

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCATRONICA

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

**OTTIMIZZAZIONE DI UN INDICE
DINAMICO DI PRESTAZIONE PER
MANIPOLATORI PARALLELI**

Relatore: Ch.mo Prof. Giovanni Boschetti

Laureando: Davide Loi
626214-IMC

ANNO ACCADEMICO: 2012-13

SOMMARIO

In fase di layout di una cella di produzione, non sempre si dispone degli strumenti necessari per la disposizione ottimale dei macchinari interconnessi. In un reparto di confezionamento con tecniche di *pick & place*, la posizione relativa tra il manipolatore parallelo e i nastri trasportatori rappresenta una variabile importante per la minimizzazione del tempo ciclo e l'incremento dell'efficienza sull'intera linea.

In questo elaborato viene sviluppato un indice di prestazione, valido per robot paralleli, legato non solo al comportamento dinamico del manipolatore nei diversi punti dello spazio di lavoro, ma dipendente anche dalle caratteristiche dell'intero movimento da eseguire. L'analisi teorica basata su un indice dinamico *task-dependent* permette di confrontare anche operazioni differenti per lunghezza e direzione degli spostamenti.

Dato uno specifico ciclo di movimentazione, una volta individuate le aree dello spazio di lavoro caratterizzate dal minor tempo di esecuzione, sarà quindi possibile definire in anticipo la collocazione ottimale del robot rispetto al nastro e agli altri componenti dell'impianto.

INDICE

1	INTRODUZIONE	1
2	INDICI DI PRESTAZIONE PER MANIPOLATORI PARALLELI	3
2.1	Introduzione	3
2.2	Indici cinematici locali	3
2.3	Indici cinematici Task-Dependent	6
2.4	Indici dinamici locali	7
2.5	Ottimizzazione di un indice dinamico task-dependent	9
3	MANIPOLATORE PARALLELO ADEPT QUATTRO™	13
3.1	Introduzione	13
3.2	Caratteristiche fisiche	13
3.3	Modello geometrico	16
3.4	Analisi cinematica inversa di posizione	20
3.5	Analisi cinematica di velocità	22
3.6	Analisi cinematica di accelerazione	24
4	ANALISI DINAMICA DELL'ADEPT QUATTRO™	27
4.1	Introduzione	27
4.2	Modello geometrico modificato	27
4.3	Risoluzione del problema dinamico	28
5	APPLICAZIONE E VERIFICA SPERIMENTALE DELL'INDICE DINAMICO	35
5.1	Introduzione	35
5.2	Adattamento del dDSI al modello dinamico dell'Adept Quattro™	35
5.3	Descrizione della tecnica di indagine teorica e sperimentale	41
5.4	Metodo di raccolta e rappresentazione dei dati	44
5.5	Confronto tra mappatura teorica e sperimentale dello spazio di lavoro	47
5.6	Validazione del dTPI in applicazioni pick & place	57
	Conclusioni	65
	APPENDIX	67
A	CODICE MATLAB	69
A.1	File <i>init.m</i>	69
A.2	File <i>pos.m</i>	71
A.3	File <i>vel.m</i>	71
A.4	File <i>dtpi_index.m</i>	73
A.5	File <i>mapping.m</i>	79
A.6	File <i>mapping_z.m</i>	81
A.7	File <i>grafico.m</i>	83
A.8	File <i>settings.m</i>	84

B	CODICE ADEPT v+	87
B.1	File <i>mapping()</i>	87
B.2	File <i>mapping_z()</i>	89
B.3	File <i>results()</i>	91
B.4	File <i>settings()</i>	92
	BIBLIOGRAFIA	95

ELENCO DELLE FIGURE

Figura 1	Rappresentazione di un sistema di riferimento con asse X_R parallelo alla direzione generica R	6	
Figura 2	Generico movimento composto da traiettorie differenti (a) e lo stesso task suddiviso in segmenti (b) e sotto-segmenti (c)	7	
Figura 3	Manipolatore parallelo Adept Quattro s650H TM		13
Figura 4	Particolare dell'accoppiamento tra telaio e manovella dell'Adept Quattro TM	14	
Figura 5	Particolare dell'accoppiamento tra manovella e coppia di bielle	14	
Figura 6	Particolare della piattaforma mobile e del meccanismo di rotazione	15	
Figura 7	Rappresentazione dello spazio di lavoro dell'Adept Quattro TM	15	
Figura 8	Misure dello spazio di lavoro	16	
Figura 9	Schematizzazione del telaio visto dall'alto		17
Figura 10	Rappresentazione di una generica catena cinematica	18	
Figura 11	Semplificazione delle bielle	27	
Figura 12	Semplificazione della piattaforma mobile	28	
Figura 13	Rappresentazione dell'angolo generico $q_{corr,i}$		30
Figura 14	Grafico relativo a due spostamenti di 400mm lungo l'asse y; piano $z = -900\text{mm}$	40	
Figura 15	Andamenti lungo y del modulo del vettore \mathbf{M}_{I,cR_x} (a), di \mathbf{M}_{I,vR_x} (b) e del dDSI (in blu il valore medio) (c), relativi a due spostamenti di 400mm; piano $z = -900\text{mm}$	40	
Figura 16	Punti di indagine relativi ai piani compresi tra $z = -800\text{mm}$ e $z = -1000\text{mm}$; movimento di test di lunghezza $L_m = 60\text{mm}$ (a) e $L_m = 200\text{mm}$ (b)	43	
Figura 17	Punti di indagine relativi al piano $Y = 0$; movimento di test di lunghezza $L_m = 40\text{mm}$	45	
Figura 18	Diagramma relativo ai risultati sperimentali; piano $z = -950\text{mm}$ e movimento di test di lunghezza $L_m = 60\text{mm}$	46	
Figura 19	Diagramma relativo ai risultati sperimentali; piano $z = -1150\text{mm}$ e movimento di test di lunghezza $L_m = 60\text{mm}$	47	

Figura 20	Diagramma relativo ai risultati sperimentali; piano $z = -1000\text{mm}$ e movimento di test di lunghezza $L_m = 200\text{mm}$ 47
Figura 21	Diagramma relativo ai risultati sperimentali; piano $z = -1050\text{mm}$ e movimento di test di lunghezza $L_m = 200\text{mm}$ 48
Figura 22	Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -800\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 60\text{mm}$ 49
Figura 23	Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -850\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 60\text{mm}$ 50
Figura 24	Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -900\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 200\text{mm}$ 51
Figura 25	Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -950\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 200\text{mm}$ 52
Figura 26	Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -1150\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 200\text{mm}$ 53
Figura 27	Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -950\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 305\text{mm}$ 54
Figura 28	Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -1000\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 305\text{mm}$ 55
Figura 29	Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $y = 0\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 40\text{mm}$ 56
Figura 30	Generico movimento di pick & place e parametri geometrici 57
Figura 31	Rappresentazione sul piano xOy di una generica sequenza di <i>task</i> 58
Figura 32	Rappresentazione delle movimentazioni simulate ed eseguite in Prova ₁ , corrispondenti alla prima e all'ultima sequenza per ciascuno dei due assi analizzati 60

Figura 33	Rappresentazione delle movimentazioni simulate ed eseguite in Prova ₂ , corrispondenti alla prima e all'ultima sequenza di test	63
-----------	--	----

ELENCO DELLE TABELLE

Tabella 1	Parametri geometrici dell' <i>Adept Quattro s650H</i> TM	17
Tabella 2	Parametri dell' <i>Adept Quattro s650H</i> TM utilizzati per l'analisi dinamica	33
Tabella 3	Raggi massimi stabiliti per piano di indagine orizzontale	42
Tabella 4	Ampiezze massime stabilite per intervalli di indagine lungo z	44
Tabella 5	Parametri per la definizione delle movimentazioni relative ai due test eseguiti	59
Tabella 6	Indici teorici e tempi reali ottenuti da Prova ₁ mediante traslazione lungo l'asse y	61
Tabella 7	Indici teorici e tempi reali ottenuti da Prova ₁ mediante traslazione lungo l'asse x	62
Tabella 8	Indici teorici e tempi reali ottenuti da Prova ₂ mediante traslazione lungo l'asse y = -200mm	64

INTRODUZIONE

La valutazione del comportamento di manipolatori paralleli mediante indici dinamici risulta notevolmente efficace al fine di individuare, all'interno dello spazio di lavoro, le zone dove sarà possibile ottenere tempi di esecuzione inferiori. I vantaggi, rispetto a tecniche di analisi puramente cinematiche, si riscontrano soprattutto per questa tipologia di robot, ideati per garantire velocità e accelerazioni molto elevate nella movimentazione di piccoli oggetti.

Partendo dalla teoria alla base degli indici dinamici unidirezionali, l'obiettivo di questo elaborato è la formulazione, attraverso l'approfondimento di alcuni concetti teorici finora trascurati, di un nuovo indice di prestazione, legato non più solo all'analisi dinamica locale, ma dipendente anche dall'entità dello spostamento effettuato dall'organo terminale.

Nel capitolo seguente sono trattate brevemente le principali tecniche utilizzate in robotica per valutare le prestazioni dei manipolatori. In particolare, vengono inizialmente illustrati indici di natura cinematica e dinamica per manipolatori paralleli, sottolineando la loro dipendenza dalla direzione di moto dell'*end effector*, per giungere poi al procedimento di ottimizzazione dell'analisi dinamica per un generico robot industriale.

Nel capitolo 3 viene presentato il manipolatore parallelo utilizzato per le verifiche sperimentali del nuovo indice dinamico; si tratta del modello *Quattro s650H* di *Adept Technology*TM. Una volta definite le caratteristiche fisiche e geometriche del robot, verrà trattato il procedimento di risoluzione del problema cinematico inverso di posizione. Successivamente, attraverso l'analisi cinematica di velocità e di accelerazione, si ricaveranno le matrici jacobiane e quelle relazioni matematiche indispensabili per l'analisi dinamica e per l'adattamento del nuovo indice al modello specifico del manipolatore in esame.

Nel capitolo 4 è riportato il procedimento di risoluzione del problema dinamico relativo all'*Adept Quattro*, con cui si giunge all'espressione della coppia richiesta in funzione delle condizioni di moto dell'organo terminale.

Il capitolo 5 riporta il metodo sviluppato per la rielaborazione dell'indice dinamico, con lo scopo di analizzare, tramite simulazione, le prestazioni dello specifico manipolatore. I risultati teorici ottenuti verranno poi confrontati con i dati sperimentali, raccolti mediante la programmazione e la movimentazione reale del robot.

In appendice sono riportati il codice *MATLAB* usato per la simulazione del modello e il calcolo dell'indice, e i file *V+* realizzati per le

prove sperimentali.

INDICI DI PRESTAZIONE PER MANIPOLATORI PARALLELI

2.1 INTRODUZIONE

In questo capitolo verranno presentate le principali tecniche di valutazione delle prestazioni per un manipolatore parallelo. Esse si avvalgono di particolari indici, derivati da studi sia di tipo cinematico che di natura dinamica, per l'analisi del comportamento di un robot all'interno del suo spazio di lavoro.

2.2 INDICI CINEMATICI LOCALI

Nel corso degli ultimi decenni sono stati proposti diversi indici al fine di misurare le capacità di movimento dei manipolatori. Già nei primi anni ottanta, Salisbury e Craig studiarono un indice, per valutare la qualità dello spazio di lavoro, basato sul numero di condizionamento della matrice jacobiana, in grado di esprimere quanto un errore relativo di posizione dei giunti possa influire nel posizionamento dell'organo terminale. Un grande contributo, nel campo della robotica industriale, allo sviluppo di tecniche di valutazione delle prestazioni lo diede poi Yoshikawa; egli fu il primo a focalizzare lo studio sui posizionamenti ottimali dei robot, introducendo il concetto di manipolabilità. Analizzando in questo caso il determinante della matrice jacobiana, risulta possibile individuare le zone dello spazio di lavoro in cui il robot opera con maggiore difficoltà (tipicamente esse corrispondono a configurazioni in cui l'organo terminale si avvicina alla frontiera).

La matrice jacobiana di un generico manipolatore risulta quindi fondamentale per diverse tecniche di analisi delle prestazioni; prima di iniziare la trattazione vera e propria dei diversi indici, vengono brevemente riportati i passaggi necessari per la definizione di tale matrice. Svolgendo l'analisi cinematica di posizione di un qualsiasi manipolatore, si giunge alla generica equazione vettoriale di chiusura:

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}, \mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (1)$$

dove \mathbf{q} è il vettore delle variabili di giunto e \mathbf{X} contiene le coordinate dell'organo terminale. Derivando tale equazione rispetto al tempo, si ricava la relazione tra le velocità dei giunti e quella dell'*end effector*:

$$[\mathbf{J}_x]\dot{\mathbf{X}} - [\mathbf{J}_q]\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (2)$$

I generici elementi che compongono le matrici $[J_x]$ e $[J_q]$ sono le derivate parziali della funzione n-dimensionale F rispetto alle coordinate di posizione, essi sono definiti rispettivamente come segue:

$$J_{x,i,j} = \frac{\partial F_i}{\partial X_j}, \quad J_{q,i,k} = -\frac{\partial F_i}{\partial q_k} \quad (3)$$

Si definisce quindi la matrice jacobiana $[J] = [J_x]^{-1} \cdot [J_q]$, attraverso cui è possibile risolvere il problema cinematico di velocità diretto e quello inverso, espressi rispettivamente dalle relazioni seguenti:

$$\dot{X} = [J]\dot{q}, \quad \dot{q} = [J]^{-1}\dot{X} \quad (4)$$

Il concetto di manipolabilità introdotto da Yoshikawa è caratterizzato da un indice di prestazione così definito:

$$\mu = \sqrt{\det([J][J]^T)} \quad (5)$$

Tale valore quantifica l'attitudine del robot a trasmettere velocità all'organo terminale e assume valori accettabili tra 0.5 e 2; risulta evidente che, per definizione, l'indice μ assume valori tendenti a zero in prossimità di singolarità nelle configurazioni del robot.

Con Merlet tale concetto fu esteso, per valutare le prestazioni in termini di capacità di traslazione e di rotazione, ai manipolatori paralleli. Per questa tipologia di robot la risoluzione del problema cinematico diretto risulta spesso più complessa rispetto a quella della cinematica inversa, di conseguenza conviene riscrivere la 5 nel modo seguente:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\det([J]^{-T}[J]^{-1})}} \quad (6)$$

Esistono anche altri metodi che utilizzano la matrice jacobiana per misurare la manipolabilità; si possono infatti ricavare degli indici sfruttando le funzioni di norma euclidea e di norma infinito, definite rispettivamente come segue:

$$\|[J][J]^T\|_E = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n |a_{ij}|^2} \quad (7)$$

$$\|[J][J]^T\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad (8)$$

dove a_{ij} sono gli elementi della matrice $[J][J]^T$. Analogamente a quanto ottenuto nella 6 a partire dalla 5, si ricavano i nuovi indici di manipolabilità:

$$\mu^E = \frac{1}{\|[J]^{-T}[J]^{-1}\|_E} \quad (9)$$

$$\mu^\infty = \frac{1}{\| [J]^{-T} [J]^{-1} \|_\infty} \quad (10)$$

Per un'analisi più completa della manipolabilità, la matrice $[J]$ viene suddivisa in due sottomatrici valutate separatamente: gli elementi che compongono $[J_t]$ sono i rapporti tra i movimenti lineari dell'organo terminale e gli spostamenti dei giunti, mentre $[J_r]$ contiene i rapporti tra le rotazioni dell'*end effector* e le posizioni dei giunti. Per esempio, se si considerano unicamente i moti di traslazione dell'organo terminale per un robot parallelo, la matrice da analizzare risulta $[J_t]^{-1}$; in questo caso, per esprimere senza disomogeneità i rapporti tra le velocità lineari dell'*end effector* e quelle angolari dei giunti è necessario moltiplicare $[J_t]^{-1}$ per una matrice diagonale contenente le lunghezze dei bracci attuati, in modo da esprimere le traslazioni rispetto alle velocità tangenziali dei giunti. Definita $[J_{Dt}]^{-1}$ la matrice così ottenuta, le espressioni 6, 9 e 10 si possono riscrivere come segue:

$$\mu_t = \frac{1}{\sqrt{\det([J_{Dt}]^{-T} [J_{Dt}]^{-1})}} \quad (11)$$

$$\mu_t^E = \frac{1}{\| [J_{Dt}]^{-T} [J_{Dt}]^{-1} \|_E} \quad (12)$$

$$\mu_t^\infty = \frac{1}{\| [J_{Dt}]^{-T} [J_{Dt}]^{-1} \|_\infty} \quad (13)$$

A sua volta la matrice jacobiana relativa ai soli moti di traslazione, $[J_{Dt}]^{-1}$, viene ulteriormente suddivisa per analizzare il comportamento cinematico del robot lungo ciascuna specifica direzione. In [3] sono definiti in questo modo gli indici DSI (*Direction Selective Indexes*), estremamente utili nel valutare le prestazioni di manipolatori paralleli in applicazioni *pick & place*, caratterizzate da sequenze di movimenti verticali e orizzontali. Considerando singolarmente ciascun vettore colonna di $[J_{Dt}]^{-1}$, denominati $[J_X]^{-1}$, $[J_Y]^{-1}$ e $[J_Z]^{-1}$, si possono definire gli indici DSI come segue:

$$\mu_X = \frac{1}{\sqrt{\det([J_X]^{-T} [J_X]^{-1})}} = ([J_X]^{-T} [J_X]^{-1})^{-\frac{1}{2}} \quad (14)$$

$$\mu_Y = \frac{1}{\sqrt{\det([J_Y]^{-T} [J_Y]^{-1})}} = ([J_Y]^{-T} [J_Y]^{-1})^{-\frac{1}{2}} \quad (15)$$

$$\mu_Z = \frac{1}{\sqrt{\det([J_Z]^{-T} [J_Z]^{-1})}} = ([J_Z]^{-T} [J_Z]^{-1})^{-\frac{1}{2}} \quad (16)$$

2.3 INDICI CINEMATICI TASK-DEPENDENT

Sviluppando la teoria alla base degli indici DSI, con i quali è già possibile prevedere localmente, per ogni punto dello spazio di lavoro, le capacità di movimento di un manipolatore parallelo, si ricava un nuovo indice di prestazione legato non solo alla cinematica del robot, ma anche alle caratteristiche geometriche del movimento (*task*) effettuato dall'organo terminale.

Generalizzando le espressioni 14, 15 e 16 definite lungo i tre assi, è possibile ricavare un indice legato a una generica direzione di moto R (figura 1). Denominata [R] la matrice di rotazione che descrive l'o-

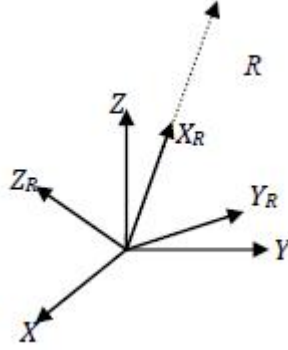


Figura 1: Rappresentazione di un sistema di riferimento con asse X_R parallelo alla direzione generica R

rientazione del sistema di riferimento (X_R, Y_R, Z_R) rispetto al sistema assoluto (X, Y, Z) e \dot{x}_R la velocità di traslazione dell'*end effector* lungo l'asse X_R , è possibile esprimere il moto nel sistema di riferimento assoluto secondo la seguente espressione:

$$\dot{x}_t = [R] \cdot \dot{x}_R \quad (17)$$

Utilizzando la 17 per la soluzione del problema cinematico inverso, risulta che le velocità dei giunti (\dot{q}_i) sono legate al moto di traslazione dell'organo terminale, rispetto al sistema ruotato (\dot{x}_R), dal prodotto delle matrici $[J_{Dt}]^{-1}$ e [R]. La matrice risultante si denota come segue:

$$[J_{Dt}]^{-1}[R] := [J_{X_R}^{-1}|J_{Y_R}^{-1}|J_{Z_R}^{-1}] \quad (18)$$

L'indice DSI calcolato lungo una generica direzione R si ricava con l'espressione finale:

$$\mu_R = \frac{1}{\sqrt{\det([J_{X_R}]^{-T}[J_{X_R}]^{-1})}} \quad (19)$$

Una volta definito un indice, calcolabile punto per punto all'interno dello spazio di lavoro, in grado di esprimere le capacità di movimento del robot lungo una qualsiasi direzione, è possibile valutare le

prestazioni per un intero movimento, caratterizzato da un insieme di traiettorie diverse tra un punto di partenza (*start point*, sp) e uno di arrivo (*end point*, ep). Come mostrato in figura 2, per ogni segmento l_i

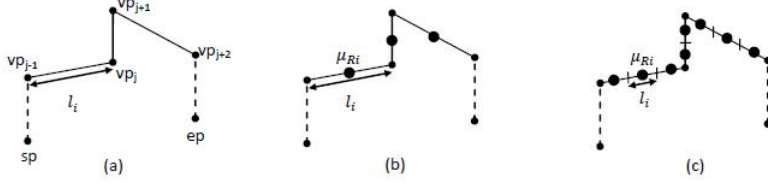


Figura 2: Generico movimento composto da traiettorie differenti (a) e lo stesso task suddiviso in segmenti (b) e sotto-segmenti (c)

racchiuso tra due punti intermedi (*via points*, vp_j) è possibile calcolare il rispettivo DSI (μ_{Ri}) in corrispondenza del centro i -esimo. Si definisce TPI (*Task-Dependent Performance Index*) [4] la media ponderata dei singoli DSI calcolati localmente lungo il *task* considerato, i cui pesi si ricavano comparando ciascuno degli n segmenti con la lunghezza totale del movimento:

$$TPI = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{Ri} \cdot l_i}{\sum_{i=1}^n l_i} \quad (20)$$

2.4 INDICI DINAMICI LOCALI

In riferimento ai manipolatori seriali, Yoshikawa estese il concetto di manipolabilità a un nuovo indice, legato alle caratteristiche dinamiche del robot, in grado di valutarne le abilità di posizionamento e orientazione dell'organo terminale. Questa misura viene definita a partire dalla relazione che lega le coppie esercitate dai giunti attuati all'accelerazione dell'organo terminale.

Applicando il principio dei lavori virtuali a un generico manipolatore è possibile determinare una relazione tra le forze interne e i momenti meccanici applicati all'organo terminale e le coppie erogate dagli attuatori. Definendo $\boldsymbol{\tau}$ il vettore delle coppie richieste ai giunti e \mathbf{F} quello delle forze generiche applicate all'*end effector*, si può scrivere la seguente equazione:

$$\boldsymbol{\tau}^T \{ \delta \mathbf{q} \} = \mathbf{F}^T \{ \delta \mathbf{x} \} \quad (21)$$

dove $\delta \mathbf{q}$ e $\delta \mathbf{x}$ sono i generici movimenti infinitesimi relativi rispettivamente ai giunti e all'organo terminale. E' noto come il legame tra le derivate temporali di tali vettori sia definito dalla matrice jacobiana $[J]$, vale quindi:

$$\{ \delta \mathbf{x} \} = [J] \{ \delta \mathbf{q} \} \quad (22)$$

Sostituendo nella 21, si giunge alla formulazione seguente:

$$\boldsymbol{\tau} = [J]^T \mathbf{F} \quad (23)$$

L'equilibrio tra le coppie esercitate dai giunti e le forze d'inerzia agenti sul sistema è rappresentato dall'equazione seguente:

$$[M]\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (24)$$

dove $[M]$ è la matrice d'inerzia, \mathbf{h} è il vettore delle forze non lineari e \mathbf{g} rappresenta l'effetto della gravità. Derivando rispetto al tempo la prima delle 4 si ricava:

$$\ddot{\mathbf{X}} = [J]\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{a}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (25)$$

dove \mathbf{a}_r è il vettore delle accelerazioni causate dalle forze non lineari e viene definito come segue:

$$\mathbf{a}_r = [\dot{J}]\dot{\mathbf{q}} \quad (26)$$

Siano definiti i vettori $\bar{\boldsymbol{\tau}}$ e $\bar{\ddot{\mathbf{X}}}$ nel modo seguente:

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{h} - \mathbf{g} \quad (27)$$

$$\bar{\ddot{\mathbf{X}}} = \ddot{\mathbf{X}} - \mathbf{a}_r \quad (28)$$

Sostituendo la 24 nella 27 è possibile scrivere:

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = [M]\ddot{\mathbf{q}} \quad (29)$$

Combinando infine la 25 con la 28, si può giungere alla relazione conclusiva:

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = [M][J]^{-1}\bar{\ddot{\mathbf{X}}} \quad (30)$$

Definendo la matrice $[M_J] = [M][J]^{-1}$, l'indice di manipolabilità dinamica assume la seguente forma:

$$\omega_d = \frac{1}{\sqrt{\det([M_J]^T[M_J])}} \quad (31)$$

Analogamente al procedimento trattato per gli indici cinematici, anche in questo caso è possibile ricavare degli indici di prestazione dipendenti da una specifica direzione di moto nello spazio di lavoro. Si consideri la generica matrice di massa $[M_J]$ suddivisibile in due sottomatrici distinte: si definisce $[M_{J_t}]$ la matrice che lega le coppie degli attuatori all'accelerazione lineare dell'organo terminale, $[M_{J_r}]$ la matrice che lega le coppie all'accelerazione angolare. Considerando che gli indici dinamici unidirezionali trattati in questo elaborato vengono utilizzati per la valutazione di movimenti unicamente traslatori effettuati dall'*end effector*, si prende in considerazione la sola matrice $[M_{J_t}]$. Considerando le singole colonne della sottomatrice $[M_{J_t}]$, che mettono in relazione le coppie richieste agli attuatori alle accelerazioni lineari rispettivamente lungo gli assi X, Y e Z, esse possono essere

definite come i vettori \mathbf{M}_{JX} , \mathbf{M}_{JY} , \mathbf{M}_{JZ} : Si definiscono infine gli indici dinamici unidirezionali lungo X, Y e Z:

$$dDSI_X = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{M}_{JX}^T \cdot \mathbf{M}_{JX}}} \quad (32)$$

$$dDSI_Y = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{M}_{JY}^T \cdot \mathbf{M}_{JY}}} \quad (33)$$

$$dDSI_Z = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{M}_{JZ}^T \cdot \mathbf{M}_{JZ}}} \quad (34)$$

Il nome dDSI dato a questo tipo di indice è l'acronimo di *dynamic Direction Selective Index*. A differenza del DSI, che valuta le prestazioni del robot in termini di velocità massima raggiungibile dall'*end effector*, l'indice dinamico misura l'attitudine degli attuatori a fornire accelerazione all'organo terminale. Si può quindi affermare che, a parità di coppia erogata dai quattro motori a telaio, maggiore risulta il dDSI e tanto più elevata sarà l'accelerazione trasmessa all'organo terminale lungo una precisa direzione.

