



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea Triennale in Astronomia

Tesi di Laurea

Evoluzione secolare di satelliti per interazione mareale: applicazione a Tritone

Relatore

Prof. Francesco Marzari

Laureando

Luca Panozzo

Matricola

1147551

Anno Accademico 2019/2020

Abstract

In questa tesi triennale si descrive analiticamente in che modo l'orbita di un satellite venga modificata da un tipo di interazione gravitazionale in tempi scala di 10^9 - 10^{10} *yr*. Dopo aver visto come si sono formati i planetesimi e come questi possano diventare satelliti naturali, si definiscono la distanza minima e massima a cui questi oggetti possono orbitare attorno al pianeta. Tali distanze sono identificate rispettivamente dal raggio di Roche R_R e di Hill R_N .

Successivamente, si pone l'attenzione su quali siano i parametri caratterizzanti l'orbita e su come eccentricità e e semiasse maggiore a cambino nel tempo, con riferimento alla dissipazione dell'energia orbitale causata dall'interazione mareale.

Come ultimo punto, si studia il caso particolare di Tritone, unico grande satellite retrogrado nel Sistema Solare. Nella fattispecie, si ipotizza una sua origine per cattura gravitazionale durante il periodo delle migrazioni planetarie e si evidenzia come le osservazioni indichino la diminuzione del semiasse maggiore per costante influenza mareale di Nettuno. Si conclude con il destino ultimo di Tritone, ovvero la sua distruzione e la formazione di un sistema di anelli dopo che il satellite avrà valicato il limite di Roche tra circa $3.6 \cdot 10^9$ *yr*.

Indice

Introduzione	iii
1 I satelliti naturali	1
1.1 Modello standard di formazione planetaria	1
1.2 Il modello di Nizza	3
1.3 Origine dei satelliti naturali	4
1.3.1 Formazione in loco	4
1.3.2 Giant Impact Stage	4
1.3.3 Cattura gravitazionale	4
1.4 Il limite di Roche	5
1.5 Il limite di Hill	5
2 Evoluzione orbitale del satellite	7
2.1 Parametri orbitali	7
2.2 Pseudo momento angolare	8
2.3 Pseudo energia	9
2.4 Evoluzione dell'energia orbitale	10
2.5 Evoluzione dell'eccentricità	12
2.6 Tritone	13
2.6.1 La cattura di Tritone	13
2.6.2 Evoluzione post-cattura	14
3 Conclusioni	15
Bibliografia	17

Introduzione

I satelliti naturali rappresentano al tempo stesso una delle componenti più variabili nel Sistema Solare e un'importante fonte di ricerca. È infatti recente notizia (Ottobre 2019) la scoperta, da parte della *Carnegie Institution for Science* di Washington, di 20 nuove lune di Saturno, il quale diventa così il detentore di 82 satelliti conosciuti strappando il primato a Giove, a quota 79.

È d'interesse studiare i satelliti dal momento che questi costituiscono, insieme ai planetesimi, la materia compatta di un sistema planetario che non è stata inglobata dai pianeti rocciosi o dal *core* dei giganti gassosi. Essendo congelati nello stato di planetesimi, si può studiare in che modo questi corpi si formino, facendo eventualmente emergere spunti per perfezionare il modello standard di genesi planetaria, poichè non è ancora del tutto chiaro in che modo avvenga l'agglomerazione delle polveri nebulari.

Il primo capitolo della tesi ha scopo principalmente introduttivo. Tale parte serve a dare informazioni essenziali su quali siano i meccanismi che portano una nebulosa molecolare a collassare e a formare un sistema stellare completo, dove i planetesimi rappresentano i resti del materiale non catturato nelle genesi planetarie. Ci si concentra, poi, sulle metodologie che illustrano in che modo un planetesimo può diventare satellite naturale, ovvero formazione dal disco circumstellare, cattura gravitazionale o accrescimento di detriti provocati da un impatto, ed entro quali distanze esso può orbitare per non essere distrutto o eiettato nello spazio.

Nel secondo capitolo, dopo aver definito quali sono gli elementi orbitali, si effettua la trattazione analitica sull'evoluzione di eccentricità ed energia orbitale, sfruttando concetti base come forze d'attrito e conservazione del momento angolare in un sistema isolato. Si presta particolare attenzione alle ripercussioni di queste evoluzioni sul semiasse maggiore dell'orbita. Per concludere, si applica quanto visto al caso di Tritone, andando a vedere possibile cattura gravitazionale, configurazione odierna ed evoluzione futura.

Capitolo 1

I satelliti naturali

1.1 Modello standard di formazione planetaria

Le stelle e i rispettivi pianeti si formano a partire da una nube molecolare molto estesa composta prevalentemente da gas e una piccola percentuale di polveri. La nube si trova inizialmente in uno stato di *equilibrio idrostatico*¹ con il mezzo interstellare, tuttavia può accadere che un evento esterno perturbi questa configurazione stabile. Un esempio di perturbazione può essere il passaggio ravvicinato di una stella o la propagazione delle onde di shock provocate da un'esplosione di supernova.

Definita la *massa di Jeans* come massa nebulare minima affinché una perturbazione non rompa l'equilibrio idrostatico, se ne può trovare il valore approssimativo in unità solari conoscendo solo temperatura assoluta T e densità numerica n della nube:

$$M_J \sim 4 \cdot 10^4 M_\odot \left(\frac{T}{100K} \right)^{3/2} \left(\frac{n}{cm^{-3}} \right)^{-1/2}$$

Solitamente, le nubi hanno temperature comprese fra 10 e 100 K , mentre le densità numeriche arrivano oltre a 300 cm^{-3} . Con questi dati iniziali, si trovano masse di Jeans approssimativamente di $10^3 - 10^4 M_\odot$.

Se la massa nebulare eccede il limite di Jeans, la perturbazione innesca un moto di caduta libera di gas e polveri dovuto alla rottura dell'equilibrio idrostatico. La nube, concentrandosi in volumi minori, risente di un improvviso innalzamento della densità, il quale conduce ad un abbassamento del valore della massa di Jeans, quindi ad un collasso nebulare in più frammenti. Man mano che la densità aumenta, la zona centrale diventa progressivamente sempre più opaca alla radiazione infrarossa, perciò i fotoni a queste lunghezze d'onda, non riuscendo più a fuggire, provocano un forte aumento di temperatura e, di conseguenza, di pressione del gas. In tal modo, il *core* della nube raggiunge l'equilibrio idrostatico e la successiva contrazione, dettata dalla forza di gravità, diventa quasi statica².

Il risultato è la formazione di una *protostella*, ovvero la fase di vita stellare successiva al collasso nebulare che si caratterizza per una temperatura centrale non sufficiente per l'innesco delle reazioni nucleari.

Dal momento che il sistema è isolato, la sommatoria delle forze \mathbf{F} e il momento della forza totale \mathbf{M} sono nulli. Dalla relazione tra momento angolare \mathbf{L} ed \mathbf{M} :

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}$$

è immediato che anche la derivata è nulla. In altre parole, il momento angolare si conserva in un sistema isolato.

