



Università degli Studi di Padova

Facoltà di Ingegneria

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei sistemi industriali

Tesi di laurea di Primo Livello

**EFFETTI DELLA TENSIONE MEDIA SULLA VITA  
A FATICA, L'EQUAZIONE DI WALKER,  
APPLICAZIONE NELLE CURVE VITA-TENSIONE  
E VITA-DEFORMAZIONE**

**Relatore: Ch.mo Prof. PAOLO LAZZARIN**

**Laureando: FABRIZIO RONCHI**

**ANNO ACCADEMICO: 2011/2012**



# INDICE

<b>Oggetto dell'analisi.....</b>	<b>pag 5</b>
<b>Indice dei simboli .....</b>	<b>pag 7</b>
<b>Introduzione .....</b>	<b>pag 9</b>
<b>Capitolo 1 : Nozioni preliminari .....</b>	<b>pag 11</b>
1.1 Definizioni	pag 11
1.2 Curve vita a fatica con tensione media nulla	pag 13
1.3 Curve deformazione-tensione cicliche e curve vita-deformazione	pag 14
<b>Capitolo 2: Effetto della tensione media non nulla sulla vita a fatica, approccio vita-tensione</b>	<b>pag 17</b>
2.1 Equazioni per la tensione equivalente a tensione media nulla: Goodman, Morrow, Smith-Watson-Topper, Walker	pag 17
2.2 Calcolo delle costanti dell'equazione di Walker	pag 19
2.3 Confronto con i dati sperimentali	pag 20
2.3.1 Grafici ampiezza di tensione normalizzata-tensione media	pag 20
2.3.2 Grafici ampiezza di tensione-cicli di vita	pag 25
2.3.3 Commenti sui dati dei test analizzati	pag 27
2.4 Confronto dei metodi	pag 29
2.4.1 Quantificazione dei confronti tra equazioni di tensione equivalente e dati dei test	pag 29
2.4.2 Successo delle varie equazioni di tensione equivalente	pag 30
2.4.3 Commenti sugli errori di stima della vita	pag 34
2.4.4 Andamento del parametro $\gamma$ del metodo di Walker ottenuto per interpolazione per gli acciai	pag 35
2.4.5 Andamento del parametro $\gamma$ del metodo di Walker ottenuto per interpolazione per le leghe di alluminio	pag 37
<b>Capitolo 3: Effetto della tensione media non nulla sulla vita a fatica, approccio vita-deformazione</b>	<b>pag 39</b>
3.1 Equazioni vita-deformazione con tensione media non nulla	pag 39

3.1.1	Inclusione nell'equazione vita-deformazione degli effetti della tensione media	pag 39
3.1.2	Casi specifici	pag 40
3.1.3	Approfondimento sul termine di deformazione plastica	pag 41
3.2	Confronto con i dati dei test per i vari metodi	pag 42
3.2.1	Commenti sui set di dati	pag 43
3.2.2	Interpolazione delle curve ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker	pag 46
3.2.3	Procedura d'interpolazione speciale per le leghe di alluminio	pag 52
3.2.4	Confronto con i metodi di Morrow e SWT	pag 55
<b>Conclusioni.....</b>		<b>pag 59</b>
<b>Indice delle formule.....</b>		<b>pag 61</b>
<b>Bibliografia .....</b>		<b>pag 65</b>

# OGGETTO DELL'ANALISI

Nello studio della vita finita a fatica per materiali sottoposti a tensioni cicliche vengono valutati gli effetti della tensione media per mezzo dell'analisi di un insieme di dati sperimentali riguardanti acciai, leghe di alluminio ed una lega di titanio. In particolare si esamina la corrispondenza tra i dati e le equazioni di Goodman, Morrow, Smith-Watson-Topper (d'ora in poi abbreviato in SWT) e Walker.

Riguardo alla vita a fatica per materiali sottoposti a deformazioni cicliche si evidenzia che possono esse usate le stesse equazioni in modo analogo e coerente, e possono essere incorporate nella curva che lega la vita a fatica e la deformazione ciclica.

L'equazione di Goodman si rivela molto imprecisa. Una precisione ragionevole è ottenuta applicando le equazioni di Morrow e di SWT, ma il metodo di Morrow non dovrebbe essere usato per le leghe di alluminio a meno che non si usi la tensione reale di rottura  $\sigma_{fB}^{\sim}$  al posto della più frequente costante intercetta nel diagramma vita-tensione  $\sigma_f'$ .

L'equazione di Walker con il suo parametro d'adeguamento al materiale  $\gamma$  fornisce risultati superiori.

Questo approccio ha alcuni vantaggi: tutti i dati a tutte le tensioni medie possono essere utilizzati nel processo di calcolo per determinare le costanti delle funzioni delle curve vita-tensione, le stesse costanti possono essere applicate al termine di deformazione elastica nelle curve vita-deformazione. Il parametro di Walker  $\gamma$  che viene calcolato con la suddetta procedura è legato alla sensibilità del materiale alla tensione media e conferisce a questo approccio una versatilità che non è presente negli altri diffusi metodi sulla tensione media. Nel caso in cui non siano disponibili dati sperimentali sulla tensione media non nulla per il calcolo di  $\gamma$  per interpolazione, può essere usata per la stima di  $\gamma$  un'equazione basata sui valori disponibili già ottenuti per altri materiali nel caso degli acciai. Si evidenzia che  $\gamma$  è correlato con la tensione massima  $\sigma_u$  ed è quindi possibile stimare  $\gamma$  attraverso una relazione lineare.

Leghe d'alluminio relativamente alto-resistenziali presentano valori di  $\gamma \cong 0,5$ , che corrisponde al metodo di SWT, ma valori maggiori di  $\gamma$  sono adatti per le leghe d'alluminio relativamente basso-resistenziali.

Per altri metalli si suggerisce un valore di default  $\gamma = 0,5$ .

Per entrambi, acciai e leghe d'alluminio, si evidenzia un trend decrescente di  $\gamma$  al crescere della tensione massima  $\sigma_u$  del materiale, cosa che indica una sensibilità crescente alla tensione media. L'uso della relazione per la tensione media di Walker fornisce risultati eccellenti per un certo numero di set di dati sperimentali sulla vita a deformazione riguardanti acciai, leghe di alluminio ed una lega di titanio.

Per le stime di vita a fatica usando sia l'approccio basato sulla tensione che quello basato sulla deformazione si raccomanda caldamente l'uso in alternativa agli altri metodi del metodo della tensione media di Walker, incorporata nel secondo caso nella curva vita-deformazione, od addirittura di rimpiazzarli completamente con esso.

# INDICE DEI SIMBOLI

$A$  = intercetta costante ad un ciclo per una curva vita-tensione

$b$  = esponente costante per una curva vita-tensione

$b_w$  = esponente costante per una curva vita-tensione col metodo di Walker

$b_2$  = esponente costante per la porzione a vita breve di una curva vita-tensione divisa in due tratti

$c$  = esponente costante per una curva vita-deformazione plastica

$c_w$  = esponente costante per una curva deformazione plastica contro vita equivalente di Walker

$d$  = intercetta costante per una regressione lineare multipla

$E$  = modulo elastico

$H'$  = intercetta costante per una curva ampiezza di tensione contro ampiezza di deformazione plastica

$m_1, m_2$  = coefficienti angolari costanti per una regressione lineare multipla

$n'$  = esponente costante per una curva ampiezza di tensione contro ampiezza di deformazione plastica

$n$  = numero di dati usati per il calcolo di una deviazione di tensione  $s_z$

$N^*$  = vita per un dato  $\varepsilon_a$  nel caso di  $\sigma_m = 0$

$N_f$  = vita a fatica; cicli a rottura

$N_i$  = numero di cicli nel punto di intersezione tra i due tratti di una curva vita-tensione divisa in due

$N_w^*$  = valore di  $N^*$  per il metodo di Walker; vita equivalente di Walker

$N_{mf}^*$  = valore di  $N^*$  per il metodo di Morrow basato sulla tensione reale di rottura  $\sigma_{fB}^{\sim}$

$N_{mi}^*$  = valore di  $N^*$  per il metodo di Morrow basato sull'intercetta costante a  $\frac{1}{2}$  ciclo  $\sigma_f'$

$N_{swt}^*$  = valore di  $N^*$  per il metodo di SWT

$N_2$  = numero di cicli per la divisione dei dati vita-tensione in due regioni d'interpolazione,

$$N_2 \cong N_i$$

$R$  = rapporto di tensione,  $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$

$R_\varepsilon$  = rapporto di deformazione,  $R_\varepsilon = \varepsilon_{min}/\varepsilon_{max}$

$s_z$  = deviazione di tensione; la deviazione standard di  $z$  per un set di dati

$z$  = distanza normalizzata lungo la tensione di un punto di un dato dalla curva vita-tensione

$\Delta\varepsilon$  = range di deformazione,  $\Delta\varepsilon = 2\varepsilon_a$

$\Delta\varepsilon_p$  = range di deformazione plastica,  $\Delta\varepsilon_p = 2\varepsilon_{pa}$

$\Delta\sigma$  = range di tensione,  $\Delta\sigma = 2\sigma_a$

$\varepsilon_a$  = ampiezza di deformazione

$\varepsilon_{ai}$  = ampiezza di deformazione a  $N_i$  nel caso di una curva vita-tensione divisa in due tratti  
 $\varepsilon_{ar}$  = ampiezza di deformazione nel caso di  $\sigma_m = 0$   
 $\varepsilon'_f$  = intercetta costante a  $\frac{1}{2}$  ciclo per una curva vita-deformazione plastica  
 $\varepsilon'_{fw}$  = intercetta costante a  $\frac{1}{2}$  ciclo per una curva deformazione plastica contro vita equivalente di Walker  
 $\varepsilon_m$  = deformazione media  
 $\varepsilon_{pa}$  = ampiezza di deformazione plastica  
 $\gamma$  = costante di interpolazione per il metodo di Walker  
 $\sigma_a$  = ampiezza di tensione  
 $\sigma_{ar}$  = ampiezza di tensione nel caso di  $\sigma_m = 0$ ; ampiezza di tensione equivalente a tensione media nulla  
 $\sigma_{arN}$  = punto su una curva  $\sigma_{ar}$  contro  $N_f$  allo stesso  $N_f$  di  $\sigma_{arP}$   
 $\sigma_{arP}$  = valore di  $\sigma_{ar}$  per la tensione applicata in un test  
 $\sigma'_f$  = intercetta costante a  $\frac{1}{2}$  ciclo per una curva vita-tensione  
 $\sigma'_{fw}$  = intercetta costante a  $\frac{1}{2}$  ciclo per una curva vita-tensione col metodo di Walker  
 $\sigma'_{f2}$  = intercetta costante a  $\frac{1}{2}$  ciclo per la porzione a vita breve di una curva vita-tensione divisa in due tratti  
 $\sigma_{fB}$  = tensione reale di rottura, corretta in accordo con Bridgman  
 $\sigma_m$  = tensione media  
 $\sigma_{max}$  = tensione massima  
 $\sigma_{min}$  = tensione minima  
 $\sigma_u$  = tensione massima di trazione dal test di rottura  
 $\sigma_o$  = tensione di snervamento allo 0,2% di scostamento



# INTRODUZIONE

L'effetto della tensione media nella fatica dei materiali è stato oggetto di studio per ben oltre un secolo. Sono stati proposti ed impiegati numerosi metodi per trattare la tensione media nel calcolo delle tensioni cicliche ammesse e nella previsione della vita a fatica. Comunque, nonostante tutto il lavoro svolto, non vi è un consenso generale sull'adeguatezza dei vari approcci, e metodi di discutibile precisione continuano ad essere raccomandati nei libri di testo o ad essere forniti come applicazioni aggiuntive nei software per uso ingegneristico.

In questa sede viene riportato un ampio studio dei dati a fatica esistenti che includono gli effetti della tensione media. I dati analizzati sono limitati a metalli di interesse ingegneristico e sono stati ottenuti con test su provini non intagliati e caricati assialmente. Sono stati raccolti 28 set di dati, 18 riguardanti acciai, 9 leghe di alluminio ed 1 una lega di titanio. Ogni set di dati è confrontato col comportamento atteso dai metodi di Goodman, Morrow, SWT e Walker.

L'analisi si svolge nell'ambito delle curve vita-tensione nella regione di vita a fatica finita. I limiti di fatica, ovvero i valori di tensione al disotto dei quali il danneggiamento da fatica non si presenta, sono espressamente esclusi dall'analisi.

La stima della vita a fatica con l'impiego di un approccio basato sulla deformazione deve necessariamente contemplare gli effetti della tensione media. Vengono quindi discussi nel seguito i vari metodi per includere la variabile della tensione media nelle equazioni vita-deformazione, ed un certo numero di set di dati sperimentali viene confrontato con le equazioni vita-deformazione generalizzate usando il metodo della tensione media di Walker. Particolare enfasi è posta sul metodo di Walker il cui valore rappresentativo della realtà emerge già dall'analisi sulle curve vita-tensione



# CAPITOLO 1

## Nozioni preliminari

### 1.1 Definizioni

In questo paragrafo vengono richiamate alcune nozioni base e viene spiegata la simbologia usata nel seguito dimodoché la trattazione sia più chiara e snella.

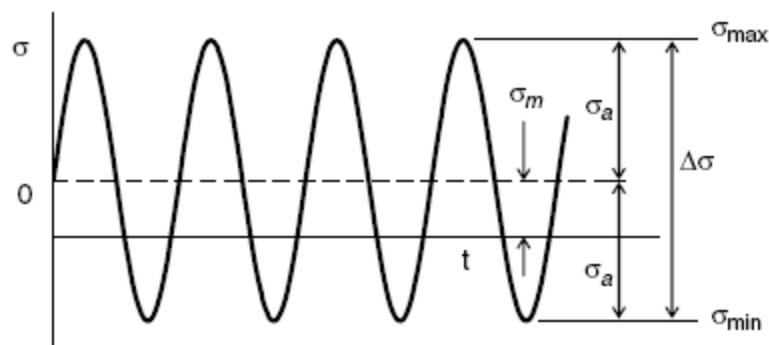


Figura 1: Applicazione ciclica di un'ampiezza di tensione  $\sigma_a$  ad una tensione media  $\sigma_m$

$\sigma_{max}$  = tensione massima

$\sigma_{min}$  = tensione minima

$\sigma_a$  = ampiezza di tensione

$\sigma_m$  = tensione media

$\Delta\sigma = 2\sigma_a$  è il range di tensione

$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$  è il rapporto di tensione

Alcune relazioni utili tra le grandezze usate per descrivere l'applicazione ciclica di un carico:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (1^a)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (1^b)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max}}{2} (1 - R) \quad (1^c)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max}}{2} (1 + R) \quad (1^d)$$

Una nomenclatura analoga e le relative definizioni vengono usate per la deformazione:

$\varepsilon_a$  = ampiezza di deformazione

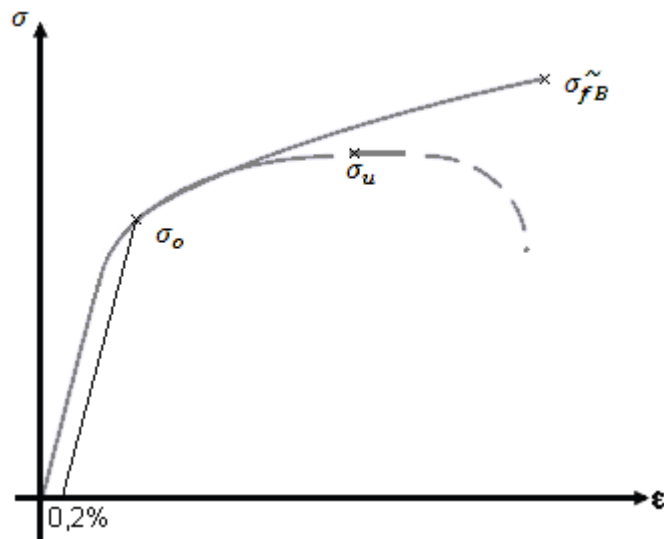
$\Delta\varepsilon = 2\varepsilon_a$  range di deformazione

$\varepsilon_m$  = deformazione media

$R_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{min}}{\varepsilon_{max}}$  rapporto di deformazione

Tensione e deformazione sono legate nelle prove statiche di rottura. Viene riportata in figura una

curva a scopo illustrativo i cui valori variano da materiale a materiale ma il cui andamento è significativo e rappresentativo dei materiali metallici, e ci permette di individuare alcune grandezze di interesse.



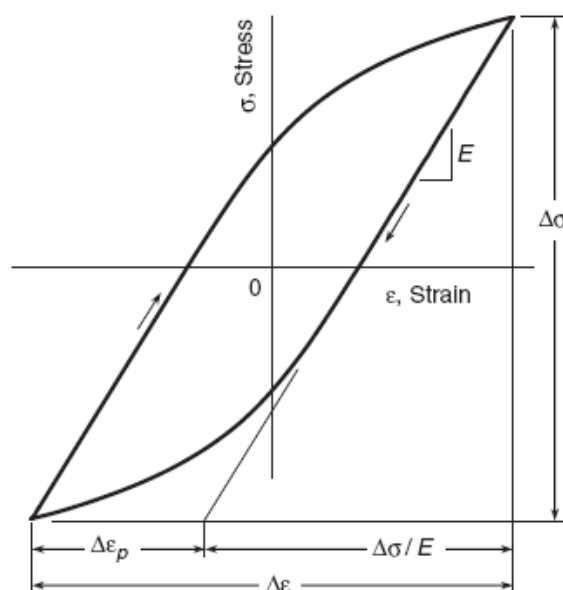
**Figura 1 bis:** curva tensione-deformazione in una prova di trazione

$\sigma_0$  = tensione di snervamento allo 0,2% di scostamento

$\sigma_u$  = tensione massima

$\sigma_{fB}^{\sim}$  = tensione reale di rottura

Nei test di vita a fatica eseguiti con l'applicazione ciclica di deformazione, si evidenzia un ciclo d'isteresi sul piano tensione-deformazione



**Figura 2:** Ciclo d'isteresi stabile tensione-deformazione

$\Delta\sigma$  = range di tensione

$\Delta\varepsilon$  = range di deformazione

$\Delta\varepsilon_p$  = range di deformazione plastica

relative ampiezze:

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} \quad (2^a)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta\varepsilon}{2} \quad (2^b)$$

$$\varepsilon_{pa} = \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \quad (2^c)$$

E = modulo elastico

I valori vengono misurati in un ciclo eseguito a circa metà dei cicli di vita, e vengono determinati quindi valori stabili del range di tensione, del range di deformazione e del range di deformazione plastica. Se il ciclo d'isteresi non è almeno approssimativamente simmetrico rispetto alla tensione nulla, allora viene determinato anche il valore stabile della tensione media

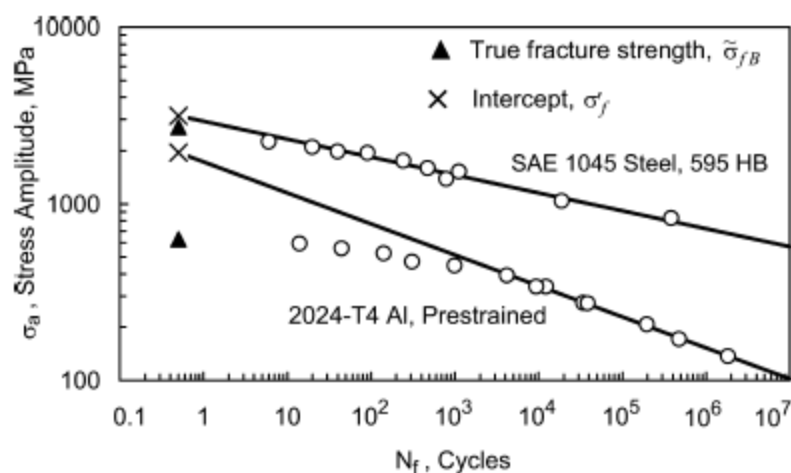
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

## 1.2 Curve vita a fatica con tensione media nulla

Assunto base per lo studio svolto è che ogni materiale abbia una relazione tra tensione e vita a fatica per il ciclo alterno simmetrico (tensione media nulla) nella seguente forma:

$$\sigma_{ar} = \sigma_f' (2N_f)^b \quad (3)$$

Le quantità  $\sigma_f'$  e  $b$  sono costanti del materiale,  $N_f$  sono i cicli a rottura e  $\sigma_{ar}$  è l'ampiezza di tensione. Il pedice  $r$  è aggiunto a  $\sigma_a$  per indicare che stiamo trattando il caso con  $\sigma_m = 0$ . Questa funzione esponenziale descrive una retta in un diagramma doppio logaritmico come mostrato in figura.



**Figura 3:** Curve vita-tensione per un acciaio e per una lega di alluminio a tensione media nulla, sono evidenziate le tensioni reali di rottura  $\tilde{\sigma}_{fB}$  e le intercette costanti a  $\frac{1}{2}$  ciclo  $\sigma_f'$

Le costanti per l'equazione (3) sono state calcolate con i dati a disposizione per  $\sigma_m = 0$  e di il

loro valore è riportato nella tabella 1. E' stato possibile in generale un calcolo accettabile per interpolazione sull'intero range di dati a disposizione. Ci sono state però tre eccezioni, tutte leghe d'alluminio, per le quali i dati si estendevano a vite troppo brevi. In questi casi i dati a vita breve si discostavano dal trend dei dati a vita più lunga, posizionandosi ben al di sotto come viene evidenziato dal comportamento della retta inferiore in figura 3. Per questi tre casi, segnalati anche nella tabella 1, le costanti sono state calcolate omettendo i dati a vita breve che si discostano dal trend degli altri dati.

### 1.3 Curve deformazione-tensione cicliche e curve vita-deformazione

Dopo una serie di test a livelli differenti di deformazione su un dato materiale, misurando le ampiezze del ciclo d'isteresi stabile a metà vita, possono essere calcolate le curve deformazione-tensione cicliche e vita-deformazione.

Si indica con  $N_f$  il numero di cicli a rottura. Per ottenere la curva tensione-deformazione cicliche si osservi che  $\frac{\sigma_a}{E}$  è l'ampiezza di deformazione elastica. L'ampiezza di deformazione totale  $\varepsilon_a$  è data dalla somma delle componenti elastica e plastica:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \varepsilon_{pa} \quad (4)$$

Usando l'ampiezza di tensione  $\sigma_a$  e l'ampiezza di deformazione plastica  $\varepsilon_{pa}$  dei cicli d'isteresi stabili sul piano deformazione-tensione, si evidenzia una relazione esponenziale:

$$\sigma_a = H' \varepsilon_{pa}^{n'} \quad (5)$$

I valori di  $H'$  ed  $n'$  si ottengono con una regressione col metodo dello scarto quadratico minimo.

Risolvendo in  $\varepsilon_{pa}$  si ottiene:

$$\varepsilon_{pa} = \left(\frac{\sigma_a}{H'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$

Segue la relazione desiderata tra ampiezza di tensione e deformazione totale (che è una forma della nota equazione di Rambery-Osgood)

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{H'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (6)$$

Per poter ottenere una relazione vita-deformazione vengono stabilite le seguenti relazioni dai dati di test misurati a ciclo d'isteresi stabile a metà vita.

$$\sigma_a = \sigma_f' (2N_f)^b \quad (7^a)$$

$$\varepsilon_{pa} = \varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (7^b)$$

Le relazioni esponenziali legano la prima l'ampiezza di tensione  $\sigma_a$  al numero di cicli di vita a fatica  $N_f$ , la seconda l'ampiezza di deformazione plastica  $\varepsilon_{pa}$  ad  $N_f$ .  $\sigma_f'$  è l'intercetta della curva vita-tensione a una vita pari a 1/2 ciclo,  $\varepsilon_f'$  è l'intercetta della curva vita-deformazione plastica ad una vita pari a 1/2 ciclo.

Sostituendo in  $\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \varepsilon_{pa}$  si ottiene:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (8)$$

Sono generalmente usati dati riferiti a test eseguiti con tensione media nulla per il calcolo delle costanti cosicché  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\varepsilon'_f$  e  $c$  sono considerati rappresentare le proprietà di un materiale nel caso di tensione media nulla. L'equazione riportata è la formula comunemente accettata per la relazione vita-deformazione.

