

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Psicologia dello Sviluppo e della Socializzazione

Corso di laurea Magistrale in Psicologia dello Sviluppo e dell'Educazione

Tesi di laurea Magistrale in Psicologia dello Sviluppo

**Ansia genitoriale per la matematica e prime abilità numeriche
nei toddlers: quali relazioni con le attività numeriche
domestiche?**

**Parental anxiety about maths and first numerical skills in toddlers: what
relationships with domestic numerical activities?**

Relatrice:

Prof.ssa Daniela Lucangeli

Correlatrice:

Dott.ssa Annamaria Porru

Ambra Romagnoli

Matricola n.: 2019264

Anno Accademico 2021-2022

Abstract

La letteratura ci mostra come negli ultimi anni sia cresciuto l'interesse verso l'acquisizione delle abilità numeriche nei bambini. Sappiamo che fin dalla nascita il bambino dimostra di possedere dei meccanismi innati che lo aiutano nella comprensione delle quantità (Kaufman, et al., 1949), ma solo grazie allo sviluppo in un ambiente supportivo raggiunge capacità più avanzate (Gelman & Gallistel, 1978). Appare chiaro come allora l'ambiente di apprendimento casalingo, per i bambini più piccoli, ricopra un ruolo fondamentale nella traiettoria di crescita in generale, e nello sviluppo numerico in particolare (Niklas et al., 2016). E se il genitore avesse sviluppato ansia per la matematica, come questo andrebbe ad influenzare la frequenza di attività numeriche che svolge a casa con il figlio? Nel presente studio abbiamo cercato di rispondere a questa domanda, indagando anche se esistesse una relazione tra l'Home Numeracy e le abilità numeriche del bambino. Hanno preso parte allo studio 22 bambini, di età compresa tra i 27 e i 41 mesi, frequentanti un asilo nido. Oltre alla somministrazione di uno strumento per le abilità numeriche al bambino, è stato presentato anche un questionario ai genitori, per misurare la frequenza delle attività numeriche a casa e l'eventuale presenza di ansia per la matematica. Dall'analisi correlazionale di Spearman è emerso che non esiste nessuna correlazione negativa significativa tra ansia genitoriale per la matematica e Home Numeracy ($r = 0.283$; $p = 0.202$). Anche i risultati dell'analisi correlazionale tra Home Numeracy e abilità numeriche dei bambini lasciano molti dubbi sui meccanismi alla base. Questi risultati, in linea in parte con la letteratura, mostrano come ci siano ancora molti dubbi sulla relazione che intercorre tra queste variabili, e come sia quindi necessario trovare strumenti e modelli più adatti a misurare il loro rapporto.

Sommario

<i>Introduzione</i>	1
<i>Capitolo 1 - ABILITÀ NUMERICHE NEL BAMBINO</i>	4
1.1. Nati per contare: intelligenza numerica e abilità innate	4
1.2. Due sistemi a confronto: Approximate Number System (ANS) & Object Tracking System (OTS)	6
1.3. L'importanza dell'acquisizione di un vocabolario matematico.....	10
1.4. Da capacità preverbalì allo sviluppo del conteggio.....	11
<i>Capitolo 2 - ANSIA PER LA MATEMATICA</i>	15
2.1. Che cos'è l'ansia per la matematica	15
2.2. Antecedenti dell'ansia per la matematica	19
2.2.1. Antecedenti Individuali.....	19
2.2.1.1. Cosa succede a livello dei geni?.....	20
2.2.1.2. Ansia ed età	20
2.2.1.3. Complessità legate al genere	21
2.2.2. Antecedenti Ambientali	21
2.2.2.1. Il ruolo degli insegnanti.....	22
2.2.2.2. L'influenza dei genitori e del gruppo dei pari	23
2.3. Conseguenze della presenza di ansia per la matematica	23
2.4. Quando le conseguenze hanno ripercussioni sugli altri: relazione tra l'ansia per la matematica del genitore e la performance del figlio	26
<i>Capitolo 3 - HOME NUMERACY</i>	30
3.1. Che cos'è l'Home Numeracy Environment	30
3.2. Come l'ansia per la matematica influenza le attività domestiche	32
3.3. Relazione tra Home Numeracy Environment e abilità numeriche del bambino	34
<i>Capitolo 4 – LA RICERCA</i>	39
4.1. Campione	39
4.2. Compiti e procedure	39
4.2.1. Misurazione delle abilità numeriche dei bambini	40
4.2.2. Valutazione del coinvolgimento dei genitori in attività domestiche sulla numerosità	41

4.2.3.	Valutazione della presenza o assenza di ansia per la matematica nei genitori	41
4.3.	Analisi dei dati.....	41
4.4.	Risultati.....	42
4.4.1.	Analisi descrittiva.....	42
4.4.2.	Ipotesi 1: ansia per la matematica nel genitore e Home Numeracy	43
4.4.3.	Ipotesi 2: Home Numeracy e capacità numeriche del bambino.....	45
4.5.	Discussione.....	48
Capitolo 5 - CONCLUSIONI.....		50
5.1.	Limiti dello studio e prospettive future.....	50
5.2.	Ripensare interventi mirati.....	52
Bibliografia.....		55

Introduzione

Il presente lavoro nasce con l'intento di indagare le abilità numeriche nei toddlers e cercare di capire quali variabili esterne e familiari possono intervenire nello sviluppo matematico. Oggi sappiamo che i bambini, fin da molto piccoli, sono spugne che assorbono tutto ciò che li circonda, e se in passato le loro abilità sono state spesso minimizzate, ora la letteratura ci fornisce invece prove delle loro avanzate capacità. Piaget, ad esempio, credeva che il bambino potesse imparare a contare non prima dei 6/7 anni (Piaget, & Szeminska, 1941), mentre ora sappiamo che già i neonati percepiscono numerosità diverse (Antell, & Keating, 1983). Le abilità del bambino sono allora molteplici, a partire da alcune capacità innate, come quella del subitizing, che permette di riconoscere e discriminare a colpo d'occhio piccole numerosità (Kaufman, et al., 1949). Dall'altra parte troviamo un altro sistema innato che lavora in modo opposto, e che ci permette cioè di discriminare grandi numerosità, ma in modo approssimato: l'Approximate Number System (ANS) (Dehaene, 1997; Feigenson et al., 2004). La discriminazione di piccole numerosità esatte è invece compito dell'Object Tracking System (OTS), che crea rappresentazioni di piccoli insiemi di singoli elementi, alla base dei significati delle prime parole numeriche dei bambini (Carey, 2004; Le Corre & Carey, 2007). Il punto di incontro tra questi due sistemi, ANS e OTS, sembra essere il linguaggio, che permette al bambino di generare insiemi di elementi con valore cardinale (Spelke, 2011). Allora il vocabolario specifico della matematica ha un ruolo centrale nello sviluppo della numerosità nel bambino, in quanto è correlato alle prime conoscenze matematiche: i bambini, infatti, distinguono sin dall'inizio tra numeri e altri quantificatori, assegnando interpretazioni esatte solo ai numeri (Barner et al., 2009). Il bambino, proprio attraverso il linguaggio, inizia a conoscere la stringa dei numeri, ma il passaggio dalla conoscenza lessicale a quella numerica è più complesso. L'apprendimento del valore quantitativo dei numeri avviene attraverso l'acquisizione dei 5 principi identificati da Gelman e Gallistel: principio dell'ordine stabile, principio della corrispondenza biunivoca, principio della cardinalità, principio dell'astrattezza e principio dell'irrelevanza dell'ordine (Gelman & Gallistel, 1978). All'inizio il bambino impara la sequenza numerica come se fosse una filastrocca, senza capirne il significato. A poco a poco comincia a capire la corrispondenza biunivoca, e cioè che ad ogni numero corrisponde una numerosità precisa. Solo con la cardinalità però il bambino impara a

contare, e questo processo avviene per stadi, partendo dai numeri più piccoli, e si acquisisce verso i 3 anni e mezzo d'età (Mix, 2009). La conoscenza dello zero segue invece un processo diverso, dal momento che nel linguaggio comune solitamente si tendono a preferire le parole "nulla/nessuno": il bambino è allora meno esposto a questo concetto, e quindi fatica ad apprenderlo (Krajcsi et al., 2017).

Un disturbo strettamente legato alla matematica è l'ansia per la matematica. Si tratta di una reazione negativa a tutto ciò che riguarda o anticipa conti e problemi numerici (McLeod, 1994; Richardson & Suinn, 1972). L'ansia per la matematica è caratterizzata da una serie di antecedenti individuali, come la predisposizione genetica (Wang et al., 2014), l'età (Dowker et al., 2016) e il genere (Ertl et al., 2017; Bieg et al., 2015): sembra infatti essere maggiormente diffusa nelle donne e in età adolescenziale. A livello ambientale invece gli aspetti che influenzano l'insorgenza e lo svilupparsi di questo stato di tensione sono principalmente il sistema culturale di riferimento (Stankov, 2010; Foley et al., 2017) e le persone che ruotano intorno al soggetto ansioso. Alcuni studiosi pensano ad esempio che l'ansia per la matematica abbia radici nell'insegnamento, e che siano quindi gli insegnanti, con atteggiamenti negativi o troppo richiestivi a causare l'insorgenza del disturbo (Turner et al., 2002). Durante la crescita dell'individuo il gruppo dei pari ricopre un ruolo centrale, per cui può divenire un importante precursore dell'identità matematica (Hazari et al., 2017; Cribbs et al., 2015). Senza dubbio però la figura di riferimento fondamentale nello sviluppo del bambino è rappresentata dal genitore, che plasma le esperienze che il figlio farà. Le conseguenze di questo stato ansioso possono essere molteplici, ma riguardano principalmente la performance scolastica (Skaalvik, 2018), l'atteggiamento nei confronti dell'apprendimento (Paechter et al., 2017), le scelte scolastiche (Meece et al., 1990; Foley et al., 2017; Chipman et al., 1992) e alcuni processi cognitivi (Hopko et al., 1998; McDonough & Ramirez, 2018). La letteratura ci suggerisce che alti livelli di ansia per la matematica nei genitori correlano con la performance matematica del bambino (Beilock et al., 2010; Schaeffer et al., 2021; Soni e Kumari, 2017), e in particolare pare che genitori con atteggiamenti positivi nei confronti della matematica abbiano maggiori probabilità di utilizzare nell'ambiente domestico un vocabolario specifico e di inserirvi attività numeriche (Susperreguy et al., 2020).

Vygotskij (1978) è stato uno dei primi a teorizzare l'importanza di un ambiente familiare supportivo, che sostiene il bambino nel suo sviluppo. L'Home Numeracy Environment (HNE), cioè l'insieme degli aspetti familiari che supportano l'apprendimento matematico, sembra avere conseguenze sulla performance numerica del bambino (Krajewski & Schneider, 2009; Niklas & Schneider, 2014; Duncan et al., 2007; Niklas et al., 2016). I dati in letteratura sono però contrastanti perché se da una parte abbiamo ricerche che hanno trovato correlazioni negative tra l'ansia genitoriale e la frequenza di attività svolte (Del Río et al., 2017), dall'altra parte sono presenti anche studi che non hanno trovato nessuna relazione tra le due variabili (Hart et al., 2016). Diversi ricercatori tra cui LeFevre (2009) e Klemans (2012) hanno inoltre trovato come la frequenza delle attività numeriche svolte a casa correli positivamente con le abilità matematiche dei bambini. Purtroppo, i dati sono ancora pochi, e soprattutto sono poche le ricerche svolte su bambini piccoli, che non hanno ancora iniziato la scuola elementare.

Nella presente ricerca sono state indagate queste tre variabili, cioè le competenze numeriche del bambino, l'ansia genitoriale e l'Home Numeracy. Ciò che ci aspettiamo di trovare è che queste variabili siano strettamente connesse tra loro, e in particolare che all'aumentare dell'ansia diminuisca la frequenza di attività numeriche a casa, e che invece all'aumentare dell'Home Numeracy, aumenti anche la performance numerica del bambino. Per dimostrare queste ipotesi abbiamo condotto uno studio su 22 bambini (dai 27 ai 41 mesi d'età) frequentanti l'asilo nido, e sui relativi genitori.

Capitolo 1 - ABILITÀ NUMERICHE NEL BAMBINO

1.1. Nati per contare: intelligenza numerica e abilità innate

In passato si è ritenuto che le abilità numeriche e poi quelle aritmetiche fossero abilità che il bambino apprendeva nel corso dello sviluppo, in modo sequenziale e in collegamento con la capacità di esprimersi attraverso il linguaggio. Piaget tra i primi riteneva che le strutture di intelligenza generale fossero in stretta connessione con lo sviluppo delle competenze numeriche (Piaget, & Szeminska, 1941). Questa conoscenza numerica si andrebbe a sviluppare allora nel passaggio dal pensiero irreversibile al pensiero concreto delle operazioni logiche: la nostra idea di numerosità si baserebbe sulla capacità di ragionare transitivamente, sul principio di conservazione, sulla capacità di astrazione delle proprietà percettive e sulla capacità di manipolazione. Queste competenze per Piaget sono i prerequisiti per lo sviluppo di abilità matematiche, e tale sviluppo avverrebbe con il contatto e il confronto con un ambiente esterno. A questo punto il bambino di 6/7 anni sarebbe in grado di contare, cioè di capire il legame tra la sequenza numerica e la quantità a cui si fa riferimento. Altri autori hanno sostenuto che per l'acquisizione di tali abilità siano fondamentali anche alcuni processi cognitivi più generali come la memoria di lavoro (Ashcraft, et al., 1992; Hulme & Mackenzie, 1992), la cognizione spaziale (Rourke, 1993) e il linguaggio (Bloom, 1994; Barth, et al., 2009). In questo caso rimane però difficile capire il nesso causale tra questi processi e le abilità matematiche, che sembrano influire a ritroso sulla cognizione.

Già nel 1983 però Antell e Keating dimostrarono come neonati di pochi giorni (21-144 ore di vita) fossero in grado di rilevare differenze numeriche in matrici composte da pochi stimoli discreti (come stimolo erano utilizzati dei pallini), attraverso un paradigma di abituaione/disabituaione (Antell, & Keating, 1983). Certo, andando ad aumentare gli stimoli, questa abilità decade, ma è eccezionale come neonati di poche ore di vita siano già in grado di percepire in qualche modo la numerosità. Un esperimento simile è stato svolto con bambini più grandi, di 6-8 mesi, e utilizzando stimoli diversi, cioè oggetti (Starkey, & Gelman, 2020). In questo modo è stata eliminata la possibilità che il bambino risponda solo alla novità e non al cambiamento di numerosità. In questo caso, infatti, erano mostrate delle carte con sopra sempre due oggetti, differenti però ad ogni prova.

Quando al bambino veniva mostrata la carta con 3 oggetti, i tempi di osservazione erano significativamente più lunghi. Questo comporta che il bambino a questa età sia già in grado di astrarre tutte le caratteristiche di uno stimolo, distinguendo la numerosità dal colore, la forma o la dimensione. Il limite del concetto di numerosità dei bambini così piccoli sembra essere 3, per cui per i numeri successivi sono semplicemente in grado di discriminarli come “più di 3”: in questo modo il bambino fa riferimento ad una numerosità relativa per cui riconosce un maggiore o minore insieme di elementi (Butterworth, 1999). Questo si rifà allora al *subitizing*, cioè alla capacità innata e precisa di discriminare velocemente piccole numerosità, in modo automatico, senza bisogno di contare (Kaufman, et al., 1949). Questa abilità è naturalmente presente anche nell'uomo adulto, e si aggira sul numero 4 (4 ± 1), quindi rimane limitata anche con la crescita dell'individuo, pur continuando a svilupparsi.

Ad 11 mesi d'età i bambini sono in grado di percepire i concetti di crescente e decrescente: se abituati a vedere configurazioni di pallini che aumentano o diminuiscono (fase di pre-test), mostrano maggiore interesse (misurato attraverso i tempi di osservazione) nella fase di test per la configurazione che è discordante, cioè che va nel senso opposto rispetto alla fase di pre-test (Brannon, 2002). Questa capacità sembra svilupparsi tra i 9 e gli 11 mesi, in quanto lo stesso esperimento non mostra risultati significativi in bambini di 9 mesi. Sono poi presenti anche studi cross-modali che mostrano come i bambini di 6/8 mesi possano rilevare corrispondenze numeriche tra le modalità visiva e uditiva. In uno di questi esperimenti venivano proposti al bambino tre battiti di tamburo e poi venivano mostrati in contemporanea su due display 2 e 3 oggetti (Moore et al, 1987). I bambini mostravano tempi di osservazione più lunghi per la figura che mostrava il numero di oggetti corrispondente ai battiti sul tamburo.

A pochi mesi di vita i bambini non sono solo in grado di discriminare quantità diverse, ma pare siano anche in grado di percepire le conseguenze di addizione e sottrazione. Wynn ha dimostrato come bambini di 4/5 mesi si rendessero conto quando l'operazione loro mostrata non dava il risultato atteso (Wynn, 1992). Questi bambini erano posti di fronte ad un sipario e osservavano mentre venivano inseriti sul palcoscenico dei pupazzetti; quando il sipario si alzava i bambini vedevano la scena, che poteva essere congruente rispetto all'operazione matematica (stesso numero di marionette che erano state inserite o tolte dalla scena) o incongruente (numero di marionette differente). Gli

sperimentatori hanno notato come questi bambini fissavano più a lungo la scena che violava l'operazione matematica attesa (violazione dell'aspettativa). Questo studio è stato replicato anche con bambini più piccoli, di 3 mesi, che osservano più a lungo la scena quando il numero di pupazzi non è atteso (Simon, et al., 1995). I bambini molto piccoli sarebbero allora già in grado di rappresentarsi diverse numerosità e di eseguire manipolazioni mentali di tali rappresentazioni, possedendo così aspettative aritmetiche.

Si può quindi parlare di intelligenza numerica, cioè quella capacità umana innata di pensare il mondo in termini di numerosità, capire ed interpretare l'ambiente circostante attraverso quantità (Lucangeli, 2010). Butterworth sostiene che esista in ognuna delle nostre menti un *modulo numerico*, che fin dalla nascita ci permette di riconoscere e distinguere la numerosità di un insieme di oggetti, di ordinare delle grandezze e di processare piccole quantità (Butterworth, 1999). Si tratta del nucleo centrale di ogni nostra conoscenza matematica, che attraverso l'apprendimento può progredire ed evolvere in abilità sempre più avanzate.

1.2. Due sistemi a confronto: Approximate Number System (ANS) & Object Tracking System (OTS)

Sono due i meccanismi di base che ci permettono di processare, comprendere, ragionare e relazionarci con le informazioni numeriche. Questi due meccanismi alla base della capacità numerica sono l'Approximate Number System (ANS) e l'Object Tracking System (OTS) (Dehaene, 1997; Feigenson et al., 2004).

L'ANS è un sistema di rappresentazione delle quantità non simboliche (es. pallini). Questa capacità permette di operare stime di numerosità superiori ai 3/4 elementi, in modo non preciso, ma approssimato. Permette quindi di discriminare tra numerosità diverse, identificando la numerosità maggiore e quella minore, basandosi su stime. L'ANS è presente fin dalla nascita negli esseri umani (Izard et al., 2009) e alcuni autori pensano che incarni implicitamente caratteristiche che forniscono ai bambini un punto d'appoggio sui principi del conteggio (cioè, cardinalità, ordine stabile, corrispondenza, ecc.) (Gallistel & Gelman, 1992). Le prime prove sperimentali riguardo la presenza di questo sistema nei bambini provengono da Xu e dal suo gruppo di ricerca (2000; 2005). Bambini di 6 mesi sono in grado di discriminare sperimentalmente gruppi di puntini, quando vengono messi a confronto gli stimoli con un rapporto di 8:16 e 16:32, ma non

rapporti di 8:12 e 16:24 (Xu & Spelke, 2000; Xu, et al., 2005). Attraverso un paradigma di abituaione visiva hanno allora dimostrato come a 6 mesi i bambini siano in grado di discriminare rapporti di 1:2, ma non di 2:3. Come succede nell'adulto, la prestazione del bambino segue la legge di Weber, per cui dipende dal rapporto, e non dalla differenza assoluta tra i due insiemi (*ratio-dependent performance*): questa capacità di stima diminuisce se il rapporto fra le due quantità si avvicina sempre di più a 1 (Dehaene, 2011; Feigenson et al. 2004; Gallistel & Gelman, 1992).

Lo stesso effetto dovuto al rapporto si verifica anche nella modalità uditiva, sia che si confrontino piccole numerosità che grandi insiemi di stimoli (Wynn, 2009; Lipton & Spelke, 2003). Secondo il modello dell'accumulatore (Meck & Church, 1983), i numeri non sono le uniche quantità rappresentate come grandezze, ma anche le quantità continue come le durate condividono lo stesso formato rappresentativo (Gallistel & Gelman, 2000; Gallistel & Gelman, 2005; Gibbon, 1977). VanMarle e Wynn hanno studiato allora le durate nei bambini, trovando che questi possono effettivamente discriminarle e, soprattutto, che mostrano la stessa funzione di discriminazione del numero (rapporti 1:2, ma non 2:3), fornendo ulteriori prove per un meccanismo rappresentativo sottostante comune (VanMarle & Wynn, 2006).

