

2.3 Analisi diagnostica della regressione CAPM sugli ETF

Poiché posso fare inferenza su α e β solo se i MQO sono lo stimatore migliore che possiedo, altrimenti rischio di fare errori, per verificare ciò, esiste un teorema che enuncia i requisiti affinché i MQO siano lo stimatore migliore ed è il seguente:

GAUSS-MARKOV:

Sotto ipotesi di Normalità degli errori, di omoschedasticità degli errori, di assenza di autocorrelazione fra gli errori, β stimato è efficiente fra tutti gli stimatori corretti di β e lineari in y

ASSENZA DI AUTOCORRELAZIONE DEGLI ERRORI

Per verificare l'ipotesi di non correlazione degli errori è quella **di Durbin-Watson**

$$H_0: \rho(1) = 0$$

$$H_1: \rho(1) > 0 \text{ o } \rho(1) < 0$$

	Statistica Durbin-Watson	P-VALUE
BKS	2,24	0,97
TELECOM.	2,11	0,81
TECH.	2,14	0,88
HEALTH.	2,48	0,99
AUTOM	2,79	0,99
BASIC	2,37	0,99
CHEMS.	2,41	0,99
CON&MATS	2,55	0,99
TRVL.& L.	2,16	0,91

Tabella 2

Il test di Durbin-Watson ci suggerisce di accettare l'ipotesi nulla di assenza di autocorrelazione per tutti gli ETF in quanto presentano un p-value abbastanza alto.

L'ipotesi di autocorrelazione nulla degli errori può essere verificata anche con il test di **Godfrey**, che presenta diversi vantaggi rispetto al test di Durbin-Watson .

L'ipotesi nulla è data da $\rho(h)=0$, $h=1, \dots, p$ periodi.

	Test di Breusch-Godfrey	P-VALUE
BKS	1,68	0,07
TELECOM.	0,79	0,65
TECH.	0,74	0,71
HEALTH.	2,69	0
AUTOM	7,92	0
BASIC	1,92	0,03

CHEMS.	2,36	0,01
CON&MATS	3,55	0
TRVL.& L.	2,11	0,02

Tabella 3

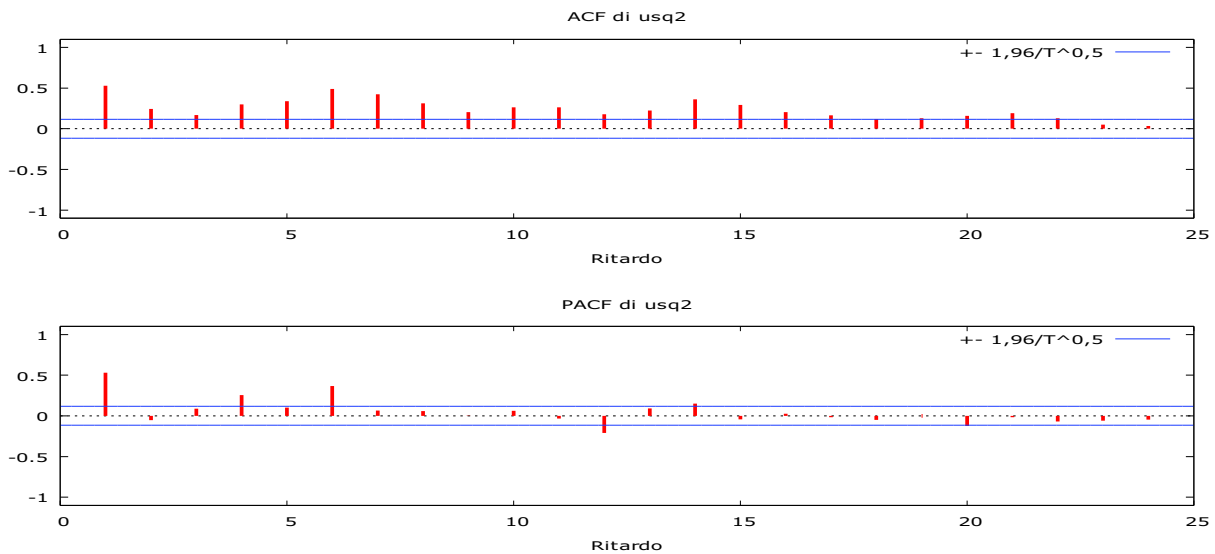
Il test di Godfrey ci dice di accettare l'ipotesi nulla di assenza di autocorrelazione solo per i primi tre modelli e rifiutare per i restanti.

Possiamo vedere se vi è correlazione seriale tramite la funzione di autocorrelazione ed il correlogramma dei residui al quadrato. Vediamo un esempio del primo modello:

Funzione di autocorrelazione per usq2

LAG	ACF		PACF		Q-stat.	[p-value]
1	0,5298	***	0,5298	***	80,2727	[0,000]
2	0,2429	***	-0,0525		97,2085	[0,000]
3	0,1703	***	0,0873		105,5617	[0,000]
4	0,3002	***	0,2568	***	131,6158	[0,000]
5	0,3393	***	0,1021	*	165,0217	[0,000]
6	0,4898	***	0,3673	***	234,8769	[0,000]
7	0,4239	***	0,0642		287,3905	[0,000]
8	0,3140	***	0,0597		316,3097	[0,000]
9	0,2049	***	0,0019		328,6701	[0,000]
10	0,2651	***	0,0622		349,4311	[0,000]
11	0,2633	***	-0,0344		369,9827	[0,000]
12	0,1774	***	-0,2109	***	379,3494	[0,000]
13	0,2255	***	0,0927		394,5399	[0,000]
14	0,3617	***	0,1515	**	433,7677	[0,000]
15	0,2948	***	-0,0436		459,9149	[0,000]
16	0,2060	***	0,0266		472,7307	[0,000]
17	0,1655	***	-0,0151		481,0384	[0,000]
18	0,1204	**	-0,0490		485,4512	[0,000]
19	0,1282	**	0,0007		490,4729	[0,000]
20	0,1603	***	-0,1231	**	498,3564	[0,000]
21	0,1928	***	-0,0169		509,8021	[0,000]
22	0,1275	**	-0,0676		514,8231	[0,000]

23	0,0523	-0,0608	515,6702	[0,000]
24	0,0355	-0,0465	516,0631	[0,000]



Il test ci dice che c'è correlazione seriale considerando i residui al quadrato, quindi molto probabilmente ci sarà eteroschedasticità, ma per essere sicuro effettuo il test per verificare la presenza di omoschedasticità.

OMOSCHEDASTICITA' DEGLI ERRORI

Per controllare l'omoschedasticità degli errori abbiamo due alternative: test di White ed il test Arch

TEST DI WHITE:

H_0 : omoschedasticità degli errori

H_1 : eteroschedasticità degli errori

Test di White per l'eteroschedasticità

Stime OLS usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: uhat^2

	TEST DI WHITE	P-VALUE
BKS	6,27	0,04
TELECOM.	1,04	0,59
TECH.	10,34	0,01
HEALTH.	28,76	0
AUTOM	55,93	0
BASIC	5,07	0,07
CHEMS.	25,29	0
CON&MATS	139,92	0
TRVL.& L.	81,5	0

Tabella 4

dove, il test d'ipotesi ci dice di rifiutare l'ipotesi nulla tranne per il secondo ed il sesto ETF, quindi gli errori sono eteroschedastici secondo il test di White.

TEST ARCH

Ipotesi nulla: non sono presenti effetti ARCH

	TEST ARCH	P-VALUE
BKS	80,58	0
TELECOM.	14,61	0
TECH.	10,88	0,01
HEALTH.	16,99	0
AUTOM.	72,73	0
BASIC	6,42	0,09
CHEMS.	24,24	0
CON&MATS	78,24	0
TRVL.& L.	32,53	0

Tabella 5

Non accettiamo l'ipotesi nulla di omoschedasticità degli errori come già suggerito dal test di White, tranne per il sesto ETF.

Il test Arch è un'ipotesi alternativa molto interessante nell'analisi delle serie storiche di rendimenti

finanziari, secondo il quale la varianza degli errori dipende dai valori passati di y e x attraverso il quadrato degli errori passati, a differenza del test di White che considera che la varianza degli errori sia in funzione di altre variabili, ma non che cambi nel tempo.

NORMALITA' DEGLI ERRORI

Gli errori devono avere una distribuzione normale affinché si possa fare inferenza sulle stime.

Per vedere se rispetta le ipotesi di normalità possiamo effettuare delle statistiche descrittive sugli errori.