¹condizione di un fluido in cui la somma delle forze esterne agenti viene bilanciata dal gradiente di pressione del corpo.

²Una contrazione quasi statica prevede il passaggio intermedio tra una serie di sottostati, ciascuno in equilibrio idrostatico.

Con questa considerazione, si comprende che se una grande massa di gas si concentra in un volume diverso da quello iniziale e comincia a ruotare, modificando il momento angolare iniziale, il sistema cercherà di autocorreggersi per mantenerlo costante. Questa conservazione porta alla formazione del **disco protostellare**, composto dal materiale della nube non collassato. L'elemento è identificabile dallo spettro stellare grazie all'*ecceso infrarosso*, fenomeno causato dalla riemissione da parte delle polveri di radiazione protostellare a maggiori lunghezze d'onda e riportato in Figura 1.1.

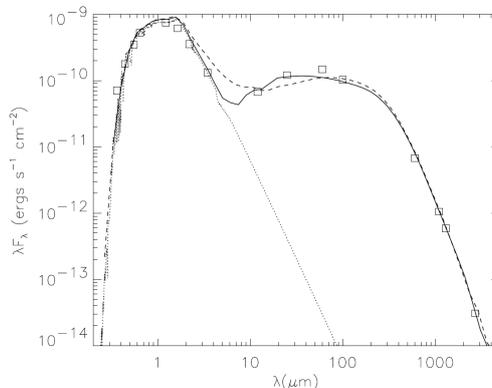


Figura 1.1: Spectral Energy Distribution (*SED*) della stella GM Aur. La presenza di un disco circumstellare è evidente dato il secondo picco della funzione flusso a lunghezze d'onda di circa $100 \mu\text{m}$. Il gap tra i due picchi indica che il disco non parte nelle immediate vicinanze della protostella e ciò può essere dovuto ad una sua dissipazione o alla presenza di planetesimi massivi [1].

Il disco al suo interno presenta un *gradiente di temperatura* causato non dalla radiazione protostellare (responsabile della ionizzazione del solo materiale nelle immediate vicinanze), ma dalla *viscosità*. Il meccanismo può essere spiegato attraverso le diverse *velocità kepleriane* v del materiale, ottenibili a partire dall'energia orbitale specifica cinetica ε_k e potenziale ε_p

$$\varepsilon = \varepsilon_k + \varepsilon_p = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \quad (1.1)$$

$$v = \sqrt{2 \left(\frac{\mu}{r} + \varepsilon \right)} \quad (1.2)$$

dove $\mu = G(M + m)$ è la costante gravitazionale del corpo di massa m orbitante attorno al gerarca M , mentre r è la distanza materiale disco-protostella.

Si considerino ora due anelli adiacenti nel disco, nella formula (1.2) a variare è r , perciò l'anello più esterno avrà velocità minore. Questa differenza di velocità provoca una frizione tra i due anelli responsabile di due aspetti fondamentali, ovvero da una parte il trasporto di momento angolare verso l'esterno e dall'altra la generazione di calore che sostiene il gradiente. In particolare, si distingue nei dischi un raggio limite caratterizzato da una specifica temperatura entro la quale condensano solo oggetti rocciosi, la *frostline*. A distanze maggiori avviene la condensazioni sia di rocce che di ghiacci.

Conseguentemente al rallentamento provocato dal trasporto di momento angolare, il materiale interno, essendo ionizzato, comincia a risentire pesantemente del campo magnetico della protostella e impatta violentemente sulla sua superficie seguendo le linee di campo³. Ha qui inizio la fase di accrescimento della protostella e della dissipazione del disco.

Mentre la componente ionizzata cade sul corpo centrale, le polveri tendono a sedimentare lungo il piano mediano, entrando in collisione fra loro. Se la velocità relativa tra due particelle non è eccessivamente elevata, la collisione può essere costruttiva e, a lungo andare, i diversi impatti possono dar vita ad ammassi di polvere sempre più grandi, i quali si attrarranno gravitazionalmente sino a formare i **planetesimi**, oggetti rocciosi e ghiacciati di qualche decina di km di diametro.

³fenomeno visibile dallo spettro stellare grazie all'*ecceso ultravioletto*. Il materiale che impatta ha velocità molto elevate e causa un aumento di temperatura della protostella. Se aumenta T aumenta anche l'energia di emissione, perciò la sua frequenza.

Bisogna precisare che la formazione dei planetesimi è ancora oggetto di studio e che non c'è tutt'ora una teoria che sia in grado di spiegare tutti i meccanismi coinvolti. Per citarne alcune, si richiama la teoria dell'*instabilità gravitazionale*, che vede il gas come disturbo alla formazione di oggetti compatti di grandi dimensioni e prevede la sua parziale rimozione attraverso la fotoevaporazione⁴, e la *streaming instability*, modello che localizza la formazione dei planetesimi in perturbazioni del disco, dette vortici, creati dalla diversa velocità orbitale di gas e polvere e responsabili dell'accumulo di materiale solido.

In ogni caso, i planetesimi formati, perturbandosi gravitazionalmente a vicenda, continuano i processi di collisione fino a formare pochi oggetti molto massivi. Si può notare una netta differenza in massa di questi oggetti entro ed oltre la frostline, data la grande abbondanza di materiale roccioso e ghiacciato a grandi distanze dal corpo centrale. Questi oggetti definiscono i pianeti rocciosi (entro la frostline) e i *core* dei giganti gassosi (oltre la frostline).

Nel frattempo, la protostella, che ha concluso il processo di accrescimento, ha innescato il bruciamento dell'idrogeno ed è diventata propriamente una stella. Il gas rimasto nel disco viene progressivamente espulso dal vento stellare e catturato gravitazionalmente dai core dei giganti, i quali ottengono così la loro parte più massiva.

1.2 Il modello di Nizza

Le osservazioni dei pianeti extrasolari hanno posto interrogativi e problematiche sul modello di formazione standard, dal momento che molti pianeti scoperti sono dei gioviani su orbite molto vicine alla stella (*Hot Jupiter*). I dati osservativi non potevano essere spiegati con il modello standard, perciò venne aggiunto lo studio dell'evoluzione dinamica post-formazione planetaria nel modello di Nizza. I meccanismi aggiunti furono tre:

1. Migrazioni planetarie

I pianeti giganti, poco dopo la formazione, hanno cominciato ad interagire con il disco ancora non del tutto dissipato. Le diverse velocità del materiale del disco e del pianeta inducono uno scambio di momento angolare tra le due componenti, tuttavia questo avviene sia con il materiale del disco interno all'orbita planetaria e sia con quello esterno. Il contributo maggiore stabilisce la direzione di migrazione del pianeta, tipicamente verso la stella.

Una migrazione generalmente si arresta quando il disco viene dissipato dall'attività stellare o quando il pianeta entra in risonanza con un altro corpo che ne stabilizza l'orbita. Uno degli effetti della migrazione è lo sconvolgimento delle orbite dei planetesimi che il pianeta attraversa.

