



Università degli Studi di Padova

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Meccanica e Meccatronica

tesi di laurea

# Analisi ed implementazione della tecnica del dithering in alcune applicazioni moderne

A.A. 2021-22

**Relatore:** Prof. Alessandro Sona

**Laureando:** Giovanni Dal Castello



# Introduzione

Le misurazioni e i sistemi di acquisizione dati sono da sempre un punto cruciale per il controllo industriale e per l'elaborazione e diffusione dei dati. Nella varietà di problematiche legate alle acquisizioni di misure elettroniche il rumore ha sempre avuto un ruolo di rilievo, costringendo ingegneri e progettisti a lavorare su tecniche e costrutti che impedissero ai disturbi di rovinare le acquisizioni e a non interferire col corretto funzionamento dei macchinari. Nella tecnica del Dithering invece, il rumore viene utilizzato a favore dell'applicazione. Questo aspetto del tutto controintuitivo è il motivo di questa tesi, che mira ad approfondire su questa tecnica e sugli utilizzi che ha nel mondo moderno. Dopo una prima parte del tutto teorica sulla catena di acquisizione dati verrà approfondito l'effetto dither e come viene utilizzato per ridurre il rumore di quantizzazione. Verranno poi illustrate diverse applicazioni attuali di questa tecnica nei vari campi di applicazione moderni; infine l'implementazione del dithering nel campo dell'elaborazione delle immagini con confronto tra diverse tecniche di applicazione, nell'ambiente Matlab.



# Indice

<b>1</b>	<b>Misure e sistemi di acquisizione dati</b>	<b>1</b>
1.1	L'importanza dei sistemi di acquisizione nei controlli industriali .	1
1.2	Sistema di acquisizione dati . . . . .	3
1.3	Misure e Segnali . . . . .	4
1.4	Proprietà dei segnali . . . . .	5
1.5	Disturbi e rumore . . . . .	5
1.6	Sensori . . . . .	6
1.7	Condizionamento del segnale . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Conversione analogico-digitale e dithering</b>	<b>11</b>
2.1	Segnali analogici e segnali digitali . . . . .	11
2.2	Trasformazione analogico digitale . . . . .	12
2.3	Campionamento . . . . .	12
2.4	Tenuta . . . . .	13
2.5	Quantizzazione . . . . .	13
2.6	Errore di quantizzazione . . . . .	15
2.7	Dithering . . . . .	15
2.8	Algoritmi di Dithering . . . . .	17
2.9	Il Dithering rispetto ad altre tecniche di riduzione del rumore . .	17
<b>3</b>	<b>Applicazioni del dithering</b>	<b>19</b>
3.1	Il dithering nell'elaborazione di immagini . . . . .	19
3.2	Dithering ordinato . . . . .	19
3.3	Dithering casuale . . . . .	20
3.4	Dithering Ponderato . . . . .	21
3.5	Dithering diffusivo o di Floyd-Steinberg . . . . .	21
3.6	Altre tecniche di dithering nell'elaborazione di immagini . . . . .	22
3.7	Dithering nell'elaborazione audio . . . . .	23
3.8	Dithering nella trasmissione e ricezione di segnali . . . . .	23
3.9	Altre applicazioni del dithering . . . . .	24

<b>4</b>	<b>Esempio dimostrativo</b>	<b>27</b>
4.1	Implementazione in Matlab del dithering alle immagini . . . . .	27
4.2	Acquisizione immagine . . . . .	27
4.3	Quantizzazione senza dithering . . . . .	28
4.4	Dithering ordinato . . . . .	29
4.5	Dithering casuale . . . . .	31
4.6	Dithering diffusivo . . . . .	32
	<b>Conclusioni finali</b>	<b>34</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>35</b>

# Capitolo 1

## Misure e sistemi di acquisizione dati

### 1.1 L'importanza dei sistemi di acquisizione nei controlli industriali

Nel campo industriale la realizzazione di sistemi automatici è costituita dal sistema da controllare e dal sistema di controllo che ne regola il comportamento. Nella maggior parte dei casi si tratta di sistemi di controllo a retroazione in cui il sistema di controllo legge costantemente le uscite del sistema controllato e le compara all'uscita desiderata per agire di conseguenza. L'efficacia della correzione dipende dalla qualità dell'azione del controllore e dalla bontà del segnale in acquisizione. La qualità della misurazione quindi va a influire direttamente nella capacità di controllo del sistema, e ogni errore di misurazione può propagarsi pesantemente nell'azione del controllore e quindi nel controllo.

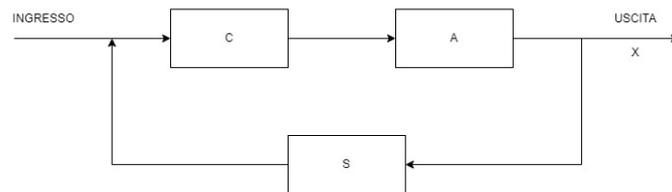


Figura 1.1: Schematizzazione generica di un sistema di controllo a retroazione: controllore (C), attuatore (A) e sensore (S) in retroazione

Non tutti i sistemi sono composti da una retroazione (feedback), esistono sistemi chiamati ad anello aperto in cui il valore dell'uscita non ha alcuna influenza sull'azione di controllo; in questi sistemi il segnale di uscita non viene misurato né 'reimmesso' per essere confrontato con l'ingresso. L'uscita viene elaborata dal sistema di controllo sulla base di determinati algoritmi e non viene modulata per rispondere ad eventuali disturbi sull'uscita e tantomeno il sistema stesso è in grado di determinare se l'uscita effettiva corrisponde al valore desiderato. Questi sistemi si prestano ad applicazioni in cui il rapporto tra ingresso ed uscita è ben

definito e non verranno trattati in questa tesi.

## 1.2 Sistema di acquisizione dati

Un sistema di acquisizione è identificato come l'insieme di elementi che si occupa del reperimento e distribuzione dell'informazione fino al sistema di controllo. Di fatto tutto il processo di estrazione e conversione dell'informazione in modo tale da renderla adatta ad essere processata dal sistema di controllo che può essere collocato anche a distanze non trascurabili dal punto di lettura della grandezza. L'elemento che effettua la lettura della grandezza viene detto sensore o più ampiamente un trasduttore; la differenza sta nel fatto che un sensore restituisce un segnale elettrico della grandezza, mentre invece il trasduttore effettua una trasformazione del segnale da una forma di energia ad un'altra nel senso più generale. Un esempio di sensore è la fotocellula del cancello automatico che rileva la presenza di un corpo all'interno di una tracciato, un contatore Geiger che legge l'ammontare delle radiazioni nucleari presenti, un idrofono che individua la distanza di corpi in movimento sott'acqua (usato a partire dalla prima guerra mondiale). Dal sensore si ottiene la misura della grandezza fisica rilevata sotto forma di segnale elettrico, generalmente una tensione, che viene poi elaborata negli stadi successivi dell'acquisizione. L'insieme dei processi di trasformazione del segnale elettrico letto dal sensore nel segnale elettrico inviato al sistema di controllo viene detto condizionamento del segnale. Le trasformazioni possono essere amplificazione o attenuazione, offset, filtraggio, ecc.

Nei sistemi moderni il segnale viene trasformato da analogico a digitale per i numerosi vantaggi nell'elaborazione, analisi e diffusione dell'informazione. Questa trasformazione viene compiuta da un blocco detto ADC (Analog to Digital Converter). Dopo questa trasformazione il segnale è pronto per essere fornito al sistema di controllo, che lo elabora e genera i segnali di output di condizionamento delle uscite.

In Fig. 1.2 è riportato lo schema di un comune sistema di acquisizione dati come descritto finora: i sensori acquisiscono il segnale che viene adattato dal primo stadio di condizionamento; spesso si preferisce utilizzare un unico ADC per effettuare le conversioni analogico-digitale, per questo viene utilizzato un blocco multiplexer (MUX) che si occupa di selezionare un segnale per volta e passarlo al secondo stadio di condizionamento, che adatta il segnale ai parametri dell'ADC. Dopo la conversione analogico-digitale il segnale viene elaborato dal blocco di controllo che effettua le azioni necessarie tramite gli attuatori con eventuali condizionamenti intermedi.

