



Università degli studi di Padova

Facoltà di Ingegneria

Dipartimento di tecnica e gestione dei sistemi
industriali

Tesi di Laurea Triennale in Ingegneria Gestionale

Prove di prestazione di un algoritmo esatto che ottimizza il trasporto di pelli fresche dai macelli alla conceria

Relatore: Prof. Romanin-Jacur Giorgio

Laureando: Buso Mirko

Anno accademico 2011–2012

INDICE

Introduzione	5
Analisi del problema	7
Programma GAMS	8
Parametri	8
Variabili	15
Funzione obiettivo	16
Vincoli	16
Settaggi del compilatore e compilazione	20
Modifiche ai dati del programma	21
Variazione delle finestre temporali	21
Variazione dei tempi e dei costi	22
Variazione del numero di macelli	23
Programma con 15 macelli	24
Codice del programma	24
Display del listato	33
Soluzione del problema	35
Bibliografia	37

INTRODUZIONE

Viene di seguito descritto un caso di Vehicle Routine Problem with Time Windows, con il quale ci si pone l'obiettivo di ricavare il percorso che minimizza i costi sostenuti da uno o più veicoli per garantire un determinato servizio, compatibilmente con i vincoli di tempo imposti dai clienti da servire e dai punti di partenza e arrivo.

Nel caso in questione si hanno a disposizione alcuni camion grazie ai quali ritirare pelli fresche presso vari macelli, per poi consegnarle ad un'unica conceria rispettando opportune finestre temporali, evitando così il deterioramento delle stesse.

La soluzione ottimale è ottenuta tramite l'esecuzione di un programma GAMS, il quale sfrutta un modello matematico Mixed Integre Linear Program (MILP), ovvero un modello in cui compaiono sia variabili intere che binarie.

Da tale programma verranno apportate delle modifiche alle finestre temporali, ai tempi e ai costi valutando le risposte del programma a tali cambiamenti al fine di ottenere un discreto tempo di calcolo dell'elaboratore e un numero adeguato di macelli da cui prelevare le pelli in linea con il limite di risorse imposte in termini di tempo.



Fig.1 Logo programma GAMS

Analisi del problema

Si consideri una rete formata da alcuni depositi di partenza da dove partono i camion, da macelli da dove ritirare pelli fresche e infine da una conceria dove queste devono essere consegnate.

Ogni camion k possiede una diversa capacità di carico q_k , una finestra temporale (sm_k, fm_k) entro la quale può avvenire la partenza e legate ad ogni camion si hanno delle matrici contenenti i tempi e i costi di: carico in ogni macello t_{ik} e dt_{ik} , trasporto dalla partenza ad ogni macello tm_{ik} e dm_{ik} , trasporto da ogni macello alla conceria tl_{ik} e dl_{ik} , e trasporto da ogni macello ad ogni altro macello t_{ijk} e d_{ijk} . Sempre ad ogni camion vengono inoltre associati i costi di uscita dal deposito c_k , il costo e il tempo di scarico alla conceria d_{lk} e il costo del tempo impiegato e del ritardo accumulato prima della partenza ct_k e cr_k .

Ad ogni macello i viene associata una finestra temporale (si, fi) entro la quale deve avvenire lo scarico delle merci.

Ogni camion k dunque parte dal deposito entro una specifica finestra temporale, scegliendo il percorso a minor costo carica un carico p_i di pelli fresche per ogni macello visitato sempre nei limiti delle rispettive finestre temporali, e poi scarica il tutto alla conceria rispettando sia la finestra temporale sia il tempo massimo di fine scarico g_i imposto da ogni macello. Tale tempo massimo vale da garanzia affinché il carico di pelli fresche non si deteriori.

Si ricordi che ogni macello i può essere servito da un solo camion, e che il carico totale di pelli da ritirare associato ad un camion non deve superare la capacità di trasporto del mezzo.

L'obiettivo del problema è minimizzare il costo totale del servizio di ritiro delle pelli presso tutti i macelli.

Per la risoluzione del problema vengono inserite 3 variabili binarie:

- 1) la variabile di assegnazione y_{ik} che assume il valore 1 se il camion k è incaricato di ritirare le pelli presso il macello i , altrimenti 0.
- 2) la variabile di uscita ym_k che assume il valore 1 se il camion k lascia il deposito e viene utilizzato per il servizio, altrimenti 0.
- 3) la variabile di ordinamento x_{ij} nel caso 2 macelli i, j vengano serviti dallo stesso camion k (ovvero se $y_{ik} = y_{jk} = 1$). Essa assume il valore 1 quando il macello i viene visitato prima del macello j , altrimenti è uguale a 0. La variabile x_{ij} ha senso solo se si pone nelle equazioni che $ord(i) < ord(j)$, dove $ord(i)$ indica la posizione relativa dell'elemento i nell'insieme dei macelli. In questo modo il numero delle variabili di ordinamento è ridotto della metà.

La funzione obiettivo è la somma dei costi sostenuti dai camion nel visitare i macelli e infine scaricare le pelli in conceria.

Programma GAMS

Viene ora data una spiegazione del programma per quanto riguarda i parametri, le variabili e le equazioni riportando pure il codice nel caso in cui si hanno 3 camion con 13 macelli diversi da cui prelevare le merci, quindi il nostro caso di partenza.

Parametri

Si riportano dapprima schematicamente i dati a disposizione nella definizione del problema.

- sm_k e fm_k : rispettivamente il tempo minimo e il tempo massimo in cui può avvenire la partenza di ogni camion.
- ttl_k : tempo di scarico in conceria per ogni camion k
- Per ogni macello i :
 - Finestra di carico s_i (start) e f_i (finish)
 - Tempo minimo di fine scarico in conceria g_i imposto da ogni macello per evitare il deterioramento delle pelli
 - Tempo di carico per ogni camion tt_{ik}
 - Quantità caricata p_i
- Per ogni camion k :
 - Portata q_k
 - Costo di uscita c_k
 - Costo di scarico alla conceria d_{tk}
 - Costo del trasportatore nell'unità di tempo ct_k
 - Costo nell'unità di tempo dovuto al ritardo nella partenza cr_k
 - Tempo di carico di ogni macello tt_{ik}
 - Costo di carico di ogni macello dt_{ik}
 - Tempo di trasporto tm_{ik} dalla partenza ad ogni macello i
 - Costo di trasporto dm_{ik} legato alla distanza tra la partenza e ogni macello i
 - Tempo di trasporto tl_{ik} da ogni macello i fino alla conceria
 - Costo di trasporto dl_{ik} legato alla distanza tra ogni macello i e la conceria
- Per ogni coppia di macelli (i,j) e ogni camion k :
 - Tempo di trasporto t_{ijk} da ogni macello i ad ogni altro macello j
 - Costo di trasporto d_{ijk} da ogni macello i ad ogni altro macello j


```

*macelli, camion
SETS i/i1*i13/,k/k1*k3;/ALIAS (i,j);
*finestra scarico in conceria, big M
SCALAR sl/420/,fl/1740/,M/100000/;
PARAMETERS
*finestra (start,finish) partenza per ogni camion,tempo scarico in conceria
sm(k)/k1 10,k2 30,k3 20/,fm(k)/k1 100,k2 130,k3 120/,
ttl(k)/k1 10,k2 10,k3 10/,
*finestra (start) carico in ogni macello
s(i)/i1 120,i2 380,i3 180,i4 450,i5 210,i6 500,i7 880,
i8 590,i9 110,i10 720,i11 100,i12 260,i13 80/,
*finestra (finish) carico in ogni macello
f(i)/i1 540,i2 960,i3 490,i4 840,i5 900,i6 1500,i7 1400,
i8 1000,i9 710,i10 1060,i11 1000,i12 800,i13 440/,
*tempo minimo di fine scarico in conceria imposto da ogni macello
g(i)/i1 1700,i2 1800,i3 1800,i4 1900,i5 1701,i6 1600,i7 1900,
i8 1500,i9 1600,i10 1800,i11 1700,i12 1700,i13 1500/,
*quantita' caricata in ogni macello
p(i)/i1 250,i2 530,i3 800,i4 300,i5 390,i6 340,i7 420,
i8 390,i9 480,i10 620,i11 400,i12 550,i13 270/,
*portata, costo di uscita, costo di scarico alla conceria di ogni camion
q(k)/k1 3700,k2 2700,k3 2700/,c(k)/k1 200,k2 220,k3 180/,dtl(k)/k1 5,k2 6,k3
4/,
*costo del tempo impiegato e del ritardo partenza di ogni camion
ct(k)/k1 0.1,k2 0.1,k3 0.1/,cr(k)/k1 0.05,k2 0.05,k3 0.05/;

