

**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA**  
**FACOLTA' DI SCIENZE STATISTICHE**

**CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN STATISTICA, ECONOMIA  
E FINANZA**



**TESI DI LAUREA**

**PROBABILITA' DI DEFAULT:  
UN'APPLICAZIONE NELL'AREA MUTUI**

**RELATORE: CH. MO PROF. NUNZIO CAPPUCCIO**

**LAUREANDA: ELISA CARRARO**

**ANNO ACCADEMICO 2003-2004**

## INDICE

|  |    |
|--|----|
| INTRODUZIONE   | 1  |
| <b><u>I – ACCORDO DI BASILEA</u></b>   |    |
| 1 – BASILEA 2: INTRODUZIONE  | 3  |
| 2 – BASILEA 1: PRIMO ACCORDO SUL CAPITALE 1988                                 | 3  |
| 3 – BASILEA 2: NUOVO ACCORDO SUL CAPITALE 2001                                 | 5  |
| 3.1 – PRIMO PILASTRO: REQUISITI PATRIMONIALI MINIMI                            | 5  |
| 3.1.1 – L’APPROCCIO STANDARD E I RATING INTERNI                                | 7  |
| 3.1.2 – RISCHIO OPERATIVO  | 13 |
| 3.2 – SECONDO PILASTRO: CONTROLLO PRUDENZIALE<br>DELL’ADEGUATEZZA PATRIMONIALE | 13 |
| 3.3 – TERZO PILASTRO: REQUISITI DI TRASPARENZA<br>DELLE INFORMAZIONI           | 14 |
| 4 – IMPATTO E CRITICHE   | 15 |
| 5 – DATA DI APPLICAZIONE   | 18 |
| <b><u>II – IL RISCHIO DI CREDITO</u></b>                                       |    |
| 1 – INTRODUZIONE   | 21 |
| 2 – DEFINIZIONE E CARATTERISTICHE  | 22 |
| 3 – CLASSIFICAZIONE  | 23 |
| 4 – COMPONENTI   | 24 |
| 4.1 – PERDITA ATTESA   | 24 |
| 4.2 – PERDITA INATTESA   | 25 |
| 5 – ENGINEERING – INGEGNERIA INFORMATICA                                       | 27 |
| 6 – DEFINIZIONE DI MUTUO   | 29 |

### **III – CALCOLO PROBABILITA' DI DEFAULT**

|  |    |
|--|----|
| 1 – MODELLO LOGIT                          | 33 |
| 2 – STIMA DEL MODELLO                      | 35 |
| 3 – ERRORE DI I E II TIPO                  | 39 |
| 4 – CURVA ROC                              | 41 |
| 4.1 – FUNZIONE DI COSTO                    | 44 |
| 4.2 – DETERMINAZIONE DELLA SOGLIA OTTIMALE | 45 |
| 5 – ALBERI DI CLASSIFICAZIONE              | 47 |
| 6 – LOGIT VS ALBERI DI CLASSIFICAZIONE     | 51 |
| <br>                                       |    |
| CONCLUSIONI                                | 53 |
| <br>                                       |    |
| BIBLIOGRAFIA                               | 57 |
| <br>                                       |    |
| APPENDICE A                                | 59 |
| APPENDICE B                                | 60 |
| APPENDICE C                                | 62 |
| APPENDICE D                                | 64 |



## **INTRODUZIONE**

Il ruolo del capitale ha assunto all'interno del sistema bancario un compito fondamentale nel contesto della gestione d'impresa e di quella finanziaria in particolare. L'introduzione di una riserva minima di capitale, da detenere a fronte dei rischi verso i quali l'attività finanziaria e creditizia è soggetta, è stato sicuramente uno degli elementi principali a favorire tale crescita di importanza.

L'uso di metodi quantitativi per la quantificazione dei diversi rischi (rischi di credito, di mercato e operativo), incide nelle scelte operative e strategiche riguardo il trattamento di quei soggetti che vantano particolari interessi verso l'istituzione finanziaria. Facciamo riferimento, in particolar modo, a clienti ed azionisti. Per quanto riguarda la clientela, un'adeguata stima del merito creditizio inciderà in primo luogo nelle scelte di affidamento ed erogazione del credito, e in un secondo momento nella determinazione di un prezzo minimo applicabile per i servizi resi. Agli azionisti invece, sarà richiesto un adeguato premio al rischio, in quanto quest'ultimo disciplinerà il costo interno del capitale.

Il processo di risk management non è solo legato in particolare all'analisi e alla gestione del solo rischio finanziario, ma si estende a tutti i rischi a cui una banca è esposta. Tra questi occupa una posizione rilevante il rischio di credito, che da sempre è stato oggetto di analisi e controllo da parte sia degli organi di vigilanza, sia delle singole banche.

I processi di controllo del credito attualmente più diffusi si focalizzano sul miglioramento e sul potenziamento di rigorosi standard di affidamento, di linee di credito e di limiti operativi e del monitoraggio continuo delle controparti.

Questi processi sono validi e, se razionali, offrono ottimi risultati soprattutto rispetto a una clientela italiana molto composita e differenziata a livello territoriale.

Bisogna peraltro evidenziare che sta maturando l'esigenza di costruire un modello che integri le metodologie esistenti e che soprattutto fornisca un risultato simile a quello del value at risk utilizzato per il rischio finanziario.

Nel seguente elaborato verranno esaminati alcuni punti riguardanti la valutazione del rischio da parte di una banca, in particolar modo quello di insolvenza, e la tutela dei depositanti attraverso l'introduzione di una normativa sul patrimonio minimo.

Nel capitolo primo viene introdotto il Nuovo Accordo di Basilea volto a definire i criteri di calcolo del patrimonio minimo da detenere a fronte dei possibili rischi a cui una banca è soggetta, quali rischio di mercato, di credito e operativo. Verranno introdotte le nuove metodologie di calcolo e i requisiti minimi per poterle applicare. Il capitolo si conclude con delle osservazioni riguardo l'impatto, sia positivo che negativo, di Basilea sul sistema economico in generale, con particolare riguardo a quello italiano formato da una clientela molto diversificata, e da un settore produttivo costituito per la maggior parte da piccole e medie imprese, PMI.

Si passerà poi, nel secondo capitolo, all'approfondimento del rischio di credito in tutte le sue componenti e forme, con particolare attenzione al rischio di insolvenza. Tale rischio verrà quantificato nel capitolo terzo attraverso il calcolo della probabilità di default mediante l'uso di un modello logit. Porremo poi l'attenzione su come la probabilità di default stimata possa essere usata per la definizione di cliente inadempiente, attraverso la determinazione di un valore soglia rispetto al quale riportare tale stima. Verranno quantificati a tal fine gli errori di I e II tipo relativi all'errata classificazione del cliente dato un certo livello di soglia.

Il documento si conclude con una possibile applicazione agli alberi di classificazione, tecnica non parametrica che permette di suddividere il campione in due classi mediante una sua ripartizione ricorsiva in base al potere discriminatorio delle variabili esplicative.

# I – ACCORDO DI BASILEA

## 1 – BASILEA 2: INTRODUZIONE

"Basilea 2" è il nuovo accordo internazionale sul capitale che regola la gestione del credito bancario, stabilendo che le banche dei paesi che vi aderiscono dovranno accantonare capitali proporzionali al rischio dei crediti concessi, valutato attraverso lo strumento del *rating*.

Gli Accordi di Basilea sui requisiti patrimoniali delle banche sono formulati dal Comitato di Basilea, istituito dai governatori delle Banche centrali dei dieci paesi più industrializzati (G10) alla fine del 1974. Attualmente i suoi membri provengono da Belgio, Canada, Francia, Germania, Italia, Giappone, Lussemburgo, Paesi Bassi, Spagna, Svezia, Svizzera, Regno Unito e Stati Uniti.

Il Comitato fa capo alla BRI, Banca dei Regolamenti Internazionali, con sede a Basilea, cittadina della Svizzera e capoluogo dell'omonimo cantone. Lo scopo di questa organizzazione internazionale è quello di assicurare la stabilità monetaria e finanziaria, raggiungibile attraverso la cooperazione fra banche centrali e altre agenzie equivalenti.

Essendo un ente sovranazionale, il Comitato non ha alcuna autorità nei confronti dei Paesi membri, ma essendo le sue linee guida, e le sue raccomandazioni frutto di lunghe mediazioni, in genere alla loro pubblicazione le singole autorità nazionali collaboratrici redigono disposizioni operative aderenti a tali principi. In questo modo il Comitato favorisce la creazione di approcci comuni e standard.

## 2 – BASILEA 1: PRIMO ACCORDO SUL CAPITALE 1988

Nel 1988, data la grande discordanza dei sistemi di regolamentazione nazionale, nasce il bisogno di ridurre questa disuguaglianza competitiva fra le banche internazionali. Viene dunque introdotto dal Comitato di Basilea il primo "Accordo di Basilea sul Capitale". Lo scopo di questo documento era quello di definire l'obbligo per le banche di detenere capitale per almeno l'8% dei propri attivi, con

lo scopo di garantire solidità alla loro attività. Poiché, tuttavia, la dimensione del “cuscinetto” deve essere in qualche misura collegata alla rischiosità degli investimenti posti in essere, il riferimento non è al valore contabile delle attività, bensì ai cosiddetti attivi ponderati per il rischio (*risk-weighted assets*). Ciò significa che l’importo nominale di un prestito viene moltiplicato per un coefficiente compreso tra zero e uno, tanto maggiore quanto più elevata è la rischiosità della controparte.

Esplicitamente tale concetto è così sintetizzato dalla seguente formula:

$$\frac{\text{Patrimonio di vigilanza}}{\text{Attivo ponderato per il rischio di mercato e di credito}} \geq 8\%$$

Nella formula troviamo al denominatore l’ammontare complessivo degli attivi di una banca ponderati ognuno per il relativo coefficiente di rischio; a destra della disequazione il coefficiente minimo dell’8% e al numeratore il capitale da detenere a fronte dei rischi in cui la banca incorre. Il rapporto deve essere rigorosamente maggiore o uguale al coefficiente minimo.

L’introduzione di un livello minimo di capitalizzazione ha giocato un ruolo fondamentale nell’equilibrare i diversi sistemi e nel rendere possibile una loro integrazione. Inoltre l’applicazione di tali regole nei diversi contesti economici ha permesso a questi di evolvere in maniera maggiormente armonizzata nelle funzioni di stabilità economica e operativa. Sicuramente questo Accordo ha avuto il pregio di aver introdotto condizioni necessarie per una più equilibrata globalizzazione dei sistemi finanziari.

Accanto ai pregi, un approccio legato a un ristretto numero di coefficienti di ponderazione, per di più poco significativi, e la scarsa importanza assunta da strumenti di mitigazione del rischio, ha evidenziato la scarsa capacità di questo approccio di adattarsi al rischio. In effetti l’8% può essere giudicato troppo per una controparte poco rischiosa e troppo poco per una controparte giudicata rischiosa, ed inoltre ha sancito la nascita di comportamenti maggiormente aggressivi sia

nelle scelte di struttura finanziaria sia nei prezzi praticati alla clientela, soprattutto nelle fasi favorevoli del ciclo economico.

### **3 – BASILEA 2: NUOVO ACCORDO SUL CAPITALE 2001**

Nel gennaio del 2001 il Comitato di Basilea ha reso pubblica una nuova stesura del vecchio accordo, pubblicando “The New Basel Capital Accord”.

Il documento riformula l’originaria e un po’ rozza formulazione dell’8%, e considera l’esistenza di rischi come le truffe e i rischi di mercato, ed introduce l’utilizzo del rating che, tramite la probabilità d’insolvenza, permette una differenziazione dei requisiti patrimoniali nei confronti delle imprese.

Il nuovo accordo si colloca in un contesto di forte “pareggiamento concorrenziale”, di contendibilità degli assetti societari e di riduzione delle protezioni istituzionali concesse alle banche. Cresce dunque l’importanza di una giusta scelta dei percorsi individuali di sviluppo e di posizionamento competitivo dei singoli intermediari, e una scelta errata è sempre meno permessa o compresa dal mercato.

Per queste ragioni l’Accordo assume un ruolo ed un potenziale così ampio e rilevante.

Il nuovo Accordo si compone di tre pilastri:

- 1) *Requisiti patrimoniali minimi;*
- 2) *Controllo prudenziale dell’adeguatezza patrimoniale;*
- 3) *Requisiti di trasparenza delle informazioni.*

#### **3.1 – PRIMO PILASTRO: REQUISITI PATRIMONIALI MINIMI**

La nuova formulazione non ridefinisce le regole riguardanti il patrimonio a fini di vigilanza. Il coefficiente minimo rimane dell’8%. Ciò che cambia riguarda la definizione di attività ponderate per il rischio, ossia nelle metodologie utilizzate per misurare i rischi a cui è esposta una banca.

Lo scopo principale è quello di rendere più significativi i coefficienti patrimoniali attraverso il miglioramento della valutazione della rischiosità da parte delle istituzioni bancarie.

L'accordo precedente prevedeva due sole tipologie di rischio, ossia il rischio di credito e il rischio di mercato. Nella nuova formulazione sono introdotte modifiche nella identificazione del denominatore del rapporto, costituito dal totale delle attività ponderate per il rischio. Quest'ammontare, oltre al rischio di credito, considera anche una nuova misura del rischio operativo, mentre rimane invariata quella del rischio di mercato.

Per rispondere alla poca sensibilità al rischio del precedente Accordo, senza innalzare né abbassare, in media, il requisito complessivo, il Comitato introduce per ciascuna categoria di rischio una pluralità di metodologie di calcolo dei requisiti, le più avanzate delle quali permettono di usare i sistemi interni di rating delle banche, che tuttavia devono ricevere l'autorizzazione delle Autorità di vigilanza.

La tabella seguente riporta i tre metodi disponibili per tipologia di rischio:

| <b>RISCHIO DI CREDITO</b>  | <b>RISCHIO OPERATIVO</b>  |
|--|---|
| <b>1) Metodo standard</b><br>("standardised approach")                         | <b>1) Metodo dell'indicatore semplice</b><br>("basic indicator approach")           |
| <b>2) Metodo IRB di base</b><br>("Internal Ratings Based Foundation Approach") | <b>2) Metodo standard</b>   |
| <b>3) Metodo IRB avanzato</b><br>("Internal Ratings Based Advanced Approach")  | <b>3) Metodi avanzati di misurazione</b><br>("Advanced Measurement Approaches"–AMA) |

In particolare per quanto riguarda il rischio di credito, la differenziazione dei requisiti in funzione della probabilità d'insolvenza dei debitori è particolarmente ampia, soprattutto per le banche che adotteranno le metodologie più avanzate.

Risulta anche più articolata la considerazione delle diverse metodologie che permettono di variare la rischiosità di un portafoglio ("credit risk mitigation"), come la presenza di garanzie, l'uso dei derivati creditizi, la cartolarizzazione.

### 3.1.1 – L'APPROCCIO STANDARD E I RATING INTERNI

L'approccio standard comporta l'utilizzo di rating esterni<sup>1</sup> da parte della banca, per misurare il grado di affidabilità di diversi clienti. Tali rating potranno essere forniti da agenzie per la valutazione esterna del merito di credito **ECAI** ("External Credit Assessment Institution") che soddisfano i seguenti criteri:

- OBIETTIVITA' nelle valutazioni;
- INDIPENDENZA da pressioni politiche ed economiche;
- TRASPARENZA nell'informazione;
- PUBBLICITA' DELLE INFORMAZIONI sui criteri di assegnazione;
- aver RISORSE necessarie per effettuare valutazioni di alta qualità;
- CREDIBILITA'.

Spetterà alle Autorità valutare se tali agenzie rispettano o meno tali criteri.

A rating migliori corrispondono pesi più leggeri nel calcolo dei risk-weighted assets. Coerentemente con l'impostazione di Basilea 1, inoltre, i pesi sono diversi per diverse categorie di controparti (privati, Stati, banche, mutui prima casa, etc.).