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 04/12/31 - 10/06/04
per la variabile 'uhat1' (283 osservazioni valide)

Media	0,00000
Mediana	-0,00064133
Minimo	-0,098392
Massimo	0,092552
Scarto quadratico medio	0,021150
Coeff. di variazione	NA
Asimmetria	-0,18786
Curtosi	4,1390

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 04/12/31 - 10/06/04
per la variabile 'uhat2' (283 osservazioni valide)

Media	7,0671E-013
Mediana	0,00030329
Minimo	-0,058833
Massimo	0,064625
Scarto quadratico medio	0,018736
Coeff. di variazione	2,6512E+010
Asimmetria	-0,092128
Curtosi	1,2031

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 04/12/31 - 10/06/04
per la variabile 'uhat3' (283 osservazioni valide)

Media	0,00000
-------	---------

Mediana	0,0018528
Minimo	-0,059553
Massimo	0,058561
Scarto quadratico medio	0,019917
Coeff. di variazione	NA
Asimmetria	-0,24254
Curtosi	0,65461

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 04/12/31 - 10/06/04
per la variabile 'uhat4' (283 osservazioni valide)

Media	-3,5336E-013
Mediana	-0,00040543
Minimo	-0,097959
Massimo	0,10871
Scarto quadratico medio	0,020136
Coeff. di variazione	5,6984E+010
Asimmetria	0,066854
Curtosi	5,2235

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 04/12/31 - 10/06/04
per la variabile 'uhat5' (283 osservazioni valide)

Media	7,0671E-013
Mediana	-0,00099718
Minimo	-0,26844
Massimo	0,38165
Scarto quadratico medio	0,040896
Coeff. di variazione	5,7868E+010
Asimmetria	2,1376
Curtosi	33,525

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 04/12/31 - 10/06/04
per la variabile 'uhat6' (283 osservazioni valide)

Media	7,0671E-013
Mediana	-5,3844E-05

Minimo	-0,13584
Massimo	0,12973
Scarto quadratico medio	0,033850
Coeff. di variazione	4,7898E+010
Asimmetria	-0,13301
Curtosi	2,1292

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 04/12/31 - 10/06/04
per la variabile 'uhat7' (283 osservazioni valide)

Media	-2,1201E-012
Mediana	0,00037378
Minimo	-0,11537
Massimo	0,066832
Scarto quadratico medio	0,018872
Coeff. di variazione	8,9014E+09
Asimmetria	-1,1327
Curtosi	6,9960

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 04/12/31 - 10/06/04
per la variabile 'uhat8' (283 osservazioni valide)

Media	-1,0601E-012
Mediana	0,0017871
Minimo	-0,12196
Massimo	0,13445
Scarto quadratico medio	0,020950
Coeff. di variazione	1,9763E+010
Asimmetria	-0,011439
Curtosi	10,057

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 04/12/31 - 10/06/04
per la variabile 'uhat9' (283 osservazioni valide)

Media	-1,4134E-012
Mediana	0,0010187
Minimo	-0,075621

Massimo	0,079249
Scarto quadratico medio	0,019692
Coeff. di variazione	1,3932E+010
Asimmetria	-0,083445
Curtosi	2,1603

Dove si nota che la distribuzione degli errori è **leptocurtica** tranne per il secondo, terzo, sesto e nono modello che è **bradicurtica** ed inoltre presenta un'**asimmetria negativa** tranne per il quarto e quinto modello che presenta un'**asimmetria positiva**.

L'ipotesi di Normalità degli errori può essere verificata anche tramite il test congiunto di **Jarque-Bera** con distribuzione asintotica χ^2 con 2 gradi di libertà sotto H_0 .

Un esempio sul primo modello è dato da:

Jarque-Bera test = 203,667

p-value = 5,9474e-045

il quale ci suggerisce di rifiutare l'ipotesi nulla, quindi conferma ciò che ci avevano mostrato le statistiche descrittive, ovvero che gli errori non presentano una distribuzione normale.

TEST DI CHOW

Supponiamo che dal tempo 1 all' n_1 -esimo, il primo *sottoperiodo*, valga un primo modello lineare e dal tempo $n_1 + 1$ -esimo fino all' $n_1 + n_2$ -esimo, il secondo *sottoperiodo*, valga un altro modello.

In ciascuno dei due sottoperiodi, di lunghezza n_1 ed n_2 rispettivamente, supponiamo che il campione sia omogeneo, ma vogliamo verificare che i due campioni siano anche omogenei tra di loro. [10]

In questo caso valgono le ipotesi nulle

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad \text{e} \quad H_0 : \beta_1 = \beta_2$$

Regressione aumentata per il test Chow

Stime OLS usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Errori standard HAC, larghezza di banda 4 (Kernel di Bartlett)

Test Chow per break strutturale all'osservazione 07/09/14

	TEST DI CHOW	P-VALUE
BKS	20,28	0
TELECOM.	12,71	0
TECH.	5,64	0,06
HEALTH.	0,94	0,62
AUTOM.	0,35	0,84
BASIC	0,12	0,94
CHEMS.	5,03	0,08
CON&MATS	1,11	0,58
TRVL.& L.	1,39	0,49

Tabella 6

Il test ci dice che vi è un break strutturale all'osservazione 2007:09:14 soltanto per i primi due ETF, in quanto non accettiamo l'ipotesi nulla, gli altri invece accettiamo l'ipotesi nulla.

TEST CUSUM

Il test CUSUM verifica la costanza dei parametri all'interno dell'intervallo campionario studiando gli errori di previsione delle regressioni ricorsive.

Più precisamente il test è costruito a partire dagli errori di previsione commessi dai modelli ricorsivi in corrispondenza della prima osservazione alla fine del campione di stima. [11]

Brown et al.(1975) determinano un'approssimazione della distribuzione della statistica, sotto l'ipotesi nulla di parametri costanti nel modello di regressione lineare classico, e propongono la regola di decisione seguente: l'ipotesi nulla è rifiutata se per alcuni t il valore di CUSUM, supera due rette di valori critici, che ad un livello di significatività del 5% sono determinate dalle rette che congiungono i punti seguenti:

$$(k, 0,948 \sqrt{T-k}) \quad \text{e} \quad (T, +3 \times 0,948 \sqrt{T-k})$$

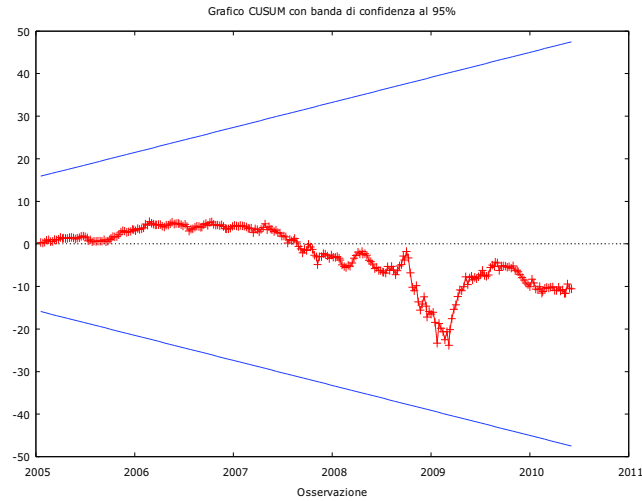
$$(k, -0,948 \sqrt{T-k}) \quad \text{e} \quad (T, -3 \times 0,948 \sqrt{T-k})$$

[12]

I MODELLO

Test CUSUM per la stabilità dei parametri

Harvey-Collier $t(280) = -0,628378$ con p-value $0,5303$

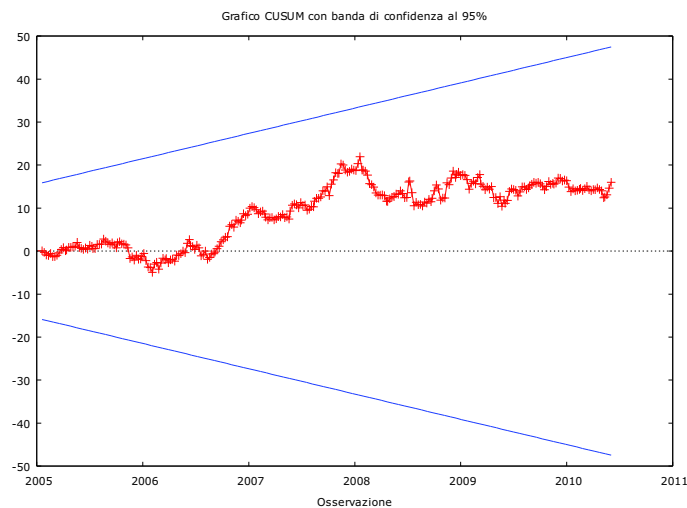


Il test ci dice di accettare l'ipotesi nulla che il β dell'ETF è costante, ovvero che L'ETF non ha cambiato regime .

II MODELLO

Test CUSUM per la stabilità dei parametri

Harvey-Collier $t(280) = 0,955116$ con p-value $0,3403$

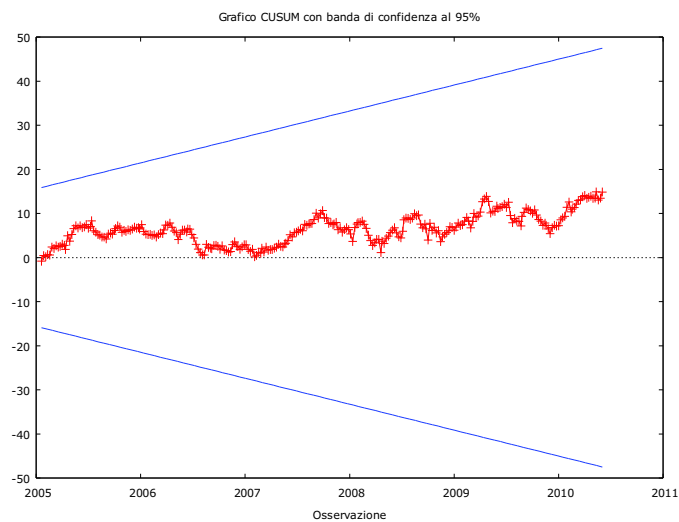


Il test ci dice di accettare l'ipotesi nulla, ovvero che il β è costante, e non ha quindi cambiato regime.

III MODELLO

Test CUSUM per la stabilità dei parametri

Harvey-Collier $t(280) = 0,887339$ con p-value $0,3757$

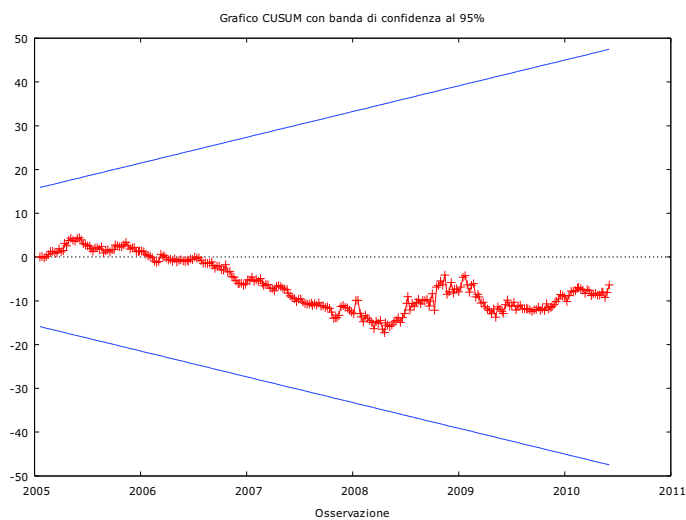


Accettiamo l'ipotesi nulla che il β di questo modello rimane costante e che quindi non ha cambiato regime.