```

*tempo di carico di ogni macello per ogni camion

TABLE tt(i,k)			
	k1	k2	k3
i1	20	22	24
i2	25	28	30
i3	32	35	37
i4	18	19	20
i5	30	34	36
i6	22	26	28
i7	19	21	22
i8	41	42	44
i9	23	24	26
i10	44	46	47
i11	32	34	35
i12	29	31	32
i13	34	35	37;

*costo di carico di ogni macello per ogni camion

TABLE dt(i,k)			
	k1	k2	k3
i1	2	2	2
i2	3	3	3
i3	3	4	4
i4	2	2	2
i5	3	3	4
i6	2	3	3
i7	2	2	3
i8	4	4	4
i9	2	3	4
i10	4	3	3
i11	3	3	3
i12	4	4	4
i13	4	3	3;

*tempo di trasporto dalla partenza ad ogni macello per ogni camion

TABLE tm(i,k)			
	k1	k2	k3
i1	125	130	132
i2	137	140	143
i3	151	157	160
i4	134	144	148
i5	129	133	138

i6	120	121	121
i7	90	92	96
i8	112	120	124
i9	106	109	115
i10	149	153	157
i11	120	121	122
i12	123	129	133
i13	141	144	146;

*costo di trasporto dalla partenza ad ogni macello per ogni camion

TABLE dm(i,k)

	k1	k2	k3
i1	25	30	27
i2	37	40	38
i3	51	57	53
i4	34	44	38
i5	41	43	42
i6	33	33	32
i7	28	29	29
i8	31	34	32
i9	33	35	34
i10	29	32	30
i11	40	43	41
i12	35	37	36
i13	32	35	33;

*tempo di trasporto da ogni macello alla conceria per ogni camion

TABLE tl(i,k)

	k1	k2	k3
i1	128	131	133
i2	139	142	144
i3	153	157	160
i4	139	146	150
i5	141	142	143
i6	128	129	130
i7	158	162	165
i8	160	162	164
i9	136	139	141
i10	124	125	126
i11	151	154	156
i12	144	147	149
i13	137	140	142;

*costo di trasporto da ogni macello alla conceria per ogni camion

TABLE dl(i,k)

	k1	k2	k3
i1	28	31	29
i2	39	42	40
i3	53	57	55
i4	39	46	42
i5	37	39	38
i6	36	35	35
i7	41	43	42
i8	58	59	59
i9	36	37	37
i10	26	28	27
i11	49	52	50
i12	40	41	41
i13	42	44	43;

*tempo di trasporto da ogni macello ad ogni altro macello per ogni camion

TABLE t(i,j,k)

	k1	k2	k3
i1.i2	145	147	146
i1.i3	161	166	163
i1.i4	156	159	157
i1.i5	122	123	122
i1.i6	125	127	126

i1.i7	111	112	111
i1.i8	137	139	138
i1.i9	108	111	109
i1.i10	149	154	151
i1.i11	166	166	166
i1.i12	139	142	140
i1.i13	122	119	121
i2.i1	142	143	142
i2.i3	150	154	152
i2.i4	160	163	161
i2.i5	167	165	166
i2.i6	156	156	157
i2.i7	163	166	164
i2.i8	123	125	124
i2.i9	175	177	176
i2.i10	141	144	142
i2.i11	111	115	112
i2.i12	157	158	158
i2.i13	152	154	153
i3.i1	158	163	160
i3.i2	149	151	150
i3.i4	168	171	169
i3.i5	168	166	167
i3.i6	141	144	142
i3.i7	128	131	129
i3.i8	181	187	184
i3.i9	148	151	149
i3.i10	124	128	125
i3.i11	154	159	156
i3.i12	146	148	147
i3.i13	139	141	140
i4.i1	166	168	167
i4.i2	167	170	168
i4.i3	158	165	150
i4.i5	171	170	171
i4.i6	152	154	153
i4.i7	181	190	184
i4.i8	114	116	115
i4.i9	166	170	167
i4.i10	116	119	117
i4.i11	139	141	140
i4.i12	112	114	113
i4.i13	148	150	149
i5.i1	156	157	156
i5.i2	181	178	179
i5.i3	145	147	146
i5.i4	132	133	133
i5.i6	120	120	121
i5.i7	100	101	101
i5.i8	161	170	164
i5.i9	173	175	174
i5.i10	146	148	147
i5.i11	182	186	184
i5.i12	151	155	153
i5.i13	116	119	117
i6.i1	112	115	113
i6.i2	107	109	108
i6.i3	119	117	118
i6.i4	137	135	136
i6.i5	113	115	114
i6.i7	115	116	115
i6.i8	101	107	104
i6.i9	150	153	151
i6.i10	161	165	163
i6.i11	143	148	145
i6.i12	138	141	139
i6.i13	144	146	145
i7.i1	109	110	110

i7.i2	111	113	112
i7.i3	133	140	136
i7.i4	112	112	113
i7.i5	100	102	101
i7.i6	128	132	129
i7.i8	98	99	98
i7.i9	146	149	147
i7.i10	151	153	152
i7.i11	105	109	106
i7.i12	167	170	168
i7.i13	150	153	151
i8.i1	131	134	132
i8.i2	140	143	141
i8.i3	129	132	130
i8.i4	107	109	108
i8.i5	119	121	120
i8.i6	170	170	169
i8.i7	159	161	160
i8.i9	121	123	122
i8.i10	177	180	178
i8.i11	133	136	134
i8.i12	149	151	150
i8.i13	101	105	102
i9.i1	103	105	104
i9.i2	177	183	179
i9.i3	145	147	146
i9.i4	170	175	172
i9.i5	138	142	140
i9.i6	152	155	153
i9.i7	149	153	151
i9.i8	119	123	121
i9.i10	133	135	134
i9.i11	126	131	128
i9.i12	160	164	162
i9.i13	175	178	176
i10.i1	152	156	154
i10.i2	138	141	139
i10.i3	120	124	121
i10.i4	115	118	116
i10.i5	143	147	144
i10.i6	166	171	168
i10.i7	153	155	154
i10.i8	174	177	175
i10.i9	131	134	132
i10.i11	168	172	169
i10.i12	123	126	124
i10.i13	169	171	170
i11.i1	168	174	170
i11.i2	113	118	115
i11.i3	157	161	159
i11.i4	136	142	139
i11.i5	184	190	186
i11.i6	147	151	149
i11.i7	107	112	109
i11.i8	129	132	130
i11.i9	130	134	131
i11.i10	124	128	126
i11.i12	157	160	158
i11.i13	160	162	161
i12.i1	134	137	135
i12.i2	160	165	162
i12.i3	144	147	145
i12.i4	115	118	116
i12.i5	148	152	150
i12.i6	136	138	137
i12.i7	172	177	174
i12.i8	151	154	152
i12.i9	164	167	165

i12.i10	170	175	172
i12.i11	154	156	155
i12.i13	120	123	121
i13.i1	154	157	155
i13.i2	137	140	138
i13.i3	178	184	181
i13.i4	151	153	152
i13.i5	118	119	119
i13.i6	146	150	148
i13.i7	149	151	150
i13.i8	103	104	103
i13.i9	172	175	174
i13.i10	169	174	171
i13.i11	158	162	160
i13.i12	121	123	122;