2. *P-P scattering*

In questo meccanismo si parte da tre oggetti che orbitano attorno ad un gerarca a distanza ravvicinata gli uni dagli altri. Può capitare che, durante le orbite, due di questi oggetti si trovino talmente vicini da modificare drasticamente l'intero sistema. Il risultato di queste fionde gravitazionali è l'espulsione dal sistema di un oggetto, e lo spostamento degli altri due su orbite più interne rispetto a quelle iniziali, ma ad eccentricità notevolmente maggiori per conservazione dell'energia.

3. Interazioni mareali

Le interazioni mareali sono forze gravitazionali che agiscono reciprocamente su due corpi relativamente vicini. La caratteristica principale delle maree è la deformazione dei corpi su cui agiscono, che può portare a drastici cambiamenti orbitali, come si vedrà in seguito.

⁴fenomeno in cui particelle di gas vengono strappate da fotoni ad alta energia come quelli di un vento stellare

La configurazione finale vede un sistema completamente definito, in cui i pianeti rocciosi e gassosi orbitano attorno alla stella centrale, mentre la polvere e i planetesimi sfuggiti alla formazione planetaria formano dei **dischi di Debris**⁵, anch'essi orbitanti attorno alla stella.

1.3 Origine dei satelliti naturali

Una volta descritta la formazione dei corpi rocciosi, l'attenzione si focalizza su tutti i conglomerati che non sono stati inglobati nelle genesi planetarie. I **satelliti naturali**, o *lune*, sono generalmente dei planetesimi che si trovano ad essere legati gravitazionalmente ad un qualsiasi corpo celeste diverso da una stella. I corpi ospitanti possono acquisire i relativi satelliti principalmente in tre modi:

1.3.1 Formazione in loco

Durante la fase avanzata di formazione del pianeta si può formare attorno a quest'ultimo un disco protosatellitare da cui originano corpi rocciosi più o meno numerosi e massivi in modo del tutto analogo al processo di genesi dei planetesimi. Come si vedrà nel prossimo paragrafo, questo può avvenire solo se l'accumulo di polvere avviene a distanze maggiori del *limite di Roche*. Dalle ricerche effettuate, si può notare che i dischi massivi solitamente generano un unico satellite, mentre quelli relativamente leggeri sono portati a formare un sistema di satelliti.

I satelliti formati in loco nella maggior parte dei casi sono regolari, ovvero aventi orbite prograde caratterizzate da bassi valori di eccentricità, inclinazione e semiasse maggiore.

1.3.2 Giant Impact Stage

Nella fase avanzata di formazione planetaria rientra un periodo contrassegnato da innumerevoli impatti di diversi corpi celesti sui pianeti. Gli impattatori si pensa fossero delle stesse dimensioni di Marte (diametro di circa 6800 km) ed eccitati a causa delle perturbazioni esercitate dai pianeti dopo l'esaurimento del disco protoplanetario. Inoltre, questa è la modalità con cui si ritiene si sia formata la nostra Luna⁶, dal momento che la formazione in loco avrebbe richiesto un enorme quantitativo di massa nel disco protosatellitare.

Tale meccanismo vede avvenire l'impatto quando il pianeta non è ancora allo stato solido, altrimenti un impatto di tale portata sarebbe certamente distruttivo. La collisione disgrega parte dei due corpi e i detriti formati creeranno un disco circumplanetario fondamentale per la stabilizzazione delle orbite sconvolte dall'impatto. Il disco verrà successivamente estinto a causa della cattura gravitazionale dei detriti da parte del pianeta e del nuovo satellite.

1.3.3 Cattura gravitazionale

I planetesimi sono oggetti relativamente piccoli se messi a confronto con i principali corpi di un sistema planetario. Per questo motivo sono facilmente soggetti a perturbazioni che ne possono modificare l'orbita fino a causarne una migrazione attraverso le traiettorie planetarie.

Se il planetesimo oltrepassa quello che nei paragrafi successivi verrà descritto come il *limite di Hill* del pianeta, quest'ultimo, grazie alla sua influenza gravitazionale, può costringere il piccolo oggetto roccioso a chiudere la propria orbita e diventare così un satellite naturale.

Questi satelliti sono per la maggior parte dei casi irregolari su orbite prograde o retrograde.

In qualunque modo il satellite si sia formato, questo è vincolato a restare entro determinati limiti dal pianeta, come accennato precedentemente. Valicare questi limiti equivale alla perdita del satellite per una sua distruzione o una sua fuga gravitazionale.

⁵Un esempio di disco di Debris è la *fascia degli asteroidi* tra Marte e Giove nel Sistema Solare. All'interno dei dischi di Debris è possibile che si celino anche dei pianeti nani, come Cerere, che per disturbi gravitazionali esercitati da corpi nelle vicinanze non sono stati in grado di crescere ulteriormente inglobando i planetesimi con cui condivide l'orbita

⁶L'impattatore nel caso terrestre si chiama Theia

1.4 Il limite di Roche

In questa sezione si descrive la distanza minima a cui deve orbitare un satellite per non essere distrutto dall'influenza gravitazionale del pianeta. Il rischio è dovuto all'attività delle forze di marea del pianeta sul satellite.

Per spiegare l'effetto delle forze di marea si consideri un pianeta di massa M e un satellite. La distanza tra i centri viene indicata con R . Il satellite può essere immaginato come un insieme di due lobi di raggio r e massa m legati gravitazionalmente, cosicché la distanza tra i centri del pianeta e dei lobi sarà di $R - r$ per quello più vicino e $R + r$ per l'altro. I due lobi distano $2r$, perciò il modulo della forza gravitazionale che li lega è

$$F = \frac{Gm^2}{(2r)^2} \quad (1.3)$$

L'interazione gravitazionale tra il pianeta e il satellite è diversa a seconda di quale lobo si consideri. Rispettivamente per il lobo più vicino e più lontano dal pianeta, la forza sarà

$$F_1 = \frac{GMm}{(R-r)^2} \quad F_2 = \frac{GMm}{(R+r)^2}$$

Mentre F_2 favorisce ulteriormente l'attrazione tra i lobi, F_1 ne ostacola l'entità. La forza di marea non è altro che la differenza tra F_1 ed F_2 , o, in altre parole, la forza separatrice netta. Usando l'approssimazione $(1 \pm x)^\alpha \sim 1 \pm \alpha x$ per piccoli valori di x si ottiene

$$\begin{aligned} F_M = F_1 - F_2 &= \frac{GMm}{(R-r)^2} - \frac{GMm}{(R+r)^2} \\ &= \frac{GMm}{R^2} \left[\left(\frac{1-r}{R} \right)^{-2} - \left(\frac{1+r}{R} \right)^{-2} \right] \\ &\sim \frac{GMm}{R^2} \left[\frac{1+2r}{R} - \frac{1-2r}{R} \right] \\ &= \frac{4GMmr}{R^3} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Il limite si trova, infine, imponendo la condizione che l'attrazione tra i lobi data da 1.3 sia uguale alla forza di separazione, identificata da 1.4. In tal modo si trova $R = R_{Roche}$

$$R_{Roche} = \left(\frac{16Mr^3}{m} \right)^{1/3} \sim 2,50 \left(\frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{1/3} R_{pianeta} \quad (1.5)$$

Nell'ultimo passaggio si utilizza la relazione generica tra massa e densità di un oggetto sferico $M = 4\pi\rho R^3/3$, avendo come obiettivo il ricavo del limite di Roche solamente conoscendo il raggio planetario e le densità dei due corpi.