2.5 OTTIMIZZAZIONE DI UN INDICE DINAMICO TASK-DEPENDENT

L'indice dinamico trattato nel paragrafo 2.4 viene definito tramite l'approssimazione del vettore $\ddot{\mathbf{X}}$, contenente le accelerazioni dell'organo terminale, con $\ddot{\mathbf{X}}$ (28), trascurando quindi nel procedimento di sintesi il termine legato alle velocità dei giunti. Obiettivo di questo paragrafo è la determinazione di un nuovo indice di prestazione, creato a partire dall'analisi dinamica del generico manipolatore e legato al valore della velocità di spostamento nei punti di indagine. Nel procedimento di sintesi di seguito trattato si ipotizza un moto uniformemente accelerato dell'*end effector* e si assume che gli spostamenti nello spazio di lavoro siano caratterizzati da leggi di moto triangolari in velocità.

Sotto tale ipotesi, si può esprimere il termine cinematico, finora trascurato, in funzione dello spazio percorso e dell'accelerazione. Si consideri la funzione $\dot{x}(t)$ definita come segue:

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} at, & \text{se } t \leq \frac{T}{2} \\ a(T-t), & \text{se } t > \frac{T}{2} \end{cases} \quad (35)$$

dove a è una costante e la variabile t assume valori positivi compresi tra 0 e T , con T intervallo in cui tale funzione è verificata. Essa ha un andamento triangolare con valore massimo in corrispondenza del

punto $t = \frac{T}{2}$ e valore nullo per $t = 0$ e $t = T$. Integrando tale funzione nella variabile t si ottiene quanto segue:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}at^2, & \text{se } t \leq \frac{T}{2} \\ aTt - \frac{1}{2}at^2 - \frac{aT^2}{4}, & \text{se } t > \frac{T}{2} \end{cases} \quad (36)$$

Dalla 36 è possibile ricavare l'espressione di t in funzione di x :

$$t(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2x}{a}}, & \text{se } x \leq \frac{S}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{a}} [2\sqrt{S} - \sqrt{2(S-x)}], & \text{se } x > \frac{S}{2} \end{cases} \quad (37)$$

Si consideri un generico spostamento all'interno dello spazio di lavoro del manipolatore. Lo spazio percorso è identificato dallo scalare x , coincidente con il modulo del vettore posizione, \mathbf{X}_t , riferito alle sole componenti traslazionali. Attraverso la 37 si è espresso l'andamento del tempo, rappresentato nei precedenti passaggi dalla variabile t , in funzione di x ; tale relazione dipende inoltre dal valore di accelerazione a e dalla lunghezza totale del movimento S , che è a sua volta legata all'intervallo di tempo T dall'espressione $S = aT^2/4$.

Sostituendo la 37 nella 35 e denominando \ddot{x} l'accelerazione, si ricava infine l'andamento della velocità \dot{x} rispetto allo spazio percorso:

$$\dot{x}(x) = \sqrt{2x_1\ddot{x}}, \quad (38)$$

dove, per semplificare la trattazione, si è definita x_1 la seguente funzione:

$$x_1 = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq \frac{S}{2} \\ S - x, & \text{se } x > \frac{S}{2} \end{cases} \quad (39)$$

Si consideri la relazione iniziale 2, ricavata derivando nel tempo l'equazione di chiusura di un generico manipolatore, essa può essere riformulata mantenendo i soli contributi cartesiani di traslazione:

$$[J_{xt}]\dot{\mathbf{X}}_t = [J_q]\dot{\mathbf{q}} \quad (40)$$

Derivando entrambi i membri rispetto al tempo è possibile scrivere:

$$\frac{d[J_{xt}]}{dt}\dot{\mathbf{X}}_t + [J_{xt}]\ddot{\mathbf{X}}_t = \frac{d[J_q]}{dt}\dot{\mathbf{q}} + [J_q]\ddot{\mathbf{q}} \quad (41)$$

Il risultato della derivazione temporale è un'equazione matriciale contenente termini di velocità e accelerazione e le derivate temporali delle matrici $[J_{xt}]$ e $[J_q]$. Si consideri dapprima la generica matrice $[J_{xt}]$; l'operazione di derivazione temporale di tale matrice consiste nel calcolare la derivata di ciascuno dei suoi elementi rispetto al tempo. Dato il vettore posizione \mathbf{X}_t di dimensione n e il suo j -esimo termine x_j ,

per il generico termine $J_{x_{t,i,j}}$, dove $i = 1, 2, \dots, m$ e $j = 1, 2, \dots, n$, vale quanto segue:

$$\frac{d(J_{x_{t,i,j}})}{dt} = \frac{\partial(J_{x_{t,i,j}})}{\partial x_j} \cdot \frac{dx_j}{dt} = (J_{x_{t,i,j}})' \cdot \dot{x}_j \quad (42)$$

Il primo termine della 41 può essere quindi riscritto nella forma seguente:

$$\begin{aligned} \frac{d[J_{x_t}]}{dt} \dot{\mathbf{X}}_t &= \begin{bmatrix} (J_{x_{t,1,1}})' \dot{x}_1 & (J_{x_{t,1,2}})' \dot{x}_2 & \cdots & (J_{x_{t,1,n}})' \dot{x}_n \\ (J_{x_{t,2,1}})' \dot{x}_1 & (J_{x_{t,2,2}})' \dot{x}_2 & \cdots & (J_{x_{t,2,n}})' \dot{x}_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (J_{x_{t,m,1}})' \dot{x}_1 & (J_{x_{t,m,2}})' \dot{x}_2 & \cdots & (J_{x_{t,m,n}})' \dot{x}_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (J_{x_{t,1,1}})' & (J_{x_{t,1,2}})' & \cdots & (J_{x_{t,1,n}})' \\ (J_{x_{t,2,1}})' & (J_{x_{t,2,2}})' & \cdots & (J_{x_{t,2,n}})' \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (J_{x_{t,m,1}})' & (J_{x_{t,m,2}})' & \cdots & (J_{x_{t,m,n}})' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1^2 \\ \dot{x}_2^2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n^2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (43)$$

Si denomina $d[J_{x_t}]/d\mathbf{X}_t$ la matrice al secondo membro dell'equazione precedente. Svolgendo un procedimento analogo per la derivata temporale della matrice $[J_q]$, il primo termine al secondo membro della 41 si può riscrivere come prodotto di una matrice $d[J_q]/d\mathbf{q}$ per un vettore contenente gli elementi di $\dot{\mathbf{q}}$ al quadrato. Tenendo presente la 38, i vettori velocità $\dot{\mathbf{X}}_t$ e $\dot{\mathbf{q}}$ possono essere così riscritti:

$$\dot{\mathbf{X}}_t = \sqrt{2x_l} \cdot \ddot{\mathbf{X}}_t, \quad \dot{\mathbf{q}} = [J]_t^{-1} \sqrt{2x_l} \cdot \ddot{\mathbf{X}}_t \quad (44)$$

dove la matrice $[J]_t^{-1}$ si ottiene invertendo la jacobiana relativa ai soli contributi traslazionali.

Considerando le relazioni 43 e 44, l'equazione 41 assume la seguente forma:

$$\frac{d[J_{x_t}]}{d\mathbf{X}_t} \cdot 2x_l \cdot \ddot{\mathbf{X}}_t + [J_{x_t}] \ddot{\mathbf{X}}_t = \frac{d[J_q]}{d\mathbf{q}} ([J]_t^{-1})^2 \cdot 2x_l \cdot \ddot{\mathbf{X}}_t + [J_q] \ddot{\mathbf{q}} \quad (45)$$

Raccogliendo a questo punto i termini ed esprimendo le accelerazioni dei giunti in funzione del vettore di accelerazione relativo alle traslazioni dell'organo terminale, si può scrivere:

$$[J_q] \ddot{\mathbf{q}} = \left\{ [J_{x_t}] + \left[\frac{d[J_{x_t}]}{d\mathbf{X}_t} - \frac{d[J_q]}{d\mathbf{q}} ([J]_t^{-1})^2 \right] \cdot 2x_l \right\} \ddot{\mathbf{X}}_t \quad (46)$$

Si definisce a questo punto M_0 la matrice rettangolare al secondo membro della precedente equazione:

$$[M_0] = [J_{x_t}] + \left[\frac{d[J_{x_t}]}{d\mathbf{X}_t} - \frac{d[J_q]}{d\mathbf{q}} ([J]_t^{-1})^2 \right] \cdot 2x_l \quad (47)$$

Sia $[R]$ la matrice di rotazione che trasforma un movimento lungo una generica direzione R in coordinate assolute (figura 1), la matrice finale utilizzata per il calcolo dell'indice risulta così definita:

$$[M_{JR}] = [M][J_q]^{-1}[M_0][R] = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{JR_x} & \mathbf{M}_{JR_y} & \mathbf{M}_{JR_z} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Quella che si ottiene è una formulazione estesa dell'indice dinamico, calcolato localmente (i termini che compongono le matrici $[J_q]$ e $[M_0]$ sono definiti punto per punto) e dipendente non solo dalla direzione di moto (espressa tramite la matrice $[R]$), ma anche dalla lunghezza x_1 dello spostamento effettuato fino al punto di analisi.

In conclusione, l'espressione finale del nuovo dDSI risulta la seguente:

$$dDSI_R = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{M}_{JR_x}^T \cdot \mathbf{M}_{JR_x}}} \quad (49)$$

MANIPOLATORE PARALLELO ADEPT QUATTRO™

3.1 INTRODUZIONE

In questo capitolo verrà introdotto il manipolatore ad architettura parallela utilizzato per le verifiche sperimentali degli indici teorici di prestazione. Il robot di riferimento è il modello *Quattro s650H* di *Adept Technology™*, di cui seguirà una breve descrizione delle caratteristiche fisiche e dei componenti principali. Successivamente verrà presentato il modello geometrico utilizzato per l'applicazione delle diverse tecniche di valutazione.

3.2 CARATTERISTICHE FISICHE

Il manipolatore parallelo *Adept Quattro s650H™* è costituito da quattro attuatori montati a telaio che permettono all'organo terminale, situato all'estremità dei quattro bracci, di traslare nello spazio e di ruotare attorno all'asse verticale. Una foto del manipolatore in esame è riportata in figura 3. Nello specifico i componenti principali che co-



Figura 3: Manipolatore parallelo Adept Quattro s650H™

stituiscono il robot sono un telaio, quattro catene cinematiche e una piattaforma mobile. Il telaio è in alluminio e al suo interno sono alloggiati i quattro motori che azionano ciascuno una catena cinematica; ognuna di queste è composta da una manovella e da una coppia di



Figura 4: Particolare dell'accoppiamento tra telaio e manovella dell'Adept Quattro™

bielle in fibra di carbonio. L'accoppiamento rotoidale tra manovella e telaio è visibile nel dettaglio in figura 4. La manovella è collegata alle due bielle tramite giunti sferici, realizzando un accoppiamento di forza per mezzo di due molle (figura 5).

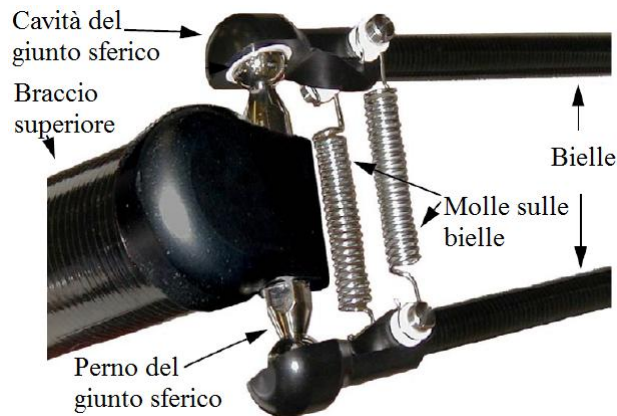


Figura 5: Particolare dell'accoppiamento tra manovella e coppia di bielle

La piattaforma articolata mobile collegata alle estremità inferiori delle quattro catene cinematiche è in grado di traslare nello spazio mantenendo sempre una posizione parallela al piano di base. Un meccanismo costituito da due ruote, con rapporto di riduzione 1:4 e collegate tra loro tramite una cinghia, permette all'organo terminale, connesso alla ruota più piccola, una rotazione massima pari a $\pm 180^\circ$; tale rotazione è permessa dalla deformazione del quadrilatero identificato in figura 6 con le lettere F_i . Per la presenza di tale meccanismo, l'*end effector* presenta un offset lungo l'asse delle ascisse del robot rispetto al centro di simmetria pari a 30,75mm; una schematizzazione della piattaforma mobile è riportata in figura 6.

Caratterizzato quindi da una struttura portante molto leggera, attuata dai quattro motori che rimangono fissi a telaio, l'Adept Quattro™ si presta a movimentazioni veloci di piccoli prodotti, appartenenti per lo più al campo alimentare e farmaceutico; il robot presenta una limitazione di carico massimo pari a 6kg. Le sue prestazioni, in termini di velocità e accelerazione, sono le migliori nella categoria dell'imballag-

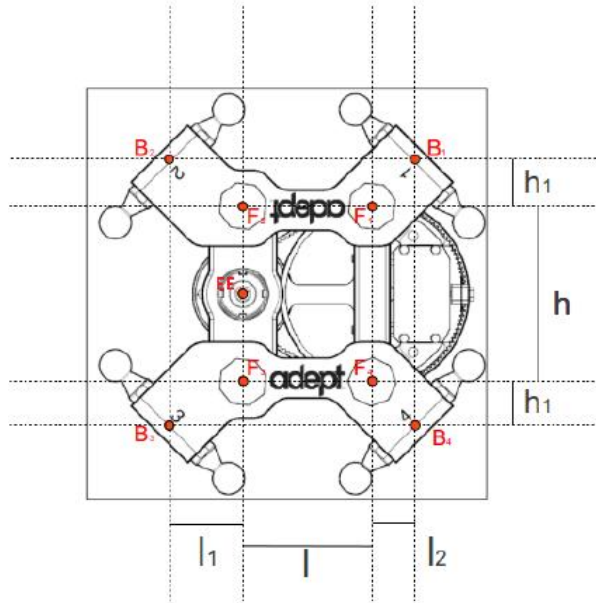


Figura 6: Particolare della piattaforma mobile e del meccanismo di rotazione

gio: i valori massimi di velocità e accelerazione lineari sono rispettivamente pari a 10m/s e 150m/s^2 . Lo spazio di lavoro del manipolatore, come è possibile osservare dall'immagine di figura 7, è identificabile con un cilindro nella parte superiore, mentre assume la forma di tronco di cono nella zona inferiore; le misure del volume sono riportate nella schematizzazione di figura 8.

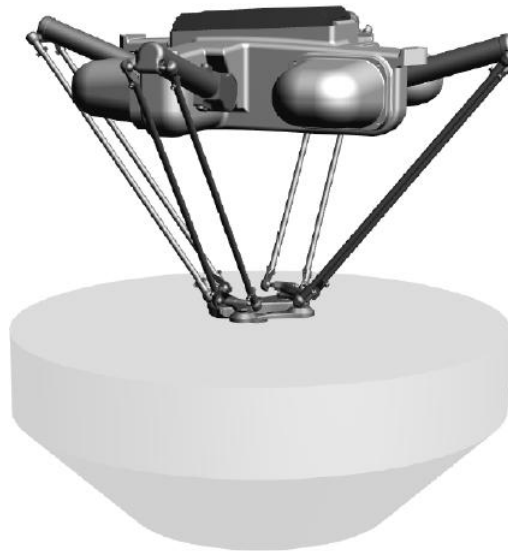


Figura 7: Rappresentazione dello spazio di lavoro dell'Adept Quattro TM

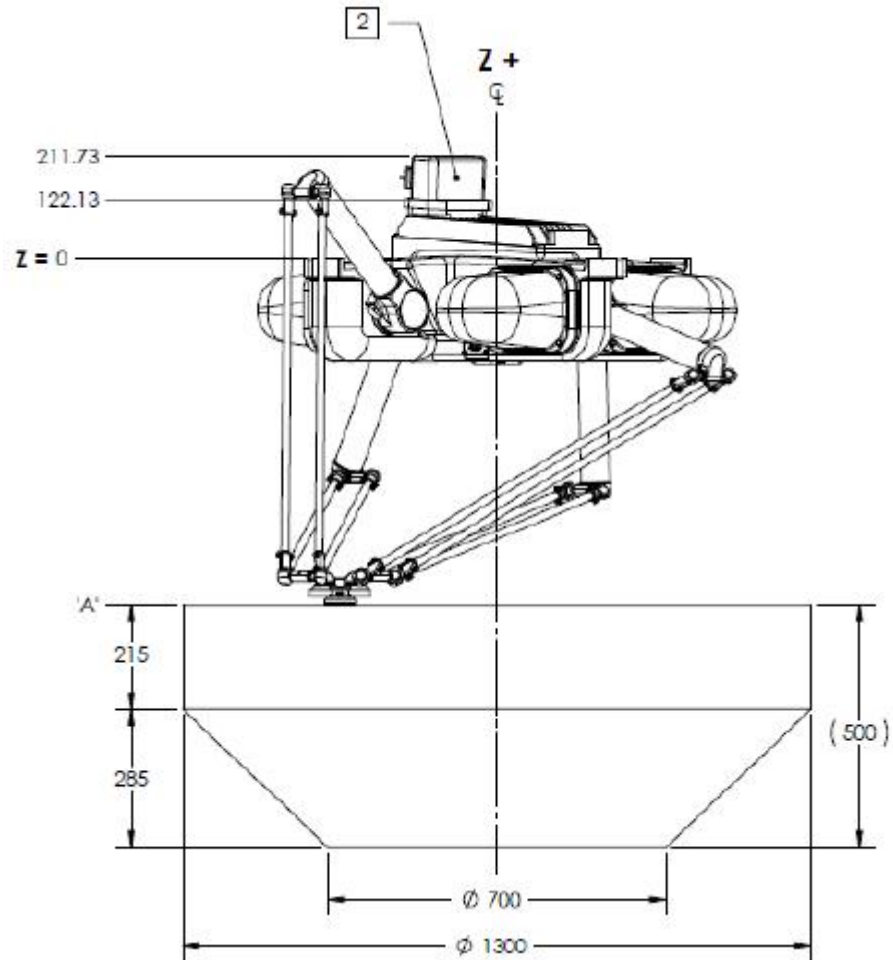


Figura 8: Misure dello spazio di lavoro

3.3 MODELLO GEOMETRICO

Per il calcolo teorico degli indici di prestazione è necessario utilizzare un modello del manipolatore che rispecchi fedelmente i parametri geometrici reali. In questo paragrafo viene descritto in sintesi il procedimento utilizzato per la creazione di tale modello.

Il sistema di riferimento assoluto dell'*Adept Quattro*™ è posto al centro del telaio; come è possibile osservare dallo schema di figura 9, esso è di tipo destrorso e l'asse e_z ha quindi verso uscente rispetto al piano dell'immagine. Si definiscono P_i , con $i = 1, 2, 3, 4$, i punti di intersezione tra l'asse di rotazione della coppia rotoidale che vincola la biella all'attuatore e l'asse longitudinale della biella stessa; da ognuno di questi punti avrà origine l' i -esima catena cinematica che compone la struttura portante. I punti P_i così definiti, equidistanti dall'origine del sistema di riferimento assoluto, sono disposti in modo simmetrico e le loro proiezioni sul piano xOy giacciono sulle bisettrici dei quattro quadranti del medesimo piano cartesiano. La lunghezza del segmento $\overline{OP_i}$ e l'offset lungo z dei punti P_i rispetto al sistema di riferimento,

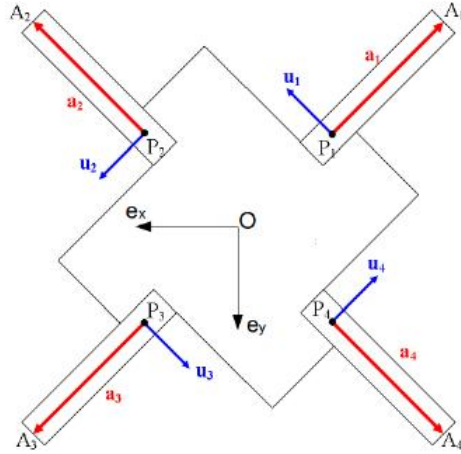


Figura 9: Schematizzazione del telaio visto dall'alto

Tabella 1: Parametri geometrici dell'*Adept Quattro s650H*TM

Parametro	Misura [m]
$\overline{OP_i}$	0,275000
z_{off1}	0,104775
a_i	0,375000
z_{off2}	0,086511
b_i	0,825000
l	0,080750
l_1	0,044250
l_2	0,025000
h	0,110000
h_1	0,025000

nominato z_{off1} , sono parametri noti e vengono riportati in tabella 1.

I vettori \mathbf{P}_i , che descrivono le coordinate dei punti corrispondenti, risultano definiti come segue:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_1 &= \begin{Bmatrix} x_{P_1} \\ y_{P_1} \\ z_{P_1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\overline{OP_1} \cos \frac{\pi}{4} \\ -\overline{OP_1} \sin \frac{\pi}{4} \\ -z_{off1} \end{Bmatrix}, & \mathbf{P}_2 &= \begin{Bmatrix} x_{P_2} \\ y_{P_2} \\ z_{P_2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{OP_2} \cos \frac{\pi}{4} \\ -\overline{OP_2} \sin \frac{\pi}{4} \\ -z_{off1} \end{Bmatrix}, \\
 \mathbf{P}_3 &= \begin{Bmatrix} x_{P_3} \\ y_{P_3} \\ z_{P_3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{OP_3} \cos \frac{\pi}{4} \\ \overline{OP_3} \sin \frac{\pi}{4} \\ -z_{off1} \end{Bmatrix}, & \mathbf{P}_4 &= \begin{Bmatrix} x_{P_4} \\ y_{P_4} \\ z_{P_4} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\overline{OP_4} \cos \frac{\pi}{4} \\ \overline{OP_4} \sin \frac{\pi}{4} \\ -z_{off1} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{50}$$

Si definisce A_i il punto generico di intersezione tra l'asse dell' i -esima coppia di bielle e la retta passante per il centro dei giunti sferici visi-

bili in figura 5. La distanza tra i punti P_i e A_i , definita con lo scalare a_i , è un parametro noto fornito dal produttore (tabella 1). L'inclinazione della manovella rispetto al piano xOy viene indicata con gli angoli q_i ; tali variabili rappresentano le coordinate libere nell'analisi cinematica inversa di posizione, trattata nel paragrafo seguente. In riferimento alla figura 10, che rappresenta una generica catena cinematica del manipolatore in esame, la variabile di giunto q_i assume valori positivi per rotazioni verso il basso e valori negativi in verso opposto. Le coordinate dei punti A_i si ricavano direttamente a partire

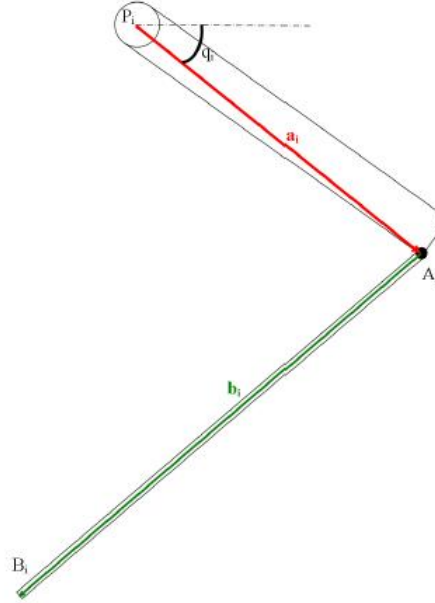


Figura 10: Rappresentazione di una generica catena cinematica

dai punti fissi a telaio P_i definiti in precedenza:

$$\mathbf{A}_i = \begin{cases} x_{P_i} + \text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \cos q_i \\ y_{P_i} + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \cos q_i \\ z_{P_i} - a_i \sin q_i \end{cases} \quad (51)$$

Il vettore \mathbf{a}_i , che rappresenta la generica manovella, si calcola con la relazione seguente:

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{A}_i - \mathbf{P}_i \quad (52)$$

Si possono osservare i vettori \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , \mathbf{a}_3 e \mathbf{a}_4 con vista dall'alto del telaio in figura 9, con vista frontale del generico elemento, in colore rosso, nella figura 10.

Viene applicata una semplificazione alle quattro catene cinematiche: ciascuna coppia di bielle viene sostituita da un unico link, posto esattamente a metà tra le due bielle, mantenendo lunghezza e orientazione originali. Si definiscono B_i i punti di intersezione tra l'asse del generico braccio inferiore e la retta passante per i centri delle due

sfere presenti ai quattro vertici della piattaforma mobile. La collocazione dei suddetti punti è visibile in figura 6. La locazione dell'organo terminale, indicato in figura 6 con la notazione EE, viene espressa tramite il vettore \mathbf{X} :

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (53)$$

dove θ assume valori positivi per rotazioni antiorarie dell'*end effector* e valori negativi per rotazioni orarie. L'offset in direzione z tra l'altezza dell'organo terminale e quella del piano in cui giacciono i punti B_i e F_i è un parametro noto fornito dal costruttore ed è nominato z_{off2} (tabella 1).

A partire dalle coordinate dell'organo terminale, alla luce delle considerazioni fatte sulla piattaforma mobile, è possibile sviluppare l'espressione dei vettori \mathbf{F}_i come coordinate dei punti F_i :

$$\mathbf{F}_i = \begin{Bmatrix} x - \varepsilon_i l - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \sin \frac{\theta}{4} \\ y + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \cos \frac{\theta}{4} \\ z + z_{off2} \end{Bmatrix} \quad (54)$$

dove lo scalare l esprime la lunghezza dei segmenti $\overline{F_2 F_1}$ e $\overline{F_3 F_4}$, mentre h è la misura della lunghezza dei segmenti $\overline{F_3 F_2}$ e $\overline{F_4 F_1}$; ε_i viene invece definito come segue:

$$\varepsilon_i = \begin{cases} 0, & \text{se } i = 2, 3 \\ 1, & \text{se } i = 1, 4 \end{cases} \quad (55)$$

Si definiscono ora i vettori $\Delta \mathbf{l}$ e $\Delta \mathbf{h}$, contenenti le distanze tra i punti B_i e F_i :

$$\Delta \mathbf{l} = \begin{Bmatrix} l_2 \\ l_1 \\ l_1 \\ l_2 \end{Bmatrix}, \quad \Delta \mathbf{h} = \begin{Bmatrix} h_1 \\ h_1 \\ h_1 \\ h_1 \end{Bmatrix} \quad (56)$$

I segmenti di lunghezza l , l_1 , l_2 e h_1 sono visibili nella schematizzazione di figura 6, mentre i valori di tutti i parametri utilizzati sono

riportati in tabella 1. Si possono ora esprimere anche i vettori \mathbf{B}_i delle coordinate dei punti B_i :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_i &= \begin{Bmatrix} x_{F_i} + \text{sign}(x_{P_i})\Delta l_i \\ y_{F_i} + \text{sign}(y_{P_i})\Delta h_i \\ z_{F_i} \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} x - \varepsilon_i l - \text{sign}(y_{P_i})\frac{h}{2}\sin\frac{\theta}{4} + \text{sign}(x_{P_i})\Delta l_i \\ y + \text{sign}(y_{P_i})\frac{h}{2}\cos\frac{\theta}{4} + \text{sign}(y_{P_i})\Delta h_i \\ z + z_{\text{off}2} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (57)$$

I vettori \mathbf{b}_i che descrivono le posizioni dei bracci inferiori, rappresentati in colore verde in figura 10, sono definiti come segue:

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{B}_i - \mathbf{A}_i \quad (58)$$

Il valore del modulo b_i del generico vettore è riportato in tabella 1.