*costo di trasporto da ogni macello ad ogni altro macello per ogni camion

TABLE d(i, j, k)

	k1	k2	k3
i1.i2	45	47	46
i1.i3	61	66	63
i1.i4	56	59	57
i1.i5	49	51	50
i1.i6	51	50	50
i1.i7	46	47	47
i1.i8	39	42	40
i1.i9	36	35	35
i1.i10	48	46	47
i1.i11	35	33	34
i1.i12	51	50	50
i1.i13	46	44	45
i2.i1	42	43	42
i2.i3	50	54	52
i2.i4	60	63	61
i2.i5	56	58	57
i2.i6	60	58	59
i2.i7	51	54	52
i2.i8	57	56	56
i2.i9	63	60	61
i2.i10	47	45	46
i2.i11	55	53	54
i2.i12	44	43	44
i2.i13	51	48	49
i3.i1	58	63	60
i3.i2	49	51	50
i3.i4	68	71	69
i3.i5	64	64	65
i3.i6	51	50	50
i3.i7	60	59	59
i3.i8	42	41	41
i3.i9	40	38	39
i3.i10	31	29	30
i3.i11	55	53	54
i3.i12	50	49	49
i3.i13	67	64	65
i4.i1	66	68	67
i4.i2	67	70	68
i4.i3	58	65	60
i4.i5	71	69	70
i4.i6	66	63	64
i4.i7	72	73	72
i4.i8	61	62	61
i4.i9	66	63	64
i4.i10	43	41	42
i4.i11	50	47	48
i4.i12	31	29	30
i4.i13	44	42	43
i5.i1	45	45	45

i5.i2	58	61	59
i5.i3	49	49	50
i5.i4	58	57	57
i5.i6	61	64	62
i5.i7	59	63	61
i5.i8	77	75	76
i5.i9	44	41	42
i5.i10	53	50	51
i5.i11	69	66	67
i5.i12	52	49	50
i5.i13	36	35	35
i6.i1	59	60	60
i6.i2	71	70	70
i6.i3	49	52	50
i6.i4	61	62	61
i6.i5	80	78	79
i6.i7	67	68	67
i6.i8	63	61	62
i6.i9	52	50	51
i6.i10	75	72	73
i6.i11	40	38	39
i6.i12	62	60	61
i6.i13	45	42	43
i7.i1	75	74	74
i7.i2	65	64	64
i7.i3	49	52	50
i7.i4	51	56	52
i7.i5	49	47	48
i7.i6	39	37	38
i7.i8	29	27	28
i7.i9	63	61	62
i7.i10	42	40	41
i7.i11	42	41	41
i7.i12	76	73	74
i7.i13	38	36	37
i8.i1	53	54	53
i8.i2	45	51	47
i8.i3	71	72	71
i8.i4	47	46	46
i8.i5	69	66	67
i8.i6	70	68	69
i8.i7	54	59	56
i8.i9	36	34	35
i8.i10	64	61	62
i8.i11	54	53	53
i8.i12	57	55	55
i8.i13	38	37	37
i9.i1	35	34	34
i9.i2	65	63	64
i9.i3	42	41	41
i9.i4	67	64	65
i9.i5	43	41	41
i9.i6	54	52	53
i9.i7	61	58	59
i9.i8	38	37	37
i9.i10	51	47	48
i9.i11	40	38	39
i9.i12	57	55	56
i9.i13	72	66	68
i10.i1	49	46	47
i10.i2	46	43	44
i10.i3	30	29	29
i10.i4	42	40	41
i10.i5	55	53	54
i10.i6	73	71	72
i10.i7	44	42	43
i10.i8	65	63	64
i10.i9	52	49	50

i10.i11	63	60	61
i10.i12	45	43	44
i10.i13	72	68	69
i11.i1	33	31	32
i11.i2	74	72	73
i11.i3	56	54	55
i11.i4	49	48	48
i11.i5	68	66	67
i11.i6	39	37	38
i11.i7	41	39	40
i11.i8	54	51	52
i11.i9	41	39	40
i11.i10	64	62	63
i11.i12	52	50	51
i11.i13	55	53	54
i12.i1	52	51	51
i12.i2	42	40	41
i12.i3	49	47	48
i12.i4	32	31	31
i12.i5	53	51	52
i12.i6	63	60	61
i12.i7	77	74	75
i12.i8	56	54	55
i12.i9	55	54	54
i12.i10	42	41	41
i12.i11	56	54	55
i12.i13	30	30	30
i13.i1	45	42	43
i13.i2	53	51	52
i13.i3	68	65	66
i13.i4	42	39	40
i13.i5	35	33	34
i13.i6	46	44	45
i13.i7	39	37	38
i13.i8	37	36	36
i13.i9	71	67	68
i13.i10	74	70	71
i13.i11	57	55	56
i13.i12	29	27	28;

Variabili

Troviamo nel programma due tipi di variabili: binarie e positive.

Variabili binarie:

- y_{ik} : assume valore 1 se il camion k ritira il carico del macello i , altrimenti 0
- y_{mk} : assume valore 1 se il camion k viene utilizzato per il ritiro della merce, altrimenti 0
- x_{ij} : assume valore 1 se il macello i precede il macello j nel percorso nel caso essi siano serviti da uno stesso camion k , altrimenti 0

Variabili positive:

- z_i : tempo di fine carico nel macello i . Esso dipende da quale camion k serve il macello i e dalla posizione del macello i all'interno del percorso seguito dal camion k
- z_{mk} : tempo di uscita del camion k dalla partenza
- z_k : tempo di fine scarico del camion k in conceria
- $costot$: costo totale nell'effettuare il servizio

- $cost_i$: costo dovuto alla distanza percorsa per raggiungere il macello i . Esso dipende da quale camion k serve il macello i e dalla posizione del macello i all'interno del percorso seguito dal camion k
- $costl_k$: costo del camion k dovuto alla distanza percorsa per raggiungere in sequenza i macelli assegnati e infine la conceria
- ff_{ij} : differenza tra il tempo massimo di fine scarico f_j al macello j e il tempo i inizio carico s_i al macello i . Rappresenta il tempo che intercorre tra il carico delle pelli in i , il viaggio dal macello i al macello j e il tempo di carico delle pelli al macello j .

```
VARIABLES y(i,k),ym(k),x(i,j);BINARY VARIABLES y,ym,x;
VARIABLES z(i),zm(k),zl(k),costot,cost(i),costl(k),ff(i,j);
POSITIVE VARIABLES z,zm,zl,cost,costl,ff;
```

Funzione obiettivo

L'obiettivo nel trasportare le pelli dai macelli alle concerie è quello di garantire il servizio minimizzando il più possibile i costi.

Il costo complessivo è dato dalla somma delle distanze percorse da ciascun camion per raggiungere in sequenza i vari macelli assegnati e infine la conceria.

```
spesa..costot =e= sum(k,costl(k));
```

Vincoli

I vincoli limitano l'area di ricerca della soluzione ottima.

Vincolo di assegnazione dei macelli ai camion

Ogni macello i deve essere servito da un singolo camion k . Non è possibile suddividere il carico che deve essere ritirato da un macello.

```
vmac2(i)..sum(k,y(i,k)) =l= 1;
```


Vincoli di capacità

Il carico complessivo che un camion k ritira non deve superare la sua capacità di carico, inoltre un macello viene visitato solo se consegna una quantità diversa (o maggiore) da zero.

$$\text{port}(k) \dots \text{sum}(i, p(i) * y(i, k)) = l = q(k) * ym(k);$$
$$\text{vmac1}(i) \dots \text{sum}(k, q(k) * y(i, k)) = g = p(i);$$

Vincoli temporali

Il tempo di fine carico in un macello i da parte di un camion k deve essere almeno pari alla somma tra il tempo di uscita dalla partenza zm_k , il tempo tm_{ik} per raggiungere il macello i e il tempo di carico delle pelli tt_{ik} .

$$\text{temini}(i, k) \dots z(i) = g = zm(k) + (tm(i, k) + tt(i, k)) * (ym(k) + y(i, k) - 1);$$

Si supponga che i macelli i, j siano entrambi serviti dallo stesso camion k.

Se il macello i è visitato prima del macello j ($x_{ij}=1$), allora il vincolo afferma che il tempo di fine carico z_j al macello j deve essere maggiore o uguale alla somma tra il tempo z_i di fine carico al macello i, il tempo t_{ijk} per coprire la distanza tra il macello i e il macello j e il tempo tt_{jk} per caricare le pelli al macello j.

Altrimenti vale il contrario.

Si noti che se uno dei due macelli non fa parte dell'itinerario del camion k, allora nell'equazione $y_{ik} + y_{jk} < 2$ e di conseguenza i vincoli diventano superflui.

$$\text{tem1}(i, j, k) \$(\text{ord}(i) < \text{ord}(j)) \dots z(j) = g = z(i) + tt(j, k) + t(i, j, k) - M * (1 - x(i, j)) - M * (2 - y(i, k) - y(j, k));$$
$$\text{tem2}(i, j, k) \$(\text{ord}(i) < \text{ord}(j)) \dots z(i) = g = z(j) + tt(i, k) + t(j, i, k) - M * x(i, j) - M * (2 - y(i, k) - y(j, k));$$

Il tempo di fine scarico di un camion k in conceria z_k deve essere maggiore o uguale alla somma tra il tempo di fine scarico dell'ultimo macello visitato z_i , il tempo per raggiungere la conceria tl_{ik} e il tempo per scaricare le pelli ttl_k .