Per un satellite, quindi, compiere un'orbita che irrompa entro il limite di Roche implicherebbe la prevalsa della forza di marea e la distruzione del corpo celeste. Questo non significa che la zona tra superficie planetaria e limite di Roche sia vuota, anzi, è possibile trovarvi sistemi di dischi circumstellari stabili, data l'impossibilità di una loro agglomerazione in oggetti compatti.

1.5 Il limite di Hill

Per una trattazione che spieghi in modo esaustivo i principi teorici alla base della sfera di Hill, si dovrebbe introdurre ed approfondire il *problema a tre corpi* nella sua semplificazione *Restricted*, *Planar* e *Circular*. In tale sistema, lo studio delle meccaniche tra stella, pianeta e satellite prevede che la massa di quest'ultimo corpo sia trascurabile, che il tutto si svolga

in un piano e che l'orbita del pianeta sia circolare. Per gli scopi dell'elaborato, una simile trattazione del problema a tre corpi risulterebbe fine a sé stessa ed è questo il motivo per cui si riportano solo i risultati principali d'interesse.

Nel sistema di riferimento del centro di massa, si indicano con r_1 ed r_2 le posizioni di stella e pianeta rispetto all'origine e con la coppia (x, y) la posizione del satellite di velocità v . Inoltre, indicando con m_1 la massa stellare e con m_2 quella planetaria, si introduce $\mu = (Gm_2)/(m_1 + m_2)$.

Lo scopo è trovare i punti di stabilità di un sistema a tre corpi, utilizzando per comodità le unità normalizzate. In questo modo, l'**Hamiltoniano** del problema viene a coincidere con l'*Integrale di Jacobi*, un invariante del moto:

$$H = \frac{v^2}{2} - U$$

in cui si ha indicato con U lo pseudo-potenziale normalizzato:

$$U = \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{1 - \mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2}$$

I punti di equilibrio di un qualsiasi sistema sono caratterizzati dall'assenza di accelerazione e velocità locali, perciò cercare gli equilibri di H significa porre la condizione

$$\nabla H = \nabla U = 0 \quad (1.6)$$

La condizione porta alla soluzione di un sistema di equazioni avente in totale 5 soluzioni. Queste soluzioni sono i raggi vettori che identificano i **punti Lagrangiani** dell'orbita, denominati da $L1$ fino ad $L5$.

Mentre $L4$ ed $L5$ stabiliscono le posizioni di eventuali asteroidi troiani che condividono l'orbita con il pianeta, i punti $L1$, $L2$ ed $L3$ stabiliscono le zone di influenza gravitazionale attorno alla stella e al pianeta. In particolare, i punti $L1$ ed $L2$ sono gli estremi della *sfera di Hill* circostante il pianeta, dove è possibile la cattura gravitazionale e l'esistenza dei satelliti.

Si riporta il valore approssimato del raggio di Hill

$$R_H \sim a_{pianeta} \left(\frac{\mu}{3}\right)^{1/3}$$

con $\mu = m_p/(m_p + M_\odot)$

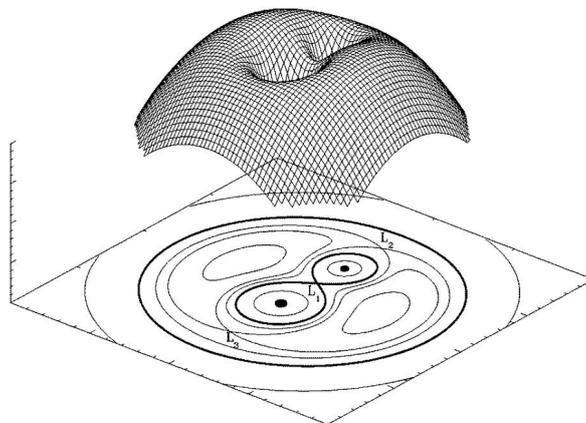


Figura 1.2: Curva di isovelocità di un sistema binario. Sul piano sottostante sono segnati i punti Lagrangiani da 1 a 3 caratterizzanti le due buche di potenziale che si vedono nella curva. Un satellite nella buca del pianeta (determinata da $L1$ ed $L2$.) non soggetto a nessuna forza che potrebbe far evolvere l'orbita, sarebbe destinato a rimanere confinato in una traiettoria attorno al pianeta. [2].

Capitolo 2

Evoluzione orbitale del satellite

2.1 Parametri orbitali

Il primo passo da effettuare per poter compiere uno studio sull'orbita dei satelliti è trovare dei parametri legati a tali traiettorie. La scelta è agevolata dal fatto che, come noto grazie alla prima legge di Keplero, le orbite sono delle coniche, in particolare delle ellissi in cui il corpo principale è su uno dei due fuochi. Cercando di sfruttare considerazioni geometriche si introducono i 6 *parametri orbitali*:

1. Semiasse maggiore a

2. Eccentricità e

Elemento caratterizzante l'orbita definito dalla relazione $e = \sqrt{a^2 - b^2}/a$, con a semiasse maggiore e b semiasse minore.

3. Inclinazione i

Preso un piano di riferimento (può essere l'*eclittica*¹ o il piano orbitale del pianeta), l'inclinazione è definita come l'angolo tra quest'ultimo e il piano orbitale del satellite.

4. Anomalia media M

Definito n come moto medio del satellite, si ha $M = nt$. Corrisponde all'angolo, centrato sul corpo principale, tra il semiasse maggiore e la reale posizione del satellite lungo l'orbita, supponendolo viaggiare con velocità costante.

5. Argomento al pericentro ω

Si tratta di un ulteriore parametro caratterizzante l'orientazione dell'orbita. È l'angolo tra la linea dei nodi del satellite e il periapside².

6. Longitudine del nodo ascendente Ω

Quest'ultimo angolo è sempre centrato sul corpo centrale e viene misurato tra la direzione del punto vernale terrestre e quella del nodo ascendente del satellite.

Se non consideriamo M , dipendente da t , gli altri parametri orbitali risultano essere all'incirca costanti in lassi di tempo relativamente brevi. Le problematiche sorgono quando vengono presi in esame intervalli temporali molto estesi. In quel caso i parametri orbitali mostrano un'evoluzione che può fornire informazioni sul destino ultimo dei satelliti.

I parametri orbitali sono legati tra loro, perciò una perturbazione di uno solo può propagarsi attraverso gli altri e sconvolgere totalmente il moto del satellite. Nei paragrafi successivi si vedrà come evolvono per interazione mareali l'eccentricità e l'energia orbitale, in particolare si vedrà come quest'ultima sia strettamente legata con la derivata temporale del semiasse maggiore. Prima di tutto ciò, bisogna introdurre due pseudo-parametri di estrema importanza per la trattazione successiva. Il prefisso "pseudo" indica che nella costruzione

¹piano immaginario individuato dall'intersezione della sfera celeste con l'orbita terrestre

²distanza tra il fuoco dove giace il corpo principale e il pericentro dell'orbita satellitare

di queste quantità il sistema di riferimento non è del centro di massa e non vengono prese in considerazione le masse coinvolte.

