



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA  
Dipartimento di Filosofia, Sociologia,  
Pedagogia e Psicologia applicata

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN  
SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

TESI DI LAUREA

# “Ser un cero a la izquierda”: Una ricerca sulla comprensione numerica e linguistica dello zero nei bambini e nelle bambine di età prescolare

Relatrice  
Daniela Lucangeli

Correlatrice  
Annamaria Porru

Laureanda  
Anna Chiara Mengo

Matricola: 1235937

Anno accademico: 2023/2024

## INDICE

INTRODUZIONE.....	4
CAPITOLO 1: La cognizione numerica .....	5
1.1 La cognizione numerica nell'essere umano.....	5
1.1.1 Meccanismi numerici innati nell'essere umano .....	9
1.2 La cognizione numerica negli animali.....	11
1.3 La storia del numero.....	14
1.4 Il cervello matematico .....	16
1.5 La matematica e la scuola .....	21
CAPITOLO 2: lo zero .....	27
2.1 Breve storia del numero zero .....	27
2.2 Evidenze scientifiche sulla comprensione dello zero.....	28
2.3 Lo zero e la scuola .....	33
CAPITOLO 3: Linguaggio e matematica.....	35
3.1 Competenze linguistiche e competenze matematiche.....	35
3.2 Il ruolo dei quantificatori.....	39
CAPITOLO 4: La ricerca .....	43
4.1 Le domande di ricerca .....	44
4.1.1 La quantità zero viene elaborata come gli altri insiemi di quantità? 44	
4.1.2 Esiste una differenza fra coloro che conoscono la cardinalità "nessuno" e coloro che conoscono la cardinalità "zero" nell'accuratezza dei compiti di aritmetica?.....	44
4.1.3 In che misura le difficoltà dovute alla lingua hanno inciso sui risultati dei test nei bambini la cui lingua madre non è l'italiano o in chi ha difficoltà linguistiche?.....	45
4.2 I partecipanti.....	45
4.3 Procedura .....	46

4.4 Analisi dei dati .....	48
4.4.1 La quantità zero viene elaborata come gli altri insiemi di quantità? 49	
4.4.2. Esiste una differenza fra coloro che conoscono la cardinalità “nessuno” e coloro che conoscono la cardinalità “zero” nell’accuratezza dei compiti di aritmetica?.....	50
4.4.3 In che misura le difficoltà dovute alla lingua hanno inciso sui risultati dei test nei bambini la cui lingua madre non è l’italiano o in chi ha difficoltà linguistiche?.....	51
4.6 Discussione .....	55
4.7 Riflessioni educative e didattiche.....	57
Conclusioni .....	60
Riferimenti.....	62
Allegati .....	71
Allegato n.1 .....	71

## INTRODUZIONE

Il concetto di intelligenza numerica nei bambini è stato ampiamente studiato, Dehaene (2010) ha affermato che nasciamo con il così detto “Number Sense” che ci permette di discriminare le numerosità fin dai primi giorni di vita (Bijeljac-Babic et al., 1993) e di eseguire piccole operazioni non simboliche (Wynn, 1998). Successivamente grazie all’educazione e alla cultura affiniamo queste abilità generali (Butterworth, 2000). Questo processo sembra essere qualitativamente diverso rispetto a quello che sottostà alla comprensione degli altri numeri per un numero particolare come lo zero (Hartmann, Herzog, & Fritz, 2022). Per questo nel presente studio cercheremo di indagare i processi che sottostanno all’elaborazione della quantità zero e quelli che stanno alla base dell’elaborazione delle altre quantità, cercando possibili differenze fra i due. Ci si è interessati anche di verificare se chi conosce la cardinalità “zero” presenti una maggiore accuratezza nei compiti di aritmetica rispetto a chi non la conosce. I partecipanti hanno poi ispirato un’ulteriore domanda che vuole investigare possibili connessioni e influenze fra difficoltà linguistiche e abilità aritmetiche.

Hanno partecipato alla ricerca 29 bambini di età compresa fra i 52 e i 64 mesi, di cui il 52% di essi sono di seconda generazione. I task presentati hanno voluto indagare le abilità di proto-aritmetica, di comprensione di quantità e dello zero, di cardinalità dei numeri. Le informazioni rispetto le difficoltà linguistiche sono state fornite dalle insegnanti di sezione.

Dai risultati ci si aspetta che vi siano differenze nell'accuratezza dei compiti aritmetici fra bambini che conoscono la cardinalità dello zero rispetto a coloro che non la conoscono. Per quanto riguarda le difficoltà linguistiche invece si prevede che queste non influenzino le abilità aritmetiche.

# CAPITOLO 1: La cognizione numerica

## 1.1 La cognizione numerica nell'essere umano

Se si pensa al percorso di vita di una persona, si evince che nei primi mesi della sua vita, un bambino passa da un'esperienza quasi passiva di conoscenza, all'interno dell'utero materno, per poi essere il protagonista principale delle avventure che lo portano ad ampliare sempre di più la conoscenza del mondo che lo circonda. Inizia a sentire rumori e suoni, odori, a vedere luci, immagini, a toccare tutto ciò che è alla sua portata. Come fa quindi un neonato prima, un infante poi ad esprimersi?

Noam Chomsky (2002), aveva intuito che tutti gli esseri umani nascono con una predisposizione nel parlare correttamente la propria lingua madre. Sostiene infatti che ci siano degli automatismi nel riconoscere e nell'usare determinate regole fisse dell'idioma, come per esempio la concordanza di genere fra articolo e parola. Se questi meccanismi innati esistono per la lingua, perché non potrebbero esistere anche per la matematica?

Molti studiosi hanno fatto di questa domanda una ricerca scardinando anche quelli che erano i caposaldi della pedagogia, soprattutto mettendo in dubbio gli stadi evolutivi di Piaget (2000). Il padre del costruttivismo sosteneva come le conoscenze dei bambini seguissero degli stadi precisi, successivi l'uno all'altro e che prima dei sei o sette anni un bambino non fosse ancora pronto per imparare l'aritmetica. La convinzione di Piaget derivava però da esperimenti scientifici che effettivamente provavano l'incapacità dei bambini nel "conservare il numero". I bambini venivano messi di fronte a una fila composta da sei bicchieri e un'altra di altrettante sei bottiglie, ugualmente distanziate; a questo punto veniva chiesto loro se ci fossero più bicchieri o più bottiglie. La risposta fornita era giusta: c'era lo stesso numero di bottiglie e di bicchieri. Successivamente però i bicchieri vengono distanziati maggiormente e così la fila lungo la quale sono disposti sembra essere più lunga nonostante il numero di oggetti fosse rimasto immutato. La domanda viene riproposta, ma questa volta i bambini rispondono che la fila più numerosa è quella dei bicchieri.

Viene immediato intendere che abbiano basato la loro affermazione sulla lunghezza della fila e non sulla quantità di oggetti, per questo i comportamentisti hanno sostenuto che fino ai quattro-cinque anni i bambini non abbiano ancora sviluppato un senso del numero (Piaget & Szeminska, 1968).

Poco dopo l'uscita delle teorie piagetiane, Mehler e Bever (1967), testano le abilità di conservazione del numero di bambini di età compresa fra i due anni e mezzo e i quattro anni e mezzo riproponendo tale e quale anche l'esperimento di Piaget, i cui risultati risultano essere gli stessi. Gli studiosi però variano gli oggetti da disporre nelle file, decidono di posizionare dei cioccolatini e, la domanda "dove ci sono più cioccolatini?", viene cambiata nella richiesta di "scegli la fila con i cioccolatini che vuoi mangiare, poi puoi mangiarli". I risultati dimostrano come già a due anni e mezzo i bambini possiedono la capacità di conservazione del numero, ma fra il compimento dei tre anni e otto mesi, e i tre anni e gli undici mesi, è come se questa capacità venisse messa in secondo piano per essere poi riacquisita fra i quattro anni e quattro-sette mesi.

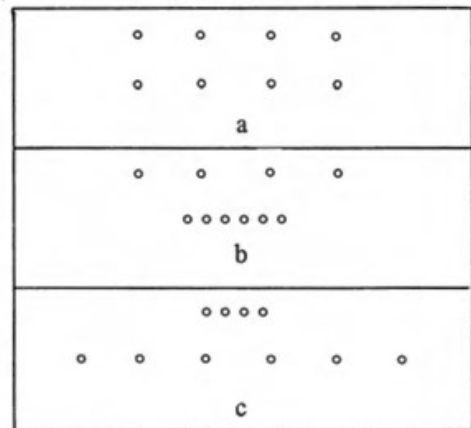


Figura 1 Esperimento conservazione del numero (Mehler & Bever, 1967)

In seguito agli esperimenti di Mehler e Bever (1967), James McGarrigle e Margaret Donaldson (1974) hanno evidenziato come, cambiando dei particolari degli esperimenti di Piaget, in questo caso il modo di porsi e le domande degli sperimentatori, i bambini riuscissero a "conservare" il numero degli oggetti presentati prima che le file di biglie venissero modificate. Questo studio mette in luce come siano moltissime le situazioni che possono influenzare le risposte ad un test, come per esempio la teoria della mente, e soprattutto rivelano abilità matematiche in bambini dai quattro ai sei anni, aprendo la strada anche a studi rispetto alla cognizione numerica su bambini molto più piccoli.

Nel 1980, Prentice Starkey conduce uno studio su bambini di età compresa fra le 18 e le 30 settimane. La ricercatrice sostiene che essi sono già in grado di percepire cambiamenti fra piccole quantità. Per dimostrare la sua tesi sottopone un campione di 72 bambini ad un test; vengono proiettate su uno schermo delle diapositive mostranti due punti, ogni volta la distanza fra i due punti aumenta ma l'attenzione dei bambini diminuisce fino a quando nello schermo appare una diapositiva riportante tre punti. Attraverso l'osservazione dello sguardo dei bambini, si è potuto constatare come il cambio di quantità ne abbia risvegliato l'attenzione poiché i bimbi si erano resi conto che è stato aggiunto un elemento alla serie di partenza (Starkey & Cooper, 1980).

Molti studi hanno dimostrato una naturale predisposizione alla matematica già dai primi momenti della vita umana e per capire e dimostrare ciò sono state vagliate varie ipotesi. Ranka Bijeljic-Babic e colleghi hanno esposto i neonati a degli impulsi sonori che variavano nel numero di sillabe e, tramite la suzione di un succhiotto appositamente preparato, hanno constatato che essi prestano attenzione al numero di suoni. (Bijeljic-Babic et al., 1993) Wynn invece ha dimostrato che già a sei mesi i bambini sono capaci di distinguere il numero di azioni compiute da un soggetto (Wynn, 1996). Questi ed altri studi dimostrano quindi, come già in tenera età, l'essere umano, possiede una rappresentazione astratta dei numeri, indipendentemente che siano recepiti tramite la vista o l'udito.

In altri esperimenti vengono mostrate, a bambini dai tre ai sei mesi, diapositive in cui ad un numero dato di immagini familiari vengono associati il corrispondente numero di suoni. Talvolta, nelle schermate appaiono immagini ma si sentono suoni discordanti per numero. Il bambino testato mostra allora di non provare interesse e attenzione ad essa. Questo studio delle psicologhe Prentice Starkey, Elizabeth Spelke e Rochel Gelman dimostra che bambini che non hanno ancora compiuto l'anno di età possiedono una rappresentazione numerica astratta (Starkey et al., 1983; Starkey et al., 1990).

Dalla prima infanzia i bambini possiedono quindi una rappresentazione astratta dei numeri, riescono però anche a *"far di conto"*? La risposta a questa domanda è affermativa: ci sono studi che dimostrano come fin dalla più tenera età gli esseri umani riescono a sommare e a sottrarre piccole quantità di numeri. Karen Wynn (1992), osservando i bambini di quattro e cinque anni, si accorge di come essi rendono conto quando le basilari leggi fisiche non vengono rispettate, come per esempio che è impossibile che due oggetti si compenetrino o che spariscono. Decide quindi, a partire da questo presupposto, di testare queste attitudini logiche tramite un teatrino di marionette. Lo sperimentatore poneva al centro del palco un pupazzo di Topolino e poi lo schermo si alzava fino a coprirlo. L'azione viene ripetuta una seconda volta, viene inserito un altro Topolino. Ci si aspetta che dietro allo schermo quindi vi siano due pupazzi, ma quando veniva abbassata la barriera, ecco che appariva solo un Topolino. I bambini rimasero stupiti, e lo si è potuto notare misurando il tempo che passarono

per analizzare questa scena così priva di fondamenti fisici rispetto a quello scorso guardando la scena con il risultato previsto.

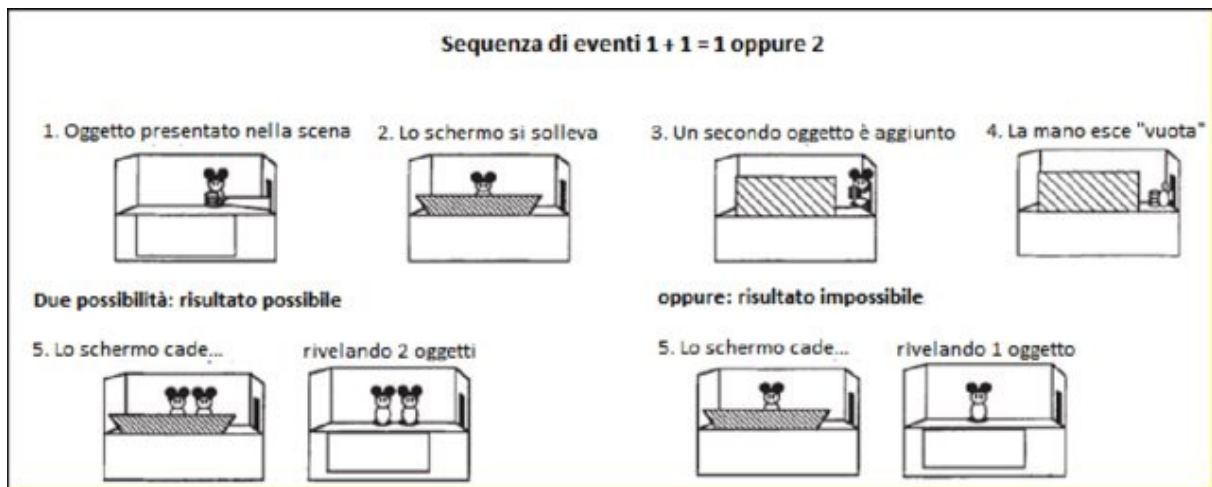


Figura 2 Illustrazione del compito utilizzato nell'esperimento di Wynn (1992) nella condizione di "addizione"

Da questi risultati allora, Wynn capisce che i bimbi avevano sommato intuitivamente i due oggetti entrati in scena e che si erano accorti che il risultato pronosticato non si era verificato. In ogni caso è bene sottolineare però che ci si aspetta che i bambini, al di là di un certo limite non siano più capaci di distinguere il numero  $n$  dal suo successore.

Un altro limite dei bambini piccoli sembra essere determinato dalla traiettoria spazio-temporale che l'oggetto percorre. Per esempio, se si fanno uscire alternativamente dalla sinistra e dalla destra di uno schermo due oggetti diversi (un anatroccolo e un camioncino) senza che il bambino li veda insieme, esso penserà che esista solo un oggetto, anche se ha cambiato forma. Il bambino quindi non si sorprenderà se, una volta abbassato lo schermo, ci sarà uno solo fra il camioncino e l'anatroccolo. Al contrario, se ci dovesse essere una finestra che divide lo schermo, allora il bimbo si sorprenderebbe a vederne solo uno poiché sarebbe impossibile per l'oggetto passare da destra a sinistra senza essere visto attraverso la finestrella. (Xu & Carey, 1996)

Molto interessante è notare come l'aritmetica abbia affondato le sue radici sulle leggi fondamentali della fisica. È quindi probabile che sia questo uno dei motivi per cui pur senza un'alfabetizzazione numerica formale, anche i bambini più piccoli conoscano queste leggi.



### 1.1.1 Meccanismi numerici innati nell'essere umano

La capacità dell'essere umano di riconoscere piccole quantità in un tempo particolarmente ridotto è da ricercare nella capacità di “subitizzazione”, un meccanismo quasi istantaneo di riconoscimento delle quantità.

Questo metodo lo si usa quotidianamente e inconsciamente, quando si riesce a identificare un gruppo di tre, quattro o cinque oggetti senza doverne contare ogni singolo individuo. E anche quando si deve contare qualcosa, è facile che automaticamente si raggruppino le unità in coppie, o in gruppi da tre o da cinque in modo tale da fare poi più efficacemente e velocemente i conti.

Mandler e Shebo, (1982) dimostrano infatti come il riconoscimento delle quantità uno, due o tre, sia molto più veloce rispetto a quello delle altre cifre. Studi sulla subitizzazione sono stati effettuati anche su adulti, e riportano una variabilità nell'arco di quantità riconosciute: ci sono persone che riescono ad individuare automaticamente le quantità da uno a tre, ma anche adulti che sono in grado di “subitizzare” quantità formate da una a sei unità. (Starkey & Cooper, 1995).

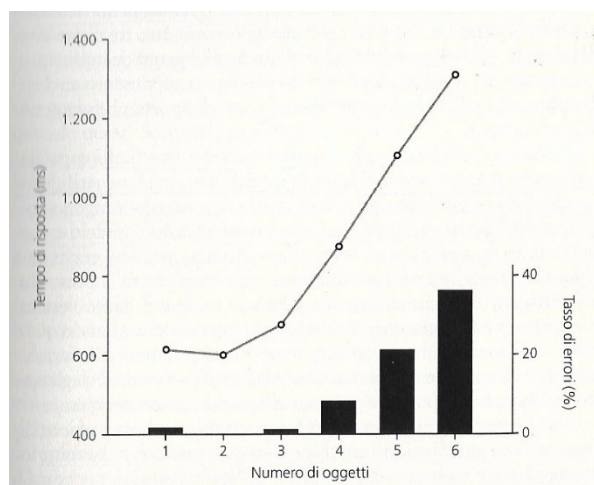


Figura 3 Il tempo impiegato per contare a voce alta un gruppo di oggetti aumenta notevolmente quando il numero è maggiore di quattro.

Da dove viene però questa capacità? Stanislas Dehaene sostiene che il meccanismo di subitizzazione “si basa sulla capacità del sistema visivo di localizzare e seguire gli oggetti nello spazio” (2010, p. 68) e che quindi i neuroni che risiedono nelle aree occipito-parietali del cervello riescano a percepire con rapidità, la posizione degli oggetti che si trovano all'interno del campo visivo. Questo meccanismo prende il nome di Object Tracking System (OTS) che, stando alla base del processo di subitizzazione, ha un limite massimo, riesce a riconoscere e visualizzare circa tre oggetti, subito dopo regna l'approssimazione.

Il sistema che entra in gioco una volta superato questo limite è l'Approximate Number System (ANS). Questo sistema cognitivo permette all'individuo di rappresentarsi una stima imprecisa di una quantità senza dover contare ogni elemento; ci sono però delle situazioni in cui questo meccanismo si confonde: tende a

sovrastimare il numero degli oggetti quando questi sono organizzati in modo regolare nello spazio, e viceversa, a sottostimarli quando sono disposti irregolarmente. (Ramani et al., 2008; Siegler et al., 2008). Un altro bias è che la stima è sensibile al contesto, e questo induce a sovrastimare o sottostimare una quantità a seconda che sia circondata da ulteriori quantità maggiori o minori. Nonostante questi errori di stima, basta solamente che venga fatta esperienza di una numerosità esatta perché il sistema di approssimazione lo prenda come punto di riferimento per le prossime stime. (Izard & Dehaene, 2008).

Si presume che l'ANS stia alla base di abilità di confronto di stima delle numerosità e le operazioni numeriche di base, come l'aritmetica approssimativa. (Dietrich et al., 2015).

Una ricerca di Kristy vanMarle (vanMarle et al., 2018) e colleghi evidenzia come i due sistemi sopracitati, vale a dire OTS e ANS, collaborino nell'acquisizione della competenza di cardinalità da parte dei bambini. I ricercatori sostengono che questi due meccanismi si susseguano senza però eliminare del tutto l'altro. Il primo meccanismo che viene sfruttato dai bambini fin dai tre anni, è Object Tracking System, il quale però, una volta mappate le parole-numero, lascia il posto all'ANS per procedere con la comprensione della successione degli altri numeri e quindi del conteggio. Questo modello prende il nome di Merge.

L'accuratezza e la rapidità nel calcolo approssimativo sono influenzati anche dall'effetto distanza e dall'effetto grandezza. Robert Moyer e Thomas Landauer, (1967) testando le abilità di persone adulte di confronto fra piccoli numeri, scoprono che per individuare il maggiore fra due numeri come sette e nove, ci impiegavano quasi mezzo secondo e la risposta risultava essere spesso errata. Perché succede questo in persone con un'intelligenza media? La risposta sta nell'effetto distanza: in un compito di confronto di grandezze numeriche, le risposte sono tanto più rapide ed accurate quanto maggiore è la differenza (distanza) tra i numeri. Questo effetto nasce da una caratteristica propria del cervello umano che non riconosce solamente il numero come simbolo, ma anche la quantità rappresentata da quella determinata cifra: le rappresenta come quantità continue. È proprio questo il meccanismo che si attiva ogni volta che si vede un numero o una cifra (Dehaene, 2010).

Congiuntamente all'effetto distanza, lavora anche l'effetto grandezza: a pari distanza, la difficoltà di comparazione aumenta proporzionalmente alla grandezza dei

numeri e di conseguenza l'accuratezza e la rapidità del calcolo diminuiscono. Per esempio, il confronto fra 1 e 2 sembra facile, ma lo stesso confronto, anche solamente fra 8 e 9 risulta far impiegare più tempo all'individuo. La spiegazione di questo fatto risiede nella soggettività e nella relatività del cervello umano. Dehaene spiega infatti che è la distanza relativa alla grandezza dei numeri presi in considerazione che influenza il grado di difficoltà o di facilità per distinguere due quantità. (Dehaene, 2010)

I meccanismi innati nel nostro cervello sono un'ulteriore prova della naturale predisposizione alla matematica dell'essere umano ma che, per poter raggiungere i più alti livelli di astrazione e di complessità, ha bisogno di essere stimolata e messa alla prova.

L'innata propensione alla numerosità però non è solamente una qualità propria dell'essere umano, anche gli animali ne fanno uso per rispondere ai bisogni primari e quindi per sopravvivere. I meccanismi di OTS e ANS sono stati studiati anche in diverse specie animali. McComb e colleghi (1994) hanno testato la predisposizione dei leoni e delle leonesse a lottare per difendere il territorio quando sentivano la registrazione di un ruggito di un singolo leone sconosciuto rispetto a quando i leoni intrusi erano tre. Riuscire a capire quanti sono gli avversari permette quindi a questi felini di ponderare le possibili scelte e quindi di sopravvivere.

Altri studi hanno invece indagato le abilità di conteggio delle api (Dacke & Srinivasan, 2008), dei pesci (Pffiffer et al., 2012) e dei pulcini (Rugani et al., 2020).

## 1.2 La cognizione numerica negli animali

Solo gli uomini sono dotati del "pallino della matematica"? Diversi studi, fra cui anche quelli citati nel paragrafo precedente, hanno dimostrato come anche gli animali possiedano un istinto numerico che contribuisce all'evoluzione della specie e alla legge della sopravvivenza. Il saper contare e confrontare quantità si rivela cruciale, per esempio, nel momento di scegliere fra la quantità maggiore o minore di cibo.

Uno studio degli anni '80 ha messo alla prova uno scimpanzé per testare le sue abilità di addizione. Gli sono stati mostrati due vassoi, nel primo vi erano due mucchietti di cioccolato, rispettivamente di quattro e tre pezzi, nel secondo invece due mucchietti da cinque e da un pezzo. Una volta osservato bene la situazione, il primate sceglie il vassoio con il maggior numero di pezzi: il primo. Da questa scelta si evince come esso abbia applicato un semplice algoritmo, la somma, per riuscire a mangiare il maggior numero di cioccolato. I ricercatori Rumbaugh, Savage-Rumbaugh e Hegel sono sicuri

di questa capacità poiché, se si ipotizza che abbia scelto il vassoio con il mucchietto più grande, allora sarebbe stato ingannato dai cinque pezzi di cioccolata. (Rumbaugh et al., 1987). Gli studiosi si sono però accorti che lo scimpanzè faceva più fatica, e il tasso di errore cresceva, quando entrava in gioco l'”effetto grandezza” per il quale più grandi sono i numeri da confrontare, più peggiorano le capacità di calcolo. Questo limite è presente anche nei meccanismi degli esseri umani.

Si potrebbe dire che i primati sono veramente gli animali più simili all'essere umano e che per questo condividono questa predisposizione alla matematica.

Ricerche precedenti però, hanno testato l'intelligenza matematica di molti altri animali, come per esempio quella dei topi. Fra gli anni '50 e '60 Francis Mechner, studiò il comportamento dei ratti nella situazione in cui venivano premiati con del cibo dopo aver premuto un numero  $n$  di volte il tasto dell'erogatore. Una volta che i topi hanno scoperto il meccanismo, schiacciavano il tasto tante volte quanto richiesto per ottenere il cibo. I dati però rimandano ad un'analisi più profonda, i ratti testati premevano il pulsante almeno qualche volta in più rispetto a quello domandato per essere sicuri di ricevere il premio e anche perché, se non avessero premuto abbastanza a lungo avrebbero ricevuto un rinforzo negativo. (Mechner, 1958). I ricercatori si sono chiesti se non fosse il tempo ad essere calcolato, piuttosto che il numero di pressioni del tasto, ma Mechner e Laurence Guevrekian smentiscono questa ipotesi. I topi, infatti, più affamati rispetto a quelli precedenti, e quindi con maggiore bramosia nell'ottenere il cibo, premevano il tasto tante volte quanto era richiesto, solo con una cadenza più rapida. Il parametro utilizzato dai roditori era quindi di tipo numerico. (Mechner & Guevrekian, 1962).

Sono stati compiuti altri studi sui topi che avevano come obiettivo quello di capire se questi animali riuscissero a porre attenzione al numero di avvenimenti percepiti e alla loro durata. Russel Church e Warren Meck predispongono quindi una gabbia con due tasti e un altoparlante che emetteva una serie di suoni e i topi avrebbero dovuto schiacciare il tasto A se sentivano due suoni in due secondi, e il tasto B se avessero sentito otto suoni in otto secondi: chiedevano loro quindi di riconoscere la sequenza. In poco tempo gli errori diminuivano sempre di più, ma prestano attenzione alla quantità di suoni, al tempo passato o a entrambe? Gli sperimentatori crearono quindi situazioni in cui la durata rimane invariabile (quattro secondi) ma il numero varia fra due e otto; e situazioni in cui il numero di suoni rimane

sempre quattro, ma la durata varia fra due e otto secondi. Hanno quindi constatato che nel primo caso, quando la durata rimaneva uguale, i topi schiacciavano il tasto di sinistra quando sentivano due suoni e quello di destra quando ne sentivano otto. Contestualmente quando la durata variava, premevano il pulsante di sinistra per le sequenze di due secondi, e quello di destra per quelle di otto. È stato osservato che, quando si propagavano tre suoni allora i topi lo associavano al due, e quando se ne proponevano cinque o sei allora con l'otto. Il problema è sorto quando si è presentato il numero quattro poiché, considerato dai topi la media fra due e otto, non sapevano scegliere fra i due tasti (Church & Meck, 1984).