Mettendo a sistema  $\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b$ ,  $\varepsilon_{pa} = \varepsilon'_f (2N_f)^c$  si può ottenere  $\sigma_a = \frac{\sigma'_f}{(\varepsilon'_f)^{\frac{b}{c}}} (\varepsilon_{pa})^{\frac{b}{c}}$  e dal

confronto con  $\sigma_a = H' \varepsilon_{pa}^{n'}$  si può pervenire alle seguenti relazioni:  $H' = \frac{\sigma'_f}{(\varepsilon'_f)^{\frac{b}{c}}}$ ;  $n' = \frac{b}{c}$ , ma il

risultato può differire considerevolmente dall'evidenza sperimentale cosicché questo metodo non viene contemplato in questa sede.

**Tabella 1:** Materiali, proprietà di resistenza a trazione e costanti d'interpolazione curve vita-tensione

Material <sup>a</sup>	Yield $\sigma_y$ (MPa)	Ultimate $\sigma_u$ (MPa)	Fracture $\bar{\sigma}_B$ (MPa)	Red. Area <sup>g</sup> (Elong.) (%)	Fit $\sigma_m = 0$		Fit all $\sigma_m$ to Walker Equation			Range of Walker Fit	
					$\sigma'_f$ (MPa)	$b$	$\sigma'_{fw}$ (MPa)	$h_w$	$\gamma$	Min (cycles)	Max (cycles)
SAE 1015 St	228	415	726	67.9	1020	-0.1379	990	-0.1336	0.7352	52	1,241,000
GSMnNi63 Ste <sup>d</sup>	312	501	846	(26)	672	-0.0811	739	-0.0925	0.8113	15	1,900,000
Ck45 St	531	790	1271	60	1267	-0.0984	1217	-0.0936	0.6949	217	620,000
SAE 4130 St, Norm <sup>d</sup>	647	799	1144	(15.2)	1168	-0.0845	1584	-0.1040	0.6903	211	1,984,000
49MnV33 St	566	840	1152	44	1325	-0.0948	1263	-0.0899	0.8492	246	1,710,000
17MnCrMo33 St	833	929	1446	58	1232	-0.0666	1275	-0.0752	0.6575	23	2,840,000
CC 450 SS, H1150 <sup>d</sup>	678	1015	1360	(23.2)	1365	-0.0591	1453	-0.0668	0.6253	157	72,950
CC 450 SS, Soln An <sup>d</sup>	1041	1065	1410	(12.2)	1326	-0.0600	2046	-0.1078	0.7051	231	94,613
50CrMo4 St, El Pol	970	1086	1609	48.6	1547	-0.0841	1588	-0.0899	0.7776	52	380,000
42CrMo4 St	998	1111	1525	60	1452	-0.0758	1505	-0.0810	0.7781	248	520,000
AISI 4340 St <sup>c</sup>	1103	1172	1634	56	1722	-0.0958	1963	-0.1077	0.6497	222	901,430
SAE 4130 St, Hard <sup>d</sup>	1200	1241	1586	(8.3)	2437	-0.1182	2378	-0.1160	0.5457	74	1,023,000
CC 450 SS, H900 <sup>d</sup>	1354	1405	1750	(15.3)	2317	-0.0840	2839	-0.1083	0.4758	223	90,941
PH13-8Mo SS, H1000 <sup>d</sup>	1358	1413	1758	-	2889	-0.0995	2521	-0.0879	0.5769	2797	1,266,000
300M St <sup>d</sup>	1634	1958	2303	-	3612	-0.1150	4214	-0.1318	0.4157	684	652,600
SAE 1045 St, 705 HB	1827	2082	2131	2	2418	-0.0750	2370	-0.0728	0.4839	2.5	161,250
SAE 1045 St, 55 HRC	1731	2165	2690	38	3542	-0.1075	3762	-0.1147	0.4286	26	750,791
SAE 1045 St, 595 HB	1841	2248	2717	40.5	3149	-0.1014	3034	-0.0985	0.5245	20	572,000
6061-T6 Al <sup>e</sup>	276	310	420	-	722	-0.1151	651	-0.1080	0.6330	5353	83,870,000
Al Mg4.5Mn, Cld RI <sup>c,e,f</sup>	298	363	476	(13)	1045	-0.1372	1045	-0.1394	0.6681	2800	2,000,000
2024-T4 Al <sup>f</sup>	303	476	631	35	1944	-0.1755	2499	-0.1969	0.5031	5100	1,836,000
2024-T3 Al <sup>e,f</sup>	378	486	578	(17.3)	1328	-0.1324	1611	-0.1529	0.5655	4249	2,700,000
2014-T6 Al <sup>e</sup>	438	494	581	(13.6)	1120	-0.1221	949	-0.1080	0.4803	1200	7,260,000
2024-T3 Al <sup>e</sup>	359	497	591	(20.3)	1602	-0.1544	1772	-0.1626	0.4596	663	1,404,000
2024-T4 Al <sup>e</sup>	335	502	666	(21.4)	970	-0.1051	897	-0.09771	0.4090	1000	29,400,000
7075-T6 Al <sup>e</sup>	489	567	729	(16.5)	4402	-0.2624	3378	-0.2412	0.4150	1000	929,000
7075-T6 Al <sup>e</sup>	521	572	736	(12.3)	4324	-0.2388	4546	-0.2419	0.4774	5,182	1,992,000
Ti-6Al-4V <sup>c,e</sup>	1006	1034	1271	(14.5)	2262	-0.1285	2452	-0.1379	0.5431	214	1,100,000

<sup>a</sup>Abbreviazioni: St = acciai; SS = acciai inossidabili; Al = lega d'alluminio; HB = durezza Brinell; HRC = durezza Rockwell; El Pol = electropolished; Sol An = solution annealed; H900, etc. = condizioni di trattamento termico; Norm = normalizzato; Hard = indurito; Cld RI = cold rolled

<sup>c</sup>Campioni inizialmente sovrallungati prima del test

<sup>d</sup>Tensione reale di rottura stimata con  $\sigma_u + 345$  MPa

<sup>e</sup>Tensione reale di rottura stimata bilanciando i dati di materiali simili

<sup>f</sup>Dati a vita breve omessi nell'interpolazione della curva vita-tensione; per il calcolo con  $\sigma_m = 0$  i punti a vita più breve impiegati sono:  $N_f = 4750$  cicli per Al Mg4.5Mn, 4200 cicli per 2024-T4 Al, e 2050 cicli per 2024-T3 Al

<sup>g</sup>Viene riportata la riduzione dell'area o, dove non disponibile, viene riportato l'allungamento.





## CAPITOLO 2

### Effetto della tensione media non nulla sulla vita a fatica, approccio vita-tensione

#### 2.1 Equazioni per la tensione equivalente a tensione media nulla: Goodman, Morrow, SWT, Walker

Per ottenere un stima della vita a fatica  $N_f$  per i casi di tensione media non nulla, è necessaria un'ulteriore relazione  $\sigma_{ar} = f(\sigma_a, \sigma_m)$  per poter calcolare l'opportuno valore di  $\sigma_{ar}$  da usare nell'equazione (3). In questo contesto  $\sigma_{ar}$  può essere pensata come una *ampiezza di tensione equivalente a tensione media nulla*. Di seguito vengono presentate alcune equazioni  $\sigma_{ar} = f(\sigma_a, \sigma_m)$ .

La tradizionale relazione di Goodman utilizza la tensione di trazione massima  $\sigma_u$ :

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \sigma_m/\sigma_u} \quad (9)$$

L'equazione di Morrow ha la stessa forma ma impiega la tensione reale di rottura  $\sigma_{fB}^{\sim}$  al posto di  $\sigma_u$ , o in alternativa utilizza l'intercetta nel diagramma vita-tensione  $\sigma_f'$ , cosicché le due forme sono:

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \sigma_m/\sigma_{fB}^{\sim}} \quad (10^a)$$

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \sigma_m/\sigma_f'} \quad (10^b)$$

Si noti che  $\sigma_f'$  è l'intercetta per  $N_f = 0,5$  cicli calcolabile con l'equazione (3). Se si interpreta una prova di trazione come un test di fatica con vita pari a  $1/2$  ciclo, segue la stima  $\sigma_f' = \sigma_{fB}^{\sim}$  e con questa logica si arriva all'equazione (10<sup>b</sup>). La stima  $\sigma_f' = \sigma_{fB}^{\sim}$  è spesso abbastanza buona per gli acciai, ma può essere molto imprecisa per le leghe di alluminio come nel caso evidenziato nella figura 3. L'equazione (10<sup>a</sup>) ha per contro lo svantaggio che le tensioni reali a rottura  $\sigma_{fB}^{\sim}$  spesso non sono disponibili e quindi devono essere stimate.

Un'altra relazione è quella di Smith, Watson e Topper. Di seguito tre forme equivalenti ( si può passare da una forma ad un'altra con l'ausilio delle equazioni (1)):

$$\sigma_{ar} = \sqrt{\sigma_{max}\sigma_a} \quad (11^a)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_{max}\sqrt{\frac{1-R}{2}} \quad (11^b)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_a\sqrt{\frac{2}{1-R}} \quad (11^c)$$

Per brevità questo metodo sarà chiamato il metodo SWT. Esso ha il vantaggio della semplicità e

di non dipendere da alcuna costante del materiale.

Un approccio pressoché simile è quello di Walker che include in aggiunta una proprietà del materiale che qui denoteremo con  $\gamma$ . Le tre forme corrispondenti equivalenti sono:

$$\sigma_{ar} = \sigma_{max}^{1-\gamma} \sigma_a^\gamma \quad (12^a)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_{max} \left( \frac{1-R}{2} \right)^\gamma \quad (12^b)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_a \left( \frac{2}{1-R} \right)^{1-\gamma} \quad (12^c)$$

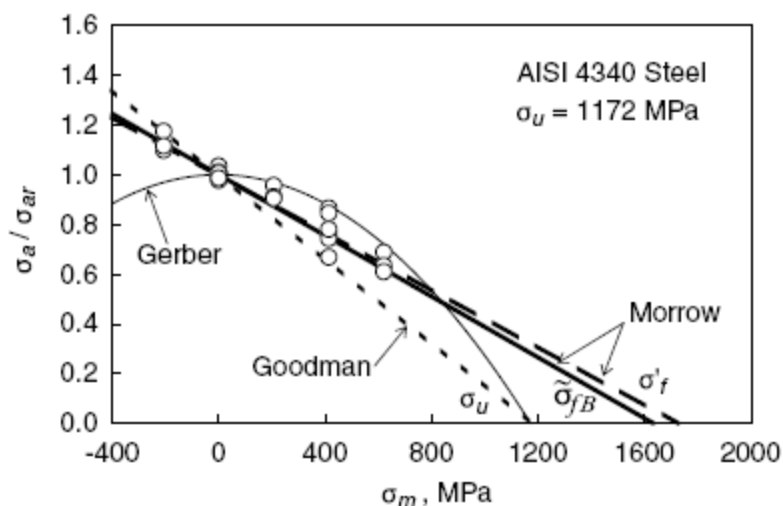
Si noti che  $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$  cosicché anche le equazioni (11) e (12) danno una relazione del tipo  $\sigma_{ar} = f(\sigma_a, \sigma_m)$ .

I valori di  $\gamma$  nell'equazione (12) possono variare tra 0 e 1, ma per i metalli di solito il range va da 0,4 a 0,8. Se  $\gamma = 0,5$  allora l'equazione (12) si riduce all'equazione (11). La quantità  $(1 - \gamma)$  può essere pensata come una misura della sensibilità del materiale alla tensione media, perciò un metallo con  $\gamma = 0,4$  è abbastanza sensibile alla tensione media, mentre uno con  $\gamma = 0,8$  è relativamente poco sensibile.

Un'ulteriore equazione che è talvolta impiegata è la parabola di Gerber:

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - (\sigma_m/\sigma_u)^2} \quad (13)$$

Questo metodo risalente al 1874 fornisce probabilmente la più vecchia equazione sulla tensione equivalente a tensione media nulla, ma non è stato incluso nel presente studio poiché è generalmente impreciso e per di più di solito non conservativo per i casi di tensione media in trazione. Inoltre esso predice scorrettamente un effetto dannoso della tensione media in compressione, e dovrebbe essere quindi utilizzato in alcune forme modificate per tali casi.



**Figura 4:** Grafico ampiezza di tensione normalizzata-tensione media per l'acciaio AISI 4340, vengono rappresentate anche le curve per alcune equazioni sulla tensione media equivalente

Questi andamenti possono essere visti nella figura 4 dove la parabola descritta dall'equazione (13) viene confrontata con i dati dei test su una lega d'acciaio e con le rette ottenute con le

equazioni (9) e (10).

Esistono numerose ulteriori formule per la stima degli effetti della tensione media, ma quelli qui elencati sono stati giudicati da Dowling particolarmente meritevoli di essere studiati in quanto possiedono una combinazione di ampia accettazione, diffusione e semplicità.

**Tabella 2:** Interpretazione del confronto grafico tra posizione dei punti dei dati sperimentali e curva per un dato modello

---

**Andamento osservato su un grafico ampiezza di tensione normalizzata-tensione media**

$\sigma_a/\sigma_{ar}$  contro  $\sigma_m$ , oppure  $\sigma_a/\sigma_{ar}$  contro  $\sigma_m/\sigma_{ar}$

- I dati sono sopra la retta o la curva per un dato modello: il modello è conservativo, ovvero la vita a fatica effettiva sarà più lunga di quella stimata
- I dati sono sotto la retta o la curva per un dato modello: il modello è non conservativo, ovvero la vita a fatica effettiva sarà più corta di quella stimata

**Andamento osservato su un grafico vita-ampiezza di tensione equivalente a tensione media nulla**

$\sigma_{ar}$  contro  $N_f$

- I dati sono sopra la retta  $\sigma_m = 0$  ( $R = -1$ ) o sopra la retta di Walker: il modello è conservativo, ovvero la vita a fatica effettiva sarà più lunga di quella stimata
  - I dati sono sotto la retta  $\sigma_m = 0$  ( $R = -1$ ) o sotto la retta di Walker: il modello è non conservativo, ovvero la vita a fatica effettiva sarà più corta di quella stimata
- 

## 2.2 Calcolo delle costanti dell'equazione di Walker

Si noti che, nell'applicare ognuna delle equazioni di Goodman, Morrow o SWT per fare la stima di vita, il valore di  $\sigma_{ar}$  ottenuto viene utilizzato nell'equazione (3) che si basa sull'interpolazione dei soli dati dei test a tensione media nulla ( $\sigma_m = 0$ ). Al contrario l'equazione di Walker permette di considerare anche i dati sulla vita a fatica a varie tensioni medie, essendo il valore di  $\gamma$  ottenuto dal processo di interpolazione stesso. Il calcolo delle costanti della formula di Walker si fa attraverso una regressione lineare multipla.

Conviene scrivere temporaneamente in forma diversa l'equazione (3):

$$\sigma_{ar} = AN_f^b \quad \text{dove} \quad A = \sigma_f' 2^b \quad (14)$$

Si combini questa equazione con la (12<sup>b</sup>) e si espliciti la variabile dipendente  $N_f$ :

$$\sigma_{ar} = AN_f^b = \sigma_{max} \left( \frac{1-R}{2} \right)^{\gamma} \quad (15^a)$$

$$N_f = \left[ \sigma_{max} \left( \frac{1-R}{2} \right)^{\frac{\gamma}{A}} \right]^{1/b} \quad (15^b)$$

Si applichi ora la funzione logaritmica in base 10 ad entrambi i membri:

$$\log N_f = \frac{1}{b} \log \sigma_{max} + \frac{\gamma}{b} \log \left( \frac{1-R}{2} \right) - \frac{1}{b} \log A \quad (16)$$

Può quindi essere eseguita una regressione lineare multipla:

$$y = m_1 x_1 + m_2 x_2 + d \quad (17)$$

Dove:

$$\begin{aligned} y &= \log N_f & x_1 &= \log \sigma_{max} & x_2 &= \log\left(\frac{1-R}{2}\right) \\ m_1 &= \frac{1}{b} & m_2 &= \frac{\gamma}{b} & d &= -\frac{1}{b} \log A \end{aligned} \quad (18)$$

La regressione fornisce i valori delle costanti  $m_1$ ,  $m_2$  e  $d$  che a loro volta possono essere usate per il calcolo delle costanti desiderate  $\sigma'_f$ ,  $b$  e  $\gamma$ :

$$b = \frac{1}{m_1} \quad \gamma = b m_2 = \frac{m_2}{m_1} \quad A = 10^{-db} = 10^{-d/m_1} \quad \sigma'_f = \frac{A}{2^b} \quad (19)$$

Per distinguere i valori di  $\sigma'_f$  e di  $b$  ottenuti attraverso questo procedimento da quelli per semplice interpolazione dei dati a tensione media nulla, aggiungiamo a pedice  $w$  di Walker cosicché le tre costanti risultanti sono denotate con  $\sigma'_{fw}$ ,  $b_w$  e  $\gamma$ .

La curva vita-tensione che si ottiene è:

$$\sigma_{ar} = \sigma'_{fw} (2N_f)^{b_w} \quad (20)$$

Con  $\sigma_{ar}$  dato dall'equazione (12) con l'opportuno  $\gamma$  calcolato come sopra descritto. Nella Tabella 1 sono riportate le costanti calcolate con questo procedimento per ogni set di dati.

Per le tre leghe di alluminio che hanno comportamento simile a quello evidenziato dalla retta inferiore nella Figura 3 è stato scelto arbitrariamente un numero di cicli di vita  $N_2$  come separazione tra il comportamento a vita breve e quello a vita lunga. Il calcolo delle costanti per l'equazione (20) è stato fatto utilizzando solo i dati con  $N_f > N_2$ , dati che comprendevano tutti i casi con tensione media che differisce significativamente da zero.

## 2.3 Confronto con i dati sperimentali

I dati dei test di fatica a varie tensioni medie possono essere confrontati con le equazioni proposte di tensione equivalente a tensione media nulla  $\sigma_{ar} = f(\sigma_a, \sigma_m)$  su dei grafici ampiezza di tensione-tensione media come nella Figura 4. Una indicazione migliore del successo di tali equazioni nella stima della vita a fatica si può peraltro ottenere con un grafico tensione equivalente  $\sigma_{ar}$  - cicli di vita a fatica  $N_f$ . Tutti i set di dati sono stati confrontati con le equazioni da (9) a (12) utilizzando entrambi questi metodi grafici. Vengono di seguito descritti i due metodi grafici in dettaglio con l'ausilio di alcuni esempi, e vengono esposti alcuni commenti sui set di dati analizzati.

### 2.3.1 Grafici ampiezza di tensione normalizzata-tensione media

Le relazioni di Goodman o Morrow possono essere confrontate con i dati dei test rappresentando in un grafico le ampiezze di tensione normalizzate  $\sigma_a/\sigma_{ar}$  e le tensioni medie  $\sigma_m$ . L'equazione di Goodman, equazione (9), descrive una linea retta tra i punti  $\sigma_a/\sigma_{ar} = 1$  e  $\sigma_m = \sigma_u$ . Le due forme della relazione di Morrow, equazioni (10<sup>a</sup>) e (10<sup>b</sup>), danno rette simili ma con intercette a  $\sigma_m = \sigma_{fB}$  e  $\sigma_m = \sigma'_f$  rispettivamente. Esempi di confronti con i dati dei test con questo metodo sono forniti per degli acciai nelle Figure 4 e 5 e per una lega d'alluminio

nella Figura 6. I dati vengono rappresentati dai pallini, ogni combinazione di  $\sigma_a$  e  $\sigma_m$  corrisponde ad un test di laboratorio, e per ogni test il valore  $\sigma_{ar}$  usato per normalizzare  $\sigma_a$  viene determinato dalla vita sperimentale misurata  $N_f$  usando l'equazione (3).

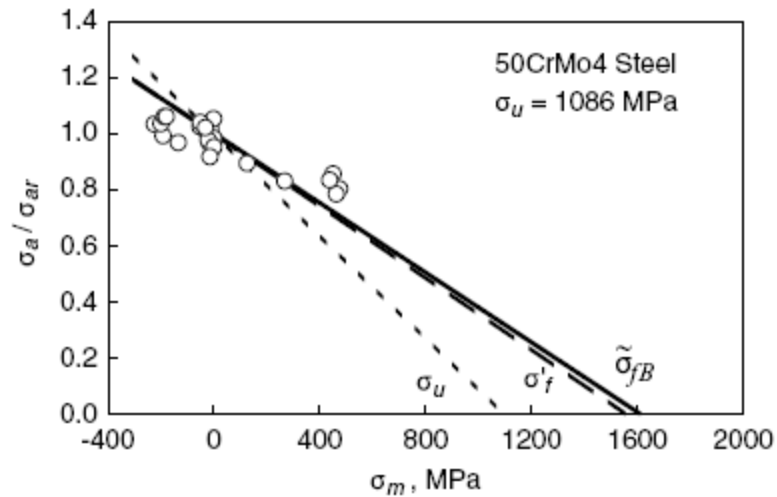


Figura 5: Grafico ampiezza di tensione normalizzata-tensione media per l'acciaio 50CrMo4

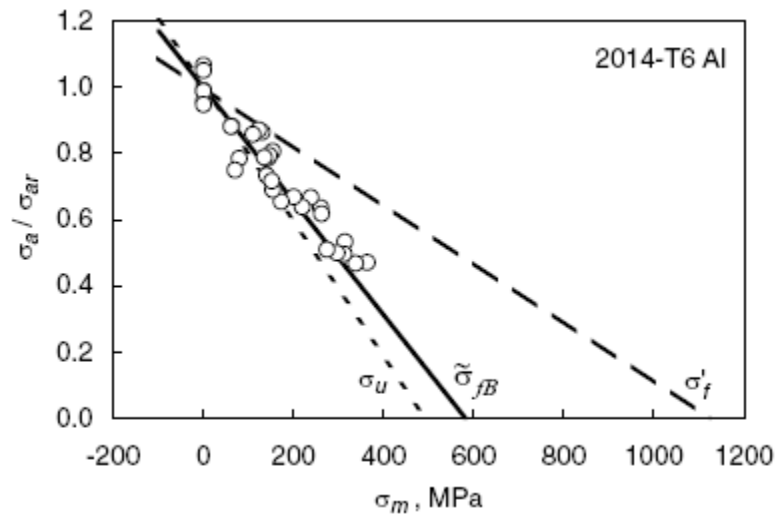


Figura 6: Grafico ampiezza di tensione normalizzata-tensione media per l'alluminio 2014-T6

*Esempio:*

$$\text{Relazione di Goodman: } \sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \sigma_m/\sigma_u}$$

Segue:  $\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} = 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_u}$  che nel grafico ampiezza di tensione normalizzata-tensione media descrive una retta

$$\text{Per } \sigma_m = 0 \text{ si ha } \frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} = 1$$

$$\text{Per } \sigma_a = 0 \text{ si ha } \sigma_m = \sigma_u$$

Abbiamo disegnato sul diagramma la retta di Goodman. Ricordo che in questo caso  $\sigma_{ar}$

è quello previsto dalla relazione stessa di Goodman.

Usiamo ora i dati sperimentali:

$\sigma_m = \sigma_{mD}$  = dato di partenza sperimentale

$\sigma_a = \sigma_{aD}$  = dato di partenza sperimentale

$N_f = N_{fD}$  = dato misurato sperimentalmente

Partendo da  $N_{fD}$  possiamo calcolare:

$$\sigma_{ar} = \sigma_f'(2N_{fD})^b$$

Rappresentiamo il dato con un pallino sul grafico e vediamo dove si posiziona rispetto alla retta. A noi interessa la distanza tra retta e pallino in direzione dell'ordinata in quanto l'unica differenza tra i due valori è data da  $\sigma_{ar}$  che sulla retta è il valore previsto da Goodman mentre per il pallino è calcolato partendo da  $N_{fD}$ .