2.2 Pseudo momento angolare

Questo valore è introdotto durante la trattazione del problema a due corpi, in cui il sistema di riferimento scelto non è centrato sul baricentro, ma su uno dei due oggetti. La trattazione è sviluppata sul moto relativo dei due corpi, di massa m_1 ed m_2 e distanti \mathbf{r} , che esercitano una forza gravitazionale reciproca data da

$$\mathbf{F}_1 = m_1 \mathbf{a}_1 = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \mathbf{r} = -\mathbf{F}_2 = -m_2 \mathbf{a}_2$$

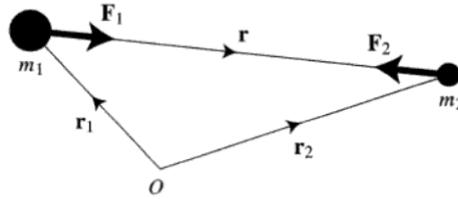


Figura 2.1: Rappresentazione della situazione sopracitata. Presa un'origine a piacere si considerano le interazioni reciproche fra i due corpi [3].

Dalle formule delle forze sono facilmente ottenibili quelle delle accelerazioni dei due corpi. L'accelerazione relativa è data dalla differenza delle due accelerazioni

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1 = \left[-\frac{Gm_1}{r^3} - \frac{Gm_2}{r^3} \right] \mathbf{r} = -\frac{G(m_1 + m_2)}{r^3} \mathbf{r} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r}$$

Si ottiene quindi

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} = 0 \quad (2.1)$$

Per una trattazione più semplice si vuole ora spezzare l'equazione differenziale in due componenti, cioè quella radiale e tangenziale. In un moto su traiettorie curve si ha la velocità scomponibile in due direzioni, ovvero radiale e tangenziale

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} \mathbf{u}_r + \frac{d\theta}{dt} r \mathbf{u}_\theta$$

Derivando, tenendo conto della regola di derivazione per versori $d\mathbf{u}/dt = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}$, con $\boldsymbol{\omega}$ direzione dell'asse di rotazione, si ottiene

$$\mathbf{a} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = [\ddot{r} - r\dot{\theta}^2] \mathbf{u}_r + \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\theta}) \right] \mathbf{u}_\theta \quad (2.2)$$

La componente tangenziale della derivata seconda deve essere nulla perchè il secondo termine dell'equazione 2.1 è solo radiale. Si conclude con

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\theta}) = 0 \quad \implies \quad r^2 \dot{\theta} = \text{costante} \quad (2.3)$$

Si ha così trovato un invariante del moto che definisce la conservazione del *pseudo* momento angolare h

$$h = |\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}| = |r \mathbf{u}_r \times (\dot{r} \mathbf{u}_r + r \dot{\theta} \mathbf{u}_\theta)| = r^2 \dot{\theta} \quad (2.4)$$

Nel caso particolare di orbite ellittiche si ha $h = \sqrt{\mu a(1 - e^2)}$

Il passaggio da pseudo momento angolare a momento angolare vero e proprio avviene attraverso il passaggio dal riferimento relativo al corpo a quello del centro di massa. Si riporta per semplicità il momento angolare totale del sistema del centro di massa

$$L = h \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (2.5)$$

2.3 Pseudo energia

Il secondo parametro che verrà utilizzato è la pseudo energia che indica l'energia del corpo orbitante. Si parte dalla Formula 1.1 considerando che pericentro ed apocentro devono essere contraddistinti dalla stessa energia. Per i calcoli a seguire si indica con M la massa del corpo centrale, origine del sistema di riferimento.

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \\ &= \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} \\ &= \frac{v_p^2}{2} - \frac{GM}{r_p} \\ &= \frac{v_a^2}{2} - \frac{GM}{r_a} \end{aligned} \quad (2.6)$$

A questo punto, se r e v sono ortogonali, si ha $h = r_p v_p = r_a v_a = cost$. Inoltre, vale sempre la relazione $2a = r_p + r_a$

$$\frac{v_a^2}{2} - \frac{v_p^2}{2} = \frac{v_a^2}{2} \left(1 - \frac{r_a^2}{r_p^2}\right) = \mu \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_a}\right) = \mu \frac{r_a - r_p}{r_p r_a}$$

Isolando il termine con la velocità nell'apocentro si ottiene

$$\begin{aligned} \frac{v_a^2}{2} &= \mu \frac{r_a - r_p}{r_p r_a} \left(1 - \frac{r_a^2}{r_p^2}\right)^{-1} \\ &= \mu \frac{r_a - r_p}{r_p r_a} \frac{r_p^2}{r_p^2 - r_a^2} \\ &= \mu \frac{r_a - r_p}{r_p r_a} \frac{r_p^2}{(r_p + r_a)(r_p - r_a)} \\ &= \mu \frac{r_p}{r_a(r_p + r_a)} \\ &= \mu \frac{2a - r_a}{r_a 2a} \\ &= \mu \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{2a}\right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Il risultato finale raggiunto, se preso con i termini riordinati, è la pseudo energia C

$$C = -\frac{\mu}{2a} = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \quad (2.8)$$

Anche in questo caso si riporta solo il valore dell'energia nel sistema di riferimento del centro di massa senza passaggi intermedi

$$E = C \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = -\frac{G m_1 m_2}{2a} \quad (2.9)$$

2.4 Evoluzione dell'energia orbitale

L'energia orbitale in uno stato di legame tra satellite e pianeta è caratterizzata convenzionalmente da un segno negativo, mentre le orbite libere vedono valori maggiori di zero.

Se si considerano le forze mareali, la derivata temporale, tuttavia, ha sempre e solo valori non positivi. Questa è una caratteristica fondamentale delle maree che si traduce in una dissipazione (al limite, conservazione) dell'energia totale del sistema.

Si consideri un sistema pianeta-satellite in cui agiscono solamente le forze mareali. L'effetto deformante causa sul pianeta un rigonfiamento verso il satellite, poichè come è ben noto le forze di attrazione sono reciproche. I lobi deformati tenderanno sempre a rimanere sulla congiungente tra i centri dei corpi, ma se le velocità di rotazione del pianeta e di rivoluzione del satellite sono diverse, i rigonfiamenti subiranno un ritardo o un anticipo di fase.

In entrambi i casi il rigonfiamento ha delle importanti conseguenze sull'orbita del satellite.

Si prenda d'esempio il caso Marte-Phobos. Il periodo di rotazione di Marte si aggira sulle 24 ore come quello terrestre, mentre Phobos compie un'orbita completa ogni 7 ore circa. Essendo più veloce, il satellite precede il rigonfiamento del pianeta. Questo ritardo del rigonfiamento provoca attrito tra i due corpi, quindi, in altre parole, dissipazione di energia. Lo stesso tipo di discorso si applica nel caso della Luna terrestre, anche se all'opposto, con il periodo rotazionale planetario più piccolo di quello orbitale satellitare. Si vedrà ora quali siano le conseguenze in un caso e nell'altro .