Coefficienti di ponderazione nel metodo Standard:

|                                | AAA  | AAA- | AA+ | AA  | AA- | A+ | A | A-   | BBB+ | BBB | BBB- | BB+  | BB | BB- | B+   | B    | B- | Inferiore | Senza Rating | Scaduti |
|--------------------------------|--|------|-----|-----|-----|----|---|------|------|-----|------|------|----|-----|------|------|----|-----------|--------------|---------|
| <b>Corporate (aziende)</b>     | 20%  |      |     | 50% |     |    |   | 100% |      |     |      | 150% |    |     | 100% | 150% |    |           |              |         |
| <b>Stati sovrani</b>           | 0%   |      |     | 20% |     |    |   | 50%  |      |     |      | 100% |    |     | 150% | 100% |    |           |              |         |
| <b>Banche</b>                  | 20%  |      |     | 50% |     |    |   | 100% |      |     |      | 150% |    |     | 50%  |      |    |           |              |         |
| <b>Banche: paese d'origine</b> | 20%  |      |     | 50% |     |    |   | 100% |      |     |      | 150% |    |     | 100% |      |    |           |              |         |
| <b>Retail (privati e Pmi)</b>  | 75%  |      |     |     |     |    |   |      |      |     |      |      |    |     |      |      |    | 150%      |              |         |
| <b>Mutui residenziali</b>      | 35%  |      |     |     |     |    |   |      |      |     |      |      |    |     |      |      |    | 100%      |              |         |
| <b>Mutui commerciali</b>       | Da 100% a 50%, a scelta delle autorità nazionali |      |     |     |     |    |   |      |      |     |      |      |    |     |      |      |    | 150%      |              |         |

Si è detto che le banche maggiori potranno costruire "in casa" i propri sistemi di rating. Le meno sofisticate che adotteranno l'approccio di base, si limiteranno a

<sup>1</sup> Appendice A: Sigle di rating delle obbligazioni.

misurare il rischio di inadempienza delle loro controparti. Le più raffinate saranno autorizzate anche a quantificare – secondo meccanismi propri, più flessibili e precisi rispetto a quelli previsti nell’approccio standard – l’effetto delle garanzie e di altri fattori di rischio.

Gli input primari del metodo IRB (avanzato o base) sono le valutazioni delle determinanti chiave del rischio effettuate dalle banche al loro interno. Il metodo non consente alle istituzioni di determinare autonomamente la totalità degli elementi necessari a calcolare i propri coefficienti patrimoniali. Le ponderazioni di rischio e, di conseguenza, i requisiti di capitale vengono infatti ricavati dalla combinazione di input quantitativi forniti dalle banche e di formule indicate dal Comitato.

Le formule, o funzioni di ponderazione del rischio<sup>2</sup>, convertono l’input di una banca in uno specifico requisito patrimoniale.

Definiamo ora il concetto di insolvenza.

L’**evento default** di riscontra in due casi: [1.1]

- 1) La banca giudica improbabile che l’obbligato adempia in pieno alle proprie obbligazioni contrattuali figurando in una di queste circostanze:
  - a) il credito si trova tra le sofferenze o tra gli incagli;
  - b) viene effettuata una svalutazione o un accantonamento specifico;
  - c) la banca cede il credito subendo una perdita economica;
  - d) procedura di ristrutturazione del credito;
  - e) viene presentata istanza di fallimento per l’obbligato;
  - f) l’obbligato dichiara lo stato di fallimento.
- 2) L’obbligato è in mora da oltre 90 giorni su una obbligazione creditizia rilevante verso il gruppo bancario. Per i crediti retail e verso ESP (enti del settore pubblico), questo limite viene elevato ad un massimo di 180 giorni a discrezione dell’Autorità nazionale. Inoltre le banche potranno adottare un

---

<sup>2</sup> Appendice B: Funzioni di ponderazione.

termine di 180 giorni per i crediti del portafoglio corporate per un periodo di transazione di 5 anni.

Per quanto riguarda il retail la definizione di inadempienza può essere applicata alla singola operazione e non a livello di obbligato.

Il nuovo accordo precisa come si debba procedere nella stima di PD, LGD, EAD e Maturity. Mentre per la PD le indicazioni sono comuni per tutte le banche che adottano un sistema di rating interno, per i restanti parametri Basilea 2 fornisce indicazioni separate per l'approccio di base e quello avanzato.

Gli **input quantitativi** possono, dunque, essere così classificati:

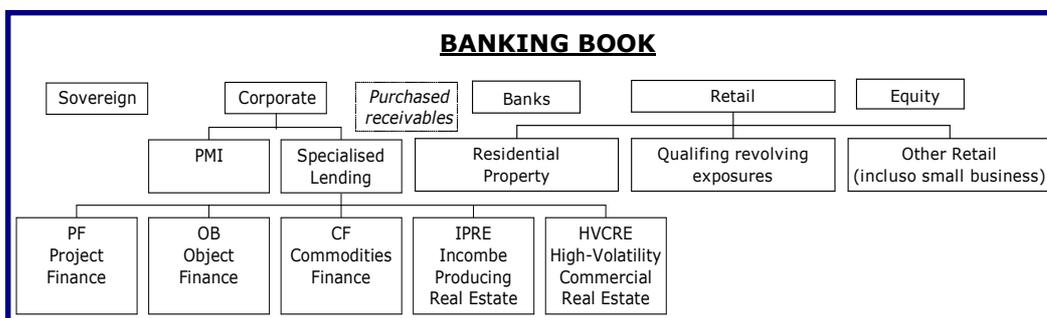
- 1) **PD** (“Probability of Default”): misura la probabilità che il mutuatario si renda inadempiente, secondo la definizione precedente, nell’arco di un dato orizzonte temporale, in genere un anno. Questa probabilità non potrà mai scendere sotto lo 0.03% (tranne che per gli stati sovrani) e dovrà rappresentare un valore medio di lungo periodo, per evitare che sistemi di rating costruiti durante una fase positiva del ciclo economico possano rivelarsi eccessivamente ottimistici nello stimare gli effetti di una recessione;
- 2) **LGD** (“Loss Given Default”): rappresenta il valore percentuale della perdita in caso di inadempienza. La sua misura seguirà criteri diversi a seconda che la banca abbia adottato l’approccio base o avanzato. Nel primo caso, sarà necessario fare riferimento ad una griglia di valori prefissati, che varieranno in funzione delle garanzie reali associate ai singoli prestiti. Se deciderà di adottare il secondo metodo, la banca sarà libera di costruirsi un proprio sistema di misura, articolato secondo una scala di più gradini, cui corrisponderanno valori di LGD crescenti. Le diverse tipologie di operazioni potranno essere ricondotte ad un particolare gradino della scala sulla base di attributi come la forma tecnica, l’ammontare delle garanzie o

altre variabili di cui la banca possa dimostrare, sulla base dei dati passati, la significatività;

- 3) **EAD** (“Exposure At Default”): rappresenta l’esposizione in caso di inadempienza. L’approccio di base prevede una serie di regole fisse, comuni anche all’approccio standard. Usando l’approccio avanzato le banche potranno sviluppare le proprie stime per l’identificazione di “fattori di conversione” associati ai margini disponibili e alle diverse forme di crediti di firma;
- 4) **M** (“Maturity”): indica la scadenza economica residua dell’esposizione. La Maturity sarà considerata fissa, pari a 2.5 anni nel metodo base. Nell’approccio avanzato essa verrà calcolata come media ponderata dei tempi mancanti ai diversi pagamenti contrattualmente previsti, ognuno ponderato per il relativo importo. La vita residua così calcolata dovrà comunque essere compresa tra 1 e 5 anni. Durate minori sono ammesse solo in presenza di particolari operazioni, ad esempio in quelle legate a pronti conto termine.

Adottando l’approccio secondo modelli interni essi dovranno essere stimati ed applicati per tutti i diversi sotto portafogli dell’attivo a rischio.

Nella figura sottostante troviamo una prima classificazione delle “famiglie” di modelli appartenenti al Banking Book, rappresentate da:



Le famiglie identificate nel grafico precedente, sono così classificate e descritte:

- 1) **Portafoglio CORPORATE**, composto da prestiti a grandi imprese con fatturato superiore ai 50 milioni di euro. A questi prestiti sono assimilate anche le esposizioni verso **BANCHE e STATI SOVRANI**;
- 2) **Portafoglio PMI corporate**, composto da prestiti a imprese con fatturato inferiore ai 50 milioni di euro;
- 3) **Portafoglio RETAIL**, composto da prestiti a privati e piccole imprese. Si distinguono tre sottogruppi, ognuno dei quali è caratterizzato da una specifica funzione di ponderazione:
  - a) Esposizioni rotative qualificate ERRQ;
  - b) Esposizioni garantite da ipoteche su immobili residenziali;
  - c) Altre esposizioni non ipotecarie.
- 4) Le piccole imprese possono essere incluse nel portafoglio retail (**PMI retail**) se i relativi prestiti vengono gestiti come crediti al dettaglio e se l'esposizione totale del gruppo bancario nei confronti della singola impresa o gruppo non supera il milione di euro.
- 5) **Esposizioni creditizie specifiche (SL – Specialised Lending)**, rappresentate da finanziamenti di singoli progetti il cui rimborso dipende strettamente dalla performance del portafoglio o delle garanzie sottostanti. Si distinguono 5 sottoclassi:
  - a) **PF** – Project Finance – guarda alla redditività di un singolo progetto, sia come fonte di rimborso sia come garanzia dell'esposizione;
  - b) **OB** – Object Finance – viene finanziato l'acquisto di attività materiali e il rimborso dipende dal cash flow dell'attività specifica finanziata e costituita in garanzia;
  - c) **CF** – Condivise Finance – crediti strutturati a breve termine destinati al finanziamento di riserve, scorte, crediti acquistati su merci negoziate in borsa, che sono rimborsati con il ricavato della vendita della merce;

- d) IPRE – Incombe Producing Real Estate – finanziamento di beni immobili, in cui le prospettive di rimborso e recupero dipendono dai flussi finanziari generati dall'attività;
  - e) HVCRE - High Volatility Commercial Real Estate – si caratterizzano per la maggiore volatilità del tasso di perdita.
- 6) Portafoglio AZIONARIO, composto da investimenti in capitale azionario per finalità di trading, dunque nell'intento di conseguire plusvalenze da negoziazione nel breve termine, e da investimenti stabili, orientati al lungo periodo;
- 7) CREDITI COMMERCIALI ACQUISTATI (“Purchased Receivables”), consistenti in partite di crediti cedute in blocco alla banca (di norma pro soluto) da un'impresa;
- 8) CARTOLARIZZAZIONI, che consistono nella cessione ad una nuova società (purpose entity), della proprietà e/o del rischio associati alle esposizioni creditizie di una banca. Questa società si finanzia emettendo tranches di obbligazioni dotate di diversa seniority, cioè connotate da un diverso grado di priorità nel rimborso in caso di fallimento.

Per ciascuna classe di attività compresa nel sistema IRB vanno considerati tre **elementi fondamentali**:

- COMPONENTI DI RISCHIO – ossia le stime dei fattori di rischio fornite dalle banche e, in parte, stime regolamentari;
- FUNZIONI DI PONDERAZIONE DEL RISCHIO – procedimento in base al quale le componenti di rischio vengono trasformate in attività ponderate per il rischio e quindi in requisiti patrimoniali;
- REQUISITI MINIMI – standard minimi di idoneità che le banche devono rispettare per poter applicare il sistema IRB a una data classe di attività.

### 3.1.2 – RISCHIO OPERATIVO

Il rischio operativo è definito come il rischio derivante dal malfunzionamento di procedure e sistemi interni, da incapacità e dolo del personale, oppure da eventi esogeni. È una definizione ampia, da cui restano esclusi due casi, espressamente citati dall'accordo: il *rischio strategico* (perdite dovute a strategie errate da parte del management) e quello di *reputazione* (perdite di quote di mercato perché il marchio della banca viene associato a eventi negativi, per esempio un riciclaggio di denaro sporco).

Vengono definite tre metodologie di calcolo:

- 1) **Metodo dell'indicatore semplice** (“basic indicator approach”) richiede alle banche di detenere un ammontare di capitale pari al 15% del margine d'intermediazione medio dell'ultimo triennio;
- 2) Il **Metodo standard** prevede che il margine d'intermediazione della banca venga sezionato in otto linee operative: corporate finance, negoziazioni e vendite di strumenti finanziari, servizi di pagamento, commercial banking, gestioni fiduciarie, retail banking, asset management, negoziazione di titoli al dettaglio. Per le prime tre, visto il loro maggior contenuto di rischio, il coefficiente del 15% viene alzato al 18%; simmetricamente, il coefficiente scende al 12% per le ultime tre, ritenute meno rischiose;
- 3) **Metodi avanzati di misurazione** (“Advanced Measurement Approaches”– **AMA**), dove le componenti, i parametri e criteri di calcolo non vengono indicati espressamente: ci si limita invece a prevedere una serie di requisiti minimi.

### 3.2 – SECONDO PILASTRO: CONTROLLO PRUDENZIALE DELL'ADEGUATEZZA PATRIMONIALE

Il secondo pilastro si basa su una serie di principi guida. Tali principi sono improntati nella loro totalità alla duplice esigenza che le banche valutino l'adeguatezza patrimoniale in rapporto ai loro rischi complessivi, e che le autorità

di vigilanza verificano tali valutazioni e assumano le opportune azioni correttive, ove del caso.

Le valutazioni del rischio e dell'adeguatezza patrimoniale non devono fermarsi alla sola verifica dell'osservanza da parte di una banca dei requisiti patrimoniali minimi. Al fine di accertare l'effettiva esistenza di un sufficiente margine patrimoniale, il nuovo Accordo introduce la necessità dell'utilizzo di **prove di stress**. E nel caso in cui venga accertata una carenza di patrimonio a fini prudenziali le autorità possano, ad esempio, richiedere la riduzione dei rischi in modo che le risorse di capitale esistenti possano far fronte sia agli obblighi patrimoniali minimi sia a quelli imposti dalle prove di stress sottoposte a revisione.

Si attribuisce dunque una maggiore discrezionalità nel valutare l'adeguatezza patrimoniale delle banche alle autorità di vigilanza.

### **3.3 – TERZO PILASTRO: REQUISITI DI TRASPARENZA DELLE INFORMAZIONI**

Lo scopo è quello di integrare i requisiti patrimoniali minimi stabiliti nel primo pilastro e il processo di controllo prudenziale affrontato dal secondo. Inoltre il Comitato si è adoperato per incoraggiare la disciplina di mercato mediante l'elaborazione di una serie di obblighi di trasparenza che consentano agli operatori di valutare le informazioni cruciali sul profilo di rischio e sui livelli di capitalizzazione di una banca. Il comitato reputa che il processo informativo assuma una particolare rilevanza con riferimento al Nuovo Accordo, laddove il ricorso a metodologie interne di valutazione conferirà alle banche una maggiore discrezionalità nel determinare il proprio fabbisogno di capitale. Tutto potrà arrecare notevoli benefici a banche e autorità di vigilanza nella gestione del rischio e nel rafforzamento della stabilità.

#### 4 – IMPATTO E CRITICHE

Il nuovo Accordo trattando innovazioni nella normativa bancaria e finanziaria, pone su di sé l'attenzione riguardo l'impatto che questo avrà sulle istituzioni creditizie e non solo. In effetti le nuove disposizioni regolamentari avranno importanti ripercussioni anche sulle imprese, sui movimenti dei capitali e sugli investimenti internazionali.

Collegare il fabbisogno di capitale al rischio sottostante a un finanziamento o a un investimento comporta un maggior legame tra il prezzo di quel finanziamento o di quell'investimento e il rischio implicitamente contenuto. Gli aspetti negativi di tale considerazione è il sorgere di una disparità tra i tassi praticati dalle banche, che potranno scendere per i prenditori di qualità migliore che sono quelli che meno abbisognano di capitali, e peggiorare verso i prenditori di qualità creditizia inferiore con un effetto di compressione della capacità di indebitamento e di revisione delle opportunità di investimento.