IV MODELLO

Test CUSUM per la stabilità dei parametri

Harvey-Collier $t(280) = -0,37996$ con p-value $0,7043$

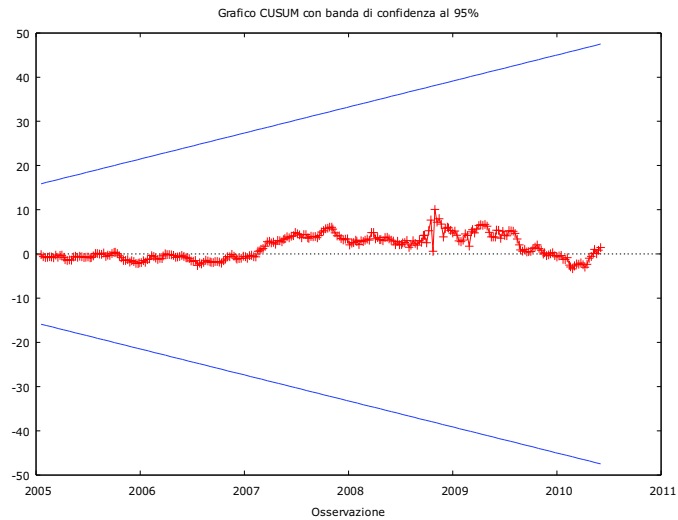


Il test ci suggerisce di accettare l'ipotesi nulla in particolare ci dice che il β del modello rimane costante e che quindi non ha cambiato regime.

V MODELLO

Test CUSUM per la stabilità dei parametri

Harvey-Collier $t(280) = 0,0864417$ con p-value $0,9312$

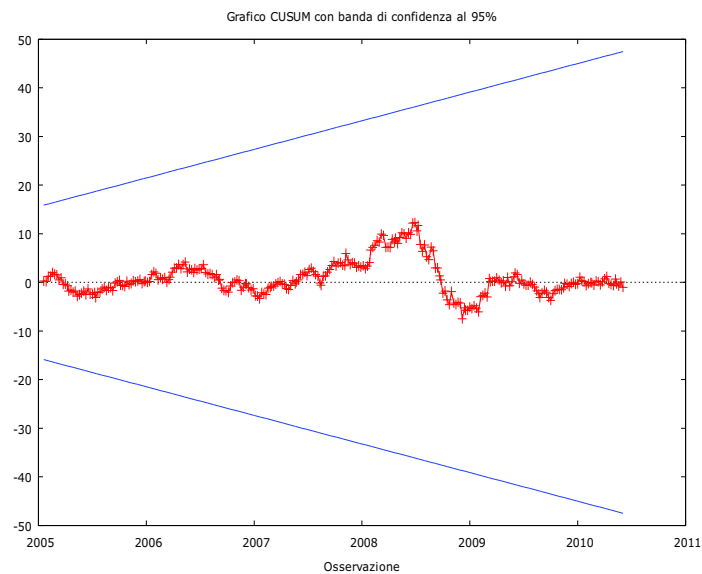


Come si nota, sia dal grafico che dal p-value del test accettiamo l'ipotesi nulla che il β sia costante e che non ha cambiato regime.

VI MODELLO

Test CUSUM per la stabilità dei parametri

Harvey-Collier $t(280) = -0,0607676$ con p-value $0,9516$

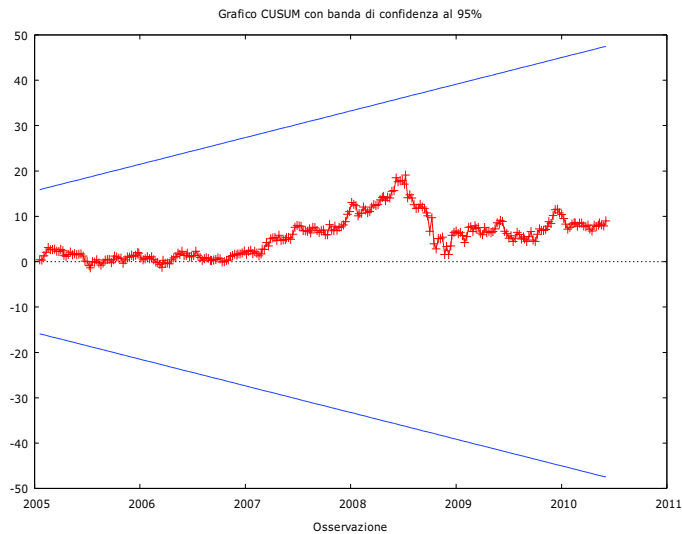


Il test ci dice che il β rimane costante e che quindi non cambia regime.

VII MODELLO

Test CUSUM per la stabilità dei parametri

Harvey-Collier $t(280) = 0,536964$ con p-value $0,5917$

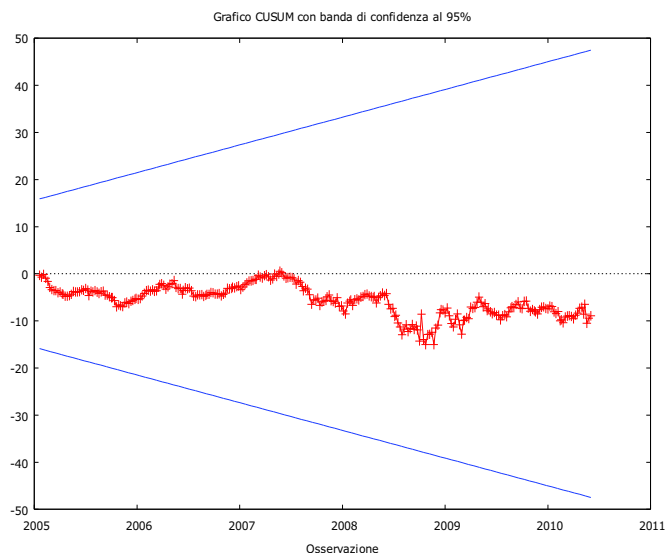


Il β rimane costante, quindi non cambia regime, in quanto accettiamo l'ipotesi nulla in quanto il p-value del modello è abbastanza alto.

VIII MODELLO

Test CUSUM per la stabilità dei parametri

Harvey-Collier $t(280) = -0,531275$ con p-value $0,5956$

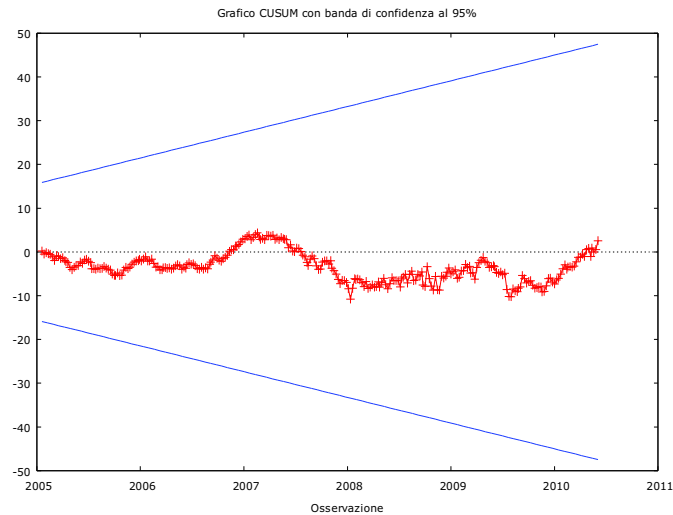


Il test ci suggerisce di accettare l'ipotesi nulla e ciò implica che il β del modello rimane costante e non cambia regime.