Si chiamino Ω la frequenza rotazionale del pianeta, $n = \sqrt{\mu/a^3}$ quella del satellite e I il momento d'inerzia della Terra. Nelle formule 2.5 e 2.9 va fatta un'aggiunta dal momento che si aggiunge in entrambe il termine dato dalla rotazione planetaria

$$L = h \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} + I_p \Omega \quad (2.10)$$

$$E = -\frac{Gm_1 m_2}{2a} + \frac{I_p \Omega^2}{2} \quad (2.11)$$

Per calcolare \dot{E} si deve prima derivare L rispetto al tempo, sfruttando il fatto che la sua derivata è notoriamente nulla. Per i seguenti calcoli si suppone un'orbita sferica ($e = 0$) in modo tale da poter scrivere $h = \sqrt{\mu a} = na^2$.

$$\begin{aligned} 0 = \dot{L} &= \frac{d}{dt} \left[\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} na^2 \right] + I_p \dot{\Omega} \\ &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{d}{dt} [na^2] + I_p \dot{\Omega} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Per procedere serve la derivata di na^2 , ma questa si ottiene facilmente conoscendo n e μ . Inoltre grazie alla relazione

$$\dot{n} = \frac{dn}{dt} = \frac{dn}{da} \frac{da}{dt} = \frac{dn}{da} \dot{a} \quad (2.13)$$

è sufficiente trovare dn/da

$$\begin{aligned}
\frac{dn}{da} &= \frac{d}{da} \left[\sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \right] \\
&= \frac{d}{da} \left[\sqrt{\frac{G(m_1 + m_2)}{a^3}} \right] \\
&= \sqrt{G(m_1 + m_2)} \frac{d}{da} [a^{-3/2}] \\
&= -\frac{3}{2} \sqrt{G(m_1 + m_2)} a^{-5/2} \\
&= -\frac{3n}{2a}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Perciò la derivata in 2.12 si scrive nel seguente modo

$$\frac{d}{dt}[na^2] = 2na\dot{a} + a^2\dot{n} = 2na\dot{a} - a^2 \left[\frac{3n}{2a} \dot{a} \right] = \frac{1}{2}na\dot{a} \tag{2.15}$$

Infine, si sostituisce 2.15 in 2.12 e si isola $\dot{\Omega}$,

$$\dot{\Omega} = -\frac{1}{2I_p} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} na\dot{a} \tag{2.16}$$

Questo risultato è fondamentale per poter proseguire nella derivazione 2.11

$$\begin{aligned}
\dot{E} &= \frac{Gm_1 m_2}{2a^2} \dot{a} + I_p \Omega \dot{\Omega} \\
&= \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} n^2 a \dot{a} + I_p \Omega \dot{\Omega} \\
&= \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} n^2 a \dot{a} + I_p \Omega \left[-\frac{1}{2I_p} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} na\dot{a} \right] \\
&= \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} n^2 a \dot{a} - \frac{\Omega}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} na\dot{a} \\
&= -\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} na\dot{a} (\Omega - n)
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Il calcolo mostra un'importante dipendenza, ovvero il legame fra \dot{a} e $(\Omega - n)$. Fissato il fatto che \dot{E} deve essere necessariamente non positivo, i segni dei due elementi devono combinarsi in modo da dare un numero ≤ 0 . Questo è possibile in tre casi

1. $(\Omega - n) < 0$

In questo caso, per rendere possibile la necessaria dissipazione d'energia in contemporanea alla conservazione di momento angolare, bisogna che si verifichi la condizione $\dot{a} < 0$. Questo è il caso di Phobos, presentato prima. I satelliti in questa condizione continueranno a spiraleggiare sul pianeta finchè non oltrepasseranno il limite di Roche e verranno disintegrati dalla gravità planetaria.

2. $(\Omega - n) > 0$

Questa è la situazione opposta in cui si ha $\dot{a} > 0$, ovvero l'allontanamento del satellite dal pianeta. Un esempio immediato è il caso Terra-Luna. La Luna, con i suoi 28 giorni circa di rivoluzione contro le 24 h di rotazione terrestre, è come se fosse trascinata in avanti dal rigonfiamento terrestre, con conseguente accelerazione e allontanamento. Il progredire nel tempo di questa situazione porterà la Luna fuori dalla sfera di Hill terrestre, quindi alla sua fuga gravitazionale.

3. $(\Omega - n) = 0$

É presente una configurazione di equilibrio instabile, dove il periodo orbitale e rotazionale coincidono e il satellite si trova sull'*orbita sincrona*. Questo caso particolare è caratterizzato dalla conservazione sia del momento angolare sia dell'energia. L'orbita sincrona è l'obiettivo finale di un sistema della configurazione $(\Omega - n) > 0$, infatti un oggetto in allontanamento diminuisce il periodo rotazionale del satellite, conseguentemente all'aumento di quello rotazionale planetario. Questo effetto a specchio continuerà fino a che i due periodi diventeranno uguali, sempre se il satellite non sorpassi prima il limite di Hill

Le configurazioni al punto 1 e 2 sono riportate in Figura 2.2

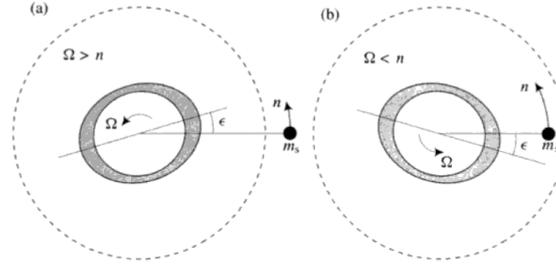


Figura 2.2: Schema di migrazione del satellite. Nel caso a) si ha la condizione $(\Omega - n) > 0$, perciò il satellite si trova in ritardo di fase rispetto al rigonfiamento planetario. L'attrito porta il pianeta a rallentare perciò il satellite ad accelerare. Accelerando, il satellite deve spostarsi su orbite più esterne, cominciando la sua fuga. Nel caso b) si trova $(\Omega - n) < 0$ quindi stavolta è il rigonfiamento ad essere in ritardo. Per considerazioni opposte, il satellite decelera e necessariamente si avvicina al pianeta e al limite di Roche. [3].