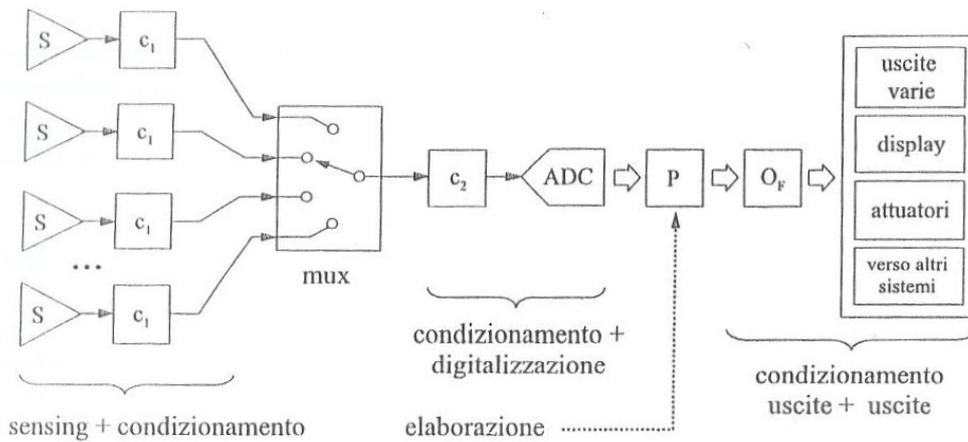


Figura 1.2: Modello di sistema di acquisizione dati [5]

### 1.3 Misure e Segnali

Per analizzare nel dettaglio i vari blocchi che compongono un sistema di acquisizione dati è necessario ribadire alcuni concetti fondamentali. Una misurazione è l'attività di definizione di una misura ad una grandezza fisica. A questa grandezza viene associato un valore, un'unità di misura e un'incertezza di misura che determina un intervallo di valori di scostamento dal valore reale della grandezza. Questo intervallo viene definito intervallo di incertezza e garantisce la presenza con una certa probabilità del valore reale della grandezza al suo interno. Un'incertezza più ridotta indica una qualità della misurazione maggiore mentre intervalli di incertezza più ampi indicano qualità inferiori e quindi sistemi meno accurati. In 1.1 un esempio di misura con  $\bar{X}$  il valore centrale,  $U_x$  l'incertezza e  $\emptyset$  l'unità di misura:

$$\hat{X} = \bar{X} \pm U_x \quad [\emptyset] \quad (1.1)$$

La variazione del tempo di una grandezza fisica viene definita segnale. Un segnale può essere diviso in due grandi famiglie, i segnali deterministici ed i segnali aleatori o stocastici. Un segnale deterministico è un segnale di cui è possibile conoscere il valore in un dato momento  $t$ ; essi variano nel tempo secondo una funzione matematica  $x=x(t)$ , invece ai segnali aleatori non è dato saperne il valore in un esatto momento poiché variano in modo casuale. Nel campo industriale per i sistemi di controllo si fa riferimento a segnali deterministici e non aleatori, salvo fatto di eventuali disturbi. Un esempio di segnale è la variazione della tensione all'interno di un circuito, in questo caso si parla di segnale elettrico.

## 1.4 Proprietà dei segnali

In natura, in generale esistono molti tipi di segnali ed in base alle loro proprietà vengono classificati in diverse categorie; in base al tempo: segnali a tempo continuo o a tempo discreto, in base alla loro ampiezza: segnali ad ampiezza continua o quantizzata, unipolari, ecc, in base alla natura della grandezza fisica: segnale elettrico, visivo, acustico, ecc. Per determinare un segnale è possibile individuare dei parametri sintetici, come il valore massimo e minimo, il valore medio: la media dei valori assoluti nel periodo, il valore picco-picco: differenza tra valore massimo e valore minimo, il valore efficace: è il valore che rappresenta la quantità di energia del segnale.

I segnali che si ripetono nel tempo ad intervalli regolari vengono definiti periodici, e l'intervallo prende il nome di periodo  $T_0$ . Come verrà illustrato nel dettaglio più avanti, un segnale è sempre scomponibile nelle singole componenti spettrali: la prima frequenza dello spettro prende il nome di frequenza fondamentale, e nei segnali periodici le componenti sono sempre a frequenze multiple della fondamentale. Generalmente le prime componenti a frequenza più bassa determinano la forma d'onda del segnale, le componenti a frequenza più alta sono responsabili degli andamenti 'a spigolo'.

## 1.5 Disturbi e rumore

Per quanto riguarda il rumore, esso può avere una distribuzione uniforme oppure gaussiana, e la sua presenza va a rovinare la forma d'onda del segnale dato che le singole componenti del disturbo si sommano alle componenti del segnale. Generalmente si parla di disturbi per tutti i segnali provenienti dall'esterno, mentre per i segnali provenienti dall'interno si parla di rumore, probabilmente di natura stocastica. L'esempio di rumore per eccellenza è il rumore bianco, la cui particolarità è l'ampiezza uniforme delle componenti armoniche nello spettro. Il rumore bianco assume importanza fondamentale nell'applicazione del dithering, come verrà illustrato nei prossimi capitoli, anche se nella pratica il rumore bianco ideale non esiste poiché nessun sistema possiede uno spettro di frequenze uniforme, per questo nel caso reale è definibile rumore bianco al più per un intervallo di frequenze limitato, e generalmente con ampiezze non uniformi ma spesso più alte a basse frequenze e via via più basse alle frequenze più alte. Un esempio di rumore bianco potrebbe essere il rumore acustico della pioggia. Spesso il rumore bianco viene usato per testare la banda passante di un sistema a causa della sua uniformità di ampiezza nelle componenti. più avanti verrà illustrato come il rumore viene impiegato nella tecnica del dithering per migliorare l'approssimazione della conversione analogico-digitale.

## 1.6 Sensori

L'elemento fondamentale in ogni sistema di acquisizione dati è il sensore. Un sensore è definito come un elemento che restituisce un segnale elettrico d'uscita  $y$  legato alla grandezza fisica in ingresso  $x$ . In una rappresentazione generale, indipendentemente dal sensore in oggetto, esso può essere individuato come un sistema chiuso, una black box, di cui si conoscono i segnali di ingresso e di uscita, e si stima la legge che li relaciona.

La legge matematica che relazione l'ingresso all'uscita viene detta transcaratteristica e alla sua forma corrispondono le varie proprietà del sensore; nel caso comune di impiego questa legge assegna un determinato valore  $y$  a ciascun valore di ingresso  $x$  entro un dato intervallo che dipende dal sensore. Un qualunque sensore può essere definito da una serie di parametri:

Campo di valori in ingresso (input range o span): è l'intervallo di valori ( $x_{min}$ ,  $x_{max}$ ) attesi dalla grandezza fisica in ingresso. La sua ampiezza può essere determinata dalla differenza tra valore massimo e valore minimo oppure tra il loro rapporto

$$IR = x_{max} - x_{min} \quad (1.2)$$

$$IR = x_{max}/x_{min} \quad (1.3)$$

Tale campo deve essere ampio a sufficienza da contenere tutti i valori di interesse per l'applicazione del sensore.

Campo di valori in uscita (output range o full scale output): analogamente all'input range è l'intervallo di valori ( $y_{min}$ ,  $y_{max}$ ) attesi del segnale d'uscita, e la sua ampiezza può essere definita come la differenza oppure il loro rapporto:

$$OR = y_{max} - y_{min} \quad (1.4)$$

$$OR = y_{max}/y_{min} \quad (1.5)$$

L'OR influenza gli stadi successivi del sistema di acquisizione, spesso infatti la sua ampiezza viene ridefinita nello stadio di condizionamento per essere compatibile all'input range del blocco ADC.

Risoluzione: è la minima variazione apprezzabile dell'ingresso che provoca una variazione dell'uscita. È un parametro dimensionale con la stessa unità di misura del segnale di ingresso, e dipende sia da fattori costruttivi del sensore sia dall'azione di disturbi esterni, che possono far sí che una discreta variazione del segnale di ingresso non venga rilevata.

Accuratezza: riguarda l'ampiezza dell'incertezza della misura del valore di uscita  $y$  corrispondente al valore di ingresso; in un sensore ideale la transcaratteristica è una funzione continua che determina univocamente un valore d'uscita  $y$  in funzione dell'ingresso  $x$ , e di conseguenza a sua volta il valore d'ingresso  $x$  viene determinato univocamente dal valore d'uscita  $y$ . Nella realtà questo non avviene e sia ingresso che uscita presentano una incertezza nel valore, che chiameremo

rispettivamente  $U_x$  e  $U_y$ . Succede quindi che la funzione inversa

$$x = f^{(-1)}(y) \quad (1.6)$$

non è in grado di restituire il valore esatto dell'ingresso ma un valore vicino a meno di un'incertezza  $U_x$  introdotta dal sensore. Spesso nei sensori l'accuratezza non è uniforme nell'input range ma subisce variazioni anche discontinue.

Linearità: definisce la differenza nella transcaratteristica reale da quella ideale. Nel caso di una transcaratteristica lineare, ideale, si può assumere valida in tutto l'intervallo di interesse l'equazione 1.7:

$$x = f^{(-1)}(y) = \frac{(y - OFS)}{OR/IR} \quad (1.7)$$

con OFS l'offset di misura.

Tuttavia nella realtà un sensore non è mai perfettamente lineare. Per questo motivo solitamente si cerca di utilizzare la zona più lineare rientrando nell'IR corrispondente.

Offset: è il valore dell'uscita  $y$  in funzione dell'ingresso nullo. Viene detto anche offset error e rappresenta lo scostamento in verticale nel grafico della transcaratteristica dall'origine nel punto con  $x=0$ . Se il segnale di ingresso è un segnale periodico a valor medio nullo, con l'inserimento dell'offset viene generata una componente continua che può ostacolare un impiego ottimale dell'ADC, e per questo motivo potrebbe essere rimossa nello stadio di condizionamento.

Livelli di soglia (thresholds): sono valori limiti dell'ingresso oltre i quali non è conosciuto il comportamento del sensore e di conseguenza non è possibile estendersi oltre; questi due valori massimo  $thL$  e minimo  $thH$  delimitano l'intervallo utile entro il quale è possibile utilizzare il sensore.