Questi esperimenti dimostrano come “il ratto dispone dell'hardware usuale in fatto di percezione visiva, uditiva, tattile e numerica” (Dehaene, 2010, p. 13) e che il condizionamento avvenuto durante i test sia servito solamente ad associare queste percezioni a nuove abilità, in questo caso premere un tasto.

Le capacità di generalizzazione, di associazione di percezioni e azioni differenti è alla base del “concetto numerico”, cioè la capacità di associare ad un numero una determinata quantità e quindi riconoscere in un gruppo di oggetti, anche se diversi, il numero che li rappresenta.

Church e Meck hanno dimostrato che anche i topi possiedono questo concetto numerico, poiché, sottoponendoli a dei test in cui venivano presentate sequenze di suoni e di stimoli luminosi, questi animali contavano ogni evento sensoriale. (Church & Meck, 1984).

Sono stati svolti altri esperimenti su scimpanzè che sottolineavano la loro capacità di fare addizioni. Guy Woodruff e David Premack hanno messo alla prova uno di questi animali mostrandogli delle frazioni concrete. Il primo obiettivo consta nel riuscire a riconoscere due oggetti che erano stati frazionati alla stessa maniera, per esempio riconoscere l'uguaglianza fra un bicchiere riempito per metà con un altro riempito sempre per metà, distinguendolo da uno riempito per tre quarti. Successivamente gli viene chiesto di associare mezzo bicchiere d'acqua ad una metà di un oggetto differente, mezza mela o tre quarti di mela. Anche nella seconda fase dell'esperimento le scelte dello scimpanzè si sono rivelate corrette. I ricercatori sottopongono allo scimpanzè una combinazione di due frazioni, rappresentate da due oggetti diversi, e chiedono ad esso di trovare la somma delle due rappresentato da un oggetto a sua volta diverso dai primi due. (Woodruff & Premack, 1981)

A seguito di questa digressione sulle abilità matematiche degli animali si potrebbe dire che anche loro, come noi, sono degli animali matematici: la grande differenza sta nello sviluppo di un linguaggio e di una scrittura che ha fatto sì che l'essere umano come specie potesse progredire, tenere per iscritto i numeri, le quantità e quindi riflettere su algoritmi sempre più complessi arrivando a gestire un livello di astrazione estremamente alto.

### 1.3 La storia del numero

Nel paragrafo precedente sono state presentate le numerose e illuminanti ricerche che hanno permesso di conoscere ancora più a fondo le capacità dei bambini e delle bambine e i meccanismi elementari che sottostanno alle loro innate abilità matematiche.

Lo studio dello sviluppo della mente dell'essere umano, l'archeologia, la storia della matematica e molte altre discipline hanno permesso anche di fare un parallelismo con la storia dell'umanità, con particolare attenzione alla storia del numero.

Una volta capito che anche i bambini più piccoli riescono a districarsi nelle operazioni elementari dell'aritmetica solamente grazie a circuiti cerebrali geneticamente predisposti, com'è riuscito, l'essere umano, a rappresentarsi numeri talmente grandi e infinitamente piccoli da essere entità astratte?

In questo periodo della storia, l'essere umano è capace di immaginare una quantità infinita di numeri grazie al sistema di numerazione decimale e posizionale. È decimale perché tutti i numeri possono essere scritti con solamente nove simboli, e posizionale poiché la cifra acquisisce il suo significato solamente in relazione alla posizione che occupa all'interno del numero (Corry, 2020). Per arrivare a questo modello di notazione, l'essere umano ha fatto esperienza di tanti altri sistemi che però non sono così efficaci quanto quello adottato oggi.

Il più semplice ed immediato è quello che utilizzano anche i bambini, cioè, contare sulle dita. Il problema che si pone però è che le dita, ad un certo punto terminano. Per ovviare a questo dilemma, popolazioni della Nuova Guinea hanno pensato di includere nel loro sistema di conteggio anche altre parti del corpo, ecco perché, nella loro lingua "sei" e "polso" condividono la stessa parola. In ogni caso, la soluzione migliore è quella di creare una "sintassi combinatoria che permetta di esprimere numeri più grandi combinando molti numeri più piccoli." (Dehaene, 2010, p. 97). Questi metodi di notazione legati alle parti del corpo hanno permesso, grazie alla

ripetizione e l'abitudine, un'astrazione sempre maggiore della successione e dell'ordine dei numeri. (Lucangeli & Mammarella, 2018).

Molti sistemi numerici, che ancora oggi vengono utilizzati in tutto il mondo, sfruttano questi metodi. Basti pensare alla lingua francese, che per esprimere il numero 93, dice "quattro volte venti e tredici" ( $4 \times 20 + 13$ ). Questo meccanismo nasconde la vecchia consuetudine di contare sulle dita delle mani e dei piedi.

Agli esseri umani ha sempre fatto comodo contare, ma anche la memoria ha i suoi limiti; infatti, fin dall'antichità si sono cercati dei metodi per rendere indelebili i conti. Sono stati ritrovati reperti ossei che mostrano incisioni parallele una all'altra, a volte raccolte in gruppetti. Quasi sicuramente questi segni non sono delle decorazioni, bensì un metodo di notazione che ha permesso agli uomini di quasi 35.000-20.000 anni fa di tenere per iscritto i giorni che intervallano una fase lunare dall'altra, gli animali cacciati, etc..... Sistemi di notazione come questo si sono ritrovati anche in culture già appartenenti alla storia: molto famosi sono infatti i vasi di argilla sumeri, le corde con i nodi che servivano da archivi agli Inca. Questa rappresentazione, anche se così semplice, permette il passaggio da una rappresentazione indeterminata dei numeri ad una più precisa ed estremamente più astratta. Tuttavia, questo principio di corrispondenza non era molto pratico, né da leggere, né da scrivere. Si sono così susseguiti metodi più immediati, passando dal rappresentare i gruppetti di incisioni in simboli come "V" o "X" per indicare rispettivamente il 5 e il 10. Questi simboli hanno quindi permesso di rappresentare i numeri come la somma ( $18 = X+V+I+I+I = XVIII$ ). Anche in questo caso però sorge un problema, se il numero diventa anche solo un po' più grande, allora i simboli da utilizzare diventano troppi e di conseguenza la scrittura e lettura diventano difficoltosi. I romani, quindi, aggiungono altre lettere per indicare numeri maggiori, per esempio "L" per il 50 o "M" per 1000. I greci e gli ebrei invece decidono di associare ai numeri le lettere dell'alfabeto. Mesopotamici e Cinesi sfruttano il principio della moltiplicazione. Quest'ultimi introducono una notazione regolare che permette alla scrittura di essere il "riflesso della numerazione orale". (Dehaene, 2010, p. 101).

L'unica cosa che manca per arrivare alla notazione che viene utilizzata in tutto il mondo è il principio posizionale e la base comune, che viene deciso, grazie ai matematici indiani, essere la base 10.

Questo tipo di notazione è stata convenzionalmente accettata da quasi tutto il mondo però non tutte le lingue rispecchiano questa base 10. Se ci si pensa, la lingua italiana utilizza parole differenti per tutti i numeri dall'1 al 19 e anche per ogni decina; per non parlare del francese e della sua particolarità che vede il 20 come numero base per comporre quelli più grandi (84 = quatre-vingt-quatre, letteralmente “quattro volte venti e quattro”). Il tedesco, nonostante sia una lingua quasi trasparente, nasconde delle insidie nella composizione dei numeri: le decine e le unità vengono invertite (83 = drei (3) und achtzig (80)).

Il passaggio alla notazione posizionale è avvenuto molto lentamente, e solamente poche culture hanno avuto una tale intuizione. I primi sono stati i Babilonesi che utilizzavano una base 60 a sua volta suddivisa in base 10. Questo sistema però non è rimasto in uso come sistema numerico principale a causa della sua difficoltà e macchinosità, però possiamo ritrovarlo come metodo usato nella scansione temporale. Questo sistema numerico non contemplava nemmeno lo zero che veniva rappresentato da uno spazio vuoto, ma già si intuisce quanto arbitraria potesse essere la lettura e la scrittura del numero. I cinesi inventarono un sistema a base 5 e a base 10, ma comunque senza numero zero. Una notazione posizionale a base 5 e a base 20 era stata sviluppata dagli astronomi Maya, i quali utilizzavano anche un simbolo per identificare lo zero. È grazie a matematici indiani se è possibile svolgere dei semplici algoritmi: con il sistema posizionale a base 10, incluso lo zero, le relazioni di grandezza sono ben visibili (Dehaene, 2010).

#### 1.4 Il cervello matematico

Sono stati molti gli studi che hanno confermato come il regno degli animali possieda proprio un cervello matematico, però solamente la specie *homo sapiens* è riuscita anche a parlare di numeri. Questo passaggio è avvenuto grazie alla condivisione culturale di un sistema simbolico, che, come è stato riportato nel paragrafo precedente, è stato frutto di ricerche, di prove e di errori.

Gli studi che sono stati precedentemente esposti hanno avuto come scopo quello di studiare i processi che sottostanno alla naturale predisposizione dell'essere umano, e anche degli animali, alla matematica. In questo capitolo si espone una breve sintesi su alcune ricerche e scoperte che hanno cercato di identificare una o più zone del cervello che si dedicano principalmente alla matematica e all'aritmetica.



Il campo di studi però è particolarmente di difficile accesso in quanto è impossibile osservare un cervello umano in azione se non con appositi macchinari medici, come la PET e l'elettroencefalogramma.

Sono stati quindi studiati i casi particolari, persone con lesioni cerebrali gravi che hanno compromesso il funzionamento di una parte precisa del cervello. Le dissociazioni hanno quindi permesso di confrontare il funzionamento tipo del cervello con uno anomalo, derivato appunto da una lesione. È interessante notare come i pazienti colpiti da queste dissociazioni sapessero svolgere dei compiti molto complessi, e contemporaneamente aver dimenticato del tutto le basi della matematica.

Mickael McCloskey, Alfonso Caramazza e colleghi hanno studiato i casi di due pazienti che, a seguito di una lesione cerebrale, trovano difficoltà nella lettura dei numeri. H.Y., il primo paziente, riporta problemi nella lettura dei numeri: legge 1 come "due", o 12 come "diciassette" però non sbaglia mai la scomposizione in unità, decine e centinaia del numero. J.E., il secondo paziente invece legge correttamente i numeri ma sbaglia l'intera struttura grammaticale del numero (7900 come settemilanovanta). (McCloskey et al., 1985) Questi due pazienti sono l'esempio di una doppia dissociazione che fa capire quanto una lesione cerebrale possa recare danno a specifiche competenze matematiche in questo caso. Come ricorda Dehaene però, è importante non cadere nella frenologia, *"Dottrina (detta anche cranioscopia) affermata nel sec. 19°, e oggi abbandonata, secondo la quale tutte le funzioni psichiche avrebbero una ben definita localizzazione cerebrale, cui corrisponderebbero dei rilievi sulla teca cranica, che consentirebbero la determinazione della loro esistenza, del loro sviluppo, e conseguentemente dei caratteri psichici dell'individuo."* (Treccani, s.d.). Ricadere su questa dottrina limita la visione sulle multiple sfaccettature del cervello e dei circuiti neuronali che creano una rete iperconnessa e ramificata.

Un altro esempio è il Signor N., che nonostante abbia perso del tutto la capacità di contare con esattezza, esso è ancora in grado di approssimare. Il Signor N. è stato colpito da una lesione cerebrale che sembra avergli fatto perdere tutte le capacità numeriche, infatti, una volta sottoposto ai test, i ricercatori hanno scoperto come non riuscisse a leggere i numeri, al di fuori degli automatismi (per esempio, contare a voce alta fino a quando non gli sembrava di aver raggiunto il punto richiesto). Anche alcune parole non erano di facile decifrazione, alcune volte non è sicuro del significato:

evidentemente gli manca la capacità di passare dal sistema simbolico, di riuscire quindi a riconoscere ed esprimere a voce alta numeri e lettere, a quello del significato. Il neurologo Cohen e il neuroscienziato Dehaene hanno però pensato di sottoporre il Signor N. anche a test di confronto fra due numeri: avrebbe dovuto indicare il numero più grande. Con grande stupore, il paziente riusciva ad indentificare il maggiore, solamente quando i numeri si assomigliano molto allora si confonde ma questo è comune a tutti gli esseri umani, con una lesione cerebrale o senza. Il Signor N. riesce anche ad inserire i numeri in una linea graduata, l'unico difetto è che svolge questo esercizio con troppa approssimazione. Dehaene afferma infatti che egli "è incapace di superare l'approssimazione e vive in un mondo stranamente vago, dove i numeri non si riferiscono a quantità precise, ma solo a grandezze approssimate." (Dehaene, 2010, p. 192).

Lo studio di questo caso dimostra come, nonostante l'emisfero sinistro sia stato gravemente lesionato, il paziente riesce a transcodificare il sistema simbolico nella quantità corrispondente, dimostrando così come il linguaggio non sia necessario e indispensabile al pensiero matematico. Un'ulteriore evidenza che fortifica questa teoria sono tutti gli studi e i relativi risultati sulle capacità matematiche degli animali. Dall'altra parte però il calcolo esatto richiede che circuiti neuronali, tipici della specie umana, siano intatti, e come dimostrato dal Signor N., questi si trovano nell'emisfero sinistro. (Dehaene & Cohen, 1991)

Altri studi si sono focalizzati su pazienti il cui corpo calloso è stato sezionato per motivi medici, per esempio a chi soffre di epilessia. La divisione di questa area del cervello però compromette lo scambio di informazioni fra i due emisferi e risulta quindi così possibile studiare in che modo le due diverse aree del cervello funzionano. Come primo esperimento sono state presentate su un monitor due cifre, una a destra e una a sinistra e viene chiesto ai pazienti di confrontarle ma la rottura rende impossibile il passaggio di informazioni. Infatti, sia la cifra di destra che quella di sinistra sono state riconosciute, ma separatamente. È stato dimostrato che sia l'emisfero destro che quello sinistro riescono anche ad effettuare confronti fra maggiore e minore, ovviamente solo se i numeri vengono visualizzati dallo stesso emisfero.

Ciascun emisfero possiede quindi una rappresentazione delle quantità numeriche e la capacità di confrontarle, anche se quello sinistro è più veloce. Nel momento però di valutare il linguaggio e il calcolo mentale, allora è proprio l'emisfero

sinistro a prevalere. Altri studi, come quello di Dehaene e Cohen (Dehaene & Cohen, 1997), mostrano come un'altra zona del cervello viene particolarmente sollecitata quando si parla di numeri: la corteccia parietale inferiore. Purtroppo, come tutto lo studio del cervello, quest'area e le sue funzioni rimangono comunque ignote, però, osservando i comportamenti di un paziente dove questa zona è stata danneggiata gravemente, i due ricercatori hanno intuito che qui potrebbe proprio risiedere "il senso dei numeri". La corteccia parietale inferiore è una zona di connessioni neurali e per questo è situata alla "convergenza delle informazioni veicolate dalla visione, dall'udito e dal tatto, ciò che si addice perfettamente ai numeri, la cui astrazione si applica a tutte le capacità sensoriali." (Dehaene, 2010, p. 202).

Cohen e Dehaene (1995), studiando i pazienti con lesioni cerebrali, analizzando gli studi su bambini e neonati, hanno ipotizzato un modello, chiamato Modello del Triplo Codice che permette di visualizzare i processi fondamentali dell'elaborazione numerica. Gli studiosi individuano quindi tre modalità di rappresentazione dei numeri (codici), e fra questi solamente uno rappresenta veramente il significato proprio del numero.

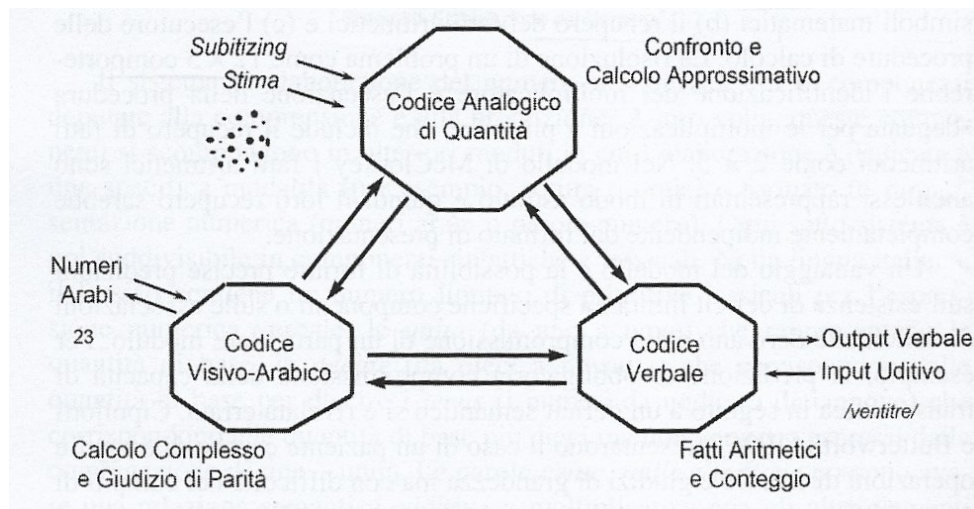


Figura 4 Schema del "Modello del Triplo Codice" (Lucangeli & Mammarella, 2018)

Lo schema riportato rappresenta in modo molto chiaro la struttura del modello e soprattutto sono ben evidenti i legami fra i diversi codici, importanti per avere una completa rappresentazione del numero.

Il **Codice Visivo-Arabico** basa l'individuazione dei numeri sulla forma delle cifre arabe ed è alla base dei processi di lettura e scrittura. Il numero viene codificato quindi come una stringa di cifre (23 come <2><3>). Gli studiosi ipotizzano che questo codice sia coinvolto nel calcolo con numeri complessi e in situazioni di giudizio di parità

e che sia collocato nelle aree occipito-temporali inferiori ventrali di entrambi gli emisferi.

Il **Codice Verbale** interpella il linguaggio, i numeri vengono quindi rappresentati ed individuati grazie ai sistemi lessicali, fonologici e sintattici propri di ogni lingua e per questo considerati alla pari di ogni altra parola, con il proprio specifico significato che viene rappresentato da un determinato insieme di lettere. La presenza di questo codice fa pensare che il linguaggio venga utilizzato per recuperare fatti aritmetici, soprattutto quelli imparati a memoria (tabelline, moltiplicazioni e addizioni semplici). Il Codice Verbale viene associato al giro angolare dell'emisfero sinistro, ovvero l'emisfero dominante per il linguaggio.

Il **Codice Analogico di Quantità** è l'unico che connota il numero di un significato di quantità. Esso viene infatti rappresentato in modo analogico e non verbale, idealmente sulla linea dei numeri. Questa linea dei numeri però non è regolare: la distanza tra due numeri diminuisce con l'aumentare della grandezza numerica in modo logaritmico. Questo significa che, sulla linea dei numeri, la distanza fra 50 e 60 risulterebbe minore rispetto a quella fra 10 e 20 (Lucangeli & Mammarella, 2018). Questo fatto spiegherebbe sia l'effetto distanza che l'effetto grandezza e quindi la soggettività interna dei numeri. Questo codice viene sollecitato da compiti di comprensione di grandezza numerica e compiti che richiedono una conoscenza semantica delle quantità. Gli studiosi individuano il lobo parietale di entrambi gli emisferi, e più precisamente il solco intraparietale, come sede di questo codice.

I codici sono collegati l'uno all'altro e sono in continua collaborazione. La *via a-semantica diretta* collega il codice visivo-arabico a quello verbale attraverso compiti di

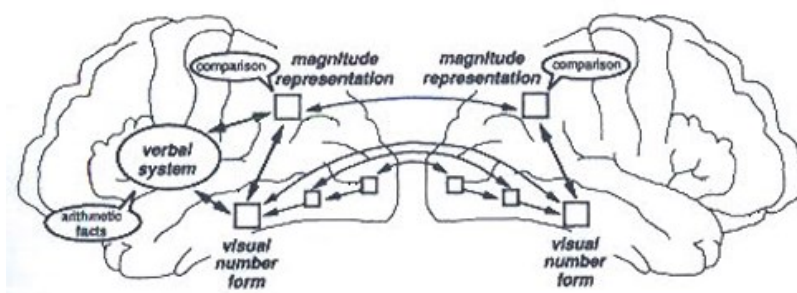


Figura 5 Ipotetica distribuzione del Modello del Triplo Codice nei due emisferi (Dehaene & Cohen, 1995)

transcodifica come la lettura a voce alta o la dettatura di numeri. La *via semantica indiretta* invece permette di risolvere compiti che richiedono accesso alla quantità numerica (Dehaene & Cohen, 1995).

“Although this model remains very simple, it can explain a variety of behavioral and neuropsychological observations, including quite counterintuitive ones. For instance, the model predicts that the rote memorization of arithmetic facts depends on a linguistic code for numbers and on left-hemispheric language areas; conversely, the ability to approximate orders of magnitude, to compute novel operations such as subtraction through quantity manipulation, and more generally to achieve an understanding of conceptual relations between numbers, relies on the quantity code provided by inferior parietal areas.” (Dehaene, 2001, p. 26).

Per concludere, identificare in una determinata zona cerebrale il pensiero matematico sarebbe riduttivo poiché sono le molteplici interazioni fra i diversi neuroni collocati in tutto il cervello, a renderlo una macchina così complessa. È interessante comunque notare come tutte le aree del cervello, anche quelle dedicate ad altri scopi non puramente matematici, collaborino per rendere il pensiero completo.

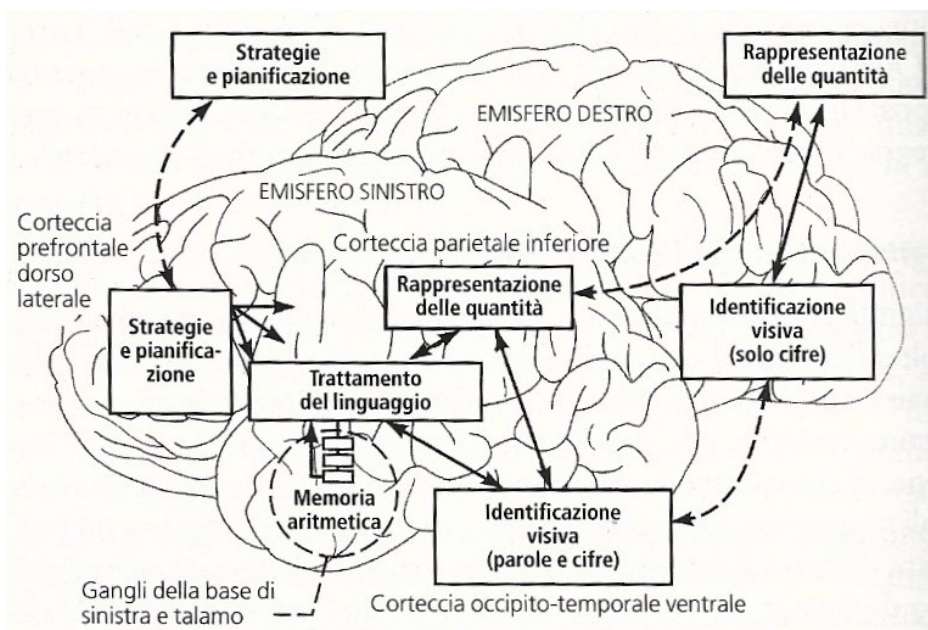


Figura 6 Schema parziale e ancora ipotetico delle principali regioni cerebrali implicate nella trattazione dei numeri (Dehaene & Cohen, 1995)

## 1.5 La matematica e la scuola

Quanto piace la matematica agli studenti? Se si fa questa domanda a dei bambini dei primi anni della scuola primaria, la grande maggioranza affermerebbe che a loro la matematica piace, e quasi che viene facile. Ma come mai poi, questa materia diventa sempre più ostica?

Gli studi precedentemente citati hanno messo in evidenza come un senso dei numeri sia geneticamente impostato in ogni essere umano. Rocel Gelman e Randy

Gallistel (1978) sostengono che a nessun bambino è necessario spiegare che ogni oggetto debba essere contato una volta sola, queste conoscenze sarebbero innate e, secondo loro, anche antecedenti all'alfabetizzazione numerica.

La ricercatrice Karen Fuson (1988) sostiene che il processo cognitivo di contare inizi come un gioco, come una filastrocca dove i numeri non hanno significato ma sono solamente parole che si succedono con un ritmo incalzante. Questa viene ripetuta spontaneamente dai bambini fin dalla più tenera età, e solamente più tardi si rendono conto che ogni cifra ha un collegamento astratto con una quantità. Karen Wynn (1990) ribadisce infatti, come i bambini riescano a rispondere a richieste di calcolo, di enumerazione, senza aver mai esplicitamente avuto spiegazioni. È stato inoltre dimostrato che fin dai tre anni e mezzo i bimbi sono a conoscenza del valore posizionale dei numeri, che l'ordine dei numeri è fondamentale per contare, ma non ha importanza l'ordine in cui vengono indicati gli oggetti, basta che sia una volta sola (Siegler et al., 2008; Ramani et al., 2008).

Per quanto i bambini sappiano come contare, non ne capiscono il motivo fino ai quattro anni e mezzo. Il processo per arrivare a capirne il perché è induttivo: riconoscendo un insieme formato da due oggetti, e poi arrivando a contarli in successione, il bambino farà esperienza della congruenza fra il numero che rappresenta l'insieme e l'ultimo numero pronunciato. A seguito di diversi episodi allora il bimbo ne trarrà una conclusione: contare serve a dire *quanto*.

Una volta che il contare è diventato competenza, i bambini iniziano ad inventare strategie per alleggerire il processo di calcolo, a creare dei semplici algoritmi sfruttando ingenuamente le proprietà tipiche dell'addizione come quella commutativa. La scelta di utilizzare gli algoritmi si basa sulla rapidità e sulla probabilità di ottenere un risultato corretto. (Siegler R. S., 1987), (Siegler & Jenkins, 1989). I bambini sono dei matematici fini poiché riescono a escogitare meccanismi per rendere i calcoli più semplici, più efficaci utilizzando il senso della quantità insisto in loro. La scelta di utilizzare un algoritmo piuttosto che un altro è dettata dall'approssimazione e dal risultato logico che più si addice.