IX MODELLO

Test CUSUM per la stabilità dei parametri

Harvey-Collier $t(280) = 0,153329$ con p-value $0,8782$



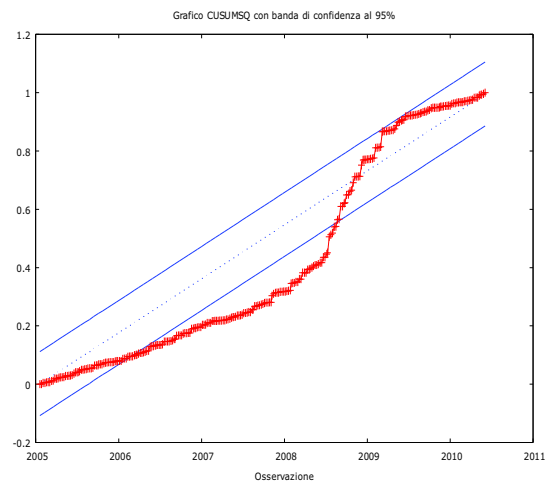
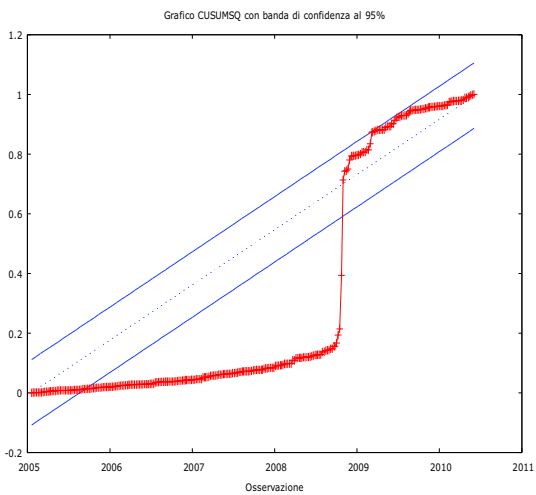
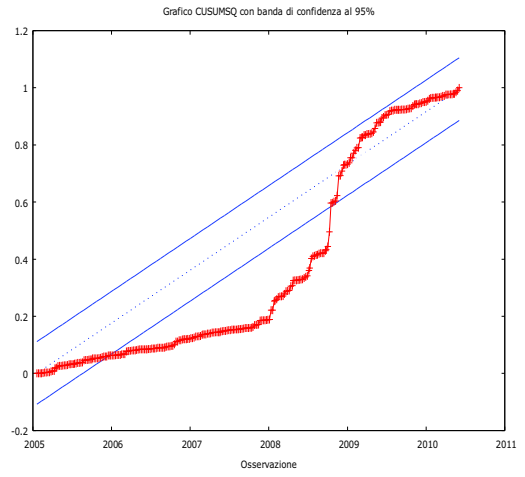
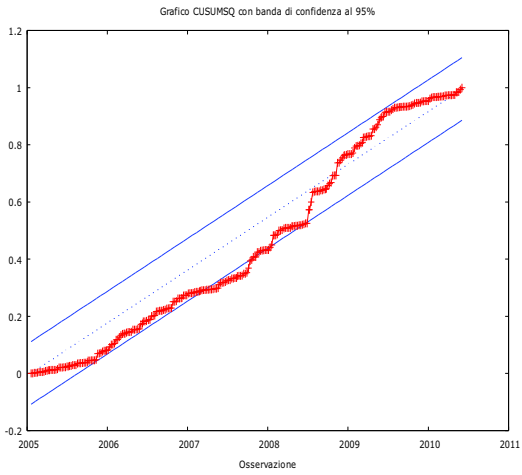
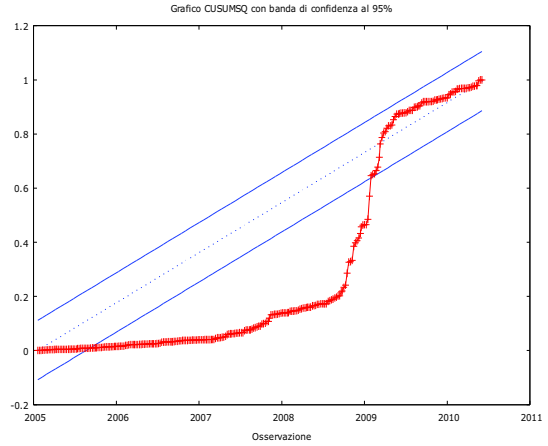
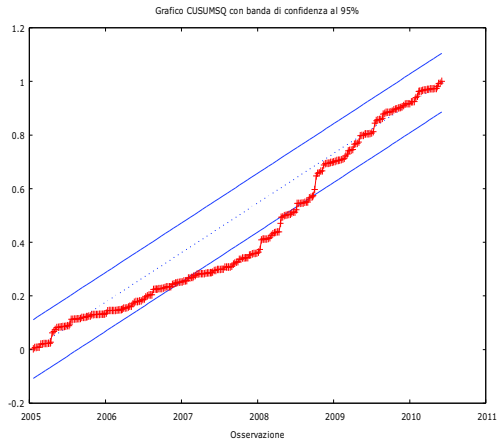
Anche in quest'ultimo caso il test ci suggerisce di accettare l'ipotesi nulla, affermando quindi il β rimane costante non cambiando quindi regime.

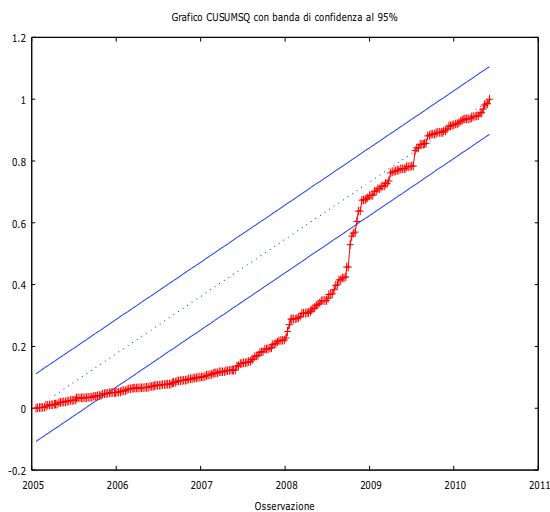
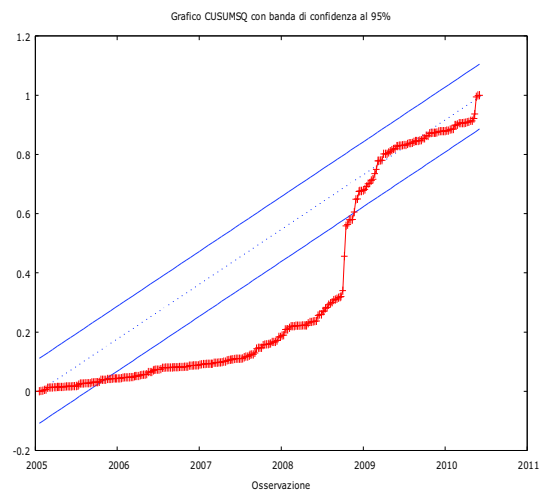
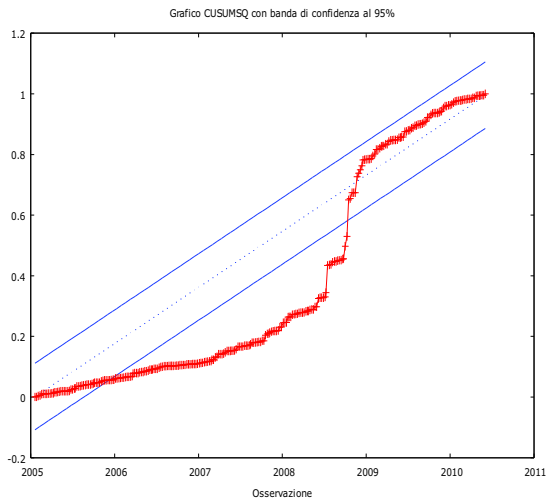
TEST CUSUMQ

Si tratta del test CUSUM con la sola differenza che il test CUSUMQ studia la sequenza delle somme dei quadrati degli errori di previsione.

Questa statistica sembra preferibile quando l'instabilità dei parametri è dovuta a cambiamenti casuali piuttosto che strutturali e, quindi nella semplice somma i residui recursivi quelli positivi si potrebbero “cancellare” con quelli negativi. [13]

Dove rifiuto l'ipotesi nulla per tutti i modelli in quanto ci sono delle osservazioni che escono dall'intervallo di confidenza come mostrano le figure seguenti.





TEST RESET \Rightarrow **test per linearità**

E' UN TEST PER VERIFICARE CHE VI SIA UNA CORRETTA SPECIFICAZIONE.

Concretamente, il test Reset può rivelarsi non particolarmente utile per indicare alternative specifiche ad un modello dato; la sua utilità semmai è piuttosto legata alla possibilità che esso segnali la presenza di qualcosa di errato nella specificazione. Per questo, esso, viene annoverato tra i test di errata specificazione, poiché non “costruttivo”, in quanto il rifiuto dell'ipotesi nulla indica che nel modello vi è qualcosa che non va, senza fornire indicazioni su quale direzione convenga

andare per superare il problema segnalato. [14]

Test RESET di specificazione (solo quadrati)

	TEST RESET	P-VALUE
BKS	1,01	0,32
TELECOM.	0,32	0,57
TECH.	8,64	0
HEALTH.	19,98	0
AUTOM.	21,31	0
BASIC	1,76	0,19
CHEMS.	11,4	0
CON&MATS	54,62	0
TRVL.& L.	20,51	0

Tabella 7

Il test ci dice di accettare l'ipotesi nulla di un'adeguata specificazione affermando che il modello sia lineare solo in tre casi, ovvero nei primi due modelli e nel sesto.

MODELLO GARCH

Il termine GARCH sta per Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity e riguarda una generalizzazione del modello ARCH. L'idea è stata quella di riprodurre la parsimonia del modello ARMA rispetto alle rappresentazioni AR o MA in termini del numero di parametri utilizzati. Rispetto al modello di Engle, si introducono i valori ritardati della varianza condizionata, in modo da risparmiare parametri da stimare rispetto alla struttura ARCH. Il GARCH(p,q) è perciò un modello in cui la varianza condizionata al tempo t è una combinazione lineare di p ritardi dei residui al quadrato (ricavati dall'equazione della media condizionata) e di q ritardi della varianza condizionata. In sintesi, il modello GARCH(p,q) può essere espresso come:

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}$$

riferendoci $\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ come termini Arch e $\beta_j h_{t-j}$ come termini Garch [15]

L'ipotesi di partenza sulla distribuzione condizionata delle innovazioni, $\varepsilon_t = \eta \sqrt{h_t}$ con $\eta \sim N(0,1)$ implica che le innovazioni standardizzate $(\varepsilon_t / \sqrt{h_t}) \sim N(0,1)$ non siano autocorrelate né nei livelli né al quadrato. Questa proprietà è traducibile in ipotesi di tipo statistico da verificare sulla base del comportamento dei residui di stima standardizzati con la radice quadrata della varianza

condizionata stimata.

La bontà di adattamento di un modello GARCH può essere quindi valutata in rapporto alla capacità della varianza condizionata di rendere i residui standardizzati il più vicino possibile ad essere normalmente distribuiti. L'ipotesi nulla che riflette la correttezza della specificazione del modello dovrebbe quindi essere verificabile con le statistiche test per autocorrelazione (in livelli e al quadrato). Se i risultati dei test sono negativi, questo implica che non si è stati in grado di ripulire gli ε_t di tutti gli effetti attribuibili alla varianza condizionata. Il modello di Bollerslev presenta un ulteriore vantaggio rispetto a quello di Engle: risulta empiricamente più parsimonioso, essendo sufficiente un minor numero di parametri per poter caratterizzare adeguatamente il comportamento della varianza condizionata.