Dato che l'ultimo macello visitato dal camion k non è noto in anticipo, il vincolo deve essere verificato per ogni macello i.

$$\text{temfin}(i, k) \dots z_l(k) = g = z(i) + tl(i, k) + ttl(k) - M * (1 - y(i, k));$$

Il tempo della partenza zm_k del camion k e il tempo di fine scarico in conceria z_k devono rispettare i vincoli imposti dalle rispettive finestre temporali. Il tempo di fine scarico in conceria

in particolare deve essere maggiore alla somma tra la finestra di inizio scarico s_l e il tempo di scarico in conceria ttl_k per ogni camion k .

$$\begin{aligned} finini1(k) \dots zm(k) &= g = sm(k); \\ finini2(k) \dots zm(k) &= l = fm(k); \\ \\ finl1(k) \dots zl(k) &= g = s_l + ttl(k); \\ finl2(k) \dots zl(k) &= l = fl; \end{aligned}$$

Inoltre il tempo di fine scarico in conceria zl_k deve essere tale da non portare al deterioramento delle pelli.

$$finl3(i,k) \dots zl(k) = l = g(i) + M * (1 - y(i,k));$$

Il tempo di fine carico z_i in un macello i deve essere almeno la somma del tempo di inizio carico s_i al macello i e del tempo tt_{ik} necessario al camion k per caricare le pelli; deve inoltre essere inferiore al tempo massimo di fine carico f_i del macello i .

$$\begin{aligned} finl(i,k) \dots z(i) &= g = s(i) + tt(i,k) - M * (1 - y(i,k)); \\ fin2(i,k) \dots z(i) &= l = f(i) + M * (1 - y(i,k)); \end{aligned}$$

Vincoli di costo

Il costo $cost_i$ per raggiungere un macello i non deve essere inferiore alla somma del costo d'uscita c_k del camion k , del costo dm_{ik} per percorrere la strada dalla partenza al macello i stesso e il costo di carico dt_{ik} .

$$cini(i,k) \dots cost(i) = g = (c(k) + dm(i,k) + dt(i,k)) * (ym(k) + y(i,k) - 1);$$

Si supponga che i macelli i, j siano entrambi serviti dallo stesso camion k ; se il macello i è visitato prima del macello j ($x_{ij}=1$), il vincolo afferma che il costo $cost_j$ accumulato dal camion quando raggiunge il macello j deve risultare maggiore o uguale alla somma tra il costo $cost_i$ accumulato al macello precedente, il costo d_{ijk} legato alla distanza da percorrere per raggiungere il macello j dal macello i e il costo di carico dt_{jk} del macello j .

Se il macello j è visitato prima ($x_{ij}=0$), vale il contrario.

Anche in questo caso si noti che se uno dei due macelli non fa parte dell'itinerario del camion k , allora $y_{ik} + y_{jk} < 2$ e i vincoli diventano superflui.

$$\begin{aligned}
c1(i,j,k)\$(ord(i)<ord(j))..cost(j) &=g= cost(i)+ \\
& d(i,j,k)+dt(j,k)-M*(1-x(i,j))-M*(2-y(i,k)-y(j,k)); \\
c2(i,j,k)\$(ord(i)<ord(j))..cost(i) &=g= cost(j)+d(j,i,k)+ \\
& dt(i,k)-M*x(i,j)-M*(2-y(i,k)-y(j,k));
\end{aligned}$$

Il costo $cost_k$ accumulato da un camion k al momento dello scarico in conceria deve essere maggiore o uguale alla somma tra il costo raggiunto all'ultimo macello visitato $cost_i$, il costo dl_{ik} per raggiungere la conceria, il costo del tempo impiegato ct_k per la differenza tra il tempo di fine scarico in conceria zl_k e il tempo di uscita del camion k dalla partenza zm_k , e il costo del ritardo alla partenza cr_k per la differenza tra il tempo di uscita del camion k alla partenza zm_k e il tempo minimo in cui può avvenire la partenza del camion k sm_k .

Anche in questo caso il vincolo deve essere verificato per ogni macello i .

$$\begin{aligned}
cfin(i,k)..cost1(k) &=g= cost(i)+dl(i,k)+d1(k)+ct(k)*(zl(k)-zm(k))+ \\
& cr(k)*(zm(k)-sm(k))-M*(2-y(i,k)-ym(k));
\end{aligned}$$

Come visto in precedenza ff_{ij} deve essere almeno pari alla differenza tra il tempo massimo di fine scarico f_j al macello j e il tempo i inizio carico s_i al macello i .

Nell'equazione $imp1_{ijk}$ si supponga che i macelli i,j siano entrambi serviti dallo stesso camion k ; se il macello i è visitato prima del macello j ($x_{ij}=1$), allora la parte a sinistra dell'equazione risulta pari a 3. La disuguaglianza vale solo nel caso in cui il rapporto a destra dell'equazione tra il tempo disponibile ff_{ij} e la somma del tempo di carico tt_{ik} nel macello i , il tempo di trasporto t_{ijk} dal macello i al macello j e il tempo di carico tt_{jk} al macello j è maggiore di uno.

L'equazione $imp2_{ijk}$ ha lo stesso significato solo che viene invertito l'ordine tra i e j ($x_{ij}=0$).

L'obiettivo principale di tali equazioni è quello di ridurre il tempo di calcolo tagliando delle soluzioni.

$$\begin{aligned}
diff(i,j)..ff(i,j) &=g= f(j)-s(i); \\
imp1(i,j,k)\$(ord(i)<ord(j)).. \\
& y(i,k)+y(j,k)+x(i,j) =1= 2+(ff(i,j)/(tt(i,k)+tt(j,k)+t(i,j,k))); \\
imp2(i,j,k)\$(ord(i)<ord(j)).. \\
& y(i,k)+y(j,k)-x(i,j) =1= 1+(ff(j,i)/(tt(i,k)+tt(j,k)+t(j,i,k)));
\end{aligned}$$

Settaggio del compilatore e compilazione

Per la compilazione e esecuzione del programma il settaggio sarà quello tradizionale con un errore relativo (optcr) nullo tra la soluzione ottima intera trovata e quella ottenibile.

Il modello utilizzato è quello di mixed integer programming, per la presenza di variabili binarie.

Conclusa l'elaborazione dei dati vengono visualizzate tutte le variabili, in modo da poter ricostruire il tragitto percorso da ogni camion, gli orari seguiti e i costi sostenuti.

```
MODEL maccorda/all/;OPTIONS mip=cplex,optcr=0.0;  
SOLVE maccorda USING mip MINIMIZING costot;  
DISPLAY y.l,ym.l,x.l,z.l,zm.l,zl.l,costot.l,cost.l,costl.l;
```

Modifiche ai dati del programma

Valutiamo ora la risposta del programma alla variazione dei dati.

Il programma di partenza è composto da 13 macelli che possono essere serviti da 3 camion, l'obiettivo dell'analisi è quello di valutare i cambiamenti dei tempi di calcolo apportando modifiche dapprima alle finestre temporali, poi ai tempi e ai costi nei quali avvengono i servizi e infine aggiungendo dei macelli da cui poter prelevare le pelli.

Variazione delle finestre temporali

Il programma di partenza presenta un tempo di calcolo dell'ordine di 580 secondi, un tempo accettabile considerato il limite imposto di 999 secondi.

Concettualmente riducendo le finestre il tempo di calcolo dovrebbe diminuire in quanto le soluzioni ammissibili sono minori e quindi il calcolatore deve svolgere un minor numero di calcoli per arrivare all'ottimo. Si prova ora a verificare tale ipotesi.

Con le prime prove si è cercato di ridurre in modo considerevole le finestre temporali, nello specifico il tempo massimo di partenza fm_k per ogni camion dal deposito, il tempo di inizio carico s_i in ogni macello e il tempo di fine carico f_i in ogni macello. Non è stato modificato il tempo di partenza sm_k per ogni camion dal deposito in quanto non avrebbe apportato grandi benefici essendoci un tempo minimo in cui iniziare a caricare ai macelli che è successivo a quello di partenza. In particolare riducendo tutte queste di 60 si è superato il limite di risorse disponibili. Stessa situazione si è verificata riducendo ulteriormente queste ultime oppure riducendo solamente le finestre di tempo massimo fm_k di partenza del camion e di fine carico in ogni macello f_i .

Dimezzando le finestre sia dei macelli che dei depositi e della conceria, ipotizzando quindi solamente mezza giornata di lavoro, l'elaboratore a 54 secondi risponde con una soluzione non ammissibile.