I bambini, però, spesso riportano che a scuola, alcuni insegnanti richiedono ed esigono che i calcoli, o anche poi i problemi vadano risolti con solamente un metodo e tutti gli altri stratagemmi di svolgimento vengono considerati errati. Questo tipo di insegnamento della matematica inibisce la creatività e lo sviluppo del problem solving

dei bambini, i quali rischiano di vedere questa disciplina solamente come l'imparare a memoria dei procedimenti senza finalità. La dottoressa Lucangeli, inoltre, sottolinea che "se un bambino impara con curiosità e gioia, la lezione si inciderà nella memoria insieme alla curiosità e alla gioia. Se impara con noia, paura, ansia, si attiverà l'alert: la risposta della mente trasmetterà il messaggio "Scappa da qui, perché ti fa male"" (Lucangeli, 2019, p. 19).

Il passaggio dall'essere abili matematici approssimativi ad essere competenti nel calcolo di precisione avviene attraverso l'alfabetizzazione matematica: imparare a leggere e a scrivere le cifre arabe. Le ricerche di Pontecorvo (1985) portano alla luce come i bambini seguano delle fasi evolutive che portano dall'identificazione errata, al riconoscimento di alcuni numeri, fino all'identificazione esatta accompagnata anche dalla rappresentazione quantitativa che la cifra reca con sé. Bialystock (1992), invece, riconosce tre stadi di sviluppo principali: l'apprendimento delle notazioni orali dei numeri; la rappresentazione formale e la rappresentazione simbolica. Il processo di apprendimento dei numeri sembra già così particolarmente complesso, entrano in circolo anche i meccanismi lessicali.

I primi calcoli vengono effettuati contando, quando però i numeri iniziano ad essere sempre più grandi e le operazioni difficili, allora entra in campo la memoria. Le tavole aritmetiche sono uno strumento utilissimo per la velocità di calcolo, ma allo stesso tempo richiedono uno sforzo enorme per apprenderli e non sempre risultano essere efficaci e soprattutto, dopo un po' si dimenticano. Perché il cervello non riesce a trattenerle? Perché le informazioni contenute nelle tabelle sono caratterizzate da intrecci, da false regolarità, da giochi di parole che rendono complesso memorizzarle come se fossero dati assestanti. (Stazyk et al., 1982) Paradossalmente, le tavole dell'addizione e della moltiplicazione funzionano in modo completamente opposto rispetto al cervello; la memoria umana infatti lavora per associazioni e instaura legami fra informazioni, anche le più disparate.

Stanislas Dehaene sostiene che "il ruolo della scuola non è soltanto quello di far apprendere la tecnica dell'aritmetica, ma soprattutto di insegnare a intrecciare legami tra la meccanica dei calcoli e il loro significato." (Dehaene, 2010, p. 147). Purtroppo, però non sempre i programmi scolastici e i metodi di insegnamento rispecchiano questa filosofia.

La necessità di creare un ponte fra realtà scolastica e quella extra-scolastica la metteva in risalto, già negli anni Novanta, Freudenthal, il quale sostiene che molto spesso, gli algoritmi insegnati in aula non vengano utilizzati in situazioni esterne alla scuola. Gli alunni, per compensare questa mancanza, sviluppano quindi nuove strategie che appaiono molto più efficienti degli apprendimenti scolastici. (Freudenthal, 2002)

L'Europa, negli ultimi anni, si è adoperata nella redazione di alcune indicazioni chiave che diano alla scuola, di ogni ordine e grado, un indirizzo inclusivo, egualitario e che sviluppi competenze specifiche ma allo stesso tempo che si adattano alla repentina evoluzione della società moderna.

Per quanto riguarda la matematica, una delle otto competenze chiave, la commissione riporta quanto segue: *“La competenza matematica è la capacità di sviluppare e applicare il pensiero e la comprensione matematici per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane. Partendo da una solida padronanza della competenza aritmeticomatematica, l'accento è posto sugli aspetti del processo e dell'attività oltre che sulla conoscenza. La competenza matematica comporta, a differenti livelli, la capacità di usare modelli matematici di pensiero e di presentazione (formule, modelli, costrutti, grafici, diagrammi) e la disponibilità a farlo.”* (Raccomandazione del Consiglio, del 22 maggio 2018)

In questo documento, redatto nel 2018, si nota un interesse verso un tipo di matematica più applicata, più quotidiana che permette anche ai bambini più piccoli di apprenderla, comprenderla e farla propria.

Le competenze chiave europee integrano il documento fondamentale per ogni insegnante: le Indicazioni Nazionali (D.M.254 del 16 novembre 2012). Queste suggeriscono traguardi ed obiettivi da raggiungere al termine della scuola dell'infanzia, della scuola primaria e della scuola secondaria di primo grado.

Nel campo di esperienza “la conoscenza del mondo”, viene enunciato che alla scuola dell'infanzia viene promosso un avvicinamento alla matematica mediante osservazione, ragionamenti e manipolazioni delle quantità e sulla numerosità degli oggetti, in modo tale che i bambini si costruiscano le prime e fondamentali competenze sul contare oggetti o eventi, anche accompagnando con gesti che richiamano l'indicare, l'aggiungere o il togliere. Questi concetti vengono tradotti in traguardi per lo sviluppo della conoscenza:



- il bambino raggruppa e ordina oggetti e materiali secondo criteri diversi, ne identifica alcune proprietà, confronta e valuta quantità; utilizza simboli per registrarle; esegue misurazioni utilizzando strumenti alla sua portata.

- ha familiarità sia con le strategie del contare e dell'operare con i numeri sia con quelle necessarie per eseguire le prime misurazioni di lunghezza, pesi e altre quantità.

Le Indicazioni Nazionali del 2012 sono un documento che ha l'onere di indicare un percorso agli insegnanti, ma poi è chiaro che ogni scuola declina la propria progettazione in base alle proprie necessità. Dai traguardi sopra riportati si evince come, alla scuola dell'infanzia, l'esperienza del bambino viene portata al centro dell'azione didattica utilizzando metodologie ludiche, attività di manipolazione e di quotidianità.

La professoressa Bonotto (2007), propone un nuovo approccio alla matematica che pone al centro problemi reali che nascono dall'esperienza dei bambini per mettere in relazione conoscenze, strategie apprese nell'ambito extrascolastico con quelle imparate a scuola, e viceversa. Questo approccio vuole dare importanza ai problemi della vita reale lasciando spazio allo sviluppo di capacità di problem solving, di pensiero creativo e divergente.

Il modo di pensare alla matematica sopra accennato viene nominato nelle Indicazioni Nazionali, con maggiore approfondimento per la scuola primaria.

*“Nella scuola primaria si potrà utilizzare il gioco, che ha un ruolo cruciale nella comunicazione, nell'educazione al rispetto di regole condivise, nell'elaborazione di strategie adatte a contesti diversi. La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che comporta anche difficoltà linguistiche e che richiede un'acquisizione graduale del linguaggio matematico. Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come **questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana**, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario*

*alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, **individuando possibili strategie risolutive**" (D.M.254 del 16 novembre 2012, p.60).*

In questo documento, caposaldo dell'istituzione scolastica italiana, non viene però nominato il numero zero; nel prossimo capitolo viene indagata la storia di questo numero così particolare e anche le implicazioni didattiche.

## CAPITOLO 2: lo zero

Lo zero, per riuscire ad essere considerato un numero vero e proprio, ha percorso una lunghissima strada, durata secoli, fra culture e continenti e, analogamente, il percorso cognitivo dell'essere umano per comprendere appieno il suo significato è altrettanto impervio e difficoltoso.

### 2.1 Breve storia del numero zero

I primi tentativi di rappresentazione dei numeri per tenere conto degli animali, degli oggetti, delle azioni è stato datato intorno a 35.000-20.000 anni fa, ma la comparsa dell'uso del numero zero nella notazione è molto più recente.

I primi accenni ad una comprensione dell'utilità di un elemento come lo zero risalgono ai tempi dei sumeri e dei babilonesi i quali, non disponendo di un segno per identificare il numero zero, trovano la soluzione nel lasciare uno spazio vuoto per indicare l'assenza di un particolare valore numerico. Questo vuoto era però pieno di ambiguità che potevano risolversi solamente conoscendo il contesto.

(Dehaene, 2010). Ci sono però ritrovamenti che indicano che, le stesse civiltà sopra nominate, iniziarono a riempire questo vuoto con un simbolo.



Figura 7 Segni usati dai Babilonesi per indicare uno spazio

I greci, considerati i più grandi matematici, non hanno mai individuato un simbolo per indicare l'assenza di un valore numerico, probabilmente però, come sottolinea D'Amore (2007), questa mancanza è spiegata dalla loro filosofia per la quale il numero è molteplicità, e perciò nemmeno la singola unità veniva considerata un numero.

La prima apparizione esplicita dello zero come simbolo è stata ritrovata in iscrizioni Maya, popolazione che si è sviluppata fra il 300 e il 900 nell'America Centrale. Questa popolazione rappresentava lo zero come un'ostrica; la parola stessa *xok* significa proprio rotonda, curva e più precisamente vuoto (Schimmel, 1993).

Lo zero come lo conosciamo oggi però è stato sviluppato in India, poiché riuscirono a unificare sotto una singola parola tutte le definizioni, come "vuoto", "vacuità", "niente", "insignificanza", "nullità" ecc. che lo zero sottintende. Questi significati sono stati raggruppati prima sotto il termine unico *shunyata* (vacuità), poi dal V secolo, sotto quello di *shunya-kha* per definire l'assenza di unità nell'ordine di

numerazione. Il termine definitivo è stato trovato in *shunya – samkhyayé*, il quale conferisce allo zero lo status di numero e anche il simbolo a cerchio che oggi utilizziamo. Dallo zero astratto all'infinito matematico vi è un breve passo che i saggi indiani compirono rapidamente. Nella religione indiana lo zero rappresenta anche l'infinito, lo spazio e il firmamento. "Nell'invenzione dello zero, il designare un posto vuoto in una colonna con un segno, comportò il passaggio dalla negazione all'affermazione, ovvero segnalare un'assenza con una presenza. Il "niente" accedeva alla categoria dell'esistenza." (Capucci et al., 2001, p. 18).

Le prime tracce dell'uso come valore posizionale dello zero sono state ritrovate in un documento indiano del 458.

Com'è noto, i numeri sono arrivati nel "vecchio continente" grazie ai mercanti arabi che avevano fatto tesoro delle conoscenze dei saggi indiani. Il concetto di zero come numero arrivò ufficialmente in Europa solamente nel 1277 anche se era ben conosciuto e largamente usato dai commercianti di tutto il continente. Il famoso matematico Fibonacci era a conoscenza di questo simbolo, anche se non lo riconosceva come numero, bensì come segno.

Affinché lo zero venga riconosciuto come numero e non solo come segno o come vuoto, è necessaria l'intuizione di Nicolas Chuquet, un medico-matematico, che nel 1484, "risolvendo l'equazione  $3x^2+12=12x$  trova  $\sqrt{16} -16$ , asserisce che ha senso calcolare  $\sqrt{0}$ , trattando cioè zero come un qualsiasi altro numero." (D'Amore B. , Lo zero, da ostacolo epistemologico a ostacolo didattico, 2007, p. 437)

## 2.2 Evidenze scientifiche sulla comprensione dello zero

Perché il processo di creazione dello zero è stato così difficoltoso e tuttora alcune persone non riconoscono lo zero come numero?

Diverse ricerche hanno evidenziato la difficoltà degli esseri umani di comprendere il concetto di zero. Fin dalla più tenera età, i bambini possiedono un senso innato per la quantità e la numerosità, ma fra i numeri che loro comprendono appieno e utilizzano non c'è lo zero.

Nel 1998, Wynn e Chiang (1998) hanno modificato il noto esperimento di Wynn (1992) per constatare se i bambini di appena 8 mesi reagiscano in modo diverso di fronte al vuoto. In condizioni magiche di scomparsa, i neonati osservano un oggetto che viene posto dietro uno schermo. Successivamente il somministratore rimuove segretamente l'oggetto in modo tale che sembrasse, una volta alzato lo schermo,

fosse sparito. In una condizione analoga, ma di apparizione, di fronte ai bimbi, uno schermo viene alzato davanti ad un oggetto. Lo sperimentatore quindi, facendosi ben vedere dai neonati, toglie l'oggetto ma segretamente lo rimpiazza in modo tale che, non appena lo schermo viene alzato, l'oggetto sembra riapparso. Nel momento di confronto dei risultati, è stato notato come i bambini osservarono per più tempo la magica scomparsa, piuttosto che l'apparizione. Da questo gli studiosi asserirono che i neonati non notarono l'apparizione perché non erano mentalmente capaci di rappresentarsi l'iniziale insieme vuoto e quindi di conseguenza non si aspettavano che ci potesse essere qualcosa dietro lo schermo.

Le difficoltà di comprensione del numero zero potrebbero essere individuate nel fatto che tutti i numeri rappresentano delle quantità ben definite e astratte e invece lo zero rappresenta l'assenza di quantità. Inoltre, nel conteggio dei numeri in successione, il numero zero non viene quasi mai nominato come numero di partenza. Un'ulteriore difficoltà risiede nel sistema linguistico in quanto, quotidianamente, ci si riferisce ad insiemi vuoti come a "nulla", "niente", al "non esserci", non nominando il numero zero. (Hartmann et al., 2022). Non verrebbe infatti spontaneo dire "ci sono zero mele" quando dal fruttivendolo si nota il bancale delle mele vuoto, ma si direbbe "non ci sono mele" o "non c'è nessuna mela".

Henry M. Wellman e Kevin F. Miller (1986), in seguito a ricerche sperimentali su bambini di età prescolare, individuano tre fasi per la comprensione del numero zero. I test somministrati sono stati costruiti con lo scopo di indagare quanto il numero zero sia presente nell'immaginaria linea dei numeri in bambini della scuola dell'infanzia.

Gli studiosi sopracitati hanno quindi inizialmente chiesto ai bimbi di contare in successione quattro cubi, e poi di fare la stessa cosa ma all'indietro, togliendo quindi un cubo alla volta; l'obiettivo è osservare se il numero zero viene nominato come primo numero quando i bambini contano da 0 a 4 cubi, e poi capire se contando all'indietro, nel momento in cui non ci sono più cubi sul tavolo, nominano il numero zero. Se quando anche l'ultimo cubo viene rimosso i bambini rispondono "non c'è nessun cubo" o simili, allora il somministratore chiederà se conoscono una "parola speciale" per quel numero. Il secondo task invece richiede ai bambini di nominare il numero più piccolo che conoscono. Il terzo esercizio vuole mettere alla prova le conoscenze dei bambini sulla corrispondenza simbolo-numero, con particolare attenzione allo zero. Per ultima viene testata la capacità dei bambini di confrontare

quantità, ovviamente, fra queste coppie di numeri sono presenti delle comparazioni fra numeri conosciuti e lo zero.

A seguito di questi esperimenti, i ricercatori Wellman e Miller (1986), hanno concluso che la conoscenza del numero zero avviene in tre fasi, non necessariamente determinate dall'età del bambino. Il primo passo per conoscere lo zero è l'identificazione del simbolo che lo rappresenta, questo però non è indicativo della comprensione del concetto di quantità che sottostà al numero zero e alle sue diverse accezioni nella lingua quotidiana. La comprensione profonda del concetto di zero è la seconda fase, che precede il momento nel quale il bambino realizza che lo zero è il numero più piccolo fra i numeri naturali. Fra la seconda e la terza fase vi è un momento di incertezza in cui i bambini comprendono che lo zero rappresenta l'assenza di quantità, ma non concepiscono che possa essere minore della singola unità.

Laura Zamarian, e colleghi (2007), riprendono gli studi di Wellman e Miller (1986) confermandone ed espandendone i risultati che mostrano come la completa conoscenza dei numeri possa essere acquisita fra i cinque e i sei anni grazie all'esperienza e alla competenza di conteggio. I ricercatori italiani hanno anche ampliato il campione di numeri sui quali i bambini sono stati testati; hanno quindi inserito in alcuni task (produzione di una sequenza numerica, transcodifica da gettoni a numeri e transcodifica da numeri a gettoni, lettura e scrittura sotto dettatura di numeri arabi) i numeri maggiori di dieci e minori di venti. I risultati trasmettono la difficoltà dei bambini nell'eseguire correttamente gli esercizi, probabilmente a causa dell'irregolarità della parola-numero poiché non è trasparente ("sedici" = 6, 10 vs "ventidue" = 20, 2) rendendoli così una delle prime sfide matematiche a cui i bambini vanno incontro. (Butterworth, 1999). I dati riguardanti lo zero mostrano che "la comprensione di «zero» come rappresentazione di una specifica quantità (quella «nulla») e l'acquisizione del suo simbolo arabo («0») e verbale («zero») precedono la sua concezione come numero tra altri numeri. I bambini di 5-6 anni mostrano, quindi, un ritardo nella completa comprensione dello «zero» rispetto ai numeri di base 1-9." (Zamarian et al., 2007, p. 446)

Altre ricerche però hanno estratto conclusioni differenti rispetto a quelle di Wellman e Miller (1986). Bialystock e Codd (2000) affermano che la comprensione del numero zero non è diversa e successiva all'apprendimento degli altri numeri naturali. L'esperimento da loro ideato richiede a bambini dai tre ai sette anni di dare una

determinata quantità (numeri naturali e anche lo zero) di biscotti ad un pupazzo e di prenderne nota. Dopo venti minuti, e anche dopo due settimane, viene richiesto ai bambini di ricordarsi quella quantità. Secondo i risultati, i bambini sono riusciti a risolvere la gran parte degli esercizi, anche quelli che richiedevano il concetto di assenza di quantità.

I ricercatori Krajcsi, e colleghi (2021) sottolineano però come le istruzioni, riportate nell'esperimento di Bialystock e Codd sopracitato, nel dare i biscotti al peluche recitavano "Give Big Bird no cookies for lunch" e non "Give Big Bird zero cookies". In questo modo, l'uso della forma non matematica del concetto di zero avrebbe quindi potuto facilitare la comprensione dell'istruzione e la soluzione corretta del task. È però necessario dire che i bambini di quattro e cinque anni che avevano eseguito correttamente la richiesta di dare "nessun biscotto al pupazzo", dopo le due settimane, non sono riusciti a richiamare alla mente la quantità di dolciumi dati all'uccello. Gli studiosi però, ci tengono a sottolineare che non possono essere certi che il linguaggio matematico abbia effettivamente influenzato le prestazioni nei due studi messi a confronto (Wellman e Miller (1986) vs Bialystock e Codd (2000)) poiché sono molto diversi e quindi i risultati possono essere frutto di tanti fattori.

Data la discordanza fra le conclusioni dei due studi precedentemente citati, Krajcsi, Kojouharova e Lengyel (2021) propongono un'ulteriore ricerca che ha come fine quello di investigare a fondo per capire se i bambini riescono ad affrontare compiti di numerosità che comprendono l'uso dello zero nello stesso ed efficace modo con cui risolvono quelli con i numeri naturali. I ricercatori vogliono testare anche gli effetti che ha l'uso del linguaggio matematico piuttosto che quello naturale, quotidiano sugli stessi task. Per rendere il più completo possibile questo studio, essi confrontano i risultati per sapere se ci siano differenze fra i bambini che conoscono il principio di cardinalità e quelli che non lo conoscono. Come ultimo, vogliono investigare sull'ipotetica fase extra nella ricerca di Wellman e Miller (1986), quando i bambini che conoscono e usano lo zero correttamente ma ancora non lo riconoscono come numero.

Dai risultati della sperimentazione si evince che i bambini dai tre ai sette anni comprendono la gestione degli insiemi vuoti in contesti numerici e sono in grado di utilizzarla anche in altri compiti matematici, come l'addizione, la sottrazione e la comparazione. Anche coloro che non conoscevano il principio di cardinalità sono riusciti a risolvere i diversi task grazie all'uso del linguaggio non matematico.

Contrariamente a Wellman e Miller (1986), Krajcsi e colleghi (2021), suggeriscono che la gestione dello zero nei compiti numerici sia sufficiente per valutare la comprensione dello zero in bambini di età prescolare. Ribadiscono che non è necessario, per la scuola dell'infanzia, che i bimbi siano coscienti che lo zero è il numero più piccolo per poter mettere alla prova le loro capacità operazionali. Come da aspettative, i risultati hanno evidenziato una difficoltà linguistica e non concettuale rispetto al riconoscimento dello zero e dei suoi sinonimi linguistici. Un'altra evidenza, porta alla luce come i bambini abbiano dei problemi con lo "status" dello zero. Prima consideravano lo zero come un non-numero, poi però si sono resi conto che zero è minore di uno, ma comunque l'uno continuava ad essere il numero più piccolo.

Silvia Pixner, Verena Dresen e Korbinian Moeller (2018) fanno un ulteriore passo avanti o, meglio, un passo indietro poiché indagano alla radice delle competenze matematiche dei bambini per capire se la conoscenza della cardinalità di piccoli numeri e dello zero abbiano dei precursori comuni o meno.

Per poter asserire se i precursori sono gli stessi, le ricercatrici riprendono gli studi di Sarnecka e Carey (2008), affermando che, come primo step, i bambini acquisiscono la cardinalità del numero uno, e una volta appresa, poi quella del numero due, del tre e del quattro. Per i numeri dal cinque in su invece, si tratta di un'acquisizione quasi inconscia, come se avessero capito il meccanismo. Il solo fatto di conoscere la cardinalità permette di capire come funziona il contare, cosa che i bambini che conoscono la cardinalità dei numeri solo fino al quattro, non riescono ancora a fare. È necessario dire che il concetto di cardinalità è costruito anche sul linguaggio e le abilità visuo-spaziali (Negen & Sarnecka, 2012; Newcombe et al., 2015), oltre ai fattori dominio-specifici dell'area numerica come il contare, associare simbolo e numero, e il conteggio sulle dita. I dati raccolti attraverso compiti di conteggio, il task "Give a Number", di riconoscimento della simbologia araba di rappresentazione di una quantità con le dita, sono stati analizzati e da essi, gli studiosi evincono che le competenze linguistiche sono associate alla comprensione dei concetti di zero e di cardinalità di piccoli numeri. Questo intreccio però viene messo in secondo piano quando i dati si analizzano facendo riferimento ai fattori dominio-specifici, come per esempio il conteggio (Pixner et al., 2018).



Altri studi, come quello di Merritt e Brannon (2013) riportano che all'età di quattro anni, i bambini rappresentano gli insiemi vuoti lungo la stessa linea numerica e che quindi li rappresentano anche come quantità. In ogni caso la variabilità delle risposte è molto ampia; quindi, presuppongono che il processo di rappresentazione degli insiemi vuoti sia in fase evolutiva proprio verso i quattro anni. Gli studiosi indagano anche un altro aspetto riguardante l'apprendimento dello zero, cioè se i bambini piccoli capiscano la relazione ordinale fra insiemi vuoti e gli altri numeri prima di apprendere le proprietà ordinali del numero zero. Hanno scoperto che tutti quei bambini che ordinavano correttamente le quattro coppie di simboli, riuscivano, anche con buon successo, ad ordinare gli insiemi vuoti, mostrando l'effetto distanza per questi ultimi. Coloro che non avevano una conoscenza approfondita dei simboli dei numeri naturali, non riuscirono ad ordinare nessun tipo di coppia e quindi ordinavano a caso gli insiemi vuoti non mostrando però alcun effetto distanza. Le spiegazioni che gli studiosi si danno rispetto a questi risultati: la prima è che inizialmente i bambini possano aver automaticamente ignorato l'insieme vuoto perché nella vita quotidiana il conteggio viene fatto iniziare dalla parola-numero uno. La seconda riguarda l'iniziale comprensione dei bambini dell'insieme vuoto come rappresentante di un valore minore dell'uno nella linea dei numeri. L'ingenuo insegnamento di iniziare a contare dal numero uno, appreso dai genitori, verrà poi gradualmente eliminato quando gli insiemi vuoti iniziano ad essere rappresentati correttamente nella linea dei numeri. (Per lo stesso motivo, le risposte ai task di ordinamento mostrano come i bambini non abbiano ancora compreso che l'insieme vuoto, nella linea dei numeri, rappresenta una quantità minore dell'uno.)

### 2.3 Lo zero e la scuola

Il numero zero sembra proprio essere visto "un cero a la izquierda", un qualcosa che non vale nulla e che quindi non ha nemmeno senso essere trattato prima della scuola dell'obbligo quando questo diventa elemento fondamentale nei primi algoritmi, nelle regole di base della matematica, che paradossalmente risultano più semplici rispetto a quelle che non lo contengono (Zamarian et al., 2007). Tricia David (2007), dell'Università di Warwick, riporta che su dieci bambini di sette e otto anni, la metà afferma che non ci sia un numero minore di uno. Sollecitati però a pensare se effettivamente ci fosse un numero più piccolo di uno, e se sì quale, due bambini

cambiano idea e nominano lo zero, due restano della loro idea e uno nomina i numeri decimali. La professoressa allora si chiede:

1. Nella scuola si parla abbastanza dei concetti matematici che stanno alla base della disciplina o si è troppo impegnati a “fare” la matematica, dando quindi per scontato che i bambini abbiano i fondamenti del numero e dello zero?
2. Si dovrebbe insistere di più, investire più tempo nell’introduzione di concetti basilari come quello dello zero, servendosi di un linguaggio preciso, scientifico e non descrivendolo solo come “nulla di qualcosa”?
3. Quali sono le fondamenta che compongono l’idea di zero che è necessario che vengano insegnate alla scuola primaria?

Queste domande sono trasferibili anche alla scuola dell’infanzia poiché è proprio qui che i bambini hanno la libertà e l’opportunità di esplorare, di fare esperienza attiva, di giocare con le mattonelle della matematica in modo tale che questa continui ad essere divertente e stimolante anche nei gradi di istruzione successivi.

## CAPITOLO 3: Linguaggio e matematica

Nei capitoli precedenti sono stati esaminati i processi che sottostanno alla comprensione matematica nei bambini di età prescolare. È anche stata presentata una breve rassegna dei sistemi neuronali e sinaptici che garantiscono l'efficacia di questi processi.

È stato affermato, dopo un'attenta lettura di ricerche, che è impossibile, e sarebbe riduttivo, identificare solamente un'area del cervello come sede del pensiero matematico. Moltissime abilità vengono prese in considerazione quando, al cervello, viene presentato un problema di tipo logico-matematico.

Nel presente capitolo verranno quindi esposte alcune di queste abilità, in particolare il legame fra competenze linguistiche e matematiche in bambini di età prescolare.