Rumore: come già accennato è un segnale indesiderato che si sovrappone all'uscita  $y$  e viene generato internamente dal sensore stesso, due casi particolari di rumore interno sono il rumore termico ed il rumore flicker (detto anche rumore rosa). Il primo è dovuto alle dinamiche di agitazione degli elettroni dovute alla temperatura; il secondo invece riguarda i dispositivi a semiconduttore ed ha come caratteristica particolare che le componenti a bassa frequenza hanno una potenza maggiore rispetto alle componenti ad alta frequenza.

Precisione (o ripetibilità): è la proprietà che indica la capacità del sensore di fornire misurazioni sempre vicine al valore centrale; non va confusa con l'accuratezza in quanto quest'ultima indica l'intervallo dei valori del segnale di uscita mentre la precisione indica quanto il sensore va a restituire risultati più vicini al valore atteso in misurazioni successive. Concettualmente è l'opposto della dispersione dei valori ottenuti.

Sensibilità: rapporto tra la variazione dell'uscita e la corrispondente variazione dell'ingresso per un dato intervallo. Costituisce di fatto la pendenza media della transcaratteristica in quell'intervallo

$$s(x) = \Delta y / \Delta x \quad (1.8)$$

Selettività: riguarda la capacità del sensore di non essere influenzato da altre grandezze fisiche se non da quella in esame. Pertanto se si verifica una variazione di altre grandezze ma non della grandezza di riferimento un sensore con una buona selettività non varierà il segnale di uscita  $y$ .

Stabilità: indica la capacità del sensore di rimanere stabile nel tempo; si misura come lo scostamento dal valore reale e quello atteso dopo un determinato intervallo di tempo  $\Delta t$ .

Tempo di risposta: è il tempo impiegato dal sensore per portarsi da uno stato al successivo alla variazione del segnale di ingresso. Viene calcolato come il tempo impiegato dal momento della variazione del segnale in ingresso fino al raggiungimento di un intervallo stabile attorno al valore di uscita finale. Questo parametro è fondamentale nella progettazione dell'ADC, come vedremo più avanti perché determina la massima velocità di lettura di quest'ultimo.

Ulteriori parametri come impedenza d'uscita, robustezza, sicurezza sono da tenere in considerazione in fase di progettazione tuttavia non verranno esposti non essendo di rilievo per le applicazioni viste in questa tesi.

## 1.7 Condizionamento del segnale

Il segnale d'uscita dal sensore può non essere compatibile con l'ingresso del blocco ADC. Per esempio a causa di un offset troppo elevato una parte dei valori in uscita al sensore potrebbe andare oltre il range dell'ADC, impedendone la lettura. A questo scopo lo stadio di condizionamento va a condizionare il segnale variandone l'ampiezza, variandone la pendenza, oppure con trasformazioni in fase o frequenza. A loro volta sono individuabili alcune caratteristiche fondamentali; La transcaratteristica dello stadio di condizionamento viene intesa analogamente ai sensori come la funzione che collega ciascun valore dell'uscita ad un valore dell'ingresso. Il parametro più importante è sicuramente la linearità, che se non garantita comporta uno sfasamento del segnale di ingresso. La transcaratteristica del blocco di condizionamento è fondamentale nel sistema di acquisizione dati per permettere di risalire al valore della grandezza dalle stime dei valori di uscita.

$$\hat{x} = f^{(-1)}(f'^{(-1)}(y)) \quad (1.9)$$

In 1.9 la stima finale di  $\hat{x}$  è ottenuta dalle formule inverse delle transcaratteristiche del sensore  $f^{-1}$  e del circuito di condizionamento  $f'^{(-1)}$ .

In un sistema di condizionamento lineare la funzione di trasferimento è:

$$T(s) = \frac{Y'(s)}{Y(s)} \quad (1.10)$$

dove  $Y(s)$  e  $Y'(s)$  sono rispettivamente le trasformate di Laplace del segnale di ingresso  $y$  e uscita  $y'$  mentre  $s$  è definita come  $s = \sigma + j\omega$  e detta frequenza complessa ( $\sigma$  è il coefficiente di smorzamento e  $\omega$  la frequenza angolare di pulsazione). La funzione di trasferimento descrive la variazione causata dal blocco di condizionamento in termini di modulo e fase del segnale al variare della frequenza. Pertanto una  $T(s)$  non costante in modulo e fase nell'intervallo di interesse introduce una variazione sul segnale in ingresso.

Nei sistemi di condizionamento con transcaratteristica non lineare invece non è possibile determinare una funzione di trasferimento valida in tutto l'intervallo di interesse ma è necessario individuarne una per ciascun piccolo intervallo in questa può essere considerata costante, fino ad ottenere una funzione di trasferimento per ogni frequenza nell'intervallo del segnale di ingresso al blocco.

La larghezza di banda indica l'ampiezza della banda di frequenza in cui il segnale di ingresso non subisce distorsioni sensibili di ampiezza o fase. A seconda del tipo di funzione di trasferimento è possibile individuare comportamenti di tipo passa banda, passa basso, passa alto o elimina banda. Nel primo caso esiste un intervallo centrale in cui il segnale non subisce variazioni di ampiezza ma viene attenuato alle estremità, nel secondo e terzo l'attenuazione è presente soltanto all'estremità superiore o inferiore rispettivamente, mentre l'elimina banda presenta un intervallo centrale limitato in cui il segnale viene attenuato.

Un parametro molto importante è il tempo di salita. Analogamente al tempo di risposta dei sensori il tempo di salita di un blocco di condizionamento è calcolato come il tempo impiegato dal segnale di uscita dal passare dal 10% al 90% della variazione durante il passaggio da uno stato ad un altro. Nei sistemi di acquisizione dati il tempo di salita è uno dei parametri più importanti perché in presenza di un mux il secondo blocco di condizionamento vede ad ogni commutazione una variazione a gradino del valore di ingresso, e il tempo di salita influisce nella velocità massima complessiva del sistema di acquisizione.

Nel condizionamento del segnale una funzione importante che viene svolta è l'adattamento di scala in cui i valori di ingresso vengono adattati compatibilmente all'intervallo di ingresso del blocco successivo, generalmente l'ADC. Un intervallo di valori che supera il limite massimo o minimo dell'ADC comporterebbe un troncamento dei valori, mentre un intervallo più piccolo diminuirebbe la risoluzione della conversione analogico digitale. Un'altra funzione importante è la linearizzazione, che può essere fatta a livello di condizionamento oppure a livello di elaborazione, ed è l'operazione di aggiustamento dei valori dell'uscita secondo appositi criteri in modo tale che la transcaratteristica finale sia lineare; è essenziale nel caso di sensori non lineari.



## Capitolo 2

# Conversione analogico-digitale e dithering

### 2.1 Segnali analogici e segnali digitali

Un segnale si dice analogico quando rappresenta una grandezza fisica con un andamento analogo a quello assunto dal fenomeno rappresentato, assumendo tutti i valori entro un dato intervallo. Generalmente si tratta di un segnale continuo, a risoluzione infinita quindi analizzandolo idealmente sarebbe possibile visualizzare intervalli di valori infinitesimali. Tuttavia per essere processato dai sistemi di calcolo digitale deve passare nella notazione informatica, in codice binario. In questa scala di misura il numero di valori possibili dipende dal numero di bit utilizzabili. Il minore intervallo di valore misurato è rappresentato dal bit meno significativo (LSB) e corrisponde a:

$$i = \frac{R}{2^n} \quad (2.1)$$

Con  $R$  range di valori da rappresentare e  $n$  il numero di bit. Quindi per esempio per rappresentare un segnale elettrico che varia in un range da 0 a 10 Volt con 8 bit il gradino più piccolo della scala corrisponderà a

$$i = \frac{10}{256} \approx 39mV \quad (2.2)$$

Invece con la stessa scala ma avendo a disposizione più bit, per esempio 18:

$$i = \frac{10}{262144} \approx 0.0381mV \quad (2.3)$$

In un ADC, come verrà illustrato più avanti,  $i$  rappresenta il passo di quantizzazione e il numero di bit determina quindi oltre alla risoluzione della misura anche il massimo errore di quantizzazione.

## 2.2 Trasformazione analogico digitale

La trasformazione del segnale da analogico a digitale è un blocco fondamentale nei sistemi moderni che permette l'acquisizione ed elaborazione di misurazioni al DSP (Digital Signal Processor). Viene svolta dal blocco ADC (Analog to Digital Converter) che riceve il segnale dal blocco di condizionamento e lo invia convertito al controllore, trasformando quindi un segnale da analogico nel tempo e nelle ampiezze ad un segnale discretizzato nel tempo e nelle ampiezze. La trasformazione si può definire come suddivisa in tre fasi: campionamento (sampling), tenuta (hold), e quantizzazione (quantization). Tutte e tre le fasi sono fondamentali e necessarie per la conversione, e ciascuna viene svolta da un blocco circuitale specifico.