Dati i risultati negativi ottenuti con elevate restrizioni si passa ora a diminuire di poco tali finestre in modo da avere piccole variazioni rispetto al modello originale, e da qui arrivare ad ottenere un tempo di calcolo soddisfacente per il caso posto.

Nella prova successiva si riduce quindi solamente di 20 la finestra di inizio carico s_i per ogni macello e il tempo massimo fm_k in cui può avvenire la partenza del camion, e di 40 la finestra di fine carico f_i per ogni macello. In questo caso le risorse non vengono superate ma non si hanno dei benefici essendo il tempo di 832 secondi. Essendo l'apertura della conceria già successiva a quella dei macelli e all'orario di partenza dei camion si sceglie di diminuire gradualmente la finestra di fine carico f_i per ogni macello, riducendo così i tempi in cui i camion lavorano vista

la chiusura anticipata dei macelli. Si fanno dunque seguire una serie di prove nelle quali si riduce tale finestra di 10 in 10 ad ogni prova.

Considerando come prova 1 l'ultima citata seguono in tabella (Tab. 1) i tempi così trovati.

Numero di prova	Tempo di calcolo (secondi)
1	832
2	687
3	636
4	484
5	408
6	323
7	759

Tab. 1 Numero di prova con relativo tempo di calcolo.

Si può notare una graduale riduzione del tempo di calcolo fino alla prova 6, oltre inizia ad aumentare molto velocemente. Inutile quindi un'ulteriore riduzione delle finestre temporali che comporterebbe un maggior tempo di calcolo.

Si capisce ora come nelle prime prove si sia superato il limite di risorse imposto dal programma, l'elaboratore continua a cercare una soluzione ottima, e non trovandone alcuna, il problema esplose.

Vengono valutate ora le modifiche che intercorrono aumentando le finestre temporali. Come nel caso precedente dapprima le variazioni saranno sostanziali, in particolare per l'orario nel quale si può prelevare ai macelli, cioè tra la finestra di inizio carico s_i e di fine carico f_i per ogni macello. Come ci si poteva aspettare il limite di risorse viene superato, quindi risulta opportuno un graduale aumento delle finestre.

Un lieve aumento dell'ordine delle 20 unità per le finestre appena citate comporta ancora un superamento del limite di risorse, risulta così inutile un'ulteriore indagine in questo senso.

Variazione dei tempi e dei costi

Si è constatato una migliore efficienza del programma diminuendo di poco le finestre temporali, riprendendo ora la miglior prova in tempo di calcolo, nel nostro caso la prova 6, si prova a vedere come reagisce il problema a cambi di tempi e costi molto diversi tra loro. Si noti che i dati finora usati sono volutamente omogenei tra di loro, questo per arrivare ad una sicura soluzione ottima del problema.

Verranno dunque immessi ora dati eterogenei, grazie ai quali l'elaboratore dovrebbe scartare velocemente soluzioni non ammissibili riducendo i tempi di calcolo. Per assicurarsi che ciò

avvenga i dati dovranno essere molto diversi tra di loro. Ad esempio se il tempo di carico al macello 1 è rispettivamente di 5 minuti per il primo camion, 8 per il secondo e mezz'ora per il terzo, è evidente che questa ultima soluzione sarà scartata a priori.

Partendo come detto dalla prova 6, dapprima si prova a cambiare solamente alcune voci dei tempi, in modo da differenziare i dati, si nota un aumento del tempo di calcolo, e a parità di costi con il caso di partenza, pure la funzione obiettivo si alza.

Provando a modificare sia i tempi che i costi allo stesso modo, si ottiene una sostanziale diminuzione del tempo di calcolo che diviene di circa 59 secondi. In questo caso, come nelle prime prove, la funzione obiettivo non è di rilievo essendo i costi stati immessi casualmente.

Da queste prove si capisce come i costi incidano di più nello svolgimento delle equazioni per l'elaboratore molto probabilmente anche nel caso reale studiato.

Variazione del numero di macelli

Si è giunti ora ad un'ottimizzazione del modello di partenza in termini di tempo di calcolo.

A partire da questa base si prova quindi a vedere se è possibile inserire uno o più macelli nel problema, restando all'interno del vincolo di risorse imposto dall'elaboratore.

Si inizia aggiungendo un solo macello, se ne hanno ora 14. per fare ciò ovviamente occorre aggiungere dei dati al modello sia ai tempi che ai costi. A differenza di quanto ipotizzato il tempo di calcolo è di soli 56 secondi, questo probabilmente dovuto al fatto che dati così eterogenei tra di loro provocano un taglio di molte soluzioni riducendo così il numero di calcoli. Restando ancora all'interno del limite di risorse si passa ad aggiungere un ulteriore macello. Anche in questo caso con 15 macelli l'elaboratore riesce a trovare una soluzione ottima con un tempo di 28 secondi.

Se ne aggiunge dunque un altro di macello, ma in questo caso l'elaboratore si blocca subito e risponde con una soluzione non ammissibile. Molto probabilmente il tempo a disposizione non è sufficiente, o comunque dato un numero così elevato di macelli si dovrebbe ora intervenire sul numero di camion o sulla portata degli stessi.

Numero di macelli	Tempo di calcolo (secondi)
13	59
14	56
15	28
16	Integer infeasible

Tab. 2 Numero di macelli nel modello con relativo tempo di calcolo.

Programma con 15 macelli

Si riporta ora il codice del programma avente 15 macelli e il display del listato procedendo poi a commentare i risultati evidenziati da questo.

Codice del programma

```
*macelli, camion
SETS i/i1*i15/,k/k1*k3/;ALIAS (i,j);
*finestra scarico in conceria, big M
SCALAR sl/420/,fl/1740/,M/100000/;
PARAMETERS
*finestra (start,finish) partenza per ogni camion,tempo scarico in conceria
sm(k)/k1 10,k2 30,k3 20/,fm(k)/k1 80,k2 110,k3 100/,
ttl(k)/k1 10,k2 10,k3 10/,
*finestra (start) carico in ogni macello
s(i)/i1 100,i2 360,i3 160,i4 430,i5 190,i6 480,i7 860,
    i8 570,i9 90,i10 700,i11 80,i12 240,i13 60,i14 120,i15 338/,
*finestra (finish) carico in ogni macello
f(i)/i1 440,i2 860,i3 390,i4 740,i5 800,i6 1400,i7 1300,
    i8 900,i9 610,i10 960,i11 920,i12 700,i13 340,i14 420,i15 567/,
*tempo minimo di fine scarico in conceria imposto da ogni macello
g(i)/i1 1700,i2 1800,i3 1800,i4 1900,i5 1701,i6 1600,i7 1900,
    i8 1500,i9 1600,i10 1800,i11 1700,i12 1700,i13 1500,i14 1600,i15 1876/,
*quantita' caricata in ogni macello
p(i)/i1 250,i2 530,i3 800,i4 300,i5 390,i6 340,i7 420,
    i8 390,i9 480,i10 620,i11 400,i12 550,i13 270,i14 350,i15 632/,
*portata, costo di uscita, costo di scarico alla conceria di ogni camion
q(k)/k1 3700,k2 2700,k3 2700/,c(k)/k1 200,k2 220,k3 180/,dtl(k)/k1 5,k2 6,k3
4/,
*costo del tempo impiegato e del ritardo partenza di ogni camion
ct(k)/k1 0.1,k2 0.1,k3 0.1/,cr(k)/k1 0.05,k2 0.05,k3 0.05/;

*tempo di carico di ogni macello per ogni camion
TABLE tt(i,k)
      k1      k2      k3
i1      20      45      80
i2      60      28      30
i3      32      71      85
i4      18      19      20
i5      30      34      36
i6      22      100     28
i7      77      21      22
i8      41      42      44
i9      23      40      26
i10     44      46      47
i11     32      4       35
i12     29      31      73
i13     34      35      37
i14     43      47      67
i15     25      57      23;

*costo di carico di ogni macello per ogni camion
TABLE dt(i,k)
      k1      k2      k3
i1      2      50      2
i2      3      3       3
i3      3      4       4
i4     34      2       2
i5      3      3       4
i6      2      3      16
i7     34      2       3
i8      4      4       4
i9      2      40      4
```


i10	4	3	3
i11	45	3	3
i12	4	4	4
i13	4	37	3
i14	5	6	24
i15	9	7	38;

