

**Università degli Studi di Padova**

---

FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
Corso di Laurea in Ingegneria dell'Informazione

TESI DI LAUREA TRIENNALE

**Esercizio sul controllo dell'atterraggio  
di un Boeing 747**

Candidato:  
**Carlo Bonato**  
Matricola 592396

Relatore:  
**Prof. Sandro Zampieri**

---

Anno Accademico 2010-2011



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>iii</b>
<b>1 Moto di un velivolo Boeing 747</b>	<b>1</b>
1.1 Equazioni non lineari del moto . . . . .	1
1.2 Descrizione schematica . . . . .	2
1.3 Linearizzazione . . . . .	4
1.4 Moti longitudinali . . . . .	6
1.5 Moti laterali . . . . .	7
<b>2 Progettare sistemi di controllo</b>	<b>9</b>
2.1 Linee guida . . . . .	9
<b>3 Smorzatore d'imbardamento</b>	<b>11</b>
3.1 Comprendere il processo e le specifiche sulle performance . .	11
3.2 Scegliere i sensori . . . . .	12
3.3 Scegliere gli attuatori . . . . .	13
3.4 Realizzare un modello lineare . . . . .	13
3.5 Tentare un design lead-lag . . . . .	15
3.6 Modificare il sistema originale . . . . .	21
3.7 Tentare un design state-space . . . . .	22
3.8 Verificare il design . . . . .	24
3.9 Osservazioni . . . . .	24
<b>4 Conclusioni</b>	<b>27</b>
4.1 Lead-lag vs State-space . . . . .	27
4.2 Proprietà di robustezza . . . . .	28
4.2.1 Margine di guadagno . . . . .	30
4.2.2 Margine di fase . . . . .	30
4.3 Applicabilità del controllore . . . . .	33
<b>Bibliografia</b>	<b>35</b>



# Introduzione

Questa tesina di tipo sperimentale-simulativo, mira ad affrontare, tramite un esercizio pratico, le tematiche di controllo automatico del moto di un grosso velivolo da trasporto commerciale.

Il fatto fondamentale è che un qualsiasi aereo di dimensioni superiori all'ultraleggero risulta, se non impossibile da pilotare, quanto meno molto dispendioso in termini di energie e concentrazione del pilota. Infatti in quota e durante l'atterraggio si innescano una serie di movimenti naturali difficilmente governabili.

Nello specifico in questo esercizio si vedrà che durante l'atterraggio è necessario avere un buon sistema di controllo automatico basato sulla retroazione per smorzare l'imbardamento laterale, causato dai venti perturbanti il moto e dalla dinamica stessa del volo.

Dopo aver delineato una serie di passi fondamentali tesi a guidare le fasi di design di un controllore generico, si procederà poi alla simulazione di realizzazione di due tipi di controllo seguendo due strategie di progetto differenti: una prima più semplice e immediata, basata sul luogo delle radici e sul design lead-lag; un'altra più complessa ma più precisa ed efficiente, basata sul design state-space (altrimenti noto come moderno).

Ottenuti i due controllori verranno delineate le loro caratteristiche di funzionalità, robustezza e complessità potendo così valutare, in base alle figure di merito specifiche (costo, complessità, efficienza, ...) quale strategia adottare.

La prima parte dell'elaborato riguarda quindi un approfondimento sulle dinamiche intrinseche ed estrinseche del volo di un Boeing 747; mentre sarà la seconda parte ad entrare nel vivo del lavoro simulativo sulla progettazione del suddetto esempio di controllore.

Tutta la parte simulativa sarà accompagnata da informazioni sui procedimenti utilizzati nell'ambito del software Matlab ed in particolare dei pacchetti *SISOtool* e *Simulink*.

Buona lettura!



# Capitolo 1

## Moto di un velivolo Boeing 747

Il Boeing 747 (Fig. 1.1) è un grande jet da trasporto a corpo largo.

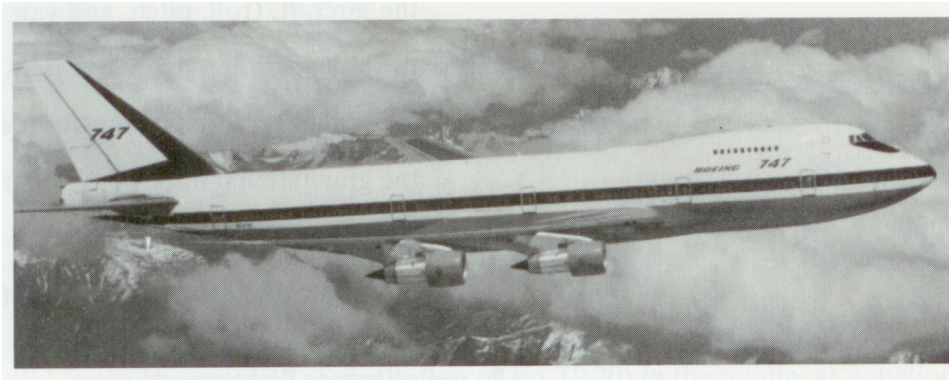


Figura 1.1: Boeing 747 (Courtesy Boeing Commercial Airplane Co.)

### 1.1 Equazioni non lineari del moto

Come indicato da [Bryson 94] la maggior parte dei velivoli si possono approssimare correttamente come dei corpi rigidi sui quali agiscono le forze gravitazionali, aerodinamiche e propulsive. Inoltre presentano un piano di simmetria geometrica destra-sinistra e, secondo le coordinate NASA standard, questo si prende come il piano  $x - z$  degli *assi del corpo*, con l'asse  $x$  che punta avanti, l'asse  $z$  in giù e l'asse  $y$  perpendicolare a questo piano (Fig. 1.2). Scegliendo questo sistema di assi di riferimento centrato sul velivolo - assi del corpo - e supponendo che il piano  $x - z$  sia anche il piano di simmetria per la massa, si ottengono le equazioni non lineari del moto di

corpo rigido:

$$\begin{aligned} m(\dot{U} + qW - rV) &= X - mg \sin \theta + \kappa T \cos \theta \\ m(\dot{V} + rU - pW) &= Y + mg \cos \theta \sin \phi \\ m(\dot{W} + pV - qU) &= Z + mg \cos \theta \cos \phi - \kappa T \sin \theta \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} I_x \dot{p} + I_{xz} \dot{r} + (I_z - I_y)qr + I_{xz}qp &= L \\ I_y \dot{q} + (I_x - I_z)pr + I_{xz}(r^2 - p^2) &= M \\ I_z r + I_{xz} \dot{p} + (I_y - I_x)qp - I_{xz}qr &= N \end{aligned} \quad (1.2)$$

dove (da ora in avanti):

$$\begin{aligned} m &= \text{massa del velivolo,} \\ [U, V, W] &= \text{componenti rispetto agli assi del corpo} \\ &\quad \text{della velocità del centro di massa,} \\ \beta &= \tan^{-1}\left(\frac{V}{U}\right), \\ [U_0, V_0, W_0] &= \text{velocità di riferimento,} \\ [p, q, r] &= \text{componenti della velocità angolare rispetto} \\ &\quad \text{agli assi del corpo (rispettivamente rollio,} \\ &\quad \text{beccheggio, imbardamento),} \\ [X, Y, Z] &= \text{forze aerodinamiche degli assi del corpo} \\ &\quad \text{rispetto al centro di massa,} \\ [L, M, N] &= \text{coppie aerodinamiche degli assi del corpo} \\ &\quad \text{rispetto al centro di massa,} \\ g_0 &= \text{forza gravitazionale per unità di massa,} \\ I_i &= \text{inerzie sugli assi del corpo,} \\ (\theta, \phi) &= \text{angoli di beccheggio e rollio del corpo} \\ &\quad \text{del velivolo rispetto all'orizzontale,} \\ V_{ref} &= \text{velocità di volo di riferimento,} \\ T &= \text{spinta propulsiva risultante,} \\ \kappa &= \text{angolo tra la spinta e l'asse x del corpo.} \end{aligned}$$

con:

$$\begin{aligned} U &= U_0 + u \\ V &= V_0 + v \\ W &= W_0 + w \end{aligned}$$

## 1.2 Descrizione schematica

Facendo riferimenti alla fig. 1.2:

- Le perturbazioni *longitudinali* ( $U, W, \theta, q$ ) influenzano i moti assiale ( $X$ ), verticale ( $Z$ ) e il beccheggio ( $\theta, q$ ). Gli attuatori agenti sui moti longitudinali sono:



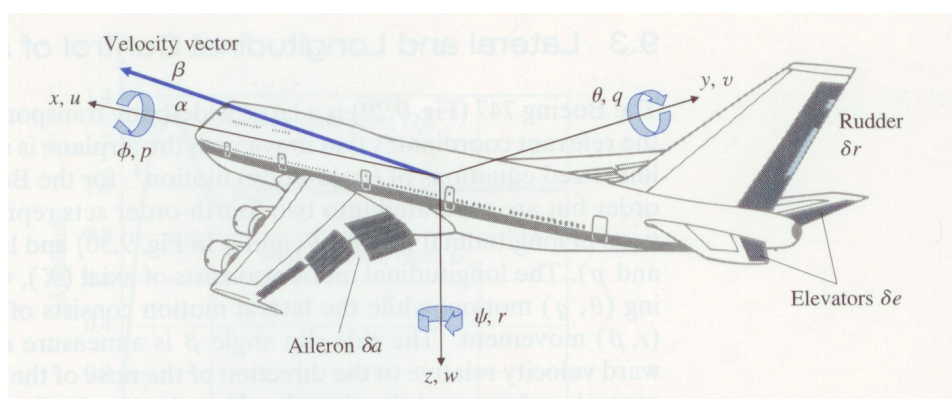


Figura 1.2: Definizione delle coordinate del moto del velivolo

$x, y, z$	=	coordinate di posizione	$\phi$	=	angolo di rollio
$u, v, w$	=	coordinate di velocità	$\theta$	=	angolo di beccheggio
$p$	=	velocità di rollio	$\psi$	=	angolo di imbardamento
$q$	=	velocità di beccheggio	$\beta$	=	angolo di derapata laterale
$r$	=	velocità d'imbardamento	$\alpha$	=	angolo d'attacco

- la superficie dell'*equilibratore* (elevator) modifica la portanza generando una variazione di angolo di attacco e il beccheggio;
- la *manetta* (throttle) è la valvola del carburante in ingresso, regola di conseguenza la potenza erogata, modificando l'accelerazione e quindi la velocità.
- Le perturbazioni *lateral* ( $\phi, \psi, r, p$ ) influenzano i moti di rollio ( $\phi, p$ ) e di imbardamento ( $\psi, r$ ). Gli attuatori agenti sui moti laterali sono:
  - gli *alettoni* (ailerons) causano l'inclinazione del vettore portanza, si usano per virare (coordinatamente al timone) e per controllare il rollio; possono indurre un effetto di imbardamento collaterale in direzione opposta;
  - il *timone* (rudder) contrasta l'imbardamento laterale in direzione opposta, non è il meccanismo principale per virare, infatti genera un'elevata quantità di forza laterale, altamente indesiderabile per i passeggeri.
- *L'angolo di derapata*  $\beta$  misura la direzione della prua dell'aereo rispetto alla velocità di avanzamento, sul piano orizzontale  $x - y$ ;
- *L'angolo di attacco*  $\alpha$  misura la direzione della prua dell'aereo rispetto alla velocità di avanzamento, sul piano verticale  $x - z$ ;

Sebbene sia presente una piccola quantità di accoppiamento tra longitudinali e laterali, questa viene di solito ignorata e si procede alla progettazione del **controllo di stabilità** in modo separato sui due insiemi di 4 equazioni lineari.

### 1.3 Linearizzazione

Per linearizzare le equazioni bisogna tenere conto che in caso di volo rettilineo e costante in velocità ed altezza,  $\dot{U} = \dot{V} = \dot{W} = \dot{p} = \dot{q} = \dot{r} = 0$ . Inoltre assumiamo l'assenza di rotazione su ogni asse  $p_0 = q_0 = r_0 = 0$ , e le ali saranno piatte in modo tale da avere  $\phi = 0$ . In ogni caso è necessario un certo angolo d'attacco per ottenere della portanza che contrasti il peso del velivolo (condizione necessaria per il volo), quindi  $\theta_0 \neq 0, W_0 \neq 0$ .

Si ottengono così le condizioni di volo di stato stazionario (Fig. 1.3):

$$\begin{aligned} U_0 &= V_{ref} \cos \theta_0 \\ V_0 &= 0 (\beta_0 = 0) \\ W_0 &= V_{ref} \sin \theta_0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

In questa situazione, le condizioni di *equilibrio* sono:

$$\begin{aligned} 0 &= X_0 - mg_0 \sin \theta_0 + \kappa T \cos \theta_0 \\ 0 &= Y_0 \\ 0 &= Z_0 + mg_0 \cos \theta_0 - \kappa T \sin \theta_0 \\ 0 &= L_0 = M_0 = n_0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Assumendo che valgano [Bryson 94]:

$$\begin{aligned} (v^2, w^2) &\ll u^2 \\ (\phi^2, \theta^2) &\ll 1 \\ (p^2, q^2, r^2) &\ll \frac{u^2}{b^2} \end{aligned} \quad (1.5)$$

dove  $b$  denota l'apertura alare, molti dei termini non lineari nelle eq. 1.1 e 1.2 possono essere trascurati. Poi sostituendo le condizioni di equilibrio 1.4 si ottiene un insieme di equazioni lineari perturbazionali dell'ottavo ordine che descrive *piccole deviazioni* dalle condizioni di volo rettilineo uniforme ad altezza costante. L'esperienza inoltre mostra che le forze e le coppie aerodinamiche, per frequenze di movimento piccole rispetto ad  $\frac{u}{b}$ , sono ben approssimate da queste funzioni lineari, fatta eccezione che  $M$  dovrebbe contenere un termine in  $\dot{w}$  per tener conto del *ritardo di deflessione* tra ali e coda e di alcuni effetti di massa addizionali.

Con queste assunzioni le equazioni si dividono in due insiemi lineari non accoppiati, uno per i moti *longitudinali* (1.6), l'altro per i moti *lateral* (1.7).

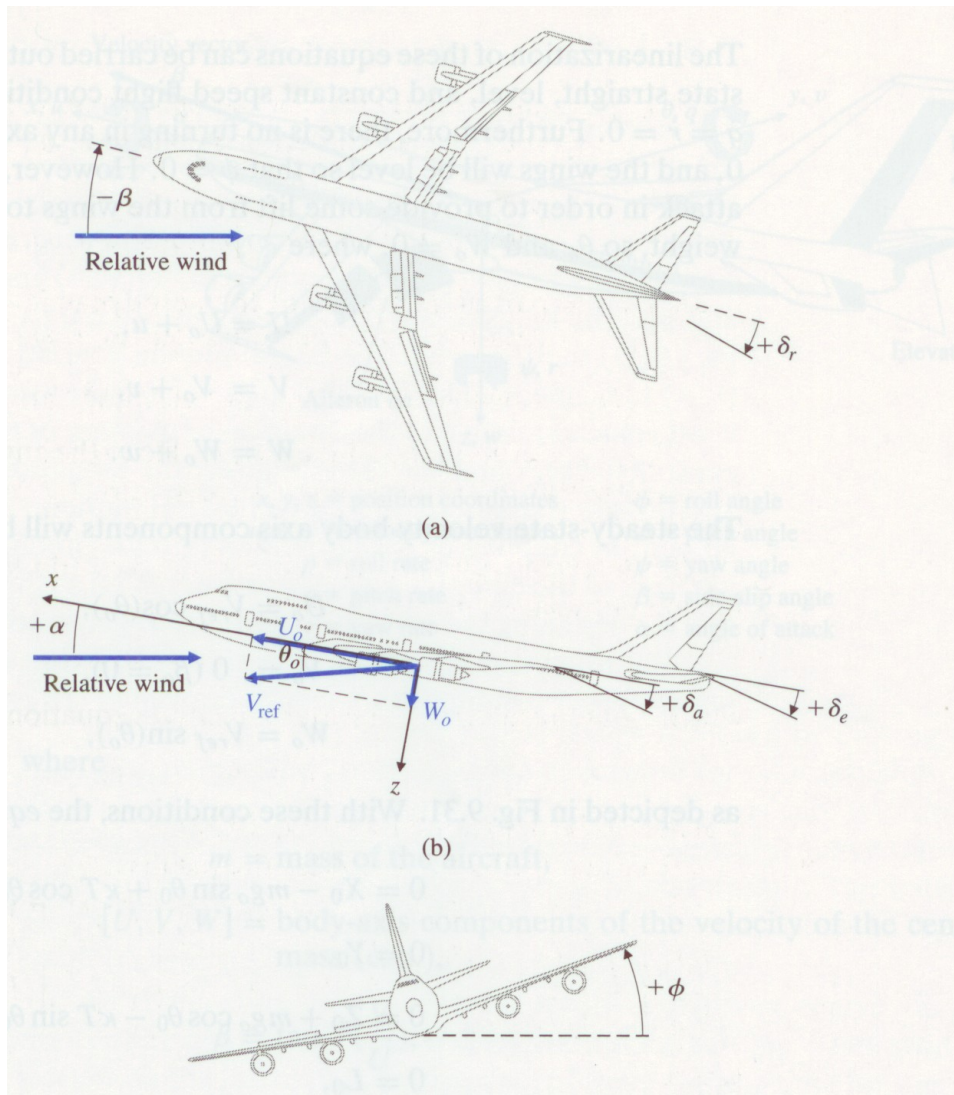


Figura 1.3: Condizioni di volo di stato stazionario

## 1.4 Moti longitudinali

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & -W_0 & -g_0 \cos \theta \\ Z_u & Z_w & U_0 & -g_0 \sin \theta \\ M_u & M_w & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} \\ Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (1.6)$$

dove:

- $u$  = perturbazione della velocità di avanzamento in direzione x,
- $w$  = perturbazione della velocità di avanzamento in direzione z,  
(proporzionale alla perturbazione dell'angolo di attacco,  $\alpha = \frac{w}{U_0}$ ),
- $q$  = velocità di beccheggio,
- $\theta$  = angolo di beccheggio rispetto al riferimento  $\theta_0$ ,
- $X_{u,w,\delta_e}$  = derivata parziale della forza aerodinamica in direzione x rispetto alle perturbazioni su  $u, w, \delta_e$ ,
- $Z_{u,w,\delta_e}$  = derivata parziale della forza aerodinamica in direzione z rispetto alle perturbazioni su  $u, w, \delta_e$ ,
- $M_{u,w,q,\delta_e}$  = derivata parziale del momento aerodinamico (beccheggio) rispetto alle perturbazioni su  $u, w, q, \delta_e$ ,
- $\delta_e$  = angolo dell'equilibratore (porzione mobile di coda) per il controllo di beccheggio,
- NB : X,Z e M sono derivate di stabilità e si identificano con la galleria del vento e con test di volo specifici.

Per il controllo (aumento di stabilità) dei moti longitudinali entra in gioco il cosiddetto **pilota automatico**.

## 1.5 Moti laterali

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & -U_0 & V_0 & g_0 \cos \theta_0 \\ N_v & N_r & N_p & 0 \\ L_v & L_r & L_p & 0 \\ 0 & \tan \theta_0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ p \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_r} & Y_{\delta_a} \\ N_{\delta_r} & N_{\delta_a} \\ L_{\delta_r} & L_{\delta_a} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_a \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

dove:

- $\beta$  = angolo di derapata laterale,  $\beta = \frac{v}{U_0}$ ,
- $r$  = velocità d'imbardamento
- $p$  = velocità di rollio
- $\phi$  = angolo di rollio
- $Y_{v,\delta_r,\delta_a}$  = derivata parziale della forza aerodinamica in direzione y rispetto alle perturbazioni  $\beta, \delta_r, \delta_a$ ,
- $N_{v,r,p,\delta_r,\delta_a}$  = derivate di stabilità del momento aerodinamico (imbardamento),
- $L_{v,r,p,\delta_r,\delta_a}$  = derivate di stabilità del momento aerodinamico (rollio),
- $\delta_r$  = deflessione del timone,
- $\delta_a$  = deflessione dell'alettone,

Come vedremo nel capitolo 3, per il controllo (aumento di stabilità) dei moti laterali si utilizza un sistema detto **smorzatore d'imbardamento**.



## Capitolo 2

# Progettare sistemi di controllo

L'ingegneria dell'automazione è al giorno d'oggi parte fondamentale della fase di progetto della maggior parte dei processi di sistemi dinamici. L'uso attento della retroazione può stabilizzare sistemi altrimenti instabili, ridurre l'errore dovuto a ingressi interferenti, ridurre l'errore d'inseguimento rispetto ad un riferimento e ridurre la sensibilità del sistema in catena chiusa alla dispersione dei parametri interni. In questi casi, in cui la retroazione è necessaria, è possibile delineare un approccio progettuale generico al design del controllore, che spesso porta ad una soluzione soddisfacente.

### 2.1 Linee guida

1. **Comprendere il processo e tradurre le performance dinamiche in specifiche di progetto nel tempo, in frequenza o sulle posizioni dei poli e degli zeri.**
2. **Scegliere tipo e numero di sensori, tenendo conto di posizione, tecnologia e rumore.**
3. **Scegliere tipo e numero di attuatori, tenendo conto di posizione, tecnologia, rumore e potenza.**
4. **Costruire un modello lineare del processo, dei sensori e degli attuatori.**
5. **Realizzare un semplice progetto di prova, basato sul design lead-lag; se è già sufficiente si salta al passo 8.**
6. **Valutare la possibilità di modificare anche il sistema da controllare in qualche suo dettaglio, per aumentarne la controllabilità.**

7. **Realizzare un progetto di prova basato su un design state-space con piazzamento dei poli.**
8. **Simulare il progetto, se le performance non sono soddisfacenti, ripetere dal passo 1.**
9. **Realizzare un prototipo e testarlo.**

Le linee guida sopra elencate rappresentano le fasi di progetto che seguirò anche nella progettazione del controllore richiesto dall'esercizio oggetto della tesina (Cap. 3). Purtroppo per ovvi motivi pratici non mi è stato possibile realizzare anche il passo 9 (implementazione di un prototipo).



## Capitolo 3

# Smorzatore d'imbardamento

**COMPITO:** Realizzare un controllore per le perturbazioni laterali subite da un Boeing 747 ( $m=282$  ton) che viaggia a 221 ft/sec (Mach 0.198) mentre sta atterrando a livello del mare.

### 3.1 Comprendere il processo e le specifiche sulle performance

I velivoli dotati di *ali a freccia* (ricurve verso la parte posteriore della fusoliera) presentano la tendenza naturale a modi di tipo oscillatorio leggermente smorzato, per quanto riguarda i moti laterali. Quest'ultimi sono così difficili da controllare per un pilota, che qualsiasi aereo commerciale è dotato di un sistema di controllo in retroazione tale da rendere il volo gestibile. I piloti vengono addirittura addestrati a discendere lentamente portandosi ad altezze e velocità ridotte nel caso in cui lo smorzatore d'imbardamento fallisse. Nel caso specifico richiesto, in cui la fase di volo è quella di atterraggio, otterremo un modello linearizzato con valori dei parametri leggermente diversi da quello per il volo stazionario, causati dalla maggiore presenza di forze verticali o di venti laterali. In ogni caso le funzioni che deve svolgere il controllore di imbardamento restano le stesse, e quindi anche le specifiche di progetto.

Il nostro obiettivo è quindi quello di realizzare un controllore in grado di smorzare le dinamiche naturali del velivolo, in modo da rendere la modalità di volo gradevole al pilota. Da ulteriori studi e simulazioni si è ottenuto che per rendere la manovrabilità confortevole è necessario ottenere specifiche sulla **frequenza naturale**  $\omega_n \lesssim 0.5$  (tempo di salita) e sul **coefficiente di smorzamento**  $\zeta \geq 0.5$  (sovraelongazione). Velivoli che non soddisfino queste specifiche sono considerati stancanti e difficili da governare. Così dovremo progettare un controllore che raggiunga queste specifiche sulle dinamiche laterali.

### 3.2 Scegliere i sensori

La misura più semplice da ottenere in merito al moto di un velivolo è la velocità angolare. Sarebbe possibile anche rilevare l'angolo di derapata laterale ( $\beta$ ), attraverso l'utilizzo di una *girandola* (strumento che si dispone secondo la direzione del vento), ma questa risulta essere rumorosa e poco affidabile.

I due valori angolari che prendono parte ai moti laterali sono la velocità di **rollio** e quella di **imbardamento**.

Da studi effettuati sul modo leggermente smorzato, si è ottenuto che questo riguarda principalmente l'imbardamento, perciò è una buona idea cominciare il progetto utilizzando un solo sensore dedicato ad esso, tralasciando il rollio.

Come sensore si è utilizzato, fino ai primi anni '80, un **giroscopio** classico con un piccolo rotore che girando veloce è in grado di trasmettere un valore di corrente proporzionale alla velocità d'imbardamento. Però questo meccanismo si è dimostrato costoso e inaffidabile, per causa delle parti rotanti, perciò col progredire della tecnologia si è preferito adottare il **giroscopio ad anello laser**: uno strumento nel quale due raggi laser attraversano un percorso chiuso in direzione opposta. Quando l'oggetto viene sottoposto a rotazione, la frequenza dei raggi varia, e da questa variazione è possibile ottenere la velocità angolare. Grazie all'assenza di parti rotanti risultano più compatti, economici ed affidabili.

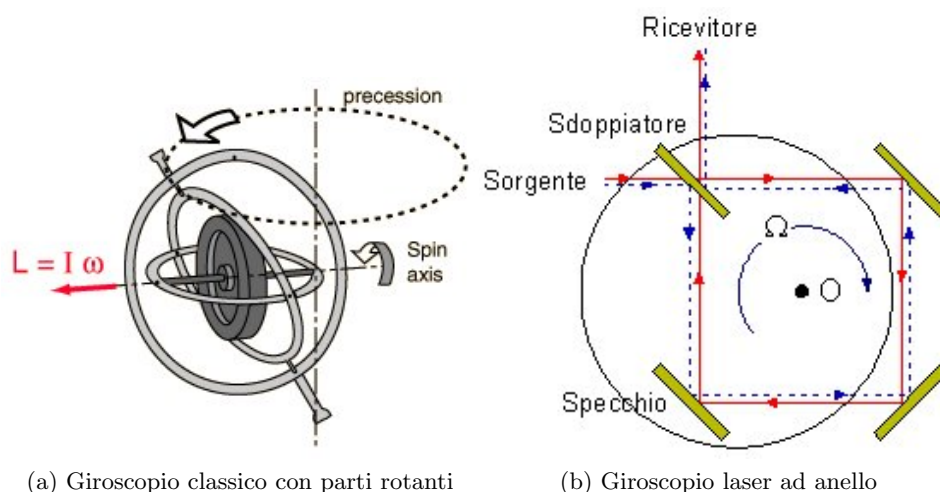


Figura 3.1: Principi di funzionamento delle due tipologie di giroscopio citate nel testo

### 3.3 Scegliere gli attuatori

Come ampiamente discusso nel capitolo 1, le superfici che influenzano principalmente i moti laterali sono il timone e gli alettoni (fig. 1.2). Conviene partire scegliendo un solo ingresso di controllo, per rendere il modello semplice; essendo l'imbardamento principalmente influenzato dal timone, utilizzeremo un solo attuatore che ne regoli l'inclinazione. Dipendentemente dalle dimensioni del velivolo e dall'applicazione specifica, si può affidarsi a 3 tipi di sistemi:

- assenza di attuatore, connessione diretta tramite cavi dalla cloche al timone. Questa soluzione può essere adottata solo in aerei molto piccoli, nei quali la forza del pilota risulta sufficiente;
- motori elettrici che azionano viti senza fine. Si possono utilizzare solo per movimenti lenti, non improvvisi e che richiedano poca potenza (come l'estensione dei flap d'atterraggio);
- strumenti idraulici. Questa è la soluzione più ampiamente utilizzata in velivoli di grosse dimensioni, infatti questo tipo di attuatori assicurano grandi forza e velocità, pur mantenendo il loro peso leggero.

Per quanto riguarda il timone di un Boeing 747, la scelta, per ovvi motivi, ricade sull'ultima categoria.

### 3.4 Realizzare un modello lineare

Analizziamo il caso di un Boeing 747 in fase di atterraggio, come descritto nella consegna all'inizio del capitolo. Da [Heffley 72], considerando il solo timone come attuatore (PASSO 3), si ottiene che le equazioni delle perturbazioni laterali sono:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0890 & -0.989 & 0.1478 & 0.1441 \\ 0.168 & -0.217 & -0.166 & 0 \\ -1.33 & 0.327 & -0.975 & 0 \\ 0 & 0.149 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ p \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0148 \\ -0.151 \\ 0.0636 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (3.1)$$

$$y = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ p \\ \phi \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

La funzione di trasferimento corrispondente si ottiene con il comando matlab `ss2tf` (passando come input la matrice degli stati restituisce la funzione di trasferimento):

$$G(s) = \frac{r(s)}{\delta r(s)} = \frac{-0.151(s + 1.05)(s + 0.0328 \pm 0.414j)}{(s + 1.109)(s + 0.0425)(s + 0.0646 \pm 0.731j)}. \quad (3.3)$$

Si nota quindi che il sistema presenta due poli reali stabili e una coppia di poli complessi coniugati. Il fatto che il guadagno alle basse frequenze ( $s \simeq 0$ ) sia negativo è dovuto semplicemente al fatto che una rotazione oraria (verso sinistra) del timone, comporta una rotazione antioraria (verso sinistra) della prua, da qui l'opposizione di segno.

Ad ognuno dei poli della funzione di trasferimento è dovuto un modo naturale diverso, la combinazione dei tre modi risultanti ci fornisce il *moto naturale complessivo*. Analizzando gli autovalori uno a uno:

- **Rollio puro:** è dato dall'autovalore reale con modulo maggiore ( $s = -0.563$ ). Da fig. 3.2, si nota che il modo si spegne rapidamente, infatti è una soluzione esponenziale interessata da elevato smorzamento.

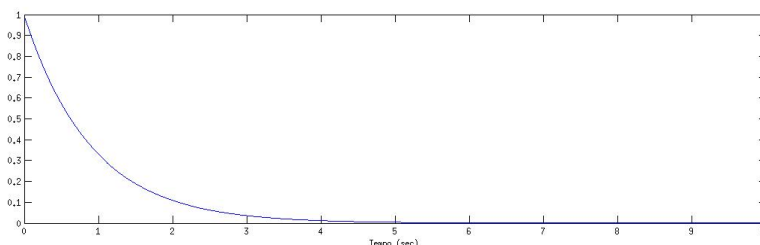


Figura 3.2: Moto di puro rollio

- **A spirale puro:** è dato dall'autovalore reale con modulo minore ( $s = 0.0073$ ). Da fig. 3.3, si nota che lo smorzamento di questo esponenziale è di gran lunga inferiore al precedente, ne consegue una durata temporale maggiore.

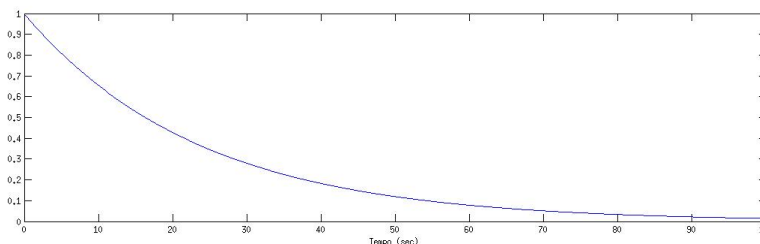


Figura 3.3: Moto a spirale puro

- **Dutch roll puro:** è dato dalla coppia di autovalori complessi. Il nome deriva dalle movenze di un pattinatore nei canali ghiacciati dell'Olanda. Da fig. 3.4, si nota che il moto risultante è oscillatorio leggermente smorzato.

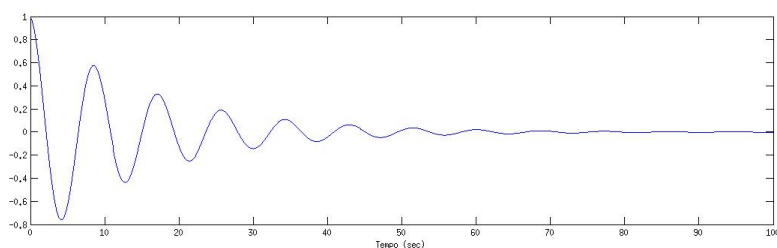


Figura 3.4: Moto di dutch roll puro

Nel moto naturale complessivo quindi, le componenti date dai 2 modi esponenziali sono stabili e non disturbano il comfort di pilotaggio; al contrario le oscillazioni date dal *dutch roll* solo quelle fastidiose e indesiderate. Infatti ricordando che  $s = \sigma \pm j\omega$ , si ricavano pulsazione naturale ( $\omega_n$ ) e fattore di smorzamento ( $\zeta$ ) dalle relazioni seguenti:

$$\begin{cases} \sigma = \zeta\omega_n \\ \omega = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}. \end{cases}$$

La condizione sulla pulsazione naturale ( $\omega_n \lesssim 0.5$ ) risulterebbe accettabile, infatti si trova  $\omega_n \simeq 0.7338$ ; mentre il valore  $\zeta = 0.0880$  non è valido per la specifica  $\zeta \geq 0.5$ . Ne consegue che l'obiettivo fondamentale di questo controllore sarà quello di *aumentare il fattore di smorzamento* e, secondariamente, si può pensare di *ridurre la pulsazione naturale*.

### 3.5 Tentare un design lead-lag

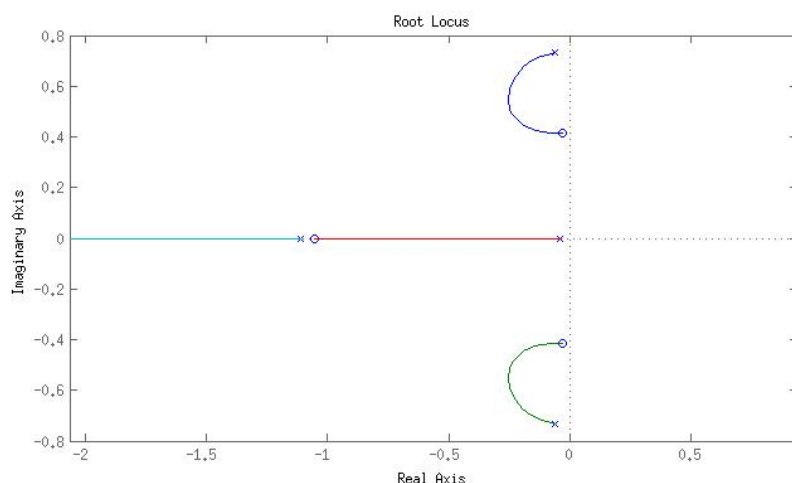


Figura 3.5: Luogo delle radici con retroazione proporzionale

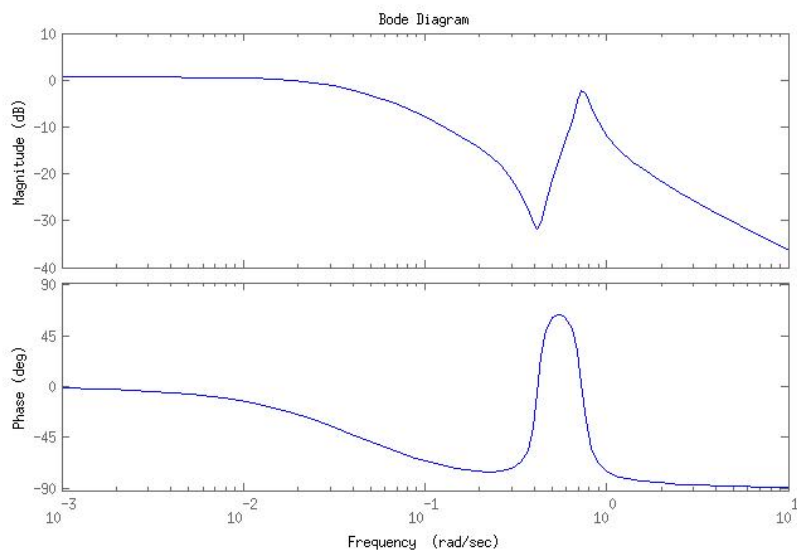


Figura 3.6: Diagrammi di Bode della risposta in frequenza con retroazione proporzionale

Come punto di partenza introduciamo una retroazione proporzionale alla velocità d'imbardamento, tramite la costante  $K$  (caratteristica del sensore). La fig. 3.5 rappresenta il luogo delle radici per  $1 + KG(s)$ , mentre in fig. 3.6 troviamo i diagrammi di Bode della risposta in frequenza. Dalle figure si evince che, con la configurazione di retroazione proporzionale è possibile raggiungere un coefficiente di smorzamento  $\zeta_{max} \simeq 0.437$ , con  $\omega_n \simeq 0.557$  e ad un guadagno di circa 6.38.

Nella speranza di avvicinarsi ancor più alle specifiche, si possono effettuare diversi tentativi tramite lo strumento matlab *SISOTool*, il quale ci consente di posizionare e poi spostare poli e zeri del compensatore.

Cominciando con una rete di tipo **lead** (valore del polo maggiore di quello dello zero). Con la rete di equazione

$$C(s) = \frac{1 + s}{1 + 0.1s}$$

si ottiene il luogo di fig. 3.7. Purtroppo il risultato ottenuto è esattamente l'opposto di quello sperato, infatti sebbene sia possibile ottenere  $\omega_n \leq 0.5$  per un certo valore del guadagno, l'effetto del compensatore è stato quello di ridurre il coefficiente di smorzamento, specifica che era invece desiderabile aumentare.

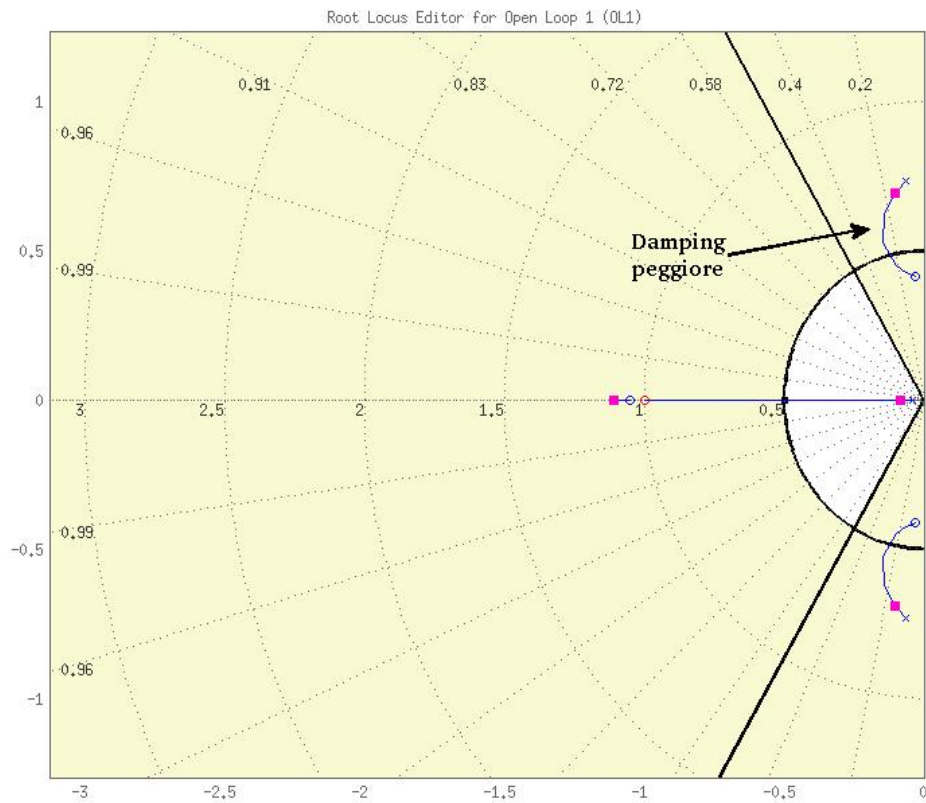


Figura 3.7: Luogo delle radici con l'aggiunta del controllore di tipo lead

Allontanando poi, rispetto all'origine, lo zero che abbiamo aggiunto, si nota come il coefficiente di smorzamento massimo riprenda ad aumentare, fino a tornare alla situazione di partenza, una volta raggiunta la sovrapposizione di zero e polo. In fig. 3.8 osserviamo una situazione intermedia:

$$C(s) = \frac{1 + 0.2s}{1 + 0.1s}$$

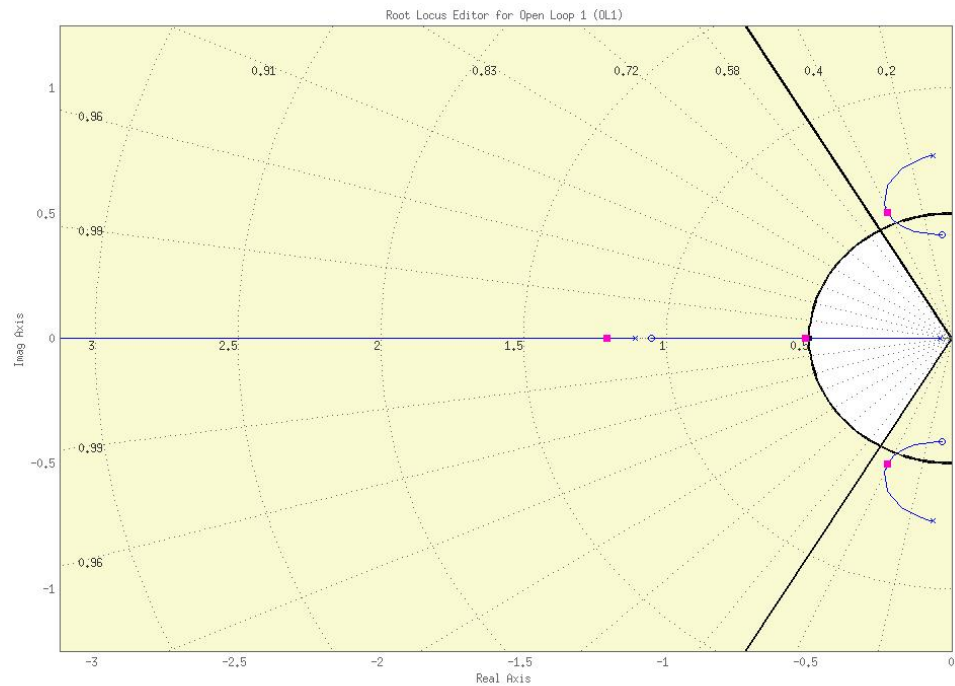


Figura 3.8: Luogo delle radici con l'aggiunta del controllore di tipo lead con zero più veloce

D'altro canto, anche la strategia di avvicinare il polo del compensatore all'origine si rivela essere utile ai nostri scopi, sebbene l'effetto sul coefficiente di smorzamento sia inferiore. In fig. 3.9 è riportata una situazione intermedia

$$C(s) = \frac{1 + s}{1 + 0.2s},$$

nella quale si nota un leggero aumento del coefficiente di smorzamento massimo.



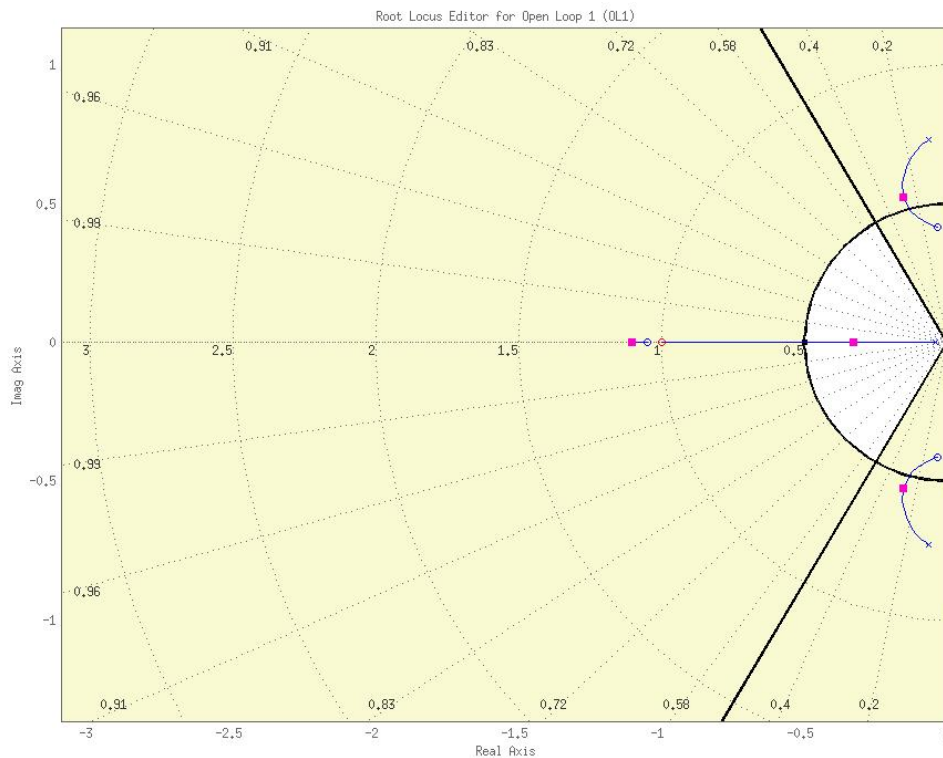


Figura 3.9: Luogo delle radici con l'aggiunta del controllore di tipo lead con polo più lento

Una volta effettuate le prove di cui sopra, si può concludere che per questo sistema sarà necessaria l'introduzione di un compensatore di tipo lag (valore dello zero maggiore di quello del polo). Sfruttando nuovamente *SISO-tool* per qualche altro tentativo, si trova che un compensatore soddisfacente i nostri scopi ha funzione di trasferimento:

$$C(s) = \frac{s + 20}{s + 2}.$$

Inserendo il nuovo blocco nella catena, il luogo delle radici viene modificato come visibile in fig. 3.10, dove sono anche evidenziate le specifiche sul tasso di smorzamento e sulla pulsazione naturale. Si vede che le richieste possono essere agevolmente rispettate utilizzando un guadagno che si aggira attorno al valore 6.71. In fig. 3.11 è riportata anche la risposta in frequenza del sistema controllato.

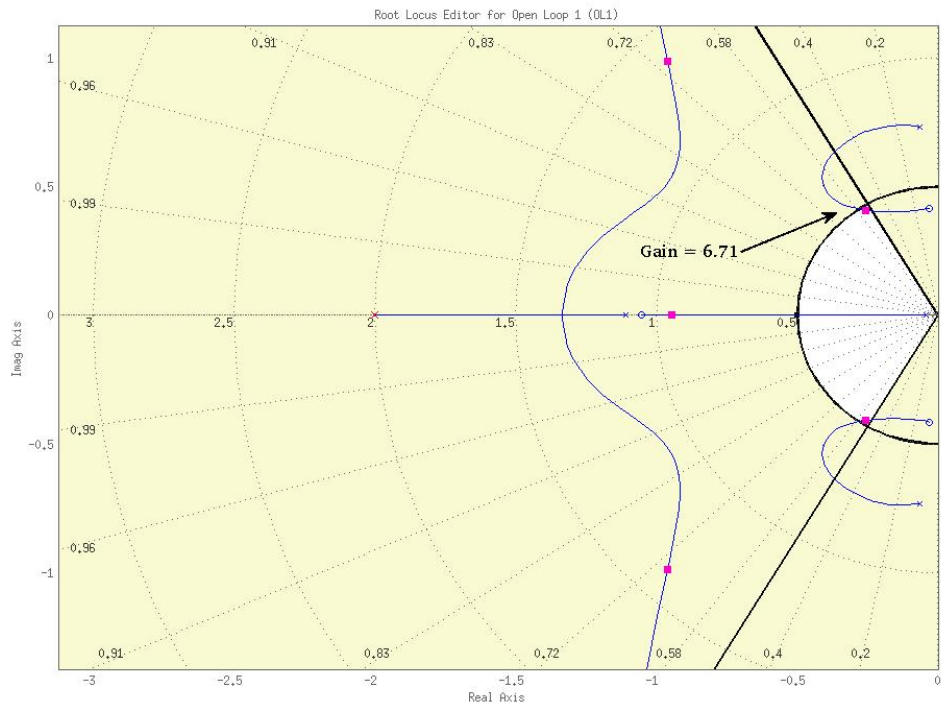


Figura 3.10: Luogo delle radici con l'aggiunta del controllore di tipo lag

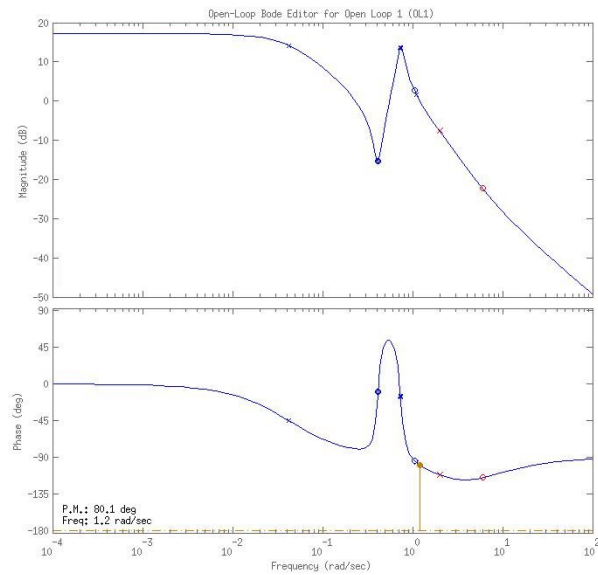


Figura 3.11: Diagrammi di Bode della risposta in frequenza con l'aggiunta del controllore di tipo lag

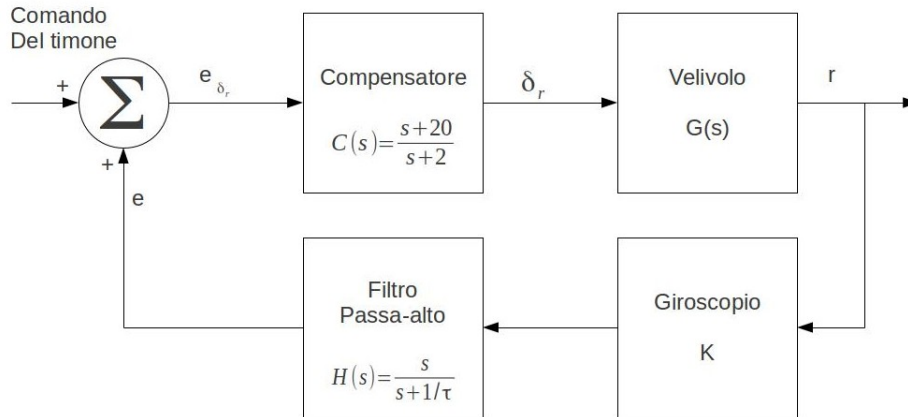


Figura 3.12: Diagramma a blocchi funzionale

Notiamo che il miglioramento delle prestazioni della risposta si paga con un aumento del guadagno richiesto. Questo è il trade-off più problematico del design lead-lag per questo compensatore, infatti la presenza di un guadagno elevato è molto scomoda per quanto riguarda la condizione di curva costante. Quando la velocità d'imbardamento è costante, la retroazione produce un ingresso al timone in direzione opposta alla velocità stessa, così per procedere nella curva, il pilota è costretto a contrastare la retroazione con un comando molto più intenso che nel caso ad anello aperto.

Per tentare di risolvere questo problema esiste la possibilità di introdurre un *filtro passa-alto*:

$$H(s) = \frac{s}{s + 1/\tau}$$

nell'anello di retroazione, così il feedback al di sotto della frequenza di taglio  $1/\tau$  non viene passato dal sistema, azzerandolo in tal modo nel caso stazionario. In fig. 3.12 troviamo una possibile configurazione del sistema totale. Questa soluzione purtroppo però di paga ancora una volta con una riduzione del coefficiente di smorzamento, quindi il setup finale dipenderà della figura di merito preponderante.

Procediamo ora con i passi di progetto del controllore, nella speranza di ottenere un risultato ancora migliore con un altro tipo di design.

### 3.6 Modificare il sistema originale

Per questo specifico caso, il sistema da controllare risulta difficilmente modificabile od ottimizzabile, infatti solitamente la forma del velivolo è già stata perfezionata per il volo prima del momento in cui subentra la fase di progetto dello smorzatore d'imbardamento. In ogni caso un'utile modifica

alla fusoliera sarebbe quella di ritrarre le ali per ridurre la sensibilità alle perturbazioni laterali. In realtà la forma delle ali è già un compromesso tra questa esigenza è quella di ottenere la minima resistenza al flusso d'aria, così da ridurre l'attrito viscoso; la modifica costerebbe una pesante penalità in merito all'ultima figura di merito citata.

### 3.7 Tentare un design state-space

La tecnica di design moderno state-space consiste sostanzialmente nell'assegnare posizioni ottimali ai poli del sistema controllato, in modo tale da ottenere la specifiche richieste (quali tempo di salità, overshoot massimo, ecc.). Per fare ciò si parte, secondo l'approccio grafico, dalla rappresentazione del *luogo delle radici simmetrico* (SRL, Symmetric Root Locus), cioè il luogo delle radici per  $1 + \rho G(s)G(-s) = 0$ . Sfruttando il comando matlab `rlocus`, si ottiene lo SRL di fig. 3.13:

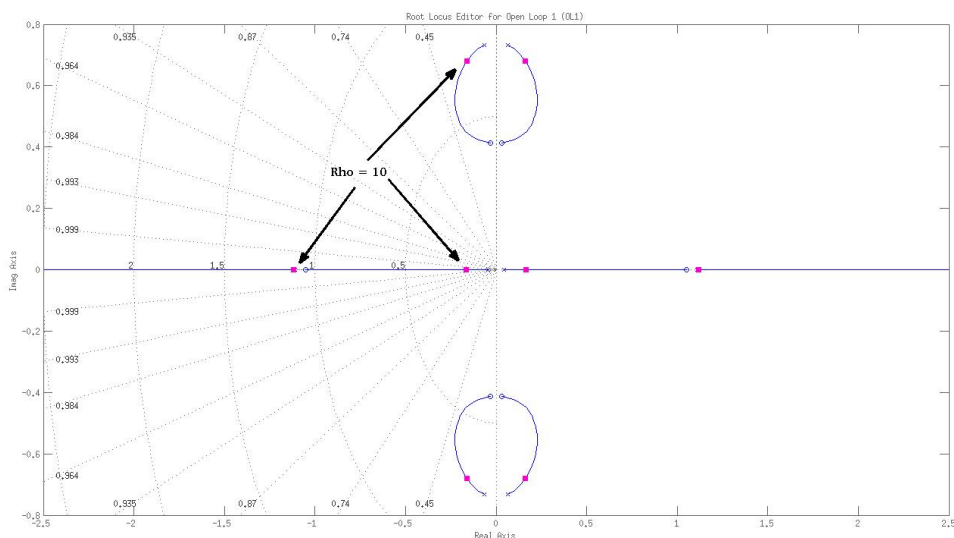


Figura 3.13: SRL per le dinamiche laterali del sistema da controllare

In figura è anche stato evidenziato il piazzamento dei poli prescelto: tali posizioni corrispondono ad una scelta del coefficiente  $\rho = 10$ ; esso funge contemporaneamente da parametro di guadagno per l'SRL e da peso per l'errore d'inseguimento.  $\rho$  rappresenta infatti il trade-off tra velocità di risposta e intensità di sforzo necessaria per il controllo, la legge che lo governa si può vedere in fig. 3.14. Il valore di  $\rho$  in generale non si deve mai discostare troppo dal ginocchio ( $\rho = 1$ ), però per questo utilizzo specifico si preferisce favorire la velocità di risposta del sistema, necessaria considerate le dimensioni del mezzo, penalizzando lo sforzo di controllo, penalità che può essere ammortizzata montando attuatori idraulici più potenti. Quindi procedo scegliendo

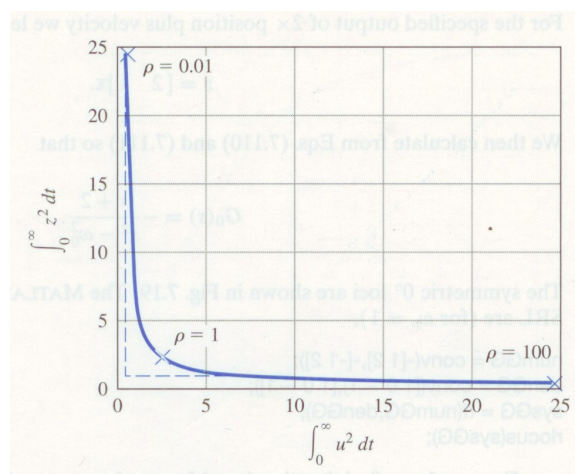


Figura 3.14: Curva di trade-off tra velocità di risposta e intensità dello sforzo di controllo, al variare di  $\rho$

di piazzare i poli in catena chiusa secondo la:

$$\alpha_c = (s + 1.12)(s + 0.165)(s + 0.162 \pm j0.681)$$

Dal piazzamento si ricava poi facilmente il vettore dei guadagni di retroazione del controllore, utilizzando il comando matlab *place*:

$$K = [0.0308 \quad -2.122 \quad 0.112 \quad -0.034].$$

Si procede poi scegliendo il piazzamento dei poli dello **stimatore**; è buona norma scegliere i poli tra 2 e 6 volte più veloci di quelli del controllore per assicurare un decadimento degli errori di stima più veloce, una buona risposta al transitorio e una piccola banda (così da non modificare le dinamiche dell'attuatore). Tramite simulazioni matlab si trova che una buona scelta impone i poli dello stimatore 5 volte più veloci di quelli del controllore, e quindi prendiamo:

$$\alpha_e(s) = (s + 5.58)(s + 0.825)(s + 0.812 \pm j3.4)$$

Dal piazzamento si ricava poi facilmente il vettore dei guadagni dello stimatore, utilizzando il comando matlab *place*:

$$L = [154 \quad 6.75 \quad 39.53 \quad 973.98]^T.$$

Arrivati a questo punto il design è sostanzialmente completo, infatti è sufficiente ricavare la **funzione di trasferimento** del compensatore sfruttando il *principio di separazione*, secondo il quale basta realizzare l'unione tra poli del controllore e poli dello stimatore, ottenendo la relazione:

$$D_c(s) = \frac{U(s)}{Y(s)} = -K(sI - F + GK + LH)^{-1}L,$$

dove:

$$\begin{aligned}
 K &= \text{vettore dei guadagni del controllore} \\
 L &= \text{vettore dei guadagni dello stimatore} \\
 F, G, H &= \text{matrici date dalla descrizione state-space} \\
 &\begin{cases} \dot{x} = Fx + Gu \\ y = Hx + Ju. \end{cases}
 \end{aligned}$$

La suddetta funzione di trasferimento risulta essere:

$$\begin{aligned}
 D_c(s) &= \frac{-38.25s^3 - 111.5s^2 - 215.1s - 136}{s^4 + 8.36s^3 + 24.02s^2 + 78.17s + 53.80} \\
 &= \frac{-38.247(s + 0.94479)(s + 0.9851 \pm j1.6713)}{(s + 6.2987)(s + 0.85187)(s + 0.60319 \pm j3.1086)}.
 \end{aligned}$$

Una volta identificato il compensatore con il design state-space rimane solamente da verificarlo con i test (Par. 3.8) e da valutare le caratteristiche di stabilità e di qualità della risposta del sistema controllato (Cap. 4).

### 3.8 Verificare il design

I modelli lineari del moto dei velivoli sono sufficientemente accurati finché le dinamiche sono abbastanza piccole da non causare la saturazione degli attuatori e delle superfici aerodinamiche. All'atto pratico questi modelli risultano accettabili perché gli attuatori sono sovradimensionati per ragioni di sicurezza, in modo tale da poter gestire transienti enormi, quindi la saturazione avviene in casi molto rari. Da ciò si deduce che l'analisi lineare si può assumere come ragionevolmente accurata e non procederemo in ulteriori simulazioni non-lineari. In ogni caso, i costruttori di velivoli sono tenuti a svolgere esaurienti simulazioni non-lineari e test di volo sotto tutte le possibili condizioni prima di poter ottenere le certificazioni degli enti preposti (es: FAA=Federal Aviation Administration) per il trasporto passeggeri.

### 3.9 Osservazioni

Vale la pena osservare la presenza di un fenomeno che non è stato preso in considerazione durante il processo di design del compensatore. Prestando attenzione alla fig. 3.6, si nota la presenza di un picco di risonanza nella fase, attorno alla pulsazione  $\omega = 0.8 \text{ rad/sec}$ . Questo fenomeno potrebbe essere negativo per quanto riguarda la controllabilità del sistema, infatti da quanto emerge dai grafici c'è il rischio di ottenere un comportamento risonante in caso di ingressi con pulsazione caratteristica attorno a quel valore; situazione altamente indesiderabile perché porterebbe il sistema ad esplodere verso l'instabilità.

D'altro canto questo picco non è stato preso in considerazione durante le fasi di progetto perché molto spesso nei diagrammi di Bode rileviamo oscillazioni non dovute alle caratteristiche del sistema originale, ma semplicemente alla sua linearizzazione. Perciò per poter gestire il fenomeno in questione sono necessarie una serie di accurate simulazioni non lineari sul sistema di partenza, così da poter capire se effettivamente il picco riguarda le dinamiche naturali oppure sia solo un'amplificazione mendace dovuta alla linearizzazione. In questo ambito perciò non ci occuperemo del suddetto fenomeno.





# Capitolo 4

## Conclusioni

Una volta concluso il processo di design del controllore, è interessante analizzarne le performance e le caratteristiche funzionali e di qualità della risposta del sistema controllato.

### 4.1 Lead-lag vs State-space

In fig. 4.1 troviamo il grafico della risposta del sistema in catena chiusa ad una condizione iniziale di  $\beta_0 = 1^\circ$ . Sebbene in risultato non raggiunga le specifiche iniziali, si vede un deciso miglioramento della risposta grazie all'introduzione del feedback proporzionale. Il comportamento oscillatorio del transiente diminuisce ancora notevolmente grazie all'introduzione del compensatore di tipo lead-lag, quest'ultimo presenta il tempo di assestamento minore tra le varie risposte, infatti ci permette di raggiungere i valori più alti del coefficiente di smorzamento, però si nota una notevole sovranelongazione.

L'introduzione del compensatore SRL, riduce ancor più l'intensità dell'oscillazione nel transitorio: ciò porta ad una risposta di qualità maggiore, ma per questo miglioramento si paga un conto salato. Infatti il grado del controllore è passato da 1 (più l'eventuale passa-alto) per lo smorzatore lead-lag, a 4 (più l'eventuale passa-alto) per il design SRL.

Si giunge così ad un compromesso tra qualità della risposta e complessità del sistema. Nella maggior parte dei velivoli moderni si sceglie di applicare il compensatore meno complesso (lead-lag) o addirittura di mantenere semplicemente la retroazione proporzionale con l'aggiunta del filtro passa-alto, perché il miglioramento di prestazioni viene giudicato insufficiente per giustificare l'aumento della complessità del sistema di controllo. Peraltro, l'aumento della complessità comporta anche una inevitabile riduzione dell'affidabilità del sistema, la quale, in strumenti che devono operare in quota, risulta essere una figura di merito fondamentale.

Una strategia di progetto fruttuosa potrebbe essere quella di aggiungere un attuatore sulla superficie degli alettoni che venga controllato in colla-

borazione con il timone, rendendo ancora più fine la compensazione delle perturbazioni laterali.

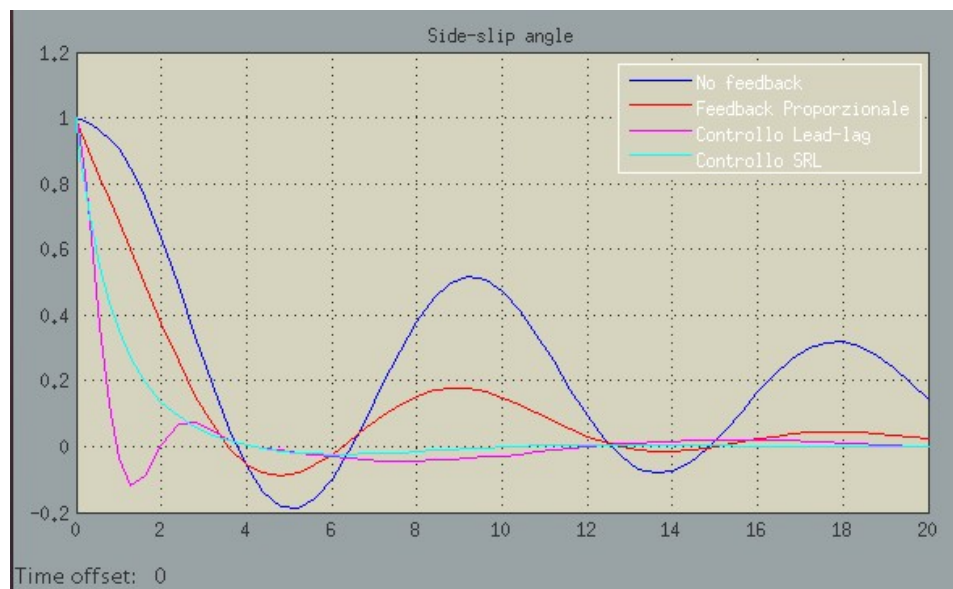


Figura 4.1: Risposta alle condizioni iniali senza retroazione, con retroazione proporzionale all'angolo d'imbardamento, con smorzatore d'imbardamento lead-lag e con compensatore SRL; per  $\beta_0 = 1^\circ$

## 4.2 Proprietà di robustezza

Dai grafici sul luogo delle radici del sistema controllato (fig. 4.2-4.3), notiamo che si riesce ad ottenere un coefficiente di smorzamento massimo  $\zeta = 4.25$ , leggermente sotto le specifiche, mentre la pulsazione naturale resta ampiamente sotto il vincolo  $\omega_n \lesssim 0.5$  per qualsiasi possibile valore del guadagno. Ovviamente il sistema risulta stabile, infatti lo era anche prima del controllo.

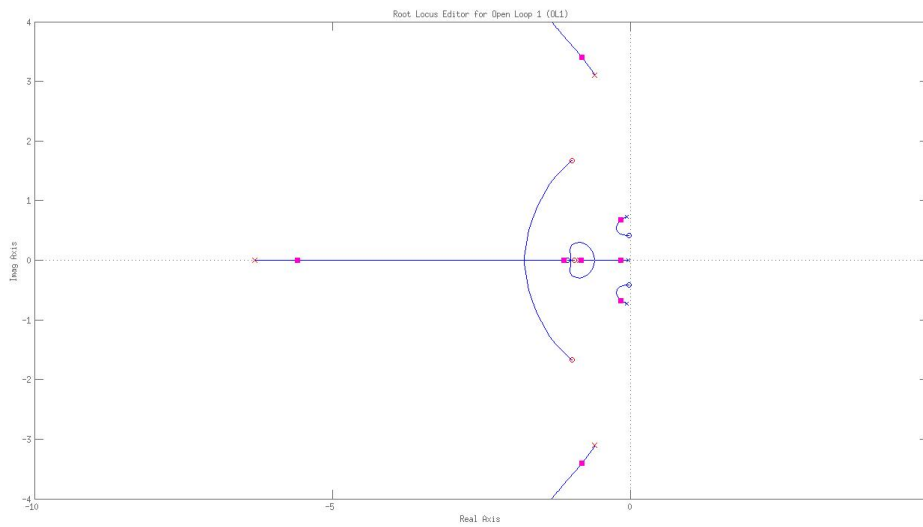


Figura 4.2: Luogo delle radici del sistema controllato con compensatore SRL

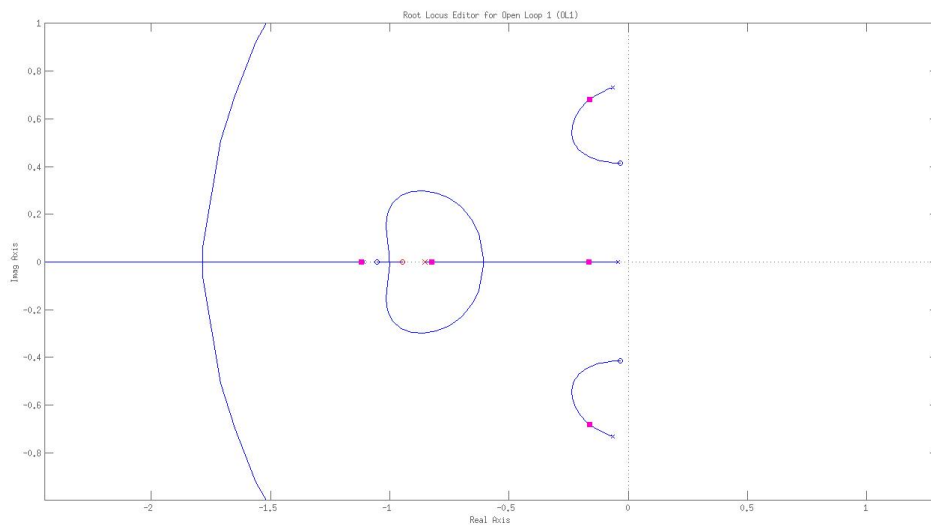


Figura 4.3: Luogo delle radici del sistema controllato con compensatore SRL: dettaglio

Dai diagrammi di Bode della risposta in frequenza (fig. 4.5), notiamo invece che il sistema così controllato ha buone caratteristiche di robustezza. Sfruttando i diagrammi a blocchi realizzati con lo strumento matlab *Simulink* per ottenere i grafici delle risposte di fig. 4.1, è possibile svolgere anche un'interessante analisi simulativa sulla **robustezza** del sistema controllato, intesa come capacità effettiva di resistere alle perturbazioni.

### 4.2.1 Margine di guadagno

Per quanto riguarda il **margin** di guadagno: la fase tende asintoticamente a  $-180^\circ$  ma rimane sopra questo valore per qualsiasi  $\omega$ , quindi si potrebbe intendere il suddetto margine come localizzato a frequenza che tende a  $\infty$ , dove peraltro anch'esso risulta tendente ad  $\infty$ ; questo comporta ottime proprietà di robustezza rispetto alle variazioni del guadagno.

Dalle simulazioni effettuate con *Simulink*, si ottiene un'ulteriore riconferma di questa proprietà, infatti si nota che l'introduzione di una perturbazione del guadagno addirittura appiattisce la risposta, come visibile in fig. 4.4.

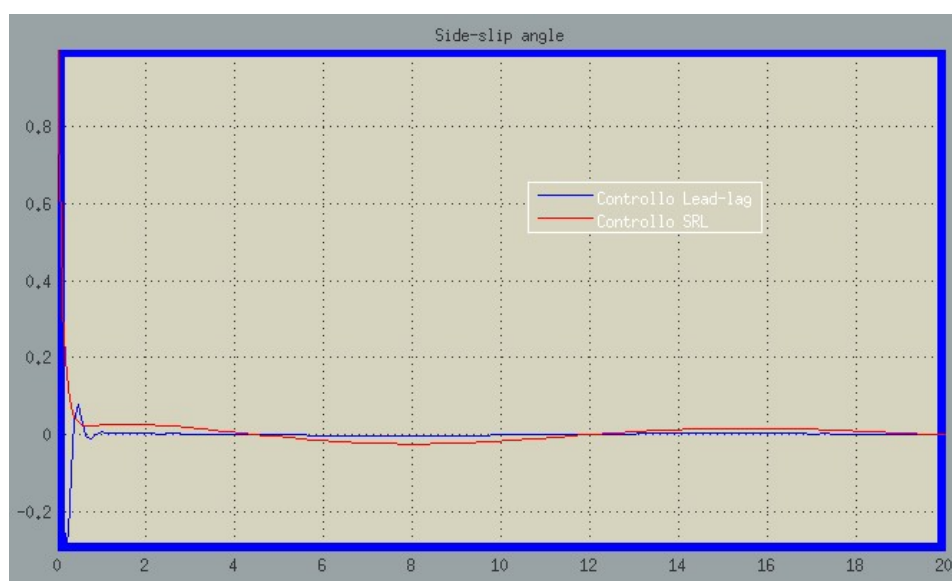


Figura 4.4: Risposta alle condizioni iniziali con compensatore lead-lag e con compensatore SRL; per  $\beta_0 = 1^\circ$ , Guadagno perturbante = 10

### 4.2.2 Margine di fase

Per quanto riguarda il **margin** di fase: in figura 4.5 si vede che esso ha un valore decisamente elevato ( $115^\circ$ ), ciò comporta una risposta con sovralongazione molto piccola (come peraltro si evince da fig. 4.1) e quindi un sistema lontano dall'instabilità. Un elevato margine di fase comporta anche ottima robustezza ad eventuali ritardi.

Le osservazioni precedenti sono verificate da *Simulink*, infatti provando ad introdurre ritardi di diversa entità nel sistema controllo con compensatore lead-lag e in quello controllato con compensatore SRL si ottiene che il sistema del primo tipo è molto più sensibile a questo tipo di perturbazione e raggiunge l'instabilità con un ritardo di appena 0.5 secondi (fig. 4.6). Al contrario, il sistema controllato SRL (che presenta sovralongazione di

molto inferiore) riesce a mantenere la stabilità e una risposta con caratteristiche accettabili - seppure con oscillazioni decisamente più marcate - anche se sottoposto a ritardi attorno ai 2 secondi (fig. 4.7).

In tal proposito, è interessante notare come i margini di fase del sistema originale e di quello controllato con metodologia lead-lag risultino simili, attorno agli  $80^\circ$ , mentre quello del sistema controllato SRL sia sensibilmente più elevato. Questa osservazione è ancora una volta confermata dal grafico delle risposte (fig. 4.1), dove appunto si nota la notevole riduzione della sovraelongazione.