Valutazioni della funzione: 500

Valutazioni del gradiente: 55

Modello 1: Stime GARCH usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_BKS

Errori standard QML

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value	
const	-0,00119262	0,000703812	-1,695	0,0902	*
ex_mercato	1,19859	0,0542307	22,10	3,04e-108	***
alpha(0)	5,12159e-06	3,37576e-06	1,517	0,1292	
alpha(1)	0,215418	0,0472717	4,557	5,19e-06	***
beta(1)	0,784582	0,0451509	17,38	1,24e-067	***

Media var. dipendente -0,002093 SQM var. dipendente 0,047708

Log-verosimiglianza 786,3148 Criterio di Akaike -1560,630

Criterio di Schwarz -1538,757 Hannan-Quinn -1551,859

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Varianza dell'errore non condizionale = 2,30656e+010

Test del rapporto di verosimiglianza per i termini (G)ARCH:

Chi-quadro(2) = 192,198 [1,83976e-042]

Funzione di autocorrelazione per uhat1 stand

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0121	-0,0121	0,0421	[0,837]
2	-0,0132	-0,0133	0,0918	[0,955]
3	-0,0183	-0,0186	0,1884	[0,979]
4	-0,0459	-0,0466	0,7977	[0,939]
5	-0,0087	-0,0105	0,8198	[0,976]

Funzione di autocorrelazione per uhat1 stand al quadrato

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0098	-0,0098	0,0275	[0,868]
2	-0,0087	-0,0088	0,0490	[0,976]
3	-0,0515	-0,0517	0,8143	[0,846]
4	-0,0117	-0,0129	0,8539	[0,931]
5	-0,0297	-0,0309	1,1090	[0,953]

Valutazioni della funzione: 66

Valutazioni del gradiente: 23

Modello 2: Stime GARCH usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_TELECOM_DE

Errori standard QML

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	-0,000388122	0,00105324	-0,3685	0,7125
ex_mercato	0,608765	0,0489686	12,43	1,76e-035 ***
alpha(0)	1,73212e-05	1,66770e-05	1,039	0,2990
alpha(1)	0,0627403	0,0408000	1,538	0,1241
beta(1)	0,890673	0,0753966	11,81	3,34e-032 ***

Media var. dipendente -0,000356 SQM var. dipendente 0,026319

Log-verosimiglianza 729,6989 Criterio di Akaike -1447,398

Criterio di Schwarz -1425,525 Hannan-Quinn -1438,628

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Varianza dell'errore non condizionale = 0,000371802

Test del rapporto di verosimiglianza per i termini (G)ARCH:

Chi-quadro(2) = 10,3658 [0,00561172]

Funzione di autocorrelazione per uhat2stand

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0396	-0,0396	0,4496	[0,503]
2	-0,0006	-0,0022	0,4497	[0,799]
3	0,0574	0,0574	1,4001	[0,706]
4	0,0496	0,0544	2,1120	[0,715]
5	-0,0294	-0,0253	2,3634	[0,797]

Funzione di autocorrelazione per uhat2stand al quadrato

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0357	-0,0357	0,3655	[0,545]
2	0,0386	0,0374	0,7937	[0,672]
3	0,1140 *	0,1169 **	4,5353	[0,209]
4	0,0126	0,0199	4,5812	[0,333]
5	-0,0576	-0,0666	5,5426	[0,353]

Valutazioni della funzione: 448

Valutazioni del gradiente: 54

Modello 3: Stime GARCH usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_TECH

Errori standard QML

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	-0,000600260	0,00107349	-0,5592	0,5760
ex_mercato	0,889709	0,0434080	20,50	2,32e-093 ***
alpha(0)	0,000279852	7,17453e-05	3,901	9,59e-05 ***

alpha(1)	0,305885	0,120619	2,536	0,0112	**
beta(1)	1,40243e-012	0,155277	9,032e-012	1,0000	

Media var. dipendente	-0,000638	SQM var. dipendente	0,033545
Log-verosimiglianza	715,1820	Criterio di Akaike	-1418,364
Criterio di Schwarz	-1396,491	Hannan-Quinn	-1409,594

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Varianza dell'errore non condizionale = 0,000403179
 Test del rapporto di verosimiglianza per i termini (G)ARCH:
 Chi-quadro(2) = 15,9248 [0,000348317]

Funzione di autocorrelazione per uhat3stand

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	0,0142	0,0142	0,0577	[0,810]
2	0,0226	0,0224	0,2048	[0,903]
3	-0,0439	-0,0445	0,7587	[0,859]
4	-0,0114	-0,0107	0,7963	[0,939]
5	0,0622	0,0648	1,9199	[0,860]

Funzione di autocorrelazione per uhat3stand al quadrato

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0193	-0,0193	0,1066	[0,744]
2	-0,0140	-0,0144	0,1628	[0,922]
3	-0,0570	-0,0575	1,0972	[0,778]
4	0,0217	0,0192	1,2329	[0,873]
5	0,0261	0,0253	1,4304	[0,921]

Valutazioni della funzione: 62
 Valutazioni del gradiente: 19

Modello 4: Stime GARCH usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04
 Variabile dipendente: ex_HEALTH

Errori standard QML

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	0,000481451	0,000955363	0,5039	0,6143
ex_mercato	0,498468	0,0557662	8,939	3,94e-019 ***
alpha(0)	2,00669e-05	2,10183e-05	0,9547	0,3397
alpha(1)	0,230148	0,165060	1,394	0,1632
beta(1)	0,736308	0,190515	3,865	0,0001 ***
Media var. dipendente	0,000479	SQM var. dipendente		0,027382
Log-verosimiglianza	752,4130	Criterio di Akaike		-1492,826
Criterio di Schwarz	-1470,953	Hannan-Quinn		-1484,056

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Varianza dell'errore non condizionale = 0,000598219

Test del rapporto di verosimiglianza per i termini (G)ARCH:

Chi-quadro(2) = 96,5617 [1,07621e-021]

Funzione di autocorrelazione per uhat4stand

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0130	-0,0130	0,0482	[0,826]
2	0,0551	0,0550	0,9209	[0,631]
3	-0,0429	-0,0416	1,4509	[0,694]
4	-0,0320	-0,0361	1,7461	[0,782]
5	-0,0446	-0,0410	2,3234	[0,803]

Funzione di autocorrelazione per uhat4stand al quadrato

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0191	-0,0191	0,1040	[0,747]
2	0,0748	0,0745	1,7107	[0,425]
3	-0,0381	-0,0356	2,1287	[0,546]
4	-0,0370	-0,0441	2,5245	[0,640]
5	-0,0449	-0,0411	3,1093	[0,683]

Valutazioni della funzione: 68

Valutazioni del gradiente: 21

Modello 5: Stime GARCH usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_AUTOM

Errori standard QML

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value	
const	0,000301028	0,00134269	0,2242	0,8226	
ex_mercato	1,20812	0,0905662	13,34	1,36e-040	***
alpha(0)	5,36234e-05	6,63932e-05	0,8077	0,4193	
alpha(1)	0,272880	0,164311	1,661	0,0968	*
beta(1)	0,693809	0,206552	3,359	0,0008	***

Media var. dipendente 0,000897 SQM var. dipendente 0,057810

Log-verosimiglianza 631,1666 Criterio di Akaike -1250,333

Criterio di Schwarz -1228,460 Hannan-Quinn -1241,563

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Varianza dell'errore non condizionale = 0,0016098

Test del rapporto di verosimiglianza per i termini (G)ARCH:

Chi-quadro(2) = 255,108 [4,01882e-056]

Funzione di autocorrelazione per uhat5stand

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0238	-0,0238	0,1614	[0,688]
2	-0,0011	-0,0017	0,1618	[0,922]
3	0,0508	0,0507	0,9041	[0,824]
4	-0,0327	-0,0304	1,2126	[0,876]
5	-0,0023	-0,0037	1,2141	[0,944]

Funzione di autocorrelazione per uhat5stand al quadrato

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	0,0018	0,0018	0,0009	[0,976]

2	0,0513	0,0513	0,7551	[0,686]
3	0,0857	0,0858	2,8728	[0,412]
4	-0,0570	-0,0602	3,8132	[0,432]
5	0,0172	0,0086	3,8995	[0,564]

Valutazioni della funzione: 70

Valutazioni del gradiente: 20

Modello 6: Stime GARCH usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_BASIC

Errori standard QML

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value	
const	0,00257477	0,00172333	1,494	0,1352	
ex_mercato	1,50204	0,0817502	18,37	2,14e-075	***
alpha(0)	2,66047e-05	1,51015e-05	1,762	0,0781	*
alpha(1)	0,0701211	0,0187818	3,733	0,0002	***
beta(1)	0,906238	0,0148731	60,93	0,0000	***

Media var. dipendente 0,002007 SQM var. dipendente 0,058075

Log-verosimiglianza 577,5489 Criterio di Akaike -1143,098

Criterio di Schwarz -1121,225 Hannan-Quinn -1134,328

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Varianza dell'errore non condizionale = 0,00112535

Test del rapporto di verosimiglianza per i termini (G)ARCH:

Chi-quadro(2) = 40,8429 [1,35235e-009]

Funzione di autocorrelazione per uhat6stand

LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]
1	-0,1232 **	-0,1232 **	4,3439 [0,037]
2	-0,0390	-0,0550	4,7799 [0,092]
3	-0,0392	-0,0520	5,2221 [0,156]

4	0,0912	0,0788	7,6272	[0,106]
5	0,0338	0,0529	7,9590	[0,159]

Funzione di autocorrelazione per uhat² al quadrato

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,1119 *	-0,1119 *	3,5828	[0,058]
2	-0,0273	-0,0403	3,7960	[0,150]
3	-0,0371	-0,0454	4,1925	[0,241]
4	0,0897	0,0802	6,5166	[0,164]
5	0,0085	0,0258	6,5376	[0,257]