## 2.3 Campionamento

Lo scopo di questo blocco è l'acquisizione di una sequenza di campioni dal segnale di ingresso. Ad ogni campione  $v_s(t_k)$  è associato il valore corrispondente dell'ingresso al tempo  $t_k$

$$v_s(t_k) = v(t_k) \quad (2.4)$$

Il periodo di campionamento (sampling time) è l'intervallo di tempo tra un campione e l'altro e la velocità (o frequenza) di campionamento (sampling rate  $R_s$ ) è definita come

$$R_s = \frac{1}{T_s} \quad (2.5)$$

e rappresenta la quantità di campioni elaborata per un dato intervallo di tempo. Il numero di campioni dipende dalla velocità con cui il blocco riesce ad effettuare il campionamento. Ne consegue che minore è il tempo di campionamento più ricca di campioni è la misurazione e migliore sarà la campionatura. Questo fa del tempo di campionamento uno dei parametri più importanti dell'ADC. In particolare la fedeltà di ricostruzione del segnale originale dipende dalla frequenza di campionamento e dalla frequenza massima nel segnale originale secondo il legame imposto nel teorema di Nyquist che fissa il limite minimo di  $R_s$  a 2 volte la  $f_{max}$ , intesa come la frequenza maggiore assunta dal segnale da campionare (entro la banda di interesse) (2.6).

$$R_s > 2 * f_{max} \quad (2.6)$$

Soddisfando questa condizione è possibile ricavare dal campionamento il segnale originale senza ambiguità; altrimenti campionando ad una frequenza inferiore alla frequenza di Nyquist si ottiene un effetto definito aliasing a causa della generazione di componenti spettrali, 'alias' a frequenza contenuta nella banda del segnale originale, che vanno a sovrapporsi deformandolo.

## 2.4 Tenuta

Il blocco di tenuta ha il compito di mantenere il valore del campionamento  $v_s(t_k)$  fino al campionamento successivo per consentire al blocco successivo l'assegnazione del valore al campione. Il valore deve restare stabile per un periodo di campionamento  $T_s$ . Generalmente la fase di campionamento e tenuta viene svolta in un circuito denominato track and hold: un clock comanda l'interruttore che chiude il circuito permettendo la carica del condensatore fino al livello del segnale  $v(t_k)$ . Successivamente il clock riapre il circuito lasciando il condensatore carico all'ultimo livello di tensione del segnale di ingresso. Ai fini dell'analisi vale la pena suddividere lo stadio di tenuta in due fasi: la fase di carica e di tenuta. La fase di carica riguarda il breve intervallo in cui il circuito è chiuso e il condensatore si sta caricando fino al livello di tensione  $v(t_k)$ . Trattandosi di un normale processo di carica di un condensatore, nonostante il valore del segnale  $v(t)$  non sia costante durante il breve intervallo di carica, la tensione al condensatore può comunque essere approssimata a

$$v_H(t) = v_H(t_k) + |v(t'_k) - v_H(t_k)|(1 - e^{-\frac{t-t_k}{\tau}}) \quad (2.7)$$

Dove  $\tau$  rappresenta la costante di tempo ed equivale a

$$\tau = R_H * C_H$$

e da questa dipende la rapidità con cui l'uscita del circuito di tenuta riesce a portarsi abbastanza vicino al livello dell'ingresso. Al diminuire di  $\tau$  corrisponde una diminuzione dello scostamento tra il valore di tensione al condensatore e la tensione dell'ingresso, per un dato intervallo di tempo, migliorando la precisione della conversione. Se invece l'intervallo di tempo di chiusura non è sufficientemente alto il condensatore verrà caricato ad una tensione più bassa della tensione dell'ingresso producendo uno scostamento di valore. Questo errore è calcolabile dalla formula di carica del condensatore, ed il suo valore percentuale va da un 10% con un  $\Delta T_c$  di 2,30 volte  $\tau$  fino a meno dello 0,01% con un  $\Delta t$  di 9,21 volte  $\tau$ . Nella fase di hold l'interruttore apre il circuito e la corrente elettrica si annulla. Tuttavia c'è comunque un movimento delle cariche che tende a scaricare il condensatore, inducendo un errore che aumenta in proporzione al tempo di hold.

## 2.5 Quantizzazione

Questa è la fase in cui al livello di tensione in uscita dallo stadio di tenuta viene associato il valore corrispondente. Al campione viene infatti accostata una sequenza di livelli di tensione e viene assegnato il valore più vicino. All'aumentare del numero di bit diminuisce il passo di quantizzazione, ossia lo scostamento tra una soglia e la successiva. Il numero di livelli di quantizzazione  $N$  dipende dal

numero di bit secondo l'equazione (2.8).

$$N = 2^B \quad (2.8)$$

La distanza da un valore di quantizzazione ad un altro è definita come passo di quantizzazione  $Q$  ed è calcolato come

$$Q = \frac{R}{N} = \frac{R}{2^B} \quad (2.9)$$

Con il range di tensione d'ingresso dell'ADC e  $B$  il numero di bit dell'ADC. Molto importante è la transcaratteristica della fase di quantizzazione, che mostra l'assegnazione dei valori discretizzati ai valori di tensione campionati. La transcaratteristica deve essere il più lineare possibile, con pendenza costante, e offset nullo. In Fig. 2.1 un esempio di transcaratteristica ideale: lineare, senza errori di offset o gain (pendenza della retta) ed ampiezza dei gradini uniforme.

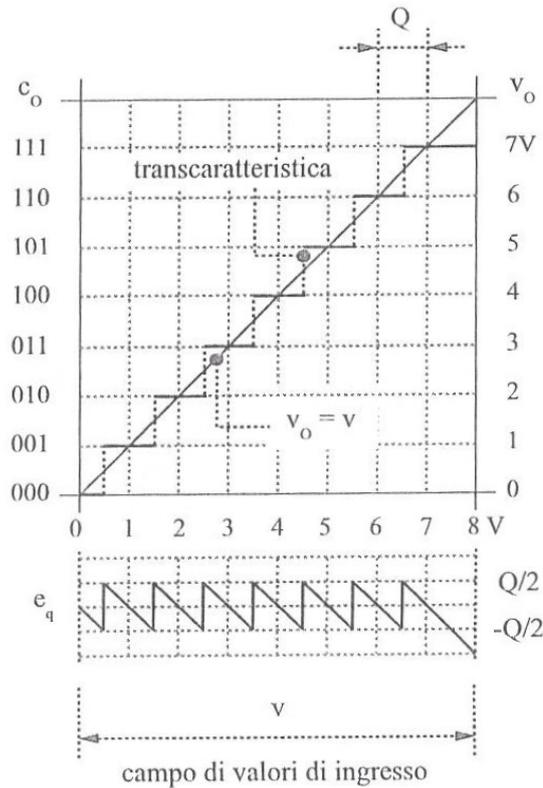


Figura 2.1: Transcaratteristica ideale di un convertitore AD e distribuzione dell'errore di quantizzazione [5]

## 2.6 Errore di quantizzazione

Nella fase di quantizzazione si va a trasformare un segnale continuo a risoluzione infinita in un segnale discretizzato la cui larghezza di banda e risoluzione determinano la fedeltà con cui questo riproduce il segnale originale. L'errore di quantizzazione  $e_q$  di un ADC è identificato come l'errore introdotto nello stadio di quantizzazione ed è calcolato come differenza tra valore ottenuto e valore atteso:

$$e_q = v_0 - v \quad (2.10)$$

L'errore dipende dalla posizione di  $v$  ed si trova sempre all'interno dell'intervallo  $[-\frac{Q}{2}, +\frac{Q}{2}]$  salvo per i livelli iniziale e finale che possono avere passo differente a seconda dell'offset e del gain. L'errore non è stabile e varia di campione in campione, ha valore minimo con  $v$  in prossimità dei livelli di tensione e massimo quando  $v$  si trova nella zona a metà tra due livelli di tensione. Proprio a causa del suo comportamento casuale ed imprevedibile, spesso viene definito rumore di quantizzazione, quasi fosse un segnale di disturbo che si sovrappone al segnale della grandezza distorcendolo. Molte volte l'errore di quantizzazione massimo viene espresso direttamente nell'errore di tensione corrispondente: tale valore equivale all'ampiezza del gradino  $Q$ .

## 2.7 Dithering

Una modalità di riduzione del rumore introdotto nello stadio di quantizzazione è il dithering. Questa tecnica prende il nome dal fenomeno 'dither' (tremolio) e nasce nella seconda guerra mondiale: gli aerei anti bombardieri utilizzavano dei calcolatori meccanici per calcolare rotte e traiettorie di lancio per i bombardamenti. Questi calcolatori erano costituiti da scatole in metallo con all'interno un numero elevato di meccanismi, che partendo da determinati valori in input riuscivano a calcolare la posizione che avrebbe avuto il bersaglio quando il proiettile sarebbe arrivato a destinazione.

Infatti il tempo trascorso dal lancio del proiettile fino all'arrivo sul bersaglio poteva arrivare da decine di secondi fino a più di un minuto, e nel frattempo, seppure con le limitate velocità di volo rispetto ad oggi, l'aereo nemico poteva aver volato per 1 miglio in avanti, da questo nacque la necessità di introdurre dei calcolatori a bordo. Durante il loro utilizzo gli ingegneri dell'epoca si accorsero che questi sistemi meccanici di calcolo erano decisamente più precisi durante il volo che a terra, e arrivarono alla conclusione che le vibrazioni prodotte dall'aereo riuscivano ad influenzare positivamente il meccanismo in un movimento più fluido e continuato.