Un'importante scoperta, ormai consolidata, è la constatazione che la precisione delle rappresentazioni analogiche dei bambini (sia per numero che per durata) migliora sostanzialmente durante il primo anno di vita e continua a migliorare durante l'infanzia e fino all'età adulta (Mou, 2014). Per il numero, i bambini riescono a discriminare rapporti di 1:3 fin dalla nascita (Izard et al., 2009), rapporti di 1:2 entro i 5/7 mesi di età (Brannon et al., 2007; Libertus & Brannon, 2010; McCrink & Wynn, 2007; Yamaguchi, et al., 2009; Wood & Spelke, 2005; Wynn, et al., 2002; Xu & Spelke, 2000; Xu et al., 2005), rapporti di 2:3 a circa 9 mesi (Brannon et al., 2007; Libertus & Brannon, 2010; Lipton & Spelke, 2003; Xu & Arriaga, 2007; Xu & Spelke, 2000) e rapporti di 3:4 da 3 a 4 anni di età (Halberda & Feigenson, 2008). Questa abilità di discriminazione e stima migliora nel corso della vita adulta, per cui si arriva a discriminare in modo affidabile i numeri con un rapporto di 7:8 (Barth et al., 2003) e a volte fino ad un rapporto di 9:10 o 10:11 (Halberda & Feigenson, 2008; Pica et al., 2004; Halberda et al., 2012). Lo stesso schema sembra valere per la durata, per cui a 6 mesi i bambini riescono con rapporti 1:2 ed entro 9 mesi

con rapporti 2:3 (Lipton & Spelke, 2003; vanMarle & Wynn, 2006; Wood & Spelke, 2005).

L'OTS invece è un sistema che consiste in un insieme di indici che "puntano" verso oggetti nel mondo, tenendone traccia mentre si muovono nello spazio e nel tempo (Kahneman et al., 1992; Le Corre & Carey, 2007; Pylyshyn & Storm, 1988). Si tratta di un meccanismo di base, che permette di individuare un massimo di 4 elementi nello spazio (attraverso il subitizing) in modo preciso, per cui ha una capacità limitata (Feigenson et al., 2004). Nei bambini questo sistema appare ancora più limitato per cui non va oltre a numerosità di 3. Bambini di 14 mesi, infatti, posti davanti ad una scatola in cui prima sono stati inseriti 3 oggetti, e poi ne sono stati recuperati solo 2, si mettono a cercare all'interno della scatola il terzo oggetto, non ancora estratto (Feigenson & Carey, 2003). Lo stesso però non accade quando vengono inseriti nella scatola 4 oggetti, e poi estratti 3, per cui bambini così piccoli non riescono a rappresentarsi numerosità maggiori di 3. Lo stesso limite è presente anche nella scelta tra due numerosità differenti: a bambini tra i 10 e i 12 mesi veniva chiesto di scegliere tra due quantità diverse di cracker, e come ci si può aspettare questi sceglievano sempre la quantità maggiore (Feigenson & Carey, 2005; Feigenson et al., 2002). Questo meccanismo però si interrompeva con numerosità maggiori di 3, anche quando il rapporto tra le due quantità era altamente discriminabile (es. 1:4). Questo modello di prestazione differisce notevolmente da quello osservato con grandi numerosità (ANS), perché il successo dei bambini non dipende più dal rapporto numerico ma dal numero assoluto di elementi presentati, con un limite di 3.

Secondo Carey e Le Corre (2007) i significati delle prime parole numeriche dei bambini derivano dalle loro rappresentazioni di piccoli insiemi di singoli elementi nell'OTS (Carey, 2004; Le Corre & Carey, 2007). I bambini imparano allora le prime parole numeriche come quantificatori del linguaggio naturale mappando le etichette verbali su insiemi di singoli elementi (Spelke & Tsivkin, 2001; Almoammer et al., 2013). Ad esempio, un bambino che manipola due oggetti utilizzerà l'OTS per impostare un modello di memoria di lavoro basato su questi due elementi, che può essere poi memorizzato nella memoria a lungo termine e, nel tempo, viene associato all'etichetta verbale ascoltata "due". Allora l'acquisizione di significato lenta e frammentaria dei numeri nel bambino riflette il tempo necessario per sviluppare forti associazioni tra le etichette ascoltate e i modelli di insiemi di oggetti archiviati nella memoria a lungo

termine. Gallistel (2007) ha però sollevato alcune critiche riguardo gli studi di Carey e Le Corre (2007), in quanto l'OTS crea simboli per rappresentare i singoli oggetti, ma non ha alcun simbolo per rappresentare il numero totale di elementi nel set, cioè la sua cardinalità. Senza una rappresentazione della cardinalità, l'OTS manca di un contenuto numerico critico, il che rende poco chiaro come questo sistema possa conferire alle parole-numero un significato quantitativo.

Spelke (2011) propone allora un modello in cui i due sistemi cooperano per lo sviluppo nel bambino della capacità di contare. Lei considera l'acquisizione del conteggio da parte dei bambini come un'istanza di cambiamento concettuale, in cui il linguaggio è il punto di incontro dei due sistemi. Secondo il modello di Spelke (2011) allora l'ANS genererebbe valori cardinali per un'ampia gamma di grandezze, ma con relativamente poca precisione; l'OTS invece produrrebbe rappresentazioni esatte, ma solo per piccoli numeri di stimoli e senza valore cardinale. Se combinati attraverso il linguaggio, l'ANS e l'OTS supportano insieme un nuovo sistema di conteggio verbale, consentendo al bambino di rappresentare e generare insiemi di qualsiasi dimensione con precisi valori cardinali.

In sintesi, l'elaborazione di quantità grandi e piccole da parte dei bambini mostra l'esistenza di due sistemi distinti. In primo luogo, la discriminazione numerica approssimata di grandi dimensioni varia rispetto al rapporto tra numerosità, mentre la discriminazione di numeri piccoli varia rispetto al numero assoluto di stimoli, con un limite di circa 3. In secondo luogo, la discriminazione di numeri grandi non è influenzata dalle variazioni di variabili continue, mentre la discriminazione di numeri piccoli spesso lo è. Queste dissociazioni suggeriscono che numerosità grandi e piccole siano materia di due sistemi parzialmente separati con funzioni diverse: le grandi numerosità attivano principalmente un sistema per rappresentare insiemi e confrontare i loro valori cardinali approssimativi, mentre le piccole numerosità attivano un sistema che rappresenta e traccia stimoli numericamente distinti, consentendo il calcolo delle loro proprietà quantitative continue e del numero di elementi nell'insieme (Feigenson et al., 2004).

1.3. L'importanza dell'acquisizione di un vocabolario matematico

Come visto in precedenza il linguaggio gioca un ruolo fondamentale nello sviluppo delle competenze numeriche. La matematica ha un vocabolario ad alto contenuto specifico (Harmon et al., 2005) e la terminologia matematica (ad es. "più", "meno") dipende dal linguaggio. Una parte del linguaggio orale che è stata ipotizzata essere particolarmente importante per lo sviluppo delle capacità matematiche è l'insieme di concetti correlati alla matematica, come "più", "meno", "più alto" e "più basso", che possono essere utilizzati per confrontare o classificare oggetti, ma anche termini come "intero" o "metà" e vocaboli più spaziali, come "sotto" e "sopra" (Pruden et al., 2011). Il vocabolario matematico necessario per un apprendimento efficace è ampio e include parole che fanno riferimento al riconoscimento di numeri (es. parole-numero, "quanti", "conta", "decine", "di più", "dispari"), alle operazioni matematiche di addizione e sottrazione (es. "aggiungi", "di più", "meno", "del tutto", "differenza"), alla risoluzione di problemi (es. "schema", "confronto", "risposta", "resto", "prezzo"), e che coinvolgono concetti come misure, tempo, forma e spazio (ad es. "dimensione", "confronto", "lunghezza", "profondità").

Inoltre, il vocabolario specifico della matematica è correlato alle prime conoscenze matematiche dei bambini, per cui sembra che i quantificatori svolgano un ruolo più generale nell'evidenziare la funzione semantica dei numeri e che i bambini distinguano sin dall'inizio tra numeri e altri quantificatori, assegnando interpretazioni esatte solo ai numeri (Barner et al., 2009). In più questi quantificatori semantici sembrano spiegare la relazione tra le abilità linguistiche generali e le prime prestazioni matematiche, suggerendo come un vocabolario matematico specifico abbia un ruolo chiave nel processo di apprendimento precoce della matematica (Toll & Van Luit, 2014b).

C'è un consenso generale sul fatto che le conoscenze matematiche dei bambini si sviluppino a partire da interazioni che coinvolgono il linguaggio matematico (Clements et al., 2013). Ad esempio, i bambini di due e tre anni la cui lingua, come l'inglese o il russo, include nella grammatica il concetto di singolare/plurale hanno avuto più successo nel comprendere parole-numero come "uno", "due" e "tre" rispetto a quelli la cui lingua, come il cinese o il giapponese, non ha forme singolari e plurali per i nomi (Sarnecka et al., 2007; Li et al., 2013). I bambini, quindi, tendono ad usare prima "due" e "tre" per indicare "molti" invece di una determinata quantità. Queste abilità inoltre sembrano

essere malleabili: è stato svolto un interessante studio in cui la lettura di fiabe contenenti un vocabolario mirato alla matematica (con termini come "uguale", "più" e "meno") sembrava aumentare la conoscenza del vocabolario e le competenze numeriche dei bambini (Hassinger-Das et al., 2015).

I bambini iniziano a sperimentare il linguaggio della matematica relativamente presto grazie all'interazione con genitori e adulti significativi (Fuson, 1988). Lo studio del contesto interattivo e linguistico in cui il bambino sperimenta per la prima volta e usa le parole numeriche è importante per la comprensione dello sviluppo iniziale in questo dominio. Si è visto infatti che i bambini tra i 9 e i 36 mesi possono presentare discrepanze di comportamento dovute all'ambiguità dell'input linguistico del genitore (Durkin et al., 1986). Il linguaggio del genitore allora può portare a conflitti e contraddizioni nelle prime esperienze linguistiche e numeriche dei bambini, ma questo conflitto sembra promuovere lo sviluppo.

1.4. Da capacità preverbalì allo sviluppo del conteggio

Come si passa allora da queste abilità innate alla capacità di contare? Il passaggio da un processo analogico-preverbale ad uno linguistico-simbolico avviene con il contatto con l'ambiente e la cultura. Il bambino conosce all'inizio il numero attraverso semplici filastrocche che impara a memoria, senza conoscerne il vero significato numerico (es. "Un, due, tre la Peppina fa il caffè") e grazie al nome di alcune fiabe infantili (es. "Biancaneve e i sette nani", "I tre porcellini"). Contare è un'abilità complessa che presuppone tre diverse capacità: conoscere le parole-numero, cioè i vocaboli specifici con cui si identificano i numeri e il loro ordine, collegare ciascuna parola-numero con l'oggetto dell'insieme contato, e identificare con l'ultima parola-numero il totale dell'insieme contato (Lucangeli et al., 2007). Si tratta allora dei tre principi di Gelman e Gallistel, che sarebbero alla base del saper contare: principio dell'ordine stabile, principio della corrispondenza biunivoca e principio della cardinalità (Gelman & Gallistel, 1978). Questi autori hanno poi proposto due ulteriori principi: l'astrattezza e l'irrelevanza dell'ordine. La loro conoscenza presuppone prima di tutto l'acquisizione della comprensione del concetto di numerosità. Il principio di irrilevanza dell'ordine si rifà alla consapevolezza che gli insiemi non hanno un ordine intrinseco e quindi si può iniziare a contarne gli elementi con qualsiasi ordine. Inoltre, un insieme può essere costituito da

qualsiasi elemento, che sia un oggetto, un pensiero o una persona, e tale consapevolezza implica possedere il principio di astrattezza. Naturalmente i bambini all'inizio possiedono il concetto di numerosità senza comprenderlo pienamente e senza conoscerne tutti i principi che logicamente ne conseguono.

Prima di tutto il bambino per imparare a contare deve conoscere le parole-numero e capirne il significato più astratto. All'inizio la sequenza di numeri è usata come stringa, quindi come se fosse un'unica parola (Fuson, 1992). A poco a poco il bambino inizia poi a distinguere le varie parole-numero, come singole unità distinte, ma tende a riprodurle in maniera unidirezionale, partendo da 1. L'apprendimento in sequenza del conteggio inizia allora intorno ai 2/3 anni d'età, e parte da pochi numeri, fino ad arrivare a 100 verso i 6/8 anni. A partire dai 5 anni si ha l'acquisizione graduale della sequenza verbale, che viene così utilizzata in modo bidirezionale (Liverta Sempio, 1997).

Parallelamente all'apprendimento del lessico numerico il bambino impara a stabilire una corrispondenza biunivoca tra gli elementi: l'associazione avviene prima senza la conoscenza dei codici lessicali e arabi, attraverso la relazione uno-a-uno di oggetti presentati simultaneamente, e poi tra la parola e l'elemento dell'insieme contato (Torbeyns et al., 2002). Questa capacità emerge a 2 anni, e il bambino è così in grado di distribuire a ciascuno una caramella, di poggiare una tazzina su ogni piattino e di nominare le persone presenti in una stanza una sola volta ciascuno (Potter & Levy, 1968). A tre anni e mezzo i bambini sono in grado di riconoscere violazioni del principio di corrispondenza biunivoca, per cui se posti davanti ad un pupazzo che sperimentalmente salta nel conteggio un oggetto, o lo conta due volte, si accorgono dell'errore (Gelman & Meck, 1983). I bambini spesso mentre contano indicano l'oggetto, per cui c'è corrispondenza tra il gesto di indicare, l'oggetto e la parola-numero.

La cardinalità sembra essere il principio che viene acquisito più tardi, e che segue stadi di sviluppo ben precisi: si tratta di un processo graduale per cui i bambini non acquisiscono una comprensione della cardinalità per tutti i numeri contemporaneamente. La maggior parte dei bambini tra i 2 e i 3 anni ha ancora difficoltà a comprendere appieno la cardinalità (Fuson, 1988). Nella prima fase, i bambini acquisiscono il significato cardinale di 1 (prendendo il nome di *one-knower*) mentre tutti gli altri numeri sono semplicemente considerati più grandi di uno (Sarnecka & Carey, 2008). A questo punto dello sviluppo della cardinalità il bambino non differenzia per numerosità maggiori ad

uno, per cui se gli viene chiesto di porgere due o tre oggetti allo sperimentatore, lo farà in maniera del tutto casuale. Alcuni mesi dopo, i bambini raggiungono il livello di *two-knower*, per cui comprendono il significato cardinale di uno e due (Sarnecka & Carey, 2008). Questo livello è seguito dal livello di *three-knower*, e così proseguendo per i numeri successivi (Sarnecka et al., 2007). Dopo aver compreso il significato cardinale di 5, succede qualcosa di diverso: improvvisamente i bambini sembrano essere in grado di generare la giusta cardinalità per numeri superiori al 5. A questo livello, i bambini sono definiti come “*cardinal principles knowers*” e capiscono come funziona il conteggio (Sarnecka & Carey, 2008). All'età di circa tre anni e mezzo, i bambini di solito padroneggiano il significato della cardinalità rendendosi conto che un insieme di cinque oggetti, etichettati con la parola-numero cinque, può anche essere contato come “uno, due, tre, quattro e cinque” (Mix, 2009).

È importante sottolineare che lo sviluppo della comprensione da parte dei bambini della cardinalità di piccoli numeri è influenzato sia da abilità numeriche inter-dominio che da abilità numeriche dominio-specifiche (LeFevre et al., 2010); in particolare, sono state osservate le influenze del linguaggio (Carey, 2004; Negen & Sarnecka, 2012) e delle abilità visuo-spaziali (Newcombe et al., 2015).

Lo sviluppo della conoscenza del numero zero sembra però non seguire le stesse tappe viste per gli altri numeri: raramente usiamo la parola “zero” nel linguaggio di tutti i giorni, ma più spesso diciamo “niente/nulla” per indicare l'assenza di qualcosa. Questo è uno dei fattori che ha portato Wellman e Miller a ipotizzare un processo differente nell'acquisizione dello zero, che sembra avvenire pienamente solo verso i 6 anni d'età (Wellman & Miller, 1986). La conoscenza dello zero avverrebbe allora in tre tappe: inizialmente il bambino sa riconoscere lo zero, ma senza capirne il significato, poi è in grado di contare partendo dallo zero, ma senza conferirgli il valore di nulla, e infine è capace di confrontarlo con gli altri numeri, avendo appreso il suo significato. Partendo da queste intuizioni si sono sviluppate teorie differenti, fino a giungere alla consapevolezza che alla base dell'apprendimento differente del numero zero c'è un problema linguistico, dovuto all'utilizzo delle parole “niente/nulla”, piuttosto che di “zero” per indicare un insieme vuoto nel linguaggio di tutti i giorni (Krajcsi et al., 2017). I bambini allora sono capaci di manipolare gli insiemi vuoti anche prima dell'acquisizione del principio di cardinalità, ma non conoscono l'etichetta verbale cardinale corrispondente. Pixner e

colleghi hanno poi indagato se la conoscenza del concetto di zero e quella della cardinalità, seppur sviluppandosi separatamente, potessero essere sostenute dagli stessi fattori (Pixner et al., 2018). Quello che si è visto in questo studio è che effettivamente lo zero dipende da capacità generali di linguaggio e abilità visuo-spaziali (come avviene per il concetto di cardinalità), ma nel suo sviluppo sembrano avere maggiore influenza le capacità dominio-specifiche, come la capacità di rappresentare i numeri sulle dita.

Capitolo 2 - ANSIA PER LA MATEMATICA

2.1. Che cos'è l'ansia per la matematica

L'ansia per la matematica è definita come una reazione negativa alla matematica e alle situazioni che riguardano la matematica. Richardson e Suinn (1972) la definiscono come “... *a feeling of tension and anxiety that interferes with the manipulation of numbers and the solving of mathematical problems in a wide variety of ordinary life and academic situations*”. L'ansia per la matematica allora comprende una gamma di reazioni emotive, che va da stati lievi, come apprensione o antipatia, fino a genuina paura o terrore (McLeod, 1994; Richardson & Suinn, 1972). In effetti, Faust (1992) afferma che si tratta di una vera e propria fobia, basata sui criteri diagnostici standard, come segni di elevata eccitazione cognitiva o fisiologica e una reazione appresa specifica per lo stimolo e la situazione. Le persone ansiose per la matematica riferiscono non solo difficoltà nella vita scolastica, ma anche interruzioni nelle loro attività quotidiane, come calcolare il resto che gli spetta, o controllare un libretto degli assegni. È ben documentato come l'ansia per la matematica contribuisca in modo determinante ad un "evitamento globale", cioè quella tendenza ad evitare situazioni che hanno a che fare con la matematica, come corsi opzionali nell'istruzione secondaria e universitaria (Ashcraft & Faust, 1994). Una conseguenza importante di ciò è che le persone ansiose per la matematica evitano percorsi formativi e professionali che dipendono dalla matematica, nonostante le crescenti richieste che la forza lavoro sia ben formata in materie tecnologicamente avanzate.

L'ansia per la matematica è un problema diffuso in tutto il mondo che colpisce tutte le fasce d'età. Circa il 93% degli americani adulti dichiara di provare un certo livello di ansia per la matematica e si stima che circa il 17% della popolazione statunitense ne soffra ad alti livelli (Blazer, 2011; Ashcraft & Moore, 2009). In uno studio nel Regno Unito, riguardo un campione di adolescenti, circa il 30% dei partecipanti ha riportato un'elevata ansia per la matematica e un ulteriore 18% ne è sembrato in qualche modo influenzato (Johnston-Wilder et al., 2014). La serie di dati più ampia è fornita dagli studi del “Program for International Student Assessment” (PISA). Nella valutazione del 2012, riguardo i 34 paesi partecipanti dell'Organisation for Economic Cooperation and Development (OECD), il 59% degli studenti tra i 15 e i 16 anni ha riferito di sentire spesso

una sensazione di ansia e paura per le possibili difficoltà che potrebbero incontrare durante le lezioni di matematica, mentre il 33% ha riferito di sentirsi molto teso quando deve completare i compiti di matematica e un altro 31% ha dichiarato di diventare molto nervoso durante la risoluzione di problemi matematici (Agasisti & Zoido, 2018). La stessa ricerca ha riportato che in Italia il 43% degli studenti riferisce sentimenti di tensione durante compiti matematici.

A livello fisiologico, i sintomi dell'ansia per la matematica includono l'aumento della frequenza cardiaca, le mani sudate, il mal di stomaco e lo stordimento (Blazer, 2011). Questi sentimenti di tensione sono stati oggettivamente verificati, confrontando la reattività fisiologica degli studenti durante il completamento di compiti di matematica rispetto a quando completavano semplici anagrammi (Sheffield & Hunt, 2006; Faust, 1992). Gli studenti con livelli elevati di ansia per la matematica hanno mostrato un aumento maggiore della reattività cardiovascolare durante la risoluzione di compiti di matematica rispetto agli studenti con bassi livelli di ansia.