*tempo di trasporto dalla partenza ad ogni macello per ogni camion

TABLE tm(i,k)			
	k1	k2	k3
i1	125	300	132
i2	247	140	143
i3	151	157	345
i4	134	144	148
i5	129	256	138
i6	120	121	121
i7	128	92	96
i8	112	179	124
i9	106	109	389
i10	456	153	157
i11	120	321	122
i12	123	129	432
i13	419	144	146
i14	233	450	240
i15	500	197	200;

*costo di trasporto dalla partenza ad ogni macello per ogni camion

TABLE dm(i,k)			
	k1	k2	k3
i1	67	30	27
i2	37	100	38
i3	51	57	98
i4	78	100	38
i5	41	43	123
i6	80	33	32
i7	28	84	29
i8	31	34	65
i9	89	35	34
i10	29	98	30
i11	40	43	124
i12	93	37	36
i13	32	99	33
i14	35	37	78
i15	80	76	180;

*tempo di trasporto da ogni macello alla conceria per ogni camion

TABLE tl(i,k)			
	k1	k2	k3
i1	234	131	133
i2	139	543	144
i3	153	157	245
i4	453	146	150
i5	141	222	143
i6	128	129	333
i7	444	162	165
i8	160	111	541
i9	456	139	141
i10	124	200	126
i11	151	154	300
i12	340	147	149
i13	137	248	142
i14	189	191	303
i15	222	220	500;

*costo di trasporto da ogni macello alla conceria per ogni camion

TABLE dl(i,k)			
	k1	k2	k3
i1	98	31	29

i2	39	123	40
i3	53	57	24
i4	134	46	42
i5	37	100	38
i6	36	35	126
i7	257	43	42
i8	58	321	59
i9	36	37	129
i10	97	28	27
i11	49	200	50
i12	40	41	159
i13	164	44	43
i14	29	87	33
i15	70	72	222;

*tempo di trasporto da ogni macello ad ogni altro macello per ogni camion
TABLE t(i,j,k)

	k1	k2	k3
i1.i2	346	147	146
i1.i3	161	561	163
i1.i4	156	159	542
i1.i5	349	123	122
i1.i6	125	346	126
i1.i7	111	112	251
i1.i8	456	139	138
i1.i9	108	182	109
i1.i10	149	154	342
i1.i11	459	166	166
i1.i12	139	385	140
i1.i13	122	119	398
i1.i14	140	320	142
i1.i15	159	148	399
i2.i1	245	143	142
i2.i3	150	643	152
i2.i4	160	163	389
i2.i5	341	165	166
i2.i6	156	367	157
i2.i7	163	166	497
i2.i8	549	200	124
i2.i9	175	458	176
i2.i10	141	144	340
i2.i11	350	115	112
i2.i12	157	360	158
i2.i13	152	154	370
i2.i14	144	290	146
i2.i15	134	140	300
i3.i1	380	163	160
i3.i2	149	390	150
i3.i4	168	171	400
i3.i5	410	166	167
i3.i6	141	420	142
i3.i7	128	131	459
i3.i8	423	187	184
i3.i9	148	325	149
i3.i10	124	128	369
i3.i11	258	159	156
i3.i12	146	159	147
i3.i13	139	141	357
i3.i14	154	327	149
i3.i15	178	370	186
i4.i1	245	168	167
i4.i2	167	753	168
i4.i3	158	165	852
i4.i5	951	170	171
i4.i6	152	666	153
i4.i7	181	190	777
i4.i8	888	116	115
i4.i9	166	999	167

i4.i10	116	119	520
i4.i11	546	141	140
i4.i12	112	654	113
i4.i13	148	150	645
i4.i14	120	280	118
i4.i15	301	130	135
i5.i1	132	157	156
i5.i2	181	546	179
i5.i3	145	147	842
i5.i4	268	133	133
i5.i6	120	421	121
i5.i7	100	101	536
i5.i8	548	170	164
i5.i9	173	222	174
i5.i10	146	148	269
i5.i11	415	186	184
i5.i12	151	410	153
i5.i13	116	119	416
i5.i14	190	410	193
i5.i15	153	456	157
i6.i1	510	115	113
i6.i2	107	518	108
i6.i3	119	117	516
i6.i4	517	135	136
i6.i5	113	555	114
i6.i7	115	116	266
i6.i8	255	107	104
i6.i9	150	288	151
i6.i10	161	165	299
i6.i11	211	148	145
i6.i12	138	345	139
i6.i13	144	146	222
i6.i14	205	290	203
i6.i15	193	199	301
i7.i1	333	110	110
i7.i2	111	444	112
i7.i3	133	140	666
i7.i4	855	112	113
i7.i5	100	441	101
i7.i6	128	132	221
i7.i8	178	299	598
i7.i9	146	412	147
i7.i10	151	153	555
i7.i11	444	109	106
i7.i12	167	321	168
i7.i13	150	153	213
i7.i14	170	330	167
i7.i15	150	389	156
i8.i1	564	134	132
i8.i2	140	475	141
i8.i3	129	132	256
i8.i4	389	109	108
i8.i5	119	365	120
i8.i6	170	170	378
i8.i7	375	161	160
i8.i9	121	354	122
i8.i10	177	180	369
i8.i11	669	136	134
i8.i12	149	325	150
i8.i13	101	105	400
i8.i14	140	142	279
i8.i15	389	132	139
i9.i1	503	105	104
i9.i2	177	403	179
i9.i3	145	147	200
i9.i4	220	175	172
i9.i5	138	552	140
i9.i6	152	155	665

i9.i7	225	153	151
i9.i8	119	336	121
i9.i10	133	135	445
i9.i11	456	131	128
i9.i12	160	654	162
i9.i13	175	178	546
i9.i14	378	179	181
i9.i15	195	199	410
i10.i1	465	156	154
i10.i2	138	654	139
i10.i3	120	124	325
i10.i4	521	118	116
i10.i5	143	367	144
i10.i6	166	171	555
i10.i7	666	155	154
i10.i8	174	555	175
i10.i9	131	134	528
i10.i11	526	172	169
i10.i12	123	489	124
i10.i13	169	171	654
i10.i14	156	410	160
i10.i15	489	179	183
i11.i1	126	174	170
i11.i2	113	879	115
i11.i3	157	161	563
i11.i4	233	142	139
i11.i5	184	336	186
i11.i6	147	151	569
i11.i7	895	112	109
i11.i8	129	588	130
i11.i9	130	134	222
i11.i10	124	128	333
i11.i12	555	160	158
i11.i13	160	841	161
i11.i14	590	170	173
i11.i15	132	137	400
i12.i1	134	137	652
i12.i2	160	165	741
i12.i3	144	258	145
i12.i4	130	118	116
i12.i5	148	180	150
i12.i6	136	138	108
i12.i7	172	526	174
i12.i8	269	154	152
i12.i9	164	528	165
i12.i10	170	175	555
i12.i11	154	444	155
i12.i13	258	123	121
i12.i14	212	555	220
i12.i15	234	239	500
i13.i1	154	864	155
i13.i2	137	140	369
i13.i3	178	865	181
i13.i4	784	153	152
i13.i5	118	451	119
i13.i6	146	150	523
i13.i7	149	510	150
i13.i8	482	104	103
i13.i9	172	587	174
i13.i10	169	174	264
i13.i11	158	642	160
i13.i12	253	123	122
i13.i14	189	198	340
i13.i15	175	420	179
i14.i1	120	290	125
i14.i2	540	180	172
i14.i3	132	430	138
i14.i4	120	112	370

i14.i5	145	420	153
i14.i6	560	190	184
i14.i7	135	410	140
i14.i8	157	163	530
i14.i9	192	529	200
i14.i10	359	132	151
i14.i11	112	456	119
i14.i12	144	150	488
i14.i13	132	410	140
i14.i15	520	163	170
i15.i1	176	444	182
i15.i2	123	130	478
i15.i3	173	430	169
i15.i4	300	125	119
i15.i5	109	389	115
i15.i6	154	160	344
i15.i7	122	456	128
i15.i8	139	144	500
i15.i9	163	289	170
i15.i10	374	182	187
i15.i11	111	267	117
i15.i12	186	193	382
i15.i13	177	452	182
i15.i14	411	145	150;