Essa consiste nell'immissione di rumore a media nulla nel segnale di ingresso prima di effettuare la discretizzazione, e conseguente media dei valori ricavati; ha come effetto una approssimazione mediamente migliore al valore reale di  $v$

su discretizzazioni ripetute sullo stesso campione. Questo è dovuto al fatto che il rumore a media nulla fa variare il valore reale in modo casuale attorno al suo valore centrale, e in una successione di discretizzazioni in base a dove cade il livello di quantizzazione il valore del segnale discretizzato comparirà più o meno volte superiore o inferiore al livello di quantizzazione.

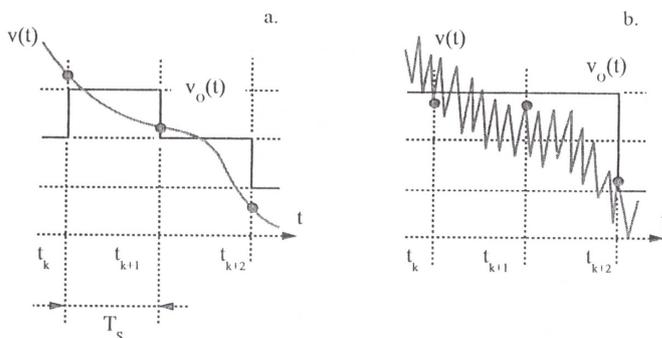


Figura 2.2: Acquisizioni senza rumore (a) e con rumore (b) [5]

Si suppone di avere un segnale  $x(t)$  da quantizzare. Una quantizzazione semplice porterebbe a troncare i valori di  $x(t)$  al valore più vicino deformandolo; Invece applicando del rumore bianco e quantizzando il segnale  $n$  volte otterremo una matrice di valori  $C \times n$  dove  $C$  è il numero di campioni presi nel periodo e  $n$  il numero di acquisizioni eseguite. Essendo il rumore casuale anche la matrice dell'errore di quantizzazione corrispondente alla matrice  $C \times n$  ha valori casuali. Ora effettuando una media sui valori del singolo campione si ottiene un valore finale  $v'(t)$  che si avvicina al valore atteso più di quanto non faccia lo stesso valore finale senza l'applicazione del rumore: comparando i due errori di quantizzazione si verifica che l'errore nel caso del rumore è minore.

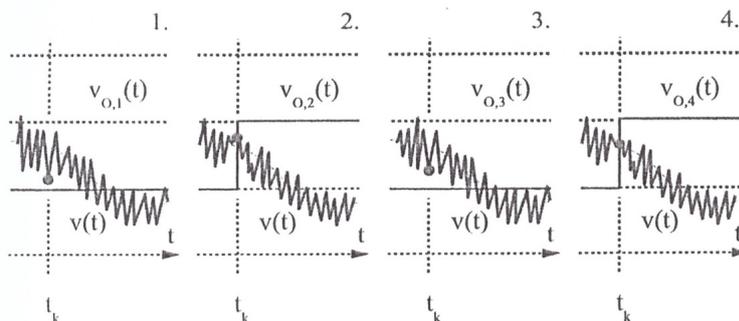


Figura 2.3: Acquisizioni multiple [5]

Da notare il fatto che la sola aggiunta di rumore al segnale non comporta alcun beneficio, anzi spesso determina un deterioramento dell'informazione; solo aggiungendo l'operazione di media dei valori ripetuti si riesce ad ottenere una ricostruzione più fedele al segnale originale

## 2.8 Algoritmi di Dithering

Nel corso del tempo sono stati sviluppati diversi algoritmi per l'applicazione del dithering, alcuni molto differenti tra loro e ciascuno con peculiarità differenti e con risultati altrettanto vari a seconda del loro campo di applicazione.

Nell'elaborazione delle immagini il dithering ha trovato ampia applicazione e ne sono state sviluppate numerose tecniche, alcune delle quali verranno riprese nel prossimo capitolo; per esempio il Dithering Ordinato che associa il rumore secondo una matrice ripetuta, il Dithering casuale che introduce un rumore stocastico, il Dithering ponderato che associa il rumore secondo una media calcolata, il Dithering diffuso che distribuisce l'errore negli elementi adiacenti, che è forse uno degli algoritmi più utilizzati e poi vi sono molte sue varianti per esempio le più famose, il Dithering di Albie e il Dithering di Jarvis.

## 2.9 Il Dithering rispetto ad altre tecniche di riduzione del rumore

Un'altra tecnica di riduzione del rumore di quantizzazione è il noise shaping. Esso agisce misurando l'errore di quantizzazione e memorizzandolo per applicarlo al campione successivo prima della fase di quantizzazione. Questo imita un sistema di controllo a retroazione in cui l'uscita viene costantemente comparata col valore atteso e la differenza viene aggiunta al campione subito dopo.

Invece il dithering migliora l'approssimazione della misura introducendo del rumore bianco che però va ad aumentare il rumore di fondo sulla misura; in alcune applicazioni come può essere il campo audio il dispositivo utilizzatore non è sensibile allo stesso modo a tutte le frequenze e pertanto tramite una modellazione del rumore nel dominio della frequenza si riesce a spostare il rumore al di fuori del campo di applicazione, dove non causa disturbo.



## Capitolo 3

# Applicazioni del dithering

### 3.1 Il dithering nell'elaborazione di immagini

Uno dei campi in cui il dithering ha trovato maggior applicazione è sicuramente il campo dell'elaborazione delle immagini, spesso dovuto al fatto che le immagini originali vengono generate ad alta risoluzione e devono poi essere rappresentate in apparecchiature a risoluzione minore, a causa del limite tecnologico del dispositivo oppure per ridurre il peso abbassando la gamma di colori in una palette di tonalità minori. Applicando il dithering è possibile rappresentare immagini con gamma di valori minori sfruttando la percezione spaziale dell'uomo in cui il singolo pixel viene percepito in funzione di quelli circostanti. Di conseguenza distribuire l'errore permette all'occhio umano di renderlo meno evidente, facendolo apparire come un disturbo generalizzato che consente la distinzione dell'informazione principale rappresentata. In questo campo sono state sviluppate numerose tecniche di dithering, nelle prossime sezioni verranno illustrate le più diffuse.

### 3.2 Dithering ordinato

L'ordered dithering è uno dei primi algoritmi sviluppati e consiste nell'applicare alla matrice di pixel di cui è composta l'immagine una matrice  $M$  di dimensioni arbitrarie prima della fase di quantizzazione, dove in alcuni casi il valore aggiunto a ciascun pixel potrebbe determinare il passaggio alla soglia maggiore.

Spesso la matrice  $M$  scelta è quadrata di dimensioni multiple di 2 e prende il nome di matrice di Bayer; la regola generale per la sua composizione consiste nel riempire la matrice di valori progressivi

$$M(2x2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

e successivamente riordinarla in modo tale che gli elementi adiacenti a ciascun indice abbiano valori il più distante possibile, per esempio la matrice precedente

potrebbe essere riordinata in questo modo:

$$M(2x2) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

La matrice viene poi normalizzata per ridurre l'impatto nei valori al più al valor minimo.

$$M(2x2) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

La matrice M può anche essere ruotata o invertita in modo speculare senza alterare la funzionalità dell'algoritmo, e le matrici di Bayer possono essere generate in modo ricorsivo attraverso una semplice formula:

$$M_{2n} = \begin{pmatrix} ((2n)^2 \times M_n + 3) & (2n)^2 \times M_n + 1 \\ (2n)^2 \times M_n + 2 & (2n)^2 \times M_n \end{pmatrix} \frac{1}{2n^2} \quad (3.3)$$

Viene quindi sommata alla matrice di pixel originale e quindi quantizzata. Questo algoritmo presenta il grosso vantaggio della semplicità di implementazione dai calcolatori tuttavia l'errore appare come una sorta di trama che si ripete periodicamente lungo l'immagine impartendone un aspetto innaturale. Questo effetto appare molto evidente utilizzando soltanto due colori

Spesso vengono applicate matrici di indici non multiple di 2 ma con numerazioni e indici appositi. Un esempio è il Void and Cluster algorithm (Robert Ulichney, 1983) che si propone di ridurre l'effetto innaturale causato dalla tassellazione periodica lungo l'immagine riarrangiando la matrice degli indici complessiva distribuendo in modo più uniforme i singoli elementi di variazione dell'immagine, che appariranno asimmetrici e quindi inibendo l'aspetto a trama introdotto nell'ordered dithering.

### 3.3 Dithering casuale

Nell'ordered dithering è stato illustrato come all'immagine originale venga applicata una matrice prefissata di valori il cui effetto è una rappresentazione dell'immagine con la presenza di trame e artefatti che si ripetono periodicamente lungo la matrice di pixel. In opposizione al dithering ordinato è nato il dithering casuale in cui gli indici della matrice M complessiva dei valori applicati all'immagine originale sono calcolati in modo casuale; questo impedisce la creazione di artefatti in quanto non vi è nessun segno di una struttura ripetuta secondo un determinato schema, tuttavia la casualità dei valori genera una forma di rumore bianco distribuito in tutta l'immagine che appare granulosa e inaccurata.

Questo algoritmo si presta molto bene in applicazioni in cui la non presenza di artefatti supera di importanza la fedeltà dei toni all'immagine originale. Per esempio un'immagine contenente un gradiente di sfumature di tonalità dal bianco al nero viene visualizzato meglio rispetto all'algoritmo di dithering ordinato

in cui le trame che si ripetono costantemente sono decisamente visibili e vengono associate ad un rumore a bassa frequenza.