La ricerca neurocognitiva suggerisce che l'ansia per la matematica e le sue risposte affettive sono correlate alla rete della paura e del dolore nel cervello (Artemenko et al, 2015). A livello neurale allora sono due le reti che rappresentano l'emotività legata all'ansia per la matematica: la rete del dolore che coinvolge l'insula e la rete della paura legata all'amigdala (Lyons & Beilock, 2012; Young et al., 2012). Negli studi di risonanza magnetica funzionale, l'attività nella rete del dolore dell'insula si osserva quando individui che soffrono di ansia per la matematica devono affrontare un compito di matematica, per cui non è il compito in sé, ma la sua anticipazione ad essere correlata all'attività cerebrale legata al dolore. In uno studio incentrato sulla rete della paura bambini molto ansiosi per la matematica hanno mostrato iperattività e una connettività anormale nell'amigdala basolaterale destra, suggerendo che gli effetti dell'ansia per la matematica su queste reti dipendono anche dall'età (Young et al., 2012; Artemenko et al, 2015).

Ma come e perché si manifesta questo disturbo? Orly Rubinsten (2018) con il suo gruppo di ricerca ha ideato un modello che tenta di spiegare la manifestazione dell'ansia per la matematica, e l'insieme di fattori che aumentano la probabilità di insorgenza di tale disturbo (Rubinsten et al, 2018). Secondo questo modello bio-psico-sociale il rischio dell'instaurarsi di questo disturbo dipende da fattori di tipo individuale, psico-educativo e sociale. Questi aspetti, interagendo durante l'arco di vita, modulerebbero il processo di

apprendimento e il funzionamento emotivo personale. I fattori individuali presi in esame riguardano la predisposizione su base neurale, genetica e cognitiva, verso questo tipo di difficoltà. A livello neurologico è stata riscontrata una correlazione tra l'ansia per la matematica e una disfunzione nel solco intraparietale (Young et al., 2012). Il patrimonio genetico, allo stesso modo, sembra avere un ruolo importante per comprendere questa condizione: gli studi sui gemelli mostrano una predisposizione innata a manifestare ansia per la matematica (Wang et al., 2014). Per quanto riguarda il livello cognitivo invece potrebbero essere due le spiegazioni causali: abilità numeriche inferiori o abilità matematiche nella norma, ma in presenza di specifici bias attentivi, paure e attribuzioni di disvalore che concorrerebbero a ridurre le prestazioni disciplinari. In altre parole, la letteratura sottolinea come le manifestazioni di ansia relative al materiale numerico possano essere sia la causa sia la conseguenza della difficoltà in matematica. Esistono allora relazioni reciproche sul rapporto di causalità tra ansia e prestazioni matematiche, che in futuro andranno studiate con più chiarezza.

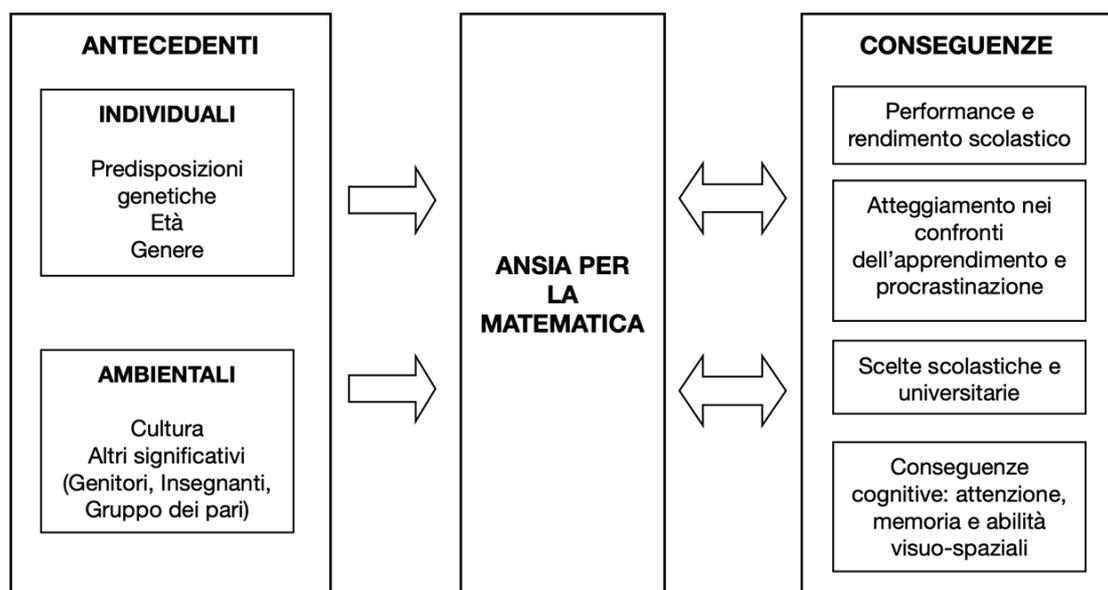
I fattori individuali non sono però sufficienti a spiegare questo disturbo: il bambino, infatti, passa la maggior parte del suo tempo a scuola o a casa, ed è fortemente influenzato da genitori, membri della famiglia, insegnanti e pari. In particolare, diversi studi hanno mostrato come genitori e insegnanti siano attori fondamentali nel modulare l'atteggiamento dei bambini verso l'apprendimento in generale e verso la matematica in particolare (Park et al., 2016). Le ricerche in questo settore indicano che i genitori con ansia per la matematica, se coinvolti nelle pratiche educative a casa, possono far emergere o intensificare l'ansia per la matematica nei figli (Daches Cohen & Rubinsten, 2017). Gli insegnanti, oltre ai genitori, hanno un ruolo importante nell'acquisizione dell'atteggiamento generale rispetto all'apprendimento e alle competenze scolastiche. Gli studi a riguardo hanno mostrato come i docenti con ansia per la matematica potrebbero causare comportamenti ansiogeni verso la matematica negli alunni, in particolare nelle alunne femmine (Beilock et al., 2010). In una revisione recente è emerso che esiste una relazione negativa tra l'ansia per la matematica degli insegnanti e il rendimento in matematica degli studenti, già a partire dalla prima elementare, indifferentemente dal sesso (Schaeffer et al, 2021).

Nell'eziopatogenesi dell'ansia per la matematica hanno un'importante influenza anche le norme culturali e le politiche nazionali (Foley et al., 2017). L'OECD, ad

esempio, indica che le nazioni con i più alti livelli di apprendimento matematico vantano meno studenti con ansia per la matematica e viceversa. Questa dovrebbe essere la norma ma i paesi dell'est asiatico (Singapore o Corea del Sud), pur avendo alti livelli di apprendimento matematico, mostrano una maggiore prevalenza di ansia specifica, mentre questa condizione è assente in studenti di altre nazioni con elevate performance matematiche, come la Svizzera (Foley et al., 2017). Questa diversità nella distribuzione del fenomeno può essere attribuita a differenze culturali relative al perseguimento di obiettivi accademici tra nazioni con un alto livello di apprendimento disciplinare (Stankov, 2010). Anche se i sintomi dell'ansia sono molto simili in tutte le culture, le manifestazioni del fenomeno possono variare tra diverse nazionalità, a causa della diversa rilevanza che viene data a questa disciplina.

Possiamo allora riassumere che gli aspetti che modulano la comparsa di questo disturbo sono antecedenti individuali e ambientali, e che l'ansia per la matematica ha a sua volta conseguenze sulla vita personale e scolastica dell'individuo (Figura 1).

Figura 1 - Tabella riassuntiva su antecedenti e conseguenze dell'ansia per la matematica



2.2. Antecedenti dell'ansia per la matematica

Gli antecedenti dell'ansia per la matematica possono essere suddivisi in caratteristiche personali e ambientali. Gli antecedenti personali si riferiscono all'individuo (es. conoscenze pregresse, ansia di tratto, genere, età), mentre gli antecedenti ambientali includono aspetti come i valori educativi o culturali e l'influenza di altre persone significative nella propria vita.

2.2.1. Antecedenti Individuali

Come abbiamo visto in precedenza le predisposizioni genetiche sono tra le caratteristiche personali che hanno un ruolo nello sviluppo di questo disturbo. Per studiare questa componente sono stati fatti confronti sperimentali tra gemelli monozigoti (che condividono il 100% del DNA) e gemelli dizigoti (che condividono solamente il 50% del DNA), osservando un contributo ereditario moderato nell'ansia per la matematica, con influenze ambientali che spiegano il resto della varianza (Malanchini et al., 2017; Wang et al., 2014). Gli individui con una predisposizione ereditaria sembrano avere maggiori probabilità di sviluppare ansia per la matematica, ma sono necessarie ulteriori ricerche poiché il ruolo dell'influenza genetica rispetto all'influenza dell'ambiente familiare e scolastico non è ancora chiaro. In particolare, è stata scoperta una stima di ereditabilità del 40% e correlazioni con altre forme di ansia, come l'ansia generalizzata (Wang et al., 2014). In una metanalisi con un campione di bambini e giovani adulti, l'ansia generale e quella per la matematica sono risultate essere correlate in modo significativo (Hembree, 1990); tuttavia, la forza della relazione differisce per le varie sfaccettature dell'ansia per la matematica: test e ansia in classe relativi alla matematica sono più strettamente correlati alla propensione all'ansia generalizzata rispetto all'ansia numerica (Paechter et al., 2017).

Si è visto poi come ci sia una certa comorbilità tra l'ansia per la matematica e la discalculia: quando i bambini hanno debolezze nelle abilità matematiche e sperimentano difficoltà e feedback negativi, spesso sviluppano anche ansia per la matematica (Rubinsten & Tannock, 2010).

2.2.1.1. Cosa succede a livello dei geni?

A differenza delle malattie monogeniche, che sono causate da mutazioni di un singolo gene, i disturbi d'ansia in generale non seguono una modalità di ereditarietà mendeliana. Le analisi di segregazione, infatti, indicano un modello di ereditarietà genetica complesso, comprendente un'interazione di più geni e l'influenza di aspetti ambientali (Vieland et al. 1996). In accordo con un modello di eziologia poligenica dei disturbi d'ansia, gli studi di linkage hanno identificato diversi possibili loci di rischio cromosomico che co-segregano con i disturbi d'ansia negli alberi genealogici familiari (Maron et al. 2010). Gli studi di associazione si sono concentrati sull'identificazione di varianti di rischio, per lo più polimorfismi a singolo nucleotide (SNP) in geni candidati definiti a priori, come i geni correlati alla funzione monoaminergica, ai neuropeptidi o ai sistemi correlati all'asse ipotalamo-ipofisi-surrene (HPA) (Bandelow et al. 2016; Domschke & Deckert 2012; Smoller 2016). Tuttavia, nonostante la forte evidenza di una notevole influenza genetica sulla patogenesi dei disturbi d'ansia, solo una porzione dei geni di rischio che contribuiscono allo sviluppo di disturbi d'ansia è stato identificato e i risultati non sono stati replicati in modo inequivocabile. La ricerca di geni candidati è ulteriormente complicata da comorbilità complesse, eterogeneità eziologica e distinzione poco chiara tra ansia clinica e non clinica, aspetti che richiedono una rivalutazione in campioni ben definiti e sufficientemente potenti (McGrath et al. 2012).

2.2.1.2. Ansia ed età

I livelli di ansia per la matematica crescono con l'età, man mano che i bambini progrediscono dall'infanzia all'adolescenza (Hembree, 1990; Ma & Kishor, 1997). Dowker e il suo gruppo di ricerca (2016) hanno trovato che questa traiettoria di crescita dell'ansia per la matematica nell'adolescenza coincide con la maggiore incidenza di disturbi d'ansia e con l'esposizione cumulativa ad atteggiamenti negativi, stereotipi e un curriculum scolastico sempre più impegnativo (Dowker et al., 2016). Tuttavia una significativa ansia per la matematica può essere osservata già tra i bambini della scuola primaria (Haase et al., 2012; Ramirez, et al, 2016; Ramirez et al., 2013; Wu et al., 2012).

2.2.1.3. Complessità legate al genere

Per quanto riguarda il genere invece gli studi sull'ansia per la matematica nell'istruzione secondaria trovano quasi sempre livelli più elevati di ansia per la matematica nelle donne, rispetto agli studenti maschi (Bieg et al., 2015; Else-Quest et al., 2010). Sembra allora esistere un pregiudizio di genere legato all'ansia per la matematica: le ragazze ottengono punteggi più alti dei ragazzi in tutte le prove legate a questo disturbo (Dowker et al., 2016). Questo effetto sembra essere minore nella scuola primaria, anche se in un recente studio con un campione di bambini britannici di età compresa tra 8 e 9 anni, è emerso che le bambine presentavano livelli di ansia legati alla matematica maggiori (Carey et al., 2017). Sono allora necessari studi a lungo termine in cui lo sviluppo delle differenze di genere nell'ansia per la matematica possa essere osservato durante gli anni di formazione dei bambini. Gran parte delle differenze di genere può essere attribuita a stereotipi riguardo le abilità delle donne in matematica (così come in scienze, tecnologia e ingegneria) (Ertl et al., 2017; Bieg et al., 2015). Le ragazze nel corso dello sviluppo interiorizzano questi stereotipi, che le vedrebbero come meno brave in matematica rispetto ai ragazzi, e si considerano perciò inferiori in queste materie. Lo stereotipo interiorizzato influenza la percezione della difficoltà del compito ed è correlato all'aumento dello sforzo e della tensione, nonché alla diminuzione delle prestazioni (Macher et al., 2015; Ertl et al., 2017). Nelle situazioni in cui alle donne viene ricordato lo stereotipo secondo il quale i maschi sono più bravi in matematica rispetto alle femmine, le loro prestazioni precipitano (Spencer et al., 1999). È stato anche osservato che la minaccia dello stereotipo attiva le aree cerebrali ventrali associate all'elaborazione emotiva negativa e inibisce le aree dorsali rilevanti per l'elaborazione controllata legata alla matematica (Krendl et al., 2008).

2.2.2. Antecedenti Ambientali

Dall'altra parte troviamo gli aspetti culturali e sociali che influenzano lo svilupparsi dell'ansia per la matematica. La cosa interessante è che esistono differenze specifiche tra i paesi dell'Asia e dell'Europa occidentale. Gli studenti nei paesi asiatici, in particolare Corea, Giappone e Thailandia, riportano punteggi bassi riguardo la propria autostima in matematica e l'autoefficacia, e parallelamente un'elevata ansia per la

matematica, mentre gli studenti nei paesi dell'Europa occidentale, come Austria, Germania, Liechtenstein, Svezia e Svizzera mostrano valori elevati di autoefficacia e autostima in matematica e bassa ansia (Foley et al., 2017). Questa differenza sembra essere dovuta al fatto che gli studenti asiatici tendono a fissare obiettivi elevati e si valutano secondo standard rigorosi, e inoltre percepiscono i loro genitori e se stessi come meno soddisfatti del loro rendimento scolastico rispetto agli studenti non asiatici (Lee, 2009; Whang & Hancock, 1994). Ma quando si tratta di ansia per la matematica, i paesi europei mostrano un'associazione più forte tra ansia per la matematica e prestazione rispetto ai paesi asiatici. Tuttavia, in tutti i paesi, l'ansia per la matematica è correlata (anche se in misura diversa) con i risultati ottenuti nei compiti di matematica durante gli anni universitari (Lee, 2009).

Un'influenza importante è data poi da insegnanti, genitori e altri adulti significativi, che fungono da modelli e influenzano i bambini con i loro atteggiamenti nei confronti della matematica (Casad et al, 2015).

2.2.2.1. Il ruolo degli insegnanti

Sebbene l'ansia per la matematica sia comune nella popolazione generale (Beilock & Willingham, 2014; Foley et al., 2017), è particolarmente prevalente tra coloro che studiano per diventare insegnanti delle scuole elementari (Hart et al., 2019; Hembree, 1990). Questo è allora preoccupante se pensiamo che nell'istruzione primaria, gli insegnanti hanno un'influenza particolarmente significativa, trasferendo la propria ansia per la matematica ai loro studenti (Furner & Berman, 2003); in particolare sembra che le insegnanti di scuola elementare influenzino soprattutto le ragazze, sia per quanto riguarda il livello di ansia per la matematica, sia per quanto riguarda il rendimento scolastico e le convinzioni sulle proprie capacità matematiche (Beilock et al., 2010; Jackson & Leffingwell, 1999). Il ruolo dell'insegnante è un ruolo fondamentale nello sviluppo del bambino, per cui i propri atteggiamenti negativi nei confronti della matematica possono influenzare l'atteggiamento del bambino verso questa materia scolastica (Lin et al, 2017). Secondo Tooke (1998), sebbene l'ansia per la matematica possa avere gravi conseguenze sia nella vita quotidiana che nel lavoro, ha le sue radici nell'insegnamento e di conseguenza negli insegnanti (Williams, 1988). Ad esempio, Turner con il suo gruppo di

ricerca (2002) ha analizzato i modelli di evitamento degli studenti nell'ambito della matematica, notando come siano il risultato di insegnanti che richiedono un'elevata correttezza ma forniscono scarso supporto cognitivo o motivazionale durante le lezioni. Hanno allora ipotizzato che gli studenti con tali insegnanti possano sentirsi "*vulnerabili alle manifestazioni pubbliche di incompetenza*" (Turner et al., 2002; p. 101).

2.2.2.2. L'influenza dei genitori e del gruppo dei pari

L'altra figura importante per lo sviluppo del bambino è quella del genitore, che modella i valori educativi e l'autovalutazione dei propri figli in base al proprio atteggiamento nei confronti della matematica. Le convinzioni dei genitori sulle capacità dei figli hanno un forte impatto sulla loro autovalutazione. Queste convinzioni non si basano necessariamente su valutazioni oggettive perché i genitori possono avere valutazioni stereotipate (Ertl, 2017; Rodríguez-Planas & Nollenberger, 2018). Le attribuzioni dei genitori verso la matematica servono come quadro di riferimento al bambino, e in particolare le madri influenzano l'atteggiamento delle figlie nei confronti della matematica (Casad et al., 2015).

Non è poi da sottovalutare l'influenza che durante la crescita ha il gruppo dei pari: gli adolescenti, ad esempio, sono particolarmente sensibili alle influenze dei loro coetanei. Di conseguenza, ci si può aspettare che i pari influenzino anche le prestazioni matematiche e l'interesse riguardo questa materia. Negli studenti universitari è stata descritta un'influenza positiva riguardo l'interesse per la matematica, per cui il riconoscimento da parte dei pari è un importante precursore dell'identità matematica (Hazari et al., 2017; Cribbs et al., 2015).

2.3. Conseguenze della presenza di ansia per la matematica

L'ansia per la matematica, oltre ad essere di per sé invalidante a causa dei suoi sintomi cognitivi, affettivi e fisici, comporta anche importanti conseguenze per la propria vita scolastica e non.

Prima di tutto, com'è facilmente intuibile, l'ansia per la matematica ha grandi ricadute sulla performance. Ashcraft e Krause (2007) a proposito scrivono "*The story told by the correlations is sad indeed. The higher one's math anxiety, the lower one's math learning,*

mastery, and motivation” (Ashcraft & Krause, 2007). La presenza di questa relazione negativa è stata ritrovata in alcune metanalisi e studi con campioni di diversi gradi scolastici. Tuttavia, ciò che è stato trovato suggerisce che l'ansia per la matematica può spiegare solo una parte della prestazione nel compito (ma una parte considerevole) ed è una variabile all'interno di un insieme di molte altre. Gli studi riguardo l'istruzione primaria producono risultati simili a quelli nell'istruzione secondaria, e in particolare primi segni di ansia per la matematica nelle classi prime e seconde della scuola elementare influenzano le prestazioni in matematica non solo dello stesso anno, ma anche di quelli successivi (Skaalvik, 2018). Tuttavia, non è chiaro se nell'istruzione primaria le conoscenze matematiche siano influenzate dall'ansia per la matematica in generale, o solo da aspetti più specifici. In alcuni studi, infatti, l'ansia per la matematica ha avuto un effetto più forte sul ragionamento matematico e sulla conoscenza dei concetti rispetto che sulle operazioni numeriche e sulle capacità di conteggio (Harari, 2013; Chen et al., 2018). Al contrario, negli studi riguardo l'istruzione secondaria superiore, l'ansia per la matematica era negativamente correlata alla risoluzione di compiti che misuravano diversi tipi di conoscenze e l'applicazione di operazioni matematiche (Ma & Xu, 2004). Per quanto riguarda gli studenti universitari invece ci sono risultati ambigui sull'effettiva influenza dell'ansia per la matematica sulla performance.