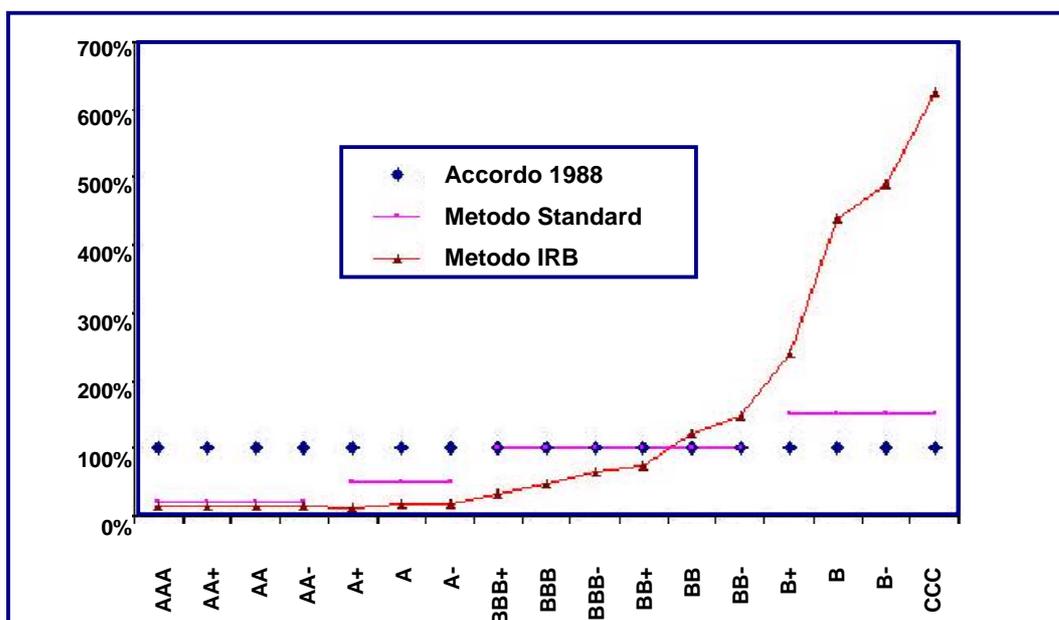
Da un punto di vista teorico l'effetto di una più accurata valutazione del rischio da parte delle banche dovrebbe essere quello di ridurre il costo del credito per le imprese meno rischiose e di promuovere un rapporto fondato sulla conoscenza e sulla fiducia reciproca. In pratica, però, vi è il rischio che i crediti concessi alle Pmi siano, o continuino ad essere, considerati più rischiosi.

Questo perché la metodologia di determinazione dei *rating* interni non tiene conto del patrimonio informativo di una banca locale legato alla lunga consuetudine del rapporto con la piccola impresa e consolidato nel tempo. Tantomeno considera che un portafoglio di crediti alle Pmi, a parità di perdita attesa, presenta perdite inattese inferiori a quelle di un portafoglio di prestiti alle grandi imprese, in ragione della maggiore importanza relativa che l'andamento ciclico dell'economia ha nel determinare le condizioni di queste ultime.

Il Comitato di Basilea consapevole di tali considerazioni ha formulato nuove modalità di calcolo dei requisiti per il rischio di credito nel metodo dei *rating interni*. In particolare i coefficienti di ponderazione sono stati ridotti, attenuando

così la correlazione tra dotazione patrimoniale e rischiosità dei prestiti. Le ponderazioni sono state ridotte in corrispondenza di pressoché tutti i livelli di rischio.

La figura sottostante raffigura il cambiamento nei coefficienti di ponderazione dal 1988 al 2001, e la differenza tra metodo standard, dunque coefficienti fissi per fascia, e metodo IRB, con coefficienti variabili in quanto il coefficiente deriva dall'applicazione di una funzione di ponderazione.



Fonte: Elaborazione su dati Standard & Poor's (2001)

Per le fasce a più basso rischio si ha un miglioramento sostanziale. I coefficienti dell'accordo del 2001 sono più sensibili a cambiamenti di fascia. In più mostrano un miglioramento nella valutazione dei rating più alti identificando un coefficiente di ponderazione minore. Allo stesso tempo si rivelano maggiormente penalizzanti per i rating più bassi. Per quanto riguarda il confronto tra i due metodi, standard e avanzato, tale distinzione è ancora più netta.

Questi cambiamenti sono dovuti alle pressioni esercitate dalle Banche Centrali, in particolare dalla Banca d'Italia e dalla Bundesbank, caratterizzate dai loro specifici sistemi economici basati su un tessuto produttivo di Pmi. In effetti più volte è emerso il disappunto del Ministro Tremonti che considera il trattato troppo penalizzante nei confronti delle Pmi, anche dopo le varie revisioni. A gennaio

2004 tali erano le sue affermazioni: “*L’Italia non deve aderire a Basilea 2 se questo Paese vuole avere una prospettiva!*”.

Malgrado i progressi raggiunti, l’Accordo necessita ancora di perfezionamenti.

Accanto ad un contesto di globalizzazione affiora ancora un mercato locale. Le varie forme di regimi fiscali, normativi, contrattuali e civilistici che le imprese si trovano ad affrontare rendono diversificate le condizioni che assicurano, sui vari mercati, le esposizioni delle imprese al rischio d’insolvenza. Ne è un esempio il mercato italiano, nel quale la produzione si basa su imprese medie e medio piccole, operanti su segmenti di nicchia con vantaggi competitivi specifici su mercati maturi. Nasce dunque l’impegno degli istituti di credito, operanti nei diversi mercati, di formulare modelli interni appropriati ai singoli contesti, per far fronte a tali particolarità.

Per quanto riguarda l’impatto verso i mercati finanziari la diffusione di giudizi espressi da agenzie ufficiali e da banche particolarmente sofisticate, contribuisce all’ispessimento del mercato e ad una crescita della sua significatività. Giudizi e valutazioni infatti potranno circolare, anche se a produrli non saranno direttamente gli investitori di mercato attraverso la loro attività di trading.

La messa a punto e la diffusione di modelli di gestione del rischio adeguati e sperimentati, rappresenta un interesse convergente per banche, intermediari finanziari, autorità di vigilanza, autorità pubbliche nazionali e sovranazionali, funzionale a garantire la stabilità del sistema.

In un certo senso – e con le dovute distinzioni – lo sforzo attuale delle banche per costruire modelli interni di gestione del rischio di credito assume un connotato di produzione di un bene pubblico, non solo di strumenti gestionali proprietari.

Un altro problema, già presente nell’originario Accordo del 1988, è quello della *prociclicità finanziaria*. Esso rappresenta una fonte di preoccupazione ai fini della stabilità finanziaria e macroeconomica. Quando il capitale o le riserve accumulati durante i periodi di espansione non sono sufficienti a coprire i rischi associati alle fasi di rallentamento congiunturale, le banche sono costrette a ridurre gli impieghi

per assolvere ai requisiti patrimoniali. In periodi di rallentamento economico, caratterizzato da un aumento della rischiosità dell'attivo, le banche sono indotte ad accantonare maggiore capitale. Notiamo che per una banca il cui grado di copertura sia al limite dell'8%, questo deve necessariamente avvenire a scapito di nuovi prestiti o del rinnovo di prestiti già esistenti. Tale problema si riflette nel Nuovo Accordo anche attraverso i coefficienti di ponderazione per il rischio, provocando un aumento del requisito patrimoniale nei periodi di recessione. La prociclicità intrinseca negli stessi metodi di rating e scoring si ripercuoterebbe infatti prima sul calcolo della probabilità d'insolvenza e poi su quello della ponderazione per il rischio. Una soluzione a tale problema consiste in una stima prudente e previdente della PD da parte delle banche e alla relativa verifica attraverso prove di stress oppure ad un controllo prudenziale della prassi degli accantonamenti.

In un contesto sempre più legato ad approcci puramente meccanici resta fondamentale l'esperienza e la capacità critica del valutatore, nonché della sua responsabilità del farsi carico della decisione finale nel classificare la controparte. In effetti sarebbe impensabile disperdere esperienze qualitative e conoscenze specifiche preziose, finendo per de-responsabilizzare l'attività quotidiana dell'erogazione del credito.

## **5 – DATA DI APPLICAZIONE**

Da fine giugno 2004, i legislatori nazionali e sovranazionali avranno tutti gli elementi tecnici per discutere le nuove direttive e le nuove leggi nazionali. Con ogni probabilità la prima mossa spetterà all'UE, che tra la fine di luglio e l'inizio di settembre 2004 potrà introdurre le opportune integrazioni alla direttiva attualmente in vigore sui requisiti patrimoniali minimi delle banche.

Le autorità monetarie internazionali hanno confermato che il varo effettivo dell'accordo comporterà un processo a due stadi:

- le nuove regole riguardanti l'approccio standardizzato e quello cosiddetto di internal rate foundation, che spetta di diritto alle banche più piccole e con una struttura meno sofisticata, entreranno in vigore dalla **fine** dell'anno **2006**;
- invece si è ritenuto che fosse necessario un altro anno di sperimentazione e di analisi d'impatto per i metodi più avanzati, quelli sui quali saranno tenute a misurarsi le grandi banche internazionali; le regole per l'applicazione di questi ultimi entreranno in vigore a partire dalla **fine** del **2007**.

*“Basilea 2 introduce una cornice regolamentare per i requisiti di capitale e la gestione del rischio vastissima, la più ampia che sia mai stata realizzata. Il Comitato deve questo risultato all'enorme impegno e al supporto tecnico che banche, banche centrali e autorità di vigilanza di tutto il mondo ci hanno fornito. Adesso quel livello di collaborazione sarà prezioso per la prudente messa in opera del nuovo accordo quadro”*

Jaime Caruana, governatore della Banca di Spagna,  
attuale presidente del Comitato di Basilea, maggio 2004.



## II IL RISCHIO DI CREDITO

### 1 – INTRODUZIONE

Negli ultimi anni si è assistito ad una traslazione al rischio di credito di concetti propri del contesto dei rischi di mercato. Tale travaso di conoscenze ha comportato la ridefinizione delle logiche di gestione del rischio creditizio portando alla nascita del “Credit Risk Management”.

Tale figura ha comportato notevoli cambiamenti nel mondo bancario poiché il rischio di credito è la componente principale dei rischi di un istituto creditizio.

La traslazione delle logiche del Financial Risk management al Credit Risk management non può essere lineare in quanto il rischio di credito presenta delle caratteristiche proprie che differiscono da quelle del rischio finanziario:

- Non è possibile misurare sul mercato la volatilità del valore di mercato dei prestiti se non per tipologie particolari;
- La distribuzione di probabilità del valore dei crediti è altamente asimmetrica, in quanto a fronte di un'alta probabilità di guadagni limitati vi è una bassa probabilità di perdite ingenti;
- L'orizzonte temporale in un'operazione di prestito è molto più lungo di un'operazione di trading.

Oltre a tali peculiarità se si analizza specificatamente la realtà italiana si osserva che i portafogli prestiti delle banche italiane sono contraddistinti da esposizioni illiquide – prive di un mercato secondario dal quale trarre prezzi di mercato o spread rispetto ai rendimenti dei corrispondenti assets privi di rischio – e da controparti non soggette a rating esterno.

In questo contesto la figura del Credit Risk Manager acquista sempre maggiore importanza per la gestione del rischio di credito con metodologie quantitative alla luce della maggiore obiettività richiesta nel processo di misurazione.

Il rischio di credito rappresenta, oggi come ieri, il fattore principale delle crisi bancarie e, di conseguenza, il maggiore elemento di preoccupazione degli

organismi di controllo. D'altro canto, sotto l'aspetto macroeconomico, non si può certo affermare che esso debba tornare di attualità solo nelle fasi di congiuntura reale avversa, stanti gli stretti legami con il fenomeno monetario (e quindi anche con la funzionalità dei sistemi di pagamento nazionali e internazionali) e la rilevanza ai fini dello sviluppo economico.

Le nuove tecnologie di misurazione dei rischi rappresentano da un lato il veicolo che accompagna il confronto tra le concezioni dominanti nell'industria finanziaria, dall'altro, si dimostrano in grado di favorire lo sviluppo di nuovi e forti interessi attorno al business del credito, come mette in evidenza la crescente rilevanza assunta da una serie di soggetti (società di rating, di consulenza, di analisi e studio, grandi studi legali e commerciali, etc.) nel processo di che trattasi.

## **2 – DEFINIZIONE E CARATTERISTICHE**

Il rischio di credito rappresenta il rischio che una variazione inattesa del merito creditizio di una controparte, nei confronti della quale esiste un'esposizione, generi una corrispondente variazione inattesa del valore della posizione creditizia.

Da tale definizione discendono le seguenti importanti considerazioni:

- il rischio di credito non è collegato unicamente alla possibilità di insolvenza ma anche al **deterioramento del merito creditizio**. Se consideriamo un prestito a tasso fisso, questo deterioramento porta ad una diminuzione del valore di mercato del prestito. In effetti, essendo il valore di mercato l'attualizzazione dei flussi di cassa del prestito, l'aumento del tasso di sconto, dovuto all'inglobamento di un maggiore premio al rischio, comporterà una diminuzione del valore attuale;
- perché si possa configurare un rischio la variazione della posizione creditizia deve essere **inattesa**. In effetti un finanziamento nella consapevolezza di questo futuro deterioramento deriverà da opportune valutazioni e verrà tenuto nella dovuta considerazione nel momento di affidamento e in sede di determinazione del tasso attivo;

- la definizione di rischio di credito non si ferma alle sole **posizioni** in bilancio, ma comprende anche quelle **fuori bilancio**, ossia strumenti derivati negoziati in mercati Over The Counter (rischio di sostituzione o di pre-regolamento), o regolamenti di transazioni nazionali e internazionali in titoli, in valute o in strumenti finanziari derivati (rischio di regolamento);
- la maggioranza delle posizioni creditorie di una banca risponde a una **logica di tipo contabile** più che a una logica di valori di mercato. Inoltre non esistendo ancora un mercato secondario sviluppato, le attività creditizie risultano illiquide. Dunque un valore di mercato può essere solo ed esclusivamente stimato.

### 3 – CLASSIFICAZIONE

Si possono distinguere cinque diverse tipologie di rischio di credito in base alla fonte, ossia alle cause:

- ❖ **Rischio di Insolvenza**, rappresenta la possibilità che una controparte affidata divenga insolvente. La perdita economica sarà pari alla differenza fra il valore del credito e quanto viene effettivamente recuperato. Rientrano in questa categoria anche il rischio di pre-regolamento e di regolamento;
- ❖ **Rischio di Recupero**, si riferisce all'eventualità che il tasso di recupero di esposizioni verso clienti diventati insolventi sia inferiore alla stima originaria. Fattori che determinano tale diminuzione possono essere un allungamento dei tempi connessi alle procedure giudiziali, un aumento dei tassi di interesse o una diminuzione del valore della garanzia;
- ❖ **Rischio di Esposizione**, si verifica in genere nel periodo antecedente l'evento default quando un cliente decide di aumentare inaspettatamente la sua esposizione verso la banca. Forme tecniche che consentono tale libertà di azione sono ad esempio le aperture di credito in conto corrente;

- ❖ **Rischio di Spread**, rappresenta il rischio che, a parità di merito creditizio, ossia senza alcuna variazione delle condizioni economico-finanziarie del finanziato, aumenti il premio per il rischio richiesto dal mercato dei capitali.
- ❖ **Rischio di Migrazione**, rappresenta invece il rischio di un deterioramento del merito creditizio di una controparte che può trovare riscontro concreto in un declassamento del rating del debitore ad opera di una agenzia di rating o degli analisti della banca creditrice.

#### 4 – COMPONENTI

Il rischio di credito può essere ricondotto a due componenti principali:

- La **perdita attesa** (**EL** – Expected Loss);
- La **perdita inattesa** (**UL** – Unexpected Loss).

##### 4.1 – PERDITA ATTESA

La **perdita attesa** è data dall'ammontare medio della perdita su crediti che può ragionevolmente prodursi periodicamente (di norma annualmente) su un portafoglio prestiti, a causa della fase del ciclo economico attraversata dalla clientela che vi appartiene. Si tratta di una componente che, in quanto attesa, deve considerarsi incorporata nel tasso di interesse applicato dalla banca al prenditore dei fondi, se il Pricing del rischio è correttamente effettuato. Il processo di calcolo consiste nel tentativo di quantificare le perdite probabilisticamente insite in un portafoglio in rapporto alle caratteristiche economiche e patrimoniali dell'affidato e delle configurazioni tecniche delle facilitazioni creditizie a esso concesso.

L'aspetto rilevante è che il calcolo non è effettuato *loan by loan*, ma con riferimento a categorie omogenee di prenditori, attraverso l'utilizzo di una quantità rilevante di informazioni, trattate secondo sofisticate tecniche di elaborazioni.

L'algoritmo solitamente utilizzato per la determinazione delle perdite attese è il seguente:

$$EL = PD \times EAD \times LGD$$

dove:

EL = perdite attese o Expected Loss;

PD = è la stima della probabilità di default di un debitore in uno scenario temporale predeterminato (solitamente nei 12 mesi successivi);

EAD = esposizione attesa al momento dell'inadempienza;

LGD = è la quota dell'esposizione creditizia che non potrà essere recuperata in caso di fallimento del debitore;

La stima di EAD richiede la conoscenza della quota di fido utilizzato (DP – Drawn Portion) e della quota relativa alla parte non utilizzata (UP – Undrawn Portion). La quota non utilizzata, seppure non rappresentativa dell'esposizione corrente, assume rilevanza in quanto il debitore ha la facoltà di aumentare l'esposizione a suo piacimento. Questa opzione implicita viene peraltro tipicamente esercitata in corrispondenza dell'avvicinamento alla situazione di insolvenza. Una terza variabile rilevante è dunque rappresentata dalla percentuale della quota inutilizzata che si ritiene venga utilizzata dal debitore in corrispondenza dell'insolvenza (UGD – Usage Given Default).