### 3.1 Competenze linguistiche e competenze matematiche

Le competenze matematiche sono strettamente collegate alle abilità linguistiche anche solamente per il fatto che in qualche modo è necessario esprimere quantità e numerosità. Come fanno però i bambini a capire come parlare di numeri? E quali sono le parole che li indicano?

Gli studi citati nei capitoli precedenti hanno dimostrato la capacità dei bambini, anche neonati, di riconoscere e di confrontare quantità. La ricercatrice Fuson (1988) sostiene come i bambini imparino la sequenza numerica come una filastrocca, ma senza conoscerne veramente il significato.

Diversi studiosi si sono chiesti, però, come i bambini riescano ad acquisire il linguaggio della numerosità e ad individuarne anche le differenze con la sintassi e i significati di una lingua. Alhanouf Almoammer e colleghi (2013) hanno confrontato tre lingue: l'inglese, lo sloveno e l'arabo per studiare se determinate variazioni nelle corrispettive strutture linguistiche possano influenzare e anticipare l'acquisizione da parte dei bambini delle parole-numero. È necessario sottolineare che la scelta delle due lingue diverse dall'inglese è data dal fatto che sono morfologicamente diverse. Lo sloveno e l'arabo sono caratterizzati da una morfologia duale che interessa quindi il numero come categoria grammaticale, oltre al singolare e al plurale queste lingue adottano anche il "duale": con una sola parola possono indicare una coppia di oggetti. *"In Slovenian, a noun like button can occur in the singular (gumb), the dual (gumba), or the plural (gumbi)."* (Almoammer et al., 2013, p. 18449). Oltre ai sostantivi, anche

aggettivi e verbi vengono concordati con il duale. È interessante notare come nello sloveno anche le parole per indicare i numeri più piccoli (1,2,3,4) si comportino come gli aggettivi e concordino quindi con il loro numero. Per l'arabo vige la stessa regola, ma solamente per i sostantivi (“A singular car, for example, is sayara, dual is sayarten, and plural is sayarat.” (Almoammer et al., 2013). Questa digressione di materia linguistica è necessaria per comprendere le domande di ricerca e i risultati di questo studio che, fra le altre cose, si chiede se questa predisposizione della lingua all'uso del duale, favorisca l'apprendimento della quantità indicata dal numero due.

Sono stati testati bambini inglesi e sloveni dai due ai quattro anni, e bimbi arabi dai tre ai quattro anni di età. Come si può vedere dai grafici (asse delle ordinate la percentuale dei bambini, asse delle ascisse l'età dei bambini), i bambini sloveni e arabi, mostrano di comprendere e di utilizzare in maniera efficace il numero due ad un'età inferiore rispetto ai bambini inglesi.

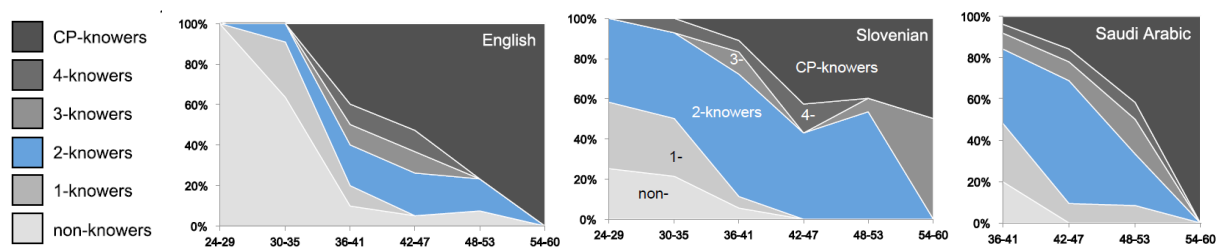


Figura 8 Frequenza dei 2-knowers nel Regno Unito, in Slovenia e in Arabia Saudita. (Almoammer, et al., 2013, p. 18450)

I ricercatori hanno anche esaminato a che punto arrivasse la conoscenza della cardinalità dei numeri e, a parità di età, i bambini inglesi conoscevano il significato anche dei numeri più grandi e raggiungevano questo traguardo prima dei loro pari sloveni e arabi.

In conclusione, gli studiosi dichiarano che la morfologia grammaticale di una determinata lingua può facilitare l'acquisizione di alcuni significati precoci delle parole numeriche, evidenziando anche importanti differenze interlinguistiche. Nonostante conoscere ed essere allenati nel conteggio sia una parte importante nell'apprendimento delle parole numeriche, nelle prime fasi di scoperta del mondo, i bambini sono fortemente influenzati dall'ascolto di parole numeriche nel linguaggio colloquiale e quotidiano, soprattutto se questo è ricco di spunti numerici.

Altri studi (Miller et al., 1995; Miura et al., 1988), notando una significativa differenza di conoscenze numeriche fra bambini cinesi e statunitensi di età prescolare, hanno indagato come e se la lingua, e quindi anche il sistema di nominazione delle

parole-numero, possa influire sulle abilità aritmetiche. I risultati infatti dimostrano una maggiore dominanza dei bambini cinesi sui coetanei statunitensi proprio perché la loro lingua, essendo in essa più trasparente la base-10, rende più semplice la lettura e l'associazione numerosità e parola. La lingua inglese, ma come anche l'italiano, utilizza molte più parole di quella cinese per descrivere i numeri: se in Cina ai numeri dopo il dieci viene aggiunto solo il numero base necessario per completare la numerosità ("dieci" e "due" per indicare il "dodici"), l'inglese invece richiede di imparare un nuovo vocabolo e di conseguenza di attribuirne un nuovo significato alle cifre "uno" e "due". Gli studiosi però affermano che queste prime differenze nell'associazione fra parola-numero e numerosità, fra bambini cinesi e statunitensi, non sono indicative di un'intelligenza matematica superiore dell'uno sull'altro e nemmeno come predittori di future difficoltà matematiche.

Le ricerche appena presentate però non parlano di come i bambini di età prescolare riescano a venire a conoscenza delle parole-numero e dei loro significati.

Altri studi spiegano la correlazione fra competenze linguistiche e competenze matematiche con collegamenti di tipo genetico, cognitivo e ambientale (Farrington-Flint et al., 2009; Gathercole et al., 2004; Hart et al., 2009; Spinath et al., 2006; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004). Tuttavia, un elemento che è stato poco esplorato nella letteratura è la possibile influenza reciproca che le competenze linguistiche e matematiche hanno tra di loro (Purpura et al., 2011). Gli studi di Purpura e colleghi, quindi, indagano la connessione fra abilità di alfabetizzazione precoce: linguaggio orale, abilità di processazione fonologica e abilità di stampa ("la conoscenza della stampa, è la conoscenza da parte del bambino di nomi e suoni delle lettere, parole e convenzioni di base su libri e stampa, come tenere e usare i libri e la direzionalità della stampa." (Purpura et al., 2011, p. 648) con le abilità matematiche precoci: numerazione, rapporti numerici e operazioni aritmetiche.

I risultati dei test effettuati indicano che tutte e tre le abilità di alfabetizzazione precoce sono individualmente legate e predittive della conoscenza numerica generale dei bambini. Di queste, solamente due, il linguaggio orale e la conoscenza della stampa, si rivelano cruciali nella previsione delle successive performance numeriche se confrontate con le abilità di calcolo e delle competenze cognitive non verbali. Questo studio, perciò smentisce l'unicità della capacità fonologica nella previsione delle future capacità numeriche nei bambini (Purpura et al., 2011).

Bloom e Wynn (1997) indagano proprio le radici di queste conoscenze linguistico-numeriche, si chiedono quindi, come fanno i bambini ad acquisire un tale livello di conoscenza senza essere stati formalmente istruiti ad esso. Gli studiosi analizzano le conversazioni fra dei bambini di due-tre anni con i loro genitori (progetto CHILDES (MacWhinney & Snow, 1990)) per cercare degli elementi che possano spiegare queste conoscenze.

Prima di proseguire nello studio, Bloom e Wynn espongono la difficoltà che i bambini incontrano nel momento in cui devono apprendere il codice numerico e i suoi significati: il numero rappresenta una qualità di un insieme, non dell'individuo, o più precisamente, di un insieme di individui. Questo concetto, che sembra semplice, richiede ai bambini una capacità cognitiva decisamente più complessa rispetto a quella necessaria per comprendere le altre normali entità.

Come detto precedentemente, il linguaggio matematico è presente nella quotidianità dei bambini, per esempio nelle filastrocche del conteggio, ma i numeri li sentono anche in frasi dove traspare il loro significato semantico e sintattico. (Wynn, 1992). Per verificare se i bambini di due-tre anni riuscissero a riconoscere la parola-numero *uno*, la ricercatrice Wynn li sottopone ad un test durante il quale dovevano segnalare, alla domanda "Can you show me the one fish?" la figura della coppia in cui era presente solo un individuo. Successivamente gli esaminatori pronunciavano anche una domanda con una parola inventata al posto del numero per verificare se conoscessero veramente la parola-numero *uno* e il suo significato. Il ragionamento che sottostà a questo esercizio è che, se il bambino sa che una parola-numero diversa da *uno* si riferisce ad una numerosità specifica, allora dovrebbe dedurre che la parola-numero si riferisce ad una quantità diversa dall'*uno*. Viceversa, se nella medesima coppia gli venisse chiesto "Can you show me the four fish?" (da notare come il numero della parola *fish* non cambia fra singolare e plurale), conoscendo la quantità del numero uno, per il principio del contrasto (Clark, 1987), allora andrebbe per esclusione e identificherebbe così la parola-numero quattro come una possibile portatrice di quantità.

Quali sono però i segnali che svolgono un importante ruolo nell'acquisizione delle parole-numero? Oltre a poter carpire significati dal contesto, i bambini possono raccogliere informazioni anche dalla composizione sintattica e semantica del discorso. I bambini possono percepire che:

- le parole-numero possono essere utilizzate solamente con le parole che si possono numerare, non con i vocaboli non numerabili (ho comprato tre uova vs ho comprato due latte);
- le parole-numero non possono essere precedute da aggettivi o avverbi di quantità (ho visto troppi tre cani);
- le parole-numero precedono gli aggettivi nella frase nominale (ho mangiato due grosse mele vs ho mangiato grosse due mele);
- le parole-numero possono stare nella frase partitiva (ho visto due dei miei compagni di classe).

Queste regole grammaticali possono quindi essere degli indizi che aiutano i bambini a farsi una prima idea che le parole-numero si riferiscono a quantità assolute di individui discreti. (Bloom & Wynn, 1997).

### 3.2 Il ruolo dei quantificatori

I linguaggi naturali ricorrono a molti modi per esprimere delle quantità; queste possono essere espresse attraverso i numeri naturali precisi (1, 2, 3, ...), utilizzando quantificatori che esprimono approssimazione (un po'...), l'esistenza di qualcosa (alcuni, qualsiasi...), valori universali (tutti, ognuno...), e che identificano una comparazione fra quantità (di più, la maggior parte...) (Lidz, 2016).

Gli studi sulla cognizione numerica nei bambini di età prescolare hanno individuato nella metafora dell'accumulatore (Dehaene, Il pallino della matematica. Scoprire il genio dei numeri che c'è in noi., 2010) la visualizzazione di come la mente dell'essere umano processi il meccanismo del contare. Fin dai primi momenti di vita, l'accumulatore individua e confronta quantità discrete rappresentandole in quantità continue. Questa modalità però risulta non essere precisa quanto potrebbe essere il conteggio delle singole unità.

La familiarizzazione con le quantità discrete e numeri naturali avviene grazie ad un processo involontario di acculturamento ai numeri durante i vari momenti di quotidianità (Butterworth, 1999).

L'abilità del contare entra però a far parte delle competenze dei bambini a partire dal terzo anno di età, proseguendo poi, aggiungendo una cifra alla volta, fino ad arrivare ad essere CP-knowers, conoscenti della cardinalità (Carey, 2009), (Gelman & Gallistel, 1978), (Le Corre & Carey, 2007), (Wynn, 1992).

Fra le tipologie di quantificatori riportati precedentemente ci sono anche quelli che vengono utilizzati per confrontare delle quantità (“la maggior parte”, “di più di”, ...) ma per poter operare questo confronto è necessario che i bambini sappiano individuare e utilizzare il concetto di insieme.

È però importante capire se la cardinalità e la rappresentazione degli insiemi siano effettivamente prerequisiti per l’apprendimento del linguaggio naturale dei quantificatori. (Lidz, 2016)

I primi studi sull’argomento sostengono questa tesi: Papafragou e Schwarz (2005/2006) affermano che il quantificatore “la maggior parte” è successivo all’acquisizione del concetto di cardinalità poiché esso sottintende il significato di “più della metà” e che quindi è necessario che i bambini sappiano contare gli elementi di un insieme.

La ricerca di Halberda e colleghi (2008) però non conferma ciò che è stato precedentemente detto, anzi. I dati raccolti tramite task come il “Give a Number” di Wynn (1992) e “How Many” di Gelman e Gallister (1978), rivelano che la comprensione di “la maggior parte” dipende dall’esperienza linguistica, ma non troppo dalla capacità di conteggio.

*“We see both full-counters and noncounters progressing through gradual improvement on the Most task as a function of age, suggesting that a child with full counting ability does not discover the meaning of most any faster than a child lacking this ability does. The correlation between performance on the Most task and age is likely to be the result of linguistic experience. Older children have experienced more instances of “most” uttered in context and have had greater opportunity to refine their understanding of this word.”* (Halberda et al., 2008, p. 117).

Nonostante i bambini non fossero competenti nella cardinalità, hanno dimostrato di sfruttare le potenzialità di approssimazione e di rapporto nell’ANS nei compiti di confronto.

Lidz (2016) riporta che anche altri studi, come quello di Odic e colleghi, sostengono la tesi di Halberda; infatti, dalla loro ricerca si evince che anche i bambini che hanno raggiunto il livello di CP-knowers, hanno bisogno di alcuni mesi prima di riuscire ad utilizzare in modo corretto il quantificatore “la maggior parte” in una frase.



L'utilizzo e l'interpretazione corretta di un quantificatore dipende anche dalle "asimmetrie tra gli argomenti esterni di un quantificatore" (Lidz, 2016, p. 15), cioè le relazioni fra quantificatore e gli altri elementi che, in base alla disposizione all'interno della frase, possono assumere significati diversi.

Diversi studi dimostrano che i bambini di età prescolare hanno le risorse cognitive per sostenere l'uso dei quantificatori in una conversazione poiché la rappresentazione numerica approssimata e la conoscenza delle basilari regole di insiemistica e dei loro rapporti, permette ai bambini di accedere all'utilizzo dei quantificatori ancora prima di essere conoscitori della cardinalità. L'intuizione sull'utilizzo dei quantificatori e delle parole che li rappresentano è anche aiutata da nessi grammaticali, come per esempio quando vengono seguiti dalla particella "di" (in inglese "of") che indirizza i bambini ad un'interpretazione quantitativa della frase. (Wellwood et al., 2016)

I quantificatori però non limitano l'interpretazione di una frase, ci possono infatti essere preferenze per un'interpretazione isomorfa e una non-isomorfa, quindi se leggere la frase in modo molto più letterale, o al contrario cercare significati più profondi, che vanno al di là del significato letterale. Musolino e Lidz (2008) indagano e confrontano le competenze e i comportamenti messi in atto da adulti e da bambini di cinque anni quando vengono esposti a frasi nominali universalmente quantificate (che fanno uso dei quantificatori come "tutti", "ognuno") e le rispettive negazioni.

Lo studio di Musolino e Lidz (2008), risulta essere interessante perché dai risultati dei bambini nell'analisi delle frasi del tipo: "*Every N didn't VP*" (*every horse didn't jump over the fence*) e "*NP didn't V every N*" (*the horses didn't jump every fence.*) (dove per N si intende la frase nominale universalmente quantificata, VP per frase verbale, NP per frase nominale e V per verbo.) si evince che essi riescono, come gli adulti, a interpretare una frase sia in modo isomorfo che non-isomorfo, quindi che riescono a fare quel passaggio che porta dall'interpretazione letterale del quantificatore "nessuno" al significato logicamente molto più complesso che è il "non tutti" (Musolino & Lidz, 2008). Nelle frasi come "*Every horse didn't jump over the fence*" i bambini sono però più portati a interpretarle come "nessun cavallo ha saltato la recinzione" piuttosto che "non tutti i cavalli hanno saltato la recinzione" che è l'interpretazione maggiormente fornita dagli adulti. Gli studiosi si sono accorti però che le persone adulte tendono ad avere un'interpretazione isomorfa delle frasi poiché sono quelle più usate in ambito

giornalistico, televisivo e pubblicitario. I bambini invece, non avendo ancora fatto molta esperienza in questi campi sono meno influenzabili dai fattori pragmatici della lingua. Un'ulteriore difficoltà risiede anche nel fatto che nella frase "every horse didn't jump over the fence" vi è una doppia negazione anche nell'assenza poiché si nega che tutti i cavalli abbiano saltato la recinzione affermando che "c'è / esiste nessun cavallo che ha saltato la recinzione". Questa lettura della frase afferma la non presenza di qualcosa e quindi l'assenza di quantità.

Per concludere, questo studio fornisce un'angolatura diversa per comprendere che i bambini di cinque anni comprendono l'accezione di zero dei quantificatori come "nessuno" e anche che linguisticamente sono predisposti per elaborarlo. Al contempo però ci posso essere dei meccanismi linguistici che li confondono e che possono sbaragliare le regole apprese nella quotidianità. Inoltre, viene evidenziato come la cultura e l'esperienza sono particolarmente importanti nello sviluppo delle competenze di un bambino, che siano queste linguistiche, logiche o matematiche.

La cultura e soprattutto l'esperienza sono necessari nell'apprendimento dell'uso corretto dei quantificatori universali inglesi "every" e "each". Knowlton e Lidz (2021) indagano il processo attraverso il quale i bambini apprendono ad utilizzare in modo corretto questi due quantificatori, che, per quanto possano essere simili, nascondono delle insidie poiché possono dare delle sfumature differenti alle frasi, o possono anche creare delle frasi grammaticalmente scorrette se confusi.

Questo studio utilizza una parte dei discorsi fra genitori e bambini di età prescolare che sono stati raccolti dal progetto CHILDES (MacWhinney & Snow, 1990) e analizza gli scambi in cui i quantificatori "each" e "every" vengono utilizzati. Gli studiosi hanno riportato come dalle conversazioni e dall'uso che i genitori fanno dei quantificatori, i bambini riescano ad apprendere le regole grammaticali ma anche le differenze quantitative fra i due: "every" viene usato riferendosi a un insieme di individui, "each" permette di rappresentare ogni singolo individuo.

Gli studi riportati in questo capitolo evidenziano la strettissima connessione fra il linguaggio e la matematica. Sebbene questi legami siano innegabili, ci sono ancora poche certezze su come queste due dimensioni della conoscenza convergano l'una sull'altra. Sembrerebbero essere due linee con il punto d'inizio diverso che però per proseguire hanno bisogno l'una dell'implemento dell'altra.

## CAPITOLO 4: La ricerca

I capitoli precedenti riportano studi sulla cognizione numerica e sui processi di comprensione del numero zero. Quest'ultimo però è stato il protagonista di ricerche scientifiche solamente nell'ultimo periodo, quasi a ricalcare la lunga e difficile storia dell'affermazione del simbolo zero come numero e come portatore di una determinata quantità.

La ricerca che verrà presentata in questo capitolo riprende proprio il concetto di zero come assenza di quantità e, riprendendo diversi studi, come quello di Merritt and Brannon (2013), verranno proposti dei compiti che mirano a testare le abilità aritmetiche dei bambini attraverso stimoli di quantità formati da dots, fra cui anche items con zero pallini.

Questo studio si pone come obiettivo quello di constatare se il processamento non simbolico dello zero è associato alla conoscenza cardinale della quantità zero.

Come diversi studi dimostrano, il percorso per comprendere appieno il numero zero è abbastanza lungo e anche un po' più artificioso rispetto a quello per la comprensione dei numeri base. Wellman e Miller (1986) identificano infatti tre fasi che portano alla completa conoscenza del numero zero. Un passaggio cruciale compiuto dai bambini è quello di associare alla mancanza di quantità una parola-numero, lo zero, e successivamente capire che lo zero rappresenti un insieme minore di quello che può essere rappresentato dal numero uno.

Di notevole interesse sarà anche il task "Give me a Number", attraverso il quale si può notare il livello di conoscenza di cardinalità e anche mettere a confronto la comprensione dello zero quando questo viene espresso attraverso il linguaggio matematico o quotidiano (Krajcsi et al., Development of Understanding Zero , 2017).

In questo capitolo vengono descritti i partecipanti, le modalità di somministrazione dei test, dei quali viene fornita una rapida spiegazione, ed i corrispettivi risultati che vengono analizzati in riferimento alle domande di ricerca.

Il presente studio mira ad indagare:

- le possibili connessioni fra la comprensione e l'elaborazione della quantità zero e degli altri insiemi di quantità approfondendo anche la doppia natura linguistica della quantità zero ("nessuno" vs "zero");
- in che misura le difficoltà linguistiche possano incidere sulle prestazioni aritmetiche.

## 4.1 Le domande di ricerca

La ricerca che verrà di seguito esposta ha l'obiettivo indagare le abilità di proto-aritmetica di bambini di età prescolare, di esplorare la cardinalità dello zero e di ricercare possibili influenze delle difficoltà linguistiche sulle abilità aritmetiche. Due sono le tipologie di test differenti che ci hanno permesso di rispondere alle seguenti domande.

### 4.1.1 La quantità zero viene elaborata come gli altri insiemi di quantità?

La letteratura esaminata offre un'importante presa di coscienza sul fatto che il processo di comprensione dello zero e della sua cardinalità è più complesso rispetto a quello dei numeri base. Le sue naturali caratteristiche di essere sottointeso anche in espressioni come "nessuno" e "non esserci", e che rappresenta l'assenza di quantità, rendono questo processo più complicato. Recenti studi hanno però evidenziato come i bambini di età prescolare riescano a risolvere compiti numerici anche con insiemi vuoti poiché, questi insiemi, non contenendo oggetti non possono nemmeno avere delle proprietà proprie (Krajcsi et al., 2021).

Ci si aspetta quindi che, nonostante i processi alla base siano differenti, l'elaborazione della quantità zero non diverga troppo dall'elaborazione degli altri insiemi di quantità.

### 4.1.2 Esiste una differenza fra coloro che conoscono la cardinalità "nessuno" e coloro che conoscono la cardinalità "zero" nell'accuratezza dei compiti di aritmetica?

Durante la somministrazione del task "GAN" si è potuto constatare come la correttezza delle risposte alle domande che includevano la parola-numero zero e il corrispondente "nessuna" variavano proprio in base all'utilizzo del linguaggio matematico o quello naturale. Si ripresenta quindi il caso analizzato nel dettaglio da Krajcsi e colleghi (2017) i quali scardinano i risultati dei test GAN di Bialysotck e Codd (2000) affermando che la conoscenza del linguaggio naturale non è necessariamente indicativa della comprensione della cardinalità della quantità zero.

Da questi studi e dai risultati ci si può aspettare una differenza di prestazioni fra chi conosce la cardinalità del numero zero e chi non la conosce sia negli item dove è presente la quantità zero, sia in quelli dove la quantità rappresenta i piccoli numeri.

#### 4.1.3 In che misura le difficoltà dovute alla lingua hanno inciso sui risultati dei test nei bambini la cui lingua madre non è l'italiano o in chi ha difficoltà linguistiche?

Data la grande eterogeneità di provenienza del campione ci si è chiesti se le difficoltà linguistiche possano aver influito sulle prestazioni dei bambini. Si è notato che nei compiti dove la lingua italiana, ma analogamente qualsiasi altro idioma, non è necessaria per comprendere il task, i bambini con poca conoscenza dell'italiano perché lingua seconda, o per eventuali difficoltà linguistiche sono riusciti a svolgere, o almeno a comprendere correttamente il task. Da queste premesse ci si aspetta che le difficoltà linguistiche non interferiscano in modo significativo con le prestazioni dei bambini e che quindi non influenzino le abilità aritmetiche.

#### 4.2 I partecipanti

La ricerca è stata svolta presso la scuola dell'infanzia "Joan Mirò" dell'Istituto Comprensivo "Romolo Onor" di San Donà di Piave (VE). Sono state coinvolte tre sezioni di questa scuola, due omogenee che ospitavano bambini dei "medi", cioè di quattro-cinque anni, e una sezione eterogenea composta da bimbi dai quattro ai sei anni. Di questa ultima sezione sono stati selezionati solamente i bambini frequentati il secondo anno di scuola dell'infanzia poiché i test sono stati creati appositamente per indagare le competenze di questa fascia d'età.

Le famiglie che hanno deciso di far partecipare i loro figli allo studio sono 33, purtroppo quattro bambini non hanno potuto rispondere ai task poiché durante le sessioni di somministrazione non erano presenti a scuola.

In totale quindi ha partecipato un gruppo composto da 15 bambini e da 14 bambine di età compresa fra i 52 e i 64 mesi ( $M = 58,03$  mesi). Il gruppo è decisamente eterogeneo per provenienza, infatti, 15 bambini su 29 sono di seconda generazione. Dai dati raccolti dalle insegnanti, si evince che i genitori di questi bambini non sono madrelingua italiana e quindi si può supporre che in casa non parlino l'italiano ma nella loro lingua madre. Dal questionario fornito alle insegnanti (**allegato 1**) risulta che cinque bambini abbiano delle importanti difficoltà linguistiche, e solamente tredici riescano a comprendere e ad utilizzare la lingua italiana in modo adeguato all'età.

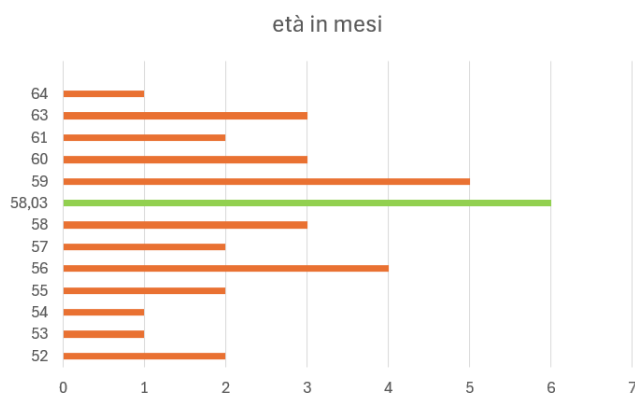


Figura 9 Età in mesi dei partecipanti (in verde l'età media  $M = 58,03$ )

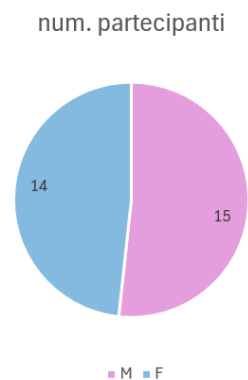


Figura 10 Numero di partecipanti alla ricerca

### 4.3 Procedura

Per garantire la validità e la coerenza dei risultati, i task sono stati somministrati seguendo una procedura standard uguale per ogni bambino e cercando di mantenere le stesse condizioni ambientali per ognuno di loro.