Si noti che per gli acciai i dati sono al di sopra della linea di Goodman per le tensioni medie di trazione, ciò significa che per causare la rottura a fatica sono necessarie tensioni più alte di quanto questo metodo preveda. Quindi le previsioni di vita a fatica fatte partendo da un valore di  $\sigma_{ar}$  di Goodman nei casi di tensione media di trazione saranno più brevi delle reali vite a fatica, e il metodo risulta sbagliare in senso conservativo. (Si veda Tabella 2). Comunque è vero il contrario per le tensioni medie di compressione, ed il metodo è non conservativo. Con entrambe le forme dell'equazione di Morrow si ha un accordo migliore con i dati dei test sia per le tensioni medie di trazione che di compressione. Riguardo alle leghe di alluminio l'equazione di Goodman risulta di nuovo conservativa per le tensioni medie di trazione, e la relazione di Morrow ( $10^a$ ) contenente  $\sigma_{fB}^{\sim}$  è in buon accordo con i dati. La relazione di Morrow ( $10^b$ ) contenente  $\sigma_f'$  invece non concorda con i dati sperimentali e risulta non conservativa in modo drastico. Questo andamento si nota essere associato con una curva vita-tensione che si appiattisce orizzontalmente a vita breve, come ad esempio nel caso dell'alluminio in figura 3.

*Esempio:*

Usiamo la relazione di Goodman nuovamente e valutiamo un caso di tensione media di trazione per l'acciaio 50CrMo4 (Figura 5).

$\sigma_m = \sigma_{mD}$  = dato di partenza sperimentale

$\sigma_a = \sigma_{aD}$  = dato di partenza sperimentale

$N_f = N_{fD}$  = dato misurato sperimentalmente

$\sigma_{arG}$  = tensione equivalente di Goodman

$\sigma_{arS} = \sigma_f'(2N_{fD})^b$  = tensione a tensione media nulla in corrispondenza della vita misurata sperimentalmente

Il grafico mostra che il dato sperimentale si posiziona al di sopra della curva di Goodman:

$$\frac{\sigma_{aD}}{\sigma_{arG}} < \frac{\sigma_{aD}}{\sigma_{arS}} \quad \text{da cui: } \sigma_{arG} > \sigma_{arS}$$

Se andiamo a leggere su un grafico vita-tensione le vite previste con  $\sigma_{arG}$  e  $\sigma_{arS}$  vediamo che, avendo la curva pendenza negativa, la vita prevista da Goodman è senz'altro minore di quella misurata sperimentalmente.

Se infatti andiamo a calcolare le vite con l'ausilio della Formula (3) otteniamo:

$$\sigma_{arG} > \sigma_{arS}$$

$$\sigma_{arG} = \sigma_f'(2N_{fG})^b > \sigma_f'(2N_{fD})^b = \sigma_{arS}$$

Essendo  $N_{fG}$  la vita prevista col metodo di Goodman.

Sappiamo che  $\sigma_f' > 0$  e che  $b < 0$ , segue:

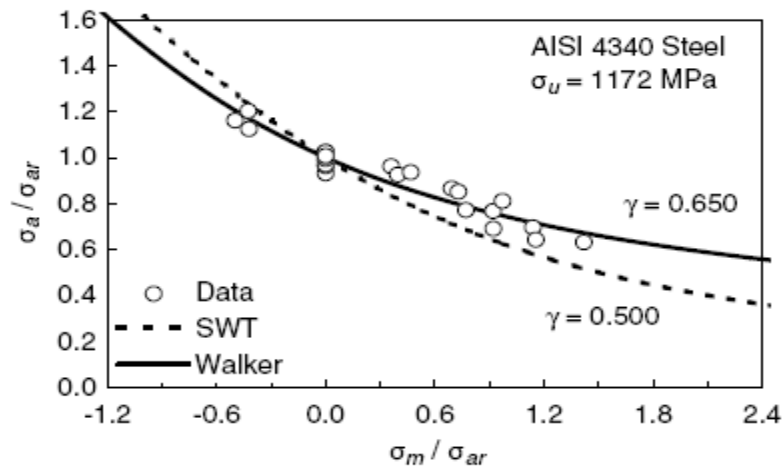
$$(2N_{fG})^b > (2N_{fD})^b$$

Infine:

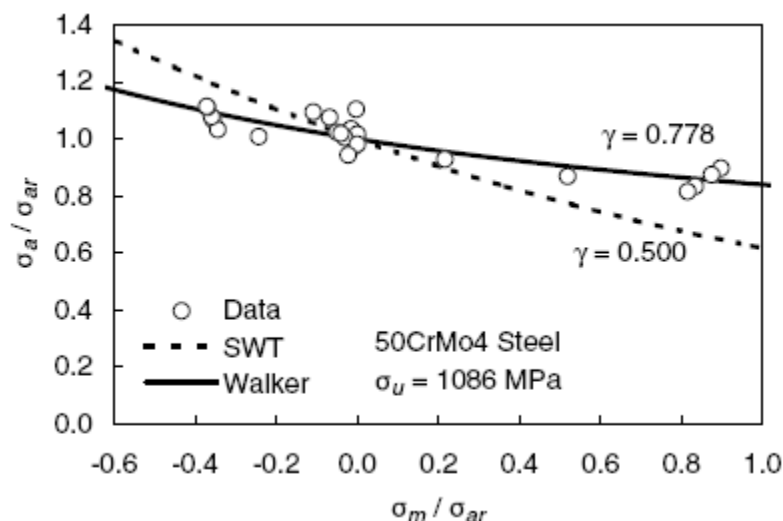
$$N_{fG} < N_{fD}$$

Il metodo risulta sbagliare in senso conservativo.

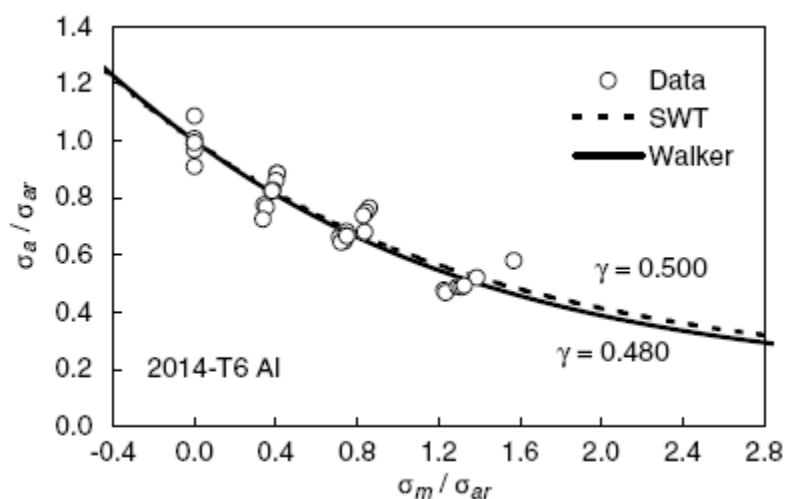
Su un grafico con  $\sigma_a/\sigma_{ar}$  contro  $\sigma_m$  le equazioni di SWT e di Walker producono una famiglia di curve che impedisce un confronto immediato con i dati dei test. Entrambe le equazioni descrivono però un'unica curva su di un grafico con anche l'asse della tensione media normalizzata con  $\sigma_{ar}$ , ovvero su un grafico  $\sigma_a/\sigma_{ar}$  contro  $\sigma_m/\sigma_{ar}$ . Viene mostrato il confronto di questo tipo con i dati degli stessi tre materiali precedenti nelle Figure 7, 8 e 9. Per le curve di Walker  $\sigma_{ar}$  è stato calcolato con l'equazione (20). Per gli acciai il parametro di adattamento  $\gamma$  della relazione di Walker permette una maggior corrispondenza tra i dati e la curva rispetto all'equazione di SWT cui corrisponde  $\gamma = 0,5$ . Per la lega di alluminio il parametro  $\gamma$  che è stato calcolato assume un valore vicino a 0,5, cosicché entrambi i metodi di SWT e di Walker presentano forte corrispondenza con i dati.



**Figura 7:** Curve ampiezza di tensione normalizzata-tensione media normalizzata di SWT e di Walker per l'acciaio AISI 4340



**Figura 8:** Curve ampiezza di tensione normalizzata-tensione media normalizzata di SWT e di Walker per l'acciaio 50CrMo4



**Figura 9:** Curve ampiezza di tensione normalizzata-tensione media normalizzata di SWT e di Walker per alluminio 2014-T6

Gli altri acciai studiati hanno comportamento in generale simile a quello illustrato per i due acciai, fatto salvo che la curva di Walker può essere di volta in volta più piana, più ripida o più simile a quella di SWT a seconda del valore che assume il parametro  $\gamma$ . Inoltre le altre leghe di alluminio hanno comportamento simile a quello illustrato tranne che per le due leghe più basso-resistenziali dove le curve di SWT e Walker differiscono considerevolmente e si ha  $\gamma \cong 0,65$ .

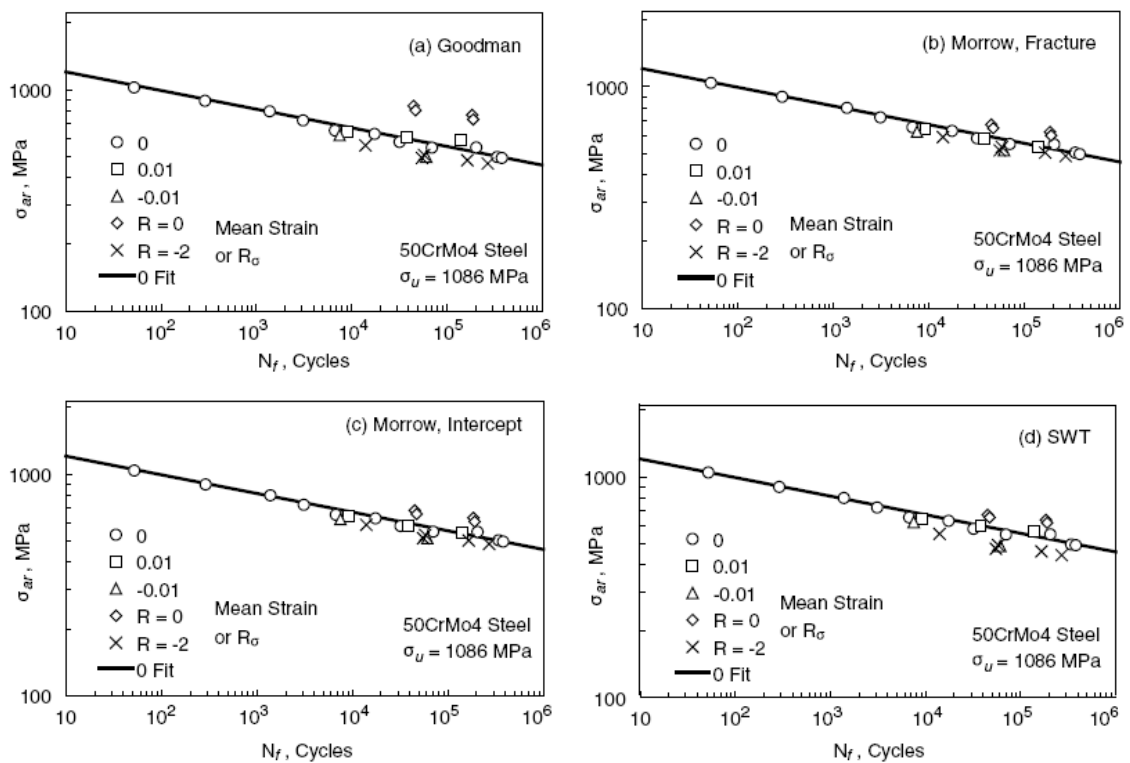
Rimangono dei dubbi sull'opportunità della scelta operata da Dowling, Calhoun ed Arcari di rappresentare il confronto tra i dati sperimentali e le curve di SWT e Walker sullo stesso grafico in quanto la normalizzazione dei dati sperimentali andrebbe eseguita con  $\sigma_{ar}$  ottenuto con l'equazione (20) per quanto riguarda la curva Walker mentre con  $\sigma_{ar}$  ottenuto con l'equazione



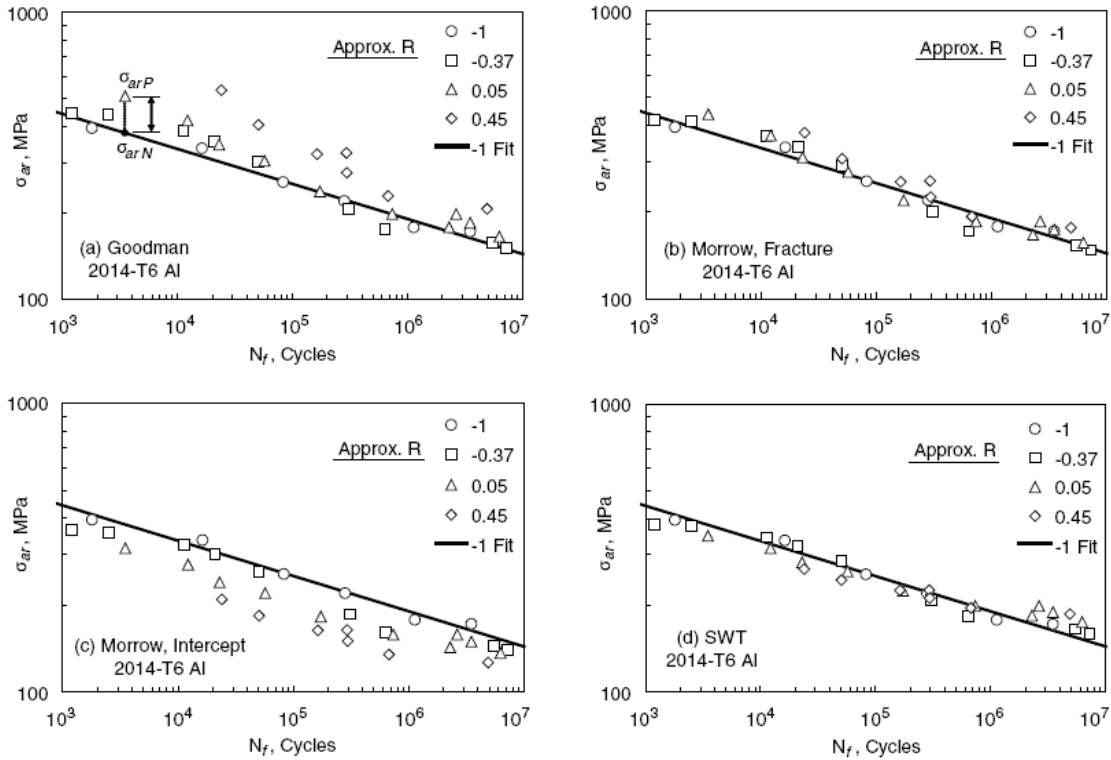
(3) per quanto riguarda la curva di SWT.

### 2.3.2 Grafici ampiezza di tensione – cicli di vita

Consideriamo ora il confronto tra le equazioni della tensione equivalente ed i dati sperimentali con l'ausilio di un grafico vita-tensione, ovvero  $\sigma_{ar}$  contro  $N_f$  (i grafici sono su scala doppia logaritmica). In questo caso viene calcolato  $\sigma_{ar}$  per ogni singolo dato dei test per mezzo di una delle equazioni  $\sigma_{ar} = f(\sigma_a, \sigma_m)$  e viene poi indicato nel grafico in corrispondenza della relativa vita  $N_f$  misurata sperimentalmente. Nelle Figure 10 e 11 troviamo esempi di questo tipo di grafici per l'acciaio 50CrMo4 e l'alluminio 2014-T6. Per ogni materiale vi sono 4 grafici, uno per ognuna delle equazioni (9), (10<sup>a</sup>), (10<sup>b</sup>) e (11). Su ogni diagramma il grado in cui i punti che rappresentano i dati si sovrappongono alla retta dell'equazione (3) fornisce un'indicazione del successo dell'equazione della tensione equivalente. (Si ricorda che le costanti dell'equazione (3) sono ottenute partendo dai dati con  $\sigma_m = 0$ ).

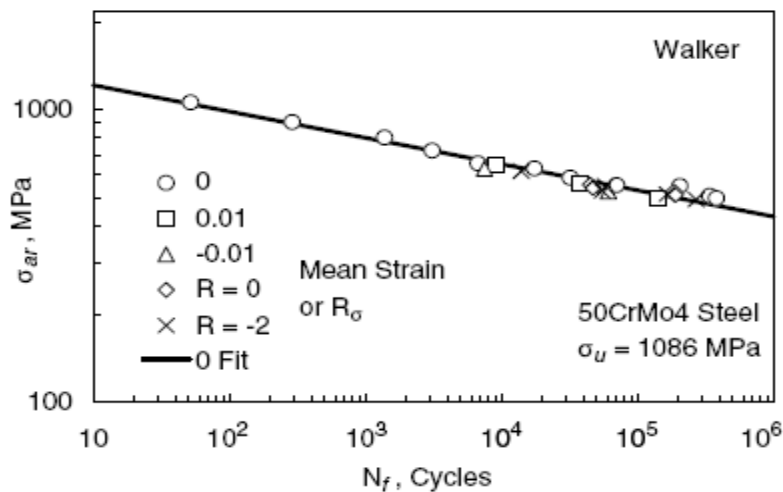


**Figura 10:** Curve vita-tensione a tensione media nulla per l'acciaio 50CrMo4: correlazione con la tensione equivalente dei dati sperimentali per i metodi di (a) Goodman, (b) Morrow tensione reale di rottura, (c) Morrow tensione intercetta, (d) SWT

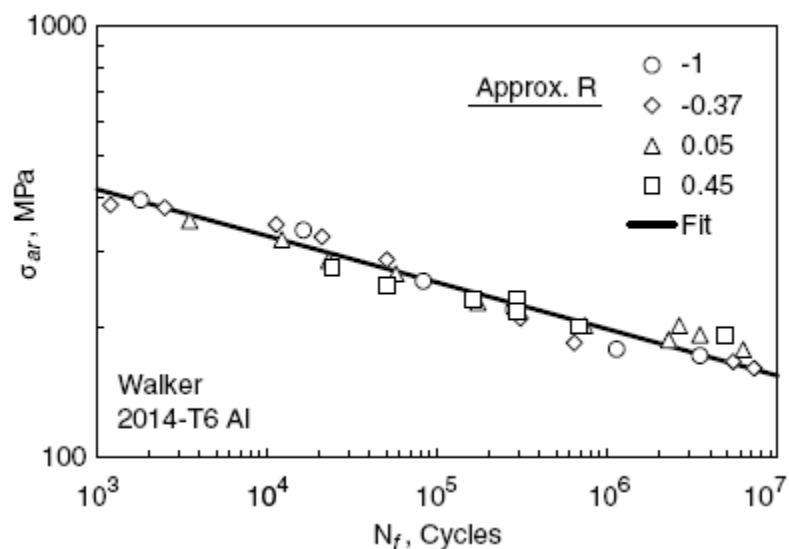


**Figura 11:** Curva vita-tensione a tensione media nulla per l'alluminio 2014-T6: correlazione con la tensione equivalente dei dati sperimentali per i metodi di (a) Goodman, (b) Morrow tensione reale di rottura, (c) Morrow tensione intercetta, (d) SWT

Per la relazione di Walker, in modo analogo vengono messi nel grafico i valori di  $\sigma_{ar}$  calcolati con l'equazione (12) e le relative vite  $N_f$ . Questo permette il confronto con la retta descritta dall'equazione (20) i cui parametri ricordiamo vengono calcolati prendendo in considerazione tutti i dati sperimentali a tutte le tensioni medie. Nelle Figure 12 e 13 troviamo esempi di questo tipo di grafici per l'acciaio 50CrMo4 e l'alluminio 2014-T6.



**Figura 12:** Curva vita-tensione col metodo di Walker per l'acciaio 50CrMo4 per cui  $\gamma = 0,778$  : correlazione con la tensione equivalente dei dati sperimentali per il metodo di Walker



**Figura 13:** Curva vita-tensione col metodo di Walker per l'alluminio 2014-T6 per cui  $\gamma = 0,480$  : correlazione con la tensione equivalente dei dati sperimentali per il metodo di Walker

Gli andamenti evidenziati nei grafici  $\sigma_{ar} - N_f$  corrispondono a quelli già visti per gli acciai e le leghe di alluminio nei due tipi di grafici ampiezza di tensione normalizzata-tensione media. In ogni grafico, dove i punti rappresentanti i dati dei test giacciono sopra la retta della tensione media nulla, le vite stimate sono troppo brevi e quindi il metodo sbaglia in modo conservativo. Per contro, i punti sotto la retta indicano un errore del metodo in senso non conservativo. I confronti  $\sigma_{ar} - N_f$  riportati per l'acciaio 50CrMo4 e l'alluminio 2014-T6 sono tipici per gli acciai e le leghe di alluminio studiati. Laddove il parametro di Walker  $\gamma$  differisce significativamente da 0,5, l'equazione di Walker è vistosamente migliore di quella di SWT, inoltre il metodo di Walker fornisce sempre una buona correlazione con i dati dei test.

### 2.3.3 Commenti sui dati dei test analizzati

Per 18 dei 28 set di dati i test sono stati eseguiti a deformazione controllata, che è stata però sostituita dalla tensione controllata in alcuni casi a vita relativamente lunga nei quali la deformazione risultava completamente elastica.

Nei test a deformazione controllata a vita molto breve, ovvero con  $N_f < 50$  cicli circa, ed in particolar modo con  $N_f < 10$ , la deformazione molto grande coinvolta può causare pieghe o altri comportamenti anomali tali da ridurre la vita inficiando il valore del dato ai fini dell'analisi a fatica. Quindi i punti dei dati in questo range che sembravano allontanarsi dall'andamento dei dati a vita più lunga sono stati omessi dall'analisi, più precisamente non sono stati inclusi tutti i punti con  $N_f$  inferiore ad un determinato valore scelto arbitrariamente. Nei set di dati dei test a tensione controllata si sono trovati alcuni punti con una vita stranamente breve nei casi in cui la tensione massima di test era vicina o addirittura superiore della tensione di snervamento del materiale. Tali punti sono stati omessi poiché sono sicuramente largamente affetti da

scorrimento viscoso (creep) da tensione ciclica (ratcheting).

Molti set di dati hanno un piccolo numero di punti a vite attorno o oltre  $N_f = 10^6$  cicli che si allontanano dall'andamento dei dati a vite più brevi. Inoltre ci sono stati alcuni test interrotti senza che si arrivasse a rottura nei quali il materiale ha iniziato a mostrare comportamento al limite di fatica. Ci sono stati raramente dati di questo genere sufficienti a permettere un'analisi sistematica e quindi nessun tentativo è stato fatto al riguardo. In tali casi si è scelto di omettere tutti i punti con  $N_f$  superiore ad un determinato valore scelto arbitrariamente. Il risultato di tale scelta è che i punti dei dati inclusi per gli acciai si estendono oltre  $N_f = 2 * 10^6$  cicli solo in un caso, mentre i dati inclusi per alcune leghe di alluminio si estendono ben oltre questo valore. In Tabella 1 sono riportati per ogni set di dati il valore più piccolo ed il più grande di  $N_f$  che sono inclusi nell'analisi. Come indicato da una nota alla tabella, sono stati esclusi per tre leghe di alluminio i punti dei dati a vita breve di modo che fosse escluso dall'analisi il comportamento anomalo già illustrato nella Figura 3. Per queste leghe il valore più piccolo di  $N_f$  incluso nel calcolo delle costanti dell'equazione di Walker (20) è il valore in tabella, mentre il valore più piccolo di  $N_f$  incluso nel calcolo delle costanti nel caso  $\sigma_m = 0$  dell'equazione (3) viene fornito in una nota a piè tabella.

Per alcuni set di dati i campioni erano stati sottoposti a diversi cicli di sovra-allungamento ad un livello compreso tra il  $\pm 1$  ed il  $\pm 2\%$  di deformazione. Questa procedura segue la logica di Topper e collaboratori il cui lavoro evidenzia come tale sovralungamento sia utile nell'anticipare il processo di danneggiamento da fatica, di modo che il comportamento sia simile a quello in esercizio dove compaiono carichi ciclici occasionalmente più pesanti. Questi casi vengono segnalati con una nota a piè Tabella 1.