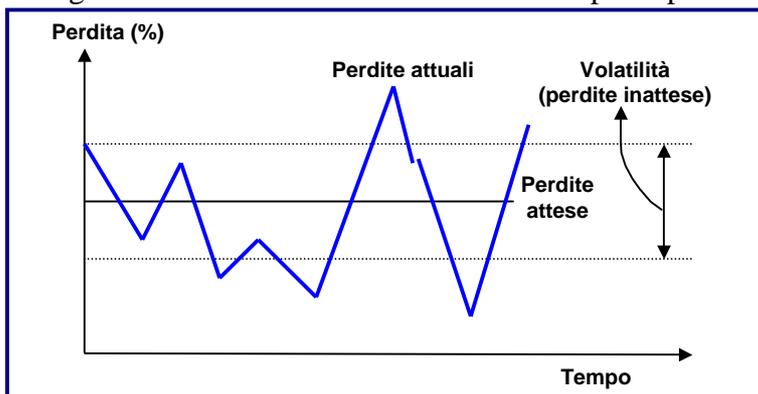
Analiticamente:

$$EAD = DP + UP \times UGD$$

#### **4.2 – PERDITA INATTESA**

Mediamente le perdite effettive saranno uguali alle perdite attese, ma considerate di anno in anno ciò potrebbe non essere vero. La volatilità delle perdite attese può dare la misura di quanto, in via probabilistica, le perdite effettive si possono discostare da quelle attese; tale misura dà indicazione delle cosiddette **perdite inattese** (Unexpected Losses).

La figura sottostante dà conto del concetto sopra espresso.



Va rammentato che il rischio a livello di portafoglio non è determinato dalla somma delle perdite inattese, ma è più basso per tener conto della possibile presenza di un grado di correlazione imperfetto tra le diverse categorie di impiego. Queste ultime infatti (determinate per aree geografiche, settori produttivi e classi dimensionali) possono caratterizzarsi per tassi di insolvenza differenti e per un diverso grado di volatilità di questi ultimi. Quindi, in definitiva, seguendo un approccio di portafoglio, il grado di rischio effettivo del singolo prestito non dipende dalla variabilità complessiva del livello di perdita di tale impiego considerato singolarmente quanto piuttosto del contributo che il prestito arreca alla *variabilità complessiva* del livello di perdita del portafoglio impieghi complessivo della banca.

Una misura della correlazione è data dalla covarianza, che per due impieghi (A e B) è uguale alla media ponderata dei prodotti delle deviazioni dei tassi di perdita dai tassi medi usando le frequenze relative di tali deviazioni come pesi.

Considerando due soli impieghi A e B la covarianza è pari a:

$$\sigma_{AB} = \sum_{i=1}^n (LR_{Ai} - ELR_A) \times (LR_{Bi} - ELR_B) \times p_{AiBi}$$

Il rischio di portafoglio risulta:

$$\sigma = \sqrt{EAD_A^2 \sigma_A^2 + EAD_B^2 \sigma_B^2 + 2 EAD_A EAD_B \sigma_{BA}}$$

dove i primi due termini sono maggiori di zero e il terzo può assumere sia valori positivi che negativi.

Su tali basi è quindi possibile impostare una politica di diversificazione del portafoglio e di contenimento del rischio. Risulta intuitivo che l'adozione di strumenti di calcolo del rischio di natura probabilistica può rafforzare la razionalità e la consapevolezza nei processi di assunzione del rischio di credito. In una logica di portafoglio infatti il gestore potrà, ad esempio, assumere o aumentare l'esposizione anche verso clientela ritenuta molto rischiosa se considerata isolatamente, ma che, grazie a un maggior grado di diversificazione, apporta un contributo trascurabile al rischio complessivo di portafoglio, mentre può assicurare rendimenti più elevati. In tal modo, inoltre, potrebbero aumentare le possibilità di finanziamento di clientela con progetti imprenditoriali interessanti ma caratterizzati da una percezione di rischio elevato da parte della banca (per es. imprese innovative).

## **5 – ENGINEERING – INGEGNERIA INFORMATICA**

I dati che andrò ad analizzare sono stati forniti dall'Engineering S.p.A. di Padova. Durante i tre mesi di stage presso questa azienda, ho potuto seguire alcune delle fasi di ricerca e di elaborazione di un progetto legato alla costruzione di un software per la determinazione dei rischi secondo le disposizioni del Nuovo Accordo di Basilea.

Il gruppo Engineering nasce il 6 giugno 1980 a Padova, con la denominazione di Cerved Engineering. Nel 1984 i soci fondatori rilevano la società mediante un'operazione di management buy out e la Cerved esce. Nell'85 nasce Softlab, oggi la maggiore delle controllate.

L'avvio della fase di espansione si ha agli inizi degli anni '90. Entrano nel capitale in qualità di investitori il Gruppo Paribas, Italmobiliare e IBM Italia che usciranno successivamente.

La decisione di quotare la capogruppo al Nuovo Mercato è stata una delle scelte attuate da Engineering per la spinta alla crescita della società. Inoltre per sostenere tale crescita, è recentemente entrata nella consulenza strategica nei segmenti

telecomunicazione ed energia grazie all'acquisizione di Neta nel mondo delle Utility, BIP ("Business Integration Partners") nel ramo della consulenza e Overit nel settore del field service e contact center.

Engineerig Sanità Enti Locali (ex Olivetti-Sanità) è la società del Gruppo focalizzata sulla sanità e sulla pubblica amministrazione locale. In ambito sanità la società opera con una propria suite di prodotti ed è partner di riferimento di regioni, province e comuni nell'offerta di e-government e fiscalità locale.

Anche il Gruppo Engineering Ingegneria Informatica è diventato recentemente una delle principali realtà italiane nel settore dei servizi nell'Information Technology e, in particolare, è leader di mercato nella system and business integration e nell'outsourcing, che rappresentano rispettivamente il 70% e il 30% dei ricavi. Il Gruppo opera su tutti i segmenti di mercato – banche, assicurazioni, industria, telecomunicazioni, difesa, sanità, pubblica amministrazione centrale e locale, utility e consulenza direzionale – offrendo in ogni settore competenze tecnologiche, di business e di prodotto, per realizzare e gestire sistemi informativi complessi di oltre 600 clienti.

Società controllate dall'Engineering S.p.A.



## 6 – DEFINIZIONE DI MUTUO

Nel prossimo capitolo verranno esaminati dati relativi a finanziamenti diretti a medio e lungo termine. Definiamo di seguito a cosa ci riferiamo quando parliamo di mutui.

Nel codice civile il mutuo viene definito come “un contratto con il quale una parte consegna all’altra una determinata quantità di denaro o di altre cose fungibili e l’altra si obbliga a restituire altrettante cose della stessa specie e qualità” (art. 1813). Una simile formulazione, pure se unita all’esame delle norme successive, non consente di cogliere una significativa differenza tra questa tipologia di finanziamento e le altre forme tecniche attraverso le quali vengono erogati i prestiti bancari. Nella prassi operativa tuttavia il termine “mutuo” identifica una struttura contrattuale ben definita, caratterizzata da alcuni sostanziali aspetti che ben ne pongono in evidenza le differenze con le altre forme di credito bancario, peraltro espressamente regolamentate in un altro campo del codice civile.

I mutui, tecnicamente parlando, sono quelle operazioni che prevedono l’erogazione di una somma di denaro la cui restituzione da parte del beneficiario (mutuatario) avverrà secondo un piano di rimborso, dove viene stabilita la periodicità e l’ammontare delle rate. La definizione del piano di ammortamento viene lasciata all’iniziativa delle parti (in genere proposto dalla banca e accettato dal cliente).

Esistono vari procedimenti di ammortamento del piano e possono essere così definiti:

- 1) ammortamento a **quota capitale costante** (ammortamento uniforme o italiano): nell’importo della rata la quota capitale rimane invariata per tutta la durata del prestito, invece la quota d’interessi decresce, in quanto calcolata sul debito residuo;
- 2) ammortamento progressivo o “**alla francese**”: è caratterizzato da una rata costante dove la quota capitale è crescente e la quota interessi decrescente;

3) ammortamento con **interessi anticipati** (ammortamento tedesco): a differenza dei due casi precedenti, dove gli interessi venivano corrisposti mediante pagamenti periodici posticipati, in questa forma essi vengono pagati all'inizio di ciascun periodo. Si tratta solamente di una variazione di scadenze.

Nei mutui è prevista la facoltà per il mutuatario di procedere all'estinzione anticipata del prestito dopo un certo periodo di tempo, non inferiore, però, ai dodici mesi dalla data di erogazione del mutuo. Quest'azione prevede il pagamento di una penale commisurata all'ammontare del debito residuo e solitamente compresa tra lo 0.5 e il 3%.

La più lunga durata contrattuale dei mutui rispetto alle altre forme di finanziamento, rende poco agevole per la banca formulare previsioni sulla capacità reddituale e finanziaria del mutuatario e quindi sulla sua affidabilità. La presenza di garanzie di tipo reale sembra essere un metodo per attenuare tale rischio, proprio per la loro capacità di assicurare la restituzione del prestito residuo in caso di future difficoltà finanziarie del sovvenuto. In genere garanzie reali richieste dalle banche sono costituite da ipoteca di primo grado sul bene oggetto dell'operazione, il pegno o il privilegio.

Nelle operazioni di mutuo risulta avere un ruolo predominante il **tasso di interesse**, che può essere fisso o variabile. Nel secondo caso la banca deve definire quali sono i singoli parametri, o la composizione della combinazione di due o più di questi, che vengono utilizzati per la revisione periodica del tasso, unitamente all'eventuale maggiorazione (spread), di norma espressa in punti percentuali.

Al tasso di interesse devono essere aggiunti altre commissioni:

- le **spese notarili** relative all'atto di erogazione del mutuo e all'iscrizione dell'ipoteca presso la Conservatoria dei registri immobiliari;
- il compenso alla banca per le **spese d'istruttoria**;

- le eventuali **spese di perizia** per la valutazione della garanzia reale che assiste il prestito;
- **l'imposta sostitutiva**, pari attualmente allo 0.25% del valore del finanziamento;
- il costo relativo al **premio di assicurazione** contro eventuali incidenti che il bene potrebbe subire.

La seconda metà degli anni novanta è stata caratterizzata da una sensibile riduzione dei tassi di interesse, unita a una serie di agevolazioni fiscali riguardanti i costi sostenuti per la ristrutturazione degli immobili. Quest'ultimo evento ha indotto molte famiglie a ricorrere in misura crescente all'accensione di mutui ipotecari per l'acquisto o il riadattamento della propria abitazione

Il forte incremento della domanda ha determinato un sensibile miglioramento nell'offerta di finanziamenti, le cui caratteristiche tecniche sono state decisamente innovative da parte delle banche italiane nel tentativo, da un lato, di rispondere alle esigenze sempre più articolate della clientela e, dall'altro, di fronteggiare la crescente concorrenza operata sia da istituzioni creditizie straniere, provenienti soprattutto da altri paesi dell'UE (dove il finanziamento per l'accesso alla proprietà immobiliare offre un'ampia gamma di strumenti) sia da società finanziarie specializzate, in molti casi emanazioni diretta delle stesse società immobiliari create per la costruzione e la commercializzazione degli immobili a uso residenziale.



### III CALCOLO PROBABILITA' DI DEFAULT

#### 1 – MODELLO LOGIT

Nelle situazioni di credit scoring, il caso binario è quello maggiormente analizzato. I creditori sono usualmente classificati in due classi: “buoni” o “cattivi” ( o “accettati” e “rifiutati”, “non default” e “default”, “0” e “1”).

Osserviamo il seguente modello econometrico che definisce la variabile risposta  $y^*$  nel modo seguente:

$$y^* = \sum_{k=1}^K \beta_k x_k + \varepsilon \quad [3.1]$$

Nella pratica  $y^*$  è una variabile latente rappresentante la propensione al default del singolo individuo;  $\varepsilon$  è simmetricamente distribuita con media zero e la sua funzione di ripartizione (CDF) è definita come  $F(\varepsilon)$ . Quello che noi osserviamo, invece, è una variabile dummy  $y$ , che è una realizzazione di un processo binomiale, definita come:

$$y = \begin{cases} 1 & \text{se } y^* > 0, \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [3.2]$$

cioè  $y$  assumerà il valore 1 se un cliente è inadempiente, 0 altrimenti.

La probabilità che  $y$  sia uguale a uno è data da:

$$P(y=1) = \Pr(y^* > 0) = \Pr\left(\sum_{k=1}^K \beta_k x_k + \varepsilon > 0\right) = \Pr\left(\varepsilon > -\sum_{k=1}^K \beta_k x_k\right) = 1 - F\left(-\sum_{k=1}^K \beta_k x_k\right), [3.3]$$

dove  $F$  è una generica funzione di ripartizione di  $\varepsilon$ .

Quando assumiamo che le componenti casuali della variabile risposta seguano una distribuzione binomiale, noi assumiamo la distribuzione logistica per  $\varepsilon$ .

La funzione legame diventa nella logit  $g(\mu) = \eta = \sum_{k=1}^K \beta_k x_k = \log[\mu / (1 - \mu)]$ .

Applicando la funzione legame all'assunzione [3.2], specifichiamo un modello logit che assume una variabile risposta binaria.

Il modello logit prende usualmente due forme. Può essere espresso in termini di logit, oppure in termini di probabilità.

Quando è espresso nella forma logit, il modello è così specificato:

$$\log \left[ \frac{P(y = 1)}{1 - P(y = 1)} \right] = \sum_{k=1}^K \beta_k x_k + \varepsilon \quad [3.3]$$

dove  $\frac{P(y=1)}{1-P(y=1)}$  è l'ODDS RATIO, ossia il rapporto tra la probabilità

dell'evento default e la probabilità dell'evento non default. Un odds maggiore di 1 indica che l'evento successo è più probabile di quello opposto.

Dato che vogliamo modellare la probabilità dell'evento default, or  $P(y=1)$ ,  $\mu$  diventa la probabilità attesa che  $y$  sia uguale a 1.

Sostituendo la generica funzione di ripartizione (CDF) del punto [3.3] con la distribuzione logistica, otteniamo:

$$P(y = 1) = 1 - F\left(-\sum_{k=1}^K \beta_k x_k\right) = F\left(\sum_{k=1}^K \beta_k x_k\right) = \frac{e^{\sum_{k=1}^K \beta_k x_k}}{1 + e^{\sum_{k=1}^K \beta_k x_k}} \quad [3.4]$$

$$e \quad P(y = 0) = F\left(-\sum_{k=1}^K \beta_k x_k\right) = \frac{e^{-\sum_{k=1}^K \beta_k x_k}}{1 + e^{-\sum_{k=1}^K \beta_k x_k}} = \frac{1}{1 + e^{\sum_{k=1}^K \beta_k x_k}} .$$

$P(y=1)$  non è in relazione lineare con i coefficienti nella funzione logistica, dunque è usato il metodo della massima verosimiglianza per stimare i parametri ignoti del modello. Per costruire la funzione di massima verosimiglianza, necessitiamo della distribuzione condizionata di ciascuna osservazione.

Se  $Y$  fosse una Bernoulli, tale che  $P(Y=1)=p$  e  $P(Y=0)=1-p$ , potremmo scrivere la funzione di densità di  $Y$  come  $f(y) = p^y (1 - p)^{1-y}$ ,  $y = 0,1$ .

Nel modello Binario,  $Y$  è una Bernoulli con  $P(Y_i = 1 | x_i) = p_i = F\left(\sum_{k=1}^K \beta_k x_{ik}\right)$ .

La funzione di densità condizionata diventa:

$$f(y_i | x_i) = p_i^{y_i} (1 - p_i)^{1-y_i} = F\left(\sum_{k=1}^K \beta_k x_{ik}\right)^{y_i} \left(1 - F\left(\sum_{k=1}^K \beta_k x_{ik}\right)\right)^{1-y_i} .$$

Detto questo la funzione di massima log-verosimiglianza è:

$$\begin{aligned}
 l_n(\beta) &= \sum_{i=1}^n \log f(y_i | x_i) = \sum_{i=1}^n \log \left( F(x_i | \beta)^{y_i} (1 - F(x_i | \beta))^{1-y_i} \right) = \\
 &= \sum_{i=1}^n \left[ y_i \log F(x_i | \beta) + (1 - y_i) \log (1 - F(x_i | \beta)) \right] = \\
 &= \sum_{y_i=1} \log F(x_i | \beta) + \sum_{y_i=0} \log (1 - F(x_i | \beta)).
 \end{aligned}$$

Lo stimatore di massima verosimiglianza  $\hat{\beta}$  è quel valore di  $\beta$  che massimizza  $l_n(\beta)$ . Tramite tali parametri possiamo calcolare la probabilità di default per ogni unità statistica del modello.