3.4 ANALISI CINEMATICA INVERSA DI POSIZIONE

Al fine di ricavare un modello dinamico del robot, risulta sufficiente sviluppare l'analisi inversa di posizione, che nel caso di manipolatori paralleli risulta più agevole da risolvere rispetto al problema cinematico diretto. In questo paragrafo si trattano quindi quei passaggi matematici che consentono di formulare una relazione in grado di calcolare la posizione delle quattro variabili di giunto q_i a partire dalla posa dell'organo terminale \mathbf{X} .

Si scrivono dapprima le equazioni di chiusura del meccanismo:

$$\mathbf{b}_i \mathbf{b}_i^T = b_i^2 \quad (59)$$

Riscrivendo la 59 in forma algebrica ne risulta un sistema di quattro equazioni indipendenti:

$$x_{b_i}^2 + y_{b_i}^2 + z_{b_i}^2 = b_i^2 \quad (60)$$

Considerando l'equazione 58, la relazione precedente si può esprimere nella forma seguente:

$$(x_{B_i} - x_{A_i})^2 + (y_{B_i} - y_{A_i})^2 + (z_{B_i} - z_{A_i})^2 = b_i^2 \quad (61)$$

Sostituendo nell'ultima equazione le componenti dei vettori \mathbf{A}_i e \mathbf{B}_i si ottiene:

$$\begin{aligned} & \left[x - \varepsilon_i l - \text{sign}(y_{P_i})\frac{h}{2}\sin\frac{\theta}{4} + \text{sign}(x_{P_i})\Delta l_i - x_{P_i} + \right. \\ & \quad \left. - \text{sign}(x_{P_i})\frac{\sqrt{2}}{2}a_i \cos q_i \right]^2 + \\ & + \left[y + \text{sign}(y_{P_i})\frac{h}{2}\cos\frac{\theta}{4} + \text{sign}(y_{P_i})\Delta h_i - y_{P_i} + \right. \\ & \quad \left. - \text{sign}(y_{P_i})\frac{\sqrt{2}}{2}a_i \cos q_i \right]^2 + \\ & + [z + z_{\text{off}2} - z_{P_i} + a_i \sin q_i]^2 - b_i^2 = 0 \end{aligned} \quad (62)$$

Siano M_i e N_i definite come segue:

$$\begin{aligned} M_i &= x - \varepsilon_i l - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \sin \frac{\theta}{4} + \text{sign}(x_{P_i}) \Delta l_i - x_{P_i} \\ N_i &= y + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \cos \frac{\theta}{4} + \text{sign}(y_{P_i}) \Delta h_i - y_{P_i} \end{aligned} \quad (63)$$

Sostituendo nella 61 si può infine scrivere la seguente equazione in forma compatta:

$$I_i \sin q_i + L_i \cos q_i + K_i = 0 \quad (64)$$

dove I_i , L_i e K_i sono così definiti:

$$\begin{aligned} I_i &= 2(z + z_{\text{off}2} - z_{P_i}) a_i \\ L_i &= -\sqrt{2} [M_i \text{sign}(x_{P_i}) + N_i \text{sign}(y_{P_i})] a_i \\ K_i &= M_i^2 + N_i^2 + (z + z_{\text{off}2} - z_{P_i})^2 + a_i^2 - b_i^2 \end{aligned} \quad (65)$$

Ponendo $t = \tan \frac{q_i}{2}$ nella 64, si ricava l'equazione seguente:

$$(K_i - L_i)t^2 + 2I_i t + L_i + K_i = 0 \quad (66)$$

da cui si ottiene:

$$t = \tan \frac{q_i}{2} = \frac{-I_i \pm \sqrt{I_i^2 - K_i^2 + L_i^2}}{K_i - L_i} \quad (67)$$

Si può quindi ottenere l'espressione della i -esima coordinata libera:

$$q_i = 2 \arctan \frac{-I_i \pm \sqrt{I_i^2 - K_i^2 + L_i^2}}{K_i - L_i} \quad (68)$$

Nella 68 è possibile notare la doppia soluzione al problema cinematico inverso di posizione; il manipolatore, per raggiungere qualsiasi locazione all'interno dello spazio di lavoro, sceglie di volta in volta la soluzione minore tra le due possibili. Le singole variabili di giunto q_i compongono il vettore \mathbf{q} della posizione angolare delle manovelle; esso viene definito come segue:

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix} \quad (69)$$

In [5] si è verificata la validità dell'analisi di posizione appena trattata, effettuando delle prove sull'*Adept Quattro s650H*TM

3.5 ANALISI CINEMATICA DI VELOCITÀ

Si definiscono $\dot{\mathbf{X}}$ e $\dot{\mathbf{q}}$ le derivate temporali dei vettori posizione riferiti rispettivamente allo spazio cartesiano e a quello dei giunti:

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{Bmatrix} \quad (70)$$

Risolvere il problema di velocità significa trovare una relazione tra i due vettori appena definiti, ossia identificare una matrice $[J]$, denominata matrice jacobiana e avente dimensione 4×4 , tale per cui valga la seguente equazione:

$$\dot{\mathbf{X}} = [J]\dot{\mathbf{q}} \quad (71)$$

Si consideri la seguente relazione:

$$\mathbf{b}_i^T \dot{\mathbf{A}}_i = \mathbf{b}_i^T \dot{\mathbf{B}}_i \quad (72)$$

I vettori velocità dei punti generici \mathbf{A}_i e \mathbf{B}_i sono esprimibili attraverso le loro derivate rispetto al tempo:

$$\dot{\mathbf{A}}_i = \begin{Bmatrix} -\text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin(q_i) \\ -\text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin(q_i) \\ -a_i \dot{q}_i \cos(q_i) \end{Bmatrix} \quad (73)$$

$$\dot{\mathbf{B}}_i = \begin{Bmatrix} \dot{x} - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{8} \dot{\theta} \cos\left(\frac{\theta}{4}\right) \\ \dot{y} - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{8} \dot{\theta} \sin\left(\frac{\theta}{4}\right) \\ \dot{z} \end{Bmatrix}$$

Sia \mathbf{u}_i il generico versore parallelo al piano xOy , perpendicolare al vettore \mathbf{a}_i e con verso come in figura 9; esso appare così definito:

$$\mathbf{u}_i = \begin{Bmatrix} -\text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (74)$$

Sviluppando il primo membro della 72, si ricava la seguente espressione:

$$\mathbf{b}_i^T \dot{\mathbf{A}}_i = - \left[\text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i x_{b_i} \sin(q_i) + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i y_{b_i} \sin(q_i) + a_i z_{b_i} \cos(q_i) \right] \dot{q}_i = \mathbf{u}_i^T (\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i) \dot{q}_i \quad (75)$$

Dallo sviluppo del secondo membro si ottiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_i^T \dot{\mathbf{B}}_i &= x_{b_i} \dot{x} + y_{b_i} \dot{y} + z_{b_i} \dot{z} + \\ &\quad - \frac{h}{8} \text{sign}(y_{P_i}) \left[x_{b_i} \cos\left(\frac{\theta}{4}\right) + y_{b_i} \sin\left(\frac{\theta}{4}\right) \right] \dot{\theta} = \\ &= x_{b_i} \dot{x} + y_{b_i} \dot{y} + z_{b_i} \dot{z} + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_i) \dot{\theta} \end{aligned} \quad (76)$$

dove \mathbf{h} si ricava svolgendo $\mathbf{F}_3 - \mathbf{F}_2$ ed \mathbf{e}_z identifica l'asse z del sistema di riferimento assoluto; i due vettori sono riportati di seguito:

$$\mathbf{h} = \begin{Bmatrix} -h \sin\left(\frac{\theta}{4}\right) \\ h \cos\left(\frac{\theta}{4}\right) \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{e}_z = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (77)$$

Sostituendo le espressioni 75 e 76 nella 72 si ottiene un sistema di quattro equazioni:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_1^T (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{b}_1) \dot{q}_1 = x_{b_1} \dot{x} + y_{b_1} \dot{y} + z_{b_1} \dot{z} + \text{sign}(y_{P_1}) \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_1) \dot{\theta} \\ \mathbf{u}_2^T (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{b}_2) \dot{q}_2 = x_{b_2} \dot{x} + y_{b_2} \dot{y} + z_{b_2} \dot{z} + \text{sign}(y_{P_2}) \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_2) \dot{\theta} \\ \mathbf{u}_3^T (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{b}_3) \dot{q}_3 = x_{b_3} \dot{x} + y_{b_3} \dot{y} + z_{b_3} \dot{z} + \text{sign}(y_{P_3}) \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_3) \dot{\theta} \\ \mathbf{u}_4^T (\mathbf{a}_4 \times \mathbf{b}_4) \dot{q}_4 = x_{b_4} \dot{x} + y_{b_4} \dot{y} + z_{b_4} \dot{z} + \text{sign}(y_{P_4}) \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_4) \dot{\theta} \end{cases} \quad (78)$$

Per poter individuare la matrice jacobiana, il sistema appena ottenuto va ricondotto alla forma seguente:

$$[\mathbf{J}_q] \dot{\mathbf{q}} = [\mathbf{J}_x] \dot{\mathbf{X}} \quad (79)$$

Riscrivendo in forma matriciale il primo membro del sistema di equazioni 78, si ricava l'espressione della matrice $[\mathbf{J}_q]$:

$$[\mathbf{J}_q] = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{b}_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{u}_2^T (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{b}_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{u}_3^T (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{b}_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{u}_4^T (\mathbf{a}_4 \times \mathbf{b}_4) \end{bmatrix} \quad (80)$$

Analogamente è possibile ottenere la forma della matrice $[\mathbf{J}_x]$ al secondo membro:

$$[\mathbf{J}_x] = \begin{bmatrix} x_{b_1} & y_{b_1} & z_{b_1} & -\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_1) \\ x_{b_2} & y_{b_2} & z_{b_2} & -\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_2) \\ x_{b_3} & y_{b_3} & z_{b_3} & \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_3) \\ x_{b_4} & y_{b_4} & z_{b_4} & \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_4) \end{bmatrix} \quad (81)$$

Si giunge quindi alla definizione della matrice jacobiana, che è possibile ricavare dalla seguente relazione:

$$[\mathbf{J}] = [\mathbf{J}_x]^{-1} \cdot [\mathbf{J}_q] \quad (82)$$

Nota a questo punto la matrice $[J]$, la soluzione del problema cinematico diretto di velocità è riconducibile all'applicazione della 71. Per la determinazione della velocità dei giunti a partire da quella dell'organo terminale è invece necessario invertire la jacobiana per giungere all'equazione seguente:

$$\dot{\mathbf{q}} = [J]^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (83)$$

3.6 ANALISI CINEMATICA DI ACCELERAZIONE

Al fine di ottenere una relazione tra le accelerazioni cartesiane dell'*end effector* e quelle definite nello spazio dei giunti, è necessario derivare rispetto al tempo l'equazione 79; si ottiene:

$$[\dot{J}_q] \dot{\mathbf{q}} + [J_q] \ddot{\mathbf{q}} = [\dot{J}_x] \dot{\mathbf{X}} + [J_x] \ddot{\mathbf{X}} \quad (84)$$

Per risolvere l'analisi sarà quindi sufficiente determinare le derivate temporali delle matrici $[J_q]$ e $[J_x]$.

Tale operazione, per quanto riguarda la prima matrice, si riconduce alla derivazione rispetto al tempo del termine generico $\mathbf{u}_i^T(\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i)$. Si calcolano in primo luogo le derivate dei vettori \mathbf{a}_i e \mathbf{b}_i :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{a}}_i &= \begin{Bmatrix} \dot{x}_{a_i} \\ \dot{y}_{a_i} \\ \dot{z}_{a_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin(q_i) \\ -\text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin(q_i) \\ -a_i \dot{q}_i \cos(q_i) \end{Bmatrix} \\ \dot{\mathbf{b}}_i &= \begin{Bmatrix} \dot{x}_{b_i} \\ \dot{y}_{b_i} \\ \dot{z}_{b_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x} - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{8} \dot{\theta} \cos\left(\frac{\theta}{4}\right) + \text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin(q_i) \\ \dot{y} - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{8} \dot{\theta} \sin\left(\frac{\theta}{4}\right) + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin(q_i) \\ \dot{z} + a_i \dot{q}_i \cos(q_i) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (85)$$

Il prodotto vettoriale tra \mathbf{a}_i e \mathbf{b}_i risulta:

$$\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i = \begin{Bmatrix} y_{a_i} z_{b_i} - z_{a_i} y_{b_i} \\ z_{a_i} x_{b_i} - x_{a_i} z_{b_i} \\ x_{a_i} y_{b_i} - y_{a_i} x_{b_i} \end{Bmatrix} \quad (86)$$

Di conseguenza, il termine generico che caratterizza la matrice diagonale $[J_q]$ si può riscrivere in forma estesa:

$$\mathbf{u}_i^T(\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i) = \frac{\sqrt{2}}{2} [\text{sign}(y_{P_i})(z_{a_i} y_{b_i} - y_{a_i} z_{b_i}) + \text{sign}(x_{P_i})(x_{a_i} z_{b_i} - z_{a_i} x_{b_i})] \quad (87)$$

Derivando rispetto al tempo il termine sopra riportato si ottiene:

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{u}_i^T(\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i)] = \frac{\sqrt{2}}{2} [\text{sign}(y_{P_i})(\dot{z}_{a_i} y_{b_i} + z_{a_i} \dot{y}_{b_i} - \dot{y}_{a_i} z_{b_i} - y_{a_i} \dot{z}_{b_i}) + \text{sign}(x_{P_i})(\dot{x}_{a_i} z_{b_i} + x_{a_i} \dot{z}_{b_i} - \dot{z}_{a_i} x_{b_i} - z_{a_i} \dot{x}_{b_i})]$$

(88)

Si è così ricavata la derivata temporale della matrice $[J_q]$:

$$[J_q] = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} [\mathbf{u}_1^T(\mathbf{a}_1 \times \mathbf{b}_1)] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{dt} [\mathbf{u}_2^T(\mathbf{a}_2 \times \mathbf{b}_2)] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{dt} [\mathbf{u}_3^T(\mathbf{a}_3 \times \mathbf{b}_3)] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d}{dt} [\mathbf{u}_4^T(\mathbf{a}_4 \times \mathbf{b}_4)] \end{bmatrix} \quad (89)$$

Per ricavare l'espressione di $[J_x]$, si consideri innanzitutto l'ultima colonna della matrice di partenza; essa è caratterizzata dal termine generico di seguito riportato in forma estesa:

$$\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_i) = -\frac{1}{8} h \left[x_{b_i} \cos\left(\frac{\theta}{4}\right) + y_{b_i} \sin\left(\frac{\theta}{4}\right) \right] \quad (90)$$

La sua derivata temporale risulta:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_i) \right] &= -\frac{1}{8} h \left[\dot{x}_{b_i} \cos\left(\frac{\theta}{4}\right) - \frac{1}{4} x_{b_i} \dot{\theta} \sin\left(\frac{\theta}{4}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \dot{y}_{b_i} \sin\left(\frac{\theta}{4}\right) + \frac{1}{4} y_{b_i} \dot{\theta} \cos\left(\frac{\theta}{4}\right) \right] \end{aligned} \quad (91)$$

La derivata rispetto al tempo della matrice $[J_x]$ appare quindi espressa nel modo seguente:

$$[J_x] = \begin{bmatrix} \dot{x}_{b_1} & \dot{y}_{b_1} & \dot{z}_{b_1} & -\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_1) \right] \\ \dot{x}_{b_2} & \dot{y}_{b_2} & \dot{z}_{b_2} & -\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_2) \right] \\ \dot{x}_{b_3} & \dot{y}_{b_3} & \dot{z}_{b_3} & \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_3) \right] \\ \dot{x}_{b_4} & \dot{y}_{b_4} & \dot{z}_{b_4} & \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_4) \right] \end{bmatrix} \quad (92)$$

In conclusione, è possibile applicare la relazione 84 per risolvere l'analisi di accelerazione diretta e quella inversa, rappresentate dalle rispettive equazioni riportate di seguito:

$$\ddot{\mathbf{X}} = [J] \ddot{\mathbf{q}} + [J_x]^{-1} ([J_q] - [J_x][J]) \dot{\mathbf{q}} \quad (93)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = [J]^{-1} \ddot{\mathbf{X}} + [J_q]^{-1} ([J_x] - [J_q][J]^{-1}) \dot{\mathbf{X}} \quad (94)$$

4.1 INTRODUZIONE

A partire dalla struttura geometrica trattata precedentemente, in questo capitolo verranno presentate alcune semplificazioni al modello, al fine di ridurre il grado di complessità del problema dinamico dell'*Adept Quattro*™. Seguirà quindi l'analisi dinamica del manipolatore, indispensabile per la successiva determinazione degli indici di prestazione dinamici.

4.2 MODELLO GEOMETRICO MODIFICATO

Il modello utilizzato per l'analisi dinamica ha subito alcune semplificazioni rispetto alla struttura presentata nel paragrafo 3.3. In primo luogo è stata trascurata nel procedimento l'inerzia rotazionale dei bilancieri; tale ipotesi non risulta troppo restrittiva se si considera la composizione in fibra di carbonio di questi membri. Dalla struttura originaria si eliminano i bilancieri; ciascuno dei quattro bracci viene sostituito da due masse equivalenti, ciascuna di valore pari a m_c , una concentrata sulle estremità della rispettiva manovella e l'altra sulla piattaforma mobile (figura 11). Infine vengono trascurate le parti di

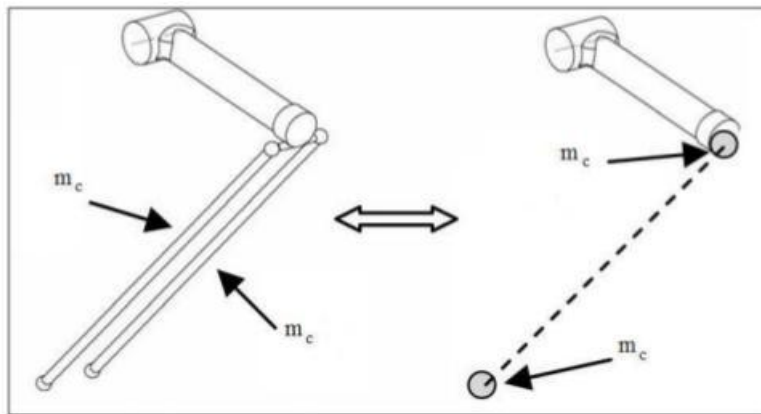


Figura 11: Semplificazione delle bielle

struttura che fungono da collegamento tra i bilancieri e la piattaforma mobile; questa inoltre degenera nel modello in due masse concentrate alle estremità del suo asse centrale, tali punti vengono denominati C e D in figura 12. Il valore delle due masse rappresentanti la piattaforma

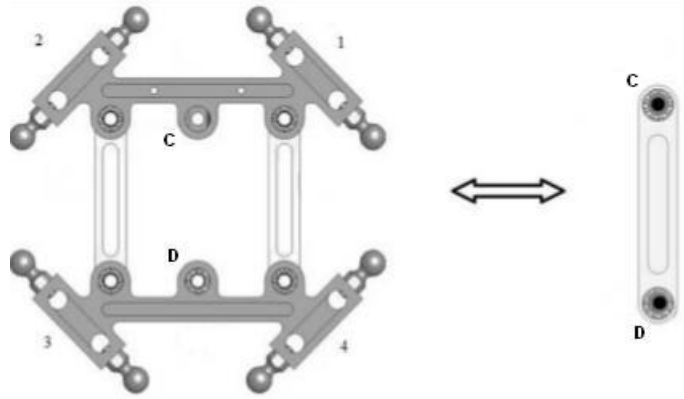


Figura 12: Semplificazione della piattaforma mobile

è ricavabile dalla seguente relazione:

$$m_C = m_D = \frac{m_p}{2} + 2m_c \quad (95)$$

dove m_p è il valore della massa totale della piattaforma mobile.

4.3 RISOLUZIONE DEL PROBLEMA DINAMICO

Risolvere il problema dinamico del manipolatore in esame significa determinare una relazione tra le forze interne e i momenti meccanici applicati all'organo terminale e le coppie erogate dagli attuatori. La legge alla base dell'analisi dinamica è la seguente:

$$\boldsymbol{\tau} = [\mathbf{J}]^T \mathbf{F} \quad (96)$$

dove $\boldsymbol{\tau}$ è il vettore delle coppie richieste a ciascun attuttore e \mathbf{F} contiene le forze generiche applicate all'organo terminale:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_z \end{Bmatrix} \quad (97)$$

Nell'ultima relazione si è denotato con F_j la forza impressa lungo l'asse j e con M_j il momento meccanico attorno al j -esimo asse. Per convenzione si considerano positive le coppie erogate dai motori corrispondenti a movimenti delle manovelle verso l'alto; inoltre i segni delle forze verticali sono assegnati coerentemente all'orientamento dell'asse z del sistema di riferimento assoluto. Le coppie richieste agli attuatori sono la sintesi di più contributi, rappresentati dalla parte attiva, ossia motori e manovelle, dalla piattaforma mobile e dal carico applicato all'organo terminale.

Il contributo attivo delle coppie agenti sul sistema è espresso da un primo termine inerziale, legato all'accelerazione angolare impressa dai motori, e da due termini gravitazionali, $\tau_{a,g}$ e $\tau_{m_c,g}$, relativi rispettivamente alla massa delle manovelle e alla massa concentrata sulla loro estremità:

$$\tau_{att} = [I_{att}]\ddot{\mathbf{q}} + \tau_{a,g} + \tau_{m_c,g} \quad (98)$$

$[I_{att}]$ è una matrice diagonale così definita:

$$[I_{att}] = \begin{bmatrix} I_{eq} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{eq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{eq} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{eq} \end{bmatrix} \quad (99)$$

Il momento d'inerzia equivalente I_{eq} è costituito dal momento d'inerzia del motore, I_{mot} , ridotto con il rapporto di riduzione i , dal momento d'inerzia della manovella, I_a (si denomina m_a la massa della manovella), e da quello associato alla massa m_c :

$$\begin{aligned} I_{eq} &= i^2 I_{mot} + I_a + I_c \\ I_a &= \frac{1}{3} m_a a_i^2 \\ I_c &= m_c a_i^2 \end{aligned} \quad (100)$$

Indicando con l_a la lunghezza effettiva della manovella e assumendo che questa abbia densità uniforme, si colloca il centro di massa di ciascuna manovella in $\frac{l_a}{2}$; è possibile quindi esprimere il primo contributo gravitazionale di coppia come segue:

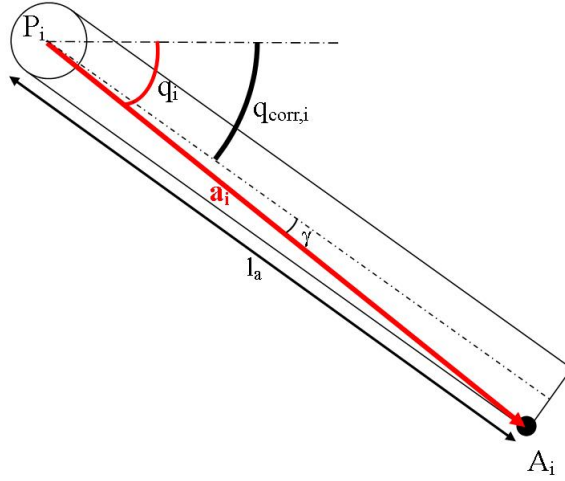
$$\tau_{a,g} = m_a g \begin{bmatrix} \frac{l_a}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l_a}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_a}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{l_a}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos(q_{corr,1}) \\ \cos(q_{corr,2}) \\ \cos(q_{corr,3}) \\ \cos(q_{corr,4}) \end{Bmatrix} \quad (101)$$

Denominato γ l'angolo tra il segmento identificato dal vettore \mathbf{a}_i e l'asse longitudinale della manovella, il generico angolo $q_{corr,i}$ è rappresentato graficamente in figura 13 ed è definito come segue:

$$q_{corr,i} = q_i - \gamma \quad (102)$$

Il contributo gravitazionale relativo alla massa m_c concentrata sull'estremità di ciascuna manovella risulta così definito:

$$\tau_{m_c,g} = m_c g \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos(q_1) \\ \cos(q_2) \\ \cos(q_3) \\ \cos(q_4) \end{Bmatrix} \quad (103)$$

Figura 13: Rappresentazione dell'angolo generico $q_{corr,i}$

Sostituendo l'espressione relativa all'analisi di accelerazione inversa (94) nella 98, si ottiene la formulazione del contributo attivo di coppia in funzione dei vettori $\dot{\mathbf{X}}$ e $\ddot{\mathbf{X}}$:

$$\boldsymbol{\tau}_{att} = [\mathbf{I}_{att}][\mathbf{J}]^{-1}\ddot{\mathbf{X}} + [\mathbf{I}_{att}][\mathbf{J}_{vel}]^{-1}\dot{\mathbf{X}} + \boldsymbol{\tau}_{a,g} + \boldsymbol{\tau}_{m_c,g} \quad (104)$$

Per semplificare la precedente espressione si è definita $[\mathbf{J}_{vel}]^{-1}$ nel modo seguente:

$$[\mathbf{J}_{vel}]^{-1} = [\mathbf{J}_q]^{-1} (\dot{\mathbf{J}}_x - \dot{\mathbf{J}}_q[\mathbf{J}]^{-1}) \quad (105)$$

Per quanto riguarda il contributo inerziale della piattaforma mobile, considerando la schematizzazione di quest'ultima trattata nel paragrafo 4.2, le coordinate dei punti C e D risultano:

$$\mathbf{C} = \begin{Bmatrix} x + \frac{h}{2} \sin\left(\frac{\theta}{4}\right) \\ y - \frac{h}{2} \cos\left(\frac{\theta}{4}\right) \\ z \\ \theta \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{Bmatrix} x - \frac{h}{2} \sin\left(\frac{\theta}{4}\right) \\ y + \frac{h}{2} \cos\left(\frac{\theta}{4}\right) \\ z \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (106)$$

Derivando rispetto al tempo si ricavano i vettori velocità, $\dot{\mathbf{C}}$ e $\dot{\mathbf{D}}$, e accelerazione, $\ddot{\mathbf{C}}$ e $\ddot{\mathbf{D}}$. A questo punto si vogliono determinare le matrici jacobiane che legano le velocità dei punti sopra descritti alla velocità dell'organo terminale; si può quindi scrivere:

$$[\mathbf{J}_{xC}]\dot{\mathbf{C}} = [\mathbf{J}_x]\dot{\mathbf{X}}, \quad [\mathbf{J}_{xD}]\dot{\mathbf{D}} = [\mathbf{J}_x]\dot{\mathbf{X}} \quad (107)$$