La somministrazione è avvenuta in due sessioni, a distanza di qualche giorno l'una dall'altra, della durata di 25 minuti ciascuna. In ognuna di queste venivano proposti ai bambini tre task per valutare le loro abilità numeriche, attraverso dei giochi interattivi su tablet.

I bambini venivano accolti in un ambiente tranquillo, silenzioso e luminoso e senza troppe distrazioni. Il bambino veniva infatti fatto sedere all'estremità di un tavolo dove era già stato predisposto il tablet e, all'estremità opposta vi era l'esaminatrice. Dopo un momento di ambientazione veniva presentata la storia che faceva da cornice ai diversi test. Una volta spiegate le istruzioni, i bambini proseguivano autonomamente alla risoluzione degli items e la somministratrice assumeva un ruolo di sostegno e di motivatore. I task sono dotati di un'interfaccia interattiva, semplice, intuitiva e coinvolgente in modo tale che i bambini possano completarli in completa autonomia.

Fra i task somministrati, quelli più significativi sono il "Give a number" e il compito di addizione. I risultati verranno poi confrontati anche con i dati concernenti le difficoltà linguistiche forniti dalle insegnanti.

Il task tablet-based "Give a Number" (GAN) ha l'obiettivo di raccogliere informazioni sulla conoscenza della cardinalità dei piccoli numeri e dello zero. È stata inserita anche la richiesta di "metti nel cesto nessuna mela" per registrare dati significativi sulle differenze fra conoscenza del linguaggio matematico e naturale.

Il compito è stato pensato per i bambini di cinque anni e infatti, anche per rendere più accattivante e stimolante il test, le richieste venivano fatte direttamente da un gufo che chiedeva ai bambini di raccogliere un numero  $n$  di mele e di metterle poi in un cesto.

La prima richiesta prevedeva di mettere due mele nel cesto, poi il numero aumentava a quattro, poi a sei, sette e poi, nelle ultime richieste veniva indagata la conoscenza della cardinalità del numero zero e il suo corrispettivo quantificatore: nessuno.

Il compito richiedeva di trascinare le mele, una ad una, verso il cesto. In questo modo il bambino era portato a contare ogni mela e quindi ha permesso la registrazione delle abilità di conteggio, di numerazione e di comprensione della cardinalità.

Nel caso in cui un bambino non rispondesse correttamente alla richiesta, allora il gufo avrebbe chiesto di mettere una mela nel cesto e poi zero mele. Al termine di ogni richiesta il gufetto esprimeva un feedback di tipo neutro, senza far capire al bimbo se ciò che aveva eseguito era corretto o meno.

L'essere un task tablet-based ha permesso che le azioni dei bambini venissero automaticamente registrate dal server così da fornire dati precisi rispetto le loro prestazioni. Sono stati annotati quindi anche il numero di tentativi, l'accuratezza delle risposte e i tempi di esecuzione.

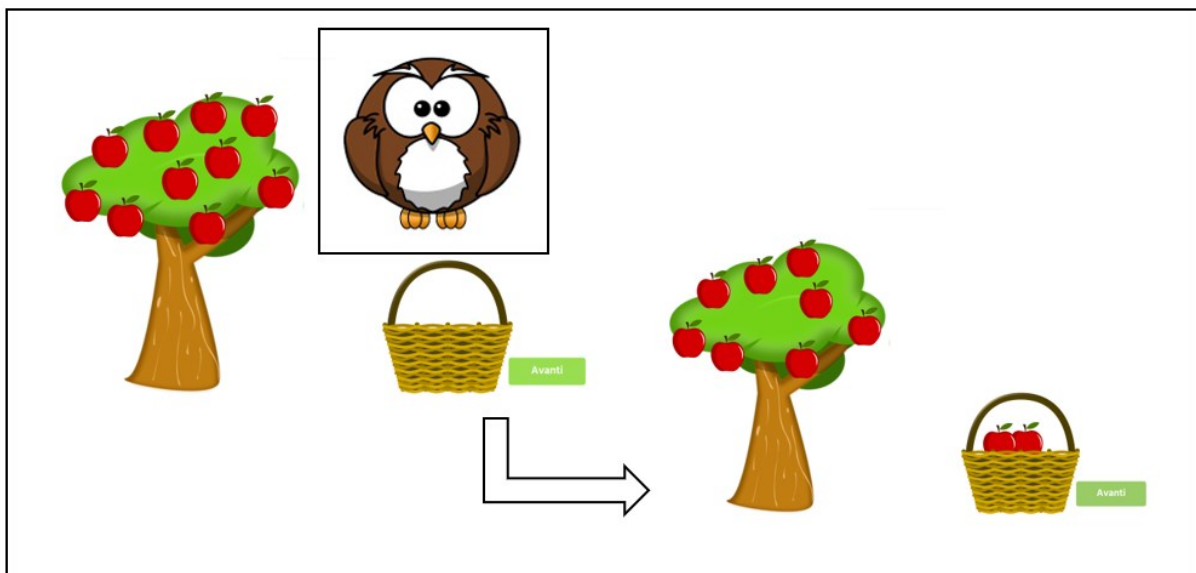


Figura 11 Schermate Give a Number

Il secondo compito richiedeva ai bambini di compiere delle addizioni fra quantità non simboliche. Questo compito, sempre tablet-based, utilizza una grafica intuitiva e

giocosa in modo tale che il bambino venisse coinvolto e riuscisse a svolgere in autonomia il task.

Prima di iniziare il test viene raccontata una storia e viene introdotto il personaggio principale, una volpe, che chiede l'aiuto ai bambini per capire quante caramelle fossero cadute nella scatola. La presenza dell'animale conferisce un aspetto più familiare e più rassereneante al task.

All'inizio vi erano una serie di item di prova in modo tale da permettere al bambino di capire il meccanismo, i tempi e le modalità di completamento del task.

Nello specifico questo compito richiedeva di sommare una quantità rappresentata da dots che proveniva dall'alto dello schermo, ad un'altra che arrivava dalla sinistra di esso. Nella schermata successiva, venivano proposte due scelte, fra cui quella corretta. Ad ogni item vi era un feedback sonoro e visuale. Prima di cominciare il test vero e proprio vi erano sei task di prova così da far capire il meccanismo ai bambini.

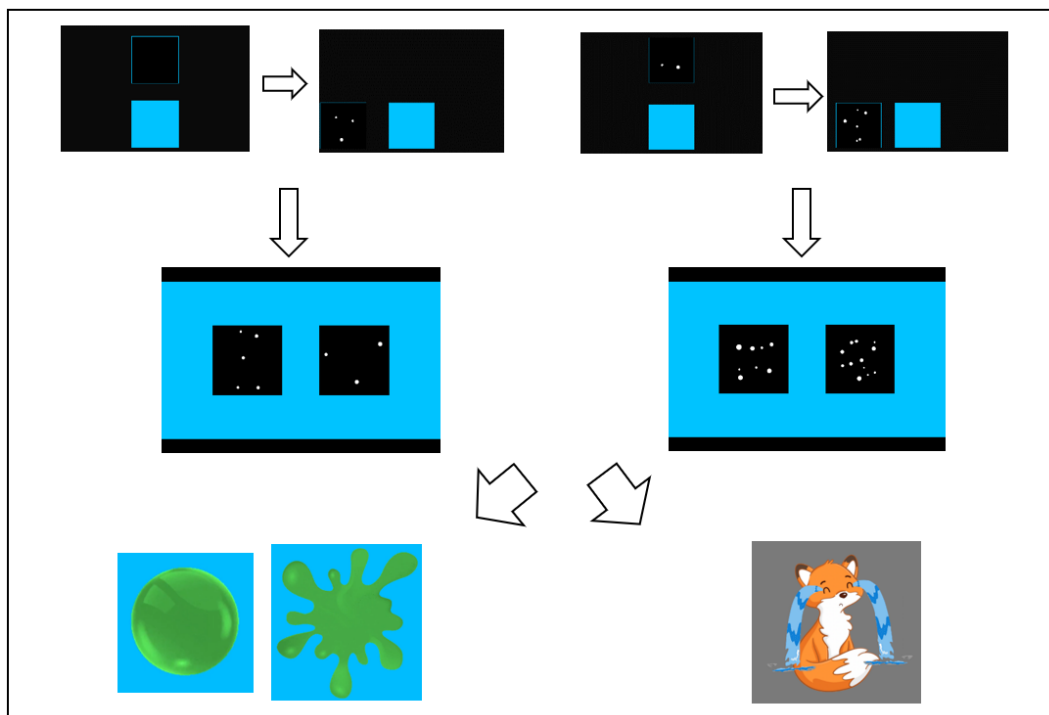


Figura 12 Schermate del task di addizione

#### 4.4 Analisi dei dati

I dati ricavati sono stati elaborati in forma di media e deviazione standard ed in seguito è stata eseguita l'analisi della varianza (ANOVA) così da riuscire a confrontare le medie fra i compiti di proto-aritmetica.



#### 4.4.1 La quantità zero viene elaborata come gli altri insiemi di quantità?

Nel compito di aritmetica i bambini hanno dimostrato di essere accurati in egual misura nei vari item presentanti. In media però i bambini ottengono migliori risultati nei compiti di somma di piccoli numeri, con una maggiore accuratezza nei compiti aritmetici con le quantità ( $M = 0,70$ ;  $ds = 0,46$ ).

	NUMERI	TASK	MEDIA	DEVIAZIONE STANDARD
1	EIGHT	QUANT	0,49	0,50
2	NUMBER	QUANT	0,70	0,46
3	SIX	QUANT	0,49	0,50
4	TWO	QUANT	0,50	0,50
5	EIGHT	ZERO	0,49	0,50
6	SIX	ZERO	0,48	0,50
7	THREE	ZERO	0,55	0,50
8	TWO	ZERO	0,54	0,50

Tabella 1 Descrittive task addizione

Con l'analisi dell'ANOVA non si riscontra una differenza significativa fra le condizioni e sembra che i compiti con la quantità siano più semplici rispetto ai compiti con lo zero [ $F(2, 25) = 0.30$  ;  $p = 0.8$ ] ma si denota una differenza significativa fra le singole condizioni in cui le quantità sono state presentate [ $F(2, 25) = 6.5$ ;  $p < 0.1$ ]

Si può notare infatti come la media dei punteggi della numerosità "eight" non differisce molto fra i compiti in cui non era presente lo zero ( $M = 0,49$ ) con quelli in cui vi era ( $M = 0,49$ ). Interessante è fare lo stesso confronto con la numerosità "two": la media sembra divergere di tre centesimi fra i compiti dove viene messo a confronto con le quantità base ( $M = 0,50$ ) e quelli dove è presente il numero zero ( $M = 0,54$ ).

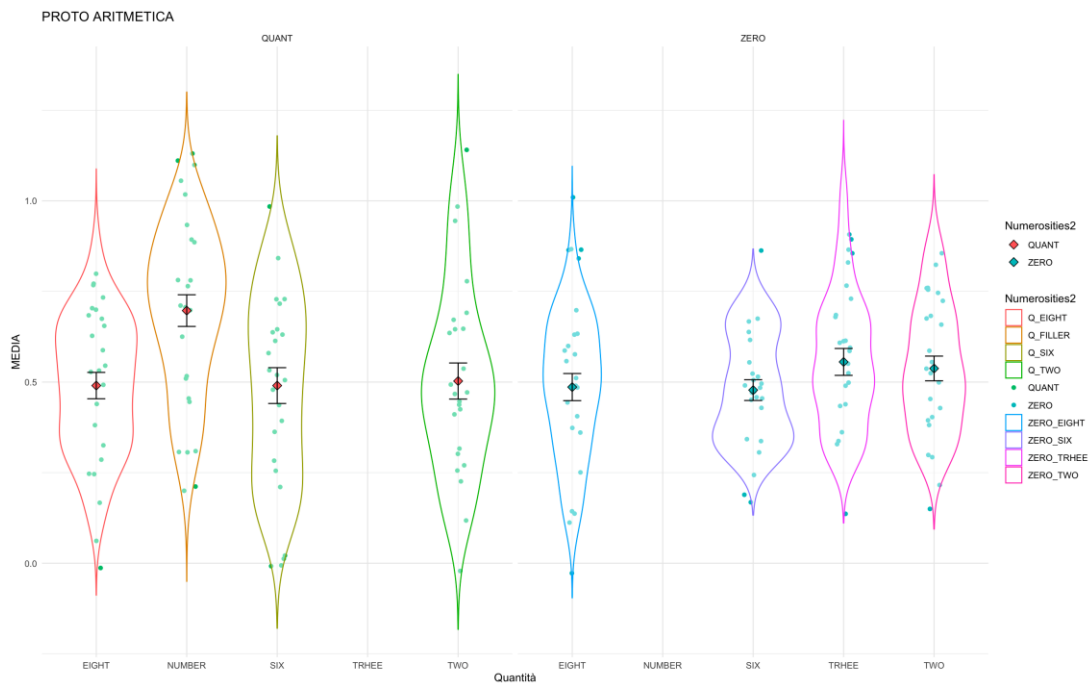


Grafico 1 Accuratezza nei compiti di addizione fra quantità e con lo zero

Per concludere si può affermare come le differenze di prestazione siano state più influenzate dalla numerosità delle quantità piuttosto che dalla presenza o meno dello zero come addendo. Dai dati però si evince comunque che la presenza dello zero nell'addizione abbassi la qualità della performance dei bambini, i quali hanno trovato più semplice eseguire i task di somma fra piccoli numeri.

4.4.2. Esiste una differenza fra coloro che conoscono la cardinalità “nessuno” e coloro che conoscono la cardinalità “zero” nell'accuratezza dei compiti di aritmetica? I dati ricavati dalle risposte al task “Give a Number” rivelano come le prestazioni migliori siano state quelle dei bambini che riconoscono la cardinalità dello zero. Essi hanno una maggiore accuratezza nei compiti di quantità ( $M = 0,63$ ) rispetto ai bambini che non conoscono lo zero che hanno un'accuratezza più bassa ( $M = 0,49$ ). La stessa situazione si ripresenta nei compiti che riguardano la quantità zero: l'accuratezza dei bambini che conoscono la cardinalità zero è maggiore ( $M = 0,54$ ) rispetto a quella dei bambini che non la conoscono ( $M = 0,51$ ).

	Numerosità	GAN	MEDIA	DEVIAZIONE STANDARD (ds)	ERRORE STANDARD (se)
1	QUANT	0 (non conoscono lo zero)	0,49	0,50	0,03
2	ZERO	0 (non conoscono lo zero)	0,51	0,50	0,03
3	QUANT	1 (conoscono lo zero)	0,63	0,48	0,03
4	ZERO	1 (conoscono lo zero)	0,54	0,50	0,03

Tabella 2 Descrittive task Give a Number

L'analisi ANOVA conferma una differenza significativa fra i bambini che conoscono lo zero e coloro che non lo conoscono [ $F(2, 25) = 9.1; p < 0.1$ ].

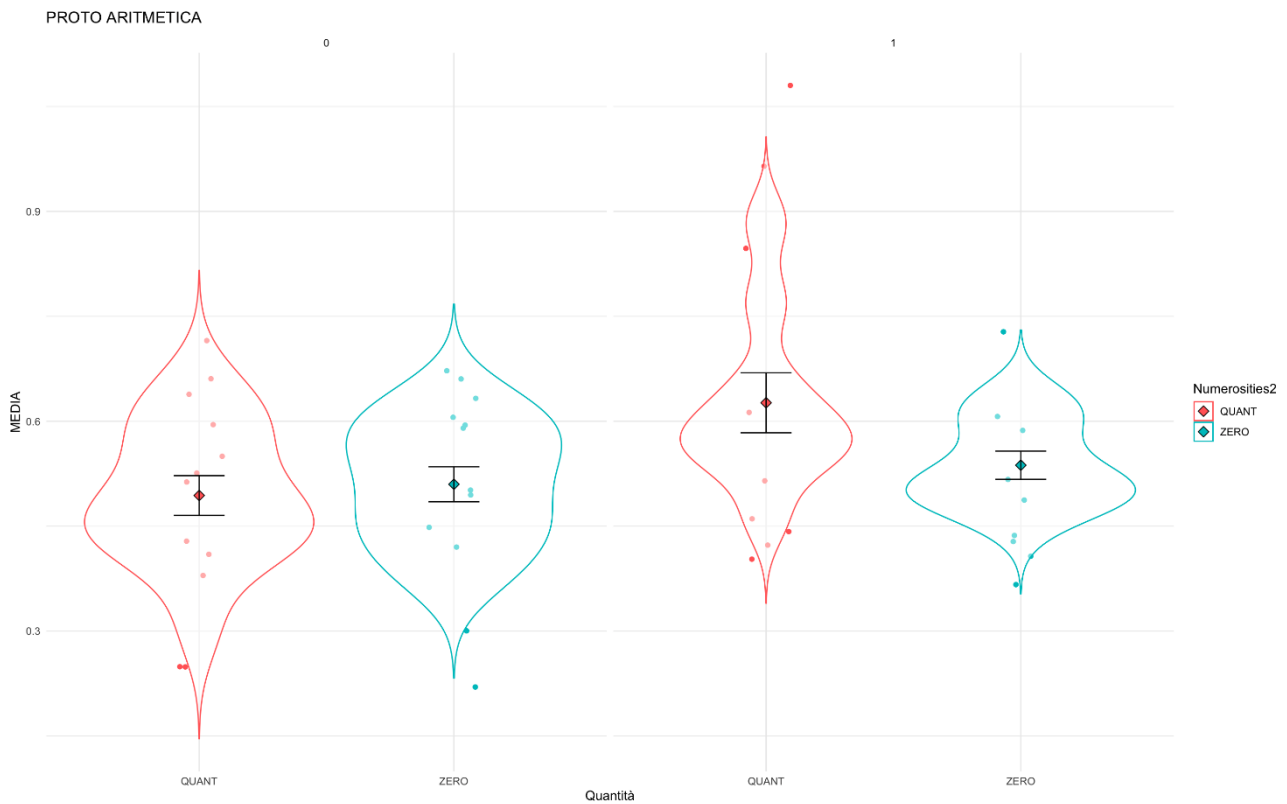


Grafico 2 Accuratezza nel task GAN fra zero-knower e non zero-knower nei compiti di cardinalità

In conclusione, sembrerebbe che i conoscitori di cardinalità dello zero siano più accurati nella soluzione dei compiti aritmetici non simbolici rispetto ai non conoscitori della cardinalità.

4.4.3 In che misura le difficoltà dovute alla lingua hanno inciso sui risultati dei test nei bambini la cui lingua madre non è l'italiano o in chi ha difficoltà linguistiche?

Dalle descrittive ricavate dai task aritmetici e dal questionario delle insegnanti, si evince che non ci sono differenze significative dell'accuratezza nei compiti di quantità fra bambini che non presentano motivi di disagio ( $M = 0,57$ ); fra chi ha difficoltà in

produzione (M = 0,50) e chi ha difficoltà sia in produzione che in comprensione (M = 0,60). Analogamente, nei compiti riguardanti la cardinalità dello zero le medie differiscono ancora meno fra chi non presenta motivi di disagio (M = 0,52); chi ha difficoltà di produzione (M = 0,50); e chi in produzione e comprensione (M = 0,52). Differenze significative si trovano all'interno del gruppo di chi presenta difficoltà sia in produzione che in comprensione: nei compiti che richiedono la conoscenza delle quantità l'accuratezza è maggiore (M = 0,59) rispetto a quella dei test dove viene testata la conoscenza della cardinalità dello zero (M = 0,52).

	numerosità	Difficoltà linguistiche	MEDIA	DEVIATIONE STANDARD	ERRORE STANDARD
1	QUANT	1	0,57	0,50	0,03
2	ZERO	1	0,52	0,50	0,03
3	QUANT	2	0,50	0,50	0,04
4	ZERO	2	0,50	0,50	0,04
5	QUANT	4	0,59	0,49	0,04
6	ZERO	4	0,52	0,50	0,05

*Tabella 3 Descrittori difficoltà linguistiche (1 = non presenta motivi di disagio; 2 = difficoltà in produzione; 4 = difficoltà in produzione e comprensione)*

L'analisi ANOVA non evidenzia una differenza significativa fra i bambini che hanno difficoltà linguistiche e i bambini che non le hanno [ $F(2, 25) = 0.03$ ;  $p = 0.8$ ], dimostrano come le difficoltà linguistiche non abbiano avuto un ruolo particolarmente significativo nei compiti di proto-aritmetica.

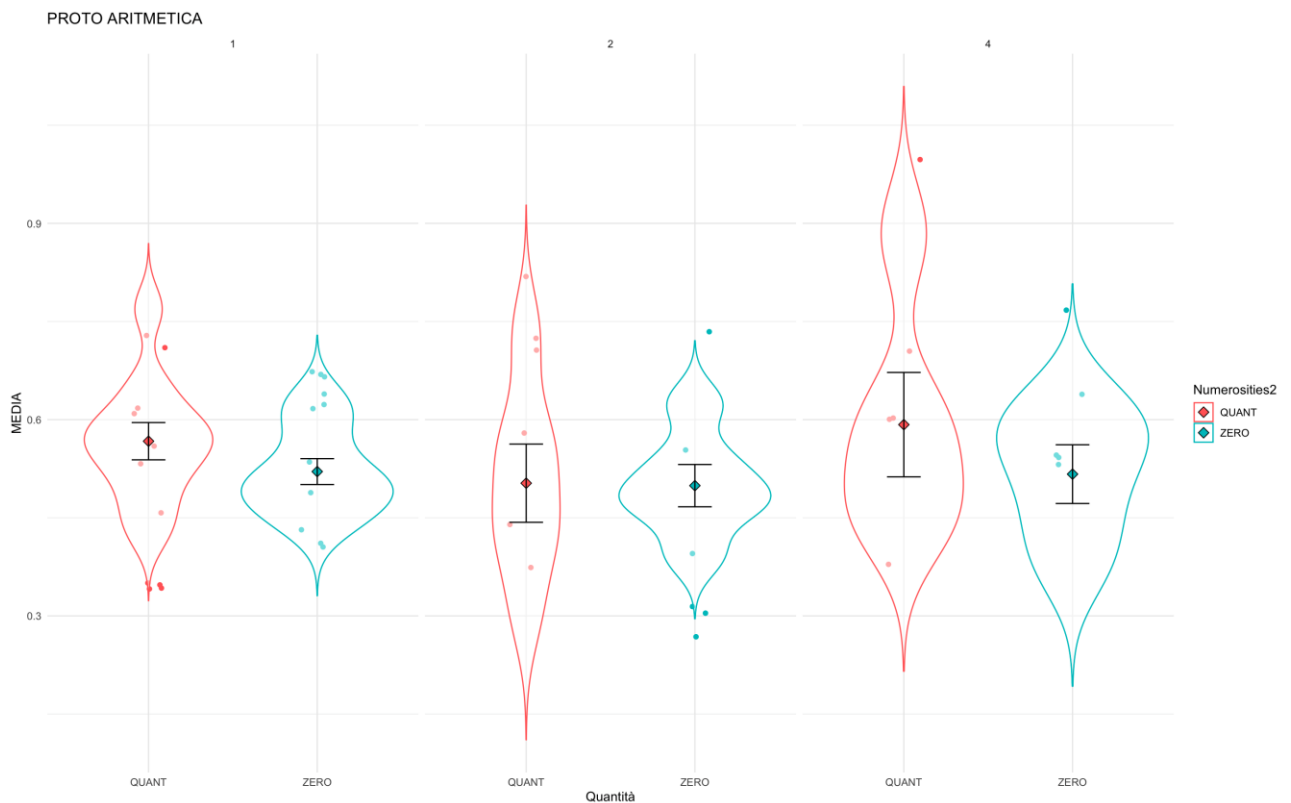


Grafico 3 Accuratezza nei compiti di aritmetica in base alle difficoltà linguistiche

Per quanto riguarda le difficoltà in produzione, i risultati sono vari fra i diversi livelli di difficoltà. Chi dimostra capacità di produzione della frase nella norma (3) mostra una maggiore accuratezza nei compiti di piccole quantità ( $M = 0,56$ ) piuttosto che in quelli con lo zero ( $M = 0,47$ ). Chi produce un linguaggio povero nella morfosintassi (5) invece presenta una minor accuratezza nei task di quantità ( $M = 0,31$ ) rispetto a quelli dello zero ( $M = 0,63$ ). Fra chi produce un linguaggio ricco di vocabolario (6) la media dei punteggi è maggiore nei compiti di quantità ( $M = 0,61$ ) rispetto a quelli che chiamano in causa la conoscenza della cardinalità dello zero ( $M = 0,56$ ). La stessa tendenza, anche se con minore scarto, viene seguita anche dai punteggi di coloro il cui linguaggio è povero di vocabolario (7): i compiti di quantità mostrano un'accuratezza maggiore ( $M = 0,55$ ) rispetto a quelli dello zero ( $M = 0,51$ ).

	Numerosità	Livelli di produzione linguistica	MEDIA	DEVIAZIONE STANDARD	ERRORE STANDARD
1	QUANT	3	0,56	0,50	0,04
2	ZERO	3	0,47	0,50	0,04
3	QUANT	5	0,31	0,47	0,09
4	ZERO	5	0,63	0,49	0,10
5	QUANT	6	0,61	0,49	0,05
6	ZERO	6	0,56	0,50	0,05
7	QUANT	7	0,55	0,50	0,03
8	ZERO	7	0,50	0,50	0,03

Tabella 4 Descrittive livelli di produzione nel linguaggio

L'analisi ANOVA non evidenzia una differenza significativa fra i bambini che hanno difficoltà linguistiche e i bambini che non le hanno [ $F(2, 25) = 0.032$ ;  $p = 0.8$ ], dimostrano come le difficoltà linguistiche non abbiano avuto un ruolo particolarmente significativo nei compiti di proto-aritmetica.