L'ansia per la matematica non solo sembra avere effetti diretti sulle prestazioni nei compiti, ma influenza anche l'apprendimento a lungo termine. Gli studenti con alti livelli di ansia per la matematica sono inclini a una varietà di comportamenti di apprendimento avversi: investono meno tempo e sforzi nell'apprendimento, organizzano il loro ambiente di studio in modo meno efficiente e dedicano poca concentrazione e attenzione allo studio (Paechter et al., 2017). Inoltre, gli studenti ansiosi tendono ad evitare situazioni e corsi relativi alla matematica e più frequentemente mostrano comportamenti di procrastinazione (Akinsola et al, 2007). La procrastinazione accademica fa sì che gli studenti rimandino compiti scolastici e la preparazione per gli esami. In matematica, l'acquisizione di conoscenze e abilità e lo sviluppo della fluidità nello svolgere i compiti dipendono fortemente dalla pratica costante. La procrastinazione, quindi, ha effetti significativi, innescando un circolo vizioso che porta gli studenti ansiosi per la matematica ad evitare di prepararsi per compiti matematici, e di conseguenza ad ottenere risultati al di sotto delle aspettative. Queste conseguenze negative porteranno

probabilmente a sviluppare livelli ancora più elevati di ansia per la matematica (Okoiye et al., 2017). I comportamenti di procrastinazione ed evitamento portano gli studenti ansiosi a seguire meno corsi di matematica all'università e ad evitare corsi facoltativi già durante la scuola secondaria (Ashcraft & Moore, 2009; Ashcraft & Krause, 2007). Queste scelte influenzano ulteriormente lo sviluppo di conoscenze e abilità, nonché l'atteggiamento e l'autostima in relazione alla matematica. Di conseguenza, in età avanzata, gli studenti con alti livelli di ansia per la matematica si considerano meno abili in matematica e si aspettano di fare male agli esami. Così questi studenti evitano di iscriversi non solo ai corsi di matematica all'università, ma anche a campi correlati come scienze, tecnologia e ingegneria (Meece et al., 1990; Foley et al., 2017; Chipman et al., 1992). L'ansia e l'interesse per la matematica vengono ritenuti elementi più importanti per le decisioni di carriera degli studenti rispetto alla loro effettiva conoscenza della matematica, come misurato dai punteggi SAT (Scholastic Assessment Test) (Chipman et al., 1992). L'importanza della formazione scientifica e tecnologica è stata riconosciuta anche dal Consiglio Europeo di Lisbona (2000), che tra le misure per garantire sviluppo e competitività raccomandava la necessità di una crescita dei laureati in queste materie.

A livello cognitivo l'ansia per la matematica va ad interferire sull'elaborazione, e di conseguenza poi sulla performance. I due sistemi attenzionali alla base dell'elaborazione cognitiva sono il sistema top-down, guidato dall'obbiettivo, e quello bottom-up, guidato invece dallo stimolo (Eysenck & Calvo, 1992; Derakshan & Eysenck, 2009). L'ansia sconvolge proprio l'equilibrio tra questi due sistemi, facendo sì che il sistema guidato dallo stimolo diventi dominante, riducendo la capacità del soggetto di concentrarsi sulle informazioni rilevanti per il compito. Questo squilibrio è collegato ad errori nell'elaborazione cognitiva, per cui diventa più difficile concentrarsi sugli stimoli rilevanti per la risoluzione di un compito (Ashcraft & Kirk, 2001; Hopko et al., 1998). Possibili intacchi della memoria di lavoro possono coinvolgere aspetti specifici della competenza matematica, in particolare l'accuratezza e la fluidità procedurale. L'ansia per la matematica sembra influenzare maggiormente la fluidità piuttosto che l'accuratezza. Gli studenti con una minore ansia per la matematica sono più efficienti e completano correttamente compiti matematici con operazioni (come addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione) ed equazioni lineari, rispetto agli studenti con livelli più elevati di ansia per la matematica (Cates & Rhymer, 2003). L'ansia per la matematica

inoltre non solo compromette l'elaborazione matematica, ma ha ricadute anche su tutti i processi cognitivi che dipendono dalla fluidità. In uno studio con studenti universitari di psicologia si è visto come i partecipanti con livelli medi o alti di ansia per la matematica fossero compromessi nei processi di lettura, quando il testo da leggere era connesso alla matematica (Hopko et al., 1998). Alcune ricerche suggeriscono anche che i processi cognitivi legati ad alcune dimenticanze riguardo i contenuti matematici sono correlati all'ansia per la matematica (McDonough & Ramirez, 2018). Inoltre, gli individui con un'elevata ansia per la matematica riportano un peggiore senso dell'orientamento e prestazioni inferiori nei test comportamentali spaziali su piccola e larga scala, mostrando come questo disturbo abbia ricadute anche sulle abilità visuo-spaziali (Ferguson et al., 2015).

2.4. Quando le conseguenze hanno ripercussioni sugli altri: relazione tra l'ansia per la matematica del genitore e la performance del figlio

Sebbene la scuola sia generalmente vista come il veicolo principale per l'apprendimento e l'educazione, anche i genitori svolgono un ruolo importante nel successo scolastico degli studenti (Eccles, 2007). Infatti, i genitori sono i primi e più incisivi insegnanti per i loro figli. Ma cosa succede se i genitori stessi sono ansiosi per le materie che i loro figli stanno imparando, come spesso accade con la matematica?

In tutto il mondo, l'ansia per la matematica è associata ad una diminuzione dei risultati in matematica (Lee, 2009). Studi in aula e di laboratorio hanno rivelato molto sul legame bidirezionale tra l'ansia per la matematica di un individuo e la sua performance (Foley et al., 2017). Eppure si sa molto poco su come le risposte emotive negative di una persona nei confronti della matematica possano essere correlate ai risultati e agli atteggiamenti di qualcun altro, come per esempio avere un genitore o un insegnante ansioso per la matematica possa influenzare il successo matematico di un bambino e la sua ansia per la matematica (Beilock et al., 2010).

Tuttavia, la letteratura suggerisce che il livello di ansia per la matematica degli adulti che hanno spesso a che fare con i bambini (es. insegnanti, genitori) può essere correlato ai risultati matematici dei bambini (Beilock et al., 2010; Schaeffer et al., 2021; Soni e Kumari, 2017). In particolare, la relazione tra l'ansia per la matematica dei genitori e le

prestazioni in matematica dei bambini è stata trovata tra gli studenti delle scuole elementari, medie e superiori (Casad et al., 2015; Maloney et al., 2015; Soni & Kumari, 2017). Questa relazione può avere conseguenze su un'ampia gamma di esperienze legate alla matematica, come i risultati scolastici, la svalutazione della materia, il sentimento di autoefficacia, la media dei voti, le intenzioni comportamentali e gli atteggiamenti (Casad et al., 2015; Soni & Kumari, 2017). D'altra parte, è stato dimostrato che gli atteggiamenti positivi dei genitori riguardo la competenza dei loro figli nelle attività legate alla matematica sono associati positivamente alle prestazioni matematiche dei bambini (Aunola et al., 2003).

I genitori di bambini piccoli credono ampiamente che l'istruzione in matematica sia principalmente compito della scuola e che il loro ruolo nel rendimento in matematica dei figli non sia importante quanto quello in altre materie, come la lettura (Cannon & Ginsburg, 2008). È stato invece dimostrato come i genitori abbiano una grandissima influenza sul bambino, in particolar modo se lo aiutano nei compiti: l'ansia dei genitori per la matematica (in un campione di bambini di prima e seconda elementare) era negativamente associata ai risultati in matematica dei bambini, quando i genitori riferivano di aiutare i propri figli più spesso con i compiti di matematica (Maloney et al., 2015). Questi genitori possono avere capacità di aiuto in matematica inadeguate o utilizzare rigidamente strategie educative che sono in conflitto con quelle utilizzate dagli insegnanti in classe, il che potrebbe confondere i bambini e influenzare negativamente il loro apprendimento della matematica. Il coinvolgimento frequente di genitori con un'elevata ansia per la matematica nei compiti di matematica dei propri figli potrebbe anche creare opportunità per comunicare le proprie paure riguardo alla matematica. Infatti, i bambini già in prima elementare sperimentano stati ansiosi per la matematica, che sono negativamente correlati ai loro risultati scolastici (Ramirez et al., 2013; Soni & Kumari, 2017) e questo ritardo tende ad accumularsi durante il percorso scolastico (Duncan et al., 2007). Pertanto, i genitori che sono ansiosi per la matematica e trascorrono più tempo ad aiutare i loro figli in età scolare potrebbero effettivamente fare un disservizio ai bambini, che otterranno risultati peggiori in matematica (Maloney et al., 2015).

Un ulteriore studio ha esaminato le relazioni tra i fattori genitoriali (cioè ansia per la matematica, abilità matematiche e stili di aiuto per i compiti) e il rendimento in matematica del bambino (Retanal et al., 2021). Gli autori hanno trovato che l'ansia per la

matematica dei genitori era positivamente correlata a stili di aiuto durante i compiti di matematica, sia di supporto all'autonomia, che di supporto al controllo. In particolare, lo stile controllante ha in parte mediato la relazione tra l'ansia per la matematica dei genitori e i risultati in matematica dei loro figli. Pertanto, è possibile che l'uso di uno stile specifico di aiuto durante i compiti di matematica possa spiegare come genitori più ansiosi abbiano un'influenza dannosa per l'apprendimento della matematica dei loro figli.

L'identificazione delle relazioni negative tra i fattori genitoriali e i risultati matematici dei bambini è fondamentale per lo sviluppo di interventi legati all'apprendimento della matematica. Berkowitz con il suo gruppo di ricerca (2015) ha scoperto che la relazione tra l'impegno in matematica dei genitori molto ansiosi e le scarse prestazioni dei bambini può essere mitigata dalla formazione: il genitore così, conoscendo i propri sentimenti ostili legati alla matematica, può cercare di mettere in atto atteggiamenti più corretti nei confronti dei figli, in modo da non condizionare il loro apprendimento (Berkowitz et al., 2015). Infatti, in questo studio i genitori che erano ansiosi per la matematica e che ricevevano una guida esplicita su come interagire con i propri figli non inficiavano le prestazioni dei bambini, che erano in linea con quelle dei bambini con genitori poco ansiosi per la matematica. Ciò suggerisce che impegnarsi in contenuti matematici in modo mirato può combattere gli effetti dell'ansia per la matematica dei genitori.

Tutte queste ricerche fanno però riferimento ad un campione di bambini che frequentano la scuola, mentre solo recentemente è cresciuto l'interesse verso una fascia d'età inferiore, prescolare. I dati a riguardo sono pochi, ma sappiamo che i bambini i cui genitori forniscono all'interno dell'ambiente domestico frequenti attività di calcolo mostrano migliori prestazioni aritmetiche durante gli anni dell'asilo e una crescita nel confronto dei numeri non simbolici e simbolici alla fine dell'asilo (Susperreguy et al., 2020). I risultati di questa ricerca indicano che i genitori con atteggiamenti più positivi nei confronti della matematica hanno maggiori probabilità di incorporare attività matematiche e un vocabolario specifico nell'ambiente domestico, per cui questa ulteriore esposizione a concetti matematici potrebbe creare un vantaggio per questi bambini nelle loro prestazioni.

Per quanto riguarda invece la relazione tra l'ansia per la matematica nel genitore e la performance del bambino, ad oggi esiste un solo studio che si è concentrato su un campione prescolare (Becker et al., 2022). Ciò che hanno trovato è che l'ansia per la

matematica dei genitori era correlata negativamente in modo significativo al cambiamento nelle prestazioni matematiche dei bambini durante l'ultimo anno della scuola dell'infanzia, e non era dipendente dal genere. Possiamo allora dire che la relazione ritrovata in letteratura per bambini che frequentano già la scuola, può essere applicata anche ad un campione più giovane, anche se sono necessarie altre ricerche, per approfondire i vari aspetti di questa relazione.

Capitolo 3 - HOME NUMERACY

3.1. Che cos'è l'Home Numeracy Environment

Durante la prima infanzia, lo sviluppo individuale di un bambino è supportato da diversi aspetti del suo ambiente di apprendimento, come l'educazione all'asilo (Burghardt et al., 2020), e le esperienze che fa nel contesto familiare, che sono riassunte nell'ambiente di apprendimento domestico (Anders et al., 2012; Niklas & Schneider, 2017). Secondo la teoria ecologica di Bronfenbrenner (1979), gli aspetti prossimali nell'ambiente dei bambini, come le interazioni dirette genitore-figlio, sono importanti per lo sviluppo delle competenze dei bambini. Allo stesso modo, l'idea di Vygotskij (1978) di apprendere in contesti sociali sottolinea l'importanza delle esperienze dei bambini nelle loro case e di conseguenza delle caratteristiche familiari. Vygotskij ha sottolineato che l'apprendimento dei bambini è più efficiente quando altri esperti, come insegnanti o genitori, possono identificare il livello di abilità dei bambini e costruire le loro interazioni su quel livello, un'idea meglio conosciuta come "Zona di sviluppo prossimale (ZPD)."

Le esperienze dei primi anni non sono importanti solo per lo sviluppo della conoscenza generale, ma anche per lo sviluppo di competenze dominio-specifiche (Burghardt et al., 2020). Negli ultimi anni, diversi studi hanno riportato che le prime abilità numeriche dei bambini predicono abilità matematiche successive (Krajewski & Schneider, 2009; Niklas & Schneider, 2014) e uno dei predittori delle prime abilità matematiche e numeriche è l'ambiente di calcolo a casa (Home Numeracy Environment) (Krajewski & Schneider, 2009; Niklas & Schneider, 2014; Duncan et al., 2007; Niklas et al., 2016). L'Home Numeracy Environment (HNE) può allora essere definito come l'insieme di tutti gli aspetti della famiglia che supportano l'apprendimento matematico precoce dei bambini, come la frequenza e la qualità delle interazioni matematiche genitore-figlio, le risorse matematiche a casa (es. libri e giochi con numeri) e l'atteggiamento dei genitori nei confronti della matematica e dell'apprendimento matematico a casa.

L'HNE, soprattutto in termini di attività matematiche e supporto a casa, può essere differenziato in aspetti formali e informali, come definito da Le Fevre e il suo gruppo di ricerca (Le Fevre et al., 2009). Tra gli aspetti formali troviamo l'uso di libri numerici specifici e la pratica di attività strettamente numeriche, come contare oggetti o esercitarsi

in piccole somme. Questi aspetti sono definiti attraverso l'impegno attivo dei genitori, con l'obiettivo esplicito di insegnare la matematica ai propri figli. D'altra parte, gli aspetti informali includono l'utilizzo di giochi matematici e altre attività nella vita quotidiana che supportano le competenze matematiche dei bambini, senza che questo sia l'obiettivo principale e diretto. Ad esempio, i genitori che giocano a dadi con i loro figli più frequentemente offrono loro l'opportunità di apprendere contenuti numerici, come contare o sommare, nonché simboli e parole numeriche, in un ambiente che è divertente e porta così ad una maggiore motivazione (Cohrssen & Niklas, 2019; Gasteiger & Moeller, 2021). La ricerca mostra come entrambi questi aspetti dell'HNE sembrano supportare le competenze matematiche dei bambini (Elliott & Bachman, 2018; Le Fevre et al., 2009; Skwarchuk et al., 2014).

Le attività di conteggio a casa possono essere ulteriormente suddivise in due categorie in base al livello di difficoltà: attività di base e attività avanzate (Skwarchuk, 2009; Skwarchuk et al., 2014). La distinzione tra attività di base e avanzate ovviamente dipende dall'età e dal livello di prestazione dei bambini. Ad esempio, le attività di base descrivono pratiche con i numeri più semplici, come contare o riconoscere i numeri scritti, mentre le attività avanzate si riferiscono piuttosto ad attività con i numeri più difficili, come insegnare i calcoli. Pertanto, ci si può aspettare che la pratica di attività di base che i bambini possono già svolgere da soli non si traduca in miglioramenti; tuttavia, praticare attività avanzate che sono appena oltre il livello di abilità dei bambini offre opportunità di miglioramento, secondo la teoria di Vygotskij sulla ZPD.

Anders e il suo gruppo di ricerca (2012) hanno dimostrato che non solo l'ambiente di calcolo domestico, ma anche l'alfabetizzazione domestica sono predittori delle competenze matematiche all'età di tre anni. Pertanto, alcuni ricercatori hanno sostenuto che gli ambienti di alfabetizzazione domestica e matematica non sono completamente indipendenti l'uno dall'altro, ma piuttosto formano un costrutto più globale, chiamato Home Learning Environment (HLE) (Melhuish et al., 2008; Dearing et al., 2012; Baker, 2015; Niklas e Schneider, 2017). L'HLE è più comunemente valutato tramite questionari che richiedono una gamma più ampia di attività, sia numeriche che non numeriche (es. frequenza dell'andare in biblioteca, dipingere, disegnare o giocare a dadi) e alcuni beni di famiglia (es. numero di libri o l'accesso a software didattici a casa).

Inoltre, Niklas e Schneider (2014) hanno scoperto che l'HNE è un predittore affidabile delle prime abilità matematiche e dell'ulteriore sviluppo delle competenze dei bambini, anche dopo aver controllato diverse variabili, come SES, intelligenza e variabili linguistiche. I risultati di queste ricerche sono simili e mostrano correlazioni significative tra HNE e competenze numeriche dei bambini.

Fra gli strumenti presenti in letteratura per misurare l'HNE troviamo un questionario, creato da Le Fevre con il suo gruppo di ricerca (2009) per valutare la capacità di calcolo casalingo tramite le auto-dichiarazioni dei genitori sulla frequenza delle varie attività svolte con il figlio in un determinato arco di tempo, ad esempio durante l'ultimo mese. Un altro metodo comune per valutare la matematica domestica è attraverso l'osservazione (Levine et al., 2010). Tipicamente, in uno studio di osservazione, le diadi genitore-figlio vengono osservate mentre si impegnano in attività quotidiane di routine a casa, come preparare la cena (cioè, osservazioni non strutturate), o durante attività prestabilite, come leggere libri o giocare con i Lego, che sono attività preimpostate dai ricercatori a casa o in laboratorio (cioè, osservazioni semi-strutturate). In un passaggio successivo, le registrazioni vengono trascritte per rilevare la frequenza dei discorsi matematici. In altre parole, gli studi di osservazione non indagano la frequenza con cui i genitori e i loro figli si impegnano in attività numeriche (come accade invece nei questionari self-report), ma si concentrano invece sulla frequenza con cui i genitori e i loro figli pronunciano parole numeriche durante determinate attività.

3.2. Come l'ansia per la matematica influenza le attività domestiche

Come abbiamo visto in precedenza l'ansia del genitore può condizionare il suo atteggiamento verso l'apprendimento del figlio e condizionarne così anche le prestazioni. È probabile che anche i sentimenti dei genitori sulla matematica influenzino i messaggi che trasmettono sulla matematica ai loro figli (Gunderson et al., 2012). È stato segnalato che l'ansia per la matematica dei genitori aumenta l'ansia per la matematica dei bambini, ma influisce anche negativamente sul loro atteggiamento per la matematica, portando a effetti sulle loro prestazioni tra il quinto e il decimo anno d'età (Soni & Kumari, 2017). L'ansia per la matematica, infatti, diminuisce la probabilità di esporsi alla matematica e alle opportunità di apprendimento (Scarpello, 2005); pertanto, questo disturbo potrebbe

influenzare la probabilità che i genitori si impegnino in attività di calcolo di qualità e conversazioni con i propri figli, che sono a loro volta associate alle prestazioni di calcolo dei bambini (Berkowitz et al., 2015; Vukovic et al., 2013).

Eccles e colleghi (1993) suggeriscono l'esistenza di due tipi di convinzioni genitoriali che possono influenzare il coinvolgimento dei genitori nelle attività a casa: (1) convinzioni specifiche del genitore sulle proprie abilità matematiche e (2) convinzioni accademiche riguardo il bambino, come la valutazione del suo interesse e delle sue abilità in matematica e l'importanza per lui di questa materia (Eccles, 1993). Allora i genitori che non sono sicuri delle proprie capacità matematiche danno meno importanza alla matematica e trovano l'argomento poco interessante: questi sono i presupposti per fornire di conseguenza un minore supporto all'apprendimento della matematica al proprio figlio a casa rispetto a genitori con convinzioni accademiche più positive su sé stessi. La letteratura ci fornisce risultati contrastanti a riguardo: in uno studio del 2016 è risultato che l'ansia per la matematica segnalata dai genitori non era correlata alla frequenza riportata delle attività di calcolo a casa, per bambini di età compresa tra 3 e 8 anni (Hart et al., 2016). In un altro studio però è stata riscontrata una correlazione negativa significativa per i bambini di 5 anni (Del Río et al., 2017). Gli autori hanno infatti scoperto che i genitori che hanno aspettative di calcolo più elevate per i loro bambini della scuola materna e che riferiscono livelli più bassi di ansia per la matematica sostengono anche di impegnarsi in pratiche di calcolo avanzate più frequentemente con i loro figli. Sembra allora essere confermato che i genitori non sosterranno attivamente lo sviluppo della matematica nei loro figli a meno che non si sentano a proprio agio e competenti nelle loro abilità matematiche in generale o almeno nel tipo di attività numeriche che devono fare per fornire un ambiente domestico ricco di matematica.