Valutazioni della funzione: 70

Valutazioni del gradiente: 22

Modello 7: Stime GARCH usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_CHEMS

Errori standard QML

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value	
const	0,00215023	0,000860883	2,498	0,0125	**
ex_mercato	0,892817	0,0481951	18,53	1,30e-076	***
alpha(0)	5,85187e-06	5,12240e-06	1,142	0,2533	
alpha(1)	0,132914	0,0622494	2,135	0,0327	**
beta(1)	0,858497	0,0503601	17,05	3,67e-065	***

Media var. dipendente 0,002011 SQM var. dipendente 0,032012

Log-verosimiglianza 761,1644 Criterio di Akaike -1510,329

Criterio di Schwarz -1488,456 Hannan-Quinn -1501,559

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Varianza dell'errore non condizionale = 0,00068132

Test del rapporto di verosimiglianza per i termini (G)ARCH:

Chi-quadro(2) = 77,3899 [1,56677e-017]

Funzione di autocorrelazione per uhat7stand

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0132	-0,0132	0,0495	[0,824]
2	-0,0087	-0,0089	0,0713	[0,965]
3	-0,1287 **	-0,1289 **	4,8408	[0,184]
4	-0,0399	-0,0443	5,3015	[0,258]
5	-0,0953	-0,1012 *	7,9372	[0,160]

Funzione di autocorrelazione per uhat7stand al quadrato

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	0,0710	0,0710	1,4436	[0,230]
2	0,0389	0,0341	1,8786	[0,391]
3	-0,1043 *	-0,1101 *	5,0144	[0,171]
4	-0,0700	-0,0573	6,4297	[0,169]
5	-0,0497	-0,0330	7,1456	[0,210]

Valutazioni della funzione: 61

Valutazioni del gradiente: 21

Modello 8: Stime GARCH usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_CON_MATS

Errori standard QML

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value	
const	0,000758768	0,000827673	0,9167	0,3593	
ex_mercato	1,09819	0,0497449	22,08	5,33e-108	***
alpha(0)	3,44764e-05	1,86031e-05	1,853	0,0638	*
alpha(1)	0,415741	0,189319	2,196	0,0281	**
beta(1)	0,553344	0,153065	3,615	0,0003	***

Media var. dipendente 0,000623 SQM var. dipendente 0,039034

Log-verosimiglianza 756,5539 Criterio di Akaike -1501,108
 Criterio di Schwarz -1479,235 Hannan-Quinn -1492,338
 Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Varianza dell'errore non condizionale = 0,00111521
 Test del rapporto di verosimiglianza per i termini (G)ARCH:
 Chi-quadro(2) = 127,296 [2,28008e-028]

Funzione di autocorrelazione per uhat8stand

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0112	-0,0112	0,0357	[0,850]
2	-0,0735	-0,0736	1,5862	[0,452]
3	-0,0394	-0,0414	2,0339	[0,565]
4	0,0243	0,0179	2,2042	[0,698]
5	-0,0034	-0,0088	2,2075	[0,820]

Funzione di autocorrelazione per uhat8stand al quadrato

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	0,0603	0,0603	1,0410	[0,308]
2	-0,0736	-0,0775	2,5965	[0,273]
3	-0,0276	-0,0183	2,8161	[0,421]
4	-0,0089	-0,0117	2,8388	[0,585]
5	-0,0464	-0,0491	3,4638	[0,629]

Valutazioni della funzione: 295

Valutazioni del gradiente: 45

Modello 9: Stime GARCH usando le 283 osservazioni 05/01/07-10/06/04

Variabile dipendente: ex_TRVL_L

Errori standard QML

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value

const	6,90680e-05	0,000916073	0,07540	0,9399
ex_mercato	0,890257	0,0600843	14,82	1,14e-049 ***
alpha(0)	2,06618e-06	3,21690e-06	0,6423	0,5207
alpha(1)	0,0772587	0,0210113	3,677	0,0002 ***
beta(1)	0,922741	0,0269825	34,20	2,61e-256 ***

Media var. dipendente -0,000369 SQM var. dipendente 0,033995
Log-verosimiglianza 744,9475 Criterio di Akaike -1477,895
Criterio di Schwarz -1456,022 Hannan-Quinn -1469,125

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Varianza dell'errore non condizionale = 8,27134e+007

Test del rapporto di verosimiglianza per i termini (G)ARCH:

Chi-quadro(2) = 69,0344 [1,02183e-015]

Funzione di autocorrelazione per uhat9stand

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0148	-0,0148	0,0628	[0,802]
2	0,0303	0,0300	0,3255	[0,850]
3	0,0344	0,0353	0,6658	[0,881]
4	-0,0230	-0,0229	0,8188	[0,936]
5	-0,0267	-0,0296	1,0252	[0,961]

Funzione di autocorrelazione per uhat9stand al quadrato

LAG	ACF	PACF	Q-stat.	[p-value]
1	-0,0022	-0,0022	0,0014	[0,970]
2	0,0576	0,0576	0,9548	[0,620]
3	0,0182	0,0186	1,0506	[0,789]
4	-0,0401	-0,0435	1,5164	[0,824]
5	-0,0289	-0,0314	1,7583	[0,881]

Rifiutiamo l'ipotesi nulla che i modelli non siano un modello GARCH, in quanto si ha eteroschedasticità.

Inoltre i test eseguiti riguardanti l'autocorrelazione dei residui standardizzati sia nei livelli che al quadrato risultano positivi, questo implica che si è stati in grado di ripulire gli ε_t di tutti gli effetti attribuibili alla varianza condizionata.

Il nuovo vettore delle medie è dato da:

$$\mu_{\text{CAPM-GARCH}} = [-0,00011 \ -0,00006 \ -0,00008 \ -0,00005 \ -0,00011 \ -0,00014 \ -0,00008 \ -0,00010 \ -0,00008]$$

	BKS	TELECO M.DE	TECH.	HEALTH.	AUTOM.	BASIC	CHEMS.	CON.& MATS.	TRVL.& L.
α	-0,0020 (-1,601)	-0,0003 (-0,30)	-0,0006 (-0,51)	0,0005 (0,5722)	0,0010 (0,6188)	0,0021 (1,212)	0,0021 (2,162)	0,0007 (0,73)	-0,0003 (-0,298)
β	1,3485 (17,72)	0,5829 (18,53)	0,8512 (14,86)	0,5852 (6,834)	1,2885 (6,178)	1,4881 (18,14)	0,8154 (9,649)	1,0357 (7,839)	0,8738 (10,24)
α_{GARCH}	-0,0012 (-1,695)	-0,0004 (-3,368)	-0,0006 (-0,559)	0,0005 (0,5039)	0,0003 (0,2242)	0,0026 (1,494)	0,0021 (2,498)	0,0008 (0,9167)	0,0001 (0,075)
β_{GARCH}	1,1986 (22,10)	0,6087 (12,43)	0,8897 (20,50)	0,4985 (8,939)	1,2081 (13,34)	1,5020 (18,37)	0,8928 (18,53)	1,0982 (22,08)	0,8903 (14,82)

Tabella 8

Nella **Tabella 8** vengono riassunti sia l'indice di Jensen (α) che il rischio sistematico (β) degli ETF stimati sia tramite il metodo dei MQO che col modello GARCH.

Il rischio totale è dato dalla somma tra il rischio di mercato o rischio sistematico ed il rischio specifico del titolo.

Il rischio sistematico rappresenta il rischio non diversificabile, mentre quello specifico rappresenta il rischio diversificabile.

quindi:

β misura il rischio sistematico di un titolo, non diversificabile perché legato alle fluttuazioni del mercato.

ω_M	ω_{MCAPM}	$\omega_{M-CAPMGARCH}$
-1,61	-0,010	0,000
-0,84	-0,007	-0,012
-0,79	-0,005	-0,010
0,68	-0,011	-0,003
0,10	0,000	0,003
0,16	-0,005	-0,003
2,98	-0,003	-0,014
0,09	0,000	-0,007
-0,10	-0,006	-0,005

Tabella 9

Nella **Tabella 9** vengono riassunti i pesi di mercato utilizzando sia i rendimenti storici sia il modello di equilibrio (CAPM) stimato col metodo dei MQO e col modello GARCH.

Capitolo 3

APPROCCIO BLACK E LITTERMAN

Nei tradizionali modelli media-varianza le previsioni circa il vettore dei rendimenti del portafoglio di mercato e la matrice di varianza e covarianze costituiscono gli input essenziali per il procedimento di ottimizzazione; Black e Litterman (1991) concentrano la loro attenzione sulla stima del vettore μ e suggeriscono un metodo di tipo bayesiano che permetta al manager di integrare le informazioni disponibili con alcune proposizioni soggettive che prendono il nome di **view**.

Le principali novità apportate dai due autori riguardano perciò il meccanismo della formazione delle attese circa i rendimenti che deriva da un'opportuna combinazione tra rendimenti attesi di equilibrio (prior information) e le view addizionali: il vettore dei rendimenti che si ottiene (post information) risulta essere perciò una loro media ponderata. Secondo questa impostazione le quote di portafoglio sono ottenute come deviazione dall'equilibrio generata dall'impostazione delle suddette view.

Il vettore dei rendimenti attesi di equilibrio rappresenta il punto di partenza del modello sia perché costituisce l'input indispensabile per formulare decisioni di investimento sia perché è in relazione biunivoca col vettore dei pesi di portafoglio; il vettore dei rendimenti attesi di equilibrio viene stimato utilizzando il CAPM.

Il modello **Black e Litterman** si fonda sulle seguenti ipotesi:

1. esistono n titoli sul mercato;
2. l'avversione al rischio dei manager è costante e pari a γ ;
3. il vettore dei rendimenti attesi condizionato al set informativo ψ di cui dispone il manager ha la seguente equazione: $\mu = \mathbf{R} + \epsilon$

dove le componenti del vettore ϵ sono white noise con distribuzione condizionata:

$\epsilon|\psi \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \Omega)$, mentre il vettore \mathbf{R} rappresenta i rendimenti di equilibrio determinati attraverso l'utilizzo del CAPM.