### 3.4 Dithering Ponderato

Detto anche average dithering, viene generalmente utilizzato per trasformare immagini a colori o con gradienti di grigio in bianco e nero. Si basa su un principio molto semplice: viene predefinito un valore di soglia al di sopra del quale i pixel verranno quantizzati come bianchi oppure al di sotto come neri. La qualità del risultato dipende sia dal contenuto iniziale dell'immagine sia dalla soglia che deve essere scelta attentamente; solitamente corrisponde al valore medio di tutti i pixel che compongono l'immagine. Questo è forse uno degli algoritmi più semplici da utilizzare dato che rispetto alla semplice quantizzazione introduce un calcolo più responsabile del valore di soglia.

### 3.5 Dithering diffusivo o di Floyd-Steinberg

Una tecnica delle più utilizzate è il dithering diffusivo, detto anche algoritmo di Floyd-Steinberg dai nomi di chi lo proposero per primi nel 1976.

La caratteristica principale di questo algoritmo è la distribuzione dell'errore del singolo pixel a quelli adiacenti rendendo meno evidente la transizione di soglia e dando l'illusione di una variazione di tonalità continua. Più nel dettaglio, la distribuzione dell'errore è calcolata tramite dei coefficienti proporzionali all'errore ben definiti: 5/16 al pixel sottostante, 7/16 al pixel a destra, 3/16 al pixel in basso a sinistra e 1/16 al pixel in basso a destra. In forma matriciale considerando il pixel in questione al centro la matrice dei coefficienti di distribuzione è

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{7}{16} \\ \frac{3}{16} & \frac{5}{16} & \frac{1}{16} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Quindi in una matrice 3x3 rappresentante l'errore di quantizzazione di questo tipo (per semplicità ipotizziamo solo il valore centrale a 1)

$$M_e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

L'errore viene riportato moltiplicandolo ai coefficienti:

$$M_e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4375 \\ 0.1875 & 0.3125 & 0.0625 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

L'algoritmo effettua il calcolo della distribuzione dell'errore partendo dal pixel in alto a sinistra e si muove da sinistra a destra e dall'altro al basso. Questo giustifica i coefficienti azzerati sopra e a sinistra del pixel in esame: l'errore di quantizzazione viene trasferito ai pixel adiacenti non ancora quantizzati mentre lascia invariati gli altri; questo permette all'algoritmo di essere svolto senza memorizzare i valori dei singoli errori e di essere svolto quindi al momento. In Fig. un esempio di applicazione dell'algoritmo di Floyd-Steinberg.

Un altro algoritmo di dithering diffusivo è il Jarvis dithering, sviluppato nello stesso anno del Floyd-Steinberg e formulato da Jarvis, Judice e Ninke; questo algoritmo è molto simile al Floyd-Steinberg se non che la matrice di distribuzione si sviluppa fino a due righe sotto e due colonne prima e dopo al pixel in esame, cosa che costringe il calcolatore a tenere memoria degli errori delle due righe successive e che all'epoca era abbastanza impegnativa da sostenere in fase di calcolo e per questo non ebbe il successo di Floyd-Steinberg. Inoltre a differenza di quest'ultimo la matrice diviene normalizzata applicando un coefficiente totale pari a  $\frac{1}{48}$ .

$$M_e = \frac{1}{48} \begin{pmatrix} 0 & 0 & x & 7 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

### 3.6 Altre tecniche di dithering nell'elaborazione di immagini

Un altro caso di utilizzo del dithering riguarda lo scatto di fotografie in astronomia. Per riprese di immagini molto lunghe solitamente si suddividono gli scatti in diverse sequenze con pose differenti che successivamente vengono assemblate ed elaborate per produrre lo scatto finale. Quando viene scattata una fotografia eventuali difetti nel sensore o nella sua copertura potrebbero offuscare una particolare zona: applicando del dithering muovendo leggermente la fotocamera tra uno scatto e l'altro permette di suddividere l'eventuale errore presente in un punto nei vari scatti e quindi ridurne sensibilmente l'impatto nell'elaborato.

In questa casistica l'errore introdotto corrisponde al movimento casuale improntato alla macchina ed eventuali difetti fissi (comunemente detti hot pixels) producono un rumore di quantizzazione che si distingue dai valori circostanti e può essere filtrato via oppure distribuito in modo efficace sui pixel adiacenti. Questa pratica è divenuta così comune da essere svolta automaticamente da alcuni telescopi moderni, richiede un certo numero di scatti minimo e produce un ottimo effetto aumentando il rapporto segnale-rumore (SNR).



Figura 3.1: Rumore in un set di acquisizioni fotografiche: si può intravedere il cosiddetto ‘Walking noise’ dovuto allo scorrimento relativo degli astri tra uno scatto e l’altro [7]

### 3.7 Dithering nell'elaborazione audio

Analogamente al campo di applicazione dell'elaborazione di immagini, anche nel campo audio spesso avviene la trasformazione di una traccia da una risoluzione maggiore in una minore, con conseguente generazione di errori di quantizzazione che si traducono in distorsioni dovute al troncamento dei valori durante il passaggio dalla scala di valori originale. Per esempio spesso le tracce audio di canzoni vengono registrate in studi appositi con una profondità di bit di 24-32 bit e poi quantizzate nuovamente per essere trascritte nei cd audio con ampiezza a 16 bit oppure per ragioni legate alle dimensioni dei file viene ridotta la risoluzione audio ad una profondità di bit minore. Applicando dither al suono le tracce sono in grado di mantenere il loro range dinamico e in effetti audio come il fade-out in cui l'ampiezza viene progressivamente ridotta fino a scomparire dalla traccia audio eventuali distorsioni dovute alla discretizzazione dei valori vengono attenuate mantenendo un risultato più fedele alla traccia originale.

### 3.8 Dithering nella trasmissione e ricezione di segnali

Nella trasmissione di segnali via fibra ottica un effetto che limita la potenza di trasmissione è lo Stimulated Brillouin Scattering, un effetto ottico principalmente dovuto alla non linearità del materiale trasmissivo. Senza entrare troppo nel dettaglio, visto lo spessore dell'argomento, il fenomeno riguarda la rifrazione di un fotone incidente al mezzo di trasmissione da cui può risultare un fotone movente in direzione inversa e di energia leggermente più bassa e un fonone. Questo feno-

meno può creare dei disturbi limitando la potenza trasmessa, e secondo alcuni studi attraverso l'applicazione di dither è possibile limitarne l'effetto. [1]

### 3.9 Altre applicazioni del dithering

Il dithering è sicuramente utilizzato in molte applicazioni in diversi campi, di questi per esempio nella modulazione pwm, per il comando di azionamenti oppure nella trasmissione di segnali il dithering è impiegato per ridurre il rumore elettromagnetico prodotto.

Nel campo industriale vi sono studi che riportano il positivo effetto del dithering in alcuni utilizzi di azionamenti; secondo un articolo infatti l'applicazione di rumore ad alta frequenza ha migliorato le prestazioni di alcuni azionamenti a controllo di coppia in termini di riduzione del ripple del flusso e di riduzione del rumore acustico nel range di funzionamento del motore [6].

Sempre nel campo industriale ci sono studi riguardanti l'utilizzo dell'effetto dither per contrastare gli attriti statici negli azionamenti, oppure è stato utilizzato su inverter di potenza per rettificare una zona non lineare di un diodo [8]. Nella stampa digitale invece per trasformare i contenuti nella risoluzione del formato di stampa viene utilizzato l'halftoning, anche se viene spesso accostato al dithering data la similarità.

In sismologia la strumentazione di misura deve essere molto accurata e allo stesso tempo coprire il più vasto range dinamico possibile. Data la natura logaritmica della misura dei fenomeni sismici è necessario avere un alto numero di bit per permettere una scala sufficientemente accurata alle basse magnitudo ma sufficiente a poter quantizzare le magnitudo più alte. Uno dei metodi più diffusi per aumentare il range dinamico è proprio il dithering che applicato al segnale consente di 'arrotondare' il segnale di input aggiungendo componenti spettrali ad alta frequenza con l'effetto di un aumento generalizzato del range dinamico. In Fig. 3.2 viene riportato l'effetto del dithering in un'onda sinusoidale usato nel caso applicativo appena citato. [3]

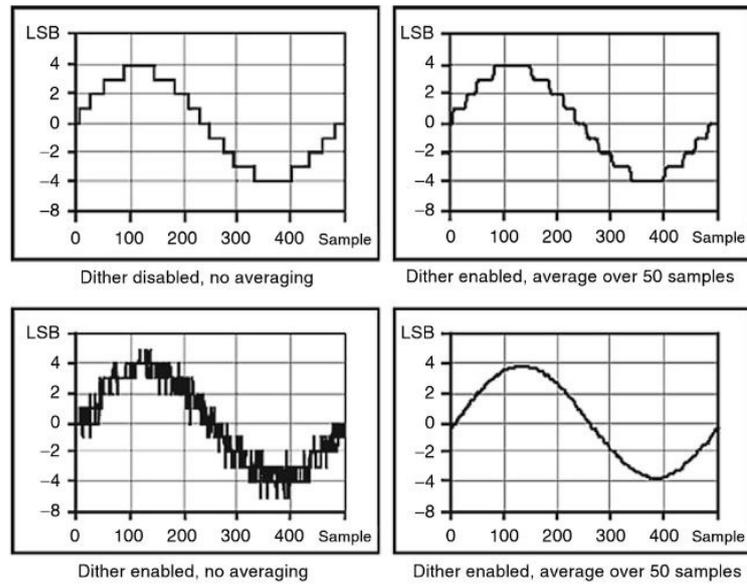


Figura 3.2: Effetti di dithering e media dei campioni in un'onda sinusoidale: il risultato è notevole [3]



## Capitolo 4

# Esempio dimostrativo

Delle varie applicazioni del dithering illustrate, verranno descritte alcune implementazioni pratiche nel campo dell'elaborazione delle immagini, data la semplicità di esecuzione e il vasto utilizzo dei vari algoritmi. Verranno utilizzate delle immagini ed applicato del dither, quindi verrà analizzato il risultato e messo a confronto con i risultati precedenti. Lo strumento utilizzato per la simulazione e la raffigurazione dei segnali è Matlab.