È stato recentemente scoperto che livelli più elevati di ansia per la matematica dei genitori sono correlati a livelli più bassi di impegno educativo, in particolare nel coinvolgimento a casa, nelle relazioni casa-scuola e relativamente alle aspettative sull'apprendimento del figlio (Kiss & Vukovic, 2021). In altre parole, i genitori che hanno riferito di esperienze di ansia per la matematica riferivano anche di impegnarsi meno frequentemente in attività legate ad essa, come controllare i compiti scolastici dei figli e comunicare con gli insegnanti, e avevano anche aspettative inferiori su quanto lontano sarebbero andati i loro figli nel percorso scolastico. Questi risultati estendono la

letteratura precedente per dimostrare che l'ansia per la matematica è un tipo specifico di ansia che può influenzare il modo in cui i genitori si impegnano nell'educazione matematica dei loro figli. Questo può essere un indicatore utile per capire come e in che misura i genitori si impegnano nell'educazione dei propri figli.

Allora se i genitori hanno atteggiamenti negativi nei confronti della matematica, potrebbero essere meno propensi a impegnarsi in attività legate alla matematica a casa, riducendo così l'esposizione al calcolo dei loro figli (Zippert et al., 2020).

3.3. Relazione tra Home Numeracy Environment e abilità numeriche del bambino

Le prime competenze numeriche dei bambini sono di grande importanza per i successivi risultati accademici. Nonostante la ricerca ci mostri come il bambino ha innate capacità matematiche, nel corso dello sviluppo vengono apprese ulteriori competenze matematiche attraverso l'interazione con l'ambiente, e quindi con persone, oggetti ed eventi. Diverse opportunità (ad esempio, interagire, giocare, discutere) possono supportare l'apprendimento dei numeri e possono persino portare ad un pensiero numerico avanzato (Niklas et al., 2016). Vari studi hanno esaminato le prestazioni dei bambini in relazione alle attività matematiche che vivono a casa o alle caratteristiche dei loro genitori (Le Fevre et al., 2009; Kleemans et al., 2012; Le Fevre et al., 2010). Ad esempio, Le Fevre e colleghi (2009) hanno analizzato le associazioni tra la frequenza delle attività matematiche genitore-figlio, le aspettative e gli atteggiamenti dei genitori nei confronti della matematica e l'apprendimento matematico precoce dei bambini. Qui, le attività matematiche predicevano significativamente la fluidità matematica dei bambini. Allo stesso modo, Kleemans con il suo gruppo di ricerca (2012) ha mostrato che i risultati matematici successivi dei bambini erano associati ad attività di calcolo tra genitori e figli. Più tali attività sono frequenti, migliori saranno le prime abilità matematiche dei bambini, come la conoscenza matematica e la fluidità.

Gli studi indicano anche effetti tra domini, il che significa che non solo i processi matematici, ma anche quelli linguistici sono collegati alle competenze matematiche (Lehrl et al., 2020; Le Fevre et al., 2010; Napoli & Purpura, 2018). Questo potrebbe essere causato dalla stretta relazione tra i processi specifici del dominio nell'ambiente di

apprendimento a casa, o potrebbe essere il risultato dell'uso di un vocabolario matematico specifico che si utilizza durante le attività di alfabetizzazione e che è anche connesso allo sviluppo delle competenze matematiche (Lehrl, 2018; Lehrl et al., 2020; Ramani et al., 2015; Eason & Ramani, 2020). Tuttavia, un ampio corpus di ricerche sull'importanza dei processi (globali e specifici del dominio) nell'ambiente di apprendimento domestico riguarda solamente i bambini dai tre anni in poi. Gli studi incentrati sull'importanza dell'ambiente di apprendimento domestico per i bambini di età inferiore ai tre anni sono scarsi e si concentrano principalmente su aspetti sociali e/o linguistici (Lehrl, 2018; Mistry et al., 2010; Rodriguez et al., 2009).

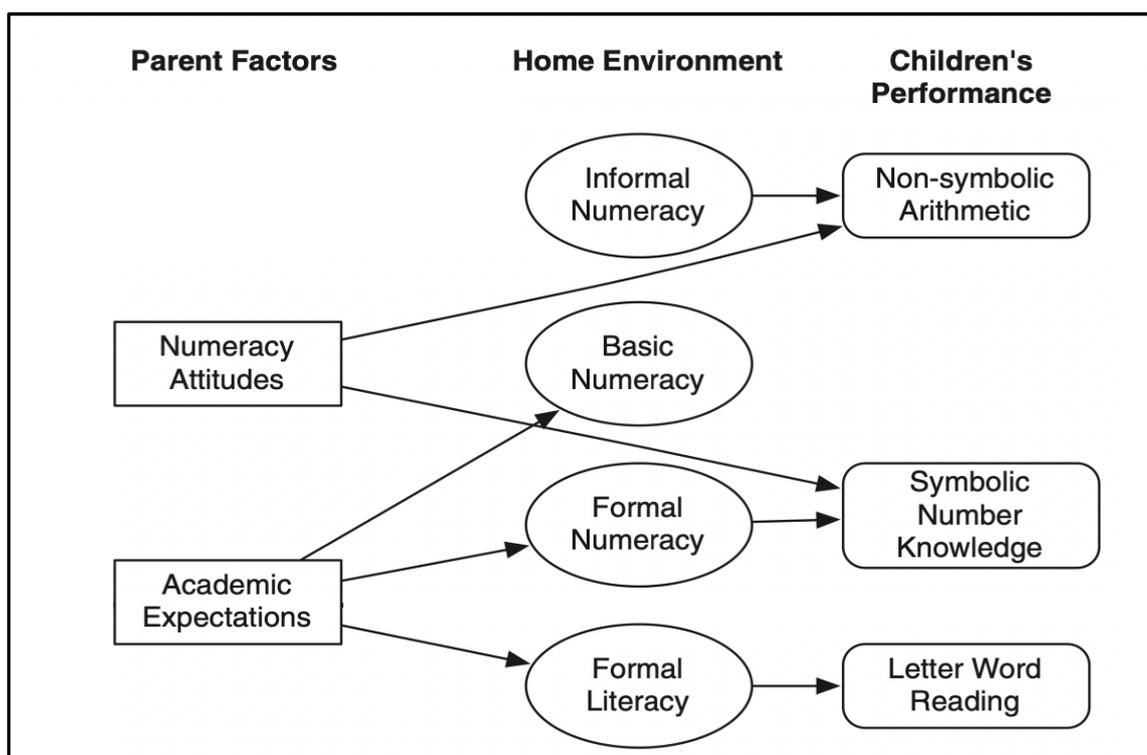
Uno studio tedesco ha esaminato le prime abilità matematiche e il loro sviluppo dal primo (età media: 3 anni) al terzo anno (età media: 5 anni) di scuola materna (Anders et al., 2012). Ciò che i ricercatori hanno trovato è che la qualità dell'ambiente di apprendimento a casa era fortemente associata alle abilità matematiche nel primo anno della scuola materna e questo vantaggio è stato mantenuto nelle età successive. La frequenza del supporto alla matematica dei genitori è allora predittiva delle conoscenze matematiche dei bambini sia nel momento stesso (Blevins-Knabe & Musun-Miller, 1996; Ramani et al., 2015; Skwarchuk, 2009; Zippert & Ramani, 2017) sia longitudinalmente negli anni successivi (Gunderson & Levine, 2011; LeFevre et al., 2002; LeFevre et al., 2009; LeFevre et al., 2010; Niklas & Schneider, 2014; Skwarchuk et al., 2014), con pochi studi che non riescono a trovare una relazione tra i due (Blevins-Knabe et al., 2000).

Per capire meglio come le attività a casa condizionino le abilità del bambino, sono state confrontate le tipologie di attività, in particolare distinguendo le attività che coinvolgono specifiche abilità numeriche e quelle che coinvolgono altri domini matematici come forma, spazio e pattern: è stato generalmente riscontrato che i genitori si impegnano in un'ampia varietà di attività matematiche, ma enfatizzano le abilità numeriche più di altre (Zippert e Rittle-Johnson, 2020; Zippert et al., 2020).

Nel complesso gli studi supportano l'ipotesi dell'Home Numeracy Model (2014; Figura 2) secondo cui attività più formali predicono principalmente abilità simboliche, mentre attività più informali tendono a prevedere abilità non simboliche (Skwarchuk et al., 2014; LeFevre et al., 2010; Ramani et al., 2015; Hart et al., 2016). Inoltre, le aspettative accademiche dei genitori prevedono le loro pratiche formali di calcolo, mentre gli atteggiamenti matematici dei genitori non prevedono le pratiche di calcolo casalingo,

ma prevedono in modo univoco i risultati matematici dei bambini (aritmetica non simbolica e conoscenza del sistema numerico). Allora esistono collegamenti specifici tra il tipo di supporto matematico e il tipo di risultato matematico ottenuto. Non è però noto se il supporto matematico legato ad entrambi i tipi di attività sia correlato ad una conoscenza della matematica più ampia, che prende in considerazione anche abilità spaziali.

Figura 2 - Home Numeracy Model (Skwarchuk et al., 2014)



Ad esempio, Susperreguy con il suo gruppo di ricerca (2018) ha interrogato i genitori di 390 bambini cileni in età prescolare (età media: 4 anni e 7 mesi) riguardo le attività di matematica svolte a casa con i loro figli, il loro atteggiamento nei confronti della matematica, le loro aspettative scolastiche per i figli e le attività di alfabetizzazione domestica. I genitori con atteggiamenti più positivi nei confronti della matematica e aspettative scolastiche più elevate per i loro figli hanno riferito di attività di calcolo più formali (attività di mappatura e operative). Le attività formali di calcolo prevedevano la stima della linea numerica. Attività informali, come la conoscenza da parte dei genitori dei giochi numerici, prevedevano invece compiti di aritmetica non simbolica e di

confronto di numeri non simbolici. I risultati hanno mostrato che la conoscenza matematica era prevista da attività informali (es. giochi), ma non da quelle formali. Al contrario, la fluidità matematica era prevista sia da attività formali (cioè abilità numeriche) che informali (cioè giochi, applicazioni).

Questa relazione tra tipo di attività (formale e informale) e conseguente abilità (simbolica o non simbolica) non è però così rigida e definita: Mutaf Yildiz e il suo gruppo di ricerca (2018) hanno scoperto che le attività formali di calcolo a casa erano associate alle capacità di conteggio dei bambini, mentre le attività informali di calcolo a casa erano associate al calcolo e alla stima simbolica della linea numerica. Allo stesso modo in un altro studio è stato scoperto come la conoscenza dei bambini riguardo ad informazioni sui numeri appresa a casa e l'atteggiamento dei genitori riguardo le attività sul calcolo predicevano le abilità numeriche dei bambini esatte, ma non quelle approssimative (Benavides-Varela et al., 2016). Attività matematiche informali a casa che sembrano essere dei predittori particolarmente forti della matematica nei bambini sono i giochi da tavola: ci sono prove per cui i giochi da tavolo sembrano svolgere un ruolo causale, dal momento che l'esposizione a tali giochi, in bambini che non li conoscono, sembra comportare miglioramenti significativi nelle prime conoscenze matematiche (Benavides-Varela et al., 2016; Ramani & Siegler, 2008; Ramani & Siegler, 2011). Al contrario, Manolitsis e colleghi (2013) non hanno osservato una relazione tra la frequenza delle attività formali di calcolo a casa e la conoscenza da parte dei bambini dell'asilo dei concetti di matematica di base, ma le attività formali di calcolo a casa all'inizio della scuola materna erano legate alle abilità di conteggio. Inoltre, le attività matematiche formali a casa prevedevano la fluidità in matematica alla fine della prima elementare e questa associazione era mediata da abilità di conteggio verbale all'inizio della scuola materna.

In sintesi, la dissociazione tra attività di calcolo casalingo formali e informali da sola non è stata sufficiente a risolvere le contraddizioni sul rapporto tra attività di calcolo casalingo e abilità matematiche dei bambini. Questo potrebbe essere dovuto al fatto che le abilità matematiche dei bambini potrebbero essere correlate in modo differente ai tipi di attività di calcolo a casa (Skwarchuk et al., 2014).

Va inoltre notato che i resoconti dei genitori sulle attività di calcolo a casa di solito non danno molte indicazioni sulla qualità delle interazioni genitore-figlio durante queste

attività, e in particolare sulla quantità e qualità del linguaggio matematico che i bambini ascoltano, mentre è stato dimostrato che la conoscenza del linguaggio matematico è un aspetto importante nello sviluppo matematico (Gunderson & Levine, 2011; Ramani et al., 2015). Per questo il ruolo dell'esposizione ad un tipo di linguaggio matematico nelle attività numeriche a casa merita ulteriori studi.

Per quanto importanti siano i tipi di attività fornite per lo sviluppo matematico dei bambini, è improbabile che siano l'intera storia, ma è ragionevole pensare che anche gli atteggiamenti dei genitori nei confronti della matematica siano importanti, come indicato nell'Home Numeracy Model (Skwarchuk et al., 2014).

Capitolo 4 – LA RICERCA

La presente ricerca si è focalizzata sulle capacità numeriche del bambino, in età prescolare, e su come queste possano essere influenzate da diversi fattori. Nei paragrafi precedenti è emerso come le figure di riferimento, soprattutto nei primi anni d'età, abbiano un ruolo predominante nello sviluppo del bambino, e di conseguenza anche sull'apprendimento numerico. Il presente studio vuole indagare la relazione che intercorre tra le variabili discusse in precedenza, in particolare tra le capacità numeriche dei bambini, il supporto a casa nello sviluppo della numerosità attraverso attività specifiche e l'ansia per la matematica dei genitori. Nello specifico è stato ipotizzato che esista una correlazione negativa e significativa tra la presenza di ansia per la matematica nel genitore e le attività di Home Numeracy: al crescere dell'ansia dovrebbe diminuire la frequenza di attività in cui il genitore coinvolge il figlio a casa (ipotesi 1). Inoltre, si ipotizza esista una correlazione positiva e significativa tra le attività di Home Numeracy e le abilità numeriche del bambino, in quanto una maggiore esposizione ad attività formali e informali che riguardano il numero dovrebbe favorirne l'apprendimento (ipotesi 2).

4.1. Campione

I partecipanti allo studio sono 22 bambini frequentanti l'asilo nido (età media: 33.818 mesi; d.s.= 4.787), ben distribuiti per genere (M = 11; F = 11), e un genitore per ogni bambino partecipante (Madre = 18; Padre = 4). I bambini reclutati per il seguente studio frequentano regolarmente un asilo privato in Italia. Prima della somministrazione del compito al bambino, il genitore ha compilato e accettato online il consenso informato.

4.2. Compiti e procedure

Ad ogni bambino è stata somministrata una serie di prove durante la sua permanenza presso il proprio asilo nido, mentre il genitore ha completato un questionario online.

4.2.1. Misurazione delle abilità numeriche dei bambini

Ai bambini è stata somministrata una batteria di test, utilizzata per la prima volta in questo studio. Si tratta di un adattamento dello strumento BIN già esistente per altre fasce d'età, creato per la misurazione delle abilità numeriche in bambini dai 18 ai 36 mesi. Ogni bambino è stato valutato in tre sessioni in giornate differenti, in modo che non venisse affaticato dalla somministrazione. La somministrazione è avvenuta in presenza, attraverso l'utilizzo di un tablet. Il bambino è stato fatto sedere vicino ad un banco, con di fianco lo sperimentatore, ad una distanza di circa 40-50 cm dal tablet, posto orizzontalmente sul tavolo. L'educatrice poteva liberamente decidere se osservare lo svolgimento della somministrazione o meno. Questo strumento prevede attività interattive, utilizzate per mantenere l'interesse del bambino durante le diverse prove numeriche.

Durante la prima sessione sono state proposte 4 prove: comparazione semantica (es. "Dove ci sono poche matite?"), conteggio (es. "Metti nel cestino 4 mele"), addizione approssimata (es. "1 + 1 = 4 o 8") e comprensione di quantificatori semantici (es. "Non dare il biberon a nessuno. Guarda bene...nessuno ha il biberon? Vero/Falso). La prova di addizione approssimata è stata svolta con un dispositivo diverso, cioè un computer portatile.

La seconda sessione prevedeva invece due prove: diverse ripetizioni per indagare l'ANS (con stimoli puntiformi), e una prova di seriazione (es. "Metti in fila i bambini dal più piccolo al più grande"). Infine, la terza sessione ha indagato con 5 prove la comprensione semantica (es. "Dove ci sono 3 caramelle?"), il conteggio (es. "Prova a contare queste papere"), la corrispondenza biunivoca (es. "Metti dentro l'acquario tanti pesci quanti quelli nel dado"), la cardinalità (es. "Dai un paio di palline") e la gnosi delle dita (richiesta di riprodurre la stessa configurazione numerica con le dita).

Durante ogni sessione le prove sono state registrate, insieme all'audio e al video, per una migliore codifica del test. Oltre alla somministrazione lo sperimentatore si è occupato di completare un protocollo cartaceo, per segnare il punteggio di alcune prove.

4.2.2. Valutazione del coinvolgimento dei genitori in attività domestiche sulla numerosità

Per misurare l'HNE è stato chiesto di compilare un questionario ai genitori, dopo aver accettato il consenso informato. Le prime domande riguardano informazioni socio-demografiche (SES), per passare poi alle domande sul numerico. Viene chiesto al genitore riguardo le sue aspettative nei confronti delle abilità numeriche del figlio all'inizio della scuola dell'infanzia, e della scuola primaria. In seguito è presente un elenco di attività che il genitore potrebbe svolgere a casa con il figlio. Per ogni attività va indicata la frequenza con cui viene svolta (da "1 – L'attività non si è svolta" a "5 – L'attività è stata svolta quasi tutti i giorni"). Le attività in questione sono state divise in attività formali, informali, strettamente numeriche, visuo-spaziali e altro (attività di gioco e literacy). Gli item del questionario relativi alle aspettative dei genitori e alla frequenza delle attività di Home Numeracy sono stati riadattati a partire dai lavori di LeFevre e colleghi (2009).

4.2.3. Valutazione della presenza o assenza di ansia per la matematica nei genitori

Nella parte finale del questionario sono poste 4 domande al genitore che vanno ad indagare la presenza/assenza di ansia per la matematica. Per ogni affermazione va indicato il grado di accordo/disaccordo. Per questa parte relativa all'ansia sono stati scelti e riadattati alcuni item dei questionari elaborati dai gruppi di ricerca di LeFevre (2009) e di Hart (2016).

4.3. Analisi dei dati

Il punteggio di Home Numeracy è stato calcolato sommando le frequenze delle diverse attività numeriche, mentre per l'ansia è stato sommato il grado di accordo/disaccordo per le singole domande. È stato poi calcolato un punteggio per ogni singola abilità numerica del bambino. Le relazioni tra l'ansia genitoriale per la matematica, l'Home Numeracy e le abilità numeriche del bambino sono state calcolate utilizzando la correlazione di Spearman, visto il campione ridotto, con il software JASP. Sono stati svolti inoltre due t-test di Student per campioni indipendenti, per verificare la

presenza di differenze significative tra i gruppi ansia alta/ansia bassa e tra i gruppi molte attività/poche attività. Infine, è stata svolta un'analisi correlazionale di Spearman tra le singole attività numeriche e i domini numerici, al fine di ipotizzare specifici interventi.

4.4. Risultati

4.4.1. Analisi descrittiva

Analizzando la componente dell'ansia per la matematica nei genitori è emerso che le madri ($M = 9.944$; $d.s. = 5.274$) mostrano maggiori stati ansiosi rispetto ai padri ($M = 5.500$; $d.s. = 4.203$).

È stata poi comparata la frequenza delle attività formali ($M = 33.591$; $d.s. = 11.354$) e di quelle informali ($M = 33.955$; $d.s. = 9.815$), ed è emerso che i genitori spendono quasi lo stesso tempo nello svolgere queste attività. Per quanto riguarda invece le attività strettamente numeriche ($M = 32.273$; $d.s. = 9.953$) e quelle visuo-spaziali ($M = 23.773$; $d.s. = 6.900$), pare che i genitori si impegnino maggiormente in attività numeriche (Tabella 1). Emerge inoltre una differenza riguardo il sesso del genitore coinvolto nelle attività con il figlio: le madri ($M = 70.778$; $d.s. = 11.845$) svolgono con maggiore frequenza attività rispetto ai padri ($M = 53.000$; $d.s. = 37.639$).

Tabella 1 - *Analisi descrittiva riguardo le attività di Home Numeracy*

<i>Attività</i>	M	d.s.	Range
Attività FORMALI	33.591	11.354	0-51
Attività INFORMALI	33.955	9.815	0-49
Attività NUMERICHE	32.273	9.953	0-48
Attività VISUO-SPAZIALI	23.773	6.900	0-34
Attività ALTRO	11.500	3.925	0-20
Attività TOTALE	67.545	19.111	0-94

Analizzando invece le prove numeriche somministrate ai bambini, è emerso che rispetto alla cardinalità, l'interiorizzazione del numero zero ($M = 0.136$; d.s. = 0.351) sembra essere in ritardo rispetto all'acquisizione degli altri numeri ($M = 1.909$; d.s. = 1.151; Tabella 2). Per quanto riguarda invece eventuali differenze di genere nei vari domini numerici, non sono emerse differenze per la comprensione dei quantificatori semantici ($M = 6.091$) e l'enumerazione ($M = 2.182$).