4. Il manager formula \mathbf{k} view sui rendimenti attesi. Esse sono indipendenti tra loro e soprattutto dai risultati del CAPM. [16]

La caratteristica principale dell'approccio Black-Litterman, è quella di combinare in maniera coerente l'incertezza sulle view con l'equilibrio che scaturisce dal CAPM. Per questo motivo tali sorgenti di informazione sono espresse in termini di distribuzione di probabilità e il grado di confidenza che l'investitore assegna loro assume un ruolo fondamentale.

Se il manager è molto incerto circa le sue view o addirittura non ne formula alcuna, il suo investimento sarà prossimo a quello di equilibrio; se invece egli confida molto nella propria capacità previsiva, costruirà un portafoglio ripartito in maniera differente rispetto a quello ottenuto attraverso l'applicazione del modello di Markowitz.

L'implementazione di questa si traduce nella seguente espressione:

$$\mathbf{P}\boldsymbol{\mu} = \mathbf{Q} + \boldsymbol{\eta}$$

dove \mathbf{P} è una matrice $k \times n$ all'interno della quale ciascuna riga costituisce una view, \mathbf{Q} è un vettore di dimensione k contenente tutte le combinazioni lineari sui rendimenti stabilite dalla matrice \mathbf{P} , mentre $\boldsymbol{\eta} \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{S})$, è il termine idiosincratico che deriva dall'incertezza circa le view stesse, e la matrice \mathbf{S} risulta essere diagonale.

La stima del vettore contenente i valori attesi dei rendimenti di mercato è ottenuta attraverso l'applicazione del teorema di Bayes e l'utilizzo congiunto delle equazioni precedenti

$$\frac{R}{Q} = \frac{I}{P} \mu - \frac{\varepsilon}{\eta}$$

TEOREMA DI BAYES:

$$P(A|B) = \frac{(P(B|A)P(A))}{(P(B))}$$

la quale adattata alla situazione finanziaria può essere intesa come:

$$P(\boldsymbol{\mu} | I) = \frac{P(I | \boldsymbol{\mu})P(\boldsymbol{\mu})}{P(I)}$$

Dove \mathbf{I} rappresenta il set informativo a priori e $\boldsymbol{\mu}$ il vettore dei rendimenti attesi. Il significato della formula è evidente: la distribuzione a posteriori dei rendimenti attesi condizionata sull'intera informazione disponibile equivale al prodotto tra la distribuzione dei dati condizionata sui

rendimenti attesi e la probabilità delle opinioni dell'investitore sugli stessi, scalato per il livello di confidenza dell'investitore sul set informativo. In questo modo i dati raccolti sono utilizzati per perfezionare le opinioni personali sui rendimenti attesi

Ottenute le stime circa il vettore dei rendimenti di equilibrio e la matrice di varianza e covarianza, affinché sia possibile applicare il modello di **Black e Litterman**, il manager è tenuto a formulare le proprie view sui rendimenti; egli può quindi affrontare il problema del blending cioè quello della modifica dei rendimenti alla luce delle proprie opinioni sul mercato azionario.

Esprimendo tali view in forma matriciale otteniamo:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{Q} =$	0,20	livello di confidenza	30%
	0,10	assegnato a ciascuna view =	40%
	0,30	(grado di fiducia)	20%
	0,10		60%
	0,10		30%

$$\tau = 0,05$$

Varianza delle view

Calibrata sul grado di fiducia (CASO A)

$$\begin{pmatrix} 3,33 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5,00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,67 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3,33 \end{pmatrix}$$

Calibrata empiricamente (CASO B)

$$\begin{pmatrix} 0,0007 & 0,0005 & 0,0006 & 0,0008 & 0,0008 \\ 0,0005 & 0,0011 & 0,0010 & 0,0012 & 0,0013 \\ 0,0006 & 0,0010 & 0,0015 & 0,0016 & 0,0017 \\ 0,0008 & 0,0012 & 0,0016 & 0,0033 & 0,0022 \\ 0,0008 & 0,0013 & 0,0017 & 0,0022 & 0,0034 \end{pmatrix}$$

Inversa della covarianza tra le view

$$\begin{pmatrix} 0,30 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,40 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Inversa della covarianza tra le view

$$\begin{pmatrix} 2529,18 & -591,13 & -376,94 & -162,49 & -87,13 \\ -591,13 & 2387,10 & -976,19 & -65,08 & -245,71 \end{pmatrix}$$

0	0	0,20	0	0	-376,94	-976,19	2459,56	-426,30	-499,91
0	0	0	0,60	0	-162,49	-65,08	-426,56	660,58	-144,45
0	0	0	0	0,30	-87,13	-245,71	-499,91	-144,45	758,95

Ottenendo così il vettore dei rendimenti attesi di Black e Litterman nei due casi:

CASO A

CASO B

$\mu_{BL} = 0,00004$
 0,00003
 0,00004
 0,00002
 0,00011
 0,00008
 0,00004
 0,00006
 0,00004

$\mu_{BL} = 0,15487$
 0,11262
 0,10859
 0,07377
 0,13872
 0,14525
 0,10560
 0,15150
 0,11690

$$\Sigma_{BL} = \Sigma + ((\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P)^{-1}$$

Che nel caso in cui $\Omega \rightarrow 0$, cioè opinioni certe, si ha $\Sigma_{BL} = \Sigma$

$\Omega \rightarrow \infty$, cioè opinioni non informative $\Sigma_{BL} = (1+\tau)\Sigma$

Caso A

$\Sigma_{BL} =$	0,0034	0,0011	0,0017	0,0011	0,0026	0,0027	0,0016	0,0021	0,0019
	0,0011	0,0010	0,0008	0,0006	0,0012	0,0012	0,0008	0,0009	0,0008
	0,0017	0,0008	0,0017	0,0007	0,0017	0,0019	0,0011	0,0015	0,0013
	0,0011	0,0006	0,0007	0,0011	0,0012	0,0011	0,0007	0,0008	0,0006
	0,0026	0,0012	0,0017	0,0012	0,0050	0,0032	0,0018	0,0024	0,0018
	0,0027	0,0012	0,0019	0,0011	0,0032	0,0050	0,0022	0,0025	0,0019
	0,0016	0,0008	0,0011	0,0007	0,0018	0,0022	0,0015	0,0015	0,0012
	0,0021	0,0009	0,0015	0,0008	0,0024	0,0025	0,0015	0,0023	0,0016
	0,0019	0,0008	0,0013	0,0006	0,0018	0,0019	0,0012	0,0016	0,0017

$$\omega_{BL} = [-0,010 \quad 0,008 \quad 0,005 \quad -0,011 \quad 0,015 \quad 0,002 \quad -0,003 \quad 0,015 \quad -0,006]$$

Caso B

$$\Sigma_{BL} = \begin{bmatrix} 0,0029 & 0,0009 & 0,0013 & 0,0009 & 0,0020 & 0,0021 & 0,0012 & 0,0017 & 0,0015 \\ 0,0009 & 0,0009 & 0,0006 & 0,0005 & 0,0009 & 0,0009 & 0,0006 & 0,0007 & 0,0006 \\ 0,0013 & 0,0006 & 0,0013 & 0,0005 & 0,0013 & 0,0014 & 0,0008 & 0,0011 & 0,0010 \\ 0,0009 & 0,0005 & 0,0005 & 0,0010 & 0,0010 & 0,0008 & 0,0006 & 0,0006 & 0,0005 \\ 0,0020 & 0,0009 & 0,0013 & 0,0010 & 0,0042 & 0,0026 & 0,0014 & 0,0018 & 0,0013 \\ 0,0021 & 0,0009 & 0,0014 & 0,0008 & 0,0026 & 0,0041 & 0,0017 & 0,0019 & 0,0015 \\ 0,0012 & 0,0006 & 0,0008 & 0,0006 & 0,0014 & 0,0017 & 0,0013 & 0,0012 & 0,0009 \\ 0,0017 & 0,0007 & 0,0011 & 0,0006 & 0,0018 & 0,0019 & 0,0012 & 0,0018 & 0,0013 \\ 0,0015 & 0,0006 & 0,0010 & 0,0005 & 0,0013 & 0,0015 & 0,0009 & 0,0013 & 0,0014 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_{BL} = [-0,010 \quad 64,177 \quad 0,026 \quad -0,011 \quad -9,646 \quad -11,015 \quad -0,003 \quad 46,220 \quad -0,006]$$

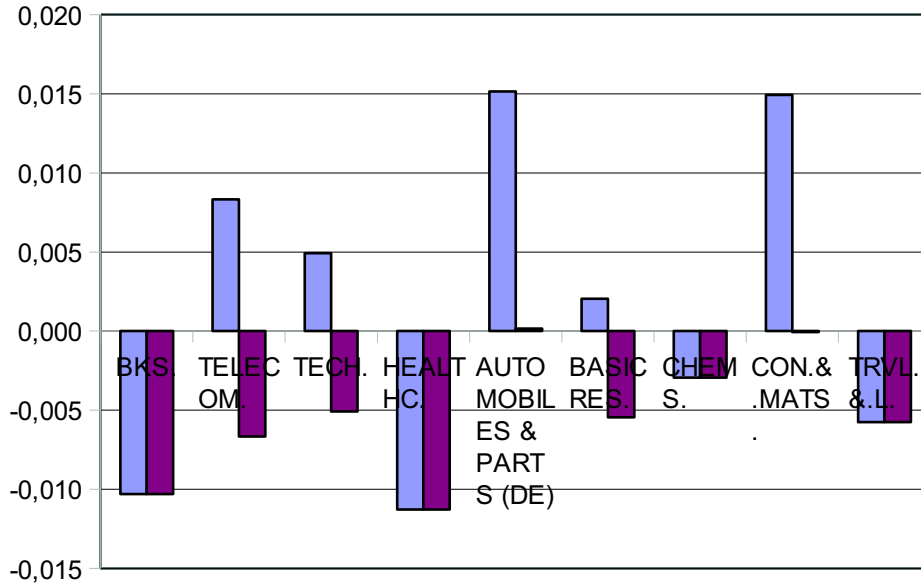


Grafico 3.1

Il **Grafico 3.1**, rappresenta la differenza fra il CAPM e l'approccio Black e Litterman, mettendo a confronto i pesi ottenuti considerando solo il mercato (CAPM) ed i pesi considerando sia il mercato che le opinioni del manager (Approccio Black e Litterman), dove si nota che i pesi calcolati tramite

l'approccio di Black-Litterman sembrano molto più ragionevoli rispetto a quelli calcolati col CAPM.