Si denominano $[\mathbf{T}_C]$ e $[\mathbf{T}_D]$ le matrici di trasformazione che legano le velocità di C e D al vettore $\dot{\mathbf{X}}$ nel modo seguente:

$$\dot{\mathbf{C}} = [\mathbf{T}_C]\dot{\mathbf{X}}, \quad \dot{\mathbf{D}} = [\mathbf{T}_D]\dot{\mathbf{X}} \quad (108)$$

Sostituendo tali espressioni nelle 107, si ricavano le matrici $[J_{xC}]$ e $[J_{xD}]$, che assumono la seguente forma:

$$\begin{aligned}
 [J_{xC}] &= \begin{bmatrix} x_{b_1} & y_{b_1} & z_{b_1} & 0 \\ x_{b_2} & y_{b_2} & z_{b_2} & 0 \\ x_{b_3} & y_{b_3} & z_{b_3} & \frac{1}{4} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_3) \\ x_{b_4} & y_{b_4} & z_{b_4} & \frac{1}{4} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_4) \end{bmatrix} \\
 [J_{xD}] &= \begin{bmatrix} x_{b_1} & y_{b_1} & z_{b_1} & -\frac{1}{4} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_1) \\ x_{b_2} & y_{b_2} & z_{b_2} & -\frac{1}{4} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_2) \\ x_{b_3} & y_{b_3} & z_{b_3} & 0 \\ x_{b_4} & y_{b_4} & z_{b_4} & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{109}$$

Ora, ricordando la 79, si ottengono le matrici jacobiane relative ai punti C e D:

$$[J_C] = [J_{xC}]^{-1} [J_q], \quad [J_D] = [J_{xD}]^{-1} [J_q] \tag{110}$$

Sia g il valore dell'accelerazione gravitazionale e \mathbf{G} il vettore così definito:

$$\mathbf{G} = \left\{ 0 \quad 0 \quad -g \quad 0 \right\}^T \tag{111}$$

I contributi di coppia delle due masse concentrate risultano i seguenti:

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\tau}_C &= [J_C]^T [M_C] (\ddot{\mathbf{C}} + \mathbf{G}) \\
 \boldsymbol{\tau}_D &= [J_D]^T [M_D] (\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{G})
 \end{aligned} \tag{112}$$

dove le matrici M_C e M_D sono matrici diagonali aventi come primi tre elementi le masse e in quarta colonna i momenti d'inerzia dei rispettivi punti, questi ultimi sono così definiti:

$$\begin{aligned}
 I_C &= m_C \left(\frac{h}{2} \right)^2 \\
 I_D &= m_D \left(\frac{h}{2} \right)^2
 \end{aligned} \tag{113}$$

Componendo le relazioni 107 e 108 si ricava per il punto C l'espressione della matrice $[J_C]$ in funzione della jacobiana:

$$[J_C] = [T_C] [J_x]^{-1} [J_q] = [T_C] [J] \tag{114}$$

Noto dai passaggi precedenti il vettore $\dot{\mathbf{C}}$, la sua derivata rispetto al tempo risulta:

$$\ddot{\mathbf{C}} = [T_C] \ddot{\mathbf{X}} + [\dot{T}_C] \dot{\mathbf{X}} \tag{115}$$

Sostituendo le ultime due equazioni nella 112 si ricava la seguente espressione, analoga per il punto D:

$$\boldsymbol{\tau}_C = [J]^T [T_C]^T [M_C] ([T_C] \ddot{\mathbf{X}} + [\dot{T}_C] \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{G}) \tag{116}$$

Sommando i contributi di coppia τ_C e τ_D , ricordando che le matrici di massa $[M_C]$ e $[M_D]$ sono equivalenti, si ottiene la quota parte di coppia richiesta agli attuatori per la movimentazione della piattaforma mobile:

$$\begin{aligned}\tau_{\text{piatt}} = & [J]^T ([T_C]^T [M_C] [T_C] + [T_D]^T [M_C] [T_D]) \ddot{\mathbf{X}} + \\ & + [J]^T ([T_C]^T [M_C] [\dot{T}_C] + [T_D]^T [M_C] [\dot{T}_D]) \dot{\mathbf{X}} + \\ & + [J]^T ([T_C]^T + [T_D]^T) [M_C] \mathbf{G}\end{aligned}\quad (117)$$

Allo scopo di semplificare la precedente formulazione, si definisce $[M_{\text{piatt}}]$ la seguente matrice:

$$\begin{aligned}[M_{\text{piatt}}] = & [T_C]^T [M_C] [T_C] + [T_D]^T [M_C] [T_D] = \\ = & \begin{bmatrix} 2m_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2m_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2m_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2I_c + \frac{h^2}{32} m_c \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (118)$$

Svolgendo il calcolo del secondo termine matriciale della 117, ciò che si ottiene è la matrice nulla; ne consegue che il contributo di coppia per la piattaforma non dipende dalla velocità dell'organo terminale. Per quanto riguarda infine l'ultimo termine che moltiplica il vettore gravitazionale, esso risulta pari a $2[J]^T [M_C]$. Il contributo di coppia relativo alla piattaforma mobile risulta quindi espresso dalla seguente relazione:

$$\tau_{\text{piatt}} = [J]^T [M_{\text{piatt}}] \ddot{\mathbf{X}} + 2[J]^T [M_C] \mathbf{G}\quad (119)$$

L'ultimo contributo alla coppia totale richiesta è quello relativo al carico applicato all'organo terminale, esso assume la seguente espressione:

$$\tau_l = [J]^T [M_l] (\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{G})\quad (120)$$

dove $[M_l]$ è una matrice diagonale avente come primi tre elementi la massa e in quarta colonna il momento d'inerzia del carico.

Tralasciando nella seguente formulazione i contributi di coppia legati all'accelerazione gravitazionale, la risultante finale della coppia richiesta per la movimentazione è così espressa:

$$\tau = [I_{\text{att}}][J]^{-1} + [J]^T ([M_{\text{piatt}}] + [M_l]) \ddot{\mathbf{X}} + [I_{\text{att}}][J_{\text{vel}}]^{-1} \dot{\mathbf{X}}\quad (121)$$

Tabella 2: Parametri dell'*Adept Quattro s650HTM* utilizzati per l'analisi dinamica

Parametro	Misura
i	50
m_a	1,85kg
m_c	0,24kg
m_p	3,50kg
I_{mot}	$8,11 \cdot 10^{-5} \text{kgm}^2$

APPLICAZIONE E VERIFICA SPERIMENTALE DELL'INDICE DINAMICO

5.1 INTRODUZIONE

A partire dalla trattazione generale, riportata nel capitolo 2, riguardante l'analisi delle prestazioni per un manipolatore parallelo, in questo capitolo verranno sviluppati i concetti teorici alla base degli indici dinamici e applicati al modello del robot *Adept Quattro s650HTM*, con l'obiettivo di simulare tramite *MATLAB* sia movimentazioni generiche che specifiche operazioni di *pick & place*. I risultati ottenuti verranno poi confrontati con i tempi reali di spostamento, registrati tramite prove sperimentali sull'*Adept QuattroTM*.

5.2 ADATTAMENTO DEL dDSI AL MODELLO DINAMICO DELL'A-DEPT QUATTROTM

Vengono di seguito riportate le relazioni di coppia 98 e 119, ricavate dall'analisi dinamica del robot in esame, trascurando i rispettivi contributi gravitazionali:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_{att} &= [\mathbf{I}_{att}]\ddot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\tau}_{piatt} &= [\mathbf{J}]^T [\mathbf{M}_{piatt}]\ddot{\mathbf{X}}\end{aligned}\quad (122)$$

Si consideri l'espressione che lega il vettore delle accelerazioni dei giunti a quello relativo all'organo terminale, secondo la formulazione ricavata nel paragrafo 2.5:

$$\ddot{\mathbf{q}} = [\mathbf{J}_q]^{-1} [\mathbf{M}_0]\ddot{\mathbf{X}}_t \quad (123)$$

dove la matrice $[\mathbf{M}_0]$ è così definita:

$$[\mathbf{M}_0] = [\mathbf{J}_{xt}] + \left[\frac{d[\mathbf{J}_{xt}]}{d\mathbf{X}_t} - \frac{d[\mathbf{J}_q]}{d\mathbf{q}} ([\mathbf{J}]_t^{-1})^2 \right] \cdot 2\mathbf{x}_t \quad (124)$$

Considerando la definizione 81, la matrice $[\mathbf{J}_{xt}]$ è costituita dai soli elementi legati alle tre direzioni X, Y, Z, quindi dalle prime tre colonne di $[\mathbf{J}_x]$:

$$[\mathbf{J}_{xt}] = \begin{bmatrix} x_{b_1} & y_{b_1} & z_{b_1} \\ x_{b_2} & y_{b_2} & z_{b_2} \\ x_{b_3} & y_{b_3} & z_{b_3} \\ x_{b_4} & y_{b_4} & z_{b_4} \end{bmatrix} \quad (125)$$

Ricordando la 58 (paragrafo 3.3), si osserva che gli elementi del vettore \mathbf{b}_i sono costituiti ciascuno da un'espressione di termini indipendenti dalla posizione nello spazio cartesiano, più rispettivamente la variabile x per il primo, y per il secondo e z per il terzo; nominando C_{xi} , C_{yi} , C_{zi} le tre espressioni costanti presenti in \mathbf{b}_i , la matrice $[J_{xt}]$ può essere riscritta come segue:

$$[J_{xt}] = \begin{bmatrix} x + C_{x1} & y + C_{y1} & z + C_{z1} \\ x + C_{x2} & y + C_{y2} & z + C_{z2} \\ x + C_{x3} & y + C_{y3} & z + C_{z3} \\ x + C_{x4} & y + C_{y4} & z + C_{z4} \end{bmatrix} \quad (126)$$

Derivando quindi ciascun termine rispetto al corrispondente elemento del vettore \mathbf{X}_t (come descritto nella 43), si giunge al seguente risultato:

$$\frac{d[J_{xt}]}{d\mathbf{X}_t} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (127)$$

Per quanto riguarda la derivata della matrice diagonale $[J_q]$ rispetto agli elementi del vettore \mathbf{q} , si consideri dapprima il termine generico $J_{q_i,i} = \mathbf{u}_i^T(\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i)$, con $i = 1, 2, 3, 4$, definito in 87; svolgendo i prodotti tra gli elementi di \mathbf{a}_i e \mathbf{b}_i e considerando nullo l'angolo θ di rotazione dell'*end effector*, si giunge alla formulazione in forma estesa dei quattro scalari:

$$\begin{aligned} J_{q_{1,1}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_1 \left[x \sin(q_1) + y \sin(q_1) - \sqrt{2}z \cos(q_1) + \right. \\ &\quad \left. - (l + C_{xy_1}) \sin(q_1) - \sqrt{2}C_z \cos(q_1) \right] \\ J_{q_{2,2}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_2 \left[-x \sin(q_2) + y \sin(q_2) - \sqrt{2}z \cos(q_2) + \right. \\ &\quad \left. - C_{xy_2} \sin(q_2) - \sqrt{2}C_z \cos(q_2) \right] \\ J_{q_{3,3}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_3 \left[-x \sin(q_3) - y \sin(q_3) - \sqrt{2}z \cos(q_3) + \right. \\ &\quad \left. - C_{xy_3} \sin(q_3) - \sqrt{2}C_z \cos(q_3) \right] \\ J_{q_{4,4}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_4 \left[x \sin(q_4) - y \sin(q_4) - \sqrt{2}z \cos(q_4) + \right. \\ &\quad \left. - (l + C_{xy_4}) \sin(q_4) - \sqrt{2}C_z \cos(q_4) \right] \end{aligned} \quad (128)$$

Per semplificare la trattazione, si sono raccolti i termini ricorrenti

nelle quattro equazioni con le costanti C_{xy_i} e C_z , queste risultano definite come segue:

$$\begin{aligned} C_{xy_i} &= \Delta h_i + \Delta l_i + \frac{h}{2} - \sqrt{2}p \\ C_z &= z_{off1} + z_{off2} \end{aligned} \quad (129)$$

A questo punto è possibile derivare rispetto al tempo le quattro espressioni ottenute, si ricava quindi la diagonale della derivata temporale di $[J_q]$:

$$\begin{aligned} \dot{J}_{q_{1,1}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_1 \left[(\dot{x} + \dot{y}) \sin(q_1) - \sqrt{2} \dot{z} \cos(q_1) + \right. \\ &\quad \left. + (x + y - l - C_{xy_1}) \cos(q_1) \dot{q}_1 + \sqrt{2} (z + C_z) \sin(q_1) \dot{q}_1 \right] \\ \dot{J}_{q_{2,2}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_2 \left[(-\dot{x} + \dot{y}) \sin(q_2) - \sqrt{2} \dot{z} \cos(q_2) + \right. \\ &\quad \left. + (-x + y - C_{xy_2}) \cos(q_2) \dot{q}_2 + \sqrt{2} (z + C_z) \sin(q_2) \dot{q}_2 \right] \\ \dot{J}_{q_{3,3}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_3 \left[(-\dot{x} - \dot{y}) \sin(q_3) - \sqrt{2} \dot{z} \cos(q_3) + \right. \\ &\quad \left. + (-x - y - C_{xy_3}) \cos(q_3) \dot{q}_3 + \sqrt{2} (z + C_z) \sin(q_3) \dot{q}_3 \right] \\ \dot{J}_{q_{4,4}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_4 \left[(\dot{x} - \dot{y}) \sin(q_4) - \sqrt{2} \dot{z} \cos(q_4) + \right. \\ &\quad \left. + (x - y - l - C_{xy_4}) \cos(q_4) \dot{q}_4 + \sqrt{2} (z + C_z) \sin(q_4) \dot{q}_4 \right] \end{aligned} \quad (130)$$

La matrice così composta risulta dipendente non solo dalle variabili \dot{q}_i , ma anche dalle velocità che caratterizzano il vettore $\dot{\mathbf{X}}$. Riscrivendo in forma estesa la prima delle 4 si ottiene la relazione seguente:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{1,1} & J_{1,2} & J_{1,3} & J_{1,4} \\ J_{2,1} & J_{2,2} & J_{2,3} & J_{2,4} \\ J_{3,1} & J_{3,2} & J_{3,3} & J_{3,4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{Bmatrix} \quad (131)$$

Sostituendo nella 130 i termini \dot{x} , \dot{y} , \dot{z} con i prodotti tra le rispettive righe della jacobiana e il vettore delle velocità dei giunti, si giunge a una matrice equivalente a $[\dot{J}_q]$, in cui ciascun termine della diagonale dipende da tutti e quattro gli elementi di $\dot{\mathbf{q}}$. Facendo riferimento alla formulazione iniziale 41, si può quindi riscrivere il primo termine al secondo membro come prodotto tra una matrice di dimensione 4×4 , non più diagonale, e un vettore contenente le variabili \dot{q}_i al quadrato:

$$\frac{d[J_q]}{dt} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} J'_{q_{1,1}} & J'_{q_{1,2}} & J'_{q_{1,3}} & J'_{q_{1,4}} \\ J'_{q_{2,1}} & J'_{q_{2,2}} & J'_{q_{2,3}} & J'_{q_{2,4}} \\ J'_{q_{3,1}} & J'_{q_{3,2}} & J'_{q_{3,3}} & J'_{q_{3,4}} \\ J'_{q_{4,1}} & J'_{q_{4,2}} & J'_{q_{4,3}} & J'_{q_{4,4}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \\ \dot{q}_3^2 \\ \dot{q}_4^2 \end{Bmatrix} \quad (132)$$

La matrice al secondo membro della precedente equazione viene denominata $d[J_q]/dq$; i suoi elementi si ricavano sostituendo la 131 nella 130:

$$\begin{aligned}
J'_{q_{1,1}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_1 \left[J_{1,1} \sin(q_1) + J_{2,1} \sin(q_1) - J_{3,1} \sqrt{2} \cos(q_1) + \right. \\
&\quad \left. + (x + y - l - C_{xy_1}) \cos(q_1) + \sqrt{2}(z + C_z) \sin(q_1) \right] \\
J'_{q_{2,2}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_2 \left[-J_{1,2} \sin(q_2) + J_{2,2} \sin(q_2) - J_{3,2} \sqrt{2} \cos(q_2) + \right. \\
&\quad \left. + (-x + y - C_{xy_2}) \cos(q_2) + \sqrt{2}(z + C_z) \sin(q_2) \right] \\
J'_{q_{3,3}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_3 \left[-J_{1,3} \sin(q_3) - J_{2,3} \sin(q_3) - J_{3,3} \sqrt{2} \cos(q_3) + \right. \\
&\quad \left. + (-x - y - C_{xy_3}) \cos(q_3) + \sqrt{2}(z + C_z) \sin(q_3) \right] \\
J'_{q_{4,4}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_4 \left[J_{1,4} \sin(q_4) - J_{2,4} \sin(q_4) - J_{3,4} \sqrt{2} \cos(q_4) + \right. \\
&\quad \left. + (x - y - l - C_{xy_4}) \cos(q_4) + \sqrt{2}(z + C_z) \sin(q_4) \right]
\end{aligned} \tag{133}$$

Le espressioni sopra riportate rappresentano gli elementi che compongono la diagonale della matrice in esame; per quanto riguarda invece il termine generico $J'_{q_{i,j}}$, collocato all'esterno della diagonale principale e corrispondente alla i -esima riga e j -esima colonna, con $i, j = 1, \dots, 4$ e $i \neq j$, esso assume la forma seguente:

$$J'_{q_{i,j}} = \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \left[\rho_i \cdot J_{1,j} \sin(q_i) + \sigma_i \cdot J_{2,j} \sin(q_i) - J_{3,j} \sqrt{2} \cos(q_i) \right] \tag{134}$$

dove ρ_i e σ_i sono due funzioni di segno così definite:

$$\rho_i = \begin{cases} 1, & \text{se } i = 1, 4 \\ -1, & \text{se } i = 2, 3 \end{cases}, \quad \sigma_i = \begin{cases} 1, & \text{se } i = 1, 2 \\ -1, & \text{se } i = 3, 4 \end{cases} \tag{135}$$

A questo punto si è ricavata la matrice $[M_0]$ in tutti i suoi elementi. A partire dalle relazioni di coppia riportate a inizio paragrafo, la risultante dei contributi dinamici per il manipolatore in esame si può esprimere con la seguente equazione:

$$\boldsymbol{\tau} = [I_{att}] [J_q]^{-1} [M_0] \ddot{\mathbf{X}}_t + [J]_t^T [M_{piatt}]_t \ddot{\mathbf{X}}_t \tag{136}$$

dove $[M_{piatt}]_t$, di dimensione 3×3 , è la matrice di massa dell'*end effector* relativa ai soli contributi inerziali di traslazione, mentre $[J]_t$ è la matrice pseudoinversa di $[J]_t^{-1}$, nota dalla risoluzione della cinematica inversa e limitata ai contributi di traslazione.¹

Separando nella 124 il primo addendo, calcolato puntualmente e rappresentato dalla matrice $[J_{xt}]$, dai termini legati allo spostamento, si

¹ Essendo $[J]_t^{-1}$ di dimensione 4×3 , la sua pseudoinversa è

$$[J]_t = \left([J]_t^{-T} [J]_t^{-1} \right)^{-1} \cdot [J]_t^{-T}.$$

ottiene una formulazione equivalente operativamente più funzionale:

$$\boldsymbol{\tau} = ([I_{att}][J]_t^{-1} + [J]_t^T [M_{piatt}]_t) \ddot{\mathbf{X}}_t + ([I_{att}][J_q]^{-1} [M_1]) \ddot{\mathbf{X}}_t \quad (137)$$

dove si definisce $[M_1]$ la seguente matrice 4×3 :

$$[M_1] = \left[\frac{d[J_{xt}]}{d\mathbf{X}_t} - \frac{d[J_q]}{d\mathbf{q}} ([J]_t^{-1})^2 \right] \cdot 2x_l \quad (138)$$

Con l'espressione della coppia così ricavata, è possibile osservare come il contributo dinamico locale del primo termine, riconducibile alla relazione 30 del paragrafo 2.4, venga ampliato dalla presenza della matrice $[M_1]$, che rappresenta la quota parte di inerzia variabile con la velocità. Questi due contributi vengono considerati distinti anche nella formulazione dell'indice vero e proprio; denominando $[M_{I,cost}]$ e $[M_{I,var}]$ rispettivamente la prima e la seconda matrice moltiplicate per il vettore $\ddot{\mathbf{X}}_t$, la 137 si può riscrivere in forma compatta:

$$\boldsymbol{\tau} = [M_{I,cost}] \ddot{\mathbf{X}}_t + [M_{I,var}] \ddot{\mathbf{X}}_t \quad (139)$$

Considerando una traiettoria d'analisi lungo una generica direzione R , valgono le definizioni seguenti:

$$\begin{aligned} [M_{I,cost}][R] &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{I,cR_x} | \mathbf{M}_{I,cR_y} | \mathbf{M}_{I,cR_z} \end{bmatrix} \\ [M_{I,var}][R] &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{I,vR_x} | \mathbf{M}_{I,vR_y} | \mathbf{M}_{I,vR_z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (140)$$

Si ottiene quindi l'espressione finale del dDSI associata al robot in esame:

$$dDSI_R = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{M}_{I,cR_x}^T \cdot \mathbf{M}_{I,cR_x} + \sqrt{\mathbf{M}_{I,vR_x}^T \cdot \mathbf{M}_{I,vR_x}}} \quad (141)$$

Si considerino, come esempio, due spostamenti orizzontali lungo l'asse y , a quota $z = -900\text{mm}$: entrambi di lunghezza pari a $L_m = 400\text{mm}$, con i punti di partenza rispettivamente in $y = -500\text{mm}$ e in $y = 100\text{mm}$ (in figura 14 è riportata una rappresentazione tridimensionale dei movimenti nello spazio di lavoro). Di seguito sono riportati gli andamenti dei valori puntuali del dDSI lungo y (i singoli valori sono calcolati ogni 5mm); in particolare, in figura 15 sono rappresentati, punto per punto, i moduli dei vettori \mathbf{M}_{I,cR_x} e \mathbf{M}_{I,vR_x} in funzione di y . Il terzo grafico di figura 15, infine, descrive l'andamento dell'indice finale, dato dalla somma dei due contributi raffigurati e calcolato secondo l'espressione 141. E' possibile notare come entrambi i contributi che vanno a definire l'indice finale risultino simmetrici rispetto a z ; risulta quindi invariato il dDSI medio (raffigurato in colore blu) su due movimenti di pari lunghezza, con verso uguale o contrario, eseguiti su semiassi opposti.

Spostamento nello spazio di lavoro

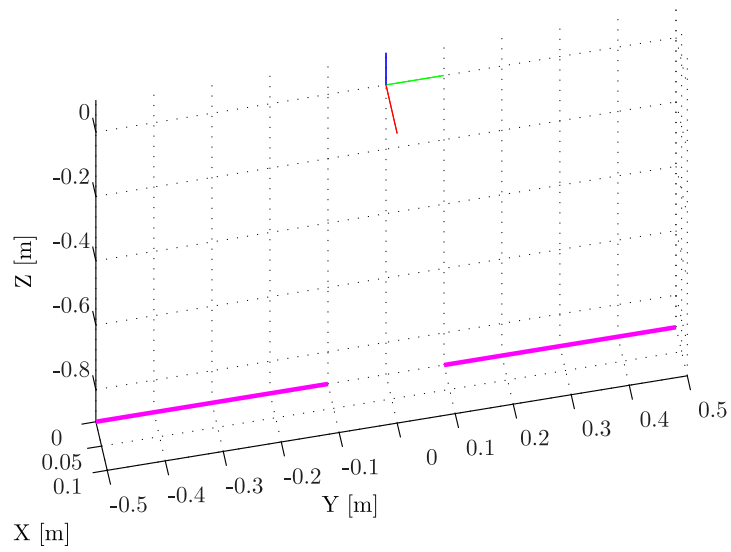


Figura 14: Grafico relativo a due spostamenti di 400mm lungo l'asse y; piano $z = -900\text{mm}$

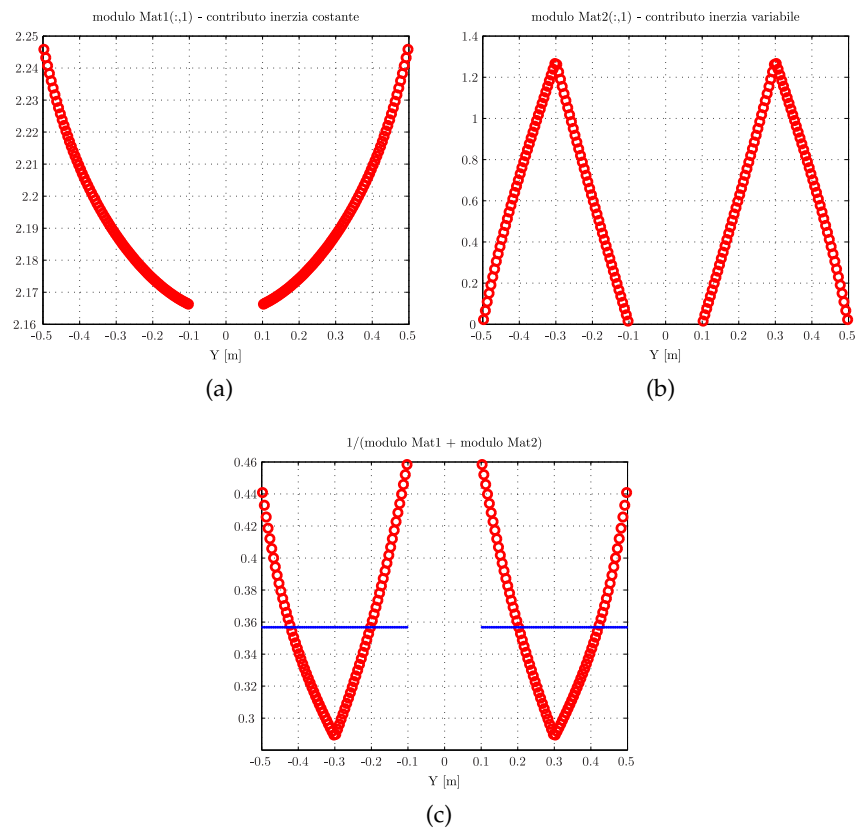


Figura 15: Andamenti lungo y del modulo del vettore M_{I,cR_x} (a), di M_{I,vR_x} (b) e del dDSI (in blu il valore medio) (c), relativi a due spostamenti di 400mm; piano $z = -900\text{mm}$

5.3 DESCRIZIONE DELLA TECNICA DI INDAGINE TEORICA E SPERIMENTALE

Al fine di verificare la validità della tecnica di valutazione delle prestazioni finora trattata, sono stati eseguiti dei test sperimentali sul robot parallelo *Adept Quattro*TM. L'obiettivo delle prove consiste nella ripetizione di un movimento, di lunghezza e direzione predefinite, in aree diverse dello spazio di lavoro, in modo da associare ad ogni *task* il corrispondente tempo di movimentazione. Ciascuno degli spostamenti di prova fa riferimento a un determinato punto di indagine, identificabile con il punto medio del segmento stesso. Perché i risultati teorici siano confrontabili con i dati ottenuti sperimentalmente, è fondamentale che la mappatura dello spazio di lavoro, ossia la modalità con cui vengono disposti i punti di indagine, rimanga invariata dalla simulazione in *MATLAB* alla programmazione in linguaggio *Adept V+*.