Tabella 2 - Analisi descrittiva riguardo le abilità numeriche dei bambini

<i>Capacità numeriche</i>	M	d.s	Range
Proto-Aritmetica TOT	3.455	1.143	2-6
Cardinalità dello 0	0.136	0.351	0-1
Cardinalità TOT	1.909	1.151	0-4
Quantificatori TOT	6.091	1.411	3-9
Comprensione semantica TOT	7.773	1.716	4-10
Seriazione TOT	5.727	3.341	0-12
ANS TOT	18.227	5.098	0-25
ANS 1:2	3.909	1.540	0-7
ANS 2:3	4.045	1.786	0-7
ANS 3:4	4.500	1.766	0-8
ANS 4:5	3.864	1.390	0-6
Comparazione semantica TOT	2.500	1.144	0-4
Enumerazione TOT	2.182	1.943	0-5
Stringa numerica MAX	5.190	3.776	0-14
Corrispondenza biunivoca TOT	3.364	1.733	0-7
Produzione cardinalità TOT	5.136	2.274	0-8
Gnosi delle dita TOT	3.955	2.478	0-9

4.4.2. Ipotesi 1: ansia per la matematica nel genitore e Home Numeracy

Non è emersa nessuna correlazione negativa significativa tra l'ansia per la matematica del genitore e le attività di Home Numeracy ($r = 0.283$; $p = 0.202$; Tabella 3).

Tabella 3 - Correlazione di Spearman tra l'ansia genitoriale e la frequenza di attività di Home Numeracy

<i>Variabili</i>		1	2	3	4	5	6	7
1. Attività FORMALI	r	—						
	p-value	—						
2. Attività INFORMALI	r	0.271	—					
	p-value	0.223	—					
3. Attività NUMERICO	r	0.952***	0.363	—				
	p-value	< .001	0.097	—				
4. Attività VISUO-SPAZIALE	r	0.562**	0.692***	0.500*	—			
	p-value	0.006	< .001	0.018	—			
5. Attività ALTRO	r	0.376	0.851***	0.397	0.528*	—		
	p-value	0.085	< .001	0.067	0.012	—		
6. Attività TOTALE	r	0.872***	0.625**	0.876***	0.741***	0.663***	—	
	p-value	< .001	0.002	< .001	< .001	< .001	—	
7. Punteggio totale ANSIA	r	0.240	0.301	0.120	0.542**	0.285	0.283	—
	p-value	0.282	0.174	0.593	0.009	0.199	0.202	—

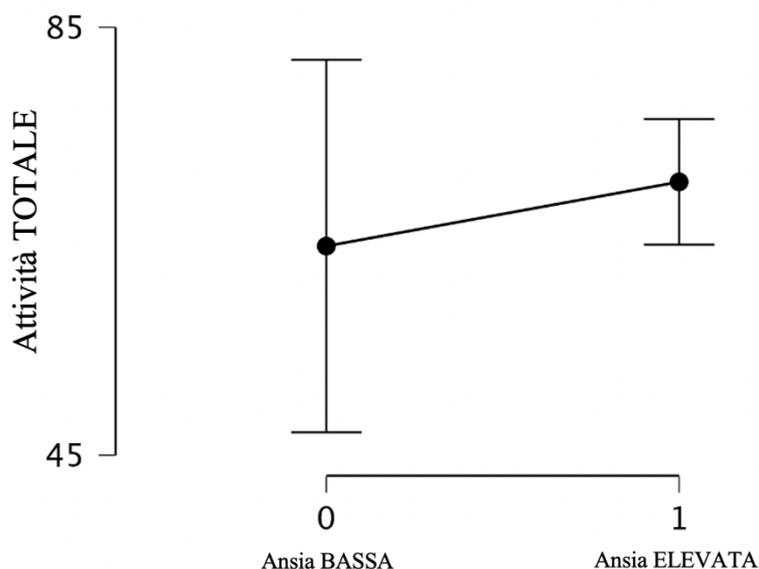
* p < .05, ** p < .01, *** p < .001

È stato poi eseguito il t-test per campioni indipendenti per verificare se ci fosse una differenza significativa fra due gruppi, uno con alta e uno con bassa ansia. I due gruppi sono stati costruiti sulla base della media (M = 9.136) e della deviazione standard (d.s. = 5.303), ed è poi stata verificata la differenza fra le medie dei due gruppi. Non sono state trovate differenze significative (t (20) = -0.728; p = 0.475), ma osservando le medie si nota un diverso coinvolgimento tra genitori con bassi livelli di ansia e genitori con alti livelli di ansia nelle attività a casa (Tabella 4; Figura 3). Contrariamente a ciò che ci aspettavamo, i genitori con livelli maggiori di ansia mostrano una maggiore frequenza di tutte le attività (M = 70.545; d.s. = 8.733), rispetto ai genitori con minori livelli d'ansia (M = 64.545; d.s. = 25.901).

Tabella 4 - *t*-test di Student riguardo i gruppi con bassa ed elevata ansia

	t	df	p
Attività FORMALI	-0.648	20	0.524
Attività INFORMALI	-0.664	20	0.514
Attività NUMERICO	-0.420	20	0.679
Attività VISUO-SPAZIALE	-1.086	20	0.290
Attività ALTRO	-0.588	20	0.563
Attività TOTALE	-0.728	20	0.475

Figura 3 - Descriptive Plot del *t*-test di Student



4.4.3. Ipotesi 2: Home Numeracy e capacità numeriche del bambino

Non è emersa nessuna correlazione positiva significativa tra le attività di Home Numeracy e le capacità numeriche del bambino nei vari domini matematici: proto-aritmetica ($r = 0.069$; $p = 0.762$), cardinalità ($r = 0.088$; $p = 0.698$), comprensione dei quantificatori ($r = -0.121$; $p = 0.592$), comparazione semantica ($r = 0.074$; $p = 0.744$), seriazione ($r = -0.258$; $p = 0.246$), ANS ($r = 0.129$; $p = 0.568$), comprensione semantica

($r = 0.278$; $p = 0.210$), enumerazione ($r = -0.116$; $p = 0.609$), corrispondenza biunivoca ($r = -0.163$; $p = 0.468$), produzione cardinalità ($r = -0.135$; $p = 0.549$), gnosi delle dita ($r = -0.154$; $p = 0.494$) (Tabella 5).

Tabella 5 - Correlazione di Spearman tra la frequenza di attività di Home Numeracy e le capacità numeriche del bambino

Variabili		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1. Attività TOTALE	r	—											
	p-value	—											
2. Proto – Aritmetica TOT	r	0.069	—										
	p-value	0.762	—										
3. Cardinalità TOT	r	0.088	0.352	—									
	p-value	0.698	0.108	—									
4. Quantificatori TOT	r	-0.121	0.356	0.342	—								
	p-value	0.592	0.104	0.120	—								
5. Comprensione semantica TOT	r	0.074	0.216	0.330	0.373	—							
	p-value	0.744	0.335	0.134	0.087	—							
6. Seriazione TOT	r	-0.258	0.265	0.087	0.382	0.020	—						
	p-value	0.246	0.234	0.700	0.080	0.931	—						
7. ANS TOT	r	0.129	0.048	-0.006	0.061	0.285	-0.009	—					
	p-value	0.568	0.833	0.979	0.787	0.198	0.967	—					
8. Comparazione semantica TOT	r	0.278	-0.211	0.236	0.141	0.160	0.151	0.507 *	—				
	p-value	0.210	0.346	0.291	0.531	0.477	0.503	0.016	—				
9. Enumerazione TOT	r	-0.116	0.084	0.089	0.225	0.409	0.249	0.684 ***	0.298	—			
	p-value	0.609	0.710	0.695	0.314	0.059	0.263	<.001	0.177	—			
10. Stringa numerica MAX	r	-0.018	-0.213	0.120	0.135	0.423	-0.382	0.642 **	0.205	0.654 **	—		
	p-value	0.939	0.355	0.604	0.559	0.056	0.088	0.002	0.373	0.001	—		
11. Corrispondenza Biunivoca TOT	r	-0.163	-0.030	0.385	0.265	0.118	0.109	0.366	0.465 *	0.366	0.432	—	
	p-value	0.468	0.895	0.077	0.233	0.601	0.628	0.094	0.029	0.094	0.050	—	
12. Produzione cardinalità TOT	r	-0.135	-0.287	0.252	0.378	0.216	0.324	0.197	0.356	0.292	0.208	0.443 *	—
	p-value	0.549	0.195	0.259	0.083	0.334	0.141	0.380	0.104	0.188	0.365	0.039	—
13. Gnosi delle dita TOT	r	-0.154	-0.149	0.182	0.204	0.260	0.193	0.256	0.416	0.108	0.289	0.338	0.398 -
	p-value	0.494	0.507	0.418	0.362	0.242	0.388	0.251	0.054	0.632	0.204	0.124	0.067 -

* $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

A questo punto è stato eseguito il t-test per campioni indipendenti per verificare se ci fossero differenze tra una maggiore e una minore frequenza di attività di Home Numeracy. I due gruppi sono stati costruiti sulla base della media ($M = 67.545$) e della deviazione standard ($d.s. = 19.111$), ed è poi stata verificata la differenza tra le medie dei due gruppi. Sono emerse alcune differenze, anche se non significative: un maggiore coinvolgimento in attività di Home Numeracy porta a performance migliori nel bambino, rispetto ad un basso coinvolgimento. Questo è emerso per la cardinalità ($t(20) = -0.437$; $p = 0.667$), per la comparazione semantica ($t(20) = -0.236$; $p = 0.816$), e per la comprensione semantica ($t(20) = -1.352$; $p = 0.191$) (Tabella 6).

Tabella 6 - *T-test di Student riguardo i gruppi con bassa ed alta frequenza di attività di Home Numeracy*

	t	df	p
Proto Aritmetica TOT	0.337	20	0.739
Cardinalità TOT	-0.437	20	0.667
Quantificatori TOT	0.661	20	0.516
Comprensione Semantica TOT	-0.236	20	0.816
Seriazione TOT	1.387	20	0.181
ANS TOT	0.329	20	0.745
Comparazione Semantica TOT	-1.352	20	0.191
Enumerazione TOT	0.743	20	0.466
Stringa numerica MAX	-0.195	19	0.847 ^a
Corrispondenza Biunivoca TOT	0.673	20	0.508
Produzione Cardinalità TOT	0.331	20	0.744
Gnosi delle dita TOT	0.070	20	0.945

^a Levene's test is significant ($p < .05$), suggesting a violation of the equal variance assumption

L'analisi correlazionale di Spearman tra le singole attività numeriche e i domini numerici ha dato i seguenti risultati significativi positivi: l'item "Misurare gli ingredienti e parlare di quantità quando si mangia o cucina e il/la bambino/a è coinvolto nell'attività (es. "mio fratello ha tanta pasta")" correla con la cardinalità ($r = 0.511$; $p = 0.018$) e con la comparazione semantica ($r = 0.477$; $p = 0.029$), l'item "Contare fino a 5 o più facendo

qualche errore (ad esempio saltando un numero)” correla con l’ANS ($r = 0.542$; $p = 0.017$) e la capacità di produrre la stringa numerica ($r = 0.488$; $p = 0.040$), l’item “Parlare di eventi in ordine cronologico (prima, dopo, durante – es. dopo il riposo andiamo al parco)” correla con l’ANS ($r = 0.596$; $p = 0.004$) e l’enumerazione ($r = 0.579$; $p = 0.006$).

4.5. Discussione

Dall’analisi correlazionale di Spearman è emerso che non esiste nessuna correlazione significativa tra la presenza di ansia per la matematica nel genitore e la frequenza di attività svolte a casa con il bambino. I risultati fornitici dalla letteratura ci mostrano un panorama molto vasto e ancora molto incerto. Alcuni ricercatori hanno trovato l’esistenza di una correlazione negativa tra la presenza di ansia genitoriale per la matematica e il coinvolgimento a casa in attività con bambini prescolari (Elliot et al., 2017). Nello stesso studio, analizzando alcune interviste, è emerso come ci sia un’ampia eterogeneità all’interno del comportamento ansioso dei genitori. Alcuni genitori, infatti, pur avendo livelli critici di ansia, riportano un coinvolgimento frequente a casa in attività legate alla matematica, al fine di compensare i loro bias nei confronti della matematica ed evitare di trasmettere ai figli le loro attitudini negative. In questi casi allora entra in gioco un’altra variabile, cioè l’importanza che il singolo genitore conferisce alla matematica, che potrebbe mediare l’impatto che la sua ansia ha sul coinvolgimento a casa in attività numeriche (Elliot et al., 2020). Viceversa, in alcuni studi recenti hanno osservato come la presenza di ansia per la matematica nel genitore causi involontariamente un minore coinvolgimento nelle attività a casa, riducendone così la frequenza (Kiss & Vukovic, 2021). Altri studi ancora non hanno riportato nessuna differenza significativa, mostrando come questo tema sia ancora da esplorare (Skwarchuk et al., 2014; Hart et al., 2016). Probabilmente vanno misurate e controllate altre variabili, che potrebbero intervenire nella relazione tra ansia per la matematica del genitore e Home Numeracy, come l’importanza che il genitore conferisce alla materia, il tempo effettivo che trascorre con il figlio, e le modalità comunicative che utilizza. La mancanza di una correlazione significativa è anche da implicare al fatto che sono stati presi in considerazione bambini molto piccoli, che non frequentano ancora la scuola elementare. È allora possibile che la correlazione esista, ma che sia necessaria una maggiore esposizione del bambino ad attività congiunte con il genitore, come lo svolgimento dei compiti scolastici.

Inoltre, dalle analisi effettuate non è emersa una correlazione positiva significativa tra la Home Numeracy e la performance numerica del bambino. Questo è stato confermato da diversi studi presenti in letteratura, che non hanno trovato relazioni significative (Missall et al., 2015). Il problema metodologico principale alla base di questi risultati è la modalità in cui vengono studiate le attività di Home Numeracy. Nella maggior parte dei casi, come nel presente studio, si tratta infatti di questionari somministrati ai genitori, o interviste. In questi casi potrebbe entrare in gioco un fattore di desiderabilità sociale, per cui il genitore tende a sovrastimare le attività che svolge con il bambino, e la loro frequenza. Gli studi osservazionali – cioè l’osservazione diretta dell’interazione del genitore con il bambino – possono essere utili per evitare alcuni di questi problemi, ma ne presentano comunque altri: se i ricercatori non sono direttivi, potrebbero basarsi su un campione limitato di osservazioni e, se sono direttivi, potrebbero influenzare le pratiche dei genitori in modo che non riflettano più la vita reale. È interessante notare però che alcuni studi che includevano sia le risposte di questionari che le misure di osservazione hanno trovato poca o nessuna correlazione tra l’Home Numeracy e le capacità numeriche del bambino (Missall et al., 2015; Mutaf Yilsiz et al., 2018). Un altro elemento interveniente che viene spesso sottovalutato è quello della qualità del linguaggio matematico a cui sono esposti i bambini. Il vocabolario matematico, infatti, rappresenta un importante aspetto nello sviluppo matematico (Gunderson & Levine, 2011; Ramani et al., 2015; Thompson et al., 2017; Casey et al., 2018).

Capitolo 5 - CONCLUSIONI

5.1. Limiti dello studio e prospettive future

Questo studio ha sicuramente delle criticità, come il campione molto ridotto, che non permette di raggiungere una potenza del test significativa, e pochi item che indagano la presenza di ansia per la matematica. Nella creazione del questionario somministrato ai genitori abbiamo pensato che fosse necessario limitare gli item, in modo che il genitore rimanesse concentrato per tutto lo svolgimento, evitando così domande lasciate vuote. Questo ha però portato sicuramente a limitare in maniera importante la parte sull'ansia, centrale invece per questo studio. Inoltre, come detto in precedenza, le domande del questionario possono subire l'effetto della desiderabilità sociale, per cui in futuro sarebbe necessario inserire anche un'analisi osservazionale, che permetta di capire realmente come si svolge a casa l'interazione genitore-bambino, e quanto effettivamente le risposte date siano veritiere. L'esame della corrispondenza tra questi due metodi (questionario e osservazione) può essere un passo importante nella costruzione di un modello più completo dell'ambiente di calcolo domestico. Inoltre, è possibile che i genitori con meno interesse e convinzioni più negative riguardo alla matematica abbiano scelto di non partecipare allo studio, essendo questo stato presentato come incentrato sulla matematica.

Gli effetti dell'ansia dei genitori per la matematica sui bambini in età prescolare hanno finora ricevuto poca attenzione, e i pochi studi che affrontano questo tema hanno spesso trovato risultati contrastanti. Se si vuole ottenere una comprensione più completa sia del ruolo delle prime attività di calcolo a casa, sia delle origini dell'ansia per la matematica nei bambini, è fondamentale condurre più studi sugli effetti sui bambini in età prescolare di tali emozioni dei genitori. I fattori devono essere studiati sia per quanto riguarda le loro influenze sulla fornitura di attività di matematica a casa, sia per quanto riguarda le risposte dei bambini all'Home Numeracy, inclusa la possibile trasmissione intergenerazionale dell'ansia per la matematica.

È anche importante indagare se diversi aspetti dell'ansia da matematica dei genitori possono avere effetti diversi sull'apprendimento della matematica a casa e sul suo possibile ruolo predittivo nelle prestazioni matematiche dei bambini. Ad esempio, alcuni studi hanno indagato componenti separate dell'ansia per la matematica: la componente cognitiva (ansia da prestazione) e la componente affettiva (reazioni emotive negative a

stimoli numerici) (Wigfield & Meece, 1988; Sorvo et al., 2017). Si potrebbe allora ipotizzare che la componente cognitiva possa comportare una maggiore pressione per il successo e reazioni negative al fallimento, in associazione con le attività di calcolo a casa, mentre la componente affettiva potrebbe avere maggiori probabilità di comportare l'evitamento dell'Home Numeracy.

Inoltre, sarebbe interessante indagare in futuro se i bambini in età prescolare possono mostrare primi sintomi dell'ansia o altre reazioni negative ai numeri e al conteggio e se gli atteggiamenti negativi dei genitori nei confronti della matematica possano influenzare le reazioni dei figli. Studiare l'ansia e gli atteggiamenti matematici nei bambini in età prescolare può essere più difficile che studiare le stesse cose nei bambini più grandi. Tuttavia, sono già stati messi a punto metodi per valutare l'ansia per la matematica nei bambini di appena quattro anni d'età nel Regno Unito, dove l'istruzione formale inizia tipicamente intorno a questa età (Petronzi et al., 2017; Petronzi, 2018; Petronzi, 2021). Estendendo questi metodi ai bambini nei paesi in cui l'istruzione formale inizia più tardi, potrebbe essere possibile indagare se l'ansia per la matematica a volte possa avere radici nelle esperienze precedenti all'inizio della scuola.

Imparare di più sul possibile ruolo dell'ansia per la matematica dei genitori nello sviluppo matematico dei bambini può avere importanti implicazioni pratiche e educative. Se l'ansia dei genitori avesse un effetto fortemente negativo sugli atteggiamenti e/o sulle prestazioni dei bambini, allora sarebbe desiderabile trovare modi per trattare e ridurre l'ansia genitoriale, per il bene dei loro figli e per il proprio. Se l'effetto risultasse significativo solo quando i genitori si impegnano in molte attività di matematica a casa con i loro figli, allora forse l'Home Numeracy non dovrebbe essere incoraggiata nei genitori molto ansiosi, e potrebbe essere sostituita con programmi di matematica in età prescolare. Se, d'altra parte, l'ansia dei genitori per la matematica sembra non influenzare direttamente i bambini, ma riduce la frequenza di attività di calcolo a casa, forse i genitori con un'elevata ansia per la matematica dovrebbero essere attivamente incoraggiati a fornire tali attività.

Inoltre, la ricerca che esplora i meccanismi attraverso i quali i bambini piccoli sviluppano le abilità numeriche di base potrebbe avere implicazioni significative per gli interventi educativi. Eppure, nonostante la crescente ricerca in quest'area, sembra esserci un consenso limitato su quali dimensioni specifiche dell'Home Numeracy siano più

fortemente e chiaramente correlate alle abilità e alle conoscenze del bambino. Forse allora va riconsiderato l'approccio se si vuole ottenere una migliore comprensione del contesto del primo sviluppo matematico. Un elemento spesso trascurato è ad esempio quello del linguaggio: infatti ciò di cui parlano i genitori durante la routine quotidiana e le interazioni, in particolare, può influenzare lo sviluppo dei bambini. I metodi del questionario e persino le interazioni videoregistrate, quindi, potrebbero non riuscire a catturare le esperienze quotidiane dei bambini piccoli che contribuiscono cumulativamente alle loro abilità e conoscenze. Inoltre, i ricercatori potrebbero dover prendere in considerazione la misurazione dell'ambiente domestico nelle prime fasi dello sviluppo, poiché queste prime interazioni potrebbero essere critiche. Infine, gli esperti devono anche considerare come catturare al meglio l'ambiente della matematica domestica in un modo culturalmente sensibile che rifletta i punti di forza culturali e l'unicità nella trasmissione della conoscenza.