Utilizzando il modello Garch si ottengono:

CASO A

CASO B

$\mu_{BL} = 0,00006$
 0,00003
 0,00004
 0,00002
 0,00012
 0,00008
 0,00003
 0,00005
 0,00004

$\mu_{BL} = 0,15489$
 0,11262
 0,10859
 0,07378
 0,13873
 0,14525
 0,10560
 0,15150
 0,11691

$\omega_{BL-GARCH(A)} = [-0,0002 \ 0,0027 \ -0,0001 \ -0,0027 \ 0,0175 \ 0,0045 \ -0,0141 \ 0,0079 \ -0,0052]$

$\omega_{BL-GARCH(B)} = [-0,0002 \ 64,1722 \ 0,0217 \ -0,0027 \ -9,6444 \ -11,0123 \ -0,0141 \ 46,2137 \ -0,0052]$

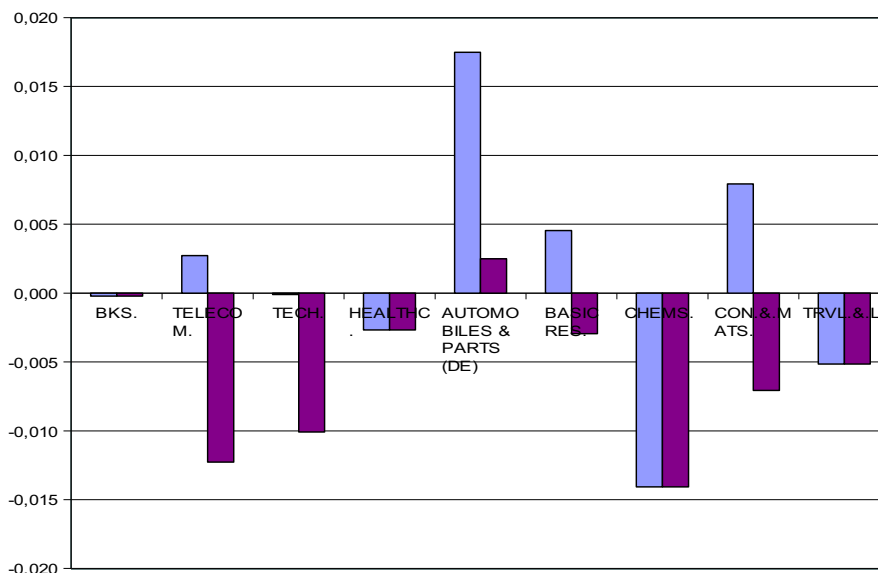


Grafico3.2

Il **Grafico 3.2** mostra i pesi ottenuti con il CAPM e l'approccio Black-Litterman con differenza

rispetto al precedente grafico che si utilizzano per la stima dei parametri non il metodo dei MQO ma il modello GARCH.

Inoltre anche se le opinioni non coinvolgono tutti gli ETF, i rendimenti attesi di tutti gli ETF variano perchè i singoli rendimenti non sono tra loro incorrelati (matrice Σ piena), al contrario dei pesi associati agli ETF (come si nota in entrambi i grafici) per i quali solo quelli a cui si esprimono opinioni sono modificati, in quanto tengono conto del mercato e delle opinioni, gli altri rimangono invariati.

Nella **Tabella 10** vengono riassunti i pesi calcolati con l'approccio Black-Litterman utilizzando però per calcolare le stime di α β sia il metodo dei MQO sia il modello di eteroschedasticità condizionale (GARCH)

$\omega_{BL-CASO A}$	$\omega_{BL-CASO B}$	$\omega_{BL-GARCH CASO A}$	$\omega_{BL-GARCH CASO B}$
-0,010	- 0,010	-0,0002	- 0,0002
0,008	64,177	0,0027	64,1722
0,005	0,026	-0,0001	0,0217
-0,011	- 0,011	-0,0027	- 0,0027
0,015	- 9,646	0,0175	- 9,6444
0,002	-11,015	0,0045	-11,0123
-0,003	- 0,003	-0,0141	- 0,0141
0,015	46,220	0,0079	46,2137
-0,006	- 0,006	-0,0052	- 0,0052

Tabella 10

CONCLUSIONE

Il modello di Markowitz è quello più utilizzato per la gestione del portafoglio, ma esso presenta dei problemi in quanto vi è un'elevata dipendenza dei pesi del portafoglio di tangenza dalle stime dei rendimenti medi storici e della varianza dei rendimenti stessi, causando così notevoli fluttuazioni nei pesi di portafoglio di tangenza in seguito a piccoli cambiamenti nei rendimenti medi. Inoltre il numero di parametri da stimare cresce molto velocemente all'aumentare dei titoli nel portafoglio.

Una delle soluzioni a questo problema è, come visto nel Capitolo 2, quella di determinare i rendimenti di equilibrio degli ETF tramite il CAPM, dove i nuovi pesi del portafoglio di mercato sono meno estremi e più ragionevoli rispetto a quello calcolato col modello di Markowitz, come si può notare nei dati trattati.

Il fattore importante che determina questi nuovi pesi è il Mercato. Infatti, le argomentazioni in termini di equilibrio di mercato utilizzate nella derivazione del CAPM suggeriscono che il mercato conosce qualcosa sui rendimenti futuri che noi ignoriamo se ci dovessimo basare sui rendimenti storici.

Può accadere però che si possa pensare che il mercato stia sbagliando ed una soluzione a ciò è sicuramente l'approccio di Black e Litterman, il quale permette di coniugare con la realtà le aspettative o le previsioni, permettendo di ottenere a posteriori dei rendimenti superiori rispetto all'approccio di Markowitz o al modello di equilibrio (CAPM), dove l'introduzione delle view come prior information nel meccanismo di determinazione delle attese sui rendimenti permette al manager di costruire un portafoglio che tenga conto sia delle stime condotte sia delle sue intuizioni all'interno di un dato orizzonte previsivo prefissato.

Inoltre, l'applicazione empirica ha evidenziato che è possibile effettuare strategie di asset allocation mediante l'utilizzo congiunto di un modello di eteroschedasticità condizionale (GARCH) e dell'approccio Bayesiano fornito dal modello Black-Litterman. I vantaggi che emergono in questo contesto rispetto ai tradizionali modelli media-varianza sono di diversa natura ma il più importante è che la stima del vettore dei rendimenti attesi e della matrice delle varianze e delle covarianze è consistente con il fatto che, i rendimenti non seguono una distribuzione normale, come si può notare alla fine del terzo capitolo nella **Tabella 10**, in cui vengono messi a confronto i pesi calcolati con l'approccio Black e Litterman, ma utilizzando per stimare i parametri sia il metodo dei MQO che appunto il modello GARCH, i quali quest'ultimi presentano pesi meno estremi rispetto ai primi.

Se il manager è molto incerto circa le sue view o addirittura non ne formula alcuna, il suo

investimento sarà prossimo a quello di equilibrio; se invece egli confida molto nella propria capacità di previsione, costruirà un portafoglio ripartito in modo differente rispetto a quello ottenuto attraverso l'applicazione del modello di equilibrio CAPM .

Bibliografia

- [1] <http://it.ishares.com/it/rc/informazioni/cosa-sono-gli-etf>
<http://www.finanzaonline.com/etf/>
- [2] Pastorello Sergio, Rischio e rendimento, Il Mulino (2001), pag. 29
- [3] Pastorello Sergio, Rischio e rendimento, Il Mulino (2001), pag. 25
- [4] Pastorello Sergio, Rischio e rendimento, Il Mulino (2001), pag. 25
- [5] Agliardi Elettra e Chiesa Gabriella, Economia dei Mercati Finanziari, Carocci (2003), pag 50
- [6] Agliardi Elettra e Chiesa Gabriella, Economia dei Mercati Finanziari, Carocci (2003), pag 55-56
- [7] Agliardi Elettra e Chiesa Gabriella, Economia dei Mercati Finanziari, Carocci (2003), pag 53
- [8] Pastorello Sergio, Rischio e rendimento, Il Mulino (2001), pag. 90
- [9] Beltratti Andrea, I Mercat finanziari, Carocci (2001), pag 64
- [10] Pastorello Sergio, Rischio e rendimento, Il Mulino (2001), pag.288
- [11] Pastorello Sergio, Rischio e rendimento, Il Mulino (2001), pag.289
- [12] Nunzio Cappuccio e Renzo Orsi, Econometria, Il Mulino (2005), pag. 470-471
- [13] Nunzio Cappuccio e Renzo Orsi, Econometria, Il Mulino (2005), pag. 471
- [14] Nunzio Cappuccio e Renzo Orsi, Econometria, Il Mulino (2005), pag. 130
- [15] Gallo Giampiero e Pacini Barbara, Metodi quantitativi per i mercati finanziari, Carocci (2002),
pag. 281
- [16] <http://dea2.univpm.it/quaderni/pdf/185.pdf>
http://dse.univr.it/lubian/documents/EMF_2008/BlackLitterman2008.pdf
-