Le prime prove effettuate corrispondono a movimenti sul piano orizzontale paralleli all'asse x ; si è deciso di analizzare lo spazio di lavoro, descritto nel paragrafo 3.2, tramite 3888 punti d'indagine, 432 per ciascun piano. Si è scelto infatti di suddividere il volume del *work space* in nove piani perpendicolari all'asse z , con una distanza reciproca pari a 50mm: il primo collocato a quota $z = -800\text{mm}$, l'ultimo in $z = -1200\text{mm}$. I punti medi dei segmenti di analisi vengono disposti in modo circolare sul singolo piano, definendo dodici circonferenze concentriche, con distanza radiale reciproca di misura Δr . Per ciascuna di esse viene fissato un punto di indagine ogni 10° , in modo da ottenere 36 rilevamenti per circonferenza. Considerando, per il robot in esame, l'offset dell'organo terminale rispetto al centro di simmetria (figura 6), il punto centrale delle circonferenze di simulazione ha coordinate (x_{cr}, y_{cr}) , definite come segue:

$$\begin{cases} x_{cr} = \frac{l + l_1 - l_2}{2} \\ y_{cr} = 0 \end{cases} \quad (142)$$

Si consideri un generico movimento di test di lunghezza L_m , con punto medio di coordinate (x_{rp}, y_{rp}, z_{rp}) ; coerentemente alla rappresentazione dello spazio di lavoro di figura 7, per ciascun piano viene stabilito un raggio massimo di raggiungibilità, r_{max} , in modo da rendere eseguibile l'intero spostamento per tutte le dodici circonferenze. Tali valori limite sono riportati in tabella 3.

E' possibile a questo punto definire la distanza radiale Δr tra le circonferenze, essa dipende dal piano in cui si sta eseguendo il test e dalla lunghezza del *task*:

$$\Delta r = \frac{r_{max}(z) - \frac{1}{2} \cdot L_m}{12} \quad (143)$$

Tabella 3: Raggi massimi stabiliti per piano di indagine orizzontale

z [mm]	r_{max} [mm]
-800	600
-850	600
-900	600
-950	600
-1000	600
-1050	550
-1100	450
-1150	400
-1200	325

Le coordinate del generico punto di indagine relativo al test sul piano orizzontale sono così definite:

$$\begin{cases} x_{rp_{u,w}} = x_{cr} + w \cdot \Delta r \cos(u \cdot \frac{\pi}{18}) \\ y_{rp_{u,w}} = w \cdot \Delta r \sin(u \cdot \frac{\pi}{18}) \\ z_{rp_{u,w}} = z \end{cases} \quad (144)$$

dove $u = 1, \dots, 36$ indica l'arco associato al punto d'analisi e $w = 1, \dots, 12$ la circonferenza in esame. Lo spazio di lavoro viene sondato dal piano a quota maggiore ($z = -800\text{mm}$) a quello ad altezza inferiore ($z = -1200\text{mm}$); per ciascuno dei nove piani vengono simulati ed eseguiti i movimenti, in senso orario, dalla circonferenza di indagine più piccola a quella di raggio maggiore. In figura 16 sono riportate, come esempio, le schematizzazioni dei punti di indagine relative ai primi cinque piani analizzati, in cui è stato simulato un movimento rispettivamente di lunghezza $L_m = 60\text{mm}$ e $L_m = 200\text{mm}$.

Per la validazione dell'indice dinamico lungo il piano verticale, è stato applicato un metodo diverso per la dispersione delle misure. In questo caso si è considerato il piano xOz in corrispondenza di $y = 0$, dove è possibile sondare il diametro dello spazio di lavoro nella sua interezza. I movimenti di test considerati hanno direzione parallela all'asse z e vengono centrati in 360 punti di indagine, a loro volta suddivisi su dodici righe e trenta colonne. Al fine di garantire l'analisi per uno spostamento di lunghezza generica L_m , sono definiti cinque intervalli lungo z , a ognuno dei quali viene associata un'ampiezza massima in direzione x , di misura A_{max} , per la dispersione dei punti. I valori di tali intervalli sono riportati in tabella 4. E' possi-

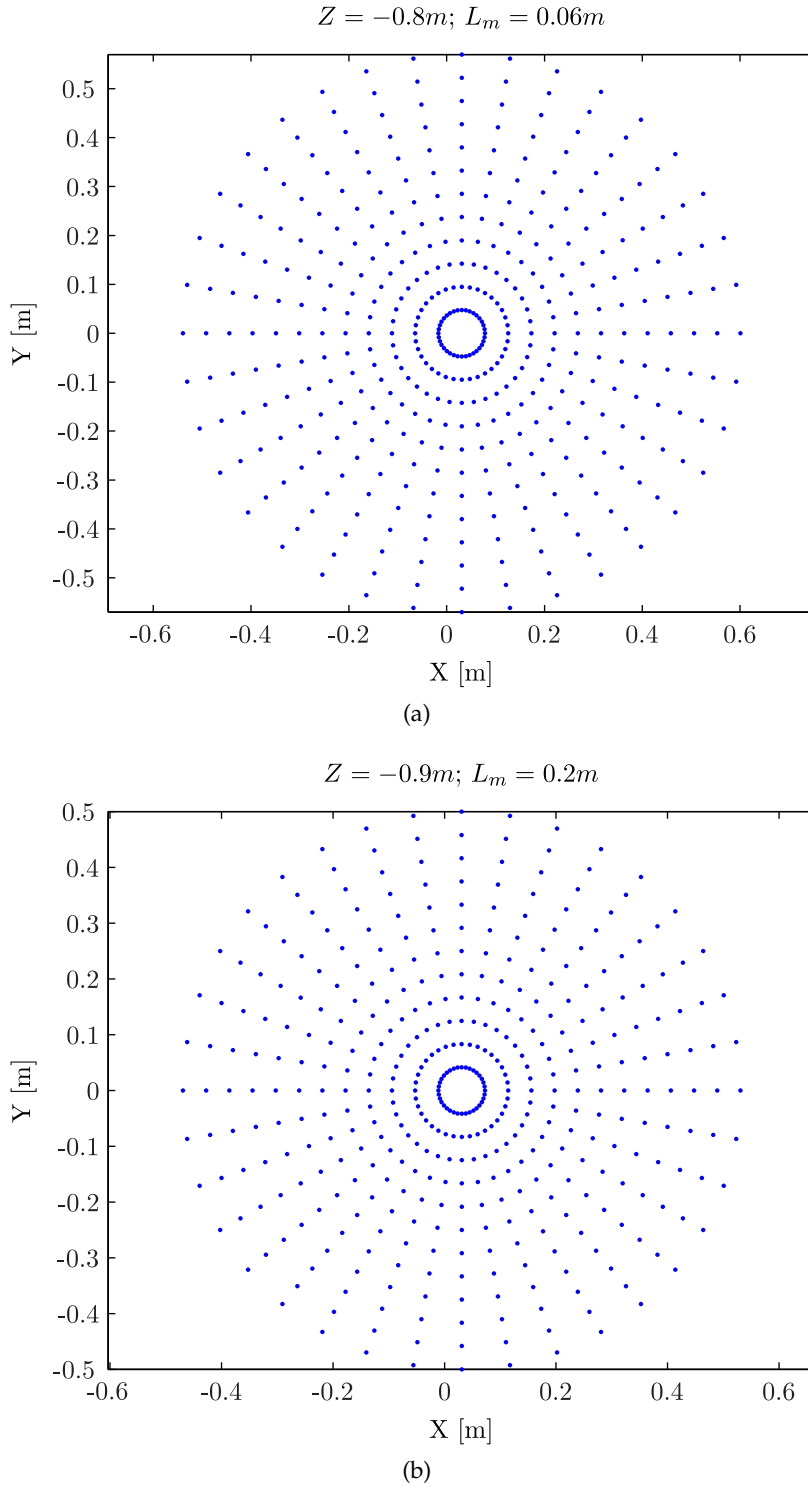


Figura 16: Punti di indagine relativi ai piani compresi tra $z = -800\text{mm}$ e $z = -1000\text{mm}$; movimento di test di lunghezza $L_m = 60\text{mm}$ (a) e $L_m = 200\text{mm}$ (b)

bile quindi definire le distanze tra i punti di indagine in direzione x e z , denominate rispettivamente Δx e Δz :

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{A_{\max}(z)}{30} \\ \Delta z &= \frac{(1200 - 800) - \frac{1}{2} \cdot L_m}{12} \end{aligned} \quad (145)$$

Tabella 4: Ampiezze massime stabilite per intervalli di indagine lungo z

Range in z [mm]	A_{max} [mm]
$-1000 < z < -800$	1200
$-1050 < z < -1000$	1100
$-1100 < z < -1050$	1000
$-1150 < z < -1100$	800
$-1200 < z < -1150$	700

Le coordinate del generico punto di indagine relativo al test sul piano verticale risultano infine così definite:

$$\begin{cases} x_{rp,v,k} = x_{cr} - \frac{A_{max}(z)}{2} + k \cdot \Delta x \\ y_{rp,v,k} = 0 \\ z_{rp,v,k} = -800 - \frac{L_m}{2} - v \cdot \Delta z \end{cases} \quad (146)$$

dove $v = 1, \dots, 12$ è la variabile associata alla riga analizzata e $k = 1, \dots, 30$ indica la colonna della matrice di mappatura. Il piano verticale, posto al centro dello spazio di lavoro, viene sondato dal limite superiore a quello inferiore, dai punti collocati nel semiasse delle x negative a quelli relativi alle x positive. Un esempio di mappatura verticale, corrispondente a movimenti di test di lunghezza $L_m = 40\text{mm}$, è riportato in figura 17.

5.4 METODO DI RACCOLTA E RAPPRESENTAZIONE DEI DATI

Una volta definita la lunghezza L_m del movimento di test e localizzati i singoli punti di indagine all'interno dello spazio di lavoro, per ciascuno di essi vengono eseguiti due tipi di acquisizione:

- la misura del tempo di movimentazione reale, da un'estremità all'altra del segmento di test, tramite il software $V+$ di *Adept*;
- il calcolo, attraverso il simulatore in codice *MATLAB*, dell'indice dinamico punto per punto lungo lo spostamento.

Per la trattazione seguente si considerino le prove sui piani orizzontali, per le quali sono stati testati movimenti di lunghezza diversa; viene applicato un procedimento analogo per acquisire i dati lungo il piano $y = 0$.

Per quanto riguarda la misura dei tempi di movimentazione reali, tramite il programma *mapping*, scritto ed eseguito in codice $V+$ e riportato in appendice, è stata eseguita una mappatura dello spazio di lavoro con movimenti di lunghezza $L_m = 60\text{mm}$, $L_m = 200\text{mm}$, $L_m = 305\text{mm}$. Per rendere apprezzabili le variazioni delle prestazioni

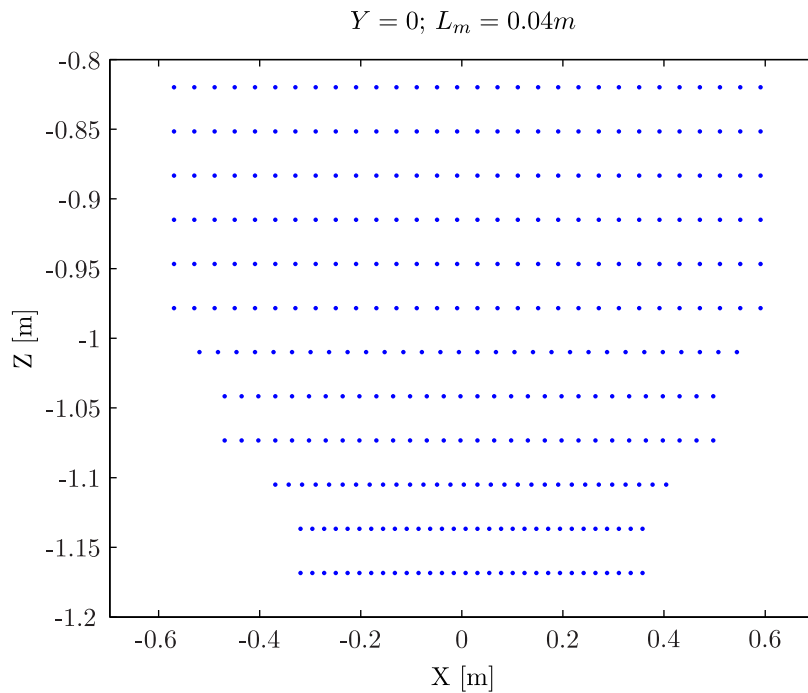


Figura 17: Punti di indagine relativi al piano $Y = 0$; movimento di test di lunghezza $L_m = 40\text{mm}$

nelle diverse zone di indagine, si è deciso di ripetere più di una volta gli spostamenti per ciascun punto (le cui coordinate sono definite secondo la 144); fissate nel sistema di riferimento assoluto le coordinate della locazione di partenza, data dalla differenza in x tra il punto medio e metà lunghezza L_m , e quelle di arrivo, sono stati effettuati cinque cicli di andata e ritorno per i *task* di 60mm, tre cicli per quelli di 200mm e 305mm. Attraverso la funzione *TIMER* si sono misurati, per ciascun punto di indagine, i tempi relativi ai rispettivi cicli di movimentazione. Per ognuno dei nove piani, i dati così ottenuti vengono salvati in una matrice di dimensione 36×12 , a sua volta passata al programma *results*, con la funzione di salvare ordinatamente i dati in un file di testo.

Per il calcolo dell'indice teorico viene eseguito, tramite *MATLAB*, il file *mapping.m*, che richiama a sua volta il programma *dtpi_index.m* per ciascuna terna di coordinate (x_{rp}, y_{rp}, z_{rp}) . Per mezzo di quest'ultimo file vengono risolte puntualmente la cinematica inversa di posizione (*pos.m*) e di velocità (*vel.m*), determinando quindi il valore dell'indice dinamico secondo la formulazione descritta nel paragrafo 5.2. Tale procedimento viene ripetuto a una distanza pari a $l_i = 5\text{mm}$ lungo il singolo movimento di prova, ottenendo un numero $n = L_m/l_i$ di rilevamenti. Il generico valore salvato nella matrice di mappatura,

di dimensioni analoghe a quella contenente i tempi reali, è calcolato nel modo seguente:

$$dTPI_{u,w} = \frac{\sum_{i=1}^n dDSI_i}{n} \quad (147)$$

dove dTPI è l'acronimo di *dynamic Task-Dependent Performance Index*. Tale procedimento viene ripetuto per ciascuno dei nove piani in cui è stato suddiviso lo spazio di lavoro, e per ognuno di essi viene generato il file di testo corrispondente.

Una volta organizzati i dati, sperimentali e teorici, all'interno delle rispettive matrici di mappatura, i nove file così ottenuti vengono caricati dal programma *grafico.m* e salvati in un'unica matrice tridimensionale. Per la visualizzazione dei risultati, si esegue con *MATLAB* un'interpolazione lineare dei punti analizzati, ricavando, per ciascun piano, delle curve di livello riportate su un diagramma bidimensionale. Di seguito sono riportati, come esempio, alcuni diagrammi relativi a risultati sperimentali di mappatura per movimenti di 60mm (figura 18 e 19) e 200mm (figura 20 e 21); coerentemente con la modalità di analisi teorica, per la costruzione dei diagrammi sono stati inseriti i valori inversi dei tempi misurati. Grazie quindi alle isoipse, è immediato individuare le aree del piano di lavoro in cui il manipolatore opera più o meno agevolmente.

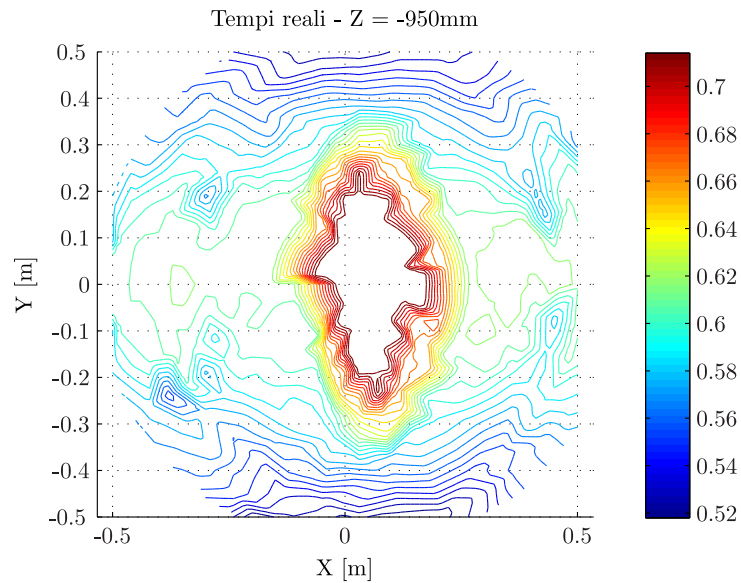


Figura 18: Diagramma relativo ai risultati sperimentali; piano $z = -950\text{mm}$ e movimento di test di lunghezza $L_m = 60\text{mm}$

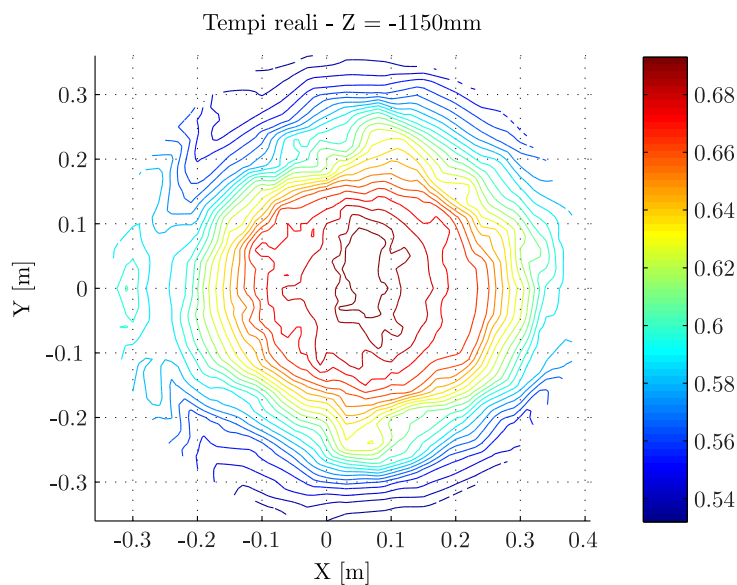


Figura 19: Diagramma relativo ai risultati sperimentali;
piano $z = -1150\text{mm}$ e movimento di test di lunghezza
 $L_m = 60\text{mm}$

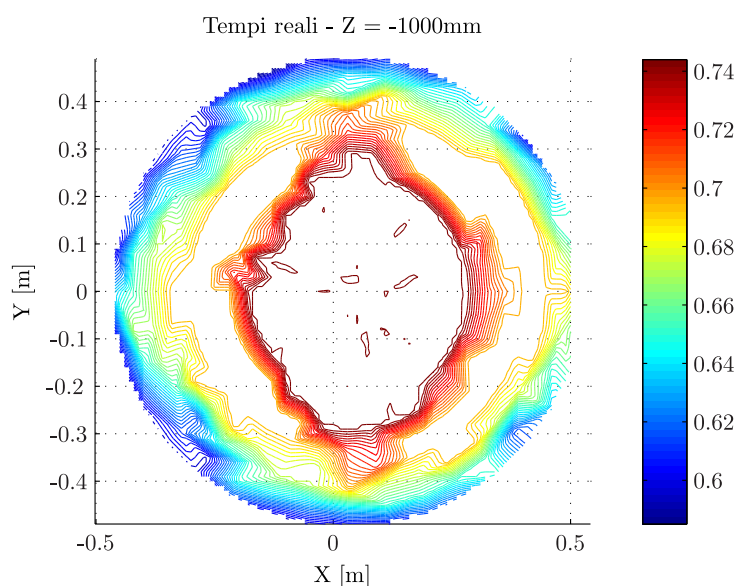


Figura 20: Diagramma relativo ai risultati sperimentali;
piano $z = -1000\text{mm}$ e movimento di test di lunghezza
 $L_m = 200\text{mm}$

5.5 CONFRONTO TRA MAPPATURA TEORICA E SPERIMENTALE DELLO SPAZIO DI LAVORO

In questo paragrafo sono riportati alcuni diagrammi relativi alle mappe dello spazio di lavoro dell'*Adept Quattro*TM. Le curve di livello ottenute sono state divise per piano di indagine e per misura dello spostamento di test; è possibile quindi confrontare l'andamento del-

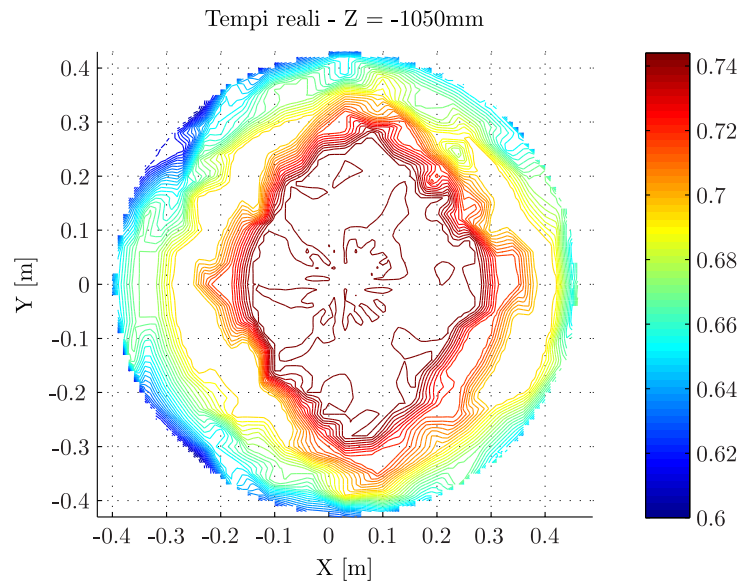


Figura 21: Diagramma relativo ai risultati sperimentali;
piano $z = -1050\text{mm}$ e movimento di test di lunghezza
 $L_m = 200\text{mm}$

l'indice teorico, calcolato tramite simulazione, con le prestazioni reali del manipolatore.

Si ricordano di seguito le ipotesi teoriche e le condizioni operative che caratterizzano le prove effettuate:

- per la mappatura orizzontale, i piani in cui è stato diviso lo spazio di lavoro sono sondati attraverso spostamenti in direzione parallela all'asse delle ascisse (le isoipse teoriche sono ricavate dall'interpolazione dei singoli valori di $dTPI_x$);
- per l'analisi lungo il piano verticale (di coordinate $y = 0$) gli spostamenti di test hanno direzione parallela all'asse delle ordinate (le isoipse teoriche sono ricavate dall'interpolazione dei singoli valori di $dTPI_z$);
- nel procedimento di calcolo dell'indice dinamico sono trascurati i contributi di coppia legati all'accelerazione di gravità;
- le movimentazioni sono eseguite in assenza di carico, coerentemente con le ipotesi definite per la simulazione;
- per ciascun punto di indagine si eseguono tre cicli di movimentazione (ognuno composto da uno spostamento di andata e uno di ritorno) per i *task* di 200mm e 305mm, cinque cicli per quelli di 60mm e 40mm (analisi verticale);
- i dati sperimentali raccolti sono rappresentati con l'inverso dei valori di tempo acquisiti.