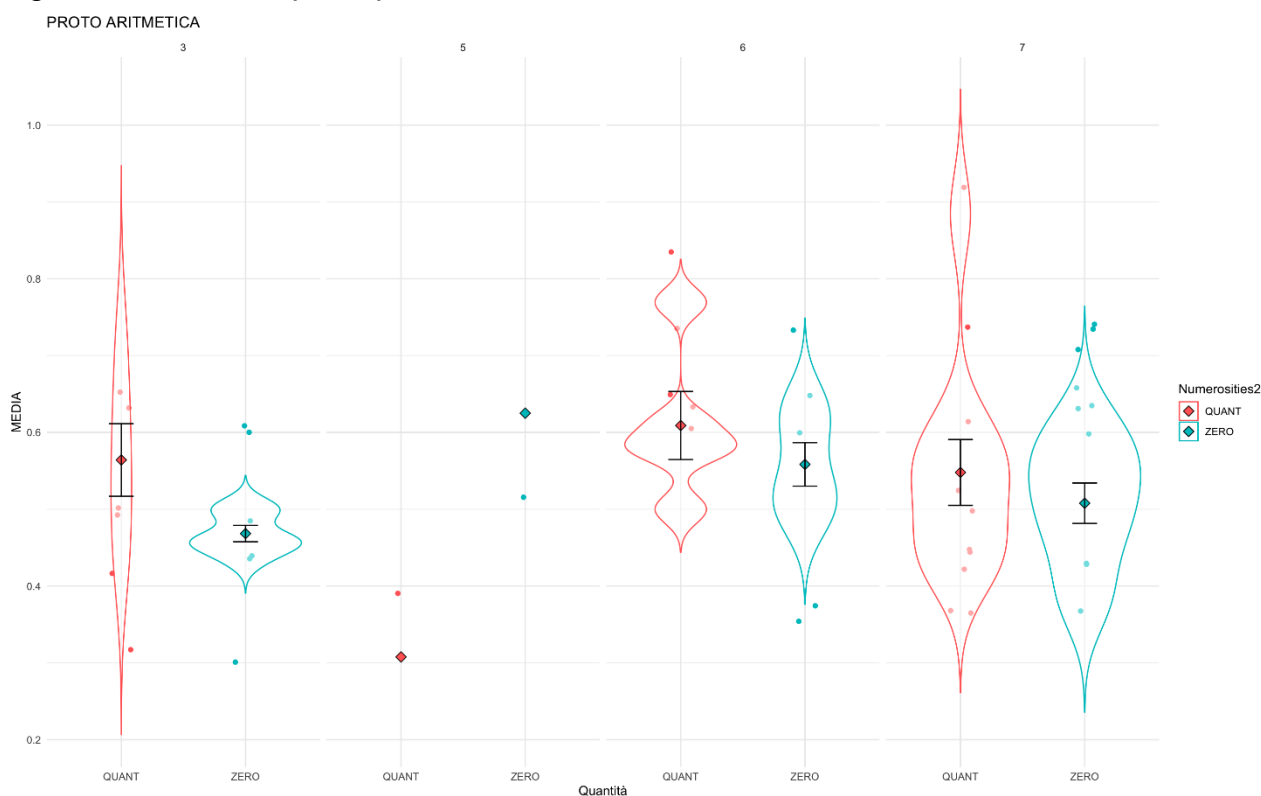


Grafico 4 Accuratezza nei compiti di aritmetica in riferimento alle difficoltà di produzione

Per concludere, i dati analizzati mostrano come, nella risoluzione dei task somministrati, non ci siano importanti influenze fra le capacità linguistiche e quelle di proto-aritmetica.

## 4.6 Discussione

I risultati ottenuti e le analisi dei dati contrastano con l'ipotesi iniziale che non ci sono significative differenze nell'elaborazione della quantità zero e degli altri insiemi di quantità in legame alle abilità linguistiche dei bambini.

Come la letteratura suggerisce, i processi che sottostanno alla comprensione della cardinalità dei piccoli numeri e della cardinalità dello zero sono diversi, poiché il primo è un processo innato e che si sviluppa fin dalla più tenera età (Gelman & Gallistel, 1978; Fuson, 1988; Sarnecka & Carey, 2008) e l'altro invece inizia a svilupparsi in età prescolare e richiede uno sforzo di astrazione abbastanza significativo per i bambini poiché non ne fanno esperienza fin da subito (Wellman & Miller, *Thinking about nothing: Development of concepts of zero*, 1986; Krajcsi et al., 2017).

I risultati dei nostri dati mostrano infatti come nel momento in cui viene chiesto di sommare delle numerosità le prestazioni sono migliori nei compiti di addizione fra numerosità simboliche di piccoli numeri piuttosto che fra piccole numerosità e zero. L'analisi dei dati però evidenzia anche come la differenza più significativa riguardi la specifica numerosità che viene addizionata: le numerosità più vicine allo zero sembrano creare più problemi rispetto a quelle più lontane come la numerosità otto.

La seconda ipotesi viene invece confermata, chi conosce la cardinalità dello zero ha effettivamente prestazioni migliori sia in compiti che coinvolgono la conoscenza della cardinalità dei piccoli numeri sia in quelli che richiedono la conoscenza dello zero. Lo studio di Krajcsi e colleghi (2017) sottolinea infatti come bambini di età prescolare riescono a gestire gli insiemi vuoti in contesti numerici e che sono in grado di utilizzarli anche in altri compiti matematici, come l'addizione, la sottrazione e la comparazione. Gli studiosi però riferiscono che anche coloro che non conoscevano il principio di cardinalità sono riusciti a risolvere i diversi task grazie all'uso del linguaggio non matematico.

L'accuratezza delle risposte ai quesiti che richiedono la conoscenza della cardinalità è differente fra chi conosce la cardinalità dello zero ( $M = 0,63$ ) e chi non la conosce ( $M = 0,49$ ). Questi dati sono significativi poiché evidenziano come la conoscenza dello zero sembra essere successiva all'acquisizione della comprensione della cardinalità degli altri numeri e che questa sembra essere un prerequisito per la conoscenza del numero zero.

I dati relativi alla terza domanda di ricerca avvalorano l'ipotesi proposta: le difficoltà linguistiche non pregiudicano le abilità proto-aritmetiche.

Molti studi ribadiscono la stretta correlazione e influenza fra le abilità linguistiche e quelle matematiche, sia come le prime predittori delle seconde, sia nel comprendere il significato numerico dei quantificatori. (Musolino & Lidz, 2008; Negen & Sarnecka, 2012; Newcombe et al., 2015; Purpura et al., 2011). È stato anche costruito un modello, il Modello del Triplo Codice, (Dehaene & Cohen, 1995) che rappresenta i legami fra i diversi codici visivo, verbale e analogico che permettono di costruire una rappresentazione completa del numero.

Dai risultati di questi studi si potrebbe quindi ipotizzare che chi presenta difficoltà linguistiche allora possa avere anche delle problematiche nell'aritmetica. Il nostro studio capovolge questa idea probabilmente perché, nel primo task, le numerosità venivano rappresentate simbolicamente, attraverso dei dots e non attraverso stimoli uditivi e quindi linguistici dimostrando che è stato possibile che i circuiti linguistici non si siano esplicitamente attivati.

Il task "Give a Number" è stato proprio pensato per verificare, attraverso frasi articolate, se i bambini conoscano la parola che descrive il numero e la quantità che questo sottende. Dai risultati si evince però che anche in questo caso non ci sono state differenze significative fra chi presenta delle difficoltà linguistiche. Si può quindi presumere che le difficoltà linguistiche, che siano di produzione o di comprensione o entrambi, non abbiano influito sulle prestazioni. Potrebbe essere plausibile che fra le difficoltà linguistiche siano state incluse anche quelle causate dal fatto che per quasi la metà del campione la lingua italiana non sia la lingua madre ma che sia lingua seconda. I bambini, quindi, sono riusciti a completare mediamente correttamente il task "Give a Number" grazie alla grafica intuitiva e soprattutto perché probabilmente, nella quotidianità della vita della sezione e grazie al lavoro delle insegnanti, abbiano appreso i numeri anche in italiano.

Contestualmente i risultati dell'analisi della difficoltà di produzione, analizzata più specificatamente poiché fra le difficoltà linguistiche era quella la cui accuratezza è minore, ribadiscono come non siano state un fattore di influenza nella performance dei bambini.



#### 4.7 Riflessioni educative e didattiche

La letteratura presa in analisi concorda nell'affermare che l'essere umano è immerso in un mondo matematico fin dai primi giorni di vita e che per questo è dotato di qualche meccanismo che permette la comprensione dei numeri e dei legami fra loro. Sono tantissime, infatti, le ricerche che sottolineano questo senso innato dei numeri nei bambini com'è possibile quindi che poi, in età scolastica, la matematica diventi una materia ostica per molti studenti? Potrebbe essere per il metodo didattico utilizzato, per gli obiettivi che gli insegnanti si pongono e come essi stessi si pongono nei confronti della matematica, per il modo in cui la viene trasmessa probabilmente troppo rigido e schematico (D'Amore & Fandiño Pinilla, *La didattica della matematica: esperienze personali e spunti critici di discussione e ricerca*, 2013).

Interessante ricordare la storia di Luigi e Francesca, raccontata dalla Dott.ssa Lucangeli (Lucangeli, *Cinque lezioni leggere sull'emozione di apprendere*, 2019), che riporta l'esperienza avuta da questi due bambini con i numeri da quando avevano cinque anni a quando diventano degli adolescenti. Alla scuola dell'infanzia entrambi sono contenti di giocare con i numeri, si sentono anche molto bravi nel farlo. Entrati alla scuola primaria Luigi diventa sempre più abile e sicuro di sé, mentre Francesca riporta di avere alti e bassi in matematica e si vergogna quando deve risolvere dei problemi alla lavagna. Diventando più grandi i giovani decidono di intraprendere due percorsi di studi differenti: uno legato alla matematica e l'altra alle lingue, proprio per non aver nulla a che fare con la matematica. La Dott.ssa Lucangeli, con questa storia vuole far capire che a parità di abilità numeriche, come Luigi e Francesca abbiano preso direzioni di vita e di studio differenti probabilmente perché, oltre a inclinazioni personali, il modo in cui è avvenuto l'avvicinamento e poi l'insegnamento della matematica è stato positivo per Luigi ma distruttivo per Francesca. "Se l'aritmetica è una materia complessa, allora la sua didattica deve essere capace di potenziare tutte le sfaccettature cognitive e motivazionali di cui essa necessita." (Lucangeli, *Cinque lezioni leggere sull'emozione di apprendere*, 2019, p. 98).

Alla scuola dell'infanzia, grado scolastico dove non ci sono ancora delle definizioni nette fra le diverse discipline e il gioco regna sovrano, i numeri permeano la quotidianità, diventano compagni di giochi e degli strumenti di gioco per i bambini: sono presenti nelle filastrocche, nelle conte, possono diventare dei pupazzi e prendere vita, insomma, fanno parte della vita e della fantasia dei bambini. D'Amore dice

esplicitamente che “far acquisire competenze matematiche o, meglio, protomatematiche a un bambino nella fascia di età compresa tra i 3 e i 6 anni significa giocare con lui (sì, giocare!), permettergli allora, come recitano anche le Indicazioni Nazionali del 2012, di muoversi, manipolare, curiosare, esplorare, raccontare, descrivere, porsi e porre domande ecc. Dar loro quindi la possibilità di “risolvere problemi” in modo ingenuo, spontaneo (D'Amore et al., 2003), attraverso delle attività ludiche stimolanti e complesse” (D'Amore & Di Paola, 2016, p.2). Le Indicazioni Nazionali suggeriscono infatti di iniziare fin da subito con un processo di familiarizzazione con i numeri partendo da quelli che si usano nella vita quotidiana e permettere poi ai bambini di sperimentare, di ragionare sulla numerosità e quindi di radicare le radici sulle quali poi crescerà l'albero delle competenze.

Tuttavia, non per tutti i bambini l'incontro con il sistema numerico, e in particolare con il calcolo, è tranquillo e naturale. È necessario quindi sviluppare adeguatamente tutte quelle competenze e conoscenze che fungono da precursori all'apprendimento matematico (Lucangeli et al., 2003). Come i piccoli numeri, anche lo zero ha bisogno di essere sperimentato, di essere cercato, e quando trovato di poterlo manipolare, di giocarci, di costruire.

Come ben si è dimostrato nei capitoli precedenti, lo zero ha avuto una storia travagliata per essere riconosciuto come numero, e anche come concetto risulta essere un po' complesso da apprendere per i bambini di età prescolare poiché rappresentarsi il concetto di assenza di quantità con un numero risulta essere più difficile che indicarlo con la parola “nessuno” o con la frase “non ce ne sono”. Lo zero sembra quindi essere un ostacolo, e di conseguenza gli insegnanti della scuola dell'infanzia preferiscono aggirarlo e lasciare che venga trattato dai colleghi della scuola primaria quando ormai la spontaneità dello zero viene annullata dall'introduzione di altri concetti e altri meccanismi trasformandolo in un vero e proprio ostacolo didattico. “Paradossalmente, anzi, proprio certi oggetti che sono ostacoli epistemologici vanno introdotti presto, in modo da lasciare tempo di costruirseli con successo, plasmandoli un po' alla volta, con consapevolezza.” (D'Amore B. , 2007, p. 453).

Le Indicazioni Nazionali (D.M.254 del 16 novembre 2012) individuano la scuola dell'infanzia come un ambiente protettivo, capace di accogliere le diversità e di promuovere le potenzialità di tutti i bambini, i quali vengono accompagnati

nell'avventura della conoscenza. Per questo motivo la scuola dell'infanzia è il luogo e il momento di vita perfetto dove assecondare le curiosità dei bambini, dove fornire spunti che diano il via a processi di consapevolezza e dove far imparare giocando. In questo modo inconsciamente i bambini vengono a contatto con concetti matematici, linguistici e anche di tante altre aree disciplinari, e formano così delle radici solide e profonde che insieme a conoscenze portano anche emozioni positive, necessarie per la crescita del proprio albero.

Per concludere si riprendono le parole di D'Amore: "lasciamo esprimere in modo spontaneo, informale, ingenuo ogni concetto matematico che il bambino ha già fin da piccolo, senza bloccarlo, anzi, sfruttando proprio le sue competenze ingenuie, informali" (D'Amore B. , 2007). "La Matematica non si fa solo facendo. [...] Fare Matematica è assumere un certo atteggiamento nel fare anche le altre cose. Un certo modo di "vedere" il mondo, di interpretare la realtà, gli avvenimenti. Negli atteggiamenti ingenui messi in atto dai bambini, tutto ciò potenzialmente c'è già. Bisogna stare attenti a non bloccarlo in favore di, spingendo a, obbligando ad atteggiamenti troppo formali e, comunque, non spontanei." (D'Amore B. , 2021).

## CONCLUSIONI

Questo elaborato propone uno sguardo di insieme sugli studi di cognizione numerica che hanno permesso di comprendere come il sistema numerico sembra essere una parte fondamentale nella vita degli esseri umani, e non solo.

Si tratta di un “senso dei numeri” innato che è presente negli esseri umani fin dai primi giorni di vita (Bijeljic-Babic et al., 1993; Starkey & Cooper, Perception of numbers by human infants, 1980) e che diventa sempre più radicato e complesso grazie all’esperienza e alla cultura (Butterworth, 1999).

Per quanto la numerosità, e successivamente i numeri, siano da subito presenti nel bagaglio di conoscenze di tutti gli esseri umani, il numero zero sembra ritardare la sua presenza. Come a ripetere il lungo e travagliato percorso per raggiungere il giusto riconoscimento come numero (D’Amore B. , 2007), anche il processo di conoscenza dello zero da parte dei bambini sembra essere più complesso rispetto a quello degli altri numeri.

Diversi studi (Wellman & Miller, Thinking about nothing: Development of concepts of zero, 1986; Zamarian et al., 2007) sostengono che la comprensione dello zero e della sua cardinalità sono conseguenti alla piena comprensione della cardinalità degli altri piccoli numeri, che solitamente avviene fra i cinque-sei anni, e che quindi il concetto di zero non possa essere sviluppato prima di quest’età.

Altri studi (Merritt & Brannon, 2013; Krajcsi et al., 2021) però rivelano il contrario o, meglio, sottolineano come già fra i tre e i sette anni i bambini comprendono, rappresentano sulla linea dei numeri e utilizzano, anche in contesti matematici, il concetto di insieme vuoto.

A partire da queste ricerche, e in riferimento al campione esaminato, ci si è posti alcune domande rispetto la rappresentazione e l’elaborazione numerica e dello zero nei bambini di età prescolare, precisamente in bambini di quattro-cinque anni, e se le possibili difficoltà linguistiche possano in qualche modo interferire con le abilità numeriche.

Il presente studio si è quindi proposto di indagare se sono presenti differenze fra l’elaborazione della quantità zero e l’elaborazione delle altre quantità e se chi conosce la cardinalità zero presenti una maggiore accuratezza nei compiti di aritmetica rispetto a chi non la conosce. I partecipanti hanno poi ispirato un’ulteriore domanda

che vuole investigare possibili connessioni e influenze fra difficoltà linguistiche e abilità aritmetiche.

I dati raccolti attraverso i task tablet-based hanno permesso di affermare, contrariamente agli ultimi studi citati, come l'accuratezza nei compiti di aritmetica fosse migliore negli item di somma fra quantità e non fra quantità e zero e sembra quindi che i compiti di quantità siano più semplici rispetto a quelli con lo zero. Parallelamente i bambini che conoscono la cardinalità del numero zero hanno avuto prestazioni migliori nei compiti di aritmetica rispetto ai compagni che non la conoscono. La terza ipotesi viene confermata dai risultati poiché evidenzia come le diversità nelle prestazioni dei bambini non siano date da difficoltà linguistiche (raccolte attraverso un questionario compilato dalle insegnanti di sezione), ma probabilmente dalle numerosità o da fattori esterni. Questi ultimi risultati deviano dalle scoperte di Cohen e Dehaene (1995) che affermano la stretta interdipendenza fra abilità linguistiche e aritmetiche nella rappresentazione completa del numero. Si può ipotizzare però che questi risultati siano dovuti al fatto che nel primo task somministrato le numerosità venivano rappresentate simbolicamente, e che nel secondo, dove i numeri venivano detti a voce alta, le insegnanti hanno segnalato fossero presenti delle difficoltà linguistiche dovute solamente al non conoscere bene la lingua italiana.

Un elemento da considerare nella discussione di questi dati è che il campione preso in esame è composto da 29 bambini, un numero particolarmente piccolo per poter permettere una statistica significativa.

In generale, questa trattazione fornisce una breve rassegna sugli studi di cognizione numerica e offre nuovi spunti didattici, soprattutto sul lasciare i bambini liberi di esplorare le numerosità e di assecondare le richieste di conoscenza e la curiosità dei bambini proponendo attività di tipo ludico, esperienziale e laboratoriale. In questo modo il ruolo dell'insegnante non sarà solo quello di accompagnare i bambini nel loro percorso di scoperta, ma anche di arricchire la loro quotidianità, di metterli alla prova e di proporre loro attività sfidanti senza aggirare gli ostacoli.

## Riferimenti

### Bibliografia

- Almoammer, A., Sullivan, J., Donlan, C., Marušič, F., Zˇaucer, R., O'Donnell, T., & Barner, D. (2013). Grammatical morphology as a source of early number world meanings. *PNAS*, 18448-18453.
- Bialystock, E. (1992). Symbolic Representation of Letters and Numbers. *Cognitive Development*, 301-316.
- Bialystock, E., & Codd, J. (2000). Representing quantity beyond whole numbers: Some, none, and part. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 54(2), 117-128. <https://doi.org/https://doi.org/10.1037/h0087334>
- Bijeljic-Babic, R., Bertoncini, J., & Mehler, J. (1993). How do four-day-old infants categorize multisyllabic utterances. *Developmental Psychology*, 29(4), 711-721. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.29.4.711>
- Bloom, P., & Wynn, K. (1997). Linguistic cues in the acquisition of numer words. *Cambridge University Press*, 511-533.
- Bonotto, C. (2007). *Quotidianizzare la matematica*. Lecce: La Biblioteca Pensa MultiMedia.
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. Londra: Macmillan.
- Capucci, G., Codetta Raiteri, A., & Cazzaniga, G. (2001). *Lo zero e il senso comune. Rapporto di ricerca sulla provvisorietà di un apprendimento disciplinare*. Roma: Armando Editore.
- Carey, S. (2009). *Origin of Concepts*. Oxford University Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195367638.001.0001>
- Chomsky, N., Hauser, M. D., & Tecumseh Fitch, W. (2002). The faculty of language: What is it, Who has it, and How did it evolve. *Science* , 298, 1569-1579. <https://doi.org/10.1126/science.298.5598.1569>
- Church, R. M., & Meck, W. H. (1984). The numerical attribute of stimuli. In H. L. Roitblat, T. G. Bever, & H. S. Terrace, *Animal Cognition*. Hillsdale: Erlbaum.
- Clark, E. V. (1987). The principle of contrast: a constraint on language acquisition. In B. MacWhinney, *Mechanism of Language Aquisition* (p. 1-33). Lawrence Erlbaum Associates.
- Corry, L. (2020). *Breve storia dei numeri*. Milano: HOEPLI EDITORE.

- Dacke, M., & Srinivasan, M. V. (2008). Evidence for counting in insects. *Animal Cognition*, 11(4), 683-689. <https://doi.org/10.1007/s10071-008-0159-y>
- D'Amore, B. (2007). Lo zero, da ostacolo epistemologico a ostacolo didattico. *La matematica e la sua didattica*, 21(4), 425-454.
- D'Amore, B. (2021). Riflessioni sull'apprendimento della Matematica nella Scuola dell'Infanzia...e anche prima. *Bambini*, 37(5), 28-33.
- D'Amore B. & Di Paola B. (2016). Dialogo sulla matematica nella scuola dell'infanzia. In: D'Amore B., Sbaragli S. (Editors) (2016). *La matematica e la sua didattica*, Convegno del trentennale. Atti del Convegno Nazionale "Incontri con la matematica", 30, Castel San Pietro Terme 4-6 novembre 2016. Bologna: Pitagora. ISBN: 88-371-1924-0. 83-84.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, I. (2013). La didattica della didattica della matematica: esperienze personali e spunti critici di discussione e ricerca. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 36(4), 325-353.
- D'Amore, B., Godino, D., Arrigo, G., & Fandiño Pinilla, M. (2003). *Competenze in matematica*. Pitagora.
- David, T. (2007). Is nothing important? *Education 3-13, International Journal of Primary, Elementary and Early Years Education*, 17(1), 15-18. <https://doi.org/https://doi.org/10.1080/03004278885200421>
- Dehaene, S. (2001). Précis of the number sense. *Mind & Language*, vol.16, 16-36.
- Dehaene, S. (2010). *Il pallino della matematica. Scoprire il genio dei numeri che c'è in noi*. Varese: Raffaello Cortina Editore.
- Dehaene, S. (2010). *Il pallino della matematica. Scoprire il genio dei numeri che è in noi*. Milano: Cortina Editore.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems: A case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia*, 29(11), 1045-1074. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0028-3932\(91\)90076-K](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0028-3932(91)90076-K)
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 83-120.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, 33(2), 219-250. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0010-9452\(08\)70002-9](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0010-9452(08)70002-9)

- Dietrich, J. F., Huber, S., & Nuerk, H.-C. (2015). Methodological aspects to be considered when measuring the approximate number system (ANS) - a research review. *Frontiers in psychology*.
- Farrington-Flint, L., Vanuxem-Cotterill, S., & Stiller, J. (2009). Patterns of problem-solving in children's literacy and arithmetic. *British Journal of Developmental Psychology*, 27, 815–834.
- Freudenthal, H. (2002). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*. New York: SpringerVerlag.
- Gathercole, S. E., Pickering, S. J., Knight, C., & Stegmann, Z. (2004). Working memory skills and educational attainment: Evidence from national curriculum assessment at 7 and 14 years of age. *Applied Cognitive Psychology*, 18, 1-16.
- Gelman, R., & Gallistel, R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge: Harvard University Press.
- Gelman, R., & Gallistel, R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge: Harvard University Press.
- Halberda, J., Taing, L., & Lidz, J. (2008). The Development of "Most" Comprehension and Its Potential Dependence on Counting Ability in Preschoolers. *LANGUAGE LEARNING AND DEVELOPMENT*, 4(2), 99-121. <https://doi.org/10.1080/15475440801922099>
- Hart, S. A., Petrill, S. A., Thompson, L., & Plomin, R. (2009). The ABCs of math: A genetic analysis of mathematics and its links with reading ability and general cognitive ability. *Journal of Educational Psychology*, 101, 388-402.
- Hartmann, J., Herzog, M., & Fritz, A. (2022). Zero - an Uncommon Number: Preschoolers' Conceptual Understanding of Zero. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 14(3), 353-361. <https://doi.org/https://www.iejee.com/index.php/IEJEE/article/view/1740>
- Izard, V., & Dehaene, S. (2008). Calibrating the mental number line. *Cognition*, 106(3), 1221-1247. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cognition.2007.06.004>
- Knowlton, T., & Lidz, J. (2021). Genericity Signals the Difference between each and every in Child-Direct Speech. *Proceedings of the Annual Boston University Conference on Language Development*.



- Krajcsi, A., Kojouharova, P., & Lengyel, G. (2017). Development of Understanding Zero .
- Krajcsi, A., Kojouharova, P., & Lengyel, G. (2021). Development of Preschoolers' Understanding of Zero. *Frontiers in Psychology*, 12. <https://doi.org/https://doi.org/10.3389%2Ffpsyg.2021.583734>
- Krajcsi, A., Kojouharova, P., & Lengyel, G. (2021). Development of Understanding Zero. *Frontiers in Psychology*. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.583734>
- Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, 105(2), 395-438. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2006.10.005>
- Lidz, J. (2016). Quantification in Child Language. In J. Lidz, W. Snyder, & J. Pater, *The Oxford Handbook of Developmental Linguistic*. Oxford University Press.
- Lucangeli, D. (2019). *Cinque lezioni leggere sull'emozione di apprendere*. Erikson.
- Lucangeli, D., & Mammarella, I. (2018). *Psicologia della cognizione numerica. Approcci teorici, valutazione e intervento*. Milano: FrancoAngeli.
- Lucangeli, D., Poli, S., & Molin, A. (2003). *L'intelligenza numerica: abilità cognitive e metacognitive nella costruzione della conoscenza numerica dai 3 ai 6 anni*. Erikson.
- MacWhinney, B., & Snow, C. (1990). The child language data exchange system: an update. *Journal of child language* , 17(2), 457-472. <https://doi.org/10.1017/S0305000900013866>
- Mandler, G., & Shebo, B. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111(1), 1-21. <https://doi.org/https://doi.org/10.1037/0096-3445.111.1.1>
- McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition*, 4(2), 171-196. [https://doi.org/10.1016/0278-2626\(85\)90069-7](https://doi.org/10.1016/0278-2626(85)90069-7)
- McComb, K., Packer, C., & Pusey, A. (1994). Roaring and numerical assessment in contests between groups of female lions, *Panthera leo*. *Animal Behaviour*, 47, 47(2), 379-387. <https://doi.org/https://doi.org/10.1006/anbe.1994.1052>
- McGarrigle, J., & Donaldson, M. (1974). Conservation accidents. *Cognition*, 341-350.