*costo di trasporto da ogni macello ad ogni altro macello per ogni camion
TABLE d(i, j, k)

	k1	k2	k3
i1.i2	88	47	46
i1.i3	61	145	63
i1.i4	56	59	126
i1.i5	49	223	50
i1.i6	158	50	50
i1.i7	46	140	47
i1.i8	39	42	85
i1.i9	36	123	35
i1.i10	125	46	47
i1.i11	35	129	34
i1.i12	51	50	325
i1.i13	46	421	45
i1.i14	45	46	356
i1.i15	89	91	300
i2.i1	214	43	42
i2.i3	50	127	52
i2.i4	60	63	178
i2.i5	56	169	57
i2.i6	149	58	59
i2.i7	51	200	52
i2.i8	57	137	56
i2.i9	167	60	61
i2.i10	47	145	46
i2.i11	55	53	257
i2.i12	44	154	44
i2.i13	169	48	49
i2.i14	412	60	61
i2.i15	58	399	55
i3.i1	58	127	60
i3.i2	49	51	234
i3.i4	68	245	69
i3.i5	111	64	65
i3.i6	51	112	50
i3.i7	60	59	224
i3.i8	42	158	41
i3.i9	156	138	39
i3.i10	31	175	30
i3.i11	55	53	178
i3.i12	50	169	49
i3.i13	170	64	65

i3.i14	40	241	41
i3.i15	287	43	50
i4.i1	66	180	67
i4.i2	67	70	258
i4.i3	58	222	200
i4.i5	126	69	70
i4.i6	66	165	64
i4.i7	72	73	217
i4.i8	61	222	61
i4.i9	145	63	64
i4.i10	43	257	42
i4.i11	50	47	147
i4.i12	31	176	30
i4.i13	179	42	43
i4.i14	52	51	190
i4.i15	32	256	39
i5.i1	45	180	45
i5.i2	58	61	165
i5.i3	49	145	50
i5.i4	156	57	57
i5.i6	61	166	62
i5.i7	59	63	149
i5.i8	77	150	76
i5.i9	189	41	42
i5.i10	53	187	51
i5.i11	69	66	153
i5.i12	52	123	50
i5.i13	125	35	35
i5.i14	144	42	43
i5.i15	57	55	340
i6.i1	59	154	60
i6.i2	71	70	158
i6.i3	49	159	50
i6.i4	140	62	61
i6.i5	80	146	79
i6.i7	67	68	152
i6.i8	63	146	62
i6.i9	111	50	51
i6.i10	75	222	73
i6.i11	40	38	222
i6.i12	62	125	61
i6.i13	147	42	43
i6.i14	53	133	50
i6.i15	169	38	42
i7.i1	75	175	74
i7.i2	65	64	125
i7.i3	49	152	50
i7.i4	165	56	52
i7.i5	49	154	48
i7.i6	39	37	54
i7.i8	29	111	28
i7.i9	144	61	62
i7.i10	42	155	41
i7.i11	42	41	188
i7.i12	76	166	74
i7.i13	177	136	37
i7.i14	50	48	165
i7.i15	40	45	178
i8.i1	53	155	53
i8.i2	45	51	128
i8.i3	71	165	71
i8.i4	154	46	46
i8.i5	69	158	67
i8.i6	70	68	156
i8.i7	54	154	56
i8.i9	189	34	35
i8.i10	64	190	62
i8.i11	54	53	122

i8.i12	57	139	55
i8.i13	150	37	37
i8.i14	112	58	55
i8.i15	33	178	38
i9.i1	35	189	34
i9.i2	65	63	155
i9.i3	42	189	41
i9.i4	189	64	65
i9.i5	43	258	41
i9.i6	54	52	146
i9.i7	61	238	59
i9.i8	144	37	37
i9.i10	51	145	48
i9.i11	40	38	85
i9.i12	57	79	56
i9.i13	98	66	68
i9.i14	43	99	41
i9.i15	122	33	36
i10.i1	49	100	47
i10.i2	46	43	200
i10.i3	30	201	29
i10.i4	201	140	41
i10.i5	55	203	54
i10.i6	73	71	144
i10.i7	44	155	43
i10.i8	166	63	64
i10.i9	52	177	50
i10.i11	63	60	188
i10.i12	45	187	44
i10.i13	156	68	69
i10.i14	48	50	177
i10.i15	29	145	32
i11.i1	33	145	32
i11.i2	74	72	178
i11.i3	56	214	55
i11.i4	144	48	48
i11.i5	68	114	67
i11.i6	39	37	164
i11.i7	41	154	40
i11.i8	184	51	52
i11.i9	41	120	40
i11.i10	64	62	4
i11.i12	52	5	51
i11.i13	87	53	54
i11.i14	164	36	38
i11.i15	31	32	347
i12.i1	52	2	51
i12.i2	42	40	215
i12.i3	49	164	48
i12.i4	199	31	31
i12.i5	53	200	52
i12.i6	63	60	200
i12.i7	77	165	75
i12.i8	157	54	55
i12.i9	55	187	54
i12.i10	42	41	5
i12.i11	56	6	55
i12.i13	88	30	30
i12.i14	33	145	35
i12.i15	321	47	48
i13.i1	45	77	43
i13.i2	53	51	99
i13.i3	68	88	66
i13.i4	77	39	40
i13.i5	35	66	34
i13.i6	46	44	158
i13.i7	39	169	38
i13.i8	158	36	36

```

i13.i9 71 147 68
i13.i10 74 70 200
i13.i11 57 152 56
i13.i12 40 27 28
i13.i14 57 55 199
i13.i15 79 278 73
i14.i1 45 145 47
i14.i2 109 33 32
i14.i3 57 165 56
i14.i4 38 39 99
i14.i5 43 154 42
i14.i6 142 34 35
i14.i7 53 150 54
i14.i8 51 52 125
i14.i9 65 200 64
i14.i10 169 63 65
i14.i11 72 147 68
i14.i12 50 51 165
i14.i13 58 129 57
i14.i15 200 40 44
i15.i1 33 178 39
i15.i2 50 55 285
i15.i3 32 324 35
i15.i4 269 44 45
i15.i5 63 173 66
i15.i6 233 35 40
i15.i7 48 300 51
i15.i8 65 72 263
i15.i9 80 300 77
i15.i10 344 66 62
i15.i11 79 310 76
i15.i12 293 65 63
i15.i13 61 165 64
i15.i14 77 80 199;
VARIABLES y(i,k),ym(k),x(i,j);BINARY VARIABLES y,ym,x;
VARIABLES z(i),zm(k),zl(k),costot,cost(i),costl(k),ff(i,j);
POSITIVE VARIABLES z,zm,zl,cost,costl,ff;
EQUATIONS spesa,vmac1(i),vmac2(i),port(k),
temini(i,k),teml(i,j,k),tem2(i,j,k),temfin(i,k),
finini1(k),finini2(k),finl(i,k),fin2(i,k),finl1(k),finl2(k),finl3(i,k),
cini(i,k),c1(i,j,k),c2(i,j,k),cfin(i,k),
diff(i,j),impl(i,j,k),imp2(i,j,k);
spesa..costot =e=
sum(k,costl(k));
vmac1(i)..sum(k,q(k)*y(i,k)) =g= p(i);
vmac2(i)..sum(k,y(i,k)) =l= 1;
port(k)..sum(i,p(i)*y(i,k)) =l= q(k)*ym(k);
temini(i,k)..z(i) =g= zm(k)+(tm(i,k)+tt(i,k))*(ym(k)+y(i,k)-1);
teml(i,j,k)$ (ord(i)<ord(j))..z(j) =g= z(i)+tt(j,k)+t(i,j,k)-M*(1-x(i,j))-
M*(2-y(i,k)-y(j,k));
tem2(i,j,k)$ (ord(i)<ord(j))..z(i) =g= z(j)+tt(i,k)+t(j,i,k)-M*x(i,j)-
M*(2-y(i,k)-y(j,k));
temfin(i,k)..zl(k) =g= z(i)+tl(i,k)+ttl(k)-M*(1-y(i,k));
finini1(k)..zm(k) =g= sm(k);
finini2(k)..zm(k) =l= fm(k);
finl(i,k)..z(i) =g= s(i)+tt(i,k)-M*(1-y(i,k));
fin2(i,k)..z(i) =l= f(i)+M*(1-y(i,k));
finl1(k)..zl(k) =g= sl+ttl(k);
finl2(k)..zl(k) =l= fl;
finl3(i,k)..zl(k) =l= g(i)+M*(1-y(i,k));
cini(i,k)..cost(i) =g= (c(k)+dm(i,k)+dt(i,k))*(ym(k)+y(i,k)-1);
c1(i,j,k)$ (ord(i)<ord(j))..cost(j) =g= cost(i)+
d(i,j,k)+dt(j,k)-M*(1-x(i,j))-M*(2-y(i,k)-y(j,k));
c2(i,j,k)$ (ord(i)<ord(j))..cost(i) =g= cost(j)+d(j,i,k)+
dt(i,k)-M*x(i,j)-M*(2-y(i,k)-y(j,k));
cfin(i,k)..costl(k) =g= cost(i)+dl(i,k)+dtl(k)+ct(k)*(zl(k)-zm(k))+
cr(k)*(zm(k)-sm(k))-M*(2-y(i,k)-ym(k));
diff(i,j)..ff(i,j) =g= f(j)-s(i);