Nell'applicare la relazione di Morrow nella forma dell'equazione (10<sup>a</sup>) è stato necessario in molti casi stimare la tensione reale a rottura  $\sigma_{fB}^{\sim}$  poiché non presente nei set di dati. Per molte delle leghe di alluminio e quella di titanio sono stati trovati in letteratura valori di  $\sigma_{fB}^{\sim}$  per gruppi delle stesse leghe o di leghe molto simili. I valori mancanti sono stati dunque stimati moltiplicando i valori noti per il rapporto tra le tensioni di trazione massima  $\sigma_u$  dei due lotti di materiale.

$$\sigma_{fB2}^{\sim} = \sigma_{fB1}^{\sim} * \frac{\sigma_{u2}}{\sigma_{u1}} \quad (21)$$

Comunque per l'alluminio 6061-T6 non sono stati trovati valori in letteratura e quindi sono stati condotti tre test di trazione su tale lega, è stata fatta la media dei risultati ed ad essa è stata applicata l'equazione (21).

Per quegli acciai per i quali  $\sigma_{fB}^{\sim}$  non è stata fornita con i dati è stato impiegato il seguente metodo di stima:

$$\sigma_{fB}^{\sim} = \sigma_u + 345 \text{ MPa} \quad (22)$$

Questa stima è stata ampiamente impiegata in altri casi ma viene comunemente considerata attendibile solo per valori di  $\sigma_u$  inferiori a circa 1700 MPa. La stima fornita dall'equazione (22) è stata per questa analisi confrontata con le  $\sigma_{fB}$  fornite per 25 acciai le cui  $\sigma_u$  erano spalmate abbastanza uniformemente su di un range compreso tra 400 e 2600 MPa, ed è stato riscontrato che l'equazione fornisce una correlazione soddisfacente sull'intero range.

## 2.4 Confronto dei metodi

Il confronto grafico come nelle Figure 4-13 rende bene l'idea del successo delle varie equazioni di tensione equivalente a tensione media nulla oggetto di studio. Risulta difficile però presentare i grafici per tutti i 28 set di dati e, laddove venisse fatto, le informazioni che si potrebbero evincere sarebbero esclusivamente qualitative. Sono quindi necessari dei mezzi per riassumere quantitativamente il successo di una data equazione di  $\sigma_{ar}$  per un dato set di dati sperimentali. Viene descritto di seguito un metodo che servirà come base per valutare e confrontare il successo delle relazioni sulla tensione equivalente date dalle equazioni da (9) a (12). Verrà di seguito esaminato l'andamento del parametro  $\gamma$  dell'equazione di Walker.

### 2.4.1 Quantificazione del confronto tra equazioni di tensione equivalente e dati dei test

Si considerino i grafici  $\sigma_{ar} - N_f$  come nelle figure 10 e 11. Se i punti  $(\sigma_{ar}, N_f)$  dei dati sperimentali a tensione media non nulla giacciono tutti vicino alla retta descritta dall'equazione (3) i cui parametri sono stati calcolati con i dati a tensione media nulla, allora l'equazione usata per calcolare i valori di tensione equivalente  $\sigma_{ar}$  fornisce risultati validi. Per contro, l'equazione di tensione equivalente fornisce cattivi risultati nella zona in cui i dati si sparpagliano lontano dalla retta. Per ottenere una misura quantitativa della dispersione si considerino i punti  $\sigma_{arP}$  e  $\sigma_{arN}$  come indicati nella Figura 11a. La quantità  $\sigma_{arP}$  corrisponde al valore calcolato partendo dalle tensioni applicate durante il test di fatica, valore che viene messo nel grafico in corrispondenza della vita sperimentale  $N_f$ . Mentre  $\sigma_{arN}$  è il punto sulla retta a tensione media nulla in corrispondenza della stessa vita  $N_f$ . Perciò  $\sigma_{arN}$  è calcolato con l'equazione (3) ponendo  $N_f$  uguale a quello relativo a  $\sigma_{arP}$ .

La differenza  $(\sigma_{arP} - \sigma_{arN})$  è una misura della discrepanza, ed una misura adimensionale si ottiene normalizzando la differenza con il valore  $\sigma_{arN}$ :

$$z = \frac{\sigma_{arP} - \sigma_{arN}}{\sigma_{arN}} = \frac{\sigma_{arP}}{\sigma_{arN}} - 1 \quad (23)$$

Una misura della dispersione generale si ottiene considerando la deviazione standard della variabile  $z$ . Considerando tutti i punti dei dati a tensione media non nulla, siano essi  $n$ , si ha:

$$s_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n z_i^2}{n-1}} \quad (24)$$

Chiameremo  $s_z$  *deviazione di tensione*.

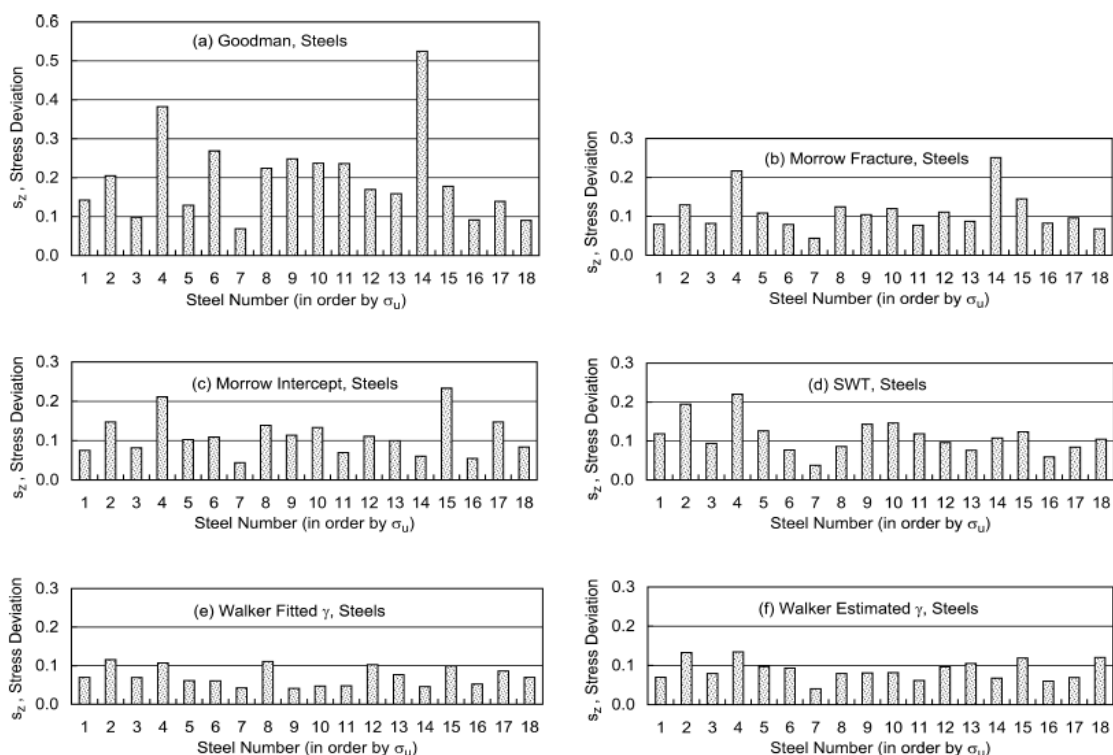
Per riassumere in modo simile il successo dei valori calcolati con l'equazione di Walker, viene

usata come base di confronto la retta ottenuta con l'equazione (20), come mostrato nelle Figure 12 e 13. Perciò è usata l'equazione (20) per calcolare  $\sigma_{arN}$  per ogni valore di  $N_f$ . Tutti i punti dei dati nel range dell'equazione (20) sono stati inclusi nel calcolo, compresi quelli a tensione media nulla.

Sarebbe a mio giudizio opportuno approfondire se debbano o meno essere considerati i punti a tensione media nulla nella valutazione del successo dell'equazione di Walker così come fatto da Dowling, Calhoun ed Arcari. Si vuole infatti valutare la capacità di previsione delle vite a fatica dell'equazione nei casi di tensione media non nulla. Per quelli a tensione media nulla è per costruzione migliore la (3) ottenuta col metodo dei minimi quadrati se valutata attraverso la deviazione standard. Mettere tutti i dati, compresi quelli a tensione media nulla, nel calcolo della deviazione di tensione potrebbe modificarla artificialmente a scapito del corretto confronto del successo dell'equazione di Walker col successo degli altri metodi.

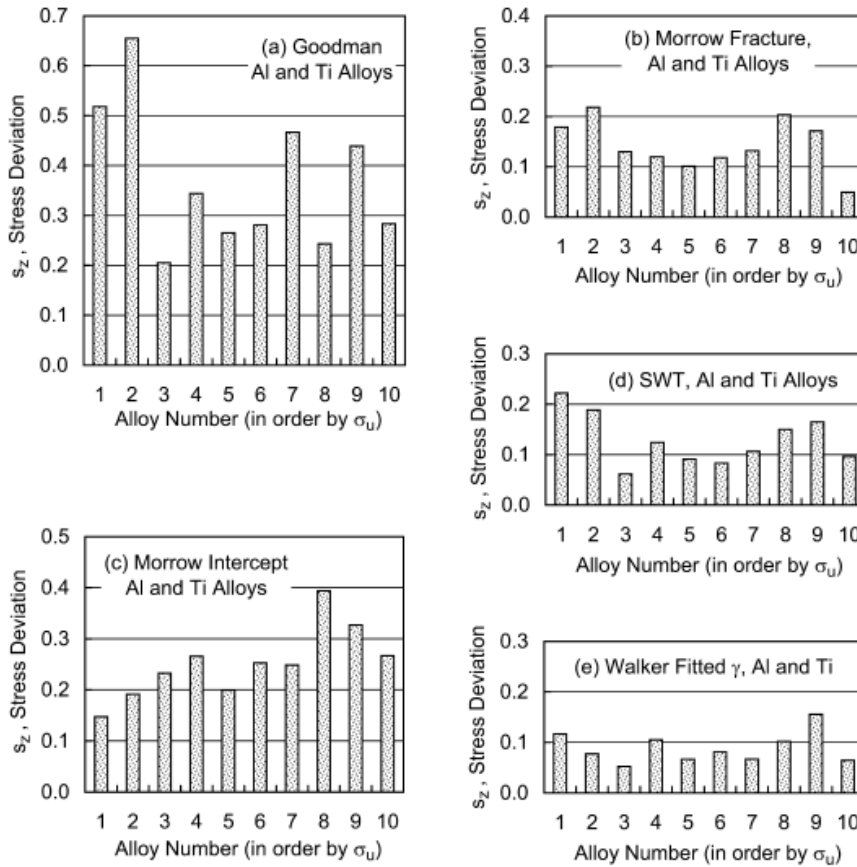
### 2.4.2 Successo delle varie equazioni di tensione equivalente

Sono stati calcolati valori della deviazione di tensione  $s_z$  per tutti i 28 set di dati, prendendo in considerazione per ogni set i diversi metodi oggetto di studio e quindi considerando i valori di  $\sigma_{ar}$  ottenuti con le varie equazioni da (9) a (12). I valori di  $s_z$  sono riportati nella Tabella 3. Sono riportati nella tabella anche il numero di dati sperimentali impiegati nell'analisi per ogni materiale, sia il numero totale, sia il numero dei dati a tensione media circa nulla.



**Figura 14:** Valori della deviazione di tensione  $s_z$  per gli acciai per i metodi di (a) Goodman, (b) Morrow tensione reale di rottura, (c) Morrow tensione intercetta, (d) SWT e (e) Walker. In (f) vengono riportati i valori di  $s_z$  per il metodo di Walker con  $\gamma$  stimato dalla tensione massima di trazione. I numeri sugli assi orizzontali individuano gli acciai come da Tabella 3

Inoltre i valori di  $s_z$  sono riportati nei grafici a barre delle Figure 14 per gli acciai e 15 per le leghe di alluminio e titanio. In ogni grafico a barre i materiali sono ordinati a seconda della tensione massima di trazione  $\sigma_u$  e i numeri sull'asse orizzontale fanno riferimento ai numeri dei materiali in Tabella 3. Ovviamente valori di  $s_z$  più piccoli indicano maggior successo dell'equazione mentre valori più grandi indicano l'opposto. Si noti che in Tabella 3 ed in Figura 14 vi è anche il confronto tra i valori calcolati con  $\gamma$  stimato per gli acciai e che verrà esaminato a parte.



**Figura 15:** Valori della deviazione di tensione  $s_z$  per le leghe di alluminio e titanio per i metodi di (a) Goodman, (b) Morrow tensione reale di rottura, (c) Morrow tensione intercetta, (d) SWT e (e) Walker. I numeri sugli assi orizzontali individuano le leghe come da Tabella 3

I grafici come quelli nelle Figure da 4 a 13, i cui valori sono stati sintetizzati per ogni set di dati nei grafici a barre delle Figure 14 e 15 e nella Tabella 3, portano alle seguenti osservazioni riguardo alla validità delle varie equazioni di tensione equivalente:

La relazione di Goodman dell'equazione (9) che impiega la tensione massima di trazione  $\sigma_u$  è abbastanza imprecisa ed è considerevolmente meno esatta di qualsiasi altra relazione esaminata. I valori di  $s_z$  per gli acciai sono generalmente attorno a 0,2 e per le leghe di alluminio generalmente attorno a 0,3 o superiori. Il metodo è eccessivamente conservativo nei casi di tensione media di trazione, ma non conservativo nei casi di tensione media di compressione. I

grafici ampiezza di tensione normalizzata-tensione media, come quelli nelle Figure da 4 a 6, mostrano la fonte di questi andamenti dato che i punti dei dati sono al di sopra della linea di Goodman per le tensioni medie di trazione, mentre sono al di sotto per quelle di compressione. Ne consegue che nei grafici ampiezza di tensione – cicli di vita, come quelli nelle figure 10a e 11a, le  $\sigma_{ar}$  dei dati nei casi di tensione media di trazione sono spesso ben al di sopra della linea a tensione media nulla, mentre le  $\sigma_{ar}$  dei dati nei casi di tensione media di compressione sono di solito al di sotto.

L'equazione di Morrow nella forma dell'equazione (10<sup>a</sup>) che usa la tensione reale a rottura  $\sigma_{fB}$  è molto più precisa della relazione di Goodman. La media dei valori di  $s_z$  per gli acciai è di circa 0,11 e per le leghe di alluminio di circa 0,15 che, seppur peggiore che per gli acciai, indica ancora una ragionevole accuratezza. Sui grafici ampiezza di tensione normalizzata-tensione media, come quelli nelle figure da 4 a 6, la retta di Morrow tende ad essere in accordo con i dati. Nei grafici  $\sigma_{ar} - N_f$  come quelli delle figure 10b e 11b si rileva solo una modesta dispersione attorno alla retta a tensione media nulla.

**Tabella 3:** Valori della deviazione di tensione per ogni materiale e per ogni equazione di tensione media equivalente

Material	Number on bar chart <sup>b</sup>	Number of data points		$s_z$ , Stress deviation					
		Total	$\sigma_m \approx 0$	Goodman	Morrow $\bar{\sigma}_{fB}$	Morrow $\sigma'_f$	SWT	Walker Fit $\gamma$	Walker Est. $\gamma$
SAE 1015 St	1	32	12	0.142	0.080	0.075	0.118	0.069	0.070
GSMnNi63 St	2	31	14	0.205	0.129	0.147	0.195	0.116	0.133
Ck45 St	3	33	21	0.098	0.082	0.082	0.094	0.069	0.080
SAE 4130 St, Norm	4	65	19	0.382	0.217	0.211	0.220	0.107	0.134
49MnVS3 St	5	30	16	0.129	0.108	0.102	0.126	0.061	0.097
17MnCrMo33 St	6	70	23	0.269	0.079	0.109	0.077	0.061	0.093
CC 450 SS, H1150	7	25	11	0.069	0.044	0.044	0.038	0.042	0.040
CC 450 SS, Soln An	8	25	9	0.224	0.124	0.139	0.086	0.111	0.080
50CrMo4 St, El Pol	9	25	11	0.248	0.104	0.114	0.143	0.041	0.081
42CrMo4 St	10	29	19	0.237	0.120	0.133	0.146	0.047	0.082
AISI 4340 St	11	25	10	0.236	0.077	0.070	0.118	0.048	0.062
SAE 4130 St, Hard	12	33	18	0.170	0.111	0.111	0.096	0.103	0.096
CC 450 SS, H900	13	28	9	0.159	0.087	0.100	0.076	0.077	0.105
PH13-8Mo SS, H1000	14	17	6	0.525	0.251	0.061	0.108	0.046	0.067
300M St	15	71	27	0.178	0.145	0.233	0.123	0.099	0.119
SAE 1045 St, 705 HB	16	13	8	0.091	0.083	0.055	0.059	0.052	0.060
SAE 1045 St, 55 HRC	17	28	13	0.139	0.096	0.148	0.084	0.086	0.069
SAE 1045 St, 595 HB	18	16	9	0.090	0.068	0.084	0.105	0.070	0.120
Steel Average				0.200	0.111	0.112	0.112	0.073	0.088
6061-T6 Al	1	50	13	0.518	0.179	0.147	0.222	0.117	–
Al Mg4.5Mn, Cld RI	2	22	11	0.655	0.218	0.191	0.188	0.078	–
2024-T4 Al	3	45	7	0.205	0.130	0.233	0.061	0.052	–
2024-T3 Al	4	22	6	0.344	0.120	0.266	0.124	0.105	–
2014-T6 Al	5	32	6	0.265	0.101	0.199	0.091	0.066	–
2024-T3 Al	6	68	14	0.281	0.118	0.252	0.083	0.081	–
2024-T4 Al	7	37	12	0.467	0.132	0.249	0.107	0.067	–
7075-T6 Al	8	34	9	0.243	0.203	0.394	0.150	0.102	–
7075-T6 Al	9	112	49	0.439	0.172	0.327	0.165	0.156	–
Aluminum Average				0.380	0.152	0.251	0.132	0.091	–
Ti-6Al-4V	10	21	14	0.283	0.049	0.267	0.096	0.064	–

<sup>b</sup>Il numero individua i materiali nelle figure 14 e 15



Per gli acciai la relazione di Morrow nella forma dell'equazione (10<sup>b</sup>) con l'intercetta costante  $\sigma'_f$  è anch'essa ragionevolmente precisa come ci si aspetta dato il fatto che  $\sigma_{fB}$  e  $\sigma'_f$  hanno valori simili per la maggior parte degli acciai. La media dei valori di  $s_z$  risulta di nuovo di circa 0,11 e si può osservare una buona correlazione nei grafici sia ampiezza di tensione normalizzata-tensione media, come quelli nelle figure 4 e 5, sia nel grafico  $\sigma_{ar} - N_f$  di figura 10c.

Per contro la relazione di Morrow (10<sup>b</sup>) con  $\sigma'_f$  risulta piuttosto imprecisa per le leghe di alluminio, con una media dei valori di  $s_z$  di 0,25. Questa situazione è associata ad un andamento vita-tensione simile a quello della lega di alluminio di figura 3, dove i valori di tensione a vita breve tendono al valore  $\sigma_{fB}$  piuttosto che al valore  $\sigma'_f$  molto più grande che è stato ottenuto come intercetta della retta calcolata considerando i valori a vita più lunga. L'elevato valore di  $\sigma'_f$  calcolato causa una drastica mancanza di correlazione che viene evidenziata nei grafici sia ampiezza di tensione normalizzata-tensione media come quello nella figura 6, sia nel grafico  $\sigma_{ar} - N_f$  di figura 11c. Si noti che la direzione e la grandezza dello scostamento è tale da causare stime di vita non conservative che possono essere pericolosamente sbagliate. Poiché sono spesso disponibili solo dati sperimentali a vita relativamente lunga per il calcolo dei parametri della retta dell'equazione (3), i problemi legati al metodo di Morrow con  $\sigma'_f$  rappresentano un difetto inaccettabile per la sua utilità con le leghe di alluminio.

Riguardo al metodo di SWT, la precisione (ridotta dispersione dei punti attorno alla retta di riferimento) è in generale per gli acciai simile ad entrambe le versioni del metodo di Morrow, con una media dei valori di  $s_z$  di circa 0,11. Per le leghe di alluminio la precisione è migliore addirittura del metodo di Morrow con  $\sigma_{fB}$ , essendo la media dei valori di  $s_z$  di circa 0,13. Si nota una buona correlazione anche nei diagrammi  $\sigma_{ar} - N_f$  come nelle figure 10d e 11d. Il metodo di SWT tende a fornire stime non conservative per gli acciai nei casi di tensione media di compressione come si evidenzia nella figura 10d. Comunque, considerandone le prestazioni generali, il metodo SWT è una buona scelta per un uso generico.

Il metodo di Walker fornisce eccellenti risultati dove sono disponibili dati per calcolare per interpolazione il parametro variabile  $\gamma$ . La media dei valori di  $s_z$  è di 0,07 per gli acciai e di 0,09 per le leghe di alluminio. Osservando questi valori, i grafici a barre delle figure 14 e 15 e le tipiche correlazioni vita-tensione delle figure 12 e 13, è evidente che questo metodo dà i migliori risultati tra tutti i metodi considerati. Ci si doveva aspettare un tale risultato dato che la capacità di variare un parametro di interpolazione non è presente in nessuno degli altri metodi. Sui grafici ampiezza di tensione normalizzata-tensione media normalizzata come quelli delle figure da 7 a 9, si nota che far variare  $\gamma$  permette di modificare la curva risultante per accordarsi con i dati nei casi dove il metodo di SWT non sia molto preciso. Inoltre su tali grafici i dati tendono a disporsi piuttosto vicino attorno alla curva che corrisponde al particolare valore di  $\gamma$

del materiale.

Riguardo all'unica lega di titanio studiata non è chiaramente possibile trarre conclusioni di valore generale per le leghe di titanio da un unico set di dati. Si può però notare che il comportamento è simile a quello delle leghe di alluminio, con scarsa correlazione per i metodi di Goodman e Morrow con  $\sigma'_f$ , e buona o eccellente correlazione per i rimanenti tre metodi.

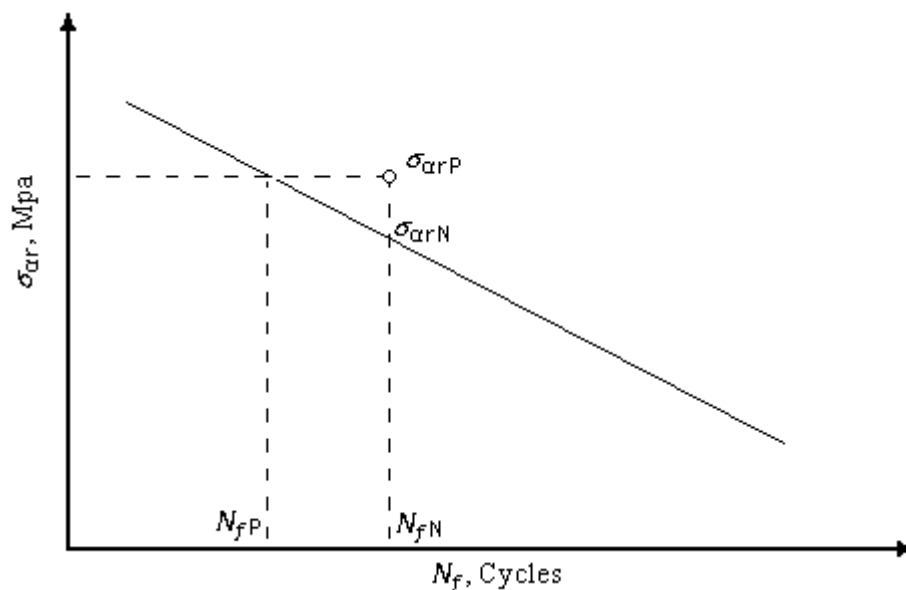
### 2.4.3 Commenti sugli errori di stima della vita

Consideriamo sia un valore individuale di  $z = 0,10$ , sia il valore della deviazione di tensione  $s_z = 0,10$  per un set di dati. Questi corrispondono ad un errore nella tensione di un fattore 1,10. L'errore di vita associato a questo valore dipende dall'esponente  $b$  o  $b_w$  delle equazioni (3) o (20), ovvero dalla pendenza della retta vita-tensione in un grafico con una scala doppio logaritmica. Per un valore tipico di  $b = -0,10$  il relativo errore di vita chiamato *fattore di vita* è:

$$\text{fattore di vita} = [1 + (z \text{ oppure } s_z)]^{-1/b} = 1,10^{10} = 2,59 \quad (25)$$

Quindi la vita a fatica si allontana dalla retta a tensione media nulla (o dalla retta per interpolazione di Walker) di un fattore di 2,59. Quando il calcolo di cui sopra è applicato ad un singolo valore di  $z$  allora il risultato caratterizza l'errore di vita per un solo dato, mentre quando è applicato ad un valore di  $s_z$  allora il risultato caratterizza l'errore di vita generale per l'intero set di dati.