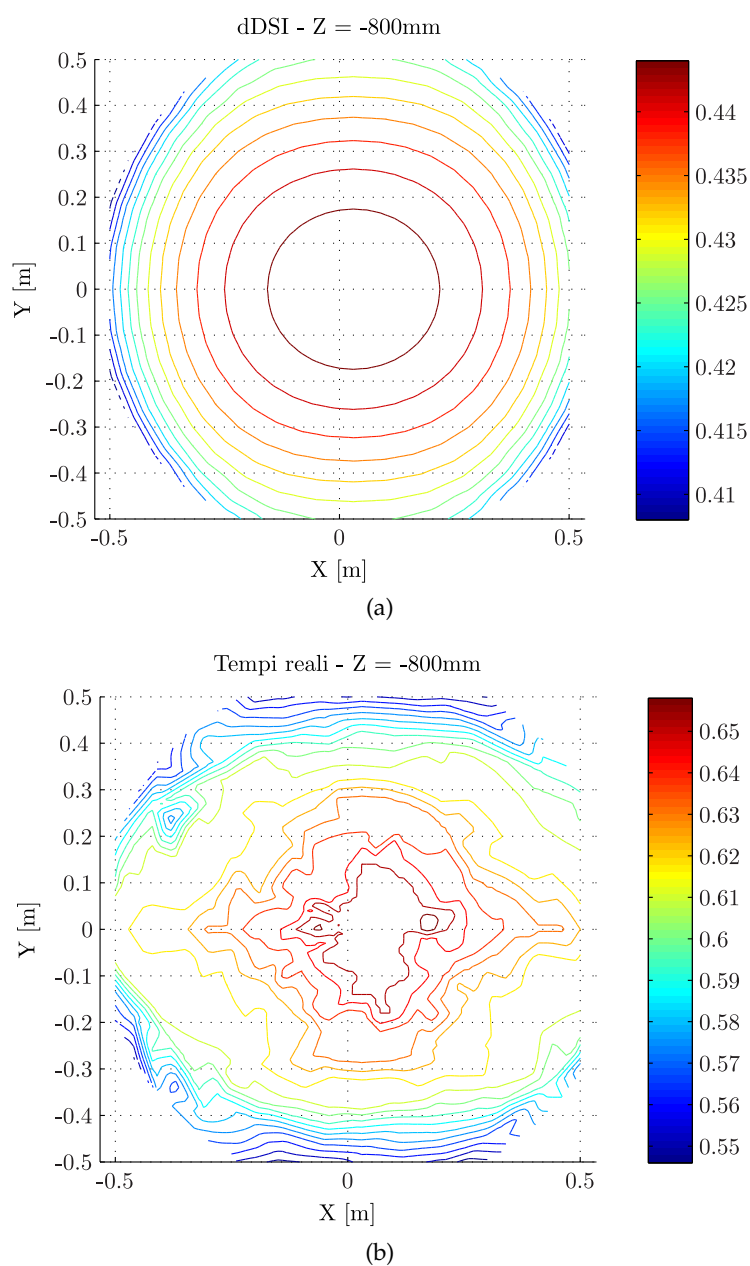


Figura 22: Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -800\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 60\text{mm}$

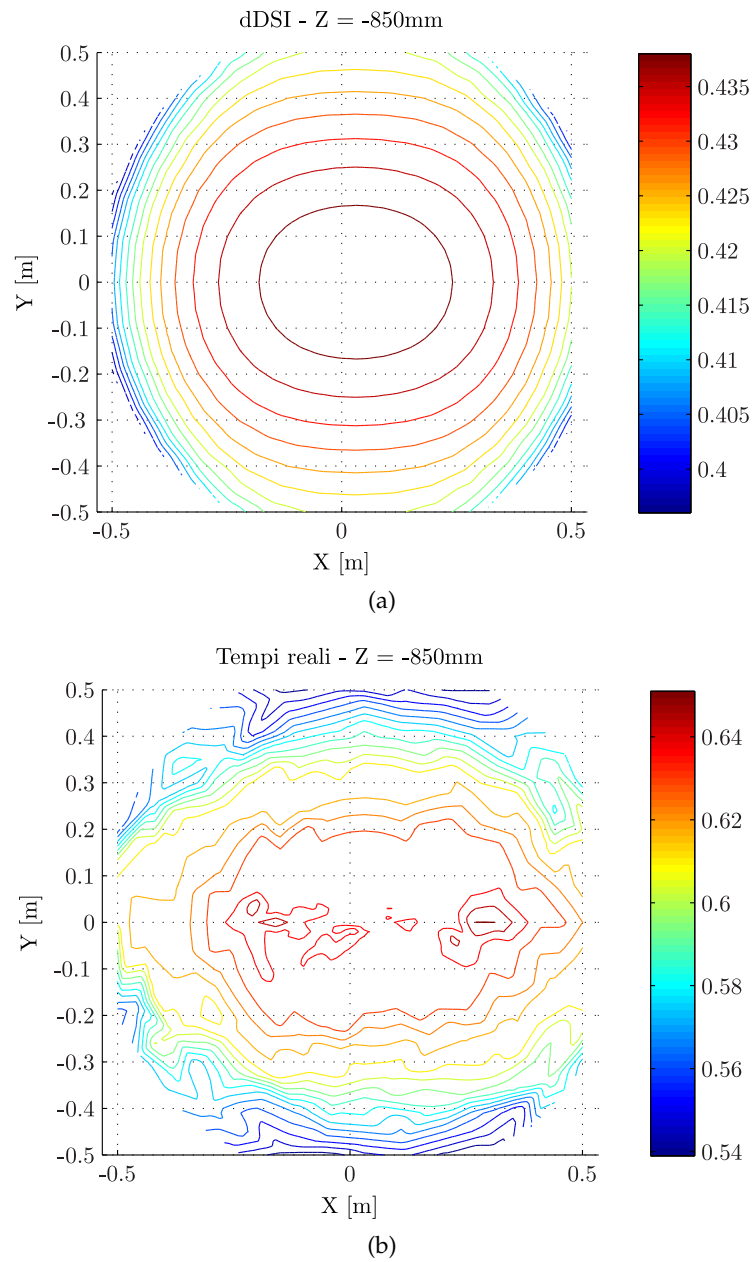


Figura 23: Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -850\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 60\text{mm}$

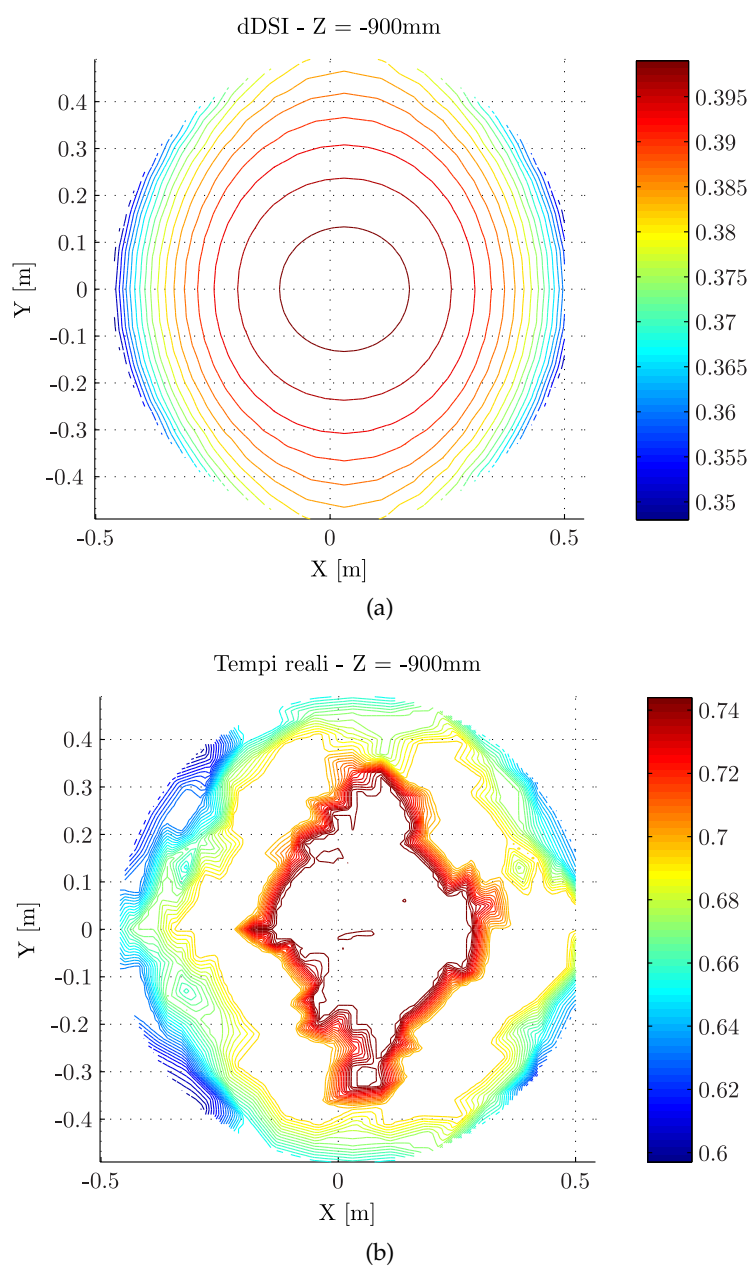


Figura 24: Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -900\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 200\text{mm}$

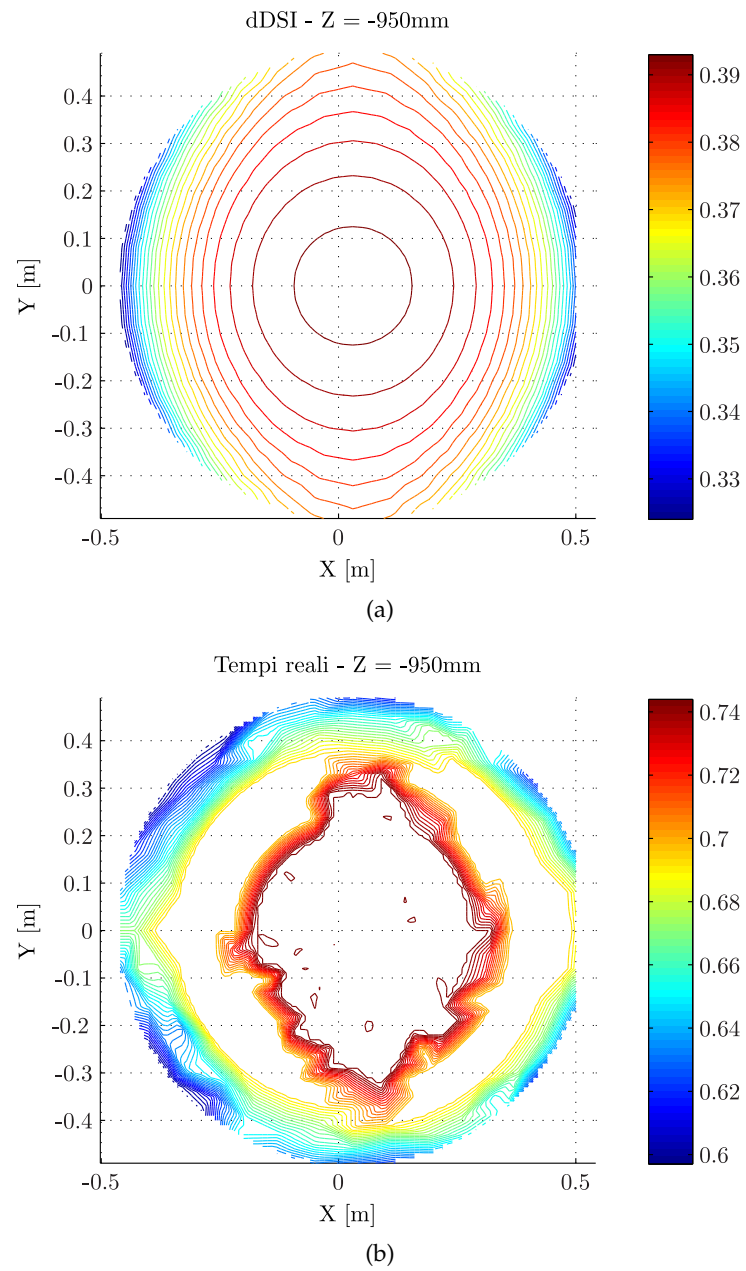


Figura 25: Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -950\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 200\text{mm}$

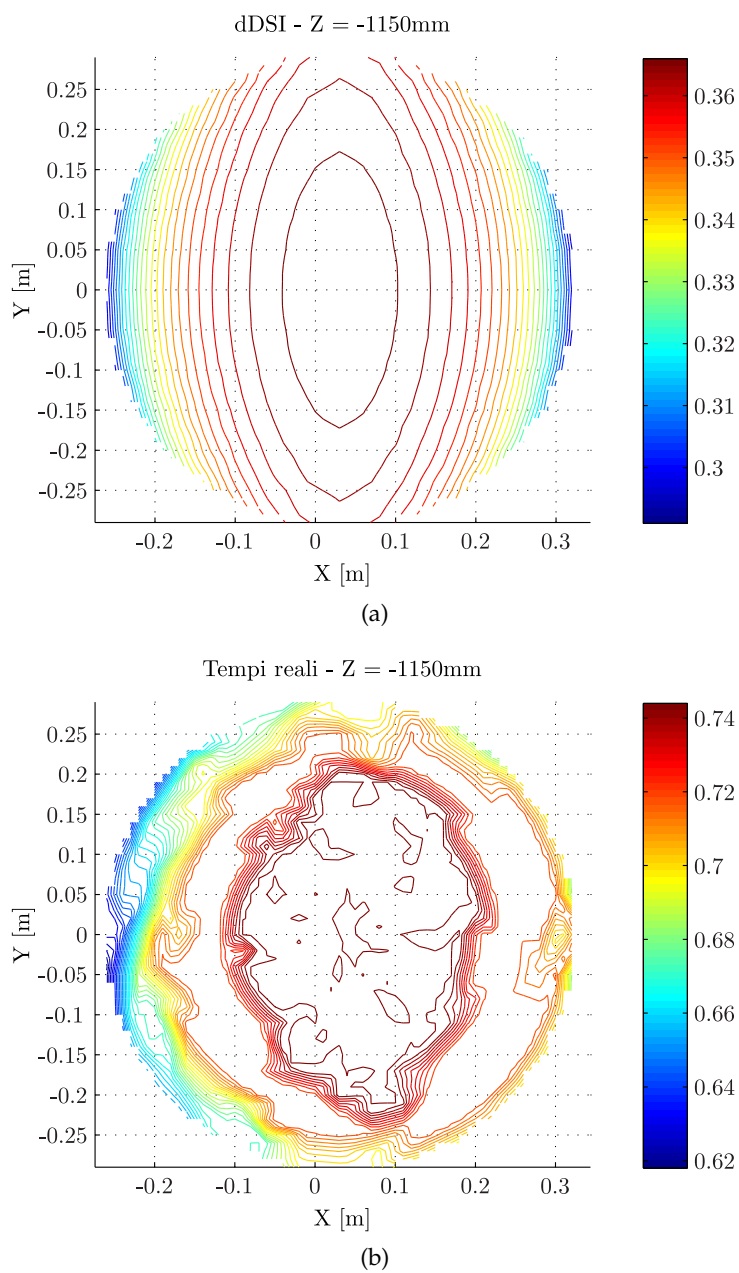


Figura 26: Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -1150\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 200\text{mm}$

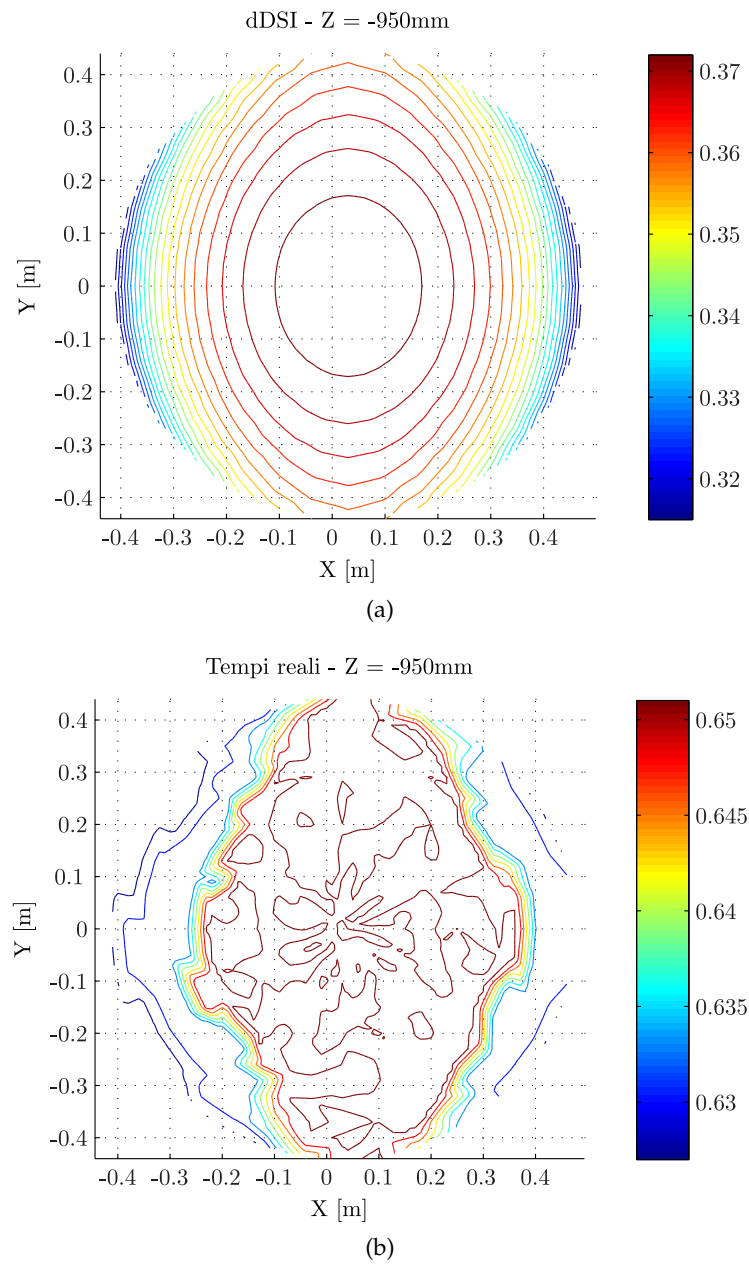


Figura 27: Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -950\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 305\text{mm}$

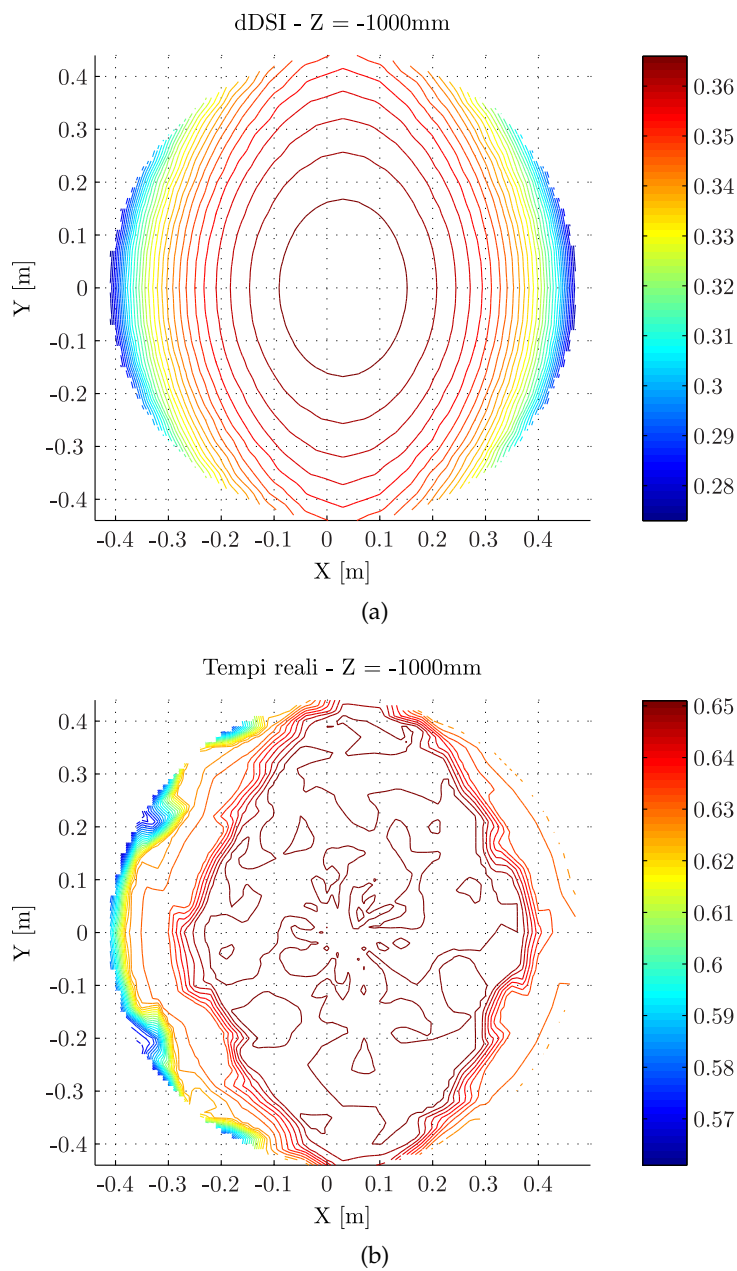


Figura 28: Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $z = -1000\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 305\text{mm}$

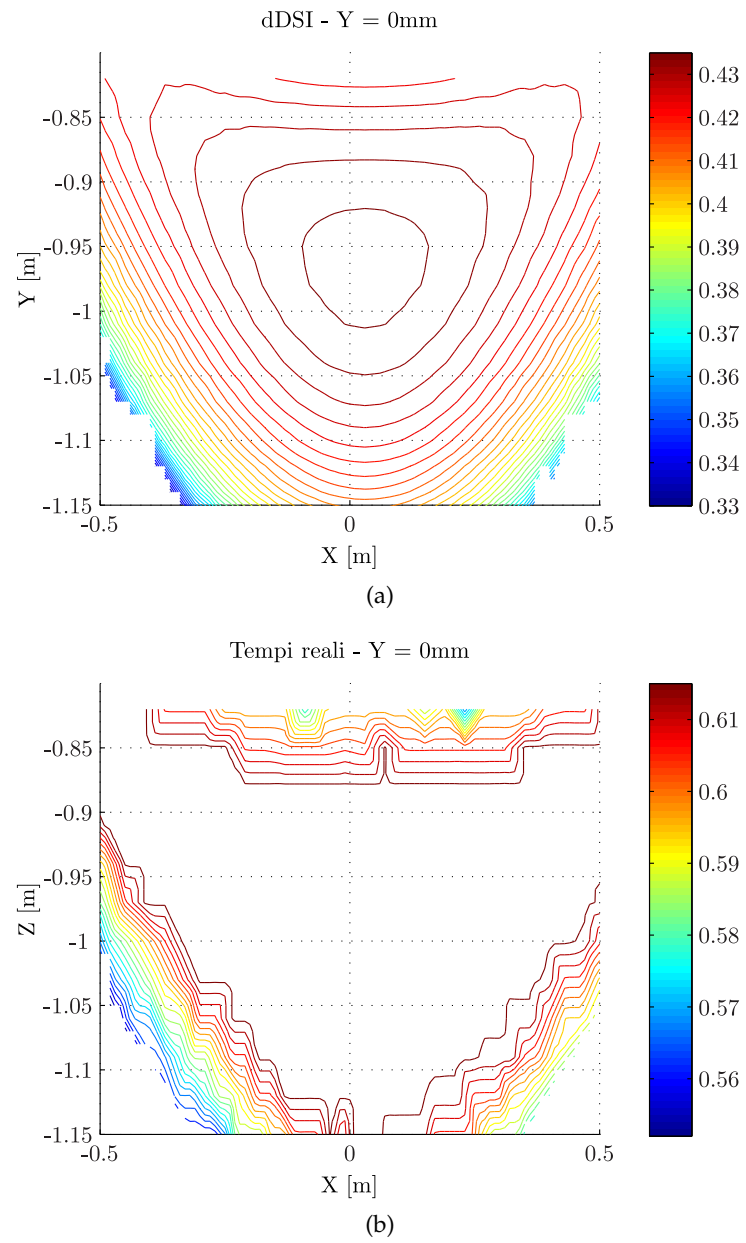


Figura 29: Confronto tra i risultati dell'analisi teorica (a) e delle prove sperimentali (b); piano di indagine $y = 0\text{mm}$, movimento di test di lunghezza $L_m = 40\text{mm}$

5.6 VALIDAZIONE DEL dTPI IN APPLICAZIONI PICK & PLACE

Verificata la validità dell'indice dinamico con le prove di mappatura, un ulteriore passo è l'applicazione della tecnica di analisi su movimentazioni simulate di *pick & place*. Si tratta di calcolare il dTPI, analogamente a quanto descritto nel paragrafo 5.4, lungo tre spostamenti successivi (figura 30); due di questi hanno direzione verticale, di misura L_{v1} e L_{v2} , e definiscono i moti di allontanamento (dal punto di presa sp) e avvicinamento (alla posa di rilascio ep) rispetto al piano di lavoro, mentre quello centrale, di misura L_h , costituisce la traslazione orientata parallelamente all'asse x del sistema assoluto.

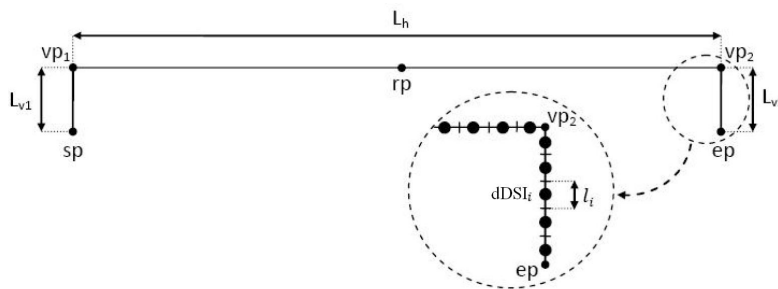


Figura 30: Generico movimento di pick & place e parametri geometrici

In ambiente industriale, i robot sono tipicamente programmati per eseguire sequenze di cicli *pick & place* differenti. Si pensi a un manipolatore parallelo collocato tra due nastri, uno dei quali è usato per il trasporto dei pezzi, l'altro per lo spostamento dei rispettivi contenitori; in quest'esempio, il robot ha la funzione di prelevare uno alla volta i prodotti, disposti per file parallele sul primo nastro, per riporli ordinatamente in linea sul secondo. Data una movimentazione di questo tipo, si vuole ora calcolare il valore medio del dTPI su un'intera sequenza di *pick & place*, che verrà simulata ed eseguita in aree diverse dello spazio di lavoro. Si potrà quindi verificare l'efficacia dell'indice confrontando i valori teorici con i tempi di esecuzione registrati.

Per la simulazione si è realizzato in codice *MATLAB* il file *settings.m*, riportato in appendice, con cui è possibile configurare la sequenza secondo il numero e la disposizione sul nastro dei pezzi da trasportare, le coordinate dei punti di presa e di rilascio, le quote di avvicinamento verticali. Per semplicità, si considerino i punti di presa disposti secondo una griglia di dimensioni $m \times n$, con punto centrale di coordinate (x_{Cg}, y_{Cg}, z_{Cg}) ; si definisce poi la locazione di rilascio nel punto (x_R, y_R, z_R) . I risultati riportati di seguito si riferiscono a due modalità di analisi diverse:

1. Il primo test prevede la ripetizione di una predefinita sequenza di operazioni in aree diverse del piano di lavoro; si definisce quindi un sistema di riferimento relativo avente l'origine nel

punto di coordinate (x_{gr}, y_{gr}, z_{gr}) , variabili in funzione della zona analizzata e definite come segue:

$$\begin{cases} x_{gr} = \frac{x_{Cg} + x_R}{2} \\ y_{gr} = y_{Cg} = y_R \\ z_{gr} = z_{Cg} = z_R \end{cases} \quad (148)$$

In figura 31 è riportata, come esempio, una schematizzazione di quanto appena descritto.

2. Per il secondo test vengono fissate inizialmente le coordinate della locazione di rilascio, che rimarranno invariate per l'intera prova; verrà invece modificata la posizione del centro griglia, in modo da confrontare indici e tempi riferiti a spazi totali percorsi differenti tra una sequenza di movimentazioni e la successiva.

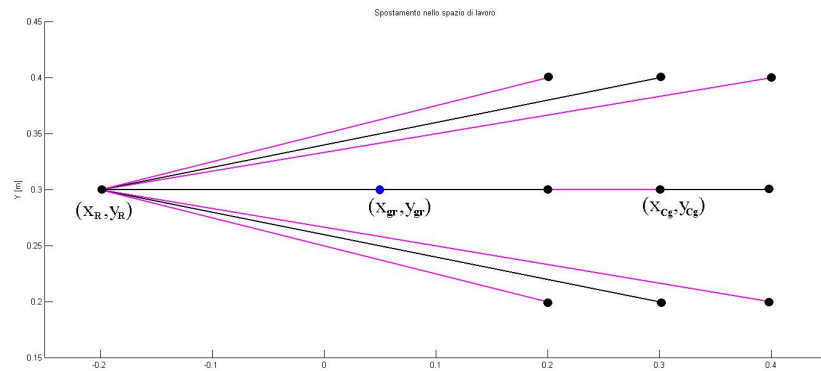


Figura 31: Rappresentazione sul piano xOy di una generica sequenza di *task*

Per entrambe le prove si è ipotizzato costante il piano di lavoro su cui giacciono i pezzi; in particolare si sono definite le coordinate lungo z come segue:

$$z_{Cg} = z_R = -1000\text{mm} \quad (149)$$

Inoltre si mantengono costanti anche le misure delle quote di avvicinamento e allontanamento rispetto all'oggetto da prendere: si definisce per entrambi i test uno spostamento verticale di lunghezza pari a 50mm (l'effettiva traslazione orizzontale avverrà quindi sul piano $z = -950\text{mm}$).