- Mechner, F. (1958). Probability relations within response sequences under ratio reinforcement. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 1(2), 109-121. <https://doi.org/10.1901/jeab.1958.1-109>
- Mechner, F., & Guevrekian, L. (1962). Effects of deprivation upon counting and timing in rats. *Journal of Experimental Analysis of Behavior*, 5(4), 463-466. <https://doi.org/10.1901/jeab.1962.5-463>
- Mehler, J., & Bever, T. G. (1967). Cognitive capacity of very young children. *Science*, 141-142. <https://doi.org/10.1126/science.158.3797.141>
- Merritt, D. J., & Brannon, E. M. (2013). Nothing to it: Precursors to a zero concept in preschoolers. *Behavioral Processes*, 93, 91-97. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.beproc.2012.11.001>
- Miller, K. F., Smith, C. M., Zhu, J., & Zhang, H. (1995). Preschool Origins Of Cross-National Differences In Mathematical Competence: The Role of Number-Naming Systems. *Psychological Science*, 6(1), 56-60. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.1995.tb00305.x>
- Miura, I. T., Kim, C. C., Chang, C.-M., & Okamoto, Y. (1988). Effects of Language Characteristics on Children's Cognitive Representation of Number: Cross-National Comparisons. *Child Development*, 59(6), 1445-1450. <https://doi.org/https://doi.org/10.2307/1130659>
- Moyer, R. S., & Landauer, T. K. (1967). Time required for judgements of numerical inequality. *Nature*, 215, 1519-1520. <https://doi.org/https://doi.org/10.1038/2151519a0>
- Musolino, J., & Lidz, J. (2008). Why children aren't universally successful with quantification. *Linguistic*, 44(4), 817-852. <https://doi.org/DOI:10.1515/LING.2006.026>
- Negen, J., & Sarnecka, B. W. (2012). Number-concept acquisition and general vocabulary development. *Child development*, 83(6), 2019-2017. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111%2Fj.1467-8624.2012.01815.x>
- Newcombe, N. S., Levine, S. C., & Mix, K. S. (2015). Thinking about quantity: the intertwined development of spatial and numerical cognition. *Wiley Interdisciplinary Reviews*, 491-505.

- Papafragou, A., & Schwarz, N. (2005/2006). Most wanted. *Language Acquisition: A journal of development linguistics*, 13(3), 207-251.  
[https://doi.org/https://doi.org/10.1207/s15327817la1303\\_3](https://doi.org/https://doi.org/10.1207/s15327817la1303_3)
- Pfiffer, L., Agrillo, C., & Hyde, D. C. (2012). Small and large number discrimination in guppies. *Animal Cognition*, 15, 215-221.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s10071-011-0447-9>
- Piaget, J. (2000). *Lo sviluppo mentale del bambino e altri studi di psicologia*. Torino: Piccola Biblioteca Einaudi.
- Piaget, J., & Szeminska, A. (1968). *La genesi del numero nel bambino*. Firenze: La Nuova Italia.
- Pixner, S., Dresen, V., & Moeller, K. (2018). Differential development of childrens' understanding of the cardinality of small numbers and zero. *Frontiers in psychology*, 9. <https://doi.org/https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01636>
- Pontecorvo, C. (1985). Figure, parole, numeri: un problema di simbolizzazione. *Età evolutiva*, 5-33.
- Purpura, D. J., Hume, L. E., Sims, D. M., & Lonigan, C. J. (2011). Early literacy and early numeracy: The value of including early literacy skills in the prediction of numeracy development. *Journal of experimental child psychology*, 674-658.
- Ramani, G.B., & Siegler, R. (2008). Promoting board and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, 79(2), 375-394.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01131.x>
- Rugani, R., Vallortigara, G., Priftis, K., & Regolin, L. (2020). Numerical magnitude, rather than individual bias, explains spatial numerical association in newborn chicks. *eLife*. <https://doi.org/https://doi.org/10.7554/eLife.54662>
- Rumbaugh, D. M., Savage-Rumbaugh, S., & Hegel, M. T. (1987). Summation in the chimpanzee (Pan troglodytes). *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Process*, 13(2), 107-115.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1007/BF02196130>
- Sarnecka, B. W., & Carey, S. (2008). How counting represents number: what children must learn and when they learn it. *Cognition*, 108(3), 662-674.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.05.007>
- Schimmel, A. (1993). *The mistey of number*. New York: Oxford Univeristy Press.

- Siegler, R. S. (1987). The perils of averaging data over strategies : An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology: General*, 116(3), 250-264. <https://doi.org/https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0096-3445.116.3.250>
- Siegler, R. S., & Jenkins, E. A. (1989). *How Children Discover New Strategies*. Hillsdale: Erlbaum.
- Siegler, R.S., & Ramani, G. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science*, 11(5), 655-661. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00714.x>
- Spinath, B., Spinath, F. M., Harlaar, N., & Plomin, R. (2006). Predicting school achievement from general cognitive ability, selfperceived ability, and intrinsic value. *Intelligence*, 34, 363-374.
- Starkey, P., & Cooper, R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 201(4473), 1033-1035. <https://doi.org/DOI: 10.1126/science.7434014>
- Starkey, P., & Cooper, R. G. (1995). The development of subitizing in young children. *British Journal of Developmental Psychology*, 13(4), 399-420. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.1995.tb00688.x>
- Starkey, P., Spelke, E., & Gelman, R. (1983). Detection of intermodal numerical correspondance by human infants. *Science*, 14(222), 179-181. <https://doi.org/10.1126/science.6623069>
- Starkey, P., Spelke, E., & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36(2), 97-127. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(90\)90001-z](https://doi.org/10.1016/0010-0277(90)90001-z)
- Stazyk, E. H., Ashcraft, M. H., & Hamann, S. (1982). A Network Approach to Mental Multiplication. *Journal of Experimental Psychology Learning Memory and Cognition*, 8(4), 320-335. <https://doi.org/https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0278-7393.8.4.320>
- Swanson, H. L., & Beebe-Frankenberger, M. (2004). The relationship between working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 96, 471-491.
- Treccani. (s.d.). *Frenologia - Significato ed etimologia - Vocabolario - Treccani*. Treccani. <https://www.treccani.it/vocabolario/frenologia/>
- vanMarle, K., Chu, F. W., Mou, Y., Seok, J. H., Rouder, J., & Geary, D. C. (2018). Attaching meaning to the number words: contribution of the Object Tracking

- and Approximate Number Systems. *Developmental Science*, 21(1).  
<https://doi.org/10.1111/desc.12495>
- Wellman, H. M., & Miller, K. F. (1986). Thinking about nothing: Development of concepts of zero. *British Journal of Developmental Psychology*, 4(1), 31-42.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.1986.tb00995.x>
- Wellman, H. M., & Miller, K. F. (1986). Thinking about nothing: Development of concepts of zero. *British Journal of Developmental Psychology*, 31-42.
- Wellwood, A., Gagliardi, A., & Lidz, J. (2016). Syntactic and Lexical Inference in the Acquisition of Novel Suprelatives. *Language Learning and Development*, 12(3), 262-279. <https://doi.org/10.1080/15475441.2015.1052878>
- Woodruff, G., & Premack, D. (1981). Primitive mathematical concepts in the chimpanzee: Proportionality and numerosity. *Nature*, 293(5833), 568-570.  
<https://doi.org/10.1038/293568a0>
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 155-193.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358(6389), 749-750. <https://doi.org/10.1038/358749a0>
- Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive psychology*, 24, 220-251.
- Wynn, K. (1996). Infants' individuation and enumeration of actions. *Psychological Science*, 7(3), 164-169. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.1996.tb00350.x>
- Wynn, K., & Chiang, W.-C. (1998). Limits to infants' knowledge of objects: the case of magical appearance. *Psychological Science*, 9(6), 448-455.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1111/1467-9280.00084>
- Xu, F., & Carey, S. (1996). Infants' metaphysics: The case of numerical identity. *Cognitive Psychology*, 30(2), 111-153.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1006/cogp.1996.0005>
- Zamarian, L., Granà, A., Semenza, C., & Girelli, L. (2007). Rappresentarsi il "nulla". Indagine sul concetto di "zero" in bambini di cinque e sei anni. *Giornale italiano di psicologia*, 2, 427-448. <https://doi.org/10.1421/24630>

## Normativa

D. M. 16 novembre 2012, n. 254, *Regolamento recante indicazioni nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, a norma dell'articolo 1, comma 4, del decreto del Presidente della Repubblica n. 89 del 20 marzo 2009.*  
<https://www.gazzettaufficiale.it/eli/id/2013/02/05/13G00034/sg>

*Raccomandazione del Consiglio, del 22 maggio 2018, relativa alle competenze chiave per l'apprendimento permanente (Testo rilevante ai fini del SEE.). (2018). Gazzetta ufficiale, C 189, 1-13. CELEX: [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)\[legislation\]](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:32018H0604(01)[legislation])*





UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA  
Dipartimento di Filosofia, Sociologia,  
Pedagogia e Psicologia applicata

CORSO DI STUDIO MAGISTRALE IN  
SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

RELAZIONE FINALE DI TIROCINIO

# LET'S GO WITH THE FLOW

Riflessioni su un tirocinio che fluisce verso il mare  
dell'insegnamento

Relatrice  
Luisella Lucato

Laureanda  
Anna Chiara Mengo

Matricola: 1235937

Anno accademico: 2023-2024



## Sommario

Introduzione .....	74
Dalla sorgente... ..	75
Il contesto scolastico .....	75
Le risorse extra-scolastiche .....	76
...al fiume in piena .....	77
Preparazione .....	78
Dal dire al fare...c'è di mezzo il fiume .....	79
È ora di sfociare nel mondo del lavoro .....	84
Resoconto del tirocinio .....	85
Riflessione in ottica migliorativa .....	85
Strenghts, Weaknesses, Opportunities, Threats .....	87
Qual è stata la mia sorgente e quale sarà la mia foce? .....	89
Bibliografia .....	91
Documentazione normativa .....	92
Documentazione scolastica .....	92

## Introduzione

Se dovessimo immaginare il percorso di tirocinio come il corso di un fiume, direi che la dimensione istituzionale può essere rappresentata come il bacino di raccolta, il percorso del fiume come la dimensione didattica e quella professionale è rappresentata dalla foce, ed in modo specifico da quella a delta.

Nelle pagine che seguono, vengono esposti pensieri e riflessioni sul percorso di tirocinio del V anno. Il lettore navigherà fra le onde di un fiume seguendo tutte le sue anse, seguendo i ritmi della natura e del fluire dei pensieri.

Faccio mie le parole del filosofo greco Eraclito *“Non ci si bagna mai due volte nello stesso fiume”* poiché sento che durante questo percorso, sono cambiata, migliorata e che continuerò a crescere durante tutta la mia vita da insegnante e da donna. Non è solamente il fiume che scorre e lascia il suo letto alle acque più giovani, ma è anche il fiume che si arricchisce grazie al suo viaggio fra terre diverse e in compagnia di personaggi che seguono in una moltitudine di modi diversi il suo andare.

Nel portfolio si possono trovare tutte le evidenze più significative del percorso del tirocinio con anche le spiegazioni delle attività effettuate. Di seguito lascio il link e la password d'accesso.

<https://chiaramengoanna.wixsite.com/portfolio> password: PortfolioAC24!

## Dalla sorgente...

Come tutte le cose, anche il progetto del tirocinio del V anno di Scienze della Formazione Primaria ha avuto un momento e un luogo di nascita.

In questo caso è stata una delle tante aule di via Ugo Bassi il lunedì 8 maggio 2023. Durante l'ultimo incontro del tirocinio del IV anno ci è stato chiesto di iniziare già a pensare a possibili percorsi analizzando i nostri interessi e le nostre risorse interne, ma anche i rapporti dell'Istituto Comprensivo e della scuola che ci avrebbe accolto l'anno successivo. Da qui sono nati dei rigagnoli, alcuni hanno terminato il proprio percorso subito, altri invece hanno avuto la possibilità di trasformarsi in ruscelli, torrenti, che a loro volta sono diventati affluenti di fiumi di fondo valle, di pianura per poi confluire nel grande mare dell'insegnamento.

## Il contesto scolastico

Ebbene sì, l'analisi e lo studio delle risorse scolastiche ed extrascolastiche hanno permesso la creazione di un progetto sistemico, corposo e distribuito nel tempo, un fluire di competenze, emozioni, esperienze che vedono coinvolti i bambini e le bambine della classe IV della scuola primaria "M. Polo", uno dei plessi dell'Istituto Comprensivo di San Donà di Piave.

La classe è composta da diciannove alunni e alunne, ed è guidata da un team docenti di cinque maestre, insegnante di sostegno compresa.

La scuola primaria che mi ha accolto è una "scuola senza zaino" e questo modo di fare scuola, pensato da Marco Orsi, ha tre valori fondamentali: l'ospitalità, la responsabilità e la comunità. (Senza Zaino: Per una scuola comunità, s.d.) Ogni classe, quindi, è organizzata a tavoli e condivide il materiale. Il senso di comunità viene rafforzato anche dai numerosi lavori di gruppo, proprio per l'abitudine di lavorare in modo cooperativo, ho deciso di proporre alla classe un progetto che avesse come tecnica principale quella del jigsaw, una tecnica che vede il gruppo impegnato in un'attività in cui l'interdipendenza positiva si rivela cruciale ai fini del raggiungimento dell'obiettivo.

Il P.T.O.F., redatto dal Collegio Docenti dell'I.C. Romolo Onor, ha fra le missioni quella di "promuovere la cultura della legalità e la pratica di comportamenti ecologici sia nelle relazioni interpersonali, attivando azioni di democrazia, sia nella cura di sé e dell'ambiente, realizzando progetti riguardo la salute e l'alimentazione, l'educazione ai

consumi e il rispetto dell'ambiente naturale e degli spazi condivisi, attraverso la collaborazione operativa di tutti i soggetti coinvolti nel processo educativo (insegnanti, genitori, alunni, associazioni, enti ed istituzioni del territorio)". (Romolo Onor, 2022). Questo è uno dei motivi per cui è stato deciso di progettare un percorso che avesse come protagonista il fiume, precisamente il fiume Piave con il suo ecosistema e la sua storia. È stato costruito quindi un progetto che vede la classe IV impegnata a ricercare e costruire competenze rispetto quattro ambiti fluviali: le caratteristiche morfologiche del fiume, l'ecosistema fluviale, il Piave e San Donà di Piave e le civiltà orientali. Ogni accezione è stata studiata da un gruppo, attraverso la tecnica del jigsaw, ed è stata poi presentata alla classe attraverso dei cartelloni.

### Le risorse extra-scolastiche

A seguito di una dettagliata analisi di ciò che il territorio di San Donà di Piave offriva, si è scelto, in accordo con la tutor scolastica, di affidare l'uscita didattica nel territorio all'associazione naturalistica "Pendolino" che ha offerto una significativa esperienza di orienteering al parco fluviale di San Donà di Piave. La classe, precedentemente e con altre associazioni, ha svolto diversi incontri con esperti sul tema "fiume e natura": è andata a raccogliere e analizzare campioni dell'acqua del fiume Piave, ha accolto un esperto di ecosistemi fluviali. La scelta di procedere con un percorso sul fiume è stata dettata per integrare e rafforzare le competenze della classe su questi temi inserendola nell'unità didattica di classe.

Durante il progetto e anche ascoltando i momenti di agorà in classe, ho notato come gli incontri con gli esperti e le uscite didattiche creino entusiasmo nei bambini e nelle bambine e come impattino molto sulla memoria a lungo termine. Krashen, anche se nell'ambito della glottodidattica umanistica, espone la teoria del filtro affettivo secondo il quale "in stato di serenità il cervello produce e utilizza neurotrasmettitori che facilitano la memorizzazione." (Balboni, 2019, p. 38). Gli alunni, oltre a ricordarsi ciò che hanno scoperto, rammentano anche i sentimenti che hanno accompagnato queste giornate rendendo così l'apprendimento significativo e anche divertente, infatti, "la benzina della mente [...] sono le emozioni positive". (Lucangeli, 2019, p. 21)

Nel bacino di raccolta quindi si sono mescolate l'analisi dei bisogni degli alunni, della progettazione annuale della classe e le ricerche di raccordi con il territorio. Da

ciò, quindi, è nato questo progetto che vede i bambini protagonisti del proprio apprendimento e co-autori di quello dei propri compagni attraverso l'esposizione dei manufatti la creazione delle prove di verifica e la cooperazione e co-costruzione di competenze in ottica inclusiva.

### ...al fiume in piena

Una volta uscito dal bacino di raccolta, il fiume prosegue il suo corso fagocitando qualsiasi stimolo e spunto incontrato. Così, dopo una raccolta e analisi di informazioni, il progetto è stato presentato alle famiglie dei bambini e agli insegnanti di plesso durante un interclasse. Il confronto con gli insegnanti è stato molto stimolante poiché vedevo che il progetto destava interesse e notavo gli sguardi attenti e supportivi del corpo docenti; il dover parlare di fronte ad una platea di persone che non mi conosceva e alcuni dei quali non del mestiere mi agitava. Mentre pensavo a come esporre il progetto, mi sono chiesta se ai genitori potessero realmente interessare i traguardi e gli obiettivi del progetto estrapolati dalle Indicazioni Nazionali o se incuriosisse di più il percorso in sé, la scansione temporale, cosa comportava per i loro figli e le loro figlie. Cercando quindi di bilanciare gli interessi di entrambe le parti ho creato una presentazione che cogliesse particolari più tecnici propri della semantica del lavoro dell'insegnante, integrandoli con esempi e questioni più generali per i genitori. Questo incontro mi ha fatto riflettere sulla dinamicità e sulle diverse sfaccettature dell'insegnamento considerato che una maestra si deve confrontare con tre target diversi: i bambini e le bambine, i colleghi e le colleghe e i genitori. Ogni gruppo è eterogeneo in se stesso e quindi l'insegnante è chiamato ad assumere un atteggiamento resiliente che incontri e che accolga e faccia sue le richieste del pubblico adattando il linguaggio, la gestualità ed il registro.

Ho poi riproposto la presentazione del progetto alla classe, ovviamente cambiando la grafica, il lessico e il mio approccio. È risultato, come da aspettative, che i bambini e le bambine fossero interessati alle fasi tecniche e pratiche del percorso: la divisione in gruppi, l'esposizione, l'uscita didattica e la prova finale piuttosto che sapere anticipatamente quali fossero gli obiettivi ed i traguardi. Questi ultimi però sono stati molto importanti per dare autenticità e direzione al punto di arrivo, per far capire alla

classe quali competenze volevo allenare in loro e in che modo volevo che le raggiungessero. (Wiggins & McTighe, 2004)

Come già è stato precedentemente anticipato, il progetto era focalizzato sulla tecnica del jigsaw, una tecnica cooperativa che “è fondamentalmente basata sulla scomposizione e ricomposizione dei gruppi in modo da renderli sempre più interdipendenti l’uno con l’altro”. (Ligorio, 2013)



*13 fase 1: lettura individuale*

### Preparazione

La classe, quindi, è stata divisa in quattro sociogruppi utilizzando il metodo del sociogramma di Moreno che ha lo scopo “evidenziare reti di relazione, di attrazione e di repulsione che potrebbero essere presenti in una classe ed essere considerate anche come un indicatore di inclusione”. (Nota, Ginevra, & Soresi, 2015, p. 204). Dall’analisi delle risposte si sono infatti messe in luce le dinamiche di classe, evidenziando quali fossero i bambini e le bambine più considerati nel momento di scegliere con chi fare un lavoro di gruppo. Questo strumento non porta solo alla luce i leader, ma anche i soggetti a rischio che, in questo caso, si sono scelti reciprocamente. Ho deciso di utilizzare questa risorsa perché sentivo che dall’osservazione della quotidianità di classe non riuscivo a carpire tutte le informazioni necessarie per la creazione di sociogruppi bilanciati e ragionati. È stato molto difficile deciderne i componenti ma alla fine del tirocinio mi permetto di dire che sono risultati equilibrati.

Una volta individuati i sociogruppi, il fiume può scorrere liberamente lungo i suoi argini. La classe IV allora inizia il suo viaggio fra le varie accezioni del fiume attraverso la lettura autonoma del materiale fornito. Ogni componente dei quattro gruppi di esperti analizza lo stesso materiale con le stesse informazioni che sono state ricavate da siti internet affidabili, dal libro di classe e arricchiti con molte immagini e foto. In classe sono presenti due bambini con Bisogni Educativi Speciali e per loro i materiali sono stati riadattati e ricalibrati sulla base delle loro necessità; di conseguenza anche la prova di verifica finale è stata creata per permettere loro di esprimere le loro conoscenze acquisite durante il percorso.

## Dal dire al fare...c'è di mezzo il fiume

Il primo step del Jigsaw è la lettura individuale durante il quale i bambini e le bambine analizzano i testi e li riepilogano sotto forma di appunti, schemi, e riassunti; ogni alunno poteva quindi scegliere il miglior metodo per sintetizzare le informazioni. Ho deciso di non dare un modo unico poiché, come le intelligenze (Gardner, 2013), anche i metodi di studio sono molti e non volevo che ci fosse un'imposizione. Al momento della realizzazione in classe però mi è stato chiesto diverse volte in che modo dovessero sintetizzare il materiale e, nonostante le mie continue risposte c'era chi voleva un'indicazione specifica. Al momento ho pensato che me lo chiedessero per essere certi di eseguire correttamente la consegna e perché, guardando i compagni, riscontravano maniere diverse per effettuare lo stesso compito. Poi però ho notato come ogni bambino cercasse di imporre la sua idea anche ai compagni. Solo un alunno ha sintetizzato il materiale con una mappa concettuale che comprendeva solamente i nuclei più importanti dell'argomento e questo bambino è uno dei due soggetti che, dal sociogramma di Moreno, risultavano essere quelli "a rischio". Gli altri bambini della classe tendono quindi ad uniformarsi? A seguire i leader? E quelli più a rischio di esclusione invece sentono meno la pressione dei compagni o sono i compagni che non li includono?

Il progetto presentato ha come obiettivo anche quello di "collaborare e partecipare comprendendo i diversi punti di vista" (MIUR, 2012) e il jigsaw permette ad un'insegnante di cogliere le dinamiche che vanno a crearsi all'interno dei diversi gruppi del momento della condivisione delle idee. Ci sono stati infatti gruppi molto collaborativi, altri invece dove prevaleva l'idea di una persona e gli altri si adattavano e altri gruppi invece dove ogni bambino provava a convincere gli altri della propria idea. La classe quindi, oltre ad aver acquisito competenze ha anche introdotto soft skill come la collaborazione, l'argomentazione, il problem solving.

Una volta analizzati i materiali, la classe è stata divisa nei gruppi di esperti durante i quali hanno condiviso le informazioni acquisite e hanno iniziato la progettazione di un elaborato che potesse sostenere la loro presentazione e che potesse anche aiutare i compagni a seguirla. Tutti i gruppi hanno optato per creare un cartellone che contenesse le informazioni necessarie per approfondire l'argomento. Durante le esposizioni ogni bambino e bambina aveva il compito di assegnare una valutazione al gruppo che esponeva tramite una tabella con gli indici di gradimento. È

stato molto interessante vedere come ragionassero sul punteggio da dare ma anche come la competitività influisse sul giudizio dei bambini. Per esempio, confrontando l'autovalutazione di gruppo di una bimba con la valutazione che assegnava ai compagni, ho notato come il punteggio che aveva assegnato al suo gruppo fosse sproporzionatamente maggiore rispetto a quello dato ai compagni. Ma com'è possibile ridurre il livello di competizione in una classe? Non è anche questo un meccanismo di motivazione? Come poterlo trasformare in energia positiva che sproni non solamente il singolo alunno ma che contagi tutta la classe?

Elliot Aronson, studiando la tecnica del Jigsaw, ha notato come "Students in jigsaw classrooms increased their self-esteem, decreased their competitiveness, and viewed their classmates as learning resources." (Aronson & Patnoe, 1997, p. 92). Ovviamente, come per tutte le tecniche didattiche, anche il jigsaw dovrebbe essere allenato spesso per far sì che i risultati si vedano e quindi non solo come un'esperienza limitata nell'arco dell'anno scolastico. Capisco come sia difficile utilizzare tutti i possibili metodi e tecniche didattiche, ma in questa scuola, ho trovato terra fertile, un team docenti accoglienti verso nuove idee e dei bambini e bambine pronti a mettersi in gioco.

È stato aggiunto un altro passaggio al jigsaw: ho proposto ai gruppi di esperti di creare da zero delle prove di verifica per i loro compagni. Quest'idea è stata accolta con molto entusiasmo dai bambini che l'hanno interpretata come un gioco di ruolo: sarebbero stati loro gli insegnanti dei compagni per tutto il processo di apprendimento, dalla spiegazione alla prova di verifica.

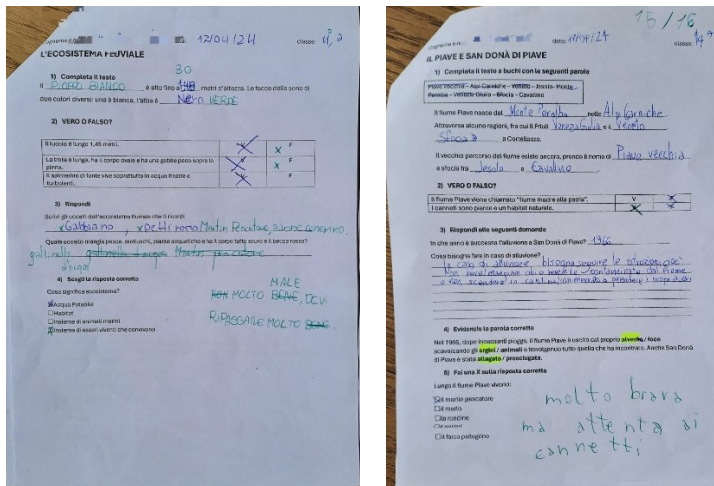
Prima di iniziare a creare queste prove, ho chiesto loro se sapessero perché vengano somministrate le verifiche, quali tipologie conoscono e sono abituati a svolgere. Dopo un breve dialogo, ogni gruppo ha creato una prova che tenesse conto del materiale di studio e che contenesse almeno due tipi di domande diverse fra item a scelta multipla, vero o falso, completamento e domande aperte. Le domande sono state create in modo tale che rispettassero la validità e l'affidabilità (Grion, Aquario, & Restiglian, 2021) che ogni prova di verifica dovrebbe avere per assicurare una correzione il più oggettivo possibile. Per essere al cento per cento insegnanti, ogni gruppo esperti ha corretto le prove dei compagni, segnando gli errori, correggendoli e scrivendo un feedback. Molti bambini si sono impegnati nel dare dei suggerimenti ai compagni, alcuni infatti hanno scritto "Molto brava ma attenta ai canneti". In questo modo il feedback iniziale scritto dai bambini fa capire ai compagni la direzione del



proprio apprendimento, l'andamento del percorso d'apprendimento e anche quale deve essere il prossimo passo. (Nigris & Agrusti, 2021) Queste prove sono state infatti uno strumento, sia per la classe che per l'insegnante, per capire se sia necessario rivedere argomenti, trattare meglio un aspetto invece che un altro, oppure se sia utile del materiale aggiuntivo. Nel momento conclusivo, dopo aver consegnato le prove ai compagni, ogni gruppo si è reso disponibile per domande e chiarimenti.