Si noti che il fattore di vita è dato dal rapporto tra la vita sperimentale  $N_{fN}$  e la vita  $N_{fP}$ . La vita  $N_{fP}$  è la vita prevista utilizzando la quantità  $\sigma_{arP}$  che corrisponde al valore di tensione equivalente calcolato partendo dalle tensioni applicate durante il test di fatica (Figura 15bis), mentre  $\sigma_{arN}$  è calcolato con l'equazione (3) ponendo  $N_f$  uguale alla vita sperimentale  $N_{fN}$ .



**Figura 15bis:** Andamento di una curva vita-tensione a tensione media nulla, rappresentazione delle grandezze che concorrono a determinare il fattore di vita

La formula del fattore di vita si può ottenere come segue:

$$\sigma_{arP} = \sigma_f'(2N_{fP})^b \quad \text{da cui: } N_{fP} = \left(\frac{\sigma_{arP}}{\sigma_f'2^b}\right)^{\frac{1}{b}}$$

$$\sigma_{arN} = \sigma_f'(2N_{fN})^b \quad \text{da cui: } N_{fN} = \left(\frac{\sigma_{arN}}{\sigma_f'2^b}\right)^{\frac{1}{b}}$$

$$z = \frac{\sigma_{arP} - \sigma_{arN}}{\sigma_{arN}} = \frac{\sigma_{arP}}{\sigma_{arN}} - 1 \quad \text{da cui: } z + 1 = \frac{\sigma_{arP}}{\sigma_{arN}}$$

$$\text{fattore di vita} = \frac{N_{fN}}{N_{fP}} = \left(\frac{N_{fP}}{N_{fN}}\right)^{-1} = \left[\left(\frac{\sigma_{arP}}{\sigma_{arN}}\right)^{\frac{1}{b}}\right]^{-1} = (z + 1)^{-\frac{1}{b}}$$

Di seguito sono riportati valori del fattore di vita per un tipico valore di  $b = -0,10$ :

$z$ oppure $s_z$	0,072	0,10	0,20	0,30	0,50
fattore di vita	2,00	2,59	6,19	13,8	57,7

Si vede che, se non si vuole avere un errore con un fattore di vita superiore a 2,00 nel caso di  $b = -0,10$ , il valore di  $z$  oppure di  $s_z$  non deve essere superiore a 0,072. Valori di  $s_z$  simili alla media di 0,2 calcolata per il metodo di Goodman applicato agli acciai, o alla media di 0,38 calcolata per le leghe di alluminio, corrispondono a grossi errori di vita. Lo stesso accade con il metodo di Morrow con  $\sigma_f'$  applicato alle leghe di alluminio. Inoltre nei confronti fatti per i casi appena menzionati, alcuni punti di dati ottenuti con i valori maggiori di tensione media presentano spesso valori di circa  $z = 0,50$  o maggiori, come è possibile vedere nei grafici delle figure 10a, 11a e 11c. Per gli stessi casi ci sono anche valori di  $s_z$  per numerosi set di dati nel range tra 0,3 e 0,6 che corrisponde ad un errore di vita elevato.

I valori di  $b$  e  $b_w$  riportati in Tabella 1 variano considerevolmente, e il calcolo appena visto può chiaramente essere eseguito per ciascun valore di  $b$  o  $b_w$ . Per valori di  $-b < 0,10$  i fattori di vita aumentano rispetto ai valori calcolati per  $b = -0,10$  (la pendenza della retta diminuisce), mentre diminuiscono per valori di  $-b > 0,10$ . Anche considerando la variazione di  $b$ , il quadro generale che emerge è che l'uso di equazioni per la tensione equivalente di minor successo può condurre ad un grande ed inaccettabile errore di stima di vita.

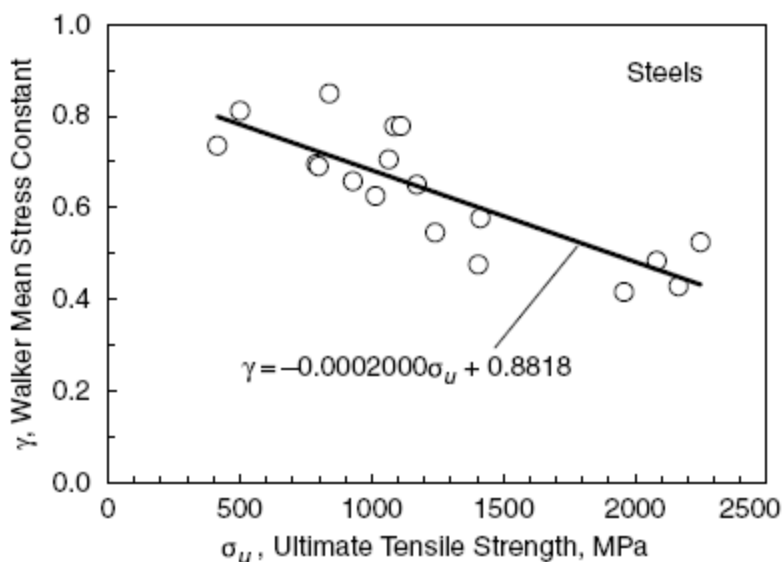
#### 2.4.4 Andamento del parametro $\gamma$ del metodo di Walker ottenuto per interpolazione per gli acciai

Il successo del metodo di Walker suggerisce che sarebbe utile sviluppare metodi per la stima dei valori di  $\gamma$  per quei materiali per i quali non siano disponibili dati a tensione media non nulla per il calcolo per interpolazione.

In Figura 16 vengono diagrammati i valori calcolati di  $\gamma$  per gli acciai riportati in Tabella 1 contro la tensione di trazione massima  $\sigma_u$ . Si nota un andamento discendente di  $\gamma$  all'aumentare di  $\sigma_u$  e si ottiene per interpolazione la seguente relazione lineare:

$$\gamma = -0,0002000 \sigma_u + 0,8818 \quad (26)$$

Per queste variabili il coefficiente di correlazione è  $R^2 = 0,68$ . Un andamento simile con essenzialmente lo stesso valore di  $R^2$  esiste tra  $\gamma$  e la tensione di snervamento  $\sigma_0$ .

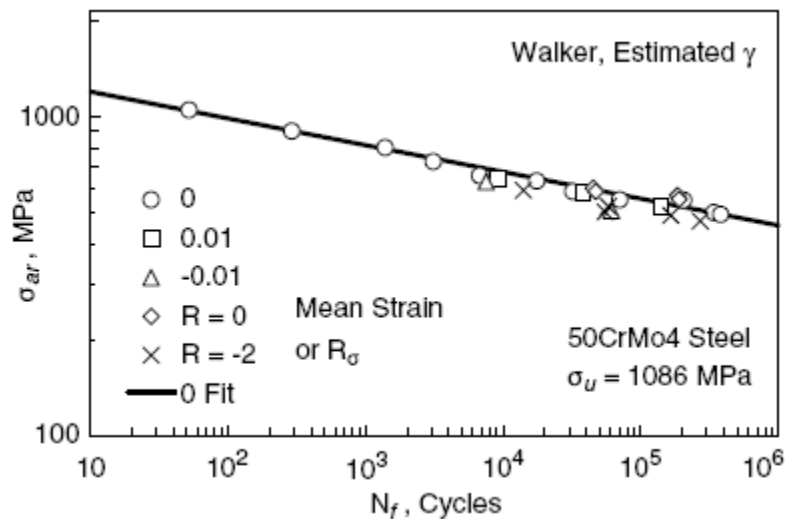


**Figura 16:** Andamento dei valori di  $\gamma$  calcolato per interpolazione col metodo di Walker per gli acciai rispetto alle tensioni massime di trazione

La tendenza decrescente di  $\gamma$  per gli acciai più alto-resistenziali indica una crescente sensibilità alla tensione media. Inoltre, osservando l'equazione (12<sup>a</sup>), il comportamento degli acciai più alto-resistenziali è in modo crescente determinato dalla tensione massima  $\sigma_{max}$  e meno dall'ampiezza di tensione  $\sigma_a$ , cosa che indica un comportamento più fragile.

L'equazione (26) è stata impiegata per stimare il valore di  $\gamma$  per gli acciai di questo studio partendo dal loro rispettivo valore di  $\sigma_u$  ed il confronto con i dati dei test è stato ripetuto. Viene riportato in Figura 17 uno dei diagrammi vita-tensione  $\sigma_{ar}$  contro  $N_f$ . Poiché il calcolo dei coefficienti dell'equazione (20) non sarebbe possibile nei casi in cui mancassero dati sperimentali a tensione media non nulla (quegli stessi casi in cui vogliamo stimare  $\gamma$ ), i valori  $\sigma_{arN}$  necessari per il confronto sono stati calcolati per mezzo dell'equazione (3) ottenuta dall'interpolazione dei dati a tensione media nulla, e solo i punti dei dati a tensione media non nulla sono stati impiegati nell'equazione (24) per calcolare  $s_z$ . In altre parole è stata usata la stessa procedura già vista per la valutazione dei metodi della tensione equivalente di Goodman, Morrow e SWT come da equazioni da (9) a (11). In figura 14 è riportato il grafico a barre che mostra le deviazioni di tensione  $s_z$  risultanti ed i rispettivi valori sono riportati in tabella 3. Il risultato è quasi buono quanto con i valori di  $\gamma$  calcolati singolarmente col metodo della regressione lineare multipla ed usati nell'equazione (20). Si noti che la media dei valori di  $s_z$  con i  $\gamma$  stimati aumenta a 0,088 mentre prima era 0,073. Questo valore di  $s_z = 0,088$  è comunque più basso del valore 0,11 che si aveva con le due versioni dell'equazione di Morrow

e con quella di SWT.



**Figura 17:** Curva vita-tensione col metodo di Walker per l'acciaio 50CrMo4 con una stima di  $\gamma = 0,665$ : correlazione con la tensione equivalente dei dati sperimentali per il metodo di Walker

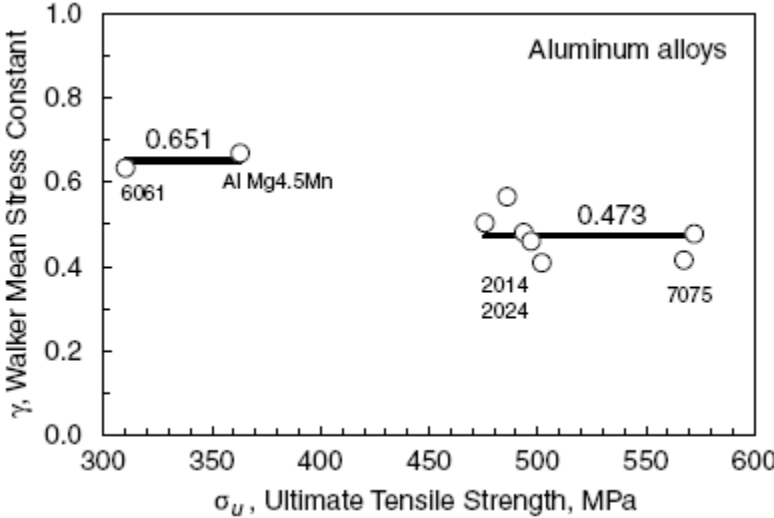
Il confronto appena descritto dei dati per i  $\gamma$  stimati presenta chiaramente un certo grado di logica circolare nella quale gli stessi set di dati sono stati usati per sviluppare l'equazione (26) e per valutare la bontà dei  $\gamma$  da essa forniti. In ogni caso il numero di 18 set di dati per gli acciai è sufficientemente grande che omettendone uno qualsiasi e ricalcolando l'equazione (26) non si influenzerà il confronto per il set di dati omesso. Si è verificato questa affermazione omettendo uno alla volta parecchi set di dati che si allontanano maggiormente dalla retta di interpolazione di Figura 16, il risultato è che nei vari casi l'equazione (26) veniva modificata in maniera ininfluente.

#### 2.4.5 Andamento del parametro $\gamma$ del metodo di Walker ottenuto per interpolazione per le leghe di alluminio

In Figura 18 vengono diagrammati i valori di  $\gamma$  calcolati per le leghe di alluminio riportati in Tabella 1 contro la tensione di trazione massima  $\sigma_U$ . Il minor numero di punti dei dati e la loro distribuzione non sembra giustificare l'interpolazione di una retta per l'andamento generale. È stato esaminato anche l'andamento rispetto alle tensioni di snervamento ed anche in questo caso la correlazione era debole. Le leghe relativamente alto-resistenziali 2014, 2024 e 7075 hanno valori di  $\gamma$  nel range tra 0,41 e 0,57, che si distribuiscono attorno ad una media di 0,47. Questo valore è sufficientemente vicino a  $\gamma = 0,50$  tanto che la relazione di SWT sembra sufficiente per queste leghe. Le due leghe relativamente basso-resistenziali 6061-T6 e AlMg4,5Mn hanno un valore di  $\gamma$  vicino a 0,65 cosicché si dovrebbe usare questo valore come stima di  $\gamma$  per leghe con tensione massima simile.

Come per gli acciai sembra esserci un andamento decrescente di  $\gamma$  per le leghe più alto-

resistenziali, sebbene la distribuzione dei dati in figura renda l'andamento meno chiaro che per gli acciai.



**Figura 18:** Andamento dei valori di  $\gamma$  calcolato per interpolazione col metodo di Walker per le leghe di alluminio rispetto alle tensioni massime di trazione

## CAPITOLO 3

### Effetto della tensione media non nulla sulla vita a fatica, approccio vita-deformazione

#### 3.1 Equazioni vita-deformazione con tensione media non nulla

Un'equazione di tensione equivalente nella forma  $\sigma_{ar} = f(\sigma_a, \sigma_m)$  come una tra le equazioni da (9) a (12) può essere incorporata nella relazione vita-deformazione in un modo che è coerente dal punto di vista matematico con la sua applicazione nella relazione vita-tensione.

##### 3.1.1 Inclusione nell'equazione vita-deformazione degli effetti della tensione media

Per includere gli effetti della tensione media nella relazione vita-deformazione si devono considerare le equazioni  $\sigma_{ar} = f(\sigma_a, \sigma_m)$  e  $\sigma_{ar} = \sigma_f'(2N_f)^b$ , e modificarle come segue:

$$\sigma_{ar} = f(\sigma_a, \sigma_m) = \sigma_a \frac{f(\sigma_a, \sigma_m)}{\sigma_a} = \sigma_f'(2N_f)^b \quad (27)$$

Ora risolviamo rispetto all'ampiezza di tensione  $\sigma_a$  che si trova al numeratore dopo il secondo uguale e manipoliamo il resto della formula in modo da definire la vita equivalente  $N^*$ :

$$\sigma_a = \sigma_f' \left[ 2N_f \left( \frac{\sigma_a}{f(\sigma_a, \sigma_m)} \right)^{1/b} \right]^b = \sigma_f'(2N^*)^b \quad (28)$$

Dove si ha:

$$N^* = N_f \left( \frac{\sigma_a}{f(\sigma_a, \sigma_m)} \right)^{1/b} \quad (29)$$

Dunque è possibile determinare la vita  $N^*$  attesa per una determinata ampiezza di tensione  $\sigma_a$  come se venisse applicata in condizioni di tensione media nulla, e quindi risolvere l'equazione (30) per ottenere la vita  $N_f$  che si ha tenendo conto della tensione media non nulla:

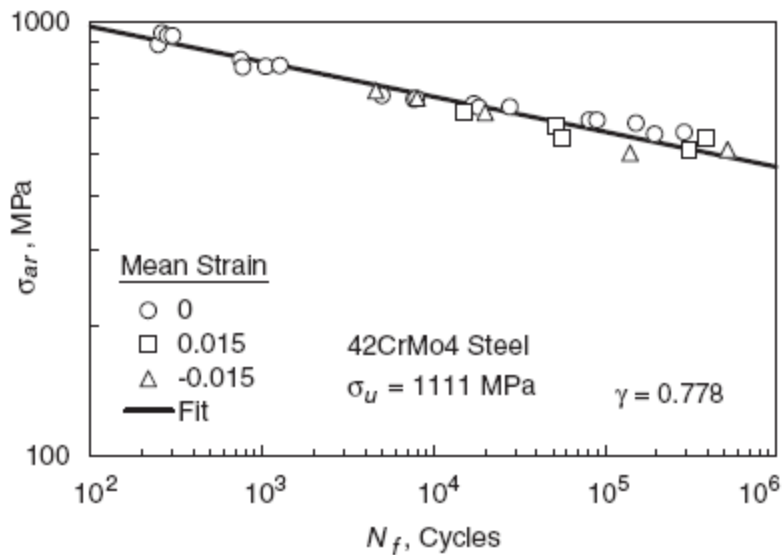
$$N_f = N^* \left( \frac{\sigma_a}{f(\sigma_a, \sigma_m)} \right)^{-1/b} \quad (30)$$

L'effetto sulla vita dovrebbe essere lo stesso in modo indifferente sia che si impieghi una curva vita-tensione, sia che si impieghi una curva vita-deformazione. Ciò permette una generalizzazione dell'equazione (8):

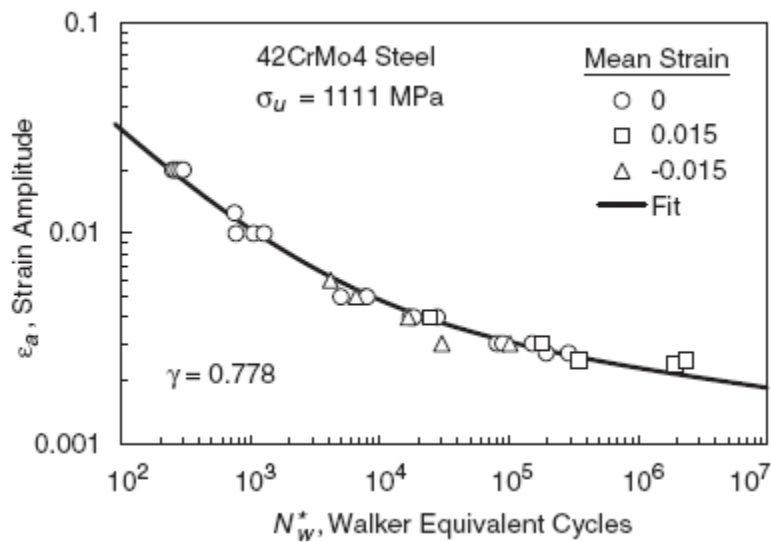
$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f'}{E} (2N^*)^b + \varepsilon_f'(2N^*)^c \quad (31)$$

Dove, come in precedenza,  $N^*$  è la vita calcolata dall'ampiezza di deformazione  $\varepsilon_a$  come se venisse applicata in condizioni di tensione media nulla, ed in seguito si può calcolare con l'equazione (30) la vita  $N_f$  che tiene conto della tensione media non nulla. Su un grafico vita-deformazione ci si aspetta che i punti dei dati riportati come  $\varepsilon_a$  contro la vita equivalente  $N^*$  cadano tutti lungo la curva della tensione media nulla dell'equazione (8). Quest'ultima affermazione viene confermata dalla Figura 20 dove la formula per la tensione equivalente

$f(\sigma_a, \sigma_m)$  usata è in questo caso quella di Walker (12).



**Figura 19:** Curva vita-tensione col metodo di Walker per l'acciaio 42CrMo4: correlazione con la tensione equivalente dei dati sperimentali per il metodo di Walker



**Figura 20:** Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio 42CrMo4

### 3.1.2 Casi specifici

Consideriamo ora i singoli casi delle equazioni  $\sigma_{ar} = f(\sigma_a, \sigma_m)$ .

Sostituendo l'equazione di Morrow nella forma  $(10^a)$  nell'equazione (29) si ottiene:

$$N_{mf}^* = N_f \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_{fB}}\right)^{1/b} \quad (32)$$

Il pedice  $mf$  è stato aggiunto ad  $N^*$  per indicare che è stata usata dell'equazione Morrow basata sulla tensione reale di rottura. Nei casi in cui si ha con buona approssimazione  $\sigma_f' \cong \sigma_{fB}$  come



per gli acciai, può essere usata l'equazione (10<sup>b</sup>):

$$N_{mi}^* = N_f \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_f}\right)^{1/b} \quad (33)$$

Il pedice *mi* è stato ora aggiunto ad  $N^*$  per indicare che è stata usata dell'equazione Morrow basata sull'intercetta.

L'equazione di Walker nella forma (12<sup>c</sup>) e l'equazione (29) porgono:

$$N_w^* = N_f \left(\frac{1-R}{2}\right)^{(1-\gamma)/b} \quad (34)$$

Dove il pedice *w* indica Walker. Se si pone  $\gamma = 0,5$  si ottiene il caso particolare per la relazione di tensione equivalente di SWT (11):

$$N_{swt}^* = N_f \left(\frac{1-R}{2}\right)^{1/2b} \quad (35)$$

Ognuna delle equazioni dalla (32) alla (35) può essere sostituita nella (31) per ottenere un'unica relazione vita-deformazione che contenga le variabili aggiuntive di tensione media o di rapporto di tensione. Per esempio per l'equazione di Morrow nella forma (10<sup>b</sup>) il risultato dopo alcune manipolazioni è:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f'}{E} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_f}\right) (2N_f)^b + \varepsilon_f' \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_f}\right)^{c/b} (2N_f)^c \quad (36)$$

In modo analogo per la relazione di Walker nella forma (12<sup>c</sup>) dopo alcune manipolazioni si ha:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f'}{E} \left(\frac{1-R}{2}\right)^{(1-\gamma)} (2N_f)^b + \varepsilon_f' \left(\frac{1-R}{2}\right)^{c(1-\gamma)/b} (2N_f)^c \quad (37)$$

### 3.1.3 Approfondimento sul termine di deformazione plastica

Dall'equazione (31) si vede che l'equazione (30) è applicata ad entrambi i termini dell'equazione vita-deformazione. Le espressioni specifiche risultanti per la curva vita-deformazione, come ad esempio le equazioni (36) e (37), differiscono da alcune proposte in altre sedi nella forma matematica del termine di deformazione plastica. L'equazione (37) presenta inoltre la peculiarità del parametro del materiale  $\gamma$ .

Dai passaggi di cui sopra è chiaro che l'interpretazione di Morrow riguardo alla tensione equivalente come da formula (10<sup>b</sup>) è coerente con l'equazione (36). Viene spesso però usata una diversa forma che chiameremo *equazione di Morrow modificata*:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f'}{E} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_f}\right) (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (38)$$

Chiaramente le equazioni (36) e (38) sono diverse per il fatto che nel termine di deformazione plastica della seconda non è presente l'espressione contenente la tensione media .

Nei casi in cui nei test si presentino localmente grandi deformazioni plastiche cicliche che fanno sì che il termine di deformazione plastica sia dominante, le tensioni medie sono limitate a valori relativamente bassi dalla plasticità del comportamento e dal rilassamento delle tensioni medie. Ne segue che la differenza tra le equazioni (36) e (38) potrebbe non avere grande effetto sulla

stima di vita. Nelle situazioni in cui la maggior parte del danneggiamento per fatica è associato a livelli di tensione relativamente bassi, ci si aspetta che entrambe le equazioni diano risultati ragionevoli laddove l'equazione (10<sup>b</sup>) funzioni bene in un contesto vita-tensione, come accade ad esempio per gli acciai ma non per le leghe di alluminio.