Chiaramente, l'ambiente domestico, e in particolare i genitori, svolgono ruoli cruciali ed essenziali nel sostenere lo sviluppo del bambino, comprese le prime abilità e conoscenze matematiche. Tuttavia, i ricercatori devono ancora afferrare con fermezza gli approcci, le componenti e le pratiche specifiche coinvolte nel supportare lo sviluppo precoce della matematica in casa.

Emerge allora come siano necessarie molte più ricerche per guidare tale processo decisionale, e capire esattamente quale sia la relazione tra ansia genitoriale, Home Numeracy e abilità numeriche del bambino.

5.2. Ripensare interventi mirati

Seppur ci siano diversi dubbi relativamente alla relazione che intercorre tra Home Numeracy, abilità numeriche dei bambini e ansia genitoriale, è necessario pensare interventi che possano sostenere l'apprendimento matematico del bambino.

I genitori sono motivati a leggere libri ai propri figli perché credono che questa attività promuova i risultati scolastici dei bambini. Tuttavia, prestano molta meno attenzione a sostenere l'apprendimento della matematica dei loro figli a casa. Una convinzione ampiamente diffusa tra i genitori è che l'apprendimento matematico dei bambini sia principalmente responsabilità delle scuole e che quindi il loro ruolo non sia importante

(Cannon & Ginsburg, 2008). Sfortunatamente, l'idea che l'istruzione in matematica sia di competenza solo delle scuole e non anche dei genitori ignora il fatto che l'input matematico in casa può essere un importante predittore del successo matematico dei bambini (Levine et al., 2010). Al fine di implementare le attività numeriche svolte a casa con il genitore è stata creata un'App per tablet, chiamata Bedtime Learning Together (BLT) (Berkovitz et al., 2015), che prende spunto da teorie psicologiche che enfatizzano l'importanza del coinvolgimento dei genitori nell'apprendimento dei bambini (Tekin, 2011). Si tratta di un insieme di storie con delle domande matematiche inerenti il racconto, che genitore e figlio devono risolvere insieme. È stato dimostrato che anche un breve utilizzo di questa App (una volta alla settimana) aiuta i bambini i cui genitori sono ansiosi verso la matematica. Fornendo un modo coinvolgente per i genitori ansiosi di condividere la matematica con i loro figli, questa App può aiutare a eliminare il legame tra l'elevata ansia per la matematica dei genitori e lo scarso rendimento in matematica dei bambini (Maloney et al., 2015).

In Australia invece, dove l'enfasi nella politica educativa della prima infanzia è posta sull'importanza del ruolo della famiglia come primo educatore del bambino e sulla ricerca di modi per aumentare l'efficacia dei genitori nel sostenere l'apprendimento, lo sviluppo e il benessere dei bambini, è stato proposto un intervento non intensivo, ma mirato e sistematico per attirare l'attenzione dei genitori sui principi del conteggio (Niklas et al., 2016). Questo intervento prevedeva un primo momento in cui i genitori assistevano ad un incontro con un esperto che parlava loro dell'importanza della Home Numeracy e del loro coinvolgimento in queste attività, e poi una sessione individualizzata. Durante questo secondo incontro veniva spiegato al genitore un gioco con i dadi, che poi doveva riprodurre a casa con il figlio. In questo modo il bambino veniva a contatto con i principi del conteggio, e con vocaboli numerici come “più di”, “meno di” e “tanti come”. I risultati dello studio suggeriscono che i genitori hanno risposto positivamente a questo approccio e che gli aspetti di Home Numeracy erano predittori specifici per le competenze matematiche dei bambini.

Questi sono solo alcuni esempi degli interventi che sono stati pensati negli ultimi anni, sia per interrompere un'eventuale influenza emozionale negativa del genitore nei confronti del figlio, sia per potenziare le attività di Home Numeracy. Osservando le correlazioni trovate nel presente studio possiamo inoltre vedere come certe attività

vadano ad aumentare l'apprendimento di alcuni domini matematici. Sembra importante passare del tempo di qualità con i propri figli, ad esempio coinvolgendoli nella preparazione di ricette: in questo modo infatti il bambino entra in contatto con la misurazione degli ingredienti, e in maniera indiretta con termini numerici. In questo modo impara il significato delle varie quantità (cardinalità) e di conseguenza anche la diversità che c'è tra loro (comparazione semantica). Spronare invece il bambino nel conteggio, partendo da pochi numeri, fino ad arrivare a numerosità più grandi, può aiutare nelle prove dell'ANS e a sviluppare correttamente la stringa numerica, spesso ripetuta come semplice filastrocca. Anche parlare degli eventi in ordine cronologico ha una rilevanza sullo sviluppo dell'ANS e dell'enumerazione, in quanto si fa riferimento a ciò che viene prima e ciò che viene dopo, come se fossimo su una linea dei numeri e ci muovessimo avanti e indietro.

La ricerca allora è fondamentale, perché occorre avere dati più significativi e concreti, per creare poi percorsi di potenziamento e sostegno adatti, che vadano ad agire proprio sulla componente problematica. Occorre che la ricerca prenda questa direzione e che si occupi anche dei bambini più piccoli, dal momento che sappiamo che le prime fasi dello sviluppo sono fondamentali per una crescita sana.

Bibliografia

Agasisti, T., & Zoido, P. (2018). Comparing the efficiency of schools through international benchmarking: Results from an empirical analysis of OECD PISA 2012 data. *Educational Researcher*, 47(6), 352-362.

Akinsola, M. K., Tella, A., & Tella, A. (2007). Correlates of academic procrastination and mathematics achievement of university undergraduate students. *Eurasia Journal of Mathematics, science and technology education*, 3(4), 363-370.

Almoammer, A., Sullivan, J., Donlan, C., Marušič, F., Žaucer, R., O'Donnell, T., & Barner, D. (2013). Grammatical morphology as a source of early number word meanings. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 110(46), 18448-18453.

Anders, Y., Rossbach, H. G., Weinert, S., Ebert, S., Kuger, S., Lehrl, S., & Von Maurice, J. (2012). Home and preschool learning environments and their relations to the development of early numeracy skills. *Early childhood research quarterly*, 27(2), 231-244.

Antell, S. E., & Keating, D. P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child development*, 695-701.

Artemenko, C., Daroczy, G., & Nuerk, H. C. (2015). Neural correlates of math anxiety—an overview and implications. *Frontiers in psychology*, 6, 1333.

Ashcraft, M. H., & Faust, M. W. (1994). Mathematics anxiety and mental arithmetic performance: An exploratory investigation. *Cognition & Emotion*, 8(2), 97-125.

Ashcraft, M. H., & Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of experimental psychology: General*, 130(2), 224.

Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic bulletin & review*, 14(2), 243-248.

Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2009). Mathematics anxiety and the affective drop in performance. *Journal of Psychoeducational assessment*, 27(3), 197-205.

Ashcraft, M. H., Donley, R. D., Halas, M. A., & Vakali, M. (1992). Working memory, automaticity, and problem difficulty. In *Advances in psychology* (Vol. 91, pp. 301-329). North-Holland.

Aunola, K., Nurmi, J. E., Lerkkanen, M. K., & Rasku-Puttonen, H. (2003). The roles of achievement-related behaviours and parental beliefs in children's mathematical performance. *Educational Psychology, 23*(4), 403-421.

Baker, C. E. (2015). Does parent involvement and neighborhood quality matter for African American boys' kindergarten mathematics achievement?. *Early Education and Development, 26*(3), 342-355.

Bandelow, B., Baldwin, D., Abelli, M., Altamura, C., Dell'Osso, B., Domschke, K., ... & Riederer, P. (2016). Biological markers for anxiety disorders, OCD and PTSD—a consensus statement. Part I: neuroimaging and genetics. *The World Journal of Biological Psychiatry, 17*(5), 321-365.

Barner, D., Chow, K., & Yang, S. J. (2009). Finding one's meaning: A test of the relation between quantifiers and integers in language development. *Cognitive psychology, 58*(2), 195-219.

Barth, H., Baron, A., Spelke, E., & Carey, S. (2009). Children's multiplicative transformations of discrete and continuous quantities. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*(4), 441-454.

Barth, H., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2003). The construction of large number representations in adults. *Cognition, 86*(3), 201-221.

Becker, M., Litkowski, E. C., Duncan, R. J., Schmitt, S. A., Elicker, J., & Purpura, D. J. (2022). Parents' math anxiety and mathematics performance of pre-kindergarten children. *Journal of Experimental Child Psychology, 214*, 105302.

Beilock, S. L., & Willingham, D. T. (2014). Math Anxiety: Can Teachers Help Students Reduce It? Ask the Cognitive Scientist. *American educator, 38*(2), 28.

Beilock, S. L., Gunderson, E. A., Ramirez, G., & Levine, S. C. (2010). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 107*(5), 1860-1863.

Benavides-Varela, S., Butterworth, B., Burgio, F., Arcara, G., Lucangeli, D., & Semenza, C. (2016). Numerical activities and information learned at home link to the exact numeracy skills in 5–6 years-old children. *Frontiers in Psychology, 7*, 94.

Berkowitz, T., Schaeffer, M. W., Maloney, E. A., Peterson, L., Gregor, C., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2015). Math at home adds up to achievement in school. *Science, 350*(6257), 196-198.

Bieg, M., Goetz, T., Wolter, I., & Hall, N. C. (2015). Gender stereotype endorsement differentially predicts girls' and boys' trait-state discrepancy in math anxiety. *Frontiers in psychology, 6*, 1404.

Blazer, C. (2011). Strategies for Reducing Math Anxiety. Information Capsule. Volume 1102. *Research Services, Miami-Dade County Public Schools*.

Blevins-Knabe, B., & Musun-Miller, L. (1996). Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical performance. *Early Development and Parenting: An International Journal of Research and Practice, 5*(1), 35-45.

Blevins-Knabe, B., Austin, A. B., Musun, L., Eddy, A., & Jones, R. M. (2000). Family home care providers' and parents' beliefs and practices concerning mathematics with young children. *Early Child Development and Care, 165*(1), 41-58.

Bloom, P. (1994). Generativity within language and other cognitive domains.

Brannon, E. M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition, 83*(3), 223-240.

Brannon, E. M., Suanda, S., & Libertus, K. (2007). Temporal discrimination increases in precision over development and parallels the development of numerosity discrimination. *Developmental science, 10*(6), 770-777.

Bronfenbrenner, U. (1979). *The ecology of human development: Experiments by nature and design*. Harvard university press.

Burghardt, L., Linberg, A., Lehrl, S., & Konrad-Ristau, K. (2020). The relevance of the early years home and institutional learning environments for early mathematical competencies. *Journal for educational research online, 12*(3), 103-125.

Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain* (p. pp). Macmillan.

Cannon, J., & Ginsburg, H. P. (2008). “Doing the math”: Maternal beliefs about early mathematics versus language learning. *Early education and development, 19*(2), 238-260.

Carey, E., Hill, F., Devine, A., & Szűcs, D. (2017). The modified abbreviated math anxiety scale: A valid and reliable instrument for use with children. *Frontiers in psychology, 8*, 11.

Carey, S. (2004). Bootstrapping & the origin of concepts. *Daedalus, 133*(1), 59-68.

Casad, B. J., Hale, P., & Wachs, F. L. (2015). Parent-child math anxiety and math-gender stereotypes predict adolescents' math education outcomes. *Frontiers in psychology, 6*, 1597.

Casey, B. M., Lombardi, C. M., Thomson, D., Nguyen, H. N., Paz, M., Theriault, C. A., & Dearing, E. (2018). Maternal support of children's early numerical concept learning predicts preschool and first-grade math achievement. *Child development, 89*(1), 156-173.

Cates, G. L., & Rhymer, K. N. (2003). Examining the relationship between mathematics anxiety and mathematics performance: An instructional hierarchy perspective. *Journal of Behavioral Education, 12*(1), 23-34.

Chen, L., Bae, S. R., Battista, C., Qin, S., Chen, T., Evans, T. M., & Menon, V. (2018). Positive attitude toward math supports early academic success: Behavioral evidence and neurocognitive mechanisms. *Psychological science, 29*(3), 390-402.

Chipman, S. F., Krantz, D. H., & Silver, R. (1992). Mathematics anxiety and science careers among able college women. *Psychological science, 3*(5), 292-296.

Clements, D. H., Baroody, A. J., & Sarama, J. (2013). Background research on early mathematics. *National Governor's Association, Center Project on Early Mathematics*.

Cohrssen, C., & Niklas, F. (2019). Using mathematics games in preschool settings to support the development of children's numeracy skills. *International Journal of Early Years Education, 27*(3), 322-339.

Cribbs, J. D., Hazari, Z., Sonnert, G., & Sadler, P. M. (2015). Establishing an explanatory model for mathematics identity. *Child development, 86*(4), 1048-1062.

Daches Cohen, L., & Rubinsten, O. (2017). Mothers, intrinsic math motivation, arithmetic skills, and math anxiety in elementary school. *Frontiers in psychology*, 8, 1939.

Dearing, E., Casey, B. M., Ganley, C. M., Tillinger, M., Laski, E., & Montecillo, C. (2012). Young girls' arithmetic and spatial skills: The distal and proximal roles of family socioeconomics and home learning experiences. *Early Childhood Research Quarterly*, 27(3), 458-470.

Dehaene, S. (1997). *The number sense* Oxford University Press. New York.

Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics*. OUP USA

Del Río, M. F., Susperreguy, M. I., Strasser, K., & Salinas, V. (2017). Distinct influences of mothers and fathers on kindergartners' numeracy performance: The role of math anxiety, home numeracy practices, and numeracy expectations. *Early Education and Development*, 28(8), 939-955.

Derakshan, N., & Eysenck, M. W. (2009). Anxiety, processing efficiency, and cognitive performance: New developments from attentional control theory. *European Psychologist*, 14(2), 168-176.

Di Lisbona, C. E. (2000). Conclusioni della presidenza. *Sessione Straordinaria*, 23.

Domschke, K., Tidow, N., Kuithan, H., Schwarte, K., Klauke, B., Ambrée, O., ... & Deckert, J. (2012). Monoamine oxidase A gene DNA hypomethylation—a risk factor for panic disorder?. *International Journal of Neuropsychopharmacology*, 15(9), 1217-1228.

Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics anxiety: What have we learned in 60 years?. *Frontiers in psychology*, 7, 508.

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., ... & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental psychology*, 43(6), 1428.

Durkin, K., Shire, B., Riem, R., Crowther, R. D., & Rutter, D. R. (1986). The social and linguistic context of early number word use. *British Journal of Developmental Psychology*, 4(3), 269-288.

Eason, S. H., & Ramani, G. B. (2020). Parent–child math talk about fractions during formal learning and guided play activities. *Child development, 91*(2), 546-562.

Eccles, J. S. (2007). Families, schools, and developing achievement-related motivations and engagement.

Elliott, L., & Bachman, H. J. (2018). SES disparities in early math abilities: The contributions of parents' math cognitions, practices to support math, and math talk. *Developmental Review, 49*, 1-15.

Elliott, L., Bachman, H. J., & Henry, D. A. (2020). Why and how parents promote math learning with their young children: A mixed-methods investigation. *Parenting, 20*(2), 108-140.

Elliott, L., Braham, E. J., & Libertus, M. E. (2017). Understanding sources of individual variability in parents' number talk with young children. *Journal of Experimental Child Psychology, 159*, 1-15.

Else-Quest, N. M., Hyde, J. S., & Linn, M. C. (2010). Cross-national patterns of gender differences in mathematics: a meta-analysis. *Psychological bulletin, 136*(1), 103.

Ertl, B., Luttenberger, S., & Paechter, M. (2017). The impact of gender stereotypes on the self-concept of female students in STEM subjects with an under-representation of females. *Frontiers in psychology, 8*, 703.

Eysenck, M. W., & Calvo, M. G. (1992). Anxiety and performance: The processing efficiency theory. *Cognition & emotion, 6*(6), 409-434.

Faust, M. W. (1992). *Analysis of physiological reactivity in mathematics anxiety* (Doctoral dissertation, Bowling Green State University).

Feigenson, L., & Carey, S. (2003). Tracking individuals via object-files: evidence from infants' manual search. *Developmental Science, 6*(5), 568-584.

Feigenson, L., & Carey, S. (2005). On the limits of infants' quantification of small object arrays. *Cognition, 97*(3), 295-313

Feigenson, L., Carey, S., & Hauser, M. (2002). The representations underlying infants' choice of more: Object files versus analog magnitudes. *Psychological science, 13*(2), 150-156.

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in cognitive sciences*, 8(7), 307-314.

Ferguson, A. M., Maloney, E. A., Fugelsang, J., & Risko, E. F. (2015). On the relation between math and spatial ability: The case of math anxiety. *Learning and Individual Differences*, 39, 1-12.

Foley, A. E., Herts, J. B., Borgonovi, F., Guerriero, S., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2017). The math anxiety-performance link: A global phenomenon. *Current Directions in Psychological Science*, 26(1), 52-58.

Furner, J. M., & Berman, B. T. (2003). Review of research: Math anxiety: Overcoming a major obstacle to the improvement of student math performance. *Childhood education*, 79(3), 170-174.

Fuson, K. C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*. New York, NY: Springer Verlag. doi: 10.1007/978-1-4612-3754-9

Fuson, K. C. (1992). Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8.

Gallistel, C. R. (2007). Commentary on Le Corre & Carey. *Cognition*, 105(2), 439-445

Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44(1-2), 43-74.

Gallistel, C. R., & Gelman, R. (2000). Non-verbal numerical cognition: From reals to integers. *Trends in cognitive sciences*, 4(2), 59-65.

Gallistel, C. R., & Gelman, R. (2005). *Mathematical Cognition*. Cambridge University Press.

Gasteiger, H., & Moeller, K. (2021). Fostering early numerical competencies by playing conventional board games. *Journal of Experimental Child Psychology*, 204, 105060.

Gelman, R., & Meck, E. (1983). Preschoolers' counting: Principles before skill. *Cognition*, 13(3), 343-359.

German, R., & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number* Cambridge.

Gibbon, J. (1977). Scalar expectancy theory and Weber's law in animal timing. *Psychological review*, 84(3), 279.

Gunderson, E. A., & Levine, S. C. (2011). Some types of parent number talk count more than others: relations between parents' input and children's cardinal-number knowledge. *Developmental science*, 14(5), 1021-1032.

Gunderson, E. A., Ramirez, G., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2012). The role of parents and teachers in the development of gender-related math attitudes. *Sex roles*, 66(3), 153-166.

Haase, V. G., Julio-Costa, A., Pinheiro-Chagas, P., Oliveira, L. D. F. S., Micheli, L. R., & Wood, G. (2012). Math self-assessment, but not negative feelings, predicts mathematics performance of elementary school children. *Child Development Research*, 2012.

Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "Number Sense": The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental psychology*, 44(5), 1457.

Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., & Germine, L. (2012). Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based sample. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(28), 11116-11120.

Harari, R. R., Vukovic, R. K., & Bailey, S. P. (2013). Mathematics anxiety in young children: An exploratory study. *The Journal of experimental education*, 81(4), 538-555.

Harmon, J. M., Hedrick, W. B., & Wood, K. D. (2005). Research on vocabulary instruction in the content areas: Implications for struggling readers. *Reading & Writing Quarterly*, 21(3), 261-280

Hart, S. A., & Ganley, C. M. (2019). The nature of math anxiety in adults: Prevalence and correlates. *Journal of numerical cognition*, 5(2), 122.

Hart, S. A., Ganley, C. M., & Purpura, D. J. (2016). Understanding the home math environment and its role in predicting parent report of children's math skills. *PLoS one*, 11(12), e0168227.

Hassinger-Das, B., Jordan, N. C., & Dyson, N. (2015). Reading stories to learn math: Mathematics vocabulary instruction for children with early numeracy difficulties. *The Elementary School Journal*, *116*(2), 242-264.

Hazari, Z., Potvin, G., Cribbs, J. D., Godwin, A., Scott, T. D., & Klotz, L. (2017). Interest in STEM is contagious for students in biology, chemistry, and physics classes. *Science Advances*, *3*(8), e1700046.

Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for research in mathematics education*, *21*(1), 33-46.

Hopko, D. R., Ashcraft, M. H., Gute, J., Ruggiero, K. J., & Lewis, C. (1998). Mathematics anxiety and working memory: Support for the existence of a deficient inhibition mechanism. *Journal of anxiety disorders*, *12*(4), 343-355.

Hulme C. e Mackenzie S. (1992), *Working memory and severe learning difficulties*, Hove, Lawrence Erlbaum.

Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *106*(25), 10382-10385. *J. Exp. Child Psychol.* *102*, 427–444. doi: 10.1016/j.jecp.2008.11.003

Jackson, C. D., & Leffingwell, R. J. (1999). The role of instructors in creating math anxiety in students from kindergarten through college. *The Mathematics Teacher*, *92*(7), 583-586.