Verificando in questo modo la validità dell'analisi teorica, l'indice può diventare uno strumento importante in fase di configurazione del sistema robot-nastri. Per esempio, ipotizzando di dover programmare il robot per prelevare dei pezzi da un nastro che avanza a una certa velocità, è utile valutare quanto convenga anticipare la presa (aumentando quindi la distanza da percorrere) per non rischiare che qualche prodotto rimanga sul nastro, piuttosto di attendere l'avanzamento dei pezzi ed eseguire movimentazioni più corte. Inoltre, scegliendo

Tabella 5: Parametri per la definizione delle movimentazioni relative ai due test eseguiti

Parametri	Prova ₁	Prova ₂
$m \times n$	3×2	2×3
$dist_x$	50mm	100mm
$dist_y$	100mm	50mm
(x_R, y_R)	variabile	(0, 300)
$x_{Cg} - x_R$	400mm	variabile

di anticipare le locazioni di presa, diventa necessario valutare se traslare anche il rilascio allo stesso modo, allontanando però l'area di esecuzione dal centro del piano di lavoro.

In tabella 5 sono riportati i parametri, relativi ai due test Prova₁ e Prova₂, per la definizione delle dimensioni della griglia di prelevamento, di m righe ed n colonne, delle distanze tra le locazioni di presa lungo le righe, $dist_x$, e lungo le colonne, $dist_y$, delle coordinate della locazione di rilascio (variabili per Prova₁) e della distanza tra il rilascio e il centro griglia (variabile per Prova₂).

In figura 32 è riportata una schematizzazione riferita alle sequenze eseguite in Prova₁; esse vengono ripetute traslando sul piano $z = -1000\text{m}$ il punto (x_{gr}, y_{gr}) prima lungo l'asse delle ordinate, da $y = -450\text{mm}$ a $y = 450\text{mm}$, poi lungo l'asse delle ascisse, da $x = -400\text{mm}$ a $x = 400\text{mm}$.

I cicli di *pick & place* sono simulati in *MATLAB* in modo da ricavare il valore medio di dTPI per ciascuna sequenza; la stessa operazione viene poi eseguita sperimentalmente programmando opportunamente l'*Adept Quattro*TM (il corrispondente codice *V+*, nominato *settings()*, è riportato in appendice).

Nelle tabelle 6 e 7 sono elencati i risultati teorici e i tempi reali di esecuzione riferiti rispettivamente alle traslazioni lungo l'asse y e quelle lungo x .

In figura 33 è riportata una schematizzazione riferita alle sequenze eseguite in Prova₂; esse vengono ripetute effettuando una traslazione del punto (x_{Cg}, y_{Cg}) sul piano $z = -1000\text{m}$ lungo l'asse $y = -200\text{mm}$, mentre vengono fissate le coordinate del punto di rilascio in $(0, 300)$. Si riportano infine in tabella 8 i dati teorici e sperimentali ottenuti in Prova₂.

Dall'analisi dei dati raccolti, è possibile osservare come la variazione dei valori ricavati tramite simulazione sia coerente con l'andamento dei tempi di esecuzione misurati. Nelle tabelle riportate si sono evidenziati i valori numerici corrispondenti ai massimi e ai minimi in termini di prestazione. Il tempo più basso per eseguire la sequen-

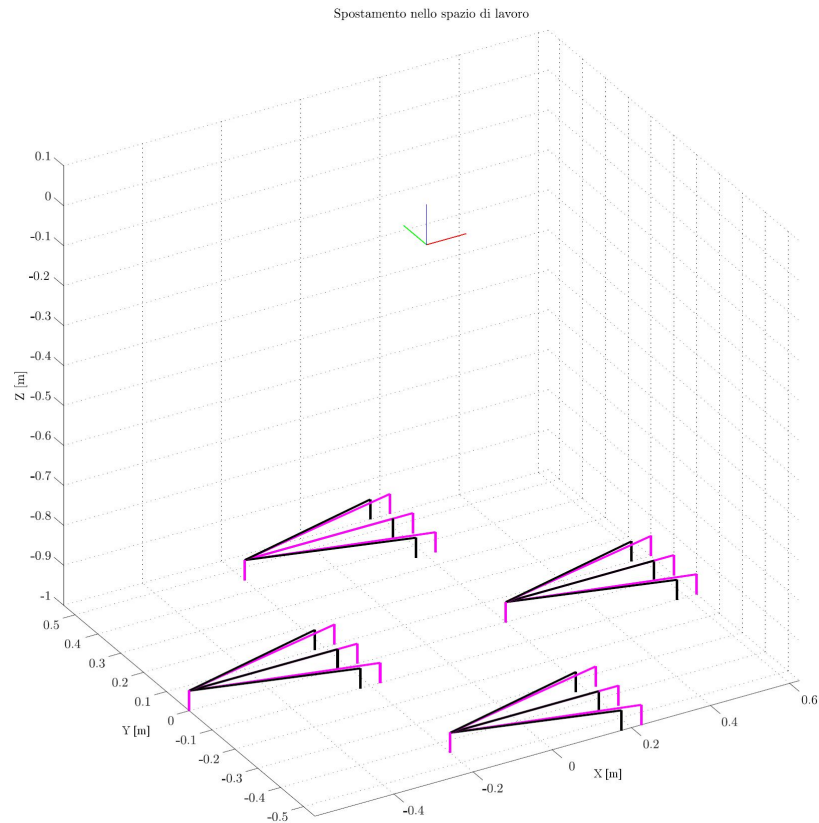


Figura 32: Rappresentazione delle movimentazioni simulate ed eseguite in Prova₁, corrispondenti alla prima e all'ultima sequenza per ciascuno dei due assi analizzati

za di Prova₁, pari a 7,372s, si registra al centro del piano di lavoro, dove si ottiene anche il valore più alto di dTPI medio, pari a 0,3699; per quanto riguarda invece il secondo test, si osserva come il tempo di esecuzione più elevato, 8,320s, corrisponde ai movimenti centrati all'estremità negativa dell'asse $y = -200\text{mm}$, dove si ricava anche il minimo valore dell'indice, 0,3039.² Il dTPI si dimostra quindi un valido strumento per la previsione del comportamento di un manipolatore parallelo anche nella comparazione di operazioni complesse, siano esse sequenze di movimentazioni predefinite o cicli di *pick & place* di lunghezza variabile.

² L'asimmetria che caratterizza i valori di tempo registrati traslando i *task* lungo y in Prova₁ sono da ricondurre a un errore di ripetibilità nell'ordine dei centesimi di secondo.

Tabella 6: Indici teorici e tempi reali ottenuti da Prova₁ mediante traslazione lungo l'asse y

y_{gr} [mm]	dTPI medio	Tempi [s]
-450	0,3447	7,539
-400	0,3518	7,492
-350	0,3568	7,463
-300	0,3606	7,444
-250	0,3636	7,444
-200	0,3659	7,443
-150	0,3677	7,439
-100	0,3689	7,433
-50	0,3696	7,380
0	0,3699	7,372
50	0,3696	7,400
100	0,3689	7,415
150	0,3677	7,425
200	0,3659	7,429
250	0,3636	7,440
300	0,3606	7,448
350	0,3568	7,471
400	0,3518	7,524
450	0,3447	7,568

Tabella 7: Indici teorici e tempi reali ottenuti da Prova₁ mediante traslazione lungo l'asse x

x_{gr} [mm]	dTPI medio	Tempi [s]
-400	0,2837	7,673
-350	0,3244	7,617
-300	0,3429	7,572
-250	0,3534	7,513
-200	0,3601	7,484
-150	0,3645	7,407
-100	0,3674	7,397
-50	0,3690	7,385
0	0,3699	7,379
50	0,3699	7,387
100	0,3691	7,395
150	0,3675	7,395
200	0,3648	7,411
250	0,3606	7,464
300	0,3542	7,493
350	0,3441	7,523
400	0,3254	7,584

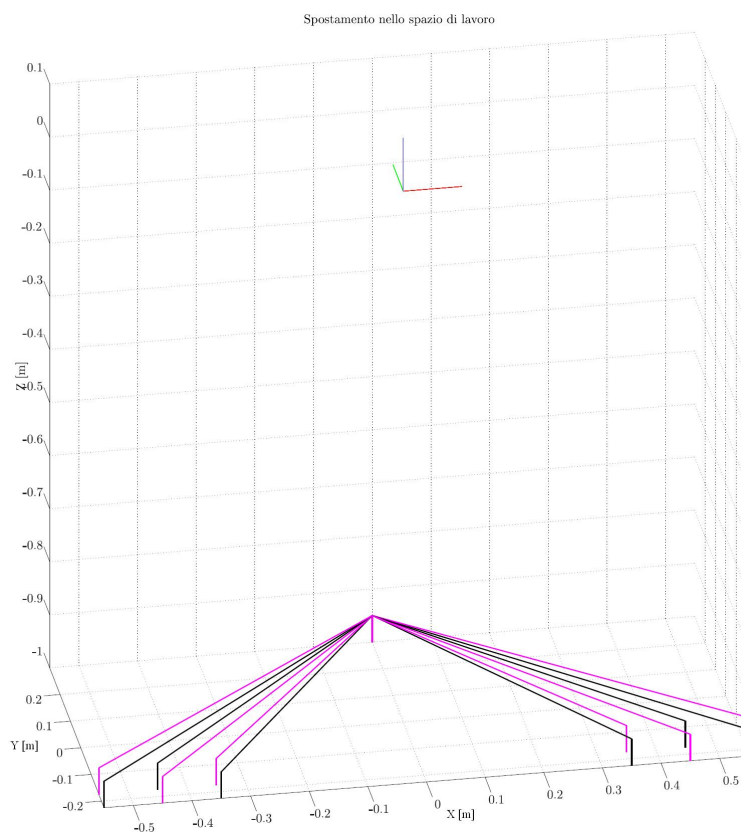


Figura 33: Rappresentazione delle movimentazioni simulate ed eseguite in Prova₂, corrispondenti alla prima e all'ultima sequenza di test

Tabella 8: Indici teorici e tempi reali ottenuti da Prova₂ mediante traslazione lungo l'asse $y = -200\text{mm}$

x_{Cg} [mm]	dTPI medio	Tempi [s]
-450	0,3039	8,320
-400	0,3180	8,160
-350	0,3271	8,032
-300	0,3344	7,924
-250	0,3403	7,820
-200	0,3450	7,748
-150	0,3488	7,664
-100	0,3515	7,608
-50	0,3534	7,568
0	0,3541	7,560
50	0,3539	7,564
100	0,3526	7,624
150	0,3505	7,672
200	0,3475	7,788
250	0,3435	7,848
300	0,3387	7,972
350	0,3329	8,040
400	0,3261	8,168
450	0,3175	8,292

CONCLUSIONI

L'indice dinamico *task-dependent* costituisce uno valido strumento per valutare le prestazioni di manipolatori paralleli e prevederne il comportamento in movimentazioni specifiche. Dato un generico spostamento all'interno dello spazio di lavoro, il valore numerico calcolato punto per punto lungo il segmento è legato alle caratteristiche dinamiche del robot e dipende dall'espressione locale della matrice jacobiana.

Nel caso in cui sia nota la legge di moto applicata all'organo terminale, l'estensione del dDSI ai contributi cinematici permette di ottenere, con il dTPI, una formulazione avanzata legata non più solo alla direzione della traslazione, ma anche alla distanza percorsa fino al punto di indagine.

Dai risultati delle mappature riportati nei diagrammi bidimensionali, si può affermare che l'analisi teorica sviluppata rispecchia fedelmente il comportamento reale del manipolatore; le aree associate ai valori più elevati di dTPI si mostrano comparabili con le zone del piano di lavoro in cui si registrano i tempi di esecuzione più bassi. Inoltre, al variare della misura del movimento di test, l'andamento delle curve di livello ottenute in simulazione insegue in modo coerente quello delle isoipse sperimentali.

Oltre alla validazione dell'indice lungo una direzione prefissata, si sono poi simulate delle sequenze di operazioni *pick & place* complete; anche in questo caso, in cui si modificano sia la direzione sia la lunghezza degli spostamenti, la variazione dei valori teorici per zone di esecuzione diverse è confrontabile con l'andamento dei tempi reali.

La validazione della tecnica di analisi descritta è stata effettuata considerando nullo il carico applicato all'organo terminale; tale ipotesi può essere giustificata dal fatto che le tipiche applicazioni di *pick & place* sono caratterizzate da movimentazioni molto rapide di oggetti leggeri.

Gli indici dinamici di prestazione si rivelano quindi degli utili strumenti di analisi sia in fase di layout di una linea di produzione, in cui viene valutata la tipologia di manipolatori da impiegare e la disposizione reciproca degli apparati (come la posizione relativa tra robot e nastri), sia durante la pianificazione delle operazioni da svolgere, esaminando, in termini di efficienza, come configurare le locazioni di presa e di rilascio dei prodotti. L'elevata velocità e la ripetitività delle movimentazioni, che generalmente contraddistinguono i robot paralleli, contribuiscono a promuovere l'utilizzo del dTPI per l'incremento della produttività sulla linea a fronte di investimenti nulli.

APPENDIX



CODICE MATLAB

Di seguito sono riportati i codici in linguaggio *MATLAB* relativi alla inizializzazione delle variabili per il modello di simulazione, alla soluzione dell'analisi cinematica, al calcolo degli indici dinamici, alla mappatura dello spazio di lavoro, alla costruzione dei diagrammi teorici e sperimentali.

A.1 FILE *init.m*

```
% Costruzione della matrice [P] dei punti P(i) %
p      = 0.275;           %m
zp1    = -0.104775;      %m
zp2    = -0.086511;      %m
alpha  = pi/4;
xp1    = p*cos(alpha);

P      =[
    -xp1 -xp1 +zp1       %Punto P1
     +xp1 -xp1 +zp1       %Punto P2
     +xp1 +xp1 +zp1       %Punto P3
     -xp1 +xp1 +zp1       %Punto P4
    ];

% Altri parametri geometrici %
h      = 0.110; %m      % altezza quadrato articolato
h1     = 0.025;         % offset in altezza
l      = 0.08075; %m    % larghezza quadrato articolato
l1     = 0.025;         % offset 1 in larghezza
l2     = 0.04425;       % offset 2 in larghezza
bil    = 0.375;         % bilanciare
bie    = 0.825;         % biella

epsilon = [1 0 0 1];
delta_h = h1*[1 1 1 1]; % offsets di h
delta_l = [l1 l2 l2 l1]; % offsets di l
a       = bil*[1 1 1 1]; % lunghezza in m delle manovelle (
        diagonale)%
b       = bie*[1 1 1 1]; % lunghezza in m delle bielle %
%r_a    = 0.010;         % raggio in m delle manovelle

% dinamica

g      = 9.81;          % costante gravitazionale
G      = [0 0 -g 0];    % vettore gravitazionale
r      = 50;           % rapporto di trasmissione motori
```

```

m_a = 1.85; % kg massa manovella
m_c = 0.24; % kg massa concentrata
m_p = 3.5; %3.5; %2.62; % kg massa della piattaforma (o
3.5?)

m_C = 1/2*m_p+2*m_c; % kg massa del punto C
I_C = m_C*(h/2)^2; % kg*m^2 inerzia del punto C

m_D = m_C; % kg massa del punto D
I_D = m_D*(h/2)^2; % kg*m^2 inerzia del punto D

m_pay = 0; %1; % kg massa del carico
%I_pay = m_pay*(x^2+y^2) % kg*m^2 inerzia del carico
I_mot = 0.811*10^-4; % kg*m^2 inerzia motore

I_a = 1/3*m_a*bil^2; % momento di inerzia del primo ordine
I_eq = r^2*I_mot + I_a + m_c*bil^2; % inerzia equivalente

%% Inizializzazione vettori %%
A = zeros(4,3);
B = zeros(4,3);
F = zeros(4,3);
M = zeros(1,4);
N = zeros(1,4);
I = zeros(1,4);
L = zeros(1,4);
K = zeros(1,4);
q = zeros(1,4);
U = zeros(4,3);
Jq = zeros(4);
jv = zeros(1,4);

ez = [0 0 1];
for i = 1:4,
    U(i,1) = -sign(P(i,2))*(sqrt(2)/2);
    U(i,2) = +sign(P(i,1))*(sqrt(2)/2);
    U(i,3) = 0;
end

%M_C = [m_C 0 0 0; 0 m_C 0 0; 0 0 m_C 0; 0 0 0 I_C];
M_C = diag([m_C,m_C,m_C,I_C]);
%M_D = [m_D 0 0 0; 0 m_D 0 0; 0 0 m_D 0; 0 0 0 I_D];
M_D = diag([m_D,m_D,m_D,I_D]);
%M_pay = [m_pay 0 0 0; 0 m_pay 0 0; 0 0 m_pay 0; 0 0 0 I_pay];
%M_pay = diag([m_pay,m_pay,m_pay,I_pay]);

Mp = diag([m_p,m_p,m_p,2*m_p*0.075]);

```


A.2 FILE *pos.m*

```

%% Cinematica Inversa

for i = 1:4
    F(i,1) = x - sign(P(i,2))*(h/2)*sin(theta/4) - epsilon(i)*l
        ;
    F(i,2) = y + sign(P(i,2))*(h/2)*cos(theta/4);
    F(i,3) = z;

    B(i,1) = F(i,1) + sign(P(i,1))*delta_l(i) ;
    B(i,2) = F(i,2) + sign(P(i,2))*delta_h(i);
    B(i,3) = F(i,3);

    M(i) = B(i,1) - P(i,1);
    N(i) = B(i,2) - P(i,2);
    I(i) = 2*(B(i,3)-P(i,3))*a(i);

    L(i) = -sqrt(2)*(M(i)*sign(P(i,1)) + N(i)*sign(P(i,2)))*a(i);
    K(i) = (M(i))^2+(N(i))^2+(z-P(i,3))^2+(a(i))^2-(b(i))^2;
end

%% SOLUZIONI %%
for i = 1:4,
    q(i) = 2*atan((-I(i)-sqrt((I(i))^2-(K(i)^2)+(L(i)^2)))/(K(i)-
        L(i)));
end

for i = 1:4,
    A(i,1) = P(i,1) + sign(P(i,1))*(sqrt(2)/2)*a(i)*cos(q(i));
    A(i,2) = P(i,2) + sign(P(i,2))*(sqrt(2)/2)*a(i)*cos(q(i));
    A(i,3) = P(i,3) - a(i)*sin(q(i));
end

```

A.3 FILE *vel.m*

```

%% Calcolo vettori
% Costruzione della matrice [a] dei vettori manovella a(i) %
aa = A - P;
% Costruzione della matrice [b] dei vettori biella b(i) %
bb = B - A;

%% Calcolo Matrici
% Costruzione della matrice Jq %
for i = 1:4,
    Jq(i,i) = (cross(bb(i,:),aa(i,:))*U(i,:))';
end

% Costruzione della matrice Jv %
hh = h*[-sin(theta/4) cos(theta/4) 0];

```

```

for i = 1:4,
    jv(i) = (sign(P(i,2))/8)*((cross(hh,bb(i,:)))*ez');
end
Jv = [bb jv'] ;

invJ = Jq\Jv; % invJ^2
invJ_q = invJ.^2;

Jt = (invJ(:,1:3)'\*invJ(:,1:3))\invJ(:,1:3)'; % pseudoinversa di
        invJ(:,1:3), J legata alle sole velocità lineari dell'end
        effector

% Derivata della matrice Jx_t rispetto a x (4x3)
de_Jxt = [1 1 1
          1 1 1
          1 1 1
          1 1 1];

%%%%%%%%%%%% Costruzione della derivata della matrice Jq = F(X,q)
           rispetto a q (4x4)
a_1 = (sqrt(2)/2)*a(1)*(Jt(1,1)*sin(q(1))-sqrt(2)*Jt(3,1)*cos(q
(1))+Jt(2,1)*sin(q(1))+(x+y-(l+delta_l(1)+(h/2)+delta_h(1)-
sqrt(2)*p))*cos(q(1))+sqrt(2)*(z-zp1-zp2)*sin(q(1)));
a_2 = (sqrt(2)/2)*a(1)*(Jt(1,2)*sin(q(1))-sqrt(2)*Jt(3,2)*cos(q
(1))+Jt(2,2)*sin(q(1)));
a_3 = (sqrt(2)/2)*a(1)*(Jt(1,3)*sin(q(1))-sqrt(2)*Jt(3,3)*cos(q
(1))+Jt(2,3)*sin(q(1)));
a_4 = (sqrt(2)/2)*a(1)*(Jt(1,4)*sin(q(1))-sqrt(2)*Jt(3,4)*cos(q
(1))+Jt(2,4)*sin(q(1)));

b_1 = (sqrt(2)/2)*a(2)*(-Jt(1,1)*sin(q(2))-sqrt(2)*Jt(3,1)*cos(q
(2))+Jt(2,1)*sin(q(2)));
b_2 = (sqrt(2)/2)*a(2)*(-Jt(1,2)*sin(q(2))-sqrt(2)*Jt(3,2)*cos(q
(2))+Jt(2,2)*sin(q(2))+(y-x-(delta_l(2)+(h/2)+delta_h(2)-sqrt
(2)*p))*cos(q(2))+sqrt(2)*(z-zp1-zp2)*sin(q(2)));
b_3 = (sqrt(2)/2)*a(2)*(-Jt(1,3)*sin(q(2))-sqrt(2)*Jt(3,3)*cos(q
(2))+Jt(2,3)*sin(q(2)));
b_4 = (sqrt(2)/2)*a(2)*(-Jt(1,4)*sin(q(2))-sqrt(2)*Jt(3,4)*cos(q
(2))+Jt(2,4)*sin(q(2)));

c_1 = (sqrt(2)/2)*a(3)*(-Jt(1,1)*sin(q(3))-sqrt(2)*Jt(3,1)*cos(q
(3))-Jt(2,1)*sin(q(3)));
c_2 = (sqrt(2)/2)*a(3)*(-Jt(1,2)*sin(q(3))-sqrt(2)*Jt(3,2)*cos(q
(3))-Jt(2,2)*sin(q(3)));
c_3 = (sqrt(2)/2)*a(3)*(-Jt(1,3)*sin(q(3))-sqrt(2)*Jt(3,3)*cos(q
(3))-Jt(2,3)*sin(q(3))-(x+y+(h/2)+delta_h(3)+delta_l(3)-sqrt
(2)*p)*cos(q(3))+sqrt(2)*(z-zp1-zp2)*sin(q(3)));
c_4 = (sqrt(2)/2)*a(3)*(-Jt(1,4)*sin(q(3))-sqrt(2)*Jt(3,4)*cos(q
(3))-Jt(2,4)*sin(q(3)));

d_1 = (sqrt(2)/2)*a(4)*(Jt(1,1)*sin(q(4))-sqrt(2)*Jt(3,1)*cos(q
(4))-Jt(2,1)*sin(q(4)));

```

```

d_2 = (sqrt(2)/2)*a(4)*(Jt(1,2)*sin(q(4))-sqrt(2)*Jt(3,2)*cos(q
(4))-Jt(2,2)*sin(q(4)));
d_3 = (sqrt(2)/2)*a(4)*(Jt(1,3)*sin(q(4))-sqrt(2)*Jt(3,3)*cos(q
(4))-Jt(2,3)*sin(q(4)));
d_4 = (sqrt(2)/2)*a(4)*(Jt(1,4)*sin(q(4))-sqrt(2)*Jt(3,4)*cos(q
(4))-Jt(2,4)*sin(q(4)))+(x-y-(l+(h/2)+delta_h(4)+delta_l(4)-
sqrt(2)*p))*cos(q(4))+sqrt(2)*(z-zp1-zp2)*sin(q(4)));

de_Jq = [a_1 a_2 a_3 a_4
         b_1 b_2 b_3 b_4
         c_1 c_2 c_3 c_4
         d_1 d_2 d_3 d_4];

```

A.4 FILE *dtpi_index.m*

```

%% CALCOLO dTPI SUL TASK %%
%Inizializzo tutte le variabili

o_length = sqrt((xr-x0)^2+(yr-y0)^2);    % lunghezza tratto
    orizzontale
v_length = hq;                          % lunghezza tratto
    verticale
li = 0.005;                              % lunghezza segmento di
    calcolo DSI
xyi = round(o_length/li);                % numero di punti di
    analisi sul piano orizzontale
zi = round(v_length/li);                % numero di punti di
    analisi sul piano verticale
theta = 0;

w = 0;                                   % contatore per la media sull'intero
    movimento
wt = 0;                                   % contatore per la media sul singolo tratto
dtpi = 0;                                 % variabile sommatoria per la media finale
    sull'intero movimento
dtpit = 0;                                % variabile sommatoria per la media sul
    singolo tratto
dtpi_1 = 0;
dtpi_2 = 0;
dtpi_3 = 0;

%num_seg = 0;                            % numero tratti

%% Cicli for:

% Calcolo del dTPI nel PRIMO TRATTO (verticale)
x = x0;
y = y0;

for kk=1:1:zi,                          z = z0 + li/2 + (kk-1)*li;

```

```

b_pos % cinematica di posizione
if (norm(P(1,:)-B(1,:))<bil+bie) && (norm(P(2,:)-B
    (2,:))<bil+bie) && (norm(P(3,:)-B(3,:))<bil+bie)
    && (norm(P(4,:)-B(4,:))<bil+bie)

c_vel % cinematica di velocità

o_len_var1 = z-z0;

if (o_len_var1 <= v_length/2)

    coeff_len1 = 2*(o_len_var1);

else if (o_len_var1 > v_length/2)

    coeff_len1 = 2*(v_length-o_len_var1);

end

end

%M1 = invJ(:,1:3)'diag([I_eq,I_eq,I_eq,I_eq])*invJ
    (:,1:3); % inerzia bilancieri
M2 = Mp(1:3,1:3); % massa end-effector

Uno = diag([I_eq,I_eq,I_eq,I_eq])*invJ(:,1:3);
Due = Jt'*M2;
Tre = diag([I_eq,I_eq,I_eq,I_eq])*(Jq\de_Jxt);
Quattro = diag([I_eq,I_eq,I_eq,I_eq])*(Jq\(de_Jq*invJ
    -q(:,1:3)));

Mat1 = Uno + Due;
    % Contributo inerzia costante
Mat2 = Tre - Quattro;
    % Contributo inerzia variabile

z1_dds_i_Mat1 = sqrt(Mat1(:,3)'Mat1(:,3));
z1_dds_i_Mat2 = sqrt(Mat2(:,3)'Mat2(:,3))*coeff_
    len1;

z1_dds_i_Uno = sqrt(Uno(:,3)'Uno(:,3));
z1_dds_i_Due = sqrt(Due(:,3)'Due(:,3));
z1_dds_i_Tre = sqrt(Tre(:,3)'Tre(:,3));
z1_dds_i_Quattro = sqrt(Quattro(:,3)'Quattro(:,3)
    );

z1_dds_i_a = 1/(z1_dds_i_Mat1 + z1_dds_i_Mat2);
z1_dds_i_b = 1/(z1_dds_i_Uno + z1_dds_i_Due + (z1_
    dds_i_Tre + z1_dds_i_Quattro)*coeff_len1);

% Vettori per il grafico andamento dDSI locale lungo
z