Nel lavoro originale di SWT viene proposta la seguente relazione per i casi che coinvolgano deformazioni plastiche cicliche:

$$\sigma_{max}\varepsilon_a = \frac{(\sigma'_f)^2}{E}(2N_f)^{2b} + \sigma'_f\varepsilon'_f(2N_f)^{b+c} \quad (39)$$

L'equazione (39) può essere espressa come un'equazione vita-deformazione impiegando l'equazione (11<sup>b</sup>) nella relazione  $\sigma_{max}\varepsilon_a = \sigma_{ar}\varepsilon_{ar}$  con  $\varepsilon_{ar}$  dato dall'equazione (8), infatti:

$$\sigma_{max}\varepsilon_a = \frac{(\sigma'_f)^2}{E}(2N_f)^{2b} + \sigma'_f\varepsilon'_f(2N_f)^{b+c} = \sigma'_f(2N_f)^b * \left[ \frac{\sigma'_f}{E}(2N_f)^b + \varepsilon'_f(2N_f)^c \right] = \sigma_{ar}\varepsilon_{ar}$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_{max} \sqrt{\frac{1-R}{2}}$$

Segue:

$$\varepsilon_a = \left(\frac{1-R}{2}\right)^{1/2} \left[ \frac{\sigma'_f}{E}(2N_f)^b + \varepsilon'_f(2N_f)^c \right] \quad (40)$$

Questa espressione differisce dal caso specifico con  $\gamma = 0,5$  dell'equazione (37) nel termine di deformazione plastica riguardo agli effetti della tensione media, mentre è coerente nel termine di deformazione elastica. Seguendo la stessa logica usata nel confronto tra le equazioni (36) e (38), ci si aspetta che le equazioni (37) e (39) diano risultati simili nei casi in cui la maggior parte del danneggiamento da fatica è associato a livelli relativamente bassi di tensione, ma solo nel caso in cui si abbia  $\gamma$  circa uguale a 0,5. L'equazione (39) non può essere utilizzata quando  $\gamma$  differisce significativamente da 0,5.

### 3.2 Confronto con i dati dei test per i vari metodi

Dei 28 set di dati analizzati per la tensione equivalente a tensione media nulla, 18 comprendono test a deformazione controllata a vite relativamente brevi, ed inoltre per essi si misuravano valori di tensione media non nulli, cosicché possono essere ulteriormente analizzati per ottenere curve vita-deformazione che comprendano l'effetto della tensione media. In tabella 4 sono riportati i materiali con le relative proprietà misurate in trazione e con le costanti per la curva tensione-deformazione cicliche nella forma dell'equazione (6). I dati sono raggruppati in acciai, lega di titanio e leghe di alluminio, e per ogni categoria sono ordinati secondo la tensione massima  $\sigma_u$ .

**Tabella 4:** Materiali, proprietà di resistenza a trazione e costanti d'interpolazione curve tensione-deformazione cicliche

Material <sup>a</sup>	Yield	Ultimate	Fracture	Red. area <sup>f</sup>	Cyclic $\sigma$ - $\varepsilon$ curve		
	$\sigma_o$ MPa	$\sigma_u$ MPa	$\bar{\sigma}_{FB}$ MPa	(Elong.) %	$H'$ MPa	$n'$	$E$ MPa
SAE 1015 St	228	415	726	67.9	1349	0.282	207 000
GSMnNi63 St <sup>c,d</sup>	312	501	846	(26)	926	0.151	203 000
Ck 45 St	531	790	1271	60	1079	0.133	210 500
49MnVS3 St	566	840	1152	44	1396	0.159	210 200
17MnCrMo33 St	833	929	1446	58	1248	0.1170	214 000
CC 450 SS, H1150 <sup>d</sup>	678	1015	1360	(23.2)	1280	0.0621	191 000
CC 450 SS, Soln An <sup>d</sup>	1041	1065	1410	(12.2)	1326	0.0800	190 000
50CrMo4 St, El Pol	970	1086	1609	48.6	1568	0.130	205 000
42CrMo4 St	998	1111	1525	60	1368	0.104	211 400
AISI 4340 St <sup>c</sup>	1103	1172	1634	56	1655	0.1310	207 000
CC 450 SS, H900 <sup>d</sup>	1354	1405	1750	(15.3)	2123	0.0885	202 000
SAE 1045 St, 705 HB	1827	2082	2131	2	4238	0.1017	199 955
SAE 1045 St, 55 HRC	1731	2165	2690	38	3082	0.075	205 000
SAE 1045 St, 595 HB	1841	2248	2717	40.5	3246	0.0918	206 700
Ti-6Al-4V <sup>c,e</sup>	1006	1034	1271	(14.5)	1703	0.127	120 400
Al Mg4.5Mn, Cld RI <sup>c,e</sup>	298	363	476	(13)	567.7	0.0827	71 500
2024-T4 Al <sup>c</sup>	303	476	631	35	868	0.1160	73 100
2024-T3 Al <sup>c,e</sup>	378	486	578	(17.3)	590.1	0.0404	74 500

<sup>a</sup>Abbreviazioni: St = acciai; SS = acciai inossidabili; Al = lega d'alluminio; HB = durezza Brinell; HRC = durezza Rockwell; El Pol = electropolished; Sol An = solution annealed; H900, etc. = condizioni di trattamento termico; Cld RI = cold rolled

<sup>c</sup>Campioni inizialmente sovrallungati prima del test

<sup>d</sup>Tensione reale di rottura stimata con  $\sigma_u + 345$  MPa

<sup>e</sup>Tensione reale di rottura stimata bilanciando i dati di materiali simili

<sup>f</sup>Viene riportata la riduzione dell'area  $\sigma$ , dove non disponibile, viene riportato l'allungamento.

### 3.2.1 Commenti sui set di dati

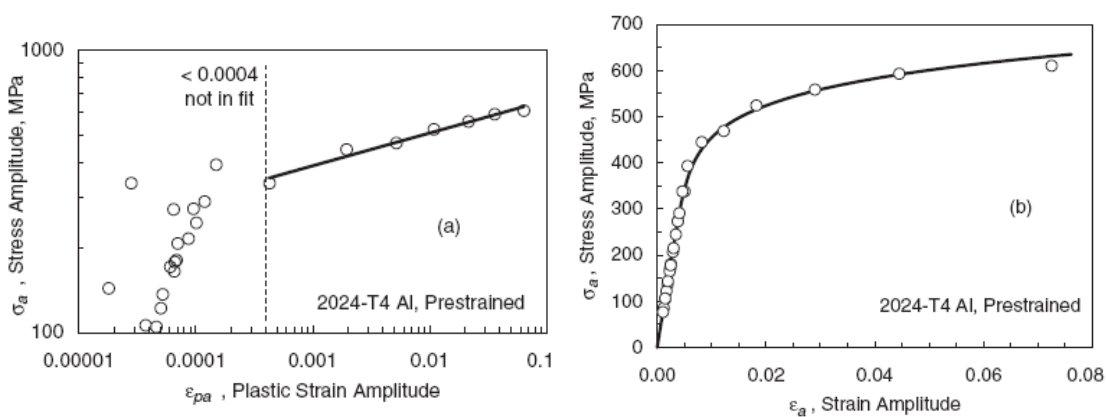
La maggior parte dei set di dati riguardano solo test a deformazione controllata. In alcuni di questi sono stati impiegati valori  $\varepsilon_m$  di deformazione media non nulla, ed il comportamento di tensione-deformazione implicava la presenza di tensioni medie non nulle. In altri casi sono stati impiegati valori costanti del rapporto di deformazione  $R_\varepsilon$  per ottenere un range di tensioni medie non nulle. Persino nei cicli alterni simmetrici corrispondenti a  $\varepsilon_m = 0$  e  $R_\varepsilon = -1$  si è avuta spesso la presenza di piccole tensioni medie che sono state considerate nell'analisi laddove i valori fossero disponibili.

Sei dei 18 set di dati comprendevano test a tensione controllata con valori costanti di tensione media o di rapporto di tensione  $R$ . Per questi test l'ampiezza di deformazione non sempre era disponibile, sicché i valori mancanti di  $\varepsilon_a$  sono stati calcolati con l'ausilio dell'equazione (6) a partire dall'ampiezza di tensione  $\sigma_a$ . Allo stesso modo le ampiezze di deformazione plastica  $\varepsilon_{pa}$  non venivano riportate in alcuni set di dati e quindi, poiché i valori sono necessari per alcune procedure di interpolazione, sono state calcolate quando necessario usando l'equazione (4) noti

che fossero  $\varepsilon_a$  e  $\sigma_a$ :

$$\varepsilon_{pa} = \varepsilon_a - \frac{\sigma_a}{E} \quad (41)$$

Per le nuove interpolazioni della curva tensione-deformazione cicliche tramite l'equazione (5) si è osservato che a volte alcuni valori piccoli di  $\varepsilon_{pa}$  si allontanavano dall'andamento degli altri dati compromettendo il processo di interpolazione. Ciò si verificava in particolar modo con i valori di  $\varepsilon_{pa}$  stimati con l'equazione (41). Tali punti sono stati omessi e l'interpolazione è stata limitata ai valori più grandi di  $\varepsilon_{pa}$  di modo che l'equazione (6) meglio rappresentasse l'andamento generale di  $\varepsilon_a$  contro  $\sigma_a$ . Un esempio è dato in figura 21 dove in (a) si mostra la curva  $\sigma_a$  contro  $\varepsilon_{pa}$ , ed in (b) la conseguente curva tensione-deformazione cicliche  $\sigma_a$  contro  $\varepsilon_a$  con indicati sia i dati che la curva descritta dall'equazione (6).



**Figura 21:** Curve tensione-deformazione cicliche per l'alluminio 2024-T4: in (a) sono riportati i dati su un grafico ampiezza di tensione-ampiezza di deformazione plastica ed è evidenziata l'interpolazione; in (b) è mostrata la curva risultante su un grafico ampiezza di tensione-ampiezza di deformazione totale

Per alcuni set di dati i campioni erano stati sottoposti a diversi cicli di sovra-allungamento ad un livello compreso tra il  $\pm 1$  ed il  $\pm 2\%$  di deformazione. Questa procedura segue la logica di Topper e collaboratori il cui lavoro evidenzia come tale sovralungamento sia utile nell'anticipare il processo di danneggiamento da fatica, di modo che il comportamento sia simile a quello in esercizio dove compaiono carichi ciclici occasionalmente più pesanti. Questi casi vengono segnalati con una nota a piè tabella 4.

Nei test a tensione controllata, se l'ampiezza di tensione è sufficientemente grande da causare plasticità ciclica considerevole, allora può presentarsi una situazione instabile di scorrimento viscoso (creep) da tensione ciclica (ratcheting) e la rottura può rientrare in un meccanismo di strizione duttile (come si ha nei test di trazione) che non rappresenta un comportamento a fatica. Comunque nei sei set di dati coinvolti l'ampiezza di tensione per i test a tensione media non nulla era nella maggior parte dei casi ben al di sotto della tensione di snervamento allo 0,2% di scostamento misurata sulla curva tensione-deformazione cicliche come da equazione (6). Le uniche eccezioni si hanno per l'acciaio SAE 1015, per il quale le ampiezze di tensione di tre test

sono vicine alla tensione di snervamento ciclica, due leggermente inferiori ed una leggermente superiore, e per l'acciaio 50CrMo4 per il quale una ampiezza di tensione era leggermente inferiore alla tensione di snervamento ciclica. Riguardo all'acciaio SAE 1015 non sono stati riscontrati comportamenti anomali nella vita a fatica. Riguardo invece all'acciaio 50CrMo4 il punto del dato giace molto al di sotto della curva in un grafico vita-deformazione del tipo di Figura 20, mentre non si riscontra una simile anomalia in un grafico vita-tensione del tipo di Figura 12, cosicché si hanno alcune discrepanze inspiegate. Infine sembra che lo scorrimento viscoso da tensione ciclica (ratcheting) abbia poco o nessun effetto nell'analisi dei dati qui eseguita.

Alcuni set di dati hanno un piccolo numero di punti a vite attorno o oltre  $N_f = 10^6$  cicli che si allontanano dall'andamento dei dati a vite più brevi. Inoltre ci sono stati alcuni test interrotti senza che si arrivasse a rottura nei quali il materiale ha iniziato a mostrare comportamento al limite di fatica. Questo genere di dati non è stato incluso nell'analisi. Inoltre nei test a vita molto breve, ovvero con  $N_f < 50$  cicli circa, ed in particolar modo con  $N_f < 10$ , la deformazione molto grande coinvolta può causare pieghe o altri comportamenti anomali tali da ridurre la vita inficiando il valore del dato ai fini dell'analisi a fatica. Quindi i punti dei dati in questo range che sembravano allontanarsi dall'andamento dei dati a vita più lunga sono stati omessi dall'analisi. In tabella 5 vengono riportati i range dei cicli dei dati analizzati per ogni set di dati.

**Tabella 5:** Range dei cicli dei dati sperimentali, costanti d'interpolazione per le curve vita-tensione e vita-deformazione plastica

Material	Range of data		Stress versus life (Walker) fit			Plastic strain versus life fit		
	Min cycles	Max cycles	$\sigma'_{f_0}$ , MPa ( $\sigma'_{f_2}$ , MPa)	$b_w$ ( $b_2$ )	$\gamma$ ( $N_i$ , cycles)	$\epsilon'_{f_0}$	$c_w$	Fit range $\epsilon_{pr} \geq$
SAE 1015 St	52	1 241 000	990	-0.1336	0.7352	0.4391	-0.5127	0.0006
GSMnNi63 St	15	1 900 000	739	-0.0925	0.8113	0.1268	-0.5407	0.00025
Ck 45 St	217	620 000	1217	-0.0936	0.6949	0.4635	-0.5251	0.00055
49MnVS3 St	246	1 710 000	1263	-0.0899	0.8492	0.4659	-0.5471	0.00046
17MnCrMo33 St	23	2 840 000	1275	-0.0752	0.6575	1.1165	-0.6534	0.00055
CC 450 SS, H1150	157	72 950	1453	-0.0668	0.6253	0.4660	-0.7251	0.00009
CC 450 SS, Soln An	231	94 613	2046	-0.1078	0.7051	1.1543	-0.7834	0.00002
50CrMo4 St, El Pol	52	380 000	1588	-0.0899	0.7776	0.8877	-0.6474	0.0004
42CrMo4 St	248	520 000	1505	-0.0810	0.7781	0.6510	-0.6040	0.0005
AISI 4340 St	222	901 430	1963	-0.1077	0.6497	1.8656	-0.7597	0.0001
CC 450 SS, H900	223	90 941	2839	-0.1083	0.4758	0.1869	-0.6516	0.00003
SAE 1045 St, 705 HB	2.5	161 250	2370	-0.0728	0.4839	0.00153	-0.4210	0.0002
SAE 1045 St, 55 HRC	26	750 791	3762	-0.1147	0.4286	0.0759	-0.5951	0.00007
SAE 1045 St, 595 HB	20	572 000	3034	-0.0985	0.5245	0.2035	-0.8525	0.0002
Ti-6Al-4V	214	1 100 000	2452	-0.1379	0.5431	2.863	-0.8655	0.00022
Al Mg4.5Mn, Cld RI	9	2 000 000	1045 (542)	-0.1394 (-0.0657)	0.6681 (3695)	0.4722	-0.7623	0.00037
2024-T4 Al	5	1 836 000	2499 (746)	-0.1969 (-0.0693)	0.5031 (6510)	0.3882	-0.6823	0.0004
2024-T3 Al	77	2 700 000	1611 (667)	-0.1529 (-0.0516)	0.5655 (3017)	1.4650	-0.8904	0.00066

### 3.2.2 Interpolazione delle curve ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker

Curve ampiezza di deformazione contro vita equivalente di Walker come quella già presentata in figura 20 sono state calcolate per tutti i set di dati. Tali curve corrispondono alla equazione (31) che nella fattispecie diventa:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_{fw}}{E} (2N_w^*)^{b_w} + \varepsilon'_{fw} (2N_w^*)^{c_w} \quad (42^a)$$

$$N_w^* = N_f \left( \frac{1-R}{2} \right)^{(1-\gamma)/b_w} \quad (42^b)$$

Le costanti  $\sigma'_{fw}$ ,  $b_w$  e  $\gamma$  sono ottenute dall'interpolazione vita-tensione come da procedimento mostrato nelle equazioni da (14) a (19). I valori ottenuti per ogni materiale sono riproposti nella Tabella 5. L'equazione per  $N_w^*$  è la (34) ripetuta per evidenziare che viene utilizzato  $b_w$ . Si noti che il primo termine dell'equazione (42<sup>a</sup>), ossia il termine di deformazione elastica, è coerente con la logica delle equazioni da (27) a (29).

Il secondo termine dell'equazione (42<sup>a</sup>) è analogo all'equazione (7<sup>b</sup>) e corrisponde all'ampiezza di deformazione plastica  $\varepsilon_{pa}$  che viene sommato all'ampiezza di deformazione elastica in accordo con l'equazione (4)

$$\varepsilon_{pa} = \varepsilon'_{fw} (2N_w^*)^{c_w} \quad (43)$$

Per procedere con l'interpolazione e calcolare le costanti  $\varepsilon'_{fw}$  e  $c_w$ , vengono prima calcolati i valori di  $N_w^*$  con l'equazione (42<sup>b</sup>) usando  $b_w$  e  $\gamma$  della relazione vita-tensione. Si procede quindi con un'interpolazione lineare ai minimi quadrati con  $\log(2N_w^*)$  variabile dipendente e  $\log(\varepsilon_{pa})$  variabile indipendente (si veda paragrafo "Calcolo delle costanti dell'equazione di Walker", metodo qui da applicare all'equazione vita-deformazione). Anche i valori delle costanti dell'equazione (43) sono riportati in Tabella 5 assieme ad un livello di deformazione plastica al di sotto del quale i dati sono stati esclusi dall'interpolazione.

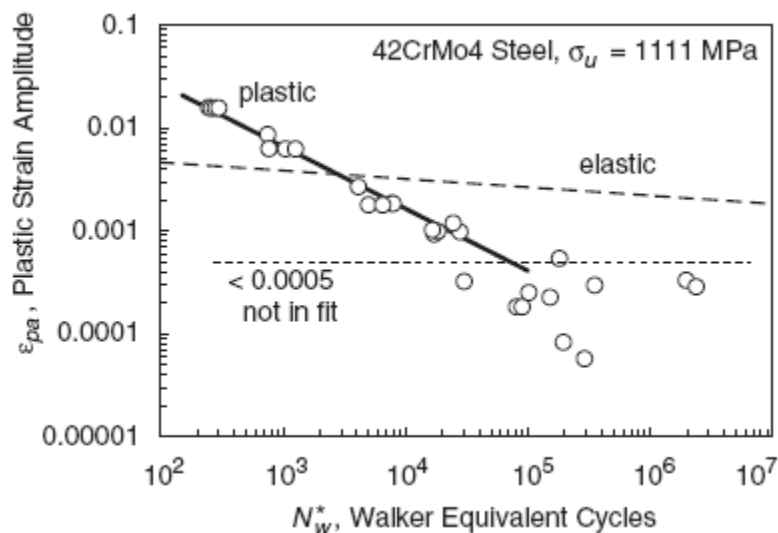


Figura 22: Grafico ampiezza di deformazione plastica-vita equivalente di Walker per l'acciaio 42CrMo4

Un esempio dei dati e della retta ottenuta con l'equazione (43) è mostrato in figura 22 dove vengono riportati i dati dello stesso set già rappresentato nelle figure 19 e 20. I valori di  $\varepsilon_{pa}$ , che sono stati stimati in questo caso usando l'equazione (41), iniziano a disperdersi eccessivamente per  $\varepsilon_{pa} < 0,0005$  sicché i punti al di sotto di tale livello sono stati esclusi dall'analisi. Si noti che piccoli valori di ampiezza di deformazione plastica stimati con l'equazione (41) sono essenzialmente senza significato, dato che il loro calcolo comporta fare la differenza tra due quantità quasi simili che contengono entrambe errori sperimentali. Anche i valori misurati di piccole deformazioni plastiche sono probabilmente imprecisi, e anche laddove fossero precisi, possono essere interessati da una transizione del comportamento alla quale non dovrebbe essere permesso compromettere l'interpolazione globale a livelli più alti di deformazione.

Viene mostrata nella figura 22 anche la linea di deformazione elastica che corrisponde alla retta vita-tensione per lo stesso materiale di figura 19. Si noti che i punti esclusi dall'analisi sono sotto a tale linea di deformazione elastica di un fattore di 10 o più in deformazione, cosicché il termine di deformazione elastica dell'equazione (42<sup>a</sup>) è prevalente in questa regione. Quindi l'esatta interpolazione dei punti esclusi ha un effetto piccolo sulla curva globale vita-deformazione di figura 20, mentre l'interpolazione dei punti a grande deformazione ha un grosso effetto. Si noti che le stesse considerazioni riguardanti i piccoli valori di deformazione plastica possono essere fatte nel processo di interpolazione della curva tensione-deformazione cicliche, cosa che spiega ulteriormente il perché si debbano escludere certi dati come visto nella Figura 21.

Le curve ampiezza di deformazione contro vita equivalente di Walker appena descritte sono riportate assieme ai punti dei dati sperimentali nelle figure da 23 a 36 per gli acciai e la lega di titanio. Le curve rappresentano bene i dati ad esse associati come è evidenziato dal fatto che la maggior parte dei punti cadono molto vicini alle curve stesse.