```



```

imp1(i,j,k)$ (ord(i)<ord(j))..
    y(i,k)+y(j,k)+x(i,j) =l= 2+(ff(i,j)/(tt(i,k)+tt(j,k)+t(i,j,k)));
imp2(i,j,k)$ (ord(i)<ord(j))..
    y(i,k)+y(j,k)-x(i,j) =l= 1+(ff(j,i)/(tt(i,k)+tt(j,k)+t(j,i,k)));
MODEL maccerdaprove/all;/OPTIONS mip=cplex,optcr=0.0;
SOLVE maccerdaprove USING mip MINIMIZING costot;
DISPLAY y.l,ym.l,x.l,z.l,zm.l,zl.l,costot.l,cost.l,costl.l;

```

Display del listato

---- 607 VARIABLE y.L

	k1	k2	k3
i1			1.000
i2			1.000
i3	1.000		
i4		1.000	
i5	1.000		
i6	1.000		
i7			1.000
i8			1.000
i9		1.000	
i10	1.000		
i11		1.000	
i12	1.000		
i13			1.000
i14	1.000		
i15		1.000	

---- 607 VARIABLE ym.L

k1 1.000, k2 1.000, k3 1.000

---- 607 VARIABLE x.L

	i2	i5	i6	i7	i8	i10
i11	i12	i14	i15			
i1	1.000			1.000	1.000	
i2				1.000	1.000	
i3		1.000	1.000			1.000
1.000	1.000					
i5			1.000			1.000
i9						
1.000			1.000			
i11						
1.000						

---- 607 VARIABLE z.L

i1	438.000,	i2	614.000,	i3	193.000,	i4	693.000,	i5	
741.000,	i6	1119.000,	i7	1133.000,	i8	782.000			
i9	179.000,	i10	931.000,	i11	355.000,	i12	563.000,	i13	
203.000,	i14	390.000,	i15	549.000					

---- 607 VARIABLE zm.L

k1 10.000, k2 30.000, k3 20.000

---- 607 VARIABLE z1.L

k1 1257.000, k2 849.000, k3 1333.000

607 VARIABLE costot.L = 1950.900

---- 607 VARIABLE cost.L

i1 261.000, i2 318.000, i3 254.000, i4 421.000, i5 409.000,
i6 547.000, i7 437.000, i8 378.000
i9 295.000, i10 472.000, i11 336.000, i12 353.000, i13 216.000,
i14 299.000, i15 375.000

---- 607 VARIABLE cost1.L

k1 712.700, k2 623.900, k3 614.300

Soluzione del problema

Vengono ora analizzati i vari tragitti che seguono i camion dal deposito alla conceria passando per i vari macelli. La soluzione è rappresentata in figura.

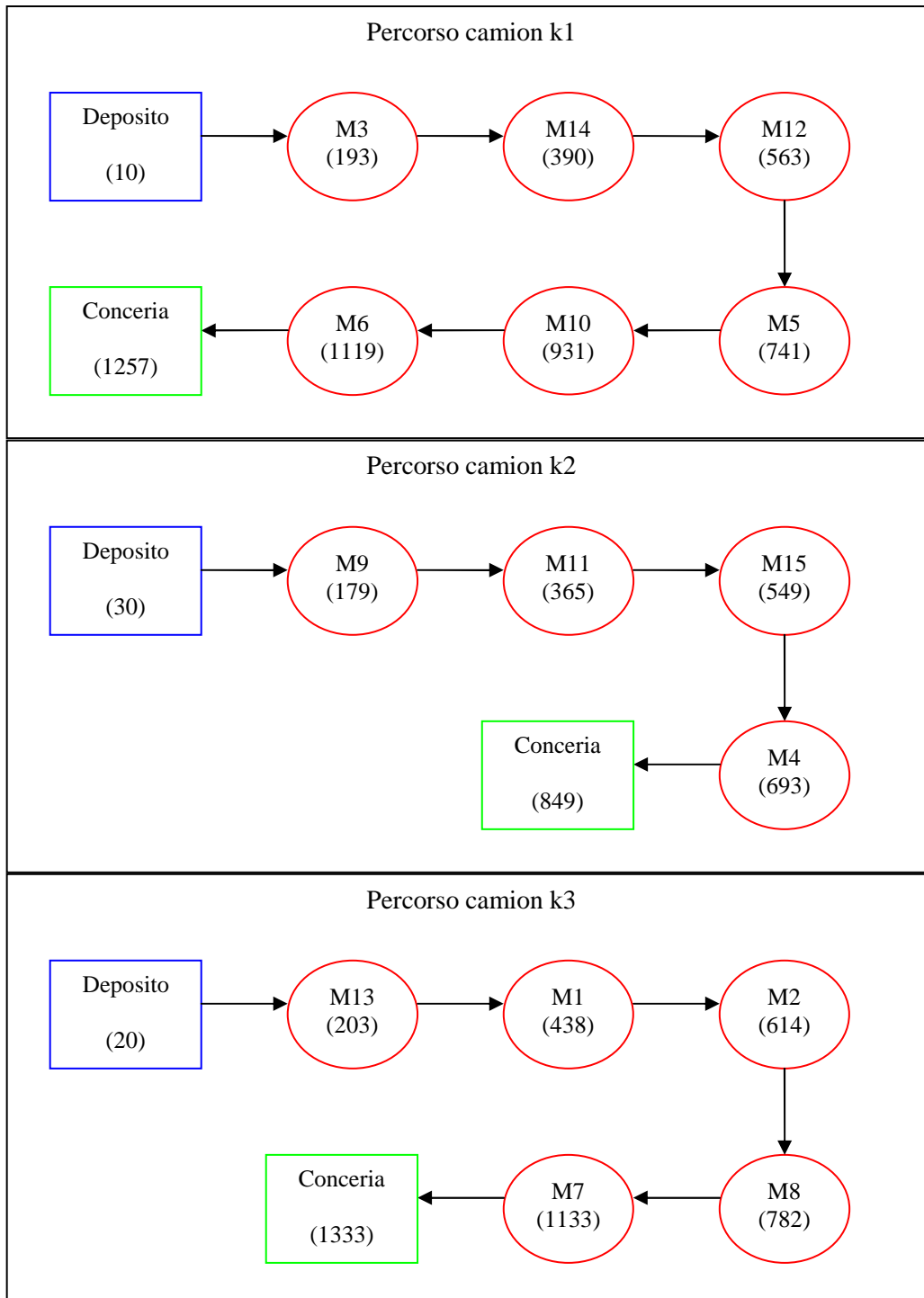


Fig.2 Percorsi dei 3 camion dal deposito alla conceria. (Vengono evidenziati il tempo di partenza dal deposito, il tempo di fine carico per ogni macello e il tempo di fine scarico alla conceria).

Si nota fin da subito che tutti e tre i camion vengono utilizzati nel ritiro delle pelli, e i percorsi seguiti sono nello specifico:

- il camion k1 serve nella sequenza i macelli 3, 14, 12, 5, 10 e 6.
- Il camion k2 serve nella sequenza i macelli 9, 11, 15 e 4.
- Il camion k3 serve nella sequenza i macelli 13, 1, 2, 8 e 7.

Tutti e tre infine scaricano le pelli in un'unica conceria.

Si notano infine, anche se di poca importanza per il tipo di modifiche apportate al programma, i costi sostenuti per realizzare il servizio. In particolare il costo totale per effettuare il servizio $cost_{tot}$, il costo dovuto alla distanza percorsa $cost_i$ per raggiungere il macello i e il costo del camion k dovuto alla distanza percorsa per raggiungere in sequenza i macelli assegnati e infine la conceria $cost_k$.

Bibliografia

- Rodolfo Dondo, Jaime Cerdà, 2007, "A cluster-based optimization approach for the multi-depot heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows", *European Journal of Operational Research* 176, 1478-1507
- Giorgio Romanin-Jacur, Carlo Filippi, "Fresh bovine skin transportation from slaughters to tannery with special time windows and capacity constraints", *EURO 2012 VILNIUS*, pag. 3.