```

```

        v_z(kk) = z;

        v_z1ddsi_Mat1(kk) = z1_dds_i_Mat1;
        v_z1ddsi_Mat2(kk) = z1_dds_i_Mat2;

        v_z1ddsi_a(kk) = z1_dds_i_a;
        v_z1ddsi_b(kk) = z1_dds_i_b;

        dtpi = dtpi + z1_dds_i_a*li;    % per la media
            totale
        w = w + 1;
        dtpit = dtpit + z1_dds_i_a*li;  % per la media
            sul singolo tratto
        wt = wt + 1;

    else
        dtpi = NaN;
        dtpit = NaN;
    end
end

if (zi >= 1)
    dtpi_1 = dtpit/(wt*li);            % dTPI medio per il primo
        tratto
    %num_seg = num_seg + 1;
end

wt = 0;
dtpit = 0;

% Calcolo del dTPI nel SECONDO TRATTO (orizzontale)
z = z0 + hq;

for ii=1:1:xyi,
    y = y0 + (li/2 + (ii-1)*li)*sin(beta);
    x = x0 + (li/2 + (ii-1)*li)*cos(beta);

    b_pos % cinematica di posizione
    if (norm(P(1,:)-B(1,:))<bil+bie) && (norm(P(2,:)-B
        (2,:))<bil+bie) && (norm(P(3,:)-B(3,:))<bil+bie)
        && (norm(P(4,:)-B(4,:))<bil+bie)

    c_vel % cinematica di velocità

    % Matrice di rotazione attorno all'asse z per il
        calcolo del dDSI

    R = [cos(beta) -sin(beta) 0
          sin(beta)  cos(beta) 0
          0           0       1];

    %o_len_var = sqrt(((ii*li)*cos(beta))^2+((ii*li)*sin(
        beta))^2)    % [punto x alla fine del

```



```

%           v_xyddsi_a(ii) = xy_ddsi_a;
%           v_xyddsi_b(ii) = xy_ddsi_b;

           dtpi = dtpi + xy_ddsi_a*li;
           w = w + 1;
           dtpit = dtpit + xy_ddsi_a*li;
           wt = wt + 1;

           else
           dtpi = NaN;
           dtpit = NaN;
           end
end

if (xyi >= 1)
  dtpi_2 = dtpit/(wt*li);           % dTPI medio per il secondo
  tratto
  %num_seg = num_seg + 1;
end

wt = 0;
dtpit = 0;

% Calcolo del dTPI nel TERZO TRATTO (verticale)
x=xr;
y=yr;

for kk=1:1:zi,           z = zr + li/2 + (kk-1)*li;

  b_pos % cinematica di posizione
  if (norm(P(1,:)-B(1,:))<bil+bie) && (norm(P(2,:)-B
    (2,:))<bil+bie) && (norm(P(3,:)-B(3,:))<bil+bie)
    && (norm(P(4,:)-B(4,:))<bil+bie)

  c_vel % cinematica di velocità

  o_len_var2 = z-zr;

  if (o_len_var2 <= v_length/2)

    coeff_len2 = 2*(o_len_var2);

  else if (o_len_var1 > v_length/2)

    coeff_len2 = 2*(v_length-o_len_var2);

    end
  end

  %M1 = invJ(:,1:3)'*diag([I_eq,I_eq,I_eq,I_eq])*invJ
  (:,1:3); % inerzia bilancieri
  M2 = Mp(1:3,1:3); % massa end-effector

```

```

        Uno = diag([I_eq,I_eq,I_eq,I_eq])*invJ(:,1:3);
        Due = Jt'*M2;
        Tre = diag([I_eq,I_eq,I_eq,I_eq])*(Jq\de_Jxt);
        Quattro = diag([I_eq,I_eq,I_eq,I_eq])*(Jq\((de_Jq*invJ
            _q(:,1:3))));

        Mat1 = Uno + Due;
            % Contributo inerzia costante
        Mat2 = Tre - Quattro;
            % Contributo inerzia variabile

        z2_dds_Mat1 = sqrt(Mat1(:,3)'*Mat1(:,3));
        z2_dds_Mat2 = sqrt(Mat2(:,3)'*Mat2(:,3))*coeff_
            len2;

        z2_dds_Uno = sqrt(Uno(:,3)'*Uno(:,3));
        z2_dds_Due = sqrt(Due(:,3)'*Due(:,3));
        z2_dds_Tre = sqrt(Tre(:,3)'*Tre(:,3));
        z2_dds_Quattro = sqrt(Quattro(:,3)'*Quattro(:,3)
            );

        z2_dds_a = 1/(z2_dds_Mat1 + z2_dds_Mat2);
        z2_dds_b = 1/(z2_dds_Uno + z2_dds_Due + (z2_
            dds_Tre + z2_dds_Quattro)*coeff_len2);

        dtpi = dtpi + z2_dds_a*li;
        w = w + 1;
        dtpit = dtpit + z2_dds_a*li;
        wt = wt + 1;

    else
        dtpi = NaN;
        dtpit = NaN;
    end
end

if (zi >= 1)
    dtpi_3 = dtpit/(wt*li);                % dTPI medio per il
        terzo tratto
    %num_seg = num_seg + 1;
end

dtpi_task = dtpi/(w*li);                  % TPI del singolo task
%dtpi_task = mean(dtpi);

%array_dtpi(num_task) = dtpi_task;

ws_dtpi(ar,cc,pp) = dtpi_task;

%num_task = num_task + 1;

```



```
%dtpi_tot = dtpi_tot + dtpi_task;           % per il calcolo del
      dTPI medio per l'insieme di task
```

A.5 FILE *mapping.m*

```
%% MAPPATURA SPAZIO DI LAVORO TRAMITE dTPI

a_init
  % inizializzo le variabili

n_piani = 9;
  % numero piani lungo asse z
r_max = [0.60, 0.60, 0.60, 0.60, 0.60, 0.55, 0.45, 0.40, 0.325];
n_circ = 12;
  % numero circonferenze
n_arc = 36;
  % numero archi per ciascuna circonferenza
dist_piani = 0.050;
ang = pi/18;
  % incremento angolare
xy_dist = 200/1000;
  % lunghezza movimento orizzontale
hq = 0/1000;
  % lunghezza movimento verticale

ws_dtpi = zeros(n_arc,n_circ,n_piani);

% Coordinate del centro
x_0 = 30.75/1000;
y_0 = 0;
z_0 = -800/1000;

for pp = 1:n_piani
  for cc = 1:n_circ
    for ar = 1:n_arc

      incr = (r_max(pp)-(xy_dist)/2)/n_circ;      % distanza
      radiale tra le circonferenze

      % Coordinate reference point
      x_rp = x_0+(incr*cc)*cos(ang*(1-ar));
      y_rp = y_0+(incr*cc)*sin(ang*(1-ar));
      z_rp = z_0-dist_piani*(pp-1);

      if(sqrt((abs(x_rp)-x_0+(xy_dist)/2)^2+y_rp^2) <= r_max(pp)
      ) % Verifica task all'interno dello spazio di
      lavoro

      % Setting del task
      x = x_rp-xy_dist/2;
      y = y_rp;
```

```

        z = z_rp;
        theta_deg = 0;
        theta = theta_deg*pi/180;
        xr = x_rp+xy_dist/2;
        yr = y_rp;
        zr = z_rp;
        thetar_deg = 0;
        thetar = thetar_deg*pi/180;

        beta = atan2(yr-y,xr-x);           % direzione

        x0 = x;
        y0 = y;
        z0 = z;

        %b_pos

        %f_graph_solo_task

        i_dTPI_index;

        %       figure(pp);
        %       plot(x_rp,y_rp,'b.','MarkerSize',5);
        %       title('$Z = -0.8 m$; $L_m = 0.06 m$');
        %       xlabel('X [m]');
        %       ylabel('Y [m]');
        %       hold on;
        %       %       grid on;
        %       axis equal;

        else
            ws_dtpi(ar,cc,pp) = NaN;
        end

    end

end

ws_dtpi1 = ws_dtpi(:, :, 1);
ws_dtpi2 = ws_dtpi(:, :, 2);
ws_dtpi3 = ws_dtpi(:, :, 3);
ws_dtpi4 = ws_dtpi(:, :, 4);
ws_dtpi5 = ws_dtpi(:, :, 5);
ws_dtpi6 = ws_dtpi(:, :, 6);
ws_dtpi7 = ws_dtpi(:, :, 7);
ws_dtpi8 = ws_dtpi(:, :, 8);
ws_dtpi9 = ws_dtpi(:, :, 9);

save dtpi_z_-800.txt -ascii ws_dtpi1;
save dtpi_z_-850.txt -ascii ws_dtpi2;
save dtpi_z_-900.txt -ascii ws_dtpi3;

```

```

save dtpi_z_-950.txt -ascii ws_dtpi4;
save dtpi_z_-1000.txt -ascii ws_dtpi5;
save dtpi_z_-1050.txt -ascii ws_dtpi6;
save dtpi_z_-1100.txt -ascii ws_dtpi7;
save dtpi_z_-1150.txt -ascii ws_dtpi8;
save dtpi_z_-1200.txt -ascii ws_dtpi9;

```

A.6 FILE *mapping_z.m*

```

%% MAPPATURA SPAZIO DI LAVORO TRAMITE dTPI - Piano xz

a_init % inizializzo
    le variabili
r_max = [0.60 0.55 0.50 0.40 0.35]; %
    semiampiezze massime
n_piani = 2;
n_rig = 12; % numero
    righe
n_col = 30; % numero
    colonne
dist_piani = 100/1000;

xy_dist = 0/1000; % lunghezza
    movimento orizzontale
hq = 40/1000; % lunghezza
    movimento verticale
incr_v = (0.4 - hq/2)/n_rig; % incremento
    verticale

ws_dtpi = zeros(n_col,n_rig,n_piani);
%ws_dt = zeros(n_arc,n_circ,n_piani);

% Coordinate partenza
x_0 = (30.75)/1000;
y_0 = 0;
z_0 = -800/1000;

for pp = 1:n_piani
    for cc = 1:n_rig
        for ar = 1:n_col

            % Coordinate reference point
            z_rp = z_0 - (hq/2) - (incr_v*(cc-1));
            y_rp = y_0 - dist_piani*(pp-1);

            if (z_rp-(hq/2) > -1000/1000)
                incr_o = 2*r_max(1)/n_col; % incremento
                    orizzontale
                x_rp = x_0 - r_max(1) + (incr_o*(ar-1));
            elseif (z_rp-(hq/2) <= -1000/1000 && z_rp-(hq/2) >
                -1050/1000)

```

```

        incr_o = 2*r_max(2)/n_col;
        x_rp = x_0 - r_max(2) + (incr_o*(ar-1));
elseif (z_rp-(hq/2) <= -1050/1000 && z_rp-(hq/2) >
        -1100/1000)
        incr_o = 2*r_max(3)/n_col;
        x_rp = x_0 - r_max(3) + (incr_o*(ar-1));
elseif (z_rp-(hq/2) <= -1100/1000 && z_rp-(hq/2) >
        -1150/1000)
        incr_o = 2*r_max(4)/n_col;
        x_rp = x_0 - r_max(4) + (incr_o*(ar-1));
elseif (z_rp-(hq/2) <= -1150/1000)
        incr_o = 2*r_max(5)/n_col;
        x_rp = x_0 - r_max(5) + (incr_o*(ar-1));
end
% Setting del task
x = x_rp;
y = y_rp;
z = z_rp+hq/2;
theta_deg = 0;
theta = theta_deg*pi/180;
xr = x_rp;
yr = y_rp;
zr = z_rp-hq/2;
thetar_deg = 0;
thetar = thetar_deg*pi/180;

beta = atan2(yr-y,xr-x);           % direzione

x0 = x;
y0 = y;
z0 = z;

%b_pos

%f_graph_solo_task

i_dTPI_index

%       figure(pp);
%       plot(x_rp,z_rp,'b.','MarkerSize',5);
%       title('$Y = 0$; $L_m = 0.04 m$');
%       xlabel('X [m]');
%       ylabel('Z [m]');
%       hold on;
%       grid on;
%       axis equal;

        end
    end
end

```

```
ws_dtpi1 = ws_dtpi(:,:,1);
save dtpi_y_0.txt -ascii ws_dtpi1;
```

A.7 FILE *grafico.m*

```
%% GRAFICO SPAZIO DI LAVORO
clear all

n_piani = 9;
    % numero piani lungo asse z
r_max = [0.60, 0.60, 0.60, 0.60, 0.60, 0.55, 0.45, 0.40, 0.325];
n_circ = 12;
    % numero circonferenze
n_arc = 36;
    % numero archi per ciascuna circonferenza
dist_piani = 0.050;
ang = pi/18;
    % incremento angolare
xy_dist = 200/1000;
    % lunghezza movimento orizzontale
hq = 0/1000;
    % lunghezza movimento verticale

in = 0;
interv = 0.003;
fi = 1;

% Coordinate del centro
x_0 = 30.75/1000;
y_0 = 0;
z_0 = -800/1000;

ws_map_dtpi(:,:,1) = load('dtpi_z_-800.txt');
ws_map_dtpi(:,:,2) = load('dtpi_z_-850.txt');
ws_map_dtpi(:,:,3) = load('dtpi_z_-900.txt');
ws_map_dtpi(:,:,4) = load('dtpi_z_-950.txt');
ws_map_dtpi(:,:,5) = load('dtpi_z_-1000.txt');
ws_map_dtpi(:,:,6) = load('dtpi_z_-1050.txt');
ws_map_dtpi(:,:,7) = load('dtpi_z_-1100.txt');
ws_map_dtpi(:,:,8) = load('dtpi_z_-1150.txt');
ws_map_dtpi(:,:,9) = load('dtpi_z_-1200.txt');

xx = zeros(n_arc,n_circ,n_piani);
yy = zeros(n_arc,n_circ,n_piani);
zz = zeros(n_arc,n_circ,n_piani);
[x1,y1,z1] = meshgrid(-0.5:0.01:0.5,-0.5:0.01:0.5,-1.2:0.01:-0.8)
;

for pp = 1:n_piani
    for cc = 1:n_circ
        for ar = 1:n_arc
```

```

        incr = (r_max(pp)-(xy_dist)/2)/n_circ;      % distanza
            radiale tra le circonferenze

        xx(ar,cc,pp) = x_0+(incr*cc)*cos(ang*(1-ar));
        yy(ar,cc,pp) = y_0+(incr*cc)*sin(ang*(1-ar));
        zz(ar,cc,pp) = z_0-dist_piani*(pp-1);

    end
end

grf = griddata3(xx,yy,zz,ws_map_dtpi,x1,y1,z1,'linear');

figure(11)
contourslice(x1,y1,z1,grf,[],[],[-0.8],in:interv:fi);
colorbar;
view([0,90]);
title('dDSI - Z = -800mm');
xlabel('X [m]');
ylabel('Y [m]');
zlabel('Z [m]');
grid on;
axis equal;

```

A.8 FILE *settings.m*

```

%% INTRODUZIONE DELLE SPECIFICHE DELLA SEQUENZA DI TASK DA
    ESAMINARE %%
clear all
a_init          % inizializzo le variabili

num_task=1;
dtpi_tot=0;

num_pezzi_x = 2;          % numero di pezzi per riga
num_pezzi_y = 3;          % numero di pezzi per colonna
dist_pezzi_x = 50;        % distanza tra i pezzi lungo x [
    mm]
dist_pezzi_y = 100;       % distanza tra i pezzi lungo y [
    mm]
x_pezzol = 200;           % distanza in x del primo pezzo (
    in basso a sinistra) dal centro robot [mm]
y_pezzol = -100;          % distanza in y del primo pezzo (
    in basso a sinistra) dal centro robot [mm]
x_rilascio = -200;        % coordinata x del punto di
    rilascio [mm]
y_rilascio = 0;           % coordinata y del punto di
    rilascio [mm]
z_piano = -1000;          % quota del piano di lavoro [mm]
hq = 50;                  % quota di avvicinamento [mm]

```

```
dist_pezzi_x = dist_pezzi_x/1000;
dist_pezzi_y = dist_pezzi_y/1000;
x_pezzol = x_pezzol/1000;
y_pezzol = y_pezzol/1000;
x_rilascio = x_rilascio/1000;
y_rilascio = y_rilascio/1000;
z_piano = z_piano/1000;
hq = hq/1000;

for rr = 1:num_pezzi_y
    for cc = 1:num_pezzi_x

        x = x_pezzol+(cc-1)*dist_pezzi_x;
        y = y_pezzol+(rr-1)*dist_pezzi_y;
        z = z_piano;
        theta_deg = 0;
        theta = theta_deg*pi/180;
        xr = x_rilascio;
        yr = y_rilascio;
        zr = z_piano;
        thetar_deg = 0;
        thetar = thetar_deg*pi/180;

        beta = atan2(yr-y,xr-x);           % direzione

        x0 = x;
        y0 = y;
        z0 = z;

        %b_pos

        %num_task=1;
        f_graph_solo_task

        i_dTPI_index;
    end
end

dtpi_medio = dtpi_tot/num_task
```


CODICE ADEPT V+

Di seguito sono riportati i codici in linguaggio V+ utilizzati per la movimentazione del manipolatore *Adept Quattro s650H™* durante le prove sperimentali e per la raccolta dei dati.

B.1 FILE *mapping()*

```
.PROGRAM mapping()
; MAPPATURA SPAZIO DI LAVORO TRAMITE TEMPI REALI DI ESECUZIONE

      n_piani = 9                ; numero piani
      lungo asse z
      r_max[1] = 600
      r_max[2] = 600
      r_max[3] = 600
      r_max[4] = 600
      r_max[5] = 600
      r_max[6] = 550
      r_max[7] = 450
      r_max[8] = 400
      r_max[9] = 325
      n_circ = 12                ; numero
      circonferenze
      n_arc = 36                 ; numero archi per
      ciascuna circonferenza
      dist_piani = 50
      ang = 10                   ; incremento
      angolare
      xy_dist = 130              ; lunghezza
      movimento orizzontale
      hq = 0                      ; lunghezza
      movimento verticale

; Coordinate del centro
      x_0 = 0
      y_0 = 0
      z_0 = -800

      SPEED 100 ALWAYS
      ACCEL (0) 100, 100
      CPOFF ALWAYS
```

```

SPEED 10
MOVE TRANS(x_0,y_0,z_0,0,180,180)
BREAK

DELAY 0.2

FOR pp = 1 TO n_piani
  FOR cc = 1 TO n_circ
    FOR ar = 1 TO n_arc

      incr = (r_max[pp]-xy_dist/2)/n_circ

; Coordinate reference point

      x_rp = x_0+(incr*cc)*COS(ang*(1-ar))
      y_rp = y_0+(incr*cc)*SIN(ang*(1-ar))
      z_rp = z_0-dist_piani*(pp-1)
      IF SQR(SQR(ABS(x_rp)+(xy_dist/2))+SQR(y_rp))
        <= r_max[pp] THEN ; Verifica task all'
        interno dello spazio di lavoro

; Setting del task

      SET start = TRANS(x_rp-(xy_dist/2),y_rp,z
        _rp,0,180,180)
      SET rilascio = TRANS(x_rp+(xy_dist/2),y_
        rp,z_rp,0,180,180)

      SPEED 50
      MOVE start
      BREAK

      tempo = TIMER(0)

      FOR kk = 1 TO 3

        MOVES rilascio
        BREAK

        MOVES start
        BREAK
      END

      times[ar-1,cc-1] = TIMER(0)-tempo

    ELSE
      times[ar-1,cc-1] = 0

    END

  END

  DELAY 0.1
END

```

```

        END

        CALL results()
    END

    SPEED 10
    MOVE TRANS(x_0+incr,y_0,z_0,0,180,180)

.END

```

B.2 FILE *mapping_z()*

```

.PROGRAM mapping_z()
; MAPPATURA SPAZIO DI LAVORO VERTICALE TRAMITE TEMPI REALI DI
  ESECUZIONE

    n_piani = 1                ; numero piani
      lungo asse y
    r_max[1] = 600
    r_max[2] = 550
    r_max[3] = 500
    r_max[4] = 400
    r_max[5] = 350

    incr_v = 30
    n_rig = 12                ; numero righe
    n_col = 30                ; numero colonne
    dist_piani = 100
    xy_dist = 0                ; lunghezza
      movimento orizzontale
    hq = 40                    ; lunghezza
      movimento verticale

; Coordinate del centro
    x_0 = 0
    y_0 = 0
    z_0 = -800

    SPEED 100 ALWAYS
    ACCEL (0) 100, 100
    CPOFF ALWAYS

    SPEED 10
    MOVE TRANS(x_0,y_0,z_0,0,180,180)
    BREAK

    DELAY 0.2

```

```

FOR pp = 1 TO n_piani
  FOR cc = 1 TO n_rig
    FOR ar = 1 TO n_col

; Coordinate reference point

    y_rp = y_0-dist_piani*(pp-1)
    z_rp = z_0-(hq/2)-(incr_v*(cc-1))

    IF z_rp-(hq/2) > -1000 THEN
      incr_o = 2*r_max[1]/n_col
      x_rp = x_0-r_max[1]+(incr_o*(ar-1))
    ELSE
      IF (z_rp-(hq/2) <= -1000) AND (z_rp-(hq
/2) > -1050) THEN
        incr_o = 2*r_max[2]/n_col
        x_rp = x_0-r_max[2]+(incr_o*(ar-1))
      ELSE
        IF (z_rp-(hq/2) <= -1050) AND (z_rp-(
hq/2) > -1100) THEN
          incr_o = 2*r_max[3]/n_col
          x_rp = x_0-r_max[3]+(incr_o*(ar
-1))
        ELSE
          IF (z_rp-(hq/2) <= -1100) AND (z_
rp-(hq/2) > -1150) THEN
            incr_o = 2*r_max[4]/n_col
            x_rp = x_0-r_max[4]+(incr_o*(
ar-1))
          ELSE
            IF z_rp-(hq/2) <= -1150 THEN
              incr_o = 2*r_max[5]/n_col
              x_rp = x_0-r_max[5]+(incr
_o*(ar-1))
            END
          END
        END
      END
    END
  END
END

SET start = TRANS(x_rp,y_rp,z_rp+(hq/2)
,0,180,180)
SET rilascio = TRANS(x_rp,y_rp,z_rp-(hq/2)
,0,180,180)

SPEED 50
MOVE start
BREAK

tempo = TIMER(0)

```

```

        FOR kk = 1 TO 7
            MOVES rilascao
            BREAK

            MOVES start
            BREAK
        END
        times[ar-1,cc-1] = TIMER(0)-tempo

        DELAY 0.1
    END
END

CALL results_z()
END

SPEED 10
MOVE TRANS(x_0,y_0,z_0,0,180,180)

.END

```

B.3 FILE *results()*

```

.PROGRAM results()

ATTACH (dlun, 4) "DISK"
CASE pp OF
    VALUE 1:
        FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\DAVIDE\z_-800.txt"
    VALUE 2:
        FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\DAVIDE\z_-850.txt"
    VALUE 3:
        FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\DAVIDE\z_-900.txt"
    VALUE 4:
        FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\DAVIDE\z_-950.txt"
    VALUE 5:
        FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\DAVIDE\z_-1000.txt"
    VALUE 6:
        FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\DAVIDE\z_-1050.txt"
    VALUE 7:
        FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\DAVIDE\z_-1100.txt"
    VALUE 8:
        FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\DAVIDE\z_-1150.txt"
    VALUE 9:
        FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\DAVIDE\z_-1200.txt"
END

FOR ar = 0 TO n_arc-1
    $lines[ar] = ""
    FOR cc = 0 TO n_circ-1
        $lines[ar] = $lines[ar]+$ENCODE(times[ar,cc])+" "
    
```

```

        END
    END

    FOR i = 0 TO LAST($lines[])
        WRITE (dlun) $lines[i]
    END

    FCLOSE (dlun)
    DETACH (dlun)
.END

```

B.4 FILE *settings()*

```

.PROGRAM settings()

; SEQUENZA TASK

    num_pezzi_x = 2          ; numero di pezzi per riga
    num_pezzi_y = 3          ; numero di pezzi per colonna
    dist_pezzi_x = 50        ; distanza tra i pezzi lungo x [mm
    ]
    dist_pezzi_y = 100       ; distanza tra i pezzi lungo y [mm
    ]
    x_pezzol = 200-25        ; distanza in x del primo pezzo (
    in basso a sinistra) dal centro robot [mm]
    y_pezzol = -100          ; distanza in y del primo pezzo (
    in basso a sinistra) dal centro robot [mm]
    x_rilascio = -200        ; coordinata x del punto di
    rilascio [mm]
    y_rilascio = 0           ; coordinata y del punto di
    rilascio [mm]
    zp = -1000               ; quota piano di lavoro
    q = 50                    ; quota di avvicinamento

    SET pezzol = TRANS(x_pezzol,y_pezzol,zp,0,180,180)
    SET rilascio = TRANS(x_rilascio,y_rilascio,zp,0,180,180)
    SET home = TRANS(0,0,zp+q,0,180,180)

    SPEED 50
    MOVES pezzol
    BREAK
    DELAY 1
    SPEED 100 ALWAYS
    ACCEL (0) 100, 100

    tempo = TIMER(0)

    FOR rr = 1 TO num_pezzi_y
        FOR cc = 1 TO num_pezzi_x

```

```
        SET presa = pezzo1:TRANS((cc-1)*dist_pezzi_x,-(rr
            -1)*dist_pezzi_y,0)

        APPROX presa, q
        BREAK
        MOVES presa
        BREAK
;        DELAY 0.1
        DEPARTS q
        BREAK

        APPROX rilascio, q
        BREAK
        MOVES rilascio
        BREAK
;        DELAY 0.1
        DEPARTS q
        BREAK

        END
    END

    TYPE "Tempo sequenza =", TIMER(0)-tempo, " secondi"

; SPEED 10
; MOVES home
.END
```


BIBLIOGRAFIA

- [1] Adept technology. URL www.adept.com.
- [2] *Adept Quattro s650H Robot User's Guide*, 2010.
- [3] G. Boschetti, R. Rosa, and A. Trevisani. Parallel Robot Performance Evaluation through Direction Selective Index (DSI). *Journal of Robotics*, 2011.
- [4] G. Boschetti, R. Rosa, and A. Trevisani. Task-Dependent and Direction-Selective Performance Indexes: General Definitions and Application to Parallel Robot Optimal Positioning. *Robotics and Computer Integrated Manufactory*, 2012.
- [5] K. L. Lazzari. Sviluppo di un Indice Dinamico per la Previsione del Comportamento di Manipolatori Paralleli, 2012.
- [6] L. Virzì. Analisi delle Prestazioni di un Manipolatore Parallelo per il Pick-and-Place tramite Indici Cinematici e Dinamici, 2010.