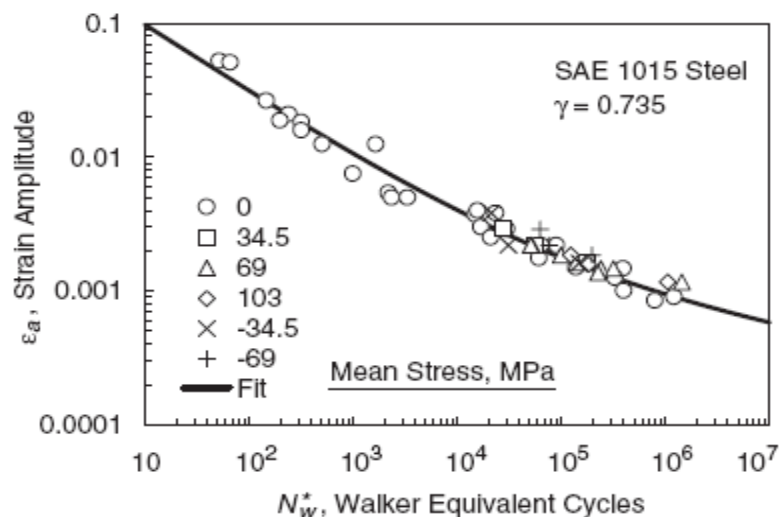


Figura 23: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio SAE 1015

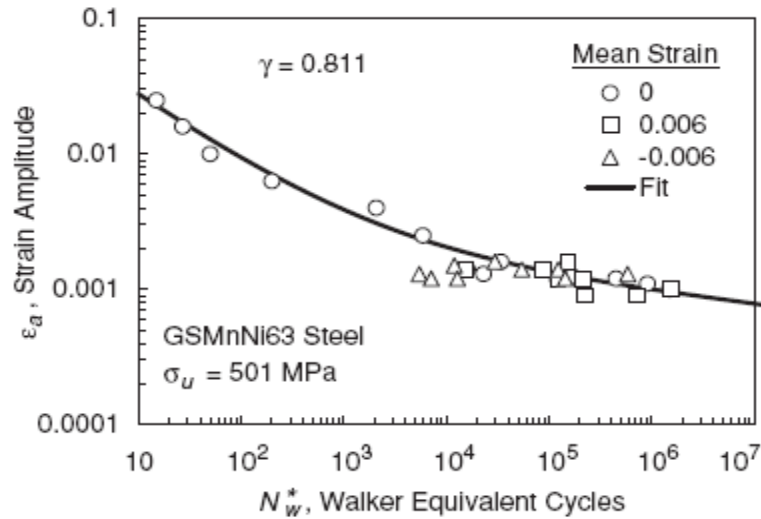


Figura 24: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio GSMnNi63

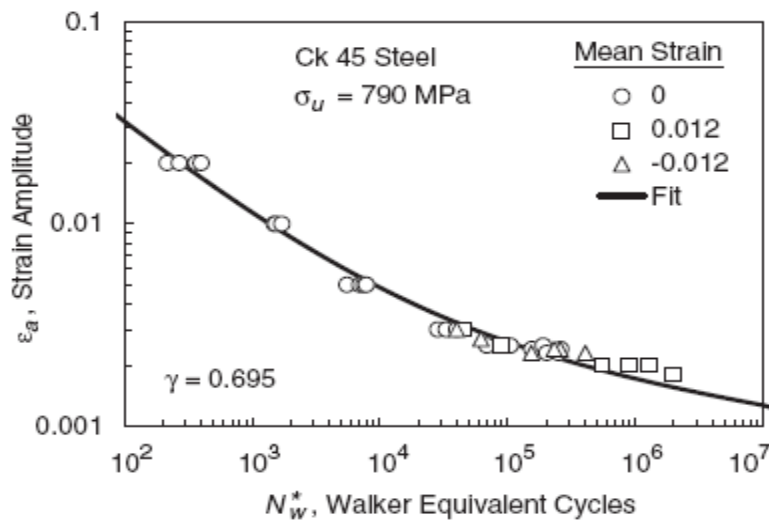


Figura 25: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio Ck 45

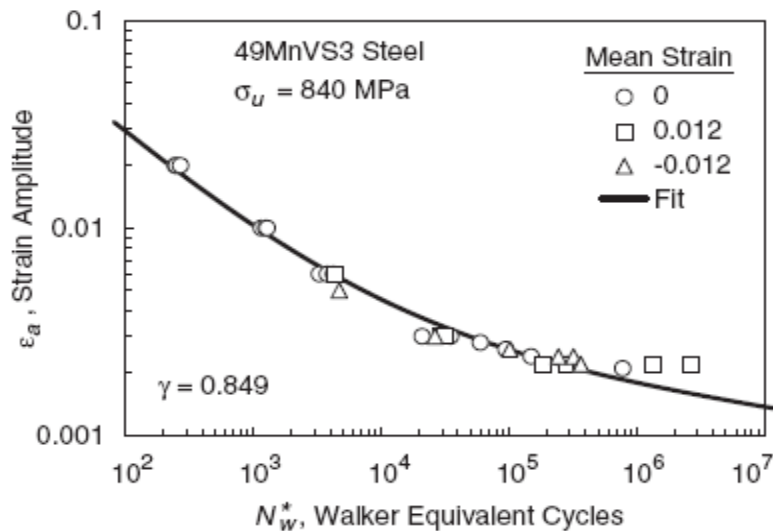


Figura 26: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio 49MnVS3



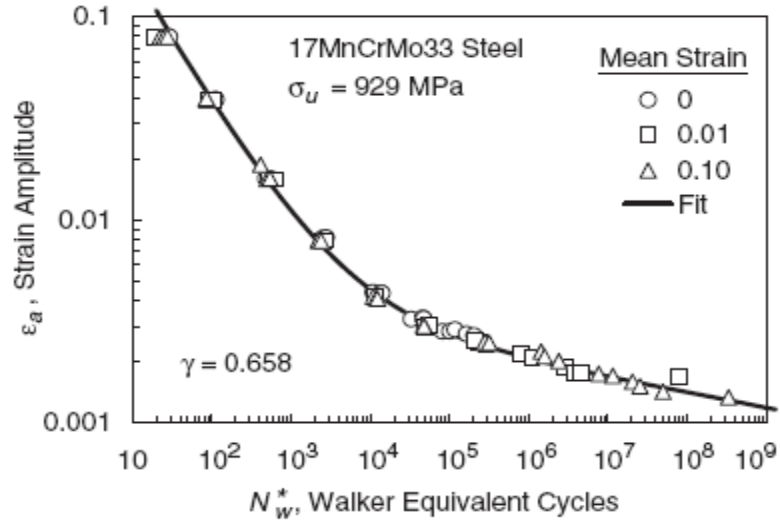


Figura 27: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio 17MnCrMo33

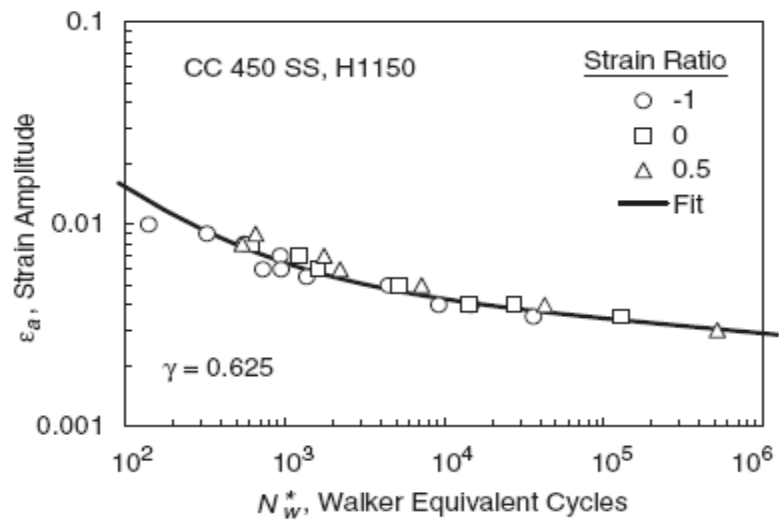


Figura 28: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio inossidabile CC 450, H1150

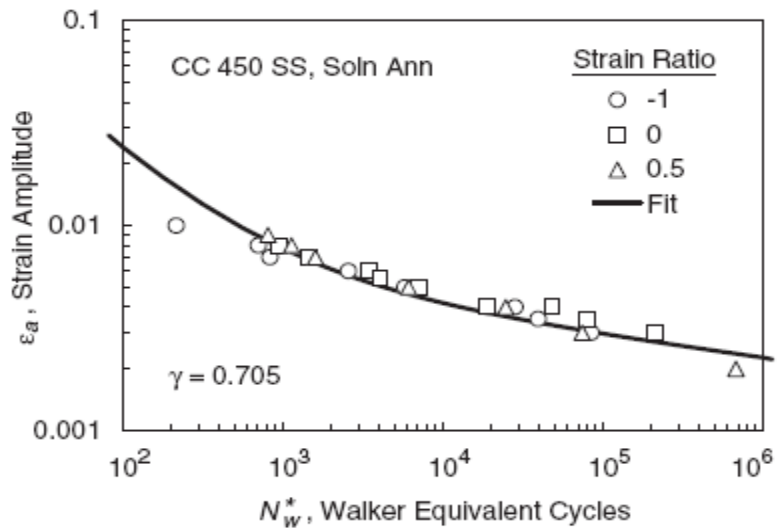


Figura 29: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio inoss. CC 450 sol. annealed

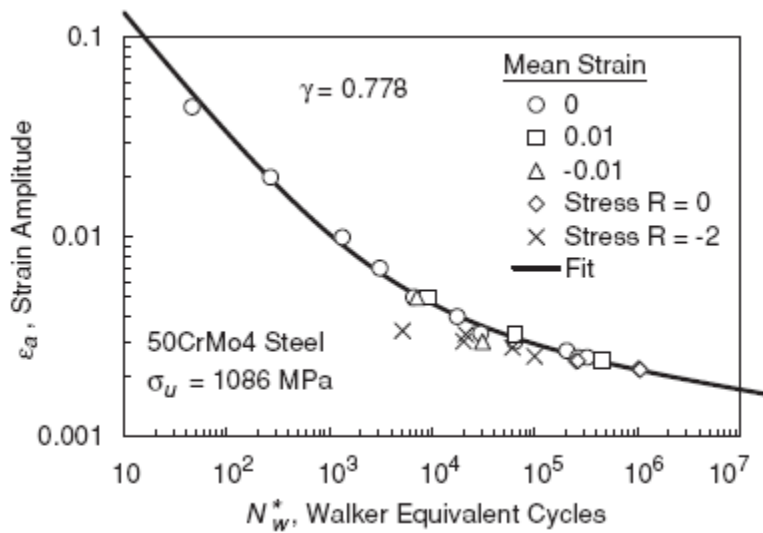


Figura 30: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio 50CrMo4

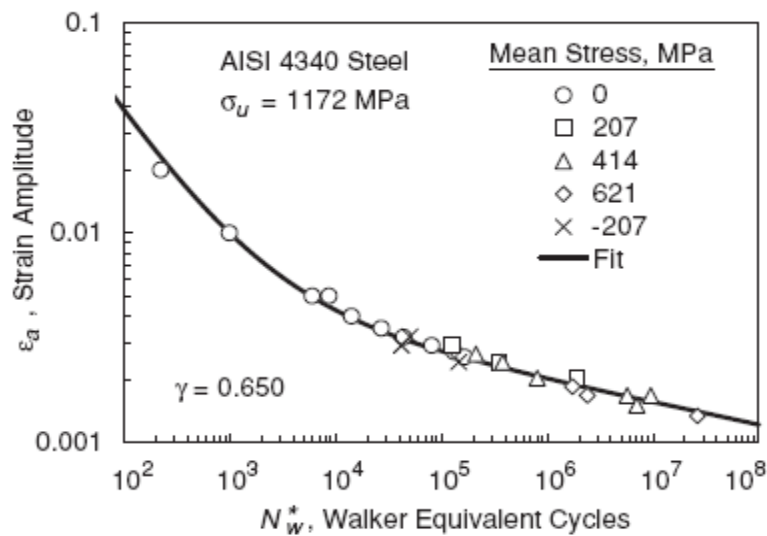


Figura 31: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio AISI 4340

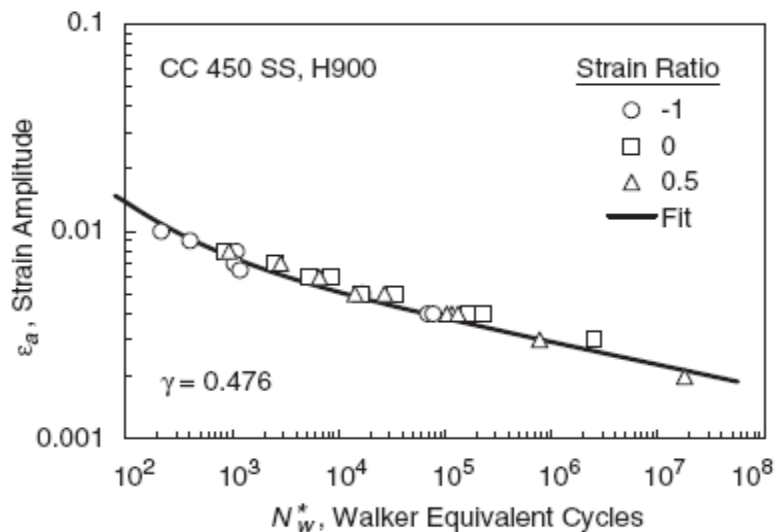
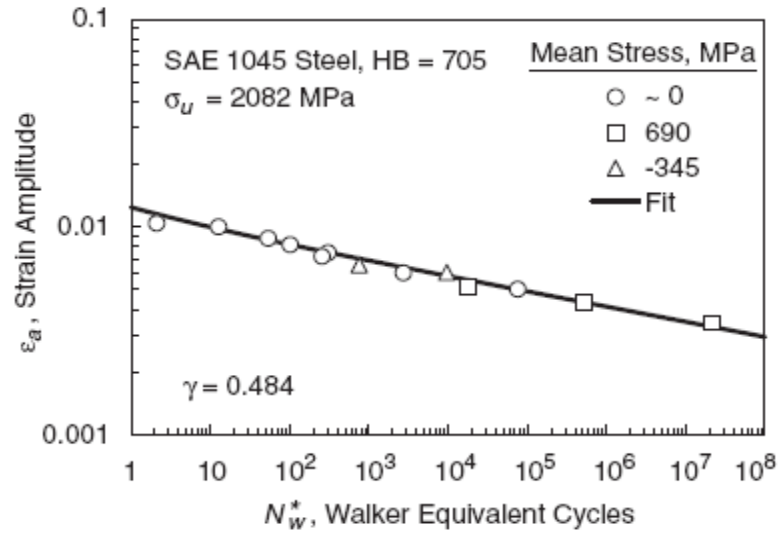
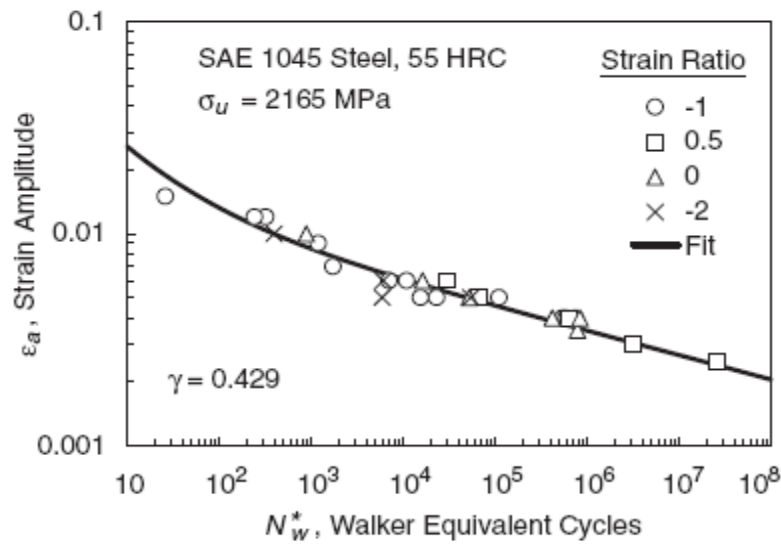


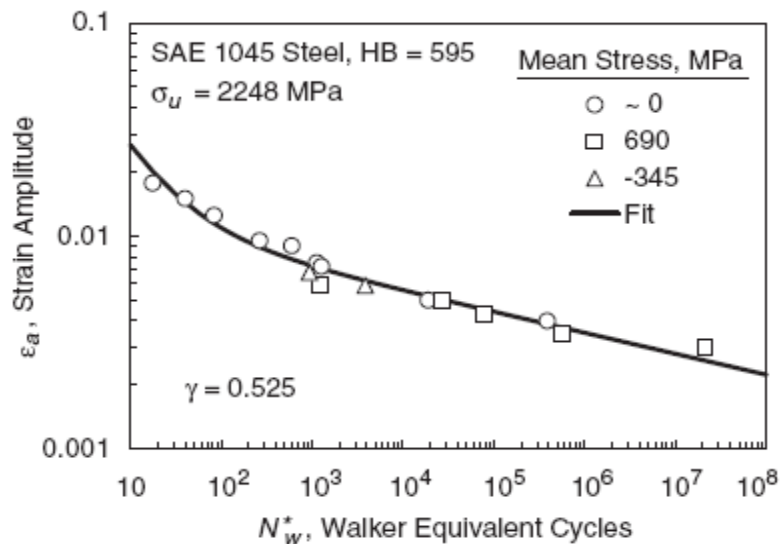
Figura 32: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio inossidabile CC 450, H900



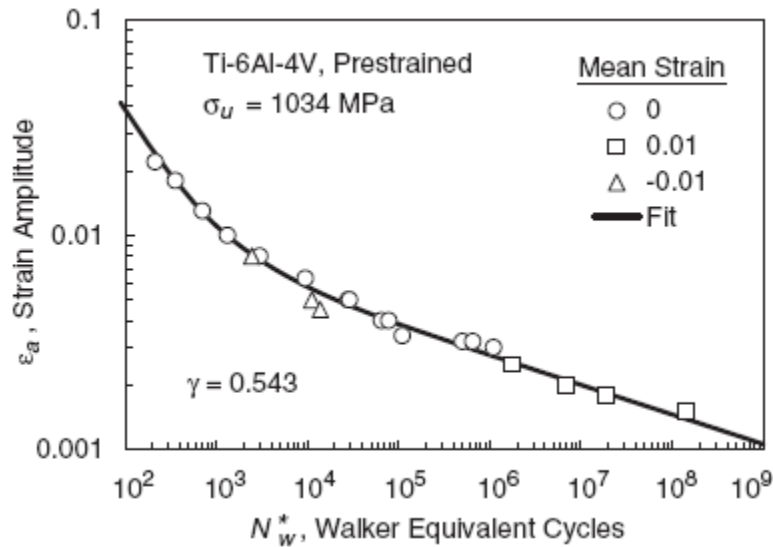
**Figura 33:** Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio SAE 1045, 705 HB



**Figura 34:** Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio SAE 1045, 55 HRC



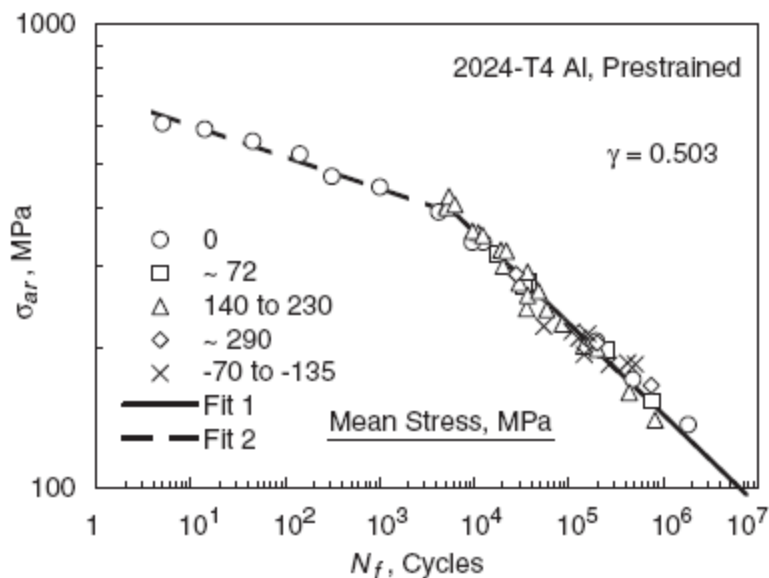
**Figura 35:** Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'acciaio SAE 1045, 595 HB



**Figura 36:** Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per la lega di titanio 6Al-4V

### 3.2.3 Procedura d'interpolazione speciale per le leghe di alluminio

Per le tre leghe di alluminio la curva vita-tensione evidenzia una transizione ad una pendenza minore ad un numero di vite intermedio, come viene mostrato per un caso nella figura 37. La transizione tra le due regioni risulta piuttosto evidente e si presenta ad un numero di vite che denotiamo con  $N_f = N_i$ .



**Figura 37:** Grafico vita-ampiezza di tensione equivalente a tensione media nulla col metodo di Walker per l'alluminio 2024-T4

Per ciascuna delle tre leghe di alluminio quasi tutti i dati a tensione media che differisce significativamente da zero sono limitati alla regione a vita più lunga, ovvero con  $N_f \geq N_i$ . Il

motivo di ciò è che la regione con  $N_f \leq N_i$  implica la presenza di deformazioni sufficientemente grandi che la tensione media si rilassa ad un valore prossimo allo zero nei test a deformazione controllata, oppure si presenta un comportamento instabile di scorrimento viscoso da tensione ciclica (ratcheting) nei test a tensione controllata. Non è dunque utile e a volte nemmeno possibile determinare un valore specifico per  $\gamma$  nella regione con  $N_f \leq N_i$ , sicché il valore di  $\gamma$  ottenuto per  $N_f \geq N_i$  è usato a tutte le vite.

Nella regione a vite più lunghe viene eseguita una regressione lineare multipla come da procedimento mostrato nelle equazioni da (14) a (19). La transizione è stata gestita scegliendo un numero di cicli  $N_2$  come separazione evidente tra le due regioni ed eseguendo la regressione lineare multipla per  $N_f > N_2$ . I dati con  $N_f < N_2$  sono stati interpolati separatamente e le costanti di interpolazione vengono indicate col pedice 2:

$$\sigma_{ar} = \sigma'_{f2} (2N_f)^{b_2} \quad (44)$$

Per calcolare il numero di cicli dell'intersezione tra le due curve  $N_i$ , ovvero il punto di separazione tra le due regioni, si mettono a sistema le equazioni (44) e (20). Risolvendo per  $N_f = N_i$  si ottiene:

$$\log(2N_i) = \frac{\log(\sigma'_{fw}/\sigma'_{f2})}{b_2 - b_w} \quad (45)$$

$$N_i = \frac{1}{2} 10^{\left( \frac{\log(\sigma'_{fw}/\sigma'_{f2})}{b_2 - b_w} \right)}$$

Vengono riportati in Tabella 5 i valori delle costanti delle curve vita-tensione di entrambe le regioni ed i valori di  $N_i$  per le tre leghe di alluminio.

Non si riscontra una simile transizione nell'andamento di  $\varepsilon_{pa}$  contro  $N_w^*$ , cosicché l'interpolazione dell'equazione (43) viene eseguita come già visto. Perciò si può usare la curva vita-deformazione data dall'equazione (42) ma ora solo per  $N_w^* \geq N_i$ , ovvero per  $\varepsilon_a \leq \varepsilon_{ai}$  dove  $\varepsilon_{ai}$  è il valore di deformazione calcolato sostituendo  $N_w^* = N_i$  nell'equazione (42<sup>a</sup>). Si rende a questo punto necessaria una equazione vita-deformazione per  $N_w^* \leq N_i$ , cioè per  $\varepsilon_a \geq \varepsilon_{ai}$ , che abbia la stessa forma dell'equazione (42), ma con le costanti vita-tensione date dall'equazione (44):

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_{f2}}{E} (2N_w^*)^{b_2} + \varepsilon'_{fw} (2N_w^*)^{c_w} \quad (46^a)$$

$$N_w^* = N_f \left( \frac{1-R}{2} \right)^{(1-\gamma)/b_2} \quad (46^b)$$

$$(N_w^* \leq N_i, \varepsilon_a \geq \varepsilon_{ai}) \quad (46^c)$$

Certamente la transizione nella curva vita-tensione causa una discontinuità corrispondente nella curva globale ampiezza di deformazione contro vita equivalente di Walker, come si può notare nella figura 38 dove viene rappresentata la curva  $\varepsilon_a$  contro  $N_w^*$  per lo stesso set di dati della figura 37. Le curve  $\varepsilon_a$  contro  $N_w^*$  delle altre due leghe di alluminio sono riportate nelle figure 39

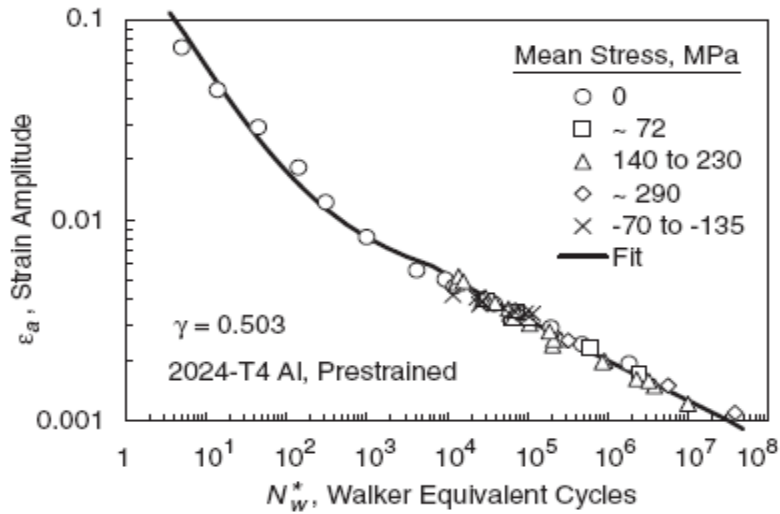


Figura 38: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'alluminio 2024-T4

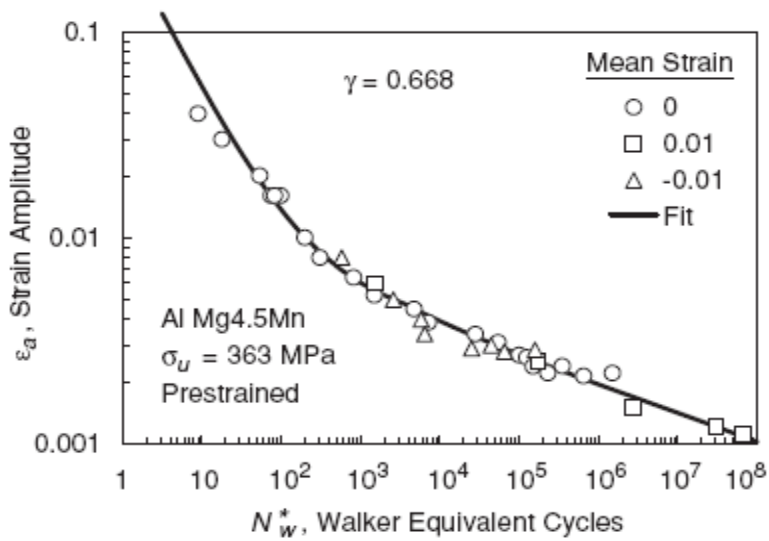


Figura 39: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per la lega di alluminio AlMg4.5Mn, cold rolled

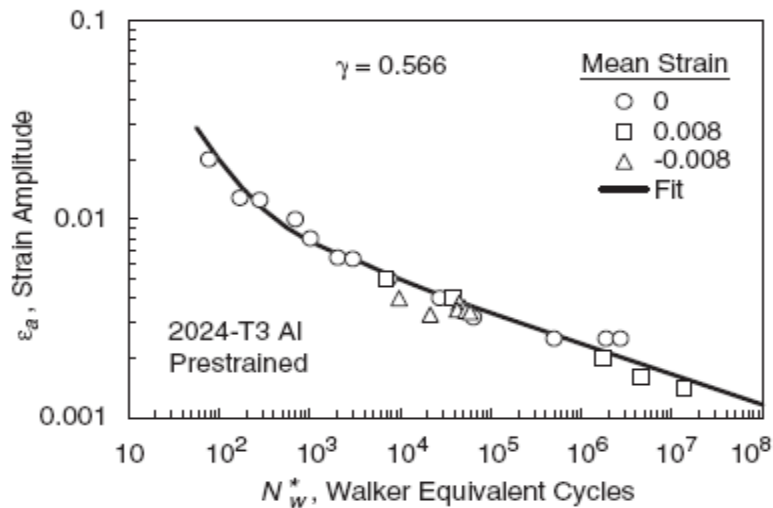


Figura 40: Grafico ampiezza di deformazione-vita equivalente di Walker per l'alluminio 2024-T3

e 40.