## 2 – STIMA DEL MODELLO

Il campione consiste in 2418 mutui della Banca Agricola Mantovana che sono stati soggetti a cartolarizzazione.

I mutui sono stati erogati tra gennaio '95 e dicembre '97, hanno una durata media di dieci anni e vengono osservati per un periodo di 7 anni, da gennaio 1995 a dicembre 2001.

Nei 2418 casi in esame, abbiamo che 137 sono considerati default e i rimanenti 2281 non default.

Le variabili del modello sono così definite:

### ***Variabile risposta:***

STATO: Dummy

### ***Variabili esplicative:***

INTESTAZIONE: indica se il mutuo è intestato a una sola persona o cointestato:

INTESTAZIONE\_PF: Dummy

REDDITO: indica se il primo intestatario ha un reddito alto, medio o basso:

REDDITO\_MEDIO: Dummy

REDDITO\_BASSO: Dummy

SESSO: MASCHIO: Dummy

ETA': indica la fascia di età a cui appartiene il primo intestatario:  
 ETA'\_40-60: Dummy  
 ETA'\_60+: Dummy

ZONA: indica se il primo intestatario proviene dall'Italia Nord-Orientale, Nord-Occidentale o Centro-Meriodonale:  
 ZONA\_N-E: Dummy  
 ZONA\_N-O: Dummy

IMPORTO: indica l'importo erogato dalla banca all'intestatario

DURATA: indica gli anni di corretto pagamento delle rate del mutuo

Alla variabile  $Y_i$  (STATO), viene assegnato il valore di 1 se l'intestatario è insolvente e 0 altrimenti. Le variabili esplicative,  $X_{1i}, X_{2i}, X_{3i}, \dots, X_{9i}, X_{10i}$ , sono assegnati i valori sopra elencati.

Dalle prime analisi<sup>3</sup> condotte sui dati rifiutiamo l'ipotesi nulla di indipendenza della variabile STATO con le variabili INTESTAZIONE ( $\chi^2=7.774$  con  $df=1$ ,  $p.value=0.00530$ ), REDDITO ( $\chi^2=6.173699$  con  $df=2$ ,  $p.value=0.04565$ ), DURATA ( $\chi^2=360.6943$  con  $df=2$ ,  $p.value=0.00000$ ) e IMPORTO ( $\chi^2=36.12616$  con  $df=4$ ,  $p.value=0.00000$ ). Tutte le altre variabili risultano essere indipendenti.

Sostituendo le variabili alla funzione logistica [3.4], vengono stimati i seguenti risultati:

Primo modello

| Variabile       | B        | Std. Error | t-stat   | Pr(>  t  ) | Exp( $\beta$ ) |
|-----------------|----------|------------|----------|------------|----------------|
| COSTANTE        | -0.3977  | 0.5346     | -0.7440  | 0.4569     | 0.6719         |
| INTESTAZIONE_PF | 0.3310   | 0.2086     | 1.5860   | 0.1126     | 1.3924         |
| REDDITO_MEDIO   | 0.1608   | 0.3025     | 0.5310   | 0.5952     | 1.1745         |
| REDDITO_BASSO   | 0.7008   | 0.4368     | 1.6040   | 0.1086     | 2.0154         |
| SESSO           | -0.0641  | 0.2247     | -0.2850  | 0.7756     | 0.9379         |
| ETA'_40-60      | -0.0885  | 0.3146     | -0.2810  | 0.7784     | 0.9153         |
| ETA'_60+        | -0.0130  | 0.3078     | -0.0420  | 0.9664     | 0.9871         |
| ZONA_N-E        | 0.2425   | 0.3853     | 0.6290   | 0.5292     | 1.2744         |
| ZONA_N-O        | 0.5350   | 0.2055     | 2.6040   | 0.0092     | 1.7074         |
| IMPORTO         | 2.94E-09 | 8.62E-10   | 3.4130   | 0.0006     | 1.0000         |
| DURATA          | -0.9652  | 0.0738     | -13.0750 | 0.0000     | 0.3809         |

<sup>3</sup> Appendice C: Frequenze assolute e relative dei dati e test Chi quadro per l'indipendenza

Secondo modello:

| Variabile       | B        | Std. Error | t-stat   | Pr(>  t  ) | Exp( $\beta$ ) |
|-----------------|----------|------------|----------|------------|----------------|
| COSTANTE        | -0.4896  | 0.4290     | -1.1410  | 0.2538     | 0.6129         |
| INTESTAZIONE_PF | 0.3319   | 0.2086     | 1.5910   | 0.1115     | 1.3936         |
| REDDITO_MEDIO   | 0.1582   | 0.3026     | 0.5230   | 0.6011     | 1.1714         |
| REDDITO_BASSO   | 0.7342   | 0.4283     | 1.7140   | 0.0865     | 2.0838         |
| ZONA_N-E        | 0.2424   | 0.3852     | 0.6290   | 0.5291     | 1.2743         |
| ZONA_N-O        | 0.5362   | 0.2054     | 2.6110   | 0.0090     | 1.7095         |
| IMPORTO         | 2.95E-09 | 8.58E-10   | 3.4400   | 0.0006     | 1.0000         |
| DURATA          | -0.9654  | 0.0737     | -13.0990 | 0.0000     | 0.3808         |

Terzo modello:

| Variabile     | $\beta$  | Std. Error | t-stat   | Pr(>  t  ) | Exp( $\beta$ ) |
|---------------|----------|------------|----------|------------|----------------|
| COSTANTE      | -0.1496  | 0.3720     | -0.4020  | 0.6876     | 0.8611         |
| REDDITO_MEDIO | 0.0137   | 0.2896     | 0.0470   | 0.9624     | 1.0137         |
| REDDITO_BASSO | 0.7205   | 0.4285     | 1.6810   | 0.0927     | 2.0555         |
| ZONA_N-E      | 0.2852   | 0.3829     | 0.7450   | 0.4563     | 1.3300         |
| ZONA_N-O      | 0.5303   | 0.2050     | 2.5870   | 0.0097     | 1.6994         |
| IMPORTO       | 2.91E-09 | 8.62E-10   | 3.3720   | 0.0007     | 1.0000         |
| DURATA        | -0.9734  | 0.0736     | -13.2290 | 0.0000     | 0.3778         |

Il primo modello analizza l'evento default usando tutte le variabili disponibili. Si nota subito che molte delle variabili anagrafiche risultano essere non significative ad un livello  $\alpha$  del 5% (come già evidenziato dai test preliminari). Procediamo dunque alla stima di un nuovo modello non considerando le variabili SESSO ed ETA'. Nel secondo modello risulta che la variabile INTESTAZIONE non è ancora significativa ad un livello soglia del 10%. L'effetto di questa variabile che in un primo momento era risultata significativa ora sparisce in quanto è spiegato dalle altre variabili presenti nel modello. Si giunge al terzo modello che è quello finale. L'ipotesi nulla che i coefficienti SESSO, ETA' ed INTESTAZIONE siano congiuntamente uguali a zero viene accettata ( $W^4=2.75 \sim \chi_4^2$  con p. value=0.60).

Non sono altresì significativi i coefficienti delle interazioni tra le variabili.

Studiamo ora i segni dei coefficienti:

| Variabile     | $\beta$ |
|---------------|---------|
| COSTANTE      | (-)     |
| REDDITO_MEDIO | (+)     |
| REDDITO_BASSO | (+)     |
| ZONA_N-E      | (+)     |
| ZONA_N-O      | (+)     |
| IMPORTO       | (+)     |
| DURATA        | (-)     |

<sup>4</sup> Per modelli annidati il test del rapporto di verosimiglianza è  $W = \{l(\hat{\beta}) - l(\hat{\beta}_{MR})\} = \frac{D(Y, \hat{\beta}_{MR}) - D(Y, \hat{\beta})}{\phi}$  che per  $n \rightarrow \infty$  segue la distribuzione  $\chi_{p-p_0}^2$  sotto  $H_0$ .

Sapendo che nel modello logit effetti lineari e additivi dei parametri non sono così intuitivamente interpretabili, si procede riformulando l'equazione [3.3] nel seguente modo:

$$\exp\left(\log\left[\frac{P(y = 1)}{1 - P(y = 1)}\right]\right) = \exp\left(\sum_{k=1}^K \hat{\beta}_k x_k\right)$$

$$\frac{P(y = 1)}{1 - P(y = 1)} = \prod_{k=1}^K \exp(\hat{\beta}_k x_k)$$

Ora la parte sinistra dell'equazione è un odds, e la parte destra indica l'effetto marginale di  $x_k$  nell'odds indicato da  $\exp(\hat{\beta}_k)$  ceteris paribus, dunque a parità di altre condizioni.

Tale effetto è moltiplicativo. Un coefficiente negativo comporta che  $\exp(\hat{\beta}_k)$  sia minore di uno e dunque si ha una riduzione dell'odds, viceversa, se positivo,  $\exp(\hat{\beta}_k)$  risulta essere maggiore di uno.

Se il coefficiente è negativo, il debitore sarà maggiormente a rischio insolvenza quando il valore della variabile esplicativa è basso. Nel caso in esame, vediamo che maggiore è la durata, maggiore sarà la probabilità che il cliente adempia alle sue obbligazioni. Sarà più probabile che l'obbligato si riveli insolvente durante il pagamento delle prime rate, piuttosto che in seguito. Da un punto di vista economico non ci sarebbe alcun vantaggio per il mutuatario rivelarsi insolvente in prossimità della scadenza. La quota capitale più gli interessi versati, rischierebbe di essere maggiore dell'importo ricevuto alla data di erogazione.

Le altre variabili risultano avere un coefficiente positivo e dunque un'associazione positiva con l'odds.

La variabile ZONA ci indica che solamente chi appartiene all'Italia Nord-Occidentale ha una maggiore probabilità di default. Questo rappresenta uno dei limiti delle piccole banche. Volendo valutare l'effetto riguardante la zona di residenza, il non avere una base informativa uniforme e abbastanza ampia relativa a tutte le regioni d'Italia (basti pensare al nostro campione dove la maggior parte

dei clienti è localizzata tra Lombardia (1276 dati, 52.8%), Veneto (214 dati, 8.85%) ed Emilia-Romagna (861 dati, 35.6%)), ci porta a sottostimare i possibili effetti del resto d'Italia.

L'importo ha un effetto positivo in quanto crediti di minor valore saranno più facilmente rimborsabili.

Il modello logistico finale stimato è il seguente:

$$\text{logit}(y) = -0.1496 + 0.0137 * \text{REDDITO\_MEDIO} + 0.7205 * \text{REDDITO\_BASSO} + \\ + 0.2852 * \text{ZONA\_N-E} + 0.5303 * \text{ZONA\_N-O} + 2.91E-09 * \text{IMPORTO} + \\ - 0.9734 * \text{DURATA}$$

### **3 – ERRORE DI I E II TIPO**

Gli istituti bancari prima di concedere un finanziamento, devono visionare le richieste di credito e valutare la performance dei debitori esistenti. Devono saper stimare la probabilità che un debitore si renda inadempiente nell'arco della durata di un finanziamento. Risulta quindi molto importante, per una istituzione finanziaria, stimare correttamente il profilo di rischio di un debitore. Infatti una errata decisione può avere conseguenze gravi: il rifiuto di un buon credito causa per la banca la perdita di un possibile guadagno (rischio commerciale), d'altra parte l'accettazione di un cattivo credito comporta la perdita del capitale investito nel finanziamento al cliente (rischio di credito).

Dunque un'accurata classificazione permette alle banche di applicare un corretto pricing e un adeguato tasso di interesse a seconda del rischio del debitore.

Come già detto in precedenza, il modello logit restituisce la probabilità di default di un cliente, che chiameremo score. Tale quantità varia entro i valori zero ed uno. Tramite un certo valore soglia, che rappresenta la massima probabilità di default tollerabile per una banca, possiamo suddividere il campione nelle due tipologie di cliente attraverso la probabilità di default stimata.

Tutti i clienti che avranno probabilità minore al valore della soglia saranno considerati “buoni” e dunque il credito verrà accettato. Viceversa, valori minori porteranno al rifiuto della concessione di finanziamento.

Tali valori possono essere rappresentati in una tabella di contingenza, dove vengono riportate le frequenze, assolute e relative, dei valori previsti nelle colonne e di quelli osservati nelle righe.

La tabella è così strutturata:

| Valori Osservati | Valori Previsti    |   |                    |                   |
|------------------|--------------------|---|--------------------|-------------------|
|                  | Frequenze Assolute |   | Frequenze Relative |                   |
|                  | 0                  | 1 | 0                  | 1                 |
| 0                | a                  | c |                    | $c/(a+c) = \beta$ |
| 1                | b                  | d | $b/(b+d) = \alpha$ |                   |

Dove le lettere rappresentano:

- a: numero di non default che sono previsti correttamente;
- b: numero di default che sono previsti erroneamente;
- c: numero di non default che sono previsti erroneamente;
- d: numero di default che sono previsti correttamente.

Come già detto in precedenza, il modello logit restituisce la probabilità di default di un cliente, che chiameremo score. Nel problema di assegnazione della classe tramite il confronto dello score con la soglia, ossia la massima probabilità di default accettabile, due tipi di errore devono essere considerati:

$$\text{Errore di I tipo} = b/(b+d) = \alpha$$

$$\text{Errore di II tipo} = c/(a+c) = \beta$$

Meno importante risulta l'errore complessivo che esprime la performance totale del modello di classificazione, ossia:

$$\text{Errore Totale} = (b+c)/(a+b+c+d)$$

L'errore del I tipo,  $\alpha$ , esprime la percentuale di clienti "cattivi" che sono stati classificati "buoni". Identifica il rischio di credito ossia la possibilità che questi affidati si rendano inadempienti pur essendo stati classificati diversamente. Un alto valore può indicare che la banca sta sostenendo una politica di concessione di crediti generosa, rendendosi, in questo modo, maggiormente esposta al rischio di credito.

L'errore di II tipo,  $\beta$ , esprime la percentuale di clienti "buoni" che sono stati rifiutati perché stimati essere "cattivi". Viene espresso in questo modo il tasso di rischio commerciale ossia il mancato guadagno o il costo opportunità derivante dal rifiuto. Se questo tasso è alto, la banca sta attuando una politica di concessione di credito restrittiva, con una possibile perdita nella quota di mercato.

Per semplicità, l'errore totale è spesso usato come criterio per comparare i diversi modelli di classificazione. A tal fine l'assunzione fatta è che i due errori abbiano la stessa importanza nelle valutazioni. Nella realtà ciò è poco realistico, in quanto l'importanza dei due errori è differente nel problema di credit scoring, dato che la corretta previsione dei default assume un maggior rilievo associato al più elevato costo di errata classificazione. Per questo l'errore totale non è un appropriato strumento di confronto tra diversi modelli.

#### **4 – CURVA ROC**

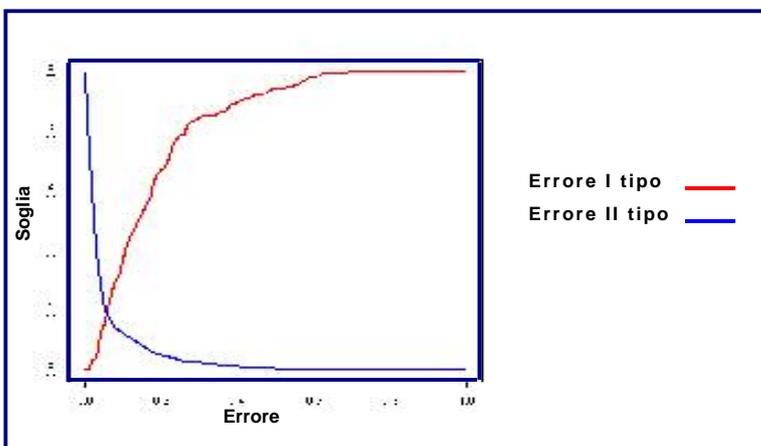
Uno strumento grafico usato per valutare la bontà dei diversi modelli è la curva **ROC** (*"Receiver Operating Characteristic"*)

Lo score prodotto da un modello di classificazione può essere considerato come la probabilità che un cliente appartenga ad una data classe, default or non default.

Supponiamo che i casi siano così ordinati: a score più elevati corrispondono probabilità maggiori che il cliente sia considerato insolvente. La scelta della soglia consente di stabilire l'appartenenza di un dato soggetto ad uno dei due stati. Saranno considerati possibili inadempienti i clienti con score maggiore al valore della soglia, e minore sarà questo valore, maggiore sarà il numero di casi rifiutati.

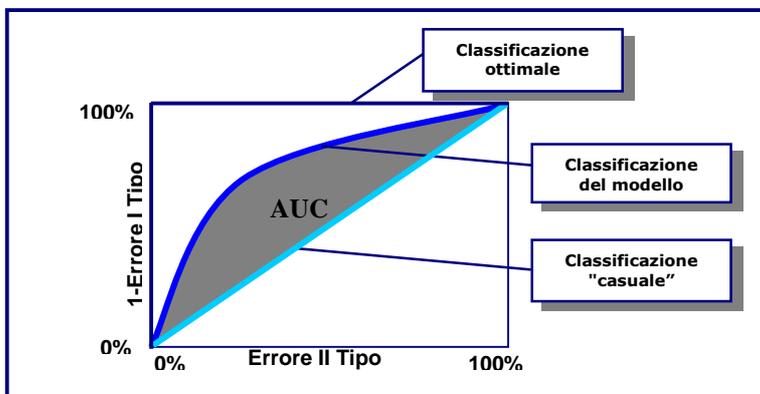
Inoltre una riduzione della soglia implica un minore valore dell'errore di I tipo e maggiore quello di II tipo. Vale anche il viceversa.

Tale osservazione si nota nel grafico seguente, che rappresenta l'andamento degli errori di I e II tipo nei diversi modelli<sup>5</sup>:



La curva ROC è usata per mostrare il tradeoff dei due differenti errori al variare del valore della soglia.

Curva ROC:



Una classificazione ottimale, che nel grafico segue i due assi, ordina per primi tutti i casi di default e poi tutti quelli non default per un qualsiasi livello di soglia. Lo score in questo caso assumerà solamente i valori 1 o 0. Una classificazione che segue la retta inclinata di 45° gradi risulta essere non rilevante in quanto per qualsiasi livello di soglia un'estrazione casuale avrebbe gli stessi effetti. Con una

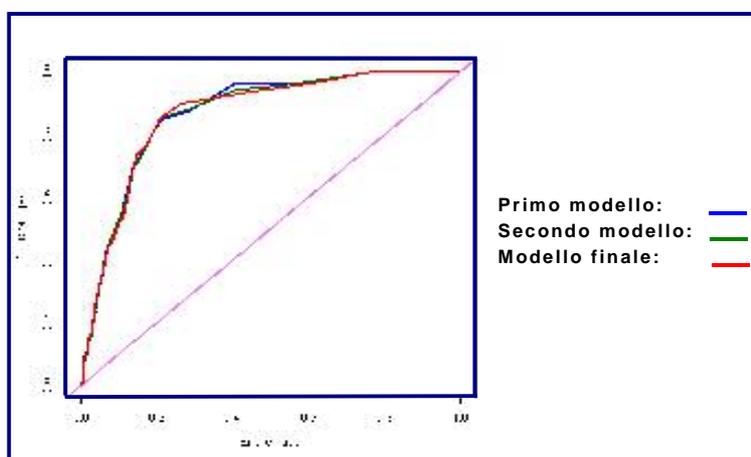
<sup>5</sup> Appendice D: Tabelle di contingenza: Errore I e II tipo dei modelli stimati.

data soglia, la stessa proporzione di default e non default verrebbe classificata nella classe 1. La coppia di errori risultante sarà pari a  $(\alpha, \beta) = (\alpha, 1 - \alpha)$ .

La classificazione data dal modello si va a collocare tra le due curve.

Se comparassimo più curve potremmo studiare le differenze nell'accuratezza della classificazione tra più modelli. Per un dato valore dell'errore di I tipo, la curva con minore errore di II tipo sarà preferibile. Similmente, per un dato valore dell'errore di II tipo, la curva con minore errore di I tipo sarà migliore (dunque (1-errore I tipo) maggiore). La curva più alta che si avvicina agli assi sarà considerata quella più accurata.

Nel grafico seguente sono comparati i tre modelli precedenti:



Due curve avranno la stessa performance negli eventuali punti di intersezione. A volte può succedere che una curva sia superiore ad un'altra per un dato livello di soglia, e minore per un altro. In effetti nel grafico si vede che le tre curve sono simili fino a una soglia dello 0.2 circa. Ciò ci dice che è indifferente la scelta tra i tre modelli in quanto non vi è una forte variabilità tra la stima degli errori. Se invece consideriamo una soglia maggiore la scelta si riduce al primo modello e a quello finale.

Un possibile strumento per misurare la bontà del modello è data dall'area sottostante la curva ROC, denominata AUC. Maggiore è quest'area, migliore sarà la capacità previsiva del modello. Quando due o più curve si intersecano la misura di quest'area non ci fornisce informazioni significative. Risulta necessario in

questi casi guardare quale curva abbia valori maggiori entro il range che si è scelto di esaminare.

#### 4.1 – FUNZIONE DI COSTO

Un modello ottimale per classificare la clientela è quello che minimizza la perdita attesa. L'ammontare delle perdite dipende dal costo dei due errori di errata classificazione.

La funzione di costo risulta essere così strutturata:

$$\text{Costo atteso} = P_1 C_{\text{I tipo}} \alpha + P_0 C_{\text{II tipo}} \beta \quad [3.5]$$

dove

$P_0, P_1$  = Frequenza relativa della popolazione “buona” e “cattiva”;

$C_{\text{I tipo}}, C_{\text{II tipo}}$  = Costo dell'errore di I tipo e II tipo.

Il costo relativo per la costruzione di un modello per la stima dello score si suppone sia lo stesso per ogni caso, dunque si assume che questo sia nullo. La funzione di costo implica un'altra assunzione e cioè che non vi siano differenze nel costo per ciascuna unità statistica.

Nella realtà queste assunzioni sono spesso violate. Comunque le differenze tra i singoli costi possono essere ignorate in quanto le stime avvengono entro gruppi omogenei, quali i crediti verso Corporate, Pmi, Retail ed altri ancora.

La quantificazione dei costi, purtroppo, non è un procedimento semplice, in quanto deve tenere in considerazione molti fattori che intervengono nelle operazioni di credito. In effetti  $C_{\text{I tipo}}$  identifica il costo sostenuto per garantire un credito ad un cliente che potrà dimostrarsi insolvente. Ciò include, per esempio, l'ammontare di capitale non recuperabile e tutte le spese legali, di protesto, amministrative attinenti al recupero del credito.  $C_{\text{II tipo}}$ , invece, include tutti i mancati guadagni per aver rifiutato un potenziale cliente.

Risulta evidente che la determinazione del costo di errata classificazione è un processo molto complicato. Per questo motivo le stime sono molto

approssimative, mutevoli nel tempo, in quanto sensibili a cambiamenti dell'economia.

#### 4.2 – DETERMINAZIONE DELLA SOGLIA OTTIMALE

Abbiamo visto che tramite la curva ROC possiamo visualizzare graficamente il tradeoff entro l'errore di I tipo e quello di II tipo per i diversi modelli. La curva ROC inoltre permette la scelta di un appropriato livello di soglia quando la funzione di costo è determinabile.

Supponiamo che il costo di errata classificazione sia definito, come anche le frequenze nella popolazione delle due tipologie di cliente. Risulta che la soglia ottima è il punto in cui la funzione di costo è minimizzata.

Riformulando la funzione di costo [3.5] otteniamo:

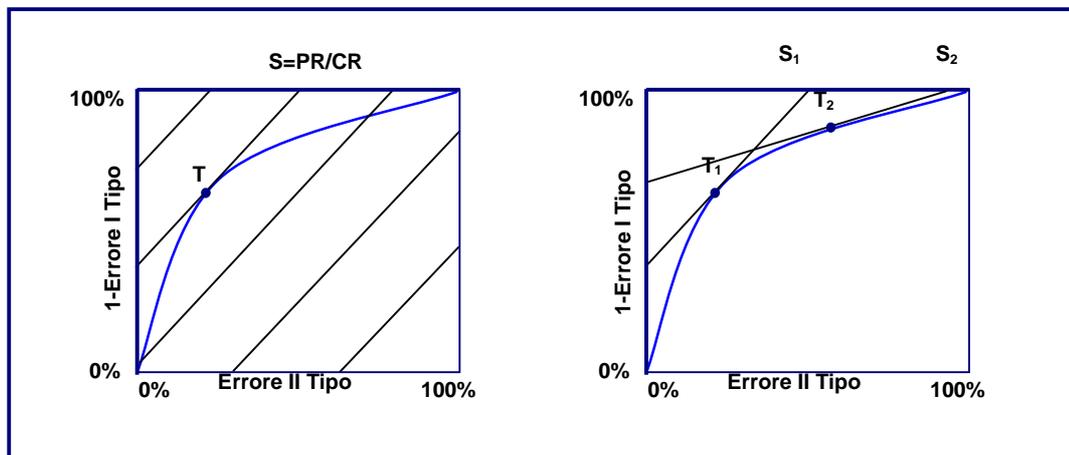
$$\text{Criterio di costo} = 1 + ((C_{\text{II tipo}} P_0) / (C_{\text{I tipo}} P_1)) \times \beta - (1 - \alpha) \quad [3.6]$$

$$\text{Indichiamo con } CR = \frac{C_{\text{I tipo}}}{C_{\text{II tipo}}} \text{ e } PR = \frac{P_0}{P_1}.$$

L'equazione [3.6] identifica un fascio di rette parallele che hanno coefficiente

$$\text{angolare pari a } S = \frac{C_{\text{II tipo}} P_0}{C_{\text{I tipo}} P_1} = \frac{PR}{CR}.$$

La retta tangente alla curva ROC è quella che minimizza la funzione di costo. La soglia ottima sarà, allora, il punto di intersezione tra le due curve, T.



La figura precedente rappresenta con rette parallele le diverse funzioni di costo. Solo la retta tangente alla curva ROC determina un valore soglia che minimizza tale funzione. Più stime dei costi degli errori di I e II tipo si avranno, maggiori saranno le rette e i punti di intersezione da esaminare.

Nella stima del coefficiente angolare l'esatta determinazione dei costi non è necessaria in quanto ciò che conta è il loro rapporto, ossia CR. Spetterà ad un esperto quantificare tale rapporto o un intervallo di valori entro il quale questo valore può variare.

Il valore della soglia ottenuto dal grafico ci indica come i clienti debbano essere classificati. Se viene determinato un unico valore per la soglia, T, avendo scelto CR e PR fissi, allora tutti i clienti con score maggiore di T saranno classificati "default" altrimenti "non default".

Se invece viene stabilito un intervallo di valori,  $[T_1, T_2]$ , otterremo dal grafico tre segmenti. I clienti con score minore a  $T_1$  saranno classificati "buoni"; quelli con score maggiore a  $T_2$  "cattivi"; invece per quelli il cui score varierà entro i due valori la situazione sarà ambigua e per questi sarà richiesta una valutazione sul merito creditizio.

La scelta del valore della soglia resta comunque flessibile e può variare a seconda delle esigenze della banca.

Alcuni esempi sono:

- ❖ può essere stabilito implicitamente definendo il numero di clienti da accettare o la massima probabilità di default accettabile;
- ❖ possono essere scelti diversi valori a seconda dell'ammontare dei crediti o a seconda del settore economico di appartenenza del cliente;
- ❖ può cambiare a seconda dell'attitudine al rischio di una banca;
- ❖ cambiamenti nel contesto macroeconomico. Fasi di espansione o recessione del mercato.

## 5 – ALBERI DI CLASSIFICAZIONE

Un altro metodo per la classificazione delle unità in classi ben determinate è l'uso di una tecnica non-parametrica di ripartizione ricorsiva, ossia l'uso degli alberi di classificazione.

L'analisi di segmentazione consente di esaminare le relazioni fra le variabili, mediante la suddivisione progressiva del collettivo in gruppi sempre più omogenei al loro interno rispetto alla variabile dipendente (la base).

Per prima cosa si procede alla suddivisione delle  $n$  unità in due o più sottoinsiemi, caratterizzati dalle modalità di una fra le variabili esplicative. Successivamente i vari sottoinsiemi ottenuti si suddividono ulteriormente.

La migliore segmentazione si ottiene in base a una regola di ottimalità, che massimizza l'omogeneità entro e l'eterogeneità tra i sottoinsiemi, valutate secondo la variabile criterio (base). Inoltre per ciascuna variabile esplicativa viene ricercata la segmentazione migliore fra tutte quelle possibili.

A tal fine si massimizza una funzione  $\Phi(s,t)$ , detta funzione criterio della segmentazione, che misura la diversità fra due o più gruppi figli generati dalla suddivisione del gruppo genitore  $t$ .

Ne sono esempi la:

- distanza fra valori effettivi della  $y$  e valori attesi nell'ipotesi di massima omogeneità  $\tilde{y}_t$ :

$$\Phi(s, t) = \left[ \sum_r |y_{tr} - \tilde{y}_t|^\lambda \right]^{1/\lambda} w_{tr}$$

dove  $t_r$  indica il gruppo  $i$ -esimo generato dalla segmentazione  $s$ , e  $w_{tr}$  è il coefficiente di ponderazione;

per  $\lambda = 2$ ,  $\tilde{y}_t = \bar{y}_t$ ,  $\tilde{y}_{tr} = \bar{y}_{tr}$ ,  $\tilde{w}_{tr} = n_{tr}$  si ha che  $\Phi(s,t) = \text{Devianza TRA (AID)}$ ;

- diversità fra frequenze effettive della  $y$  e frequenze attese nell'ipotesi di massima omogeneità  $\tilde{p}_t$ :

$$\Phi(s, t) = \sum_r \sum_j |p(j | t_r) - \tilde{p}(j | t_r)|^\lambda w_{tr}$$

dove  $j$  è una generica classe, e  $p(j|t)$  è la prob. che un'unità del gruppo  $t$  appartenga alla classe  $j$ ;

per  $\lambda = 2$  e opportuni valori di  $w_{tr}$ ,  $\Phi(s, t)$  coincide con l'indice  $\chi^2$  di Pearson;

- entropia, o incertezza (Shannon e Weaver, 1949) interna al gruppo di unità:

$$\Phi(s, t) = \sum_j p(j) \log p(j) - \sum_r \sum_j p(j | t_r) \log p(j | t_r);$$

- indice di eterogeneità di Gini, che stima la probabilità di errata classificazione di un'osservazione di classe  $j$  qualora l'assegnazione di un'unità del nodo  $t$  alla classe  $j$  avvenga casualmente.

La scelta dello split avviene massimizzando la riduzione dell'impurità (funzione criterio).

Ogni gruppo formato ad uno stadio del processo può essere poi ulteriormente suddiviso negli stadi seguenti, fino a quando tale processo viene portato a termine con riferimento ad una prefissata regola di arresto (Criterio scissorio).

Anche in questo caso troviamo differenti regole. Tra le più usate possiamo considerare:

- 1) Definizione di una dimensione minima dei gruppi;
- 2) Definizione di un valore minimo della capacità esplicativa della migliore suddivisione ad ogni passo;
- 3) Definizione di un valore minimo di disomogeneità del gruppo genitore;
- 4) Definizione di un numero massimo di passi del processo;
- 5) Pruning, ossia una procedura di "sfoltimento" o "potatura" di un albero dopo che l'albero ha raggiunto la sua dimensione massima  $T_{\max}$ . La potatura avviene in base a diversi criteri. Uno di questi è la minimizzazione dei costi di errata classificazione.

In riferimento all'ultimo punto, definito un rapporto tra i due costi è possibile ottenere un albero che minimizza la precedente funzione di costo.

L'albero ottenuto è composto da vari elementi. Tutti gli individui considerati, non classificati attraverso le variabili esplicative, vengono racchiusi nel nodo radice, che è un nodo disomogeneo al suo interno rispetto alla variabile obiettivo CREDIT RANKING. I nodi (ad eccezione della radice) vengono chiamati padre rispetto ai nodi che generano, e figlio rispetto ai nodi da cui derivano.

Ogni nodo può essere suddiviso in insiemi distinti, chiamati sottoalberi. I valori di soglia che permettono la suddivisione delle unità di un determinato nodo sono chiamati split e i rami sono le condizioni che hanno determinato tale suddivisione.

L'insieme di tutti i nodi terminali di un albero viene indicato con il simbolo  $\tilde{T}$ . Tutti i nodi terminali, per i quali non si ritiene necessaria una ulteriore suddivisione vengono chiamati foglie.

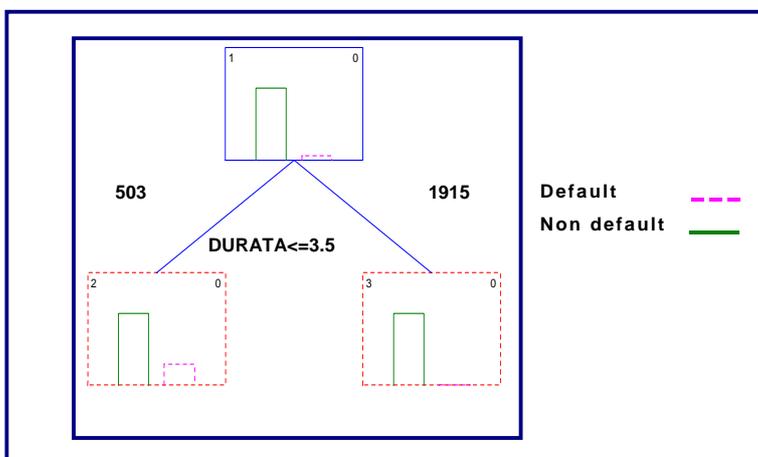
Alla fine del processo la distinzione fra clienti affidabili e non, ottenuta a livello finale, è più netta rispetto alla classificazione di primo livello.

Riassumendo, gli obiettivi di tale analisi sono:

- 1) individuare le determinanti della variabile dipendente, ossia le variabili esplicative rilevanti all'interno dei diversi sottoinsiemi;
- 2) eliminare le variabili che ripetono l'informazione contenuta in altre e le variabili che non sono rilevanti per spiegare Y;
- 3) ricercare le interazioni fra le variabili predittive;
- 4) creazione di regole di previsione e di classificazione;
- 5) ricercare relazioni non lineari o non monotone, non essendoci un modello che lega la var. dipendente alle esplicative.

Se applichiamo tale analisi ai dati in esame, scegliendo come funzione criterio l'indice di Gini e come criterio di arresto la tecnica CART, ossia di prunig con la

definizione di una dimensione minima dei gruppi, il migliore albero di classificazione che otteniamo è il seguente:



Ogni riquadro del grafico identifica un nodo. Il primo rappresenta il nodo radice. Ad esso sono collegati i due sottoalberi tramite il criterio di split indicato nel centro della figura. A sinistra ci saranno tutti i valori che soddisfano tale criterio, a destra i complementari.

I risultati sono riportati nella seguente tabella:

| Nodo | Ramo |    | N in classe 0 | N in classe 1 | Classe prevista | Split | Split Variabile |
|------|------|----|---------------|---------------|-----------------|-------|-----------------|
|      | SX   | DX |               |               |                 |       |                 |
| 1    | 2    | 3  | 2281          | 137           | 0               | <=3.5 | DURATA          |
| 2    |      |    | 387           | 116           | 0               |       |                 |
| 3    |      |    | 1894          | 21            | 0               |       |                 |

Come volevasi, tramite la variabile split ( $DURATA \leq 3.5$ ) riusciamo a suddividere le osservazioni in due nodi, classificando l'83% dei non default nel nodo 3 e l'84.67% dei default nel nodo 2. Il processo termina a questo passo in quanto non vi sono ulteriori variabili che abbiano la capacità di discriminare in modo ottimale le osservazioni. Secondo la regola della maggioranza, o pluralità rule, viene assegnata ad ogni foglia la classe che ha frequenza maggiore. In questo caso ad entrambi i nodi finali è assegnata la classe 0, non default.

Pur avendo classificato le osservazioni dei nodi due e tre nella stessa classe, non default, notiamo che la maggior parte dei default si colloca nella fascia breve<sup>6</sup>. Sarà più probabile, come si era già visto nelle stime logit, che nel breve periodo la probabilità di default sia maggiore.

Malgrado tale affermazione e la prima suddivisione ottenuta, non riusciamo a classificare i dati in due classi distinte. L'errore di I tipo sarà massimo ( $P(1|0)=100\%$ ) e quello di II tipo nullo ( $P(1|0)=0$ ).

Risulta chiaro che un'analisi di questo tipo, applicata ai dati in esame, non sarà conveniente. Dal modello finale non ho alcuna informazione certa su come classificare i debitori. Al massimo posso avere solo un'indicazione di quale accettare senza riserve, e su quali attuare un'analisi più approfondita del merito creditizio. Per avere una suddivisione significativa, necessiterò di variabili esplicative con maggior potere discriminante, che siano maggiormente in relazione con la base e che, quindi, saranno utili per descrivere le caratteristiche dei segmenti.

## **6 – LOGIT VS ALBERI DI CLASSIFICAZIONE**

Negli alberi di classificazione a seconda della loro complessità, varierà anche l'errore di misclassification. A differenza del modello logit qui non otteniamo uno score, ma ogni individuo è classificato in una classe ben determinata, nel nostro caso default o non default. Questa immediata classificazione può essere un punto di forza degli alberi di classificazione, proprio per la loro facile ed immediata lettura. Inoltre ad ogni passo viene specificato l'errore commesso nell'assegnazione dell'unità  $i$ -esima ad una delle due classi.

L'output di un modello logit, invece, è uno score che deve essere comparato con una soglia che varia a seconda dei costi dei fattori, delle proporzioni nella popolazione e delle scelte del risk management. Effettuando un'accurata analisi dei dati è possibile identificare un modello logit con determinate variabili qualitative e quantitative. Nel processo di assegnazione, o se altri costi dei fattori dovessero essere modificati, solo il valore della soglia ne sarà influenzato, mentre il modello rimarrà il medesimo.

Negli alberi di classificazione ciò non avviene perché questi cambiamenti portano ad una continua ridefinizione dell'albero, cambiandone struttura e variabili in gioco. Dunque non vi è un modo per determinare un "albero ottimale" con

---

<sup>6</sup> DURATA minore o uguale a tre anni.

“variabili ottimali”! Questo può comportare un problema di non continuità nelle decisioni di credito.

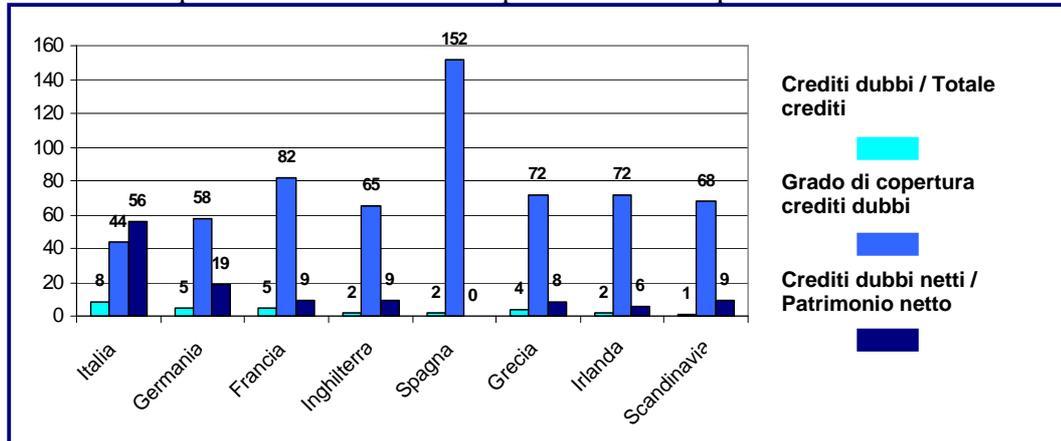
Un'altra differenza rilevante concerne l'interpretazione delle variabili.

In un modello logit, c'è un legame diretto (non-lineare) tra le variabili e i coefficienti da un lato, e l'output dall'altro. Il significato può dunque benissimo essere interpretato. Negli alberi di classificazione ciò non avviene, perché una variabile può essere usata una molteplicità di volte, e non c'è dunque un legame diretto evidente tra queste e l'output. Test di accuratezza possono essere effettuati solamente solo per nodo e non per variabile. Risulta chiaro che una valutazione dell'impatto delle variabili nel modello non è facilmente identificabile.

## CONCLUSIONI

Nel corso del 2003 la lunga fase di stagnazione nell'economia italiana ha portato non tanto ad un raffreddamento degli impieghi ma più che altro ad un peggioramento della qualità del credito. Basti pensare che mentre i prestiti lordi complessivi sono saliti del 6,7%, le sofferenze sono aumentate del 10,1%, toccando quota 51 milioni di €. Il caso Parmalat ha contribuito notevolmente all'aumento dei "cattivi" crediti, ma è stata la dinamica complessiva a segnare un ripiegamento nella qualità del sistema bancario italiano. A fine 2003 il grado di copertura delle sofferenze era ben sotto la media europea come si vede dal grafico sottostante.

Indicatori di qualità dell'attivo in Europa – dato medio percentuale delle banche:



Fonte: Bilanci societari e stime Kepler Equities

Le spinte regolamentari connesse alla revisione della disciplina sul capitale di vigilanza e l'evoluzione dei mercati stanno creando le condizioni affinché si diffondano tecniche rigorose ed affidabili di misura del rischio di credito, vale a dire della capacità delle strutture finanziarie aziendali di sostenere l'impatto degli eventi esterni, prevedibili o inattesi.

Sembra chiaro che i nuovi sistemi interni di rating costituiscono un'innovazione per il mercato del credito. Ma chi realmente potrà trarne veri vantaggi saranno le grandi istituzioni. La convenienza nell'uso di metodologie avanzate, la richiesta di pacchetti informatici in grado di effettuare tali analisi e la raccolta di informazioni

sugli affidati per un periodo di tempo abbastanza lungo, saranno alla portata solo di pochi.

La gestione finanziaria tradizionale delle imprese italiane è sottoposta ad una fortissima pressione competitiva. La finanza d'impresa diverrà una delle funzioni aziendali più rilevanti nel prossimo futuro, in quanto decisiva per il sostegno dei processi di crescita e di affermazione competitiva.

Vi sono in particolare le condizioni perché vengano superati vecchi equilibri che hanno a lungo condizionato il mercato del credito e del finanziamento d'impresa in Italia.

Malgrado tali auspici, come già detto in precedenza, nel recente passato si è assistito a casi clamorosi di clienti inadempienti, quali Cirio e Parmalat. Risulta chiaro che di fronte a tali avvenimenti sorga spontaneo chiedersi come le istituzioni finanziarie possano valutare così erroneamente la gestione di certe società. Esistono molteplici istituzioni, in particolare organi di vigilanza, società di revisione, società di rating, il cui unico scopo è quello di valutare il rispetto delle norme nazionali ed europee, la correttezza nell'interpretazione e nell'attuazione dei principi di redazione del bilancio, la veridicità delle certificazioni riguardo la situazione finanziaria e soprattutto la solvibilità dell'interessato. Come è possibile, dunque, spiegare tali crisi finanziarie? Una cosa è certa: fintanto che le banche avranno interessi ad investire sulle grandi società italiane, lo stato finanziario passerà in secondo piano. In più i fatti di cronaca hanno sottolineato come a farne le spese siano stati i cittadini e non le banche, in quanto quest'ultime prima della tempesta si sono liberate di titoli di debito così scomodi e rischiosi.

Da fatti del genere il sistema finanziario ne può essere solo danneggiato. Come fare a pretendere che un individuo investa ancora i propri risparmi nei servizi di una banca. Un cliente insoddisfatto non porta guadagno. Eppure tale principio sembra non essere chiaro nelle scelte strategiche delle società finanziarie. Come ottenere un risollevarlo dell'economia quando il sistema inciampa così

facilmente e clamorosamente? Gli interessi di pochi sono veramente più importanti dell'intera economia e benessere economico di un paese?

In questo contesto si sente sempre più l'esigenza di potersi fidare veramente di qualcuno. In effetti non bisogna generalizzare; esistono anche altre banche la cui mission si fonda sulla finanza etica, ossia sul finanziamento di progetti socialmente utili, sulla realizzazione di microprogetti all'interno di paesi in via di sviluppo, ma anche nei sobborghi di grandi città industriali. Queste istituzioni nascono con l'idea del microcredito, piccoli finanziamenti a persone disadattate affinché queste possano condurre uno stile di vita più dignitoso. Garanzia di queste istituzioni è che solo le società o gli enti che non hanno rapporti con lo sfruttamento del lavoro minorile, con l'inquinamento dell'ambiente, con il commercio illegale di armi e con tutto quello che possa nuocere al prossimo, potranno avere rapporti con essa. In effetti esiste anche un indice di borsa, il Dow Jones Sustainability Group Index (DJSGI), che monitora e raggruppa i risultati borsistici di aziende "sostenibili". Nel contesto italiano alla luce del caso Parmalat, queste istituzioni si sono occupate di tutte quelle società che dipendevano dall'azienda e che verso di essa vantavano numerosi crediti, provvedendo a finanziarle e a salvarle dall'inevitabile catastrofe finanziaria e personale.

Alla luce di questo è ovvio che non bisogna generalizzare quando si parla di banca. Ci sono quelle che sono dichiaratamente dalla parte del cittadino, e quelle che devono ancora lavorare per acquistare maggior fiducia nelle scelte del cliente, magari cominciando a dare maggior peso a una visione prospettica, e valutando il vero rischio che un cliente insolvente può portare. Non è in gioco solo la parte di credito erogata, ma anche la stessa sopravvivenza di una banca, in quanto senza i capitali derivanti dalla raccolta diretta, minori saranno i fondi da investire.

L'augurio è che il cammino verso forme corrette ed evolute di gestione del rischio di credito venga perseguito con rapidità e rigore, nell'interesse di tutti, e, prima di tutto, nell'interesse della capacità competitiva stessa del paese. Sotto la guida

dell'autorità di vigilanza, la diffusione dell'informazione, la crescita della trasparenza, lo sviluppo dei modelli interni di valutazione del rischio creditizio e di allocazione del capitale possono rappresentare passaggi cruciali verso nuovi, più solidi ed efficaci assetti.

## BIBLIOGRAFIA

Agresti Alan, 1996, “*An Introduction to Categorical Data Analysis*”, New York, Wiley;

Agresti Alan, 1990, “*Categorical Data Analysis*”, New York, Wiley;

Banca d’Italia, 2000, “*Modelli per la gestione del rischio di credito, I ratings interni*” – Tematiche Istituzionali;

Basel Committee on Banking Supervision, aprile 2003, “*Nuovo Accordo di Basilea sui requisiti patrimoniali*”, documento a fini di consultazione;

Basel Committee on Banking Supervision, aprile 2003, “*Presentazione del Nuovo Accordo di Basilea sui requisiti patrimoniali*”, documento a fini di consultazione

Basel Committee on Banking Supervision, maggio 2003, “*Quantitative Impact Study 3. Overview of Global Results*”;

Breiman L., Friedman J. H., Olshen R. A., Stone C. J., 1984, “*Classification and Regression Trees*”, Belmont, Wadsworth;

Corsini D., Tribuzio P., 1999, “*Metodi innovativi nella gestione del rischio di credito. Alcune considerazioni sul sistema bancario italiano*”, Banche e Banchieri;

Damodaran A., 2001, “*Finanza Aziendale*”, Milano, APOGEO;

Gianturco Paolo, 1997, “*Il processo di Risk Management*”, Banche e Banchieri;

Lewis J. R., 2000, “*An introduction to Classification and Regression Tree (CART) Analysis*”;

Mahlmann T, febbraio 2004, “*Classification and Rating of Firms in the Presence of Financial and Non-Financial Information*”;

Masera R., ottobre 2002, “*Il Nuovo Accordo di Basilea sul Capitale*”;

Resti A., settembre 2003, “*Una guida a Basilea 2*”;

Zazzara C., “*I modelli per il rischi di credito nel Nuovo Accordo di Basilea*”, Relazione presentata al convegno organizzato dal CERMEF.



## APPENDICE A

Sigle del rating delle obbligazioni prodotte da due delle maggiori società di rating.

| Standard & Poor's   | Moody's   |
|---|---|
| <b>AAA</b> È il rating più elevato che possa essere assegnato. Indica una elevata capacità di ripagare il debito da parte dell'emittente.   | <b>Aaa</b> Rating assegnato al debito di qualità maggiore e con un livello minimo di rischio.   |
| <b>AA</b> La capacità di pagare è alta e solo leggermente inferiore ai titoli chiamati con AAA.   | <b>Aa</b> Rating assegnato a debito di alta qualità, ma considerato inferiore rispetto ad Aaa perché ha un minore margine di protezione, o per via di altri elementi di rischio di lungo termine. |
| <b>A</b> Indica solida capacità di pagare gli interessi e rimborsare il capitale. Viene assegnato a società emittenti la cui solvibilità potrebbe risentire di particolari circostanze avverse o di una congiuntura sfavorevole.                          | <b>A</b> Rating assegnato a obbligazioni che hanno le caratteristiche di un buon investimento ma possono essere soggette a rischio in futuro.   |
| <b>BBB</b> Indica adeguata capacità di pagare gli interessi e rimborsare il capitale. Viene assegnato a società emittenti la cui solvibilità potrebbe peggiorare rapidamente di fronte a particolari circostanze avverse o a una congiuntura sfavorevole. | <b>Baa</b> Rating assegnato a obbligazioni con un grado di protezione medio ed una adeguata capacità di pagamento degli interessi e rimborso di capitale.   |
| <b>BB,B, CCC, CC</b> Debito considerato prevalentemente speculativo; BB è il debito meno speculativo, e CC il più speculativo.  | <b>Ba</b> Rating assegnato a debito con un certo rischio speculativo.   |
| <b>D</b> Debito in stato di insolvenza; i pagamenti per interessi e/o il rimborso del capitale sono in arretrato.   | <b>B</b> In genere assegnato a investimenti non allettanti e con bassa probabilità di pagamento.  |
|   | <b>Caa</b> Bassa collocazione, forse in stato di insolvenza.  |
|   | <b>Ca</b> Molto speculativo; spesso in stato di insolvenza.   |
|   | <b>C</b> Altamente speculativo; in stato di insolvenza.   |

## APPENDICE B

Funzioni di ponderazione

### Portafoglio CORPORATE e SL

- a) Fatturato inferiore a 5 milioni di euro;
- b) Fatturato compreso tra 5 e 50 milioni di euro;
- c) Fatturato superiore a 50 milioni di euro;
- d) Esposizioni HVCRE.

COEFFICIENTI DI CORRELAZIONE  $\bar{\rho}$

$$\text{a,b,c) } \bar{\rho} = 0.12 \times \frac{1 - e^{-50 \times PD}}{1 - e^{-50}} + 0.24 \times \left(1 - \frac{1 - e^{-50 \times PD}}{1 - e^{-50}}\right)$$

$$\text{d) } \bar{\rho} = 0.12 \times \frac{1 - e^{-50 \times PD}}{1 - e^{-50}} + 0.30 \times \left(1 - \frac{1 - e^{-50 \times PD}}{1 - e^{-50}}\right)$$

AGGIUSTAMENTO IN BASE AL FATTURATO  $\rho$

$$\text{a) } \rho = \bar{\rho} - 0.04$$

$$\text{b) } \rho = \bar{\rho} - 0.04 \times \left(1 - \frac{\text{fatt} - 5}{45}\right)$$

$$\text{c) } \rho = \bar{\rho}$$

FUNZIONE DI PONDERAZIONE

$$K = \text{LGD} \times \Phi \left[ \sqrt{\frac{1}{1-\rho}} \times \Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\frac{\rho}{1-\rho}} \times \Phi^{-1}(0.999) \right] \times (1 + (M - 2.5) \times b(PD))$$

Dove

$$b(PD) = [0.08451 - 0.05898 \times \ln(PD)]^2$$

ed M indica la durata residua del credito ed è uguale a:

$$\text{Maturity} \leq 1 \quad M=1$$

$$1 < \text{Maturity} < 5 \quad M = \max(\text{Maturity}, 5)$$

$$\text{Maturity} \geq 5 \quad M=5$$

Salvo alcune eccezioni (pronti contro termite, per i quali può essere prevista una M minore di un anno).

## Portafoglio RETAIL

- a) Esposizioni rotative qualificate ERRQ;
- b) Esposizioni garantite da ipoteche su immobili residenziali;
- c) Altre esposizioni non ipotecarie.

### COEFFICIENTI DI CORRELAZIONE $\rho$

a)  $\rho = 0.15$

b)  $\rho = 0.02 \times \frac{1 - e^{-50 \times PD}}{1 - e^{-50}} + 0.11 \times \left( 1 - \frac{1 - e^{-50 \times PD}}{1 - e^{-50}} \right)$

c)  $\rho = 0.02 \times \frac{1 - e^{-35 \times PD}}{1 - e^{-35}} + 0.17 \times \left( 1 - \frac{1 - e^{-35 \times PD}}{1 - e^{-35}} \right)$

### FUNZIONE DI PONDERAZIONE

a,b)  $K = LGD \times \Phi \left[ \sqrt{\frac{1}{1-\rho}} \times \Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\frac{\rho}{1-\rho}} \times \Phi^{-1}(0.999) \right]$

c)  $K = LGD \times \Phi \left[ \sqrt{\frac{1}{1-\rho}} \times \Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\frac{\rho}{1-\rho}} \times \Phi^{-1}(0.999) \right] - 0.75 \times PD \times LGD$

K = requisito patrimoniale

$\Phi(q)$  = funzione di ripartizione di una normale standardizzata.

$\Phi^{-1}(p)$  = funzione inversa; restituisce il quantile avente probabilità p.

### REQUISITO PATRIMONIALE RWA

$$RWA = K \times 12.50 \times EAD$$

## APPENDICE C

Frequenze assolute e relative: STATO × Variabili esplicative.

Test Chi Quadro di Pearson per lo studio dell'indipendenza delle variabili.

| INTESTAZIONE | STATO  |       |         |
|--------------|--------|-------|---------|
|              | 0      | 1     |         |
| CO           | 1112   | 50    | 1162    |
|              | 45,99% | 2,07% | 48,06%  |
| PF           | 1169   | 87    | 1256    |
|              | 48,35% | 3,60% | 51,94%  |
|              | 2281   | 137   | 2418    |
|              | 94,33% | 5,67% | 100,00% |

|                    | Chi-square | df   | p        |
|--------------------|------------|------|----------|
| Pearson Chi-square | 7.774566   | df=1 | p=.00530 |
| M-L Chi-square     | 7.887210   | df=1 | p=.00498 |

| REDDITO | STATO  |       |         |
|---------|--------|-------|---------|
|         | 0      | 1     |         |
| ALTO    | 275    | 18    | 293     |
|         | 11,37% | 0,74% | 12,12%  |
| MEDIO   | 1896   | 106   | 2002    |
|         | 78,41% | 4,38% | 82,80%  |
| BASSO   | 110    | 13    | 123     |
|         | 4,55%  | 0,54% | 5,09%   |
|         | 2281   | 137   | 2418    |
|         | 94,33% | 5,67% | 100,00% |

|                    | Chi-square | df   | p        |
|--------------------|------------|------|----------|
| Pearson Chi-square | 6.173699   | df=2 | p=.04565 |
| M-L Chi-square     | 5.116213   | df=2 | p=.07746 |

| SESSO   | STATO  |       |         |
|---------|--------|-------|---------|
|         | 0      | 1     |         |
| MASCHIO | 1739   | 101   | 1840    |
|         | 71,92% | 4,18% | 76,10%  |
| FEMMINA | 542    | 36    | 578     |
|         | 22,42% | 1,49% | 23,90%  |
|         | 2281   | 137   | 2418    |
|         | 94,33% | 5,67% | 100,00% |

|                    | Chi-square | df   | p        |
|--------------------|------------|------|----------|
| Pearson Chi-square | .4497083   | df=1 | p=.50248 |
| M-L Chi-square     | .4406311   | df=1 | p=.50682 |

| ETA'  | STATO  |       |         |
|-------|--------|-------|---------|
|       | 0      | 1     |         |
| 0-40  | 297    | 16    | 313     |
|       | 12,28% | 0,66% | 12,94%  |
| 40-60 | 964    | 52    | 1016    |
|       | 39,87% | 2,15% | 42,02%  |
| 60+   | 1020   | 69    | 1089    |
|       | 42,18% | 2,85% | 45,04%  |
|       | 2281   | 137   | 2418    |
|       | 94,33% | 5,67% | 100,00% |

|                    | Chi-square | df   | p        |
|--------------------|------------|------|----------|
| Pearson Chi-square | 1.665338   | df=2 | p=.43489 |
| M-L Chi-square     | 1.657252   | df=2 | p=.43665 |

| ZONA       | STATO  |       |         |
|------------|--------|-------|---------|
|            | 0      | 1     |         |
| NORD-OVEST | 1195   | 81    | 1276    |
|            | 49,42% | 3,35% | 52,77%  |
| NORD-EST   | 205    | 10    | 215     |
|            | 8,48%  | 0,41% | 8,89%   |
| CENTRO-SUD | 881    | 46    | 927     |
|            | 36,44% | 1,90% | 38,34%  |
|            | 2281   | 137   | 2418    |
|            | 94,33% | 5,67% | 100,00% |

|                    | Chi-square | df   | p        |
|--------------------|------------|------|----------|
| Pearson Chi-square | 2.383574   | df=2 | p=.30368 |
| M-L Chi-square     | 2.405276   | df=2 | p=.30041 |

| DURATA            | STATO          |              |                 |
|-------------------|----------------|--------------|-----------------|
|                   | 0              | 1            |                 |
| BREVE<br><4       | 387<br>16.00%  | 116<br>4.80% | 503<br>20.80%   |
| MEDIA<br>>=4 e <6 | 1504<br>62.20% | 21<br>0.87%  | 1525<br>63.07%  |
| LUNGA<br>>6       | 390<br>16.13%  | 0<br>0.00%   | 390<br>16.13%   |
|                   | 2281<br>94.33% | 137<br>5.67% | 2418<br>100.00% |

|                    | Chi-square | df   | p        |
|--------------------|------------|------|----------|
| Pearson Chi-square | 360.6943   | df=2 | p=0.0000 |
| M-L Chi-square     | 287.7137   | df=2 | p=0.0000 |

| IMPORTO                         | STATO          |              |                 |
|---------------------------------|----------------|--------------|-----------------|
|                                 | 0              | 1            |                 |
| <50.000.000                     | 515<br>21,30%  | 21<br>0,87%  | 536<br>22,17%   |
| >=50.000.000 e<br><100.000.000  | 803<br>33,21%  | 31<br>1,28%  | 834<br>34,49%   |
| >=100.000.000 e<br><150.000.000 | 600<br>24,81%  | 40<br>1,65%  | 640<br>26,47%   |
| >=150.000.000 e<br><300.000.000 | 322<br>13,32%  | 40<br>1,65%  | 362<br>14,97%   |
| >=300.000.0005                  | 41<br>1,70%    | 5<br>0,21%   | 46<br>1,90%     |
|                                 | 2281<br>94,33% | 137<br>5,67% | 2418<br>100,00% |

|                    | Chi-square | df   | p        |
|--------------------|------------|------|----------|
| Pearson Chi-square | 36.12616   | df=4 | p=.00000 |
| M-L Chi-square     | 32.26134   | df=4 | p=.00001 |

|              |             |
|--------------|-------------|
| Mean         | 100216150,3 |
| Median       | 80000000    |
| Minimum      | 10000000    |
| Maximum      | 1000000000  |
| Std.Dev.     | 73498899,22 |
| Skewness     | 4,087516426 |
| Kurtosis     | 29,80583592 |
| Osservazioni | 2418        |

## APPENDICE D

Tabella di contingenza: Errori del I e II tipo per i tre modelli esaminati.

### Primo modello

| Soglia           |   | Valori previsti |          |      |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|------|-----------|----------|
| 0,00             |   | 0               | E I tipo | 1    | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 0               |          | 2281 |           | 100,00%  |
|                  | 1 | 0               | 0,00%    | 137  |           | 94,33%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,05             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 1804            |          | 477 |           | 20,91%   |
|                  | 1 | 21              | 15,33%   | 116 |           | 20,60%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,10             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2001            |          | 280 |           | 12,28%   |
|                  | 1 | 52              | 37,96%   | 85  |           | 13,73%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,15             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2094            |          | 187 |           | 8,20%    |
|                  | 1 | 72              | 52,55%   | 65  |           | 10,71%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,20             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2162            |          | 119 |           | 5,22%    |
|                  | 1 | 92              | 67,15%   | 45  |           | 8,73%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,25             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2205            |          | 76 |           | 3,33%    |
|                  | 1 | 108             | 78,83%   | 29 |           | 7,61%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,30             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2222            |          | 59 |           | 2,59%    |
|                  | 1 | 116             | 84,67%   | 21 |           | 7,24%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,35             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2240            |          | 41 |           | 1,80%    |
|                  | 1 | 118             | 86,13%   | 19 |           | 6,58%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,40             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2250            |          | 31 |           | 1,36%    |
|                  | 1 | 123             | 89,78%   | 14 |           | 6,37%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,45             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2265            |          | 16 |           | 0,70%    |
|                  | 1 | 127             | 92,70%   | 10 |           | 5,91%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,50             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2269            |          | 12 |           | 0,53%    |
|                  | 1 | 129             | 94,16%   | 8  |           | 5,83%    |

**Secondo modello**

| Soglia           |   | Valori previsti |          |      |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|------|-----------|----------|
| 0,00             |   | 0               | E I tipo | 1    | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 0               |          | 2281 | 100,00%   |          |
|                  | 1 | 0               | 0,00%    | 137  |           | 94,33%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,05             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 1798            |          | 483 | 21,17%    |          |
|                  | 1 | 20              | 14,60%   | 117 |           | 20,80%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,10             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 1999            |          | 282 | 12,28%    |          |
|                  | 1 | 54              | 37,96%   | 83  |           | 13,90%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,15             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2096            |          | 185 | 8,20%     |          |
|                  | 1 | 72              | 52,55%   | 65  |           | 10,63%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,20             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2167            |          | 114 | 5,22%     |          |
|                  | 1 | 91              | 67,15%   | 46  |           | 8,48%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,25             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2204            |          | 77 | 3,33%     |          |
|                  | 1 | 107             | 78,83%   | 30 |           | 7,61%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,30             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2222            |          | 59 | 2,59%     |          |
|                  | 1 | 116             | 84,67%   | 21 |           | 7,24%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,35             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2238            |          | 43 | 1,80%     |          |
|                  | 1 | 116             | 86,13%   | 19 |           | 6,58%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,40             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2253            |          | 28 | 1,36%     |          |
|                  | 1 | 123             | 89,78%   | 14 |           | 6,24%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,45             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2264            |          | 17 | 0,70%     |          |
|                  | 1 | 127             | 92,70%   | 10 |           | 5,96%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,50             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2270            |          | 11 | 0,53%     |          |
|                  | 1 | 129             | 94,16%   | 8  |           | 5,79%    |

### Modello finale

| Soglia           |   | Valori previsti |          |      |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|------|-----------|----------|
| 0,00             |   | 0               | E I tipo | 1    | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 0               |          | 2281 | 100,00%   |          |
|                  | 1 | 0               | 0,00%    | 137  |           | 94,33%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,05             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 1802            |          | 479 | 21,00%    |          |
|                  | 1 | 20              | 14,60%   | 117 |           | 20,64%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,10             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2008            |          | 273 | 12,28%    |          |
|                  | 1 | 57              | 37,96%   | 80  |           | 13,65%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,15             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2100            |          | 181 | 8,20%     |          |
|                  | 1 | 75              | 52,55%   | 62  |           | 10,59%   |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |     |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|-----|-----------|----------|
| 0,20             |   | 0               | E I tipo | 1   | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2162            |          | 119 | 5,22%     |          |
|                  | 1 | 90              | 67,15%   | 47  |           | 8,64%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,25             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2205            |          | 76 | 3,33%     |          |
|                  | 1 | 108             | 78,83%   | 29 |           | 7,61%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,30             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2226            |          | 55 | 2,59%     |          |
|                  | 1 | 116             | 84,67%   | 21 |           | 7,07%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,35             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2237            |          | 44 | 1,80%     |          |
|                  | 1 | 120             | 86,13%   | 17 |           | 6,78%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,40             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2248            |          | 33 | 1,36%     |          |
|                  | 1 | 124             | 89,78%   | 13 |           | 6,49%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,45             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2265            |          | 16 | 0,70%     |          |
|                  | 1 | 128             | 92,70%   | 9  |           | 5,96%    |

| Soglia           |   | Valori previsti |          |    |           |          |
|------------------|---|-----------------|----------|----|-----------|----------|
| 0,50             |   | 0               | E I tipo | 1  | E II tipo | E totale |
| Valori osservati | 0 | 2269            |          | 12 | 0,53%     |          |
|                  | 1 | 130             | 94,16%   | 7  |           | 5,87%    |