### 4.1 Implementazione in Matlab del dithering alle immagini

Nel terzo capitolo sono stati illustrati gli algoritmi di dithering più utilizzati nel campo dell'elaborazione delle immagini: ora verranno utilizzati nella rappresentazione di un'immagine in tonalità di grigio da una profondità di 8 bit alla profondità di 1 bit utilizzando la libreria di matlab Image Processing Toolbox. L'immagine originale in esame è in formato jpeg ed ha risoluzione di 512x512 pixel.

### 4.2 Acquisizione immagine

Prima di tutto si parte dalla lettura dell'immagine in matlab: per semplicità si lavorerà su tonalità di grigio per far risaltare il comportamento nei diversi algoritmi di dithering. Una volta acquisita l'immagine si procede alla sua trasformazione in scala di grigi tramite la funzione di matlab `rgb2gray` dato che l'originale è a colori. Successivamente si ricava la matrice dei valori dei singoli pixel tramite la funzione `im2double` e le sue dimensioni che serviranno poi per effettuare elaborazioni di tutti i valori presenti nella matrice.

```
2 %acquisizione dell'immagine e conversione in scala di grigi
3 - immagine = imread('images/lenna.jpg');
4 - immagine = rgb2gray(immagine);
5
6 %generazione della matrice corrispondente di valori e determinazione della
7 % sua dimensione
8 - Z = im2double(immagine)-0.00000001;
9 - N = size(Z,1);
```

Figura 4.1: Acquisizione dell'immagine e trasformazione in tonalità di grigi

### 4.3 Quantizzazione senza dithering

Per prima cosa verrà implementato l'effetto di una quantizzazione semplice senza alcun dithering alla profondità di 1 bit. Dalla matrice dei pixel  $Z$  è stata calcolata la matrice della nuova immagine applicando un offset generalizzato di 0,5 corrispondente al 50% del LSB, e poi è stato effettuato il troncamento tramite la funzione `floor` e quindi visualizzata l'immagine corrispondente alla nuova matrice di pixel.

```
12 %semplice quantizzazione a 1 bit
13 - A = floor(Z+0.5);
14 - I = mat2gray(A);
15 - imshow(I)
16
17 - figure(1) %mostro l'immagine originale nella finestra 1
18 - imshow(immagine)
19
20 - figure(2) %mostro l'immagine quantizzata nella finestra 2
21 - imshow(I)
```

Figura 4.2: Quantizzazione con soglia del 50%

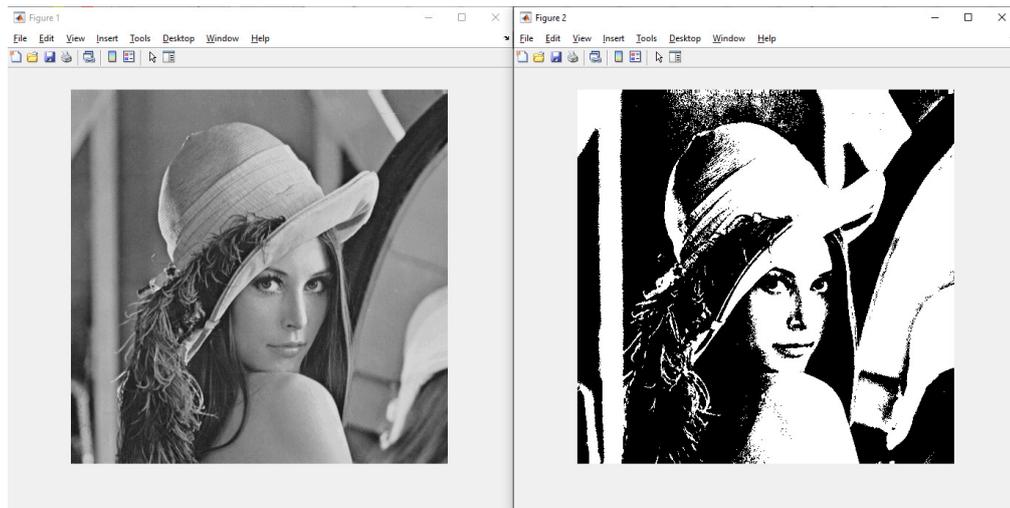


Figura 4.3: L'immagine originale in scala di grigi e la stessa immagine quantizzata al 50% di soglia

In 4.3 possiamo vedere immagine originale e immagine quantizzata. Si può notare chiaramente l'effetto di troncamento soprattutto nelle sfumature dello sfondo nella parte alta dell'immagine.

#### 4.4 Dithering ordinato

Applicazione del dithering ordinato: come già illustrato in 3.2 il dithering ordinato impone un offset ai pixel adiacenti sulla base della matrice  $M$ :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{7}{16} \\ \frac{3}{16} & \frac{5}{16} & \frac{1}{16} \end{pmatrix}$$

Nel codice la matrice  $M$  viene ripetuta in orizzontale e verticale nella matrice dei pixel dell'immagine originale tramite la funzione `repmat`, il numero di ripetizioni viene calcolato arrotondato positivamente in maniera tale da coprire tutta l'immagine.

```
23 %aggiunta di rumore casuale prima della quantizzazione
24 M = (1/4)*[0,2;3,1];
25
26 numero_ripetizioni = floor(N/size(M,1)) +1;
27 Mrip = repmat(M, 1, numero_ripetizioni);
28 Mrip = repmat(Mrip, numero_ripetizioni, 1);
29 Mrip = Mrip(1:N,1:N);
30
31 A = floor(Z+Mrip);
32 I = mat2gray(A);
33
34 figure(1) %mostro l'immagine originale nella finestra 1
35 imshow(immagine)
36
37 figure(2) %mostro l'immagine quantizzata nella finestra 2
38 imshow(I)
```

Figura 4.4: Algoritmo di dithering ordinato

Nell'immagine ottenuta si può intravedere da subito l'effetto del dithering nel risultato finale: nonostante la profondità di colore sia sempre pari ad 1 bit, l'effetto visivo risulta nettamente migliorato. Questo è dovuto alla percezione spaziale dell'uomo che in presenza di diversi colori tende ad uniformare la zona ad un colore unico.

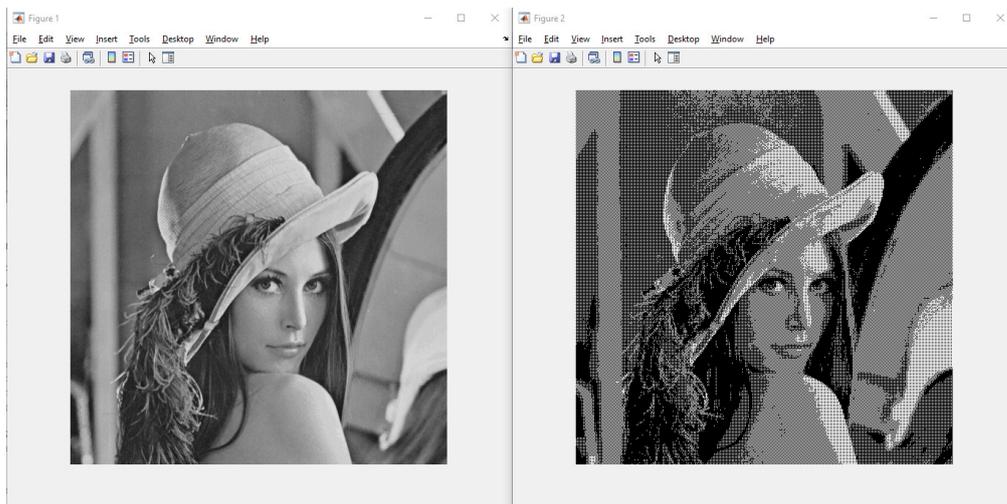


Figura 4.5: L'immagine risultante con algoritmo di dithering ordinato



Figura 4.6: Dettaglio del dithering ordinato, si può vedere la presenza di una trama che si ripete periodicamente

Guardando bene nel dettaglio si può facilmente notare la presenza di artefatti in particolare la trama della matrice di quantizzazione che si ripete lungo l'immagine.