Avendo notato che i bambini e le bambine erano molto emozionati da quest'attività, ho chiesto loro dei commenti a caldo, dei feedback. Molti di loro l'hanno apprezzata e l'hanno trovata molto utile perché si sono resi conto del vantaggio nell'essere consapevoli del loro grado di apprendimento. Hanno capito che la prova di verifica può essere usata dagli insegnanti anche come verifica del proprio lavoro, di come hanno spiegato, del corretto utilizzo del materiale fornito e, non da ultimo, se possano essere necessarie eventuali modifiche alla progettazione. Una bambina, molto sinceramente, ha detto che quest'attività le è servita per "mettersi nei panni delle maestre quando correggono e magari per capire il disagio che provano nel leggere le nostre scritture e quindi migliorare nelle scritture".

Dal mio punto di vista quest'attività è stata una delle più significative perché mi ha permesso di sperimentare con i bambini e di capire come loro vedono il sistema scolastico, in particolare le prove di verifica. Far creare le verifiche e farle correggere ai bimbi ha permesso di dialogare sulle funzioni della valutazione, ragionare sul lavoro dell'insegnante e su quello dell'alunno. Come ci si poteva aspettare però alcune bambine hanno iniziato a confrontare i risultati, a deridere chi aveva fatto degli errori. Sia io che la tutor siamo quindi intervenute per ricordare che il valore di una persona non è rispecchiato nei risultati delle prove di verifica, anzi, le verifiche sono solo una foto di quello che il bambino o la bambina sa fare in quel preciso momento e che quindi ha il tempo per recuperare e migliorare.



14 esempi prove di verifica create dai bambini

Il raccordo con il territorio ha segnato la conclusione del percorso sul fiume e con l'uscita didattica al parco fluviale di San Donà di Piave la classe ha potuto fare esperienza di quello che è stato studiato a scuola. L'uscita è consistita in un'attività di orienteering, con diverse "prove naturalistiche" annesse, organizzata dall'associazione naturalistica "Il Pendolino". È stato molto suggestivo vedere come fossero emozionati i bambini e le bambine anche solo per il fatto di essere in un parco all'aria aperta. L'attività di orienteering è stata svolta in gruppi e ognuno di questi doveva cercare le bandierine appositamente collocate lungo tutta l'estensione del parco. Ogni postazione consisteva anche in una prova che i bimbi avrebbero dovuto risolvere collaborando e assegnandosi dei ruoli e l'esperta si era raccomandata che le insegnanti non suggerissero nulla. Una delle prove richiedeva ai bambini di misurare la distanza da un determinato punto ad un altro ma loro non avevano a disposizione un metro, ma solo una cordicella su cui erano segnate delle tacche ogni cinquanta centimetri. È stato molto interessante e divertente vedere come il gruppo cercava una soluzione, ascoltando le idee dei compagni, mettendole alla prova e poi eventualmente, se non adeguate, scartandole o invece facendo i complimenti per il metodo molto ingegnoso e acuto. Ogni bambino cercava di apportare il proprio contributo per sentirsi utile e incluso nella soluzione dell'enigma.



15 uscita didattica al parco fluviale di San Donà di Piave

Le uscite territoriali sono sempre state molto accattivanti per i bambini e le bambine e una risorsa fondamentale per la didattica e anche il clima di classe. Mi sono chiesta, come mai non se ne possano fare di più? Ho trovato molte risposte durante il momento della progettazione poiché varie idee le scartavo a priori a causa del costo del laboratorio e dei mezzi di trasporto ed anche perché molte attività interessanti erano lontane da San Donà di Piave. E quindi come si potrebbe fare per portare l'uscita didattica in classe? Penso ad attività laboratoriali, fatte sia con esperti che con insegnanti, dove siano i bambini stessi a sperimentare, a provare, a creare in modo tale che non apprendano passivamente solo mediante l'osservazione dell'insegnante o dell'esperto che mostra agli studenti come procedere e che poi chiede solo un resoconto. (Santovito, 2016).

Un altro motivo per cui le uscite didattiche sono così attraenti e coinvolgenti è perché sono sfidanti, divertenti ed essendo una situazione che sembra extra-scolastica, i bambini potrebbero sentirsi più a loro agio, senza il timore della valutazione. Il gioco e il role playing, infatti, mettono gli alunni in una condizione di tranquillità, dove sanno che sono liberi di sbagliare e ripetere. (Bonaiuti, Calvani, Menichetti, & Vivanet, 2018). Proprio per questi motivi, ho proposto alla classe diversi giochi interattivi (Kahoot e LearningApps) che coniugassero il divertimento e la sfida con il ripasso degli argomenti trattati a lezione.

Il percorso termina con la verifica sommativa che riprende tutte le accezioni del fiume che sono state studiate. Alcuni item sono stati ripresi da quelli creati dai bambini, adeguatamente modificati se ce ne fosse stato bisogno. In seguito alle domande è stata predisposta anche un'autovalutazione della prova che è stata compilata, dalla maggior parte dei bambini, in modo coerente rispetto alla prestazione.

Uno degli obiettivi che mi ero prefissata nella progettazione è stato quello di utilizzare la prospettiva trifocale di Castoldi (Castoldi, 2016), quindi inserire nella progettazione dei momenti di autovalutazione, di valutazione fra pari e di eterovalutazione. Sono stati eseguiti anche in classe con diversi metodi, come annotazioni carta-matita e una rubrica analitica per l'eterovalutazione e tramite griglie per l'autovalutazione e la valutazione fra pari. (vedi portfolio <https://chiaramengoanna.wixsite.com/portfolio>). Questa prospettiva trifocale mi ha infatti permesso di progettare un percorso in un'ottica di 360°, in cui è evidente l'importanza

della collaborazione fra docenti e studenti “coinvolti in qualche misura come ‘complici’ in un percorso di attribuzione di senso” (Porcarelli, 2016).

## È ora di sfociare nel mondo del lavoro

Come tutti i fiumi, anche questo percorso sta terminando la sua corsa andandosi ad avvicinare sempre di più alla foce che permetterà un accesso all’immenso mare del mondo del lavoro.

Ma prima di lasciare il letto del fiume, è necessario riguardare al proprio vissuto.

Il percorso che ha coinvolto la classe IV è stato molto significativo per me perché ho visto questi bambini e bambine crescere fin da quando erano in classe I. Mi ricordo ancora il primo incontro di osservazione: è stato online a causa della pandemia e i contatti con i bambini e anche con le insegnanti erano mediati da uno schermo, da una distanza quasi palpabile.

Fortunatamente la situazione emergenziale è finita e sono potuta entrare in classe, nella scuola senza zaino, quasi un sogno, un’utopia.

Fin dai primi interventi ho sempre preferito un approccio laboratoriale, di scoperta e di un modo di fare scuola collaborativo e devo dire che ho trovato un ambiente che condivide queste mie tendenze e soprattutto delle insegnanti che già agiscono secondo questa forma mentis e che mi fanno sentire libera di fare e di mettere in pratica le mie idee.

Carica di questo sostegno sono arrivata al quinto anno con la voglia di trasformare le mie idee in un progetto ed ecco che così, dopo un’attenta analisi del territorio e del contesto scolastico, è nato un percorso didattico collaborativo, dove l’interdipendenza positiva si rivela cruciale ai fini del raggiungimento dell’obiettivo. Ho infatti utilizzato la tecnica del jigsaw che mi ha anche permesso di osservare dall’esterno le pratiche di classe, come i bambini e le bambine sono abituate a lavorare ed i loro modi di approcciarsi allo studio. Mi sono resa conto di come gli alunni abbiano ancora tanto bisogno di una guida, di esempi ma allo stesso momento hanno voglia di esplorare, di prendersi la libertà di fare le cose a modo loro. Ma quanto spazio, quanta libertà dare ai bambini? La mancanza di limiti rende le scelte didattiche troppo soggettive? I bambini e le bambine di questa età riescono a staccarsi dal desiderio e quasi necessità di confrontarsi? Mi sono posta queste domande durante tutta la durata del mio percorso, mi sono confrontata con i miei colleghi e colleghe del gruppo di

tirocinio ma non abbiamo trovato risposte definitive anche perché le classi sono sempre in divenire, i bambini cambiano da un giorno all'altro e chissà, è anche questo il bello dell'insegnamento.

### Resoconto del tirocinio

Il tirocinio del V anno riprende un po' quelli degli anni precedenti aggiungendo però il carattere sistemico che contraddistingue la scuola e la comunità circostante. Quest'anno infatti ho percepito molto la ricchezza che la scuola è per il territorio, ma anche come il territorio sia una fonte di ricchezza per la scuola, non solo perché fornisce spazi, luoghi di cultura, come musei e biblioteche, ma perché espande i muri della scuola come edificio, creando una comunità educante cittadina. "Si tratta quindi di mettere in campo un'epistemologia ecosistemica dei paradigmi educativo formativo e sociale, che impone un ripensare e riorganizzare la scuola dell'autonomia nel nostro paese in prospettiva europea, che faccia leva su una pedagogia e didattica nella resilienza trasformativa, in cui tutti e ciascuno si sentano coinvolti in questo processo di cambiamento dalla scuola, alla famiglia, al territorio con tutte le parti sociali: terzo settore, enti locali, aziende sanitarie provinciali, parrocchie, ecc...." (Mulè, 2022, p. 7). La scuola, espandendosi, diventa cosa di tutti e soprattutto una risorsa per la comunità. Può ospitare nei propri spazi associazioni ricreative, sportive, culturali che in cambio mantengono viva la scuola e ne fanno parte, magari organizzando attività anche durante gli orari scolastici.

### Riflessione in ottica migliorativa

Per ritornare però al percorso di tirocinio diretto, mi sento soddisfatta di ciò che è stato fatto con la classe IV della scuola "M. Polo" però c'è sempre qualcosa di migliorabile. Se dovessi ritornare indietro infatti, ancora al momento della progettazione, tarerei meglio l'importanza che ho dato al fiume Piave. Probabilmente toglierei l'accezione di fiume come culla delle civiltà d'Oriente e mi focalizzerei di più proprio sul fiume Piave, su come è nata la città di San Donà di Piave e mi sembra molto interessante approfondire il tema del fiume come risorsa energetica. Quest'ultima tematica era stata inclusa nella progettazione, ma notando che i bambini e le bambine non ne avevano parlato durante la raccolta di idee del primo intervento, ho deciso di non approfondirlo; a posteriori invece lo esaminerei nel dettaglio. Ovviamente però il progetto prenderebbe una direzione diversa rispetto a quella percorsa quest'anno, probabilmente potrebbe essere necessario cambiare anche la tecnica didattica

utilizzata. Potrebbe essere uno spunto per un percorso molto più ampio che può essere esteso anche nel corso di più anni scolastici, chiamando a collaborare anche diverse discipline e realtà territoriali.

Il mio progetto di tirocinio ha avuto come punto centrale, oltre alla tematica del fiume, il jigsaw e di conseguenza il rendere protagonisti i bambini mettendo in disparte il ruolo “assoluto” dell’insegnante. Questo ha permesso ad ogni alunno di creare il proprio apprendimento ed essere co-autori di quello dei compagni. In un gruppo, “l’insegnante diviene parte della comunità, partecipa e condivide ogni esperienza essendo “il più maturo del gruppo” (Dewey, 1992), e in questa condivisione “il maestro impara, e lo scolaro, senza saperlo, insegna” (Dewey, 1992)”. (Felisatti, 2006, p. 108). Durante le fasi del jigsaw, l’insegnante diventa una guida, mette da parte il ruolo assoluto in favore di quello di sostegno all’apprendimento che avviene autonomamente nei gruppi. Già Bruner parlava di scaffolding, di aiutare lo studente ma anche il compagno meno esperto fornendogli però gli strumenti per imparare ad imparare. (Amaldini, Bobbio, Bondioli, & Musi, 2018). E così è successo, anche fra compagni, soprattutto nei due gruppi in cui c’erano gli alunni BES dove l’aiuto è stato più considerevole. Essi, infatti, non sono mai stati esclusi dalle attività, anzi, usufruendo del materiale personalizzato che ho fornito loro, i compagni sono riusciti a coinvolgerli attivamente nel progetto, nella realizzazione del cartellone e nell’esposizione. Infatti, uno scopo del metodo jigsaw è che gli studenti stessi, fra loro, si considerino risorse di apprendimento. “The teacher does not abandon all authority in the classroom, however. Instead he acts as a backstage designer, creating a structure where the students may learn how best to make use of each other’s knowledge and skills.” (Aronson & Patnoe, 1997, p. 58)

Il costante confronto con la tutor mentore e la sua valutazione finale, mi hanno permesso di guardare con occhi diversi il progetto da me ideato e realizzato in classe. Mi hanno fatto capire come sia importante mantenere una visione di insieme ma contemporaneamente essere attenti ad ogni dettaglio e ad ogni piccolo bisogno degli alunni.

Il tirocinio diretto, fin dal primo anno, mi ha sempre più aperto gli occhi verso una visione più reale della scuola, meno teorica e più pratica. Mi ha fatto rendere conto di tutti gli ostacoli in cui si potrebbe inciampare durante il percorso e quindi l’importanza di creare un ambiente di lavoro sano, inclusivo, collaborativo e di reciproca stima e

aiuto, sia fra tutto il personale scolastico del plesso, ma anche con i colleghi delle altre scuole primarie dell'Istituto Comprensivo e degli altri gradi scolastici. In questo modo è possibile creare un curriculum verticale che accompagni gli studenti e le studentesse fin dai loro primi passi nella scuola dell'infanzia.

### Strenghts, Weaknesses, Opportunities, Threats

Lo strumento della "S.W.O.T Analysis" (Humphrey, 2005) è stato utilizzato ancor prima di iniziare a progettare un'embrionale idea per il progetto di tirocinio del V anno. È stato utilizzato per diminuire la quantità di spunti e di idee che potevano andarsi a creare osservando il territorio, pensando alle proprie passioni, competenze e inclinazioni. Infatti, ogni qual volta pensassi ad un possibile progetto, l'analisi SWOT mi ha permesso di tenere i piedi a terra, di capire quali fossero i punti di forza e le opportunità di questa idea, ma nello stesso momento anche le debolezze e i rischi.

I principali rischi che incontravo riguardavano soprattutto i tempi di elaborazione, la burocrazia ma soprattutto, per quanto concerne le uscite didattiche, i costi delle attività e anche dello spostamento; quindi, nella maggior parte dei casi questioni indipendenti dalla mia volontà. Le debolezze invece ricadevano sulla gestione della classe, l'incrociare gli interessi dei bambini e delle bambine, la creazione del materiale, la risposta dei bambini agli stimoli e l'organizzazione.

A bilanciare le insicurezze però ci sono i punti di forza, sia personali che del territorio. Fra questi possiamo trovare la disponibilità delle insegnanti, la metodologia "senza zaino" della scuola, la mia disponibilità e adattabilità e tutte le opportunità che il territorio di San Donà di Piave mi offriva. A seguito di quest'analisi è stata intrapresa una strada che meglio percorreva gli ideali e le necessità della classe.

Utilizzando questo strumento per fare una lettura analitica del progetto una volta terminato, direi che il punto di forza principale è stato sicuramente la tecnica didattica che ha portato entusiasmo e collaborazione nella classe. Le diverse attività proposte, soprattutto la creazione e la correzione delle prove di verifica, hanno suscitato nei bambini riflessioni metacognitive rispetto al metodo di studio, all'importanza e all'uso che le insegnanti fanno delle verifiche e anche del livello generale delle competenze di classe. A proposito di questo, una bambina, durante il momento di condivisione a seguito delle verifiche e della correzione, ha detto che vedere i risultati dei compagni le ha fatto capire se durante l'esposizione abbia spiegato bene o meno i suoi argomenti. "La valutazione è quindi formativa nella duplice veste di strumento, per

l'insegnante, per monitorare, modificare e ri-modulare la sua didattica; e per gli studenti, quando ricevono specifici e personali feedback, per migliorare il percorso di apprendimento." (Nigris & Agrusti, 2021, p. 13). Nel caso specifico, i bambini e le bambine della classe IV hanno fatto esperienza di entrambe le vesti della valutazione, ovviamente in modo ridotto ma significativo.

Una debolezza, fatami notare anche dalla tutor mentore, è lo stesso jigsaw, o almeno come è stato organizzato per questo progetto che lo vedeva come focus principale. La fragilità che questa tecnica ha portato con sé è la quantità di ore incentrate principalmente sul lavoro di gruppo, che per alcuni bambini può andare bene, ma per altri limita la concentrazione, le personalità più timide o meno brillanti rischiano di essere nascoste da chi invece si sente più a suo agio, chi è più spavaldo e chi ha anche abilità oratorie migliori. Da questa osservazione della tutor ho notato l'oggettività e l'interesse con cui ha assistito e ha preso parte al mio progetto di tirocinio. La sua riflessione ha molto senso nel contesto classe e sono felice me l'abbia fatto notare perché così mi sono resa conto anche dei limiti delle tecniche didattiche che non sempre possono essere proposte in aula nello stesso modo in cui vengono esposte dagli studiosi.

Il rischio principale del progetto è stato quello riguardante le tempistiche. A causa dell'uscita didattica programmata per il 30 aprile, inevitabilmente l'esecuzione del progetto di tirocinio si è distribuita nei mesi di febbraio, marzo, aprile e i primi di maggio poiché, per rendere gli incontri regolari senza troppe pause e per rendere l'uscita al parco un momento di chiusura, ho dovuto calendarizzare gli incontri uno alla settimana, sfiorando così i limiti che ci erano stati dati. Questo rischio però è stato sventato poiché, nonostante l'allungamento dei tempi, sono riuscita a terminare il progetto nei limiti massimi.

Ma quali sono state le opportunità che questo percorso mi ha offerto? In quest'anno ritengo di essere molto migliorata rispetto le mie capacità di gestione di una classe, di adeguamento ai suoi ritmi e la capacità di effettuare dei cambiamenti, per quanto minimi, in corso d'opera. L'elemento aggiuntivo di quest'annualità di tirocinio, cioè la sistematicità, mi ha permesso di entrare ancora di più nella scuola, sono potuta andare "dietro le quinte" dello spettacolo che avevo vissuto da studentessa, che mi è stato raccontato, che ho studiato durante il percorso universitario.



Come le quinte di un teatro, anche quelle della scuola sono tortuose, piene di stanze, di anfratti, di materiali ma se si entra nell'ottica e si inizia a prendere confidenza con questo mondo sono sicura che anche le tenebrose e buie quinte ci sembreranno un percorso luminoso.

### Qual è stata la mia sorgente e quale sarà la mia foce?

In questo lungo percorso durato cinque anni e non ancora del tutto terminato sono cresciuta molto, anche perché non sembra, ma cinque anni sono molti. Il punto d'inizio è stato il test d'ingresso, l'averlo passato, come anche quello per professioni sanitarie e quindi il dover prendere una decisione, per nulla leggera. Ora sono qui che scrivo l'ultima relazione di tirocinio, e si capisce quindi che scelta io abbia compiuto. Come il tirocinio, anche la mia crescita può essere paragonata ad un fiume che durante il suo percorso ha attraversato ostacoli, discese, valli ampie, vie impervie e come il fiume ho portato con me qualcosa di ogni posto che ho attraversato, più specificatamente, delle persone che ho incontrato.

Il mio essere creativa, solare, estroversa mi ha portata a fare molte cose, spesso in disordine fra loro, ma fortunatamente, durante questa mia carriera universitaria sono riuscita a trovare delle colleghe che hanno accolto la mia fantasia e che mi hanno aiutata a incanalarla, a dirigerla. Come loro, anche le tutor mentori, sia della scuola dell'infanzia che primaria, hanno sempre accolto le mie idee e mi hanno fatto ragionare sulla fattibilità o meno di queste rispetto al contesto classe in cui mi trovavo. Ho raccolto passione e creatività da loro, ma anche un forte senso di tenerezza nei confronti dei bambini e delle bambine della sezione e della classe. Non posso quindi non riportare le parole di Janusz Korczack:

*"Dite: È faticoso frequentare i bambini.  
Avete ragione.  
Poi aggiungete:  
perché bisogna mettersi al loro livello, abbassarsi,  
inclinarsi, curvarsi, farsi piccoli.  
Ora avete torto.  
Non è questo che più stanca.  
È piuttosto il fatto di essere obbligati a innalzarsi  
fino all'altezza dei loro sentimenti.  
Tirarsi, allungarsi, alzarsi sulla punta dei piedi.  
Per non ferirli." (Korczack, 1996)*

Queste parole esprimono benissimo quello che le insegnanti che mi hanno trasmesso anche solo con il loro semplice stare ed esserci con i bambini e le bambine.

Durante il mio percorso sono anche andata a solcare le terre madrileñe e mi sono riportata a casa tanta felicità e umanità. Ho visitato una scuola bilingue che oltre ad essere specializzata nell'insegnamento della lingua inglese, è anche una scuola preparata ad accogliere bambini e bambine con disabilità visive. Ho conosciuto ragazze che studiano Scienze della Formazione Primaria in altre università italiane e con loro è nato un confronto e un'amicizia che ha reso l'esperienza Erasmus ancora più significativa e arricchente.

Tutti questi affluenti si sono uniti al mio fiume e hanno percorso con me, chi fin dall'inizio e chi mentre il percorso era già avviato, questi cinque anni.

Adesso però, sono pronta a sfociare nel mare dell'insegnamento e del mondo del lavoro?

L'università di Padova mi ha preparata per affrontare il mondo scolastico, ma sento che avrei avuto bisogno di ulteriori approfondimenti, specialmente durante gli incontri del tirocinio indiretto, riguardo la "burocrazia" e la documentazione che mi aspetta una volta entrata a scuola come insegnante vera e propria.

Nonostante questo, sento di essere pronta per entrare a scuola, pronta ad imparare ancora e a mettermi in gioco. Sento di poter essere un'insegnante carismatica, allegra, che ascolta attivamente i bisogni dei bambini, presente in classe e con i colleghi. Dovrò ancora lavorare sulle mie capacità di organizzazione e cercare di eliminare la procrastinazione che mi contraddistingue. Per bilanciare questi due punti di debolezza ho affinato le mie tecniche di adattamento e di inventiva.

In classe dovrei provare ad essere un po' più "autorevole", nel senso di lasciarmi trasportare un po' meno dall'incessante flusso di idee e di interventi dei bambini, allenandomi nella gestione e nella scansione dei tempi.

Sento di dover perfezionare le mie capacità, le tecniche di gestione della classe, e, per quanto sia migliorata rispetto agli anni precedenti, ho ancora molto da apprendere, soprattutto dalle colleghe con più esperienza.

So che posso essere una componente vincente per una squadra eterogenea ma con molta intesa poiché porto con me la solarità, la creatività, la novità, la passione, la voglia di mettermi in gioco e l'empatia. Spero che, come è successo all'università, anche a scuola troverò dei colleghi che abbraccino la mia fantasia e le mie idee e che mi aiutino a realizzarle.

## Bibliografia

- Amaldini, M., Bobbio, A., Bondioli, A., & Musi, E. (2018). *Itinerari di pedagogia dell'infanzia*. Brescia: Morcelliana.
- Aronson, E., & Patnoe, S. (1997). *The Jigsaw classroom: Building Cooperation in the Classroom*. New York: Longman.
- Balboni, P. (2019). *Didattica dell'italiano come lingua seconda e straniera*. Torino: Loescher.
- Bonaiuti, G., Calvani, A., Menichetti, L., & Vivinet, G. (2018). *Le tecnologie educative*. Roma: Carocci editore.
- Castoldi, M. (2016). *Valutare e certificare le competenze*. Roma: Carocci editore.
- Dewey, J. (1992). *Democrazie ed educazione*. Firenze: La Nuova Italia.
- Felisatti, E. (2006). *Cooperare in team e in classe*. Lecce: La Biblioteca Pensa MultiMedia.
- Gardner, H. (2013). *Formae Mentis: Saggio sulla pluralità dell'intelligenza*. Milano: Feltrinelli.
- Grion, V., Aquario, D., & Restiglian, E. (2021). *Valutare nella scuola e nei contesti educativi*. Padova: Cleup.
- Humphrey, A. (2005, Dicembre). SWOT Analysis for Management Consulting. *SRI Alumni Association Newsletter*, p. 7-8.
- Korczack, J. (1996). *Quando ridiventerò bambino*. Milano: Luni.
- Ligorio, B. (2013). *Come si insegna, come si apprende*. Roma: Carocci .
- Lucangeli, D. (2019). *Cinque lezioni leggere sull'emozione di apprendere*. Erikson.
- Mulè, P. (2022). La scuola inclusiva come comunità educativa ed educante tra famiglia, territorio e terzo settore. Nuovi patti di corresponsabilità educativa da ridefinire e consolidare. . *Formazione & Insegnamento*, p. 107-115.
- Nigris, E., & Agrusti, G. (2021). *Valutare per apprendere. La nuova valutazione descrittiva nella scuola primaria*. Milano: Pearson.
- Nota, L., Ginevra, M. C., & Soresi, S. (2015). *Tutti diversamente a scuola. L'inclusione scolastica nel XXI secolo*. Padova: Cleup.
- Porcarelli, A. (2016). *Progettare per competenze. Basi pedagogiche e strumenti operativi*. Bologna: Diogene Multimedia.
- Santovito, G. (2016). *Insegnare la biologia ai bambini: Dalla scuola dell'infanzia al primo ciclo d'istruzione*. . Roma: Carocci editore.

Senza Zaino: *Per una scuola comunità*. (s.d.). Tratto da <https://www.senzazaino.it/>  
Wiggins, G., & McTighe, J. (2004). *Fare progettazione*. Roma: LAS.

## Documentazione normativa

Consiglio dell'Unione Europea. (2018). *Raccomandazione del Consiglio sulle competenze chiave per l'apprendimento permanente*. Gazzetta ufficiale dell'Unione europea.

MIUR. (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. LE MONNIER.

## Documentazione scolastica

Romolo Onor, I. C. (2022). *Piano Triennale dell'Offerta Formativa, 2022-2025*  
[https://cspace.spaggiari.eu/pub/VEME0028/GENERALI%20Istituto\\_sito/Scuola\\_PTOF/PTOF\\_publicato\\_VEIC824008-ptof\\_22-25.pdf](https://cspace.spaggiari.eu/pub/VEME0028/GENERALI%20Istituto_sito/Scuola_PTOF/PTOF_publicato_VEIC824008-ptof_22-25.pdf)