Il metodo di calcolo delle curve discontinuo tra le due regioni per le tre leghe di alluminio rappresenta bene i dati sperimentali come indica il fatto che la maggior parte dei punti dei dati giace molto vicino alle curve ottenute. Questo procedimento dovrebbe essere preferibilmente applicato per le leghe di alluminio in generale poiché un comportamento discontinuo si osserva nelle curve a ciclo alterno simmetrico vita-tensione e deformazione-tensione per la maggior parte delle leghe di alluminio.

### 3.2.4 Confronto con i metodi di Morrow e SWT

Se consideriamo le espressioni di  $N^*$  date dalle equazioni (32), (33) e (35) per i metodi di Morrow e SWT, possono essere fatti per ognuna dei grafici di vita equivalente usando l'equazione (31). Poiché una tale applicazione dei due metodi è coerente con l'uso già visto basato sulla tensione, il confronto nell'ambito dell'analisi vita-deformazione che si può fare tra di loro e con il metodo di Walker giungerà necessariamente alle stesse conclusioni viste nell'analisi vita-tensione.

Consideriamo ora le equazioni vita-deformazione dei metodi di Morrow nella forma modificata e di SWT delle equazioni (38) e (40), si noti che solo il termine di deformazione elastica è coerente con il corrispondente metodo basato sulla tensione. Ci si aspettano comunque andamenti del successo di queste equazioni simili a quelli già visti nell'ambito dell'analisi vita-tensione, specialmente a vita relativamente lunga dove prevale il termine di deformazione elastica. Un confronto diretto tra le relazioni vita-deformazione date dalle equazioni (38) e (40) e la relazione di Walker (il cui uso è raccomandato) è complicato dal fatto che sono proposte in forma matematica diversa.

Ricordo:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f}\right) (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (38)$$

$$\varepsilon_a = \left(\frac{1-R}{2}\right)^{1/2} \left[ \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \right] \quad (40)$$

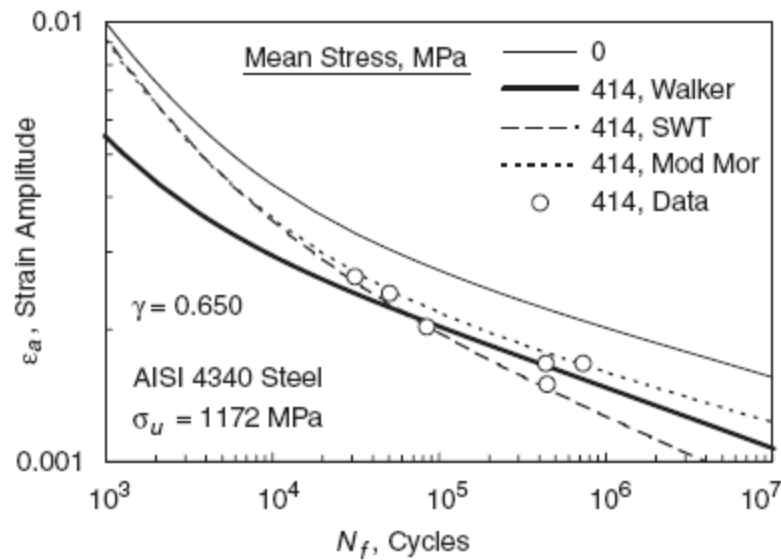
$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_{fw}}{E} (2N_w^*)^{b_w} + \varepsilon'_{fw} (2N_w^*)^{c_w} \quad (42^a)$$

$$N_w^* = N_f \left(\frac{1-R}{2}\right)^{(1-\gamma)/b_w} \quad (42^b)$$

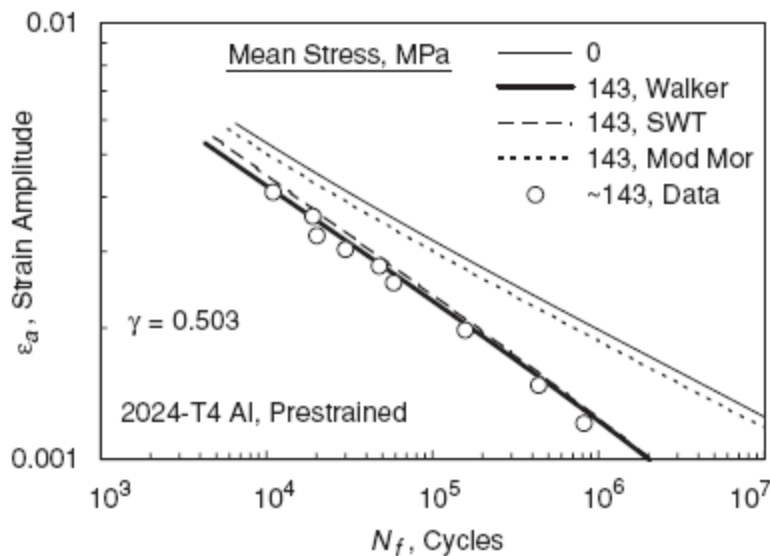
Può in ogni caso essere fatto per degli specifici valori di tensione media  $\sigma_m$  o di rapporto di tensione  $R$ . Alcuni confronti per un valore costante di tensione media sono riportati nelle figure 41 e 42.

Fissato un valore di  $\sigma_m$ , le curve nelle figure 41 e 42 sono state costruite usando le costanti dei materiali dalle tabelle 4 e 5. Si noti che le curve sono state disegnate per punti. Per ciascuno dei due materiali indicati è stato scelto un certo numero di valori di ampiezza di deformazione  $\varepsilon_a$ , e sono state calcolati i corrispondenti valori di ampiezza di tensione  $\sigma_a$  con l'ausilio

dell'equazione (6). Con l'uso dello specifico valore di  $\sigma_m$  scelto per ciascuno dei due materiali, e tenendo presente che  $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$  e  $\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a$ , vengono calcolati i valori di  $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$  corrispondenti ad ogni valore scelto di  $\varepsilon_a$ . Per le curve di Walker sono state quindi calcolate le vite a fatica  $N_f$  associate agli  $\varepsilon_a$  con l'ausilio delle equazioni (42<sup>a</sup>) e (42<sup>b</sup>), e sono stati quindi messi nel grafico i punti  $N_f$  contro  $\varepsilon_a$  per ottenere le curve disegnate in figura. Si noti che in figura è riportata per la lega di alluminio solo la porzione di curva a vita lunga della curva discontinua vita-deformazione. In figura vengono riportate anche le curve a tensione media nulla come riferimento di paragone.



**Figura 41:** Grafico ampiezza di deformazione-cicli a rottura per un valore costante di tensione media per l'acciaio AISI 4340



**Figura 42:** Grafico ampiezza di deformazione-cicli a rottura per un valore costante di tensione media per l'alluminio 2024-T4



Per ottenere le curve di Morrow nella forma modificata e di SWT nelle figure 41 e 42, le equazioni (38) e (40) sono state impiegate con gli stessi valori di  $\varepsilon_a$ ,  $R$  ed ovviamente  $\sigma_m$  per calcolare i valori di  $N_f$  da riportare nei grafici. Le costanti  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\varepsilon'_f$  e  $c$ , normalmente calcolate per interpolazione dei soli dati a tensione media nulla, si assume in questo caso che siano le stesse ottenute dall'interpolazione nel metodo di Walker, ovvero  $\sigma'_{fw}$ ,  $b_w$ ,  $\varepsilon'_{fw}$  e  $c_w$ . Si noti che i valori delle costanti ottenute con i due metodi dovrebbero essere simili e che l'espedito di assumere che siano uguali permette un confronto più chiaro che se venissero impiegati due set di costanti diversi.

Per l'acciaio AISI 4340 di figura 41 sono evidenti alcuni andamenti che si presentano per qualsiasi metallo: Le curve di Morrow modificata e di SWT mostrano un'influenza decrescente della tensione media a valori di vita decrescenti, come si evidenzia dal fatto che le due curve si avvicinano a quella a tensione media nulla, mentre la curva di Walker continua a mostrare un forte effetto della tensione media anche a vita breve. A vita relativamente lunga le curve di SWT e Walker si allontanano in modo variabile che dipende dal valore di  $\gamma$ , e coincidono solo se  $\gamma$  è circa 0,5.

Per la lega di alluminio 2024-T4 di figura 42  $\gamma$  è circa 0,5, ed il comportamento sul range di vite considerato è dominato dal termine di deformazione elastica per le varie equazioni. Quindi le curve di Walker e di SWT sono molto vicine tra loro. L'equazione di Morrow modificata invece prevede solo un piccolissimo effetto della tensione media con un risultato abbastanza non conservativo se confrontato con i punti dei dati dei test riportati. Quest'ultima situazione è associata alla già discussa difficoltà riscontrata nell'uso di  $\sigma'_f$  nelle relazioni di tensione media per le leghe di alluminio.



## CONCLUSIONI

In base all'analisi svolta nei precedenti capitoli, possono essere tratte le seguenti conclusioni riguardo i metodi esaminati per il calcolo della tensione equivalente a tensione media nulla e riguardo al loro impiego nell'approccio vita-deformazione:

- 1- Volendo eseguire delle stime di vita a fatica con l'approccio vita-tensione, il metodo di Goodman che impiega la tensione massima di trazione  $\sigma_u$  è molto impreciso e fortemente sconsigliato
- 2- L'equazione di Morrow che usa la tensione reale a rottura  $\sigma_{fB}$  è ragionevolmente precisa in molti casi. Questo metodo ha comunque lo svantaggio che spesso la tensione reale a rottura  $\sigma_{fB}$  non è disponibile e quindi deve essere stimata.
- 3- L'equazione di Morrow che usa l'intercetta costante  $\sigma_f'$  è anch'essa ragionevolmente precisa per gli acciai, ma spesso fornisce stime abbondantemente non conservative per le leghe di alluminio.
- 4- Il metodo di Smith-Watson-Topper fornisce buoni risultati nella maggior parte dei casi e per le leghe di alluminio è un po' più preciso dell'equazione di Morrow con  $\sigma_{fB}$ . Questo metodo ha il vantaggio della semplicità ed è una buona scelta per un uso generico.
- 5- Dove siano disponibili dati per calcolare il parametro variabile  $\gamma$ , il metodo di Walker fornisce i migliori risultati nella stima di vita a fatica con l'approccio vita-tensione.
- 6- Un'equazione che contempra la tensione media può essere incorporata nella curva vita-deformazione in un modo che risulta coerente con l'uso fatto della stessa equazione in un contesto d'analisi basato sulla tensione.
- 7- Fare ciò con le equazioni di Morrow o di Smith-Watson-Topper fornisce relazioni vita-deformazione diverse da quelle usate più comunemente nelle curve vita-deformazione derivanti dagli stessi metodi di Morrow o SWT. In particolare i termini di deformazione elastica sono gli stessi, mentre il modo di gestire la tensione media per il termine di deformazione plastica è diverso. Poiché l'effetto della tensione media è più importante nei casi in cui il carico è principalmente in campo elastico, la differenza riscontrata di per sé non può avere grosse conseguenze sulle stime di vita.
- 8- Includere l'equazione di tensione equivalente di Walker nella curva vita-deformazione fornisce risultati eccellenti per tutti i 18 set di dati esaminati, ovvero gli acciai, la lega di titanio e le leghe di alluminio.
- 9- L'approccio di Walker ha una serie di vantaggi: tutti i dati a tutte le tensioni medie possono essere utilizzati in un unico processo di interpolazione attraverso un procedimento di regressione lineare multipla per determinare le costanti per la curva

vita-tensione, i cui valori vengono usati anche nel termine di deformazione elastica della curva vita-deformazione. Il parametro di Walker  $\gamma$  che si ottiene da questo procedimento è legato alla sensibilità del materiale alla tensione media, fornendo così a questo approccio una versatilità che gli altri metodi comuni riguardanti la tensione media non posseggono.

- 10- Vi è un andamento decrescente di  $\gamma$  per gli acciai e le leghe di alluminio più alto-resistenziali, cosa che indica una sensibilità crescente alla tensione media. Quindi, osservando l'equazione (12<sup>a</sup>), il comportamento dei metalli più alto-resistenziali è determinato in modo crescente dalla tensione massima  $\sigma_{max}$  e meno dall'ampiezza di tensione  $\sigma_a$ , cosa che indica un comportamento più fragile. Questo comportamento può essere ricondotto ad un andamento analogo osservabile nel comportamento della crescita delle cricche in un'ampia gamma di materiali.
- 11- L'uso del parametro di Walker  $\gamma$  porta con sé il possibile svantaggio della necessità di dati sperimentali a tensione media non nulla per poter essere calcolato. Ad ogni modo un numero sufficiente di dati è disponibile per gli acciai in un range da abbastanza basso-resistenziali ad abbastanza alto-resistenziali, cosicché  $\gamma$  può essere stimato con una correlazione tra  $\gamma$  e  $\sigma_u$  espressa dall'equazione (26). Considerando che  $\gamma$  per gli acciai varia da circa 0,8 a 0,4, tale stima ha una precisione sufficiente da garantire ottimi risultati per questa classe di materiali ed è preferibile all'uso del metodo di SWT che corrisponde a porre  $\gamma = 0,5$ .
- 12- Per le leghe di alluminio relativamente alto-resistenziali erano stati esaminati 7 set di dati per materiali induriti per precipitazione nelle serie 2000 e 7000. I valori di  $\gamma$  per queste leghe si distribuiscono attorno a 0,5, sicché una stima di  $\gamma = 0,5$  sembra sufficiente per le leghe di queste classi laddove non siano disponibili i necessari dati sperimentali. Per le leghe di alluminio relativamente basso-resistenziali può essere usato il valore medio  $\gamma = 0,65$  che era stato riscontrato da due set di dati nei capitoli precedenti, oppure può essere scelto  $\gamma = 0,5$  come valore che probabilmente fornisce stime di vita conservative per le tensioni medie di trazione. Per gli altri metalli se non sono disponibili dati a tensione media non nulla si consiglia di adottare  $\gamma = 0,5$ .

In conclusione, per le stime di vita con l'uso di un approccio basato sia sulla tensione che sulla deformazione, si raccomanda l'impiego del metodo di Walker che include la tensione media nelle curve vita-tensione e vita-deformazione al posto degli altri metodi.

## INDICE DELLE FORMULE

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (1^a)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (1^b)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max}}{2} (1 - R) \quad (1^c)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max}}{2} (1 + R) \quad (1^d)$$

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} \quad (2^a)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta\varepsilon}{2} \quad (2^b)$$

$$\varepsilon_{pa} = \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \quad (2^c)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_f' (2N_f)^b \quad (3)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \varepsilon_{pa} \quad (4)$$

$$\sigma_a = H' \varepsilon_{pa}^{n'} \quad (5)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{H'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (6)$$

$$\sigma_a = \sigma_f' (2N_f)^b \quad (7^a)$$

$$\varepsilon_{pa} = \varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (7^b)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (8)$$

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \sigma_m/\sigma_u} \quad (9)$$

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \sigma_m/\tilde{\sigma}_{fB}} \quad (10^a)$$

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \sigma_m/\sigma_f'} \quad (10^b)$$

$$\sigma_{ar} = \sqrt{\sigma_{max} \sigma_a} \quad (11^a)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_{max} \sqrt{\frac{1-R}{2}} \quad (11^b)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_a \sqrt{\frac{2}{1-R}} \quad (11^c)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_{max}^{1-\gamma} \sigma_a^\gamma \quad (12^a)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_{max} \left(\frac{1-R}{2}\right)^\gamma \quad (12^b)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_a \left(\frac{2}{1-R}\right)^{1-\gamma} \quad (12^c)$$

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - (\sigma_m/\sigma_u)^2} \quad (13)$$

$$\sigma_{ar} = AN_f^b \quad \text{dove} \quad A = \sigma_f' 2^b \quad (14)$$

$$\sigma_{ar} = AN_f^b = \sigma_{max} \left(\frac{1-R}{2}\right)^\gamma \quad (15^a)$$

$$N_f = \left[ \sigma_{max} \left( \frac{1-R}{2} \right)^{\frac{\gamma}{A}} \right]^{1/b} \quad (15^b)$$

$$\log N_f = \frac{1}{b} \log \sigma_{max} + \frac{\gamma}{b} \log \left( \frac{1-R}{2} \right) - \frac{1}{b} \log A \quad (16)$$

$$y = m_1 x_1 + m_2 x_2 + d \quad (17)$$

$$y = \log N_f \quad (18^a)$$

$$x_1 = \log \sigma_{max} \quad (18^b)$$

$$x_2 = \log \left( \frac{1-R}{2} \right) \quad (18^c)$$

$$m_1 = \frac{1}{b} \quad (18^d)$$

$$m_2 = \frac{\gamma}{b} \quad (18^e)$$

$$d = -\frac{1}{b} \log A \quad (18^f)$$

$$b = \frac{1}{m_1} \quad (19^a)$$

$$\gamma = b m_2 = \frac{m_2}{m_1} \quad (19^b)$$

$$A = 10^{-db} = 10^{-d/m_1} \quad (19^c)$$

$$\sigma'_f = \frac{A}{2^b} \quad (19^d)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma'_{fw} (2N_f)^{bw} \quad (20)$$

$$\sigma_{fB2} \sim \sigma_{fB1} * \frac{\sigma_{u2}}{\sigma_{u1}} \quad (21)$$

$$\sigma_{fB} \sim \sigma_u + 345 \text{ MPa} \quad (22)$$

$$Z = \frac{\sigma_{arP} - \sigma_{arN}}{\sigma_{arN}} = \frac{\sigma_{arP}}{\sigma_{arN}} - 1 \quad (23)$$

$$s_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n z_i^2}{n-1}} \quad (24)$$

$$\text{fattore di vita} = [1 + (z \text{ oppure } s_z)]^{-1/b} = 1,10^{10} = 2,59 \quad (25)$$

$$\gamma = -0,0002000 \sigma_u + 0,8818 \quad (26)$$

$$\sigma_{ar} = f(\sigma_a, \sigma_m) = \sigma_a \frac{f(\sigma_a, \sigma_m)}{\sigma_a} = \sigma'_f (2N_f)^b \quad (27)$$

$$\sigma_a = \sigma'_f \left[ 2N_f \left( \frac{\sigma_a}{f(\sigma_a, \sigma_m)} \right)^{1/b} \right]^b = \sigma'_f (2N^*)^b \quad (28)$$

$$N^* = N_f \left( \frac{\sigma_a}{f(\sigma_a, \sigma_m)} \right)^{1/b} \quad (29)$$

$$N_f = N^* \left( \frac{\sigma_a}{f(\sigma_a, \sigma_m)} \right)^{-1/b} \quad (30)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N^*)^b + \varepsilon'_f (2N^*)^c \quad (31)$$

$$N_{mf}^* = N_f \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_{fB}} \right)^{1/b} \quad (32)$$

$$N_{mi}^* = N_f \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{1/b} \quad (33)$$

$$N_w^* = N_f \left( \frac{1-R}{2} \right)^{(1-\gamma)/b} \quad (34)$$

$$N_{swt}^* = N_f \left( \frac{1-R}{2} \right)^{1/2b} \quad (35)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right) (2N_f)^b + \varepsilon'_f \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{c/b} (2N_f)^c \quad (36)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} \left( \frac{1-R}{2} \right)^{(1-\gamma)} (2N_f)^b + \varepsilon'_f \left( \frac{1-R}{2} \right)^{c(1-\gamma)/b} (2N_f)^c \quad (37)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right) (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (38)$$

$$\sigma_{max} \varepsilon_a = \frac{(\sigma'_f)^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (39)$$

$$\varepsilon_a = \left( \frac{1-R}{2} \right)^{1/2} \left[ \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \right] \quad (40)$$

$$\varepsilon_{pa} = \varepsilon_a - \frac{\sigma_a}{E} \quad (41)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_{fw}}{E} (2N_w^*)^{b_w} + \varepsilon'_{fw} (2N_w^*)^{c_w} \quad (42^a)$$

$$N_w^* = N_f \left( \frac{1-R}{2} \right)^{(1-\gamma)/b_w} \quad (42^b)$$

$$\varepsilon_{pa} = \varepsilon'_{fw} (2N_w^*)^{c_w} \quad (43)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma'_{f2} (2N_f)^{b_2} \quad (44)$$

$$\log(2N_i) = \frac{\log(\sigma'_{fw}/\sigma'_{f2})}{b_2 - b_w} \quad (45)$$

$$N_i = \frac{1}{2} 10^{\left( \frac{\log(\sigma'_{fw}/\sigma'_{f2})}{b_2 - b_w} \right)}$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_{f2}}{E} (2N_w^*)^{b_2} + \varepsilon'_{fw} (2N_w^*)^{c_w} \quad (46^a)$$

$$N_w^* = N_f \left( \frac{1-R}{2} \right)^{(1-\gamma)/b_2} \quad (46^b)$$

$$(N_w^* \leq N_i, \varepsilon_a \geq \varepsilon_{ai}) \quad (46^c)$$





## BIBLIOGRAFIA

- 1 Dowling N.E., Calhoun C.A. and Arcari A. (2009) “Mean stress effects in stress-life fatigue and the Walker equation.”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 32, 163-179
- 2 Dowling N.E. (2009) “Mean stress effects in strain-life fatigue”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 32, 1004-1019
- 3 Lazzarin P., (2006) “Fondamenti di costruzione di macchine” Libreria Cortina, Padova
- 4 Ferro P., Tiziani A., Dispense del docente “*Proprietà meccaniche, la prova di trazione*”, lezioni di materiali metallici, A.A. 2008/2009, 2° Anno Ingegneria Gestionale – Nuovo ordinamento
- 5 Dowling N.E.,(2007) “ Mechanical behavior of materials” Upper Saddle River, NJ, Pearson Prentice Hall