## 4.5 Dithering casuale

Come primo algoritmo nel tentativo di migliorare il risultato si prova il dithering casuale, applicando del rumore casuale all'immagine. In 4.7 il codice utilizzato per generare del rumore stocastico tramite la funzione rand.

```
42 %aggiunta di rumore casuale prima della quantizzazione
43 - rumore = rand(N)-0.5;
44 - A = floor( Z+rumore+0.5);
45 - I = mat2gray(A);
46
47 - figure(1) %mostro l'immagine originale nella finestra 1
48 - imshow(immagine)
49
50 - figure(2) %mostro l'immagine quantizzata nella finestra 2
51 - imshow(I)
```

Figura 4.7: Aggiunta di rumore casuale prima della quantizzazione

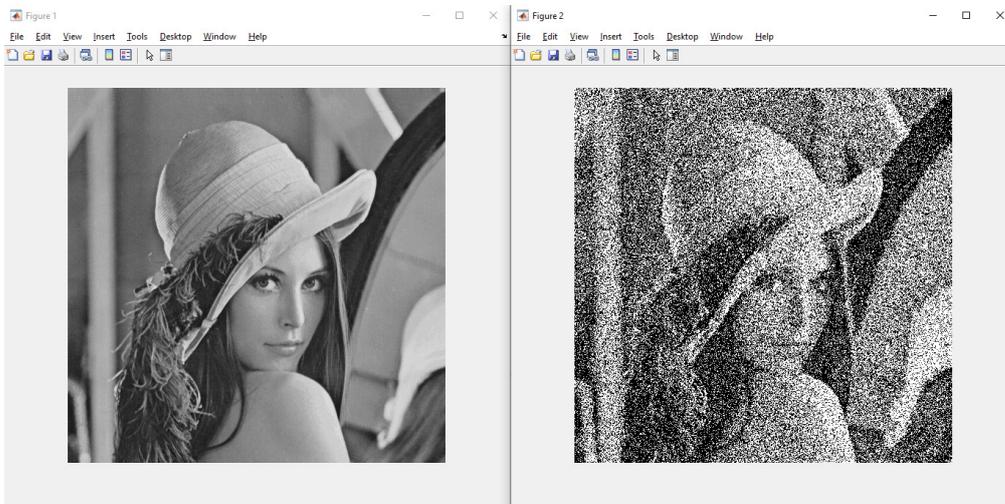


Figura 4.8: Effetto del rumore casuale. Non si notano artefatti periodici, ma è presente un disturbo di fondo generalizzato in tutta l'immagine

Il risultato è un rumore distribuito che non presenta artefatti ma è presente in tutta l'immagine

## 4.6 Dithering diffusivo

Si prova ora ad applicare l'algoritmo diffusivo di Floyd-Steinberg: ogni pixel viene quantizzato e l'errore calcolato come differenza dal valore originale viene applicato ai pixel adiacenti secondo i coefficienti della matrice degli indici  $M$  vista precedentemente.

```

53
54 %algoritmo di Floyd-Steinberg
55 - for x = 1:N
56 -     for y = 1:N
57 -         pixel_originale = A(x,y); %salvo il valore originale per il calcolo
58 -             %dell'errore
59 -         pixel_elaborato = round(pixel_originale);
60 -         A(x,y) = pixel_elaborato;
61 -         errore_quantizzazione = pixel_originale - pixel_elaborato;
62 -         %distribuisco l'errore ai pixel adiacenti
63 -         if y<N
64 -             A(x ,y + 1) = A(x ,y + 1) + errore_quantizzazione * 5 / 16;
65 -         end
66 -         if x<N
67 -             A(x + 1,y)= A(x + 1,y) + errore_quantizzazione * 7 / 16;
68 -         end
69 -         if ( x>1 ) && ( y<N )
70 -             A(x - 1,y + 1) = A(x - 1,y + 1) + errore_quantizzazione * 3 / 16;
71 -         end
72 -         if ( x<N ) && ( y<N )
73 -             A(x + 1,y + 1) = A(x + 1,y + 1) + errore_quantizzazione * 1 / 16;
74 -         end
75 -     end
76 - end
77 - I = mat2gray(A);
78
79 - figure(1) %mostro l'immagine originale nella finestra 1
80 - imshow(immagine)
81
82 - figure(2) %mostro l'immagine quantizzata nella finestra 2
83 - imshow(I)

```

Figura 4.9: Implementazione dell'algoritmo di Floyd-Steinberg

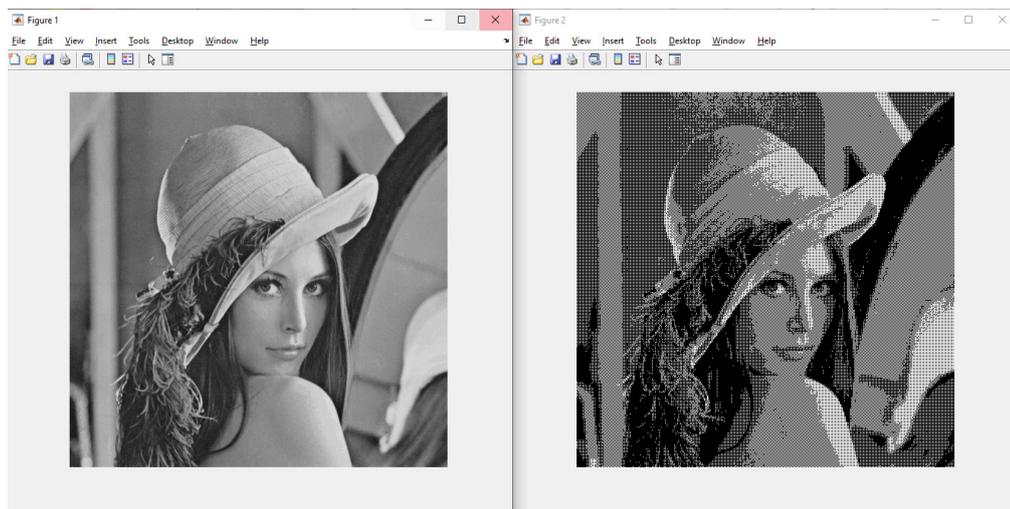


Figura 4.10: Risultato del dithering diffusivo con algoritmo di Floyd-Steinberg



Figura 4.11: Dettaglio dell'immagine elaborata con algoritmo Floyd-Steinberg

Sembra quindi evidente l'effetto del dithering nell'immagine riquantizzata e che ai diversi algoritmi di calcolo corrisponda un effetto differente; il dithering ordinato ha ottimi risultati se non per l'introduzione di artefatti periodici, al contrario il dithering casuale non mostra una trama ben definita tuttavia il rumore influenza tutta l'immagine. L'algoritmo di Floyd-Steinberg invece ha ottime apparenze nonostante sia più costoso in elaborazione dovendo ridistribuire l'errore ai pixel adiacenti e rappresenta un buon compromesso dando più naturalezza al risultato.

# Conclusioni finali

Nel corso di questa tesi sono stati illustrate le varie applicazioni della tecnica del dithering e dove questa si posiziona nella catena di acquisizione dati. Sono state illustrate diverse applicazioni in cui ha trovato applicazione e i miglioramenti che ha portato ai vari casi, sono state confrontate le applicazioni di diverse tecniche allo stesso caso per mostrarne le differenze.

Chiaramente molti dei casi citati richiederebbero uno studio approfondito per descrivere il fenomeno e la modalità di applicazione del dithering in modo accurato e soprattutto dal punto di vista ingegneristico; quindi oltre l'obbiettivo di questa tesi di fornire una panoramica generale di come questa tecnica viene utilizzata al giorno d'oggi.

Riassumendo il dithering é una tecnica che controintuitivamente riesce a produrre dei miglioramenti notevoli al risultato finale dell'applicazione, come dimostrato nelle implementazioni viste nel capitolo 4.

Ne esistono molte applicazioni, alcune di queste molto specifiche in ambiti particolari e che richiedono uno studio approfondito, altre invece che vengono usate in circostanze più ordinarie, e le implementazioni effettuate mostrano quanto semplice può essere applicarlo in alcuni casi.

Nelle varie forme ogni tecnica ha dei punti di forza e di debolezza e questo lo rende in un certo versatile per essere applicato in diversi ambiti; specialmente nel mondo moderno in cui l'elaborazione digitale ha assunto un carattere di rilievo la capacità dei sistemi di eseguire misurazioni e produrre risultati più accurati mediante elaborazione dei dati rappresenta un buon punto di forza, che unito poi ad altre applicazioni di elaborazione può portare a ottimi risultati in tutti i campi dell'ingegneria.

# Bibliografia

- [1] L. Brillouin. Diffusion de la lumière et des rayonnements x par un corps transparent homogène; influence de l'agitation thermique.
- [2] Robert W. Floyd and Louis Steinberg. *An Adaptive Algorithm for Spatial Grayscale*.
- [3] Gerardo Alguacil Jens Havskov. Instrumentation in earthquake seismology.
- [4] Bob Katz. The secrets of dither.
- [5] Alessandro Sona Matteo Bertocco. *Introduzione alle misure elettroniche*.
- [6] T. Noguchi, M. Yamamoto, S. Kondo, and I. Takahashi. Enlarging switching frequency in direct torque-controlled inverter by means of dithering. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 35(6):1358–1366, 1999.
- [7] Marco Rapino. Il dithering in astrofotografia.
- [8] I. Takahashi. Power factor improvement of a diode rectifier circuit by dither signals. In *Conference Record of the 1990 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pages 1289–1294 vol.2, 1990.
- [9] Robert Ulichney. The void-and-cluster method for dither array generation.