Johnston-Wilder, S., Brindley, J., & Dent, P. (2014). A survey of mathematics anxiety and mathematical resilience among existing apprentices. *London: The Gatsby Foundation*.

Kahneman, D., Treisman, A., & Gibbs, B. J. (1992). The reviewing of object files: Object-specific integration of information. *Cognitive psychology*, *24*(2), 175-219.

Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American journal of psychology*, *62*(4), 498-525

Kiss, A. J., & Vukovic, R. (2021). Exploring educational engagement for parents with math anxiety. *Psychology in the Schools*, *58*(2), 364-376.

Kleemans, T., Peeters, M., Segers, E., & Verhoeven, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly, 27*(3), 471-477.

Krajcsi, A., Kojouharova, P., & Lengyel, G. (2017). Development of Understanding Zero. *Preprints*.

Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and instruction, 19*(6), 513-526.

Krendl, A. C., Richeson, J. A., Kelley, W. M., & Heatherton, T. F. (2008). The negative consequences of threat: A functional magnetic resonance imaging investigation of the neural mechanisms underlying women's underperformance in math. *Psychological Science, 19*(2), 168-175.

Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition, 105*(2), 395-438.

Lee, J. (2009). Universals and specifics of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries. *Learning and individual differences, 19*(3), 355-365.

LeFevre, J. A., Clarke, T., & Stringer, A. P. (2002). Influences of language and parental involvement on the development of counting skills: Comparisons of French-and English-speaking Canadian children. *Early Child Development and Care, 172*(3), 283-300.

LeFevre, J. A., Polyzoi, E., Skwarchuk, S. L., Fast, L., & Sowinski, C. (2010). Do home numeracy and literacy practices of Greek and Canadian parents predict the numeracy skills of kindergarten children?. *International Journal of Early Years Education, 18*(1), 55-70.

LeFevre, J. A., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the

early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science/Revue canadienne des sciences du comportement*, 41(2), 55.

LeFevre, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., et al. (2010). Pathways to mathematics: longitudinal predictors of performance. *Child Dev.* 81, 1753–1767. doi: 10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x

Lehrl, S. (2018). *Qualität häuslicher Lernumwelten im Vorschulalter*. Springer Fachmedien Wiesbaden.

Lehrl, S., Ebert, S., Blaurock, S., Rossbach, H. G., & Weinert, S. (2020). Long-term and domain-specific relations between the early years home learning environment and students' academic outcomes in secondary school. *School Effectiveness and School Improvement*, 31(1), 102-124.

Levine, S. C., Suriyakham, L. W., Rowe, M. L., Huttenlocher, J., & Gunderson, E. A. (2010). What counts in the development of young children's number knowledge?. *Developmental psychology*, 46(5), 1309.

Li, X., Sun, Y., Baroody, A. J., & Purpura, D. (2013). The effect of language on Chinese and American 2-and 3-year olds' small number identification. *European journal of psychology of education*, 28(4), 1525-1542.

Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2010). Stable individual differences in number discrimination in infancy. *Developmental science*, 13(6), 900-906.

Lin, Y., Durbin, J. M., & Rancer, A. S. (2017). Perceived instructor argumentativeness, verbal aggressiveness, and classroom communication climate in relation to student state motivation and math anxiety. *Communication Education*, 66(3), 330-349.

Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense: Large-number discrimination in human infants. *Psychological science*, 14(5), 396-401.

Liverta Sempio, O. (1997). Il bambino e la costruzione del numero. Roma. *La Nuova Italia Scientifica*.

Lucangeli, D., Iannitti, A., & Vettore, M. (2007). *Lo sviluppo dell'intelligenza numerica*. Carocci.

Lucangeli, D., Poli, S., Molin, A., & Bertolli, C. (2010). *L'intelligenza numerica: Abilità cognitive e metacognitive nella costruzione della conoscenza numerica dai 6 agli 8 anni*. Erickson.

Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2012). Mathematics anxiety: Separating the math from the anxiety. *Cerebral cortex*, 22(9), 2102-2110.

Ma, X., & Kishor, N. (1997). Attitude toward self, social factors, and achievement in mathematics: A meta-analytic review. *Educational psychology review*, 9(2), 89-120.

Ma, X., & Xu, J. (2004). The causal ordering of mathematics anxiety and mathematics achievement: a longitudinal panel analysis. *Journal of adolescence*, 27(2), 165-179.

Macher, D., Papousek, I., Ruggeri, K., & Paechter, M. (2015). Statistics anxiety and performance: blessings in disguise. *Frontiers in psychology*, 6, 1116.

Malanchini, M., Rimfeld, K., Shakeshaft, N. G., Rodic, M., Schofield, K., Selzam, S., ... & Kovas, Y. (2017). The genetic and environmental aetiology of spatial, mathematics and general anxiety. *Scientific reports*, 7(1), 1-11.

Maloney, E. A., Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2015). Intergenerational effects of parents' math anxiety on children's math achievement and anxiety. *Psychological Science*, 26(9), 1480-1488.

Maron, E., Hettema, J. M., & Shlik, J. (2010). Advances in molecular genetics of panic disorder. *Molecular psychiatry*, 15(7), 681-701.

McCrink, K., & Wynn, K. (2007). Ratio abstraction by 6-month-old infants. *Psychological science*, 18(8), 740-745.

McDonough, I. M., & Ramirez, G. (2018). Individual differences in math anxiety and math self-concept promote forgetting in a directed forgetting paradigm. *Learning and Individual Differences*, 64, 33-42.

McGrath, L. M., Weill, S., Robinson, E. B., Macrae, R., & Smoller, J. W. (2012). Bringing a developmental perspective to anxiety genetics. *Development and Psychopathology*, 24(4), 1179-1193.

McLeod, D. B. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for research in Mathematics Education*, 25(6), 637-647.

Meck, W. H., & Church, R. M. (1983). A mode control model of counting and timing processes. *Journal of experimental psychology: animal behavior processes*, 9(3), 320.

Meece, J. L., Wigfield, A., & Eccles, J. S. (1990). Predictors of math anxiety and its influence on young adolescents' course enrollment intentions and performance in mathematics. *Journal of educational psychology*, 82(1), 60.

Melhuish, E., Phan, M. B., Sylva, K., Sammons, P., Siraj-Blatchford, I., & Taggart, B. (2008). Effects of the home learning environment and preschool center experience upon literacy and numeracy development in early primary school.

Missall, K., Hojnoski, R. L., Caskie, G. I., & Repasky, P. (2015). Home numeracy environments of preschoolers: Examining relations among mathematical activities, parent mathematical beliefs, and early mathematical skills. *Early Education and Development*, 26(3), 356-376.

Mistry, R. S., Benner, A. D., Biesanz, J. C., Clark, S. L., & Howes, C. (2010). Family and social risk, and parental investments during the early childhood years as predictors of low-income children's school readiness outcomes. *Early childhood research quarterly*, 25(4), 432-449.

Mix, K. S. (2009). How spencer made number. First uses of the number words.

Moore, D., Benenson, J., Reznick, J. S., Peterson, M., & Kagan, J. (1987). Effect of auditory numerical information on infants' looking behavior: Contradictory evidence. *Developmental Psychology*, 23(5), 665.

Mou, Y. (2014). Two core systems of numerical representation in infants. *Developmental Review*, 34(1), 1-25.

Mutaf Yıldız, B., Sasanguie, D., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2018). Frequency of home numeracy activities is differentially related to basic number processing and calculation skills in kindergartners. *Frontiers in psychology*, 9, 340.

Napoli, A. R., & Purpura, D. J. (2018). The home literacy and numeracy environment in preschool: Cross-domain relations of parent-child practices and child outcomes. *Journal of Experimental Child Psychology*, 166, 581-603.

Negen, J., & Sarnecka, B. W. (2012). Number-concept acquisition and general vocabulary development. *Child development*, 83(6), 2019-2027.

Newcombe, N. S., Levine, S. C., and Mix, K. S. (2015). Thinking about quantity: the intertwined development of spatial and numerical cognition. *Wiley Interdiscip. Rev. Cogn. Sci.* 6, 491–505. doi: 10.1002/wcs.1369

Niklas, F., & Schneider, W. (2014). Casting the die before the die is cast: The importance of the home numeracy environment for preschool children. *European Journal of Psychology of Education*, 29(3), 327-345.

Niklas, F., & Schneider, W. (2017). Home learning environment and development of child competencies from kindergarten until the end of elementary school. *Contemporary Educational Psychology*, 49, 263-274.

Niklas, F., Cohrssen, C., & Tayler, C. (2016). Improving preschoolers' numerical abilities by enhancing the home numeracy environment. *Early Education and Development*, 27(3), 372-383.

Niklas, F., Cohrssen, C., & Tayler, C. (2016). Parents supporting learning: A non-intensive intervention supporting literacy and numeracy in the home learning environment. *International Journal of Early Years Education*, 24(2), 121-142.

Okoiye, O. E., Okezie, N. E., & Nlemadim, M. C. (2017). Impact of academic procrastination and study habit on expressed mathematics anxiety of junior secondary school students in Esan South-East Edo State Nigeria. *Br J Psychol Res*, 5(1), 32-40.

Paechter, M., Macher, D., Martskvishvili, K., Wimmer, S., & Papousek, I. (2017). Mathematics anxiety and statistics anxiety. Shared but also unshared components and antagonistic contributions to performance in statistics. *Frontiers in psychology*, 8, 1196.

Park, D., Gunderson, E. A., Tsukayama, E., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2016). Young children's motivational frameworks and math achievement: Relation to teacher-reported instructional practices, but not teacher theory of intelligence. *Journal of Educational Psychology*, 108(3), 300.

Petronzi, D. (2017). Numeracy Apprehension in Young Children: Insights from Children Aged 4-7 Years and Primary Care Providers Dominic Petronzi, BSc.(Hons),

MRes, PhD, Paul Staples, David Sheffield, Thomas Hunt, & Sandra Fitton-Wilde. *Psychology and Education*, 54(1).

Petronzi, D. (2018). Further Development of the Children's Mathematics Anxiety Scale UK.

Petronzi, D. (2021). The development of the numeracy apprehension scale for children aged 4-7 years: qualitative exploration of associated factors and quantitative testing. University of Derby (United Kingdom).

Piaget, J., & Szeminska, A. (1941). *La Genèse du Nombre chez L'Enfant*. Neuchatel. *Dela-chaux et Niestlé*.

Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, 306(5695), 499-503.

Pixner, S., Dresen, V., & Moeller, K. (2018). Differential development of children's understanding of the cardinality of small numbers and zero. *Frontiers in Psychology*, 1636.

Potter, M. C., & Levy, E. I. (1968). Spatial enumeration without counting. *Child development*, 265-272.

Pruden, S. M., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (2011). Children's spatial thinking: Does talk about the spatial world matter?. *Developmental science*, 14(6), 1417-1430.

Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child development*, 79(2), 375-394.

Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2011). Reducing the gap in numerical knowledge between low-and middle-income preschoolers. *Journal of applied developmental Psychology*, 32(3), 146-159.

Ramani, G. B., Rowe, M. L., Eason, S. H., & Leech, K. A. (2015). Math talk during informal learning activities in Head Start families. *Cognitive Development*, 35, 15-33.

Ramirez, G., Chang, H., Maloney, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2016). On the relationship between math anxiety and math achievement in early elementary school:

The role of problem solving strategies. *Journal of experimental child psychology*, 141, 83-100.

Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2013). Math anxiety, working memory, and math achievement in early elementary school. *Journal of Cognition and Development*, 14(2), 187-202.

Retanal, F., Johnston, N. B., Di Lonardo Burr, S. M., Storozuk, A., DiStefano, M., & Maloney, E. A. (2021). Controlling-supportive homework help partially explains the relation between parents' math anxiety and children's math achievement. *Education Sciences*, 11(10), 620.

Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale. *Journal of counseling Psychology*, 19, 551–554.

Rodríguez-Planas, N., & Nollenberger, N. (2018). Let the girls learn! It is not only about math... it's about gender social norms. *Economics of Education Review*, 62, 230-253.

Rodriguez, E. T., Tamis-LeMonda, C. S., Spellmann, M. E., Pan, B. A., Raikes, H., Lugo-Gil, J., & Luze, G. (2009). The formative role of home literacy experiences across the first three years of life in children from low-income families. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 30(6), 677-694.

Rourke, B. P. (1993). Arithmetic disabilities, specific and otherwise: A neuropsychological perspective. *Journal of Learning disabilities*, 26(4), 214-226.

Rubinsten, O., & Tannock, R. (2010). Mathematics anxiety in children with developmental dyscalculia. *Behavioral and Brain functions*, 6(1), 1-13.

Rubinsten, O., Marciano, H., Eidlin Levy, H., & Daches Cohen, L. (2018). A framework for studying the heterogeneity of risk factors in math anxiety. *Frontiers in behavioral neuroscience*, 291.

Sarnecka, B. W., & Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition*, 108(3), 662-674.

Sarnecka, B. W., Kamenskaya, V. G., Yamana, Y., Ogura, T., and Yudovina, J. B. (2007). From grammatical number to exact numbers: early meanings of "one," "two," and "three" in English. *Cogn. Psychol.* 55, 136–168. doi: 10.1016/j. cogpsych.2006.09.001

Scarpello, G. V. (2005). *The effect of mathematics anxiety on the course and career choice of high school vocational-technical education students*. Drexel University.

Schaeffer, M. W., Rozek, C. S., Maloney, E. A., Berkowitz, T., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2021). Elementary school teachers' math anxiety and students' math learning: A large-scale replication. *Developmental science*, 24(4), e13080.

Sheffield, D., & Hunt, T. (2006). How Does Anxiety Influence Maths Performance and What Can We do About It? *MSOR Connections*, 6 (4), 19–23.

Simon, T. J., Hespos, S. J., & Rochat, P. (1995). Do infants understand simple arithmetic? A replication of Wynn (1992). *Cognitive development*, 10(2), 253-269.

Skaalvik, E. M. (2018). Mathematics anxiety and coping strategies among middle school students: relations with students' achievement goal orientations and level of performance. *Social Psychology of Education*, 21(3), 709-723.

Skwarchuk, S. L. (2009). How do parents support preschoolers' numeracy learning experiences at home?. *Early Childhood Education Journal*, 37(3), 189-197.

Skwarchuk, S. L., Sowinski, C., & LeFevre, J. A. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *Journal of experimental child psychology*, 121, 63-84.

Smoller, J. W. (2016). The genetics of stress-related disorders: PTSD, depression, and anxiety disorders. *Neuropsychopharmacology*, 41(1), 297-319.

Soni, A., & Kumari, S. (2017). The role of parental math anxiety and math attitude in their children's math achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(2), 331-347.

Sorvo, R., Koponen, T., Viholainen, H., Aro, T., Räikkönen, E., Peura, P., ... & Aro, M. (2017). Math anxiety and its relationship with basic arithmetic skills among primary school children. *British Journal of Educational Psychology*, 87(3), 309-327.

Spelke, E. S. (2011). Natural number and natural geometry. In *Space, time and number in the brain* (pp. 287-317). Academic Press.

Spelke, E. S., & Tsivkin, S. (2001). Language and number: A bilingual training study. *Cognition*, 78(1), 45-88.

Spencer, S. J., Steele, C. M., & Quinn, D. M. (1999). Stereotype threat and women's math performance. *Journal of experimental social psychology*, 35(1), 4-28.

Stankov, L. (2010). Unforgiving Confucian culture: A breeding ground for high academic achievement, test anxiety and self-doubt?. *Learning and Individual Differences*, 20(6), 555-563.

Starkey, P., & Gelman, R. (2020). The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic. In *Addition and Subtraction* (pp. 99-116). Routledge.

Susperreguy, M. I., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., & Chen, M. (2018). Self-concept predicts academic achievement across levels of the achievement distribution: Domain specificity for math and reading. *Child development*, 89(6), 2196-2214.

Susperreguy, M. I., Di Lonardo Burr, S., Xu, C., Douglas, H., & LeFevre, J. A. (2020). Children's home numeracy environment predicts growth of their early mathematical skills in kindergarten. *Child Development*, 91(5), 1663-1680.

Susperreguy, M. I., Douglas, H., Xu, C., Molina-Rojas, N., & LeFevre, J. A. (2020). Expanding the Home Numeracy Model to Chilean children: Relations among parental expectations, attitudes, activities, and children's mathematical outcomes. *Early Childhood Research Quarterly*, 50, 16-28.

Tekin, A. K. (2011). Parents' motivational beliefs about their involvement in young children's education. *Early Child Development and Care*, 181(10), 1315-1329.

Thompson, R. J., Napoli, A. R., & Purpura, D. J. (2017). Age-related differences in the relation between the home numeracy environment and numeracy skills. *Infant and Child Development*, 26(5), e2019.

Toll, S. W., & Van Luit, J. E. (2014). The developmental relationship between language and low early numeracy skills throughout kindergarten. *Exceptional Children, 81*(1), 64-78.

Tooke, D. J., & Lindstrom, L. C. (1998). Effectiveness of a mathematics methods course in reducing math anxiety of preservice elementary teachers. *School science and mathematics, 98*(3), 136-139.

Torbeyns, J., Van den Noortgate, W., Ghesquière, P., Verschaffel, L., Van de Rijt, B. A., & Van Luit, J. E. (2002). Development of early numeracy in 5-to 7-year-old children: A comparison between Flanders and the Netherlands. *Educational Research and Evaluation, 8*(3), 249-275.

Turner, J. C., Midgley, C., Meyer, D. K., Gheen, M., Anderman, E. M., Kang, Y., & Patrick, H. (2002). The classroom environment and students' reports of avoidance strategies in mathematics: A multimethod study. *Journal of educational psychology, 94*(1), 88.

VanMarle, K., & Wynn, K. (2006). Six-month-old infants use analog magnitudes to represent duration. *Developmental science, 9*(5), F41-F49.

Vieland, V. J., Goodman, D. W., Chapman, T., & Fyer, A. J. (1996). New segregation analysis of panic disorder. *American journal of medical genetics, 67*(2), 147-153.

Vukovic, R. K., Roberts, S. O., & Green Wright, L. (2013). From parental involvement to children's mathematical performance: The role of mathematics anxiety. *Early Education & Development, 24*(4), 446-467.

Vygotsky, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard university press.

Wang, Z., Hart, S. A., Kovas, Y., Lukowski, S., Soden, B., Thompson, L. A., ... & Petrill, S. A. (2014). Who is afraid of math? Two sources of genetic variance for mathematical anxiety. *Journal of child psychology and psychiatry, 55*(9), 1056-1064.

Wellman, H. M., & Miller, K. F. (1986). Thinking about nothing: Development of concepts of zero. *British Journal of Developmental Psychology, 4*(1), 31-42.

Whang, P. A., & Hancock, G. R. (1994). Motivation and mathematics achievement: Comparisons between Asian-American and non-Asian students. *Contemporary Educational Psychology, 19*(3), 302-322.

Wigfield, A., & Meece, J. L. (1988). Math anxiety in elementary and secondary school students. *Journal of educational Psychology, 80*(2), 210.

Williams, W. (1988). Answers to Questions about Math Anxiety. *School science and mathematics, 88*(2), 95-104.

Wood, J. N., & Spelke, E. S. (2005). Infants' enumeration of actions: Numerical discrimination and its signature limits. *Developmental science, 8*(2), 173-181.

Wu, S., Amin, H., Barth, M., Malcarne, V., & Menon, V. (2012). Math anxiety in second and third graders and its relation to mathematics achievement. *Frontiers in psychology, 3*, 162.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358*(6389), 749-750.

Wynn, K. (2009). Infants' auditory enumeration: Evidence for analog magnitudes in the small number range. *Cognition, 111*(3), 302-316.

Wynn, K., Bloom, P., & Chiang, W. C. (2002). Enumeration of collective entities by 5-month-old infants. *Cognition, 83*(3), B55-B62.

Xu, F., & Arriaga, R. I. (2007). Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of developmental psychology, 25*(1), 103-108.

Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition, 74*(1), B1-B11.

Xu, F., Spelke, E. S., & Goddard, S. (2005). Number sense in human infants. *Developmental Science, 8*, 88-101.

Yamaguchi, M., Kuhlmeier, V. A., Wynn, K., & VanMarle, K. (2009). Continuity in social cognition from infancy to childhood. *Developmental science, 12*(5), 746-752.

Young, C. B., Wu, S. S., & Menon, V. (2012). The neurodevelopmental basis of math anxiety. *Psychological science, 23*(5), 492-501.

Zippert, E. L., & Ramani, G. B. (2017). Parents' estimations of preschoolers' number skills relate to at-home number-related activity engagement. *Infant and Child Development, 26*(2), e1968.

Zippert, E. L., & Rittle-Johnson, B. (2020). The home math environment: More than numeracy. *Early Childhood Research Quarterly, 50*, 4-15.

Zippert, E. L., Douglas, A. A., Smith, M. R., & Rittle-Johnson, B. (2020). Preschoolers' broad mathematics experiences with parents during play. *Journal of experimental child psychology, 192*, 104757.