2.5 Evoluzione dell'eccentricità

Nel caso dell'orbita sincrona, l'uguaglianza fra Ω ed n comporta che l'orbita del satellite sia circolare. Tuttavia, le orbite solitamente sono ellissi, perciò un ulteriore compito svolto dalle maree è la circolarizzazione dell'orbita, ovvero la condizione finale $e = 0$

Per trovare la derivata temporale di e e verificare che sia effettivamente negativa si parte dal quadrato della formula 2.10 sfruttando il fatto che la sua derivata sia nulla. Si studia ora l'effetto della marea del pianeta sul satellite, omettendo il termine con il momento d'inerzia, vista la massa esile del satellite.

$$L^2 = \frac{m_1^2 m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} h^2 = \frac{m_1^2 m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} G(m_1 + m_2) a (1 - e^2)$$

Ricordando l'energia delle orbite ellittiche data da 2.9 si manipola L^2 moltiplicando e dividendo per $2a$, allo scopo di ottenere un termine energetico a numeratore

$$L^2 = -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} E 2a^2 (1 - e^2) = \text{costante} \quad (2.18)$$

Il passo successivo è trovare $e(E)$ in 2.18 isolando semplicemente l'eccentricità. Nei calcoli successivi verranno svolte operazioni aggiuntive per far rimanere a numeratore l'energia, il tutto per la futura comodità nella derivazione

$$\begin{aligned}
e^2 &= 1 + \frac{L^2}{E} \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \frac{1}{2a^2} \\
&= 1 - L^2 \frac{2a}{G m_1 m_2} \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \frac{1}{2a^2} \\
&= \left[1 - L^2 \frac{2a}{G m_1 m_2} \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \frac{1}{2a^2} \right] \frac{G m_1 m_2}{2a} \frac{2a}{G m_1 m_2} \\
&= 1 + \frac{2L^2(m_1 + m_2)}{G^2(m_1 m_2)^3} \left[-\frac{G(m_1 m_2)}{2a} \right] \\
&= 1 + \frac{2L^2(m_1 + m_2)}{G^2(m_1 m_2)^3} E
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Si può infine passare alla derivata temporale

$$\begin{aligned}
2e\dot{e} &= \frac{2L^2(m_1 + m_2)}{G^2(m_1 m_2)^3} \dot{E} \\
\dot{e} &= \frac{1}{e} \frac{L^2(m_1 + m_2)}{G^2(m_1 m_2)^3} \dot{E}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Il segno di 2.20 è stabilito solamente da \dot{E} , poichè il rimanente coefficiente moltiplicativo è sicuramente positivo. Questo significa che anche la derivata dell'eccentricità è negativa, il che conferma l'ipotesi di partenza, ovvero che l'interazione mareale circolarizza le orbite dei satelliti su cui agisce, con tempi scala dell'ordine di $10^9 - 10^{10} yr$.

2.6 Tritone

Come tutti i giganti gassosi e ghiacciati, anche Nettuno ha un proprio sistema di satelliti. Questo sistema può essere schematicamente diviso in due sezioni in cui la parte più interna è composta da satelliti regolari, mentre nelle zone più lontane si trovano le lune irregolari. L'elemento spartiacque è il satellite maggiore, Tritone, di circa 1353 km di raggio.

Tritone rappresenta un'eccezione nel Sistema Solare per quanto riguarda i satelliti principali dei pianeti, infatti è l'unico corpo di grandi dimensioni ad orbitare in modo retrogrado. Data la sua particolare orbita, al giorno d'oggi si ritiene molto plausibile l'ipotesi che Tritone sia stato catturato gravitazionalmente, poichè una formazione del satellite in loco non potrebbe spiegare né la sua inclinazione, né la direzione di rivoluzione.

2.6.1 La cattura di Tritone

Nella letteratura scientifica, si può trovare una moltitudine di articoli concordanti sul fatto che Tritone fosse in un sistema binario di planetesimi, il cui compagno aveva una massa circa 2 volte superiore. Le caratteristiche del binario si pensa fossero simili a quelle del sistema Plutone-Caronte. Il sistema binario era parte della **fascia di Kuiper**³, ipotesi parzialmente confermata dalle somiglianze fisiche di Tritone con Plutone.

Come visto nella sezione 1, nella fase avanzata di formazione planetaria i gassosi hanno iniziato una migrazione che li ha condotti nelle posizioni odierne. Nella migrazione si pensa che Nettuno abbia raggiunto una distanza tale da cominciare ad interagire con il sistema binario. Il procedimento è stato analogo al *p-p scattering*, ovvero un'interazione a tre corpi che ha catturato Tritone e indotto la fuga gravitazionale del compagno. Il tutto è possibile solo se la velocità relativa tra pianeta e binario è sufficientemente bassa. La cattura è avvenuta quando Tritone è entrato entro i 4700 R_N , limite di Hill di Nettuno.

Si ritiene, per analogia con gli altri sistemi di satelliti dei gassosi, che Nettuno avesse un proprio organico satellitare pre-cattura di Tritone. La cattura gravitazionale spinse il grande satellite su un'orbita estremamente eccentrica, responsabile dell'eccitazione delle traiettorie

³disco di Debris tra 30 e 50 UA dal Sole

dei satelliti regolari e irregolari pre-esistenti. Il risultato è quanto vediamo oggi, cioè satelliti regolari vicini al pianeta, che non hanno interagito con Tritone post-cattura, e un ingente numero di irregolari le cui orbite sono state eccitate dalla luna. Nel neo sistema satellitare Nettuno concentra il 40% circa della massa totale.

La presenza di un sistema primordiale è stata di fondamentale importanza per Tritone perchè, dopo la cattura, gli elevati parametri orbitali avrebbero potuto portare instabilità nel sistema Nettuno-Tritone. Il disco di polvere e satelliti ha provveduto a ridurre il semiasse iniziale del grande satellite, permettendo un primo effetto di circolarizzazione orbitale.

2.6.2 Evoluzione post-cattura

Dal momento in cui su Tritone sono cominciate le influenze mareali, l'attrito, responsabile della dissipazione energetica, ha generato calore che si ritiene capace di aver mantenuto allo stato semi-liquido il satellite sotto la superficie, anche se Tritone detiene il primato di satellite più freddo del Sistema Solare con appena $38 K$. Questo potrebbe essere confermato dal fatto che Tritone presenta una superficie relativamente giovane e con pochi crateri d'impatto.

Per quanto concerne i parametri orbitali, si ritiene che l'orbita immediatamente successiva alla cattura fosse caratterizzata da un semiasse maggiore di circa 40 raggi nettuniani⁴ e un'eccentricità di 0.99. Nell'orbita odierna questi valori si aggirano verso $14.06 R_N$ e $e = 4 \cdot 10^{-4}$ e la responsabilità è in parte dei satelliti primordiali di Nettuno che hanno stabilizzato inizialmente Tritone, e poi delle forze mareali.

I dati evidenziano che il semiasse è effettivamente diminuito e dall'equazione 2.17

$$\dot{E} = -\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} n a \dot{a} (\Omega - n)$$

si dovrebbe concludere che ci si trova nel caso $(\Omega - n) < 0$

Questo non corrisponde alla realtà, infatti, se si considera il periodo di rotazione nettuniana di circa 16 h contro i quasi 6 giorni di rivoluzione di Tritone, si rientra nel caso $(\Omega - n) > 0$. Questo cambio di segno è dovuto al fatto che essendo Tritone retrogrado, n assume per convenzione valori negativi, quindi la dissipazione d'energia e le diverse frequenze costringono Tritone a compiere uno spiraleggiamento su Nettuno.

L'evoluzione mareale ha portato Tritone ad essere al momento bloccato in una configurazione data dalle tre *Leggi di Cassini*

1. *Cassini state 1*

Risonanza 1:1 tra il moto di rotazione e rivoluzione del satellite. Ciò comporta esibire costantemente lo stesso emisfero al pianeta.

2. *Cassini state 2*

L'asse di rotazione lunare e il piano orbitale planetario formano un angolo costante nel tempo

3. *Cassini state 3*

L'asse di rotazione lunare è contenuto nel piano individuato dalle normali all'orbita del pianeta e del satellite

In futuro, il semiasse maggiore continuerà a decrescere mentre l'orbita verrà circolarizzata. Ad un certo punto, Tritone orbiterà a distanze inferiori al limite di Roche e la gravità planetaria provvederà a disintegrare il corpo fornendo a Nettuno un nuovo sistema di anelli. L'evento distruttivo per Tritone si stima avverrà tra 3.6 miliardi di anni.

⁴ $R_N \sim 24700 km$

Capitolo 3

Conclusioni

In questa tesi, sfruttando nozioni base come la forza d'attrito e la conservazione del momento angolare, si è visto come un satellite evolva nel tempo se soggetto all'influenza mareale del pianeta attorno cui orbita. In particolare, si è visto come questi due concetti portino ad una dissipazione dell'energia orbitale e alla circolarizzazione delle orbite dei satelliti.

Ci si è soffermati poi sulla differenza delle frequenze di rotazione planetaria e di rivoluzione satellitare e le conseguenze sul semiasse maggiore, distinguendo tre casi in cui il satellite o è distrutto dalla gravità del pianeta, o compie una fuga gravitazionale o si trova in un'orbita di equilibrio instabile.

Con riferimento a Tritone, come ci si poteva aspettare dai calcoli teorici, si è visto come i dati confermino il lento spiraleggiamento su Nettuno, il che porterà il pianeta ad avere un nuovo sistema di anelli.

La trattazione vista nell'elaborato, tuttavia, non corrisponde a quanto avverrà realmente perchè essa rappresenta un modello per le sole interazioni mareali.

Si ignora, ad esempio la componente fisica del satellite. Lo stato della materia in cui si trova il satellite (completamente roccioso, superficie solida ed interno liquido...) ha importanti conseguenze sull'evoluzione orbitale. Se si prende come esempio *Encelado*, luna di Saturno completamente ghiacciata, si può comprendere la rilevanza della struttura fisica satellitare: quando Encelado si trova ad orbitare vicino a Saturno, le forze mareali deformano la superficie del satellite provocando la frattura di parte della crosta. Quando la luna è in fase di allontanamento dal pianeta, la superficie tende a rilassarsi ed è in questo momento che dalle fratture possono uscire dei **jet** di materiale del mantello ad altissima velocità. Questi *geyser* sono portatori di momento **p** che potenzialmente possono modificare l'orbita del satellite (seppure in modo estremamente lieve).

Altra semplificazione effettuata è quella di non aver considerato le risonanze. Queste sono configurazioni in cui periodo orbitale e rotazionale del satellite vengono a stare in rapporti di numeri interi. Le forze mareali, come si è visto, tendono alla sincronia, ovvero una risonanza 1:1. Un qualsiasi corpo, tuttavia, può trovarsi solamente in un tipo di risonanza¹ perciò marea e risonanze sono sempre in conflitto tra di loro. I due contributi si confrontano a partire da considerazioni sulla *formula di Eulero* e il satellite seguirà l'evoluzione dettata dal contributo maggiore.

Tuttavia, questo non significa che uno studio preliminare di tipo mareale sia inutile. Anzi, conoscendo relativamente pochi parametri, si può stabilire a grandi linee se il satellite andrà a formare un sistema di anelli a causa del valicamento del limite di Roche, oppure se è destinato ad una fuga gravitazionale fuori dalla sfera di Hill. Inoltre, i jet menzionati prima sono indicativi della composizione chimica dell'interno del satellite e aiutano a stabilire, per esempio, se ci sono molecole adatte alla vita o quali siano gli elementi principali dell'atmosfera (dove presente).

Concludendo, come in ogni ambito scientifico, uno studio di un argomento comprendente molteplici dinamiche, come l'evoluzione orbitale di un satellite, non può riguardare solo un

¹se un corpo salta continuamente da una risonanza all'altra si parla di **moto caotico**, imprevedibile a prescindere da che modello di evoluzione si adotti

aspetto del problema, tuttavia l'analisi di quel singolo aspetto può portare dati utili alla futura ricerca in molti altri settori e spronare lo sviluppo di tecniche di osservazione, calcolo e simulazione sempre più sofisticate e precise per poter predire con il maggior grado di accuratezza possibile l'evoluzione delle componenti del Sistema Solare ed oltre.

Bibliografía

- [1] W. K. M. Rice, K. Wood, P. J. Armitage, B. A. Whitney, and J. E. Bjorkman, “Constraints on a planetary origin for the gap in GM Aurigae’s protoplanetary disc,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 342, p. 79, 2003.
- [2] A. Martínez, M. Orsaria, R. González Felipe, and E. López Fune, “Materia extraña en el universo,” *Revista mexicana de física E*, vol. 54, 12 2008.
- [3] C. Murray and S. Dermott, *Solar System Dynamics*. Cambridge University Press, 2000.
- [4] A. C. M. Correia, “Secular evolution of a satellite by tidal effect. Application to Triton,” *Astrophys. J.*, vol. 704, pp. L1–L4, 2009.
- [5] H. Genda, H. Kobayashi, and E. Kokubo, “Warm debris disks produced by giant impacts during terrestrial planet formation,” *The Astrophysical Journal*, vol. 810, p. 136, Sep 2015.
- [6] R. Hyodo, K. Ohtsuki, and T. Takeda, “Formation of multiple-satellite systems from low-mass circumplanetary particle disks,” *The Astrophysical Journal*, vol. 799, p. 40, jan 2015.
- [7] D. Nesvorný, D. Vokrouhlický, and A. Morbidelli, “Capture of irregular satellites during planetary encounters,” *The Astronomical Journal*, vol. 133, p. 1962, 12 2007.
- [8] R. Rufu and R. M. Canup, “Triton’s evolution with a primordial neptunian satellite system,” *The Astronomical Journal*, vol. 154, p. 208, Nov 2017.
- [9] H. E. Schlichting, P. H. Warren, and Q.-Z. Yin, “The last stages of terrestrial planet formation: Dynamical friction and the late veneer,” *The Astrophysical Journal*, vol. 752, p. 8, May 2012.
- [10] C. Agnor and D. Hamilton, “Neptune’s capture of its moon triton in a binary-planet gravitational encounter,” *Nature*, vol. 441, pp. 192–4, 06 2006.
- [11] E. Neto and O. Winter, “Time analysis for temporary gravitational capture: Satellites of uranus,” *The Astronomical Journal*, vol. 122, p. 440, 12 2007.
- [12] M. Cuk and B. Gladman, “Constraints on the orbital evolution of triton,” *The Astrophysical Journal*, vol. 626, 06 2005.
- [13] B. K. Sharma, “Irregularly Shaped Satellites-Phobos & Deimos- moons of Mars, and their evolutionary history,” 2009.
- [14] D. C. Fabrycky, E. T. Johnson, and J. Goodman, “Cassini states with dissipation: Why obliquity tides cannot inflate hot jupiters,” *The Astrophysical Journal*, vol. 665, pp. 754–766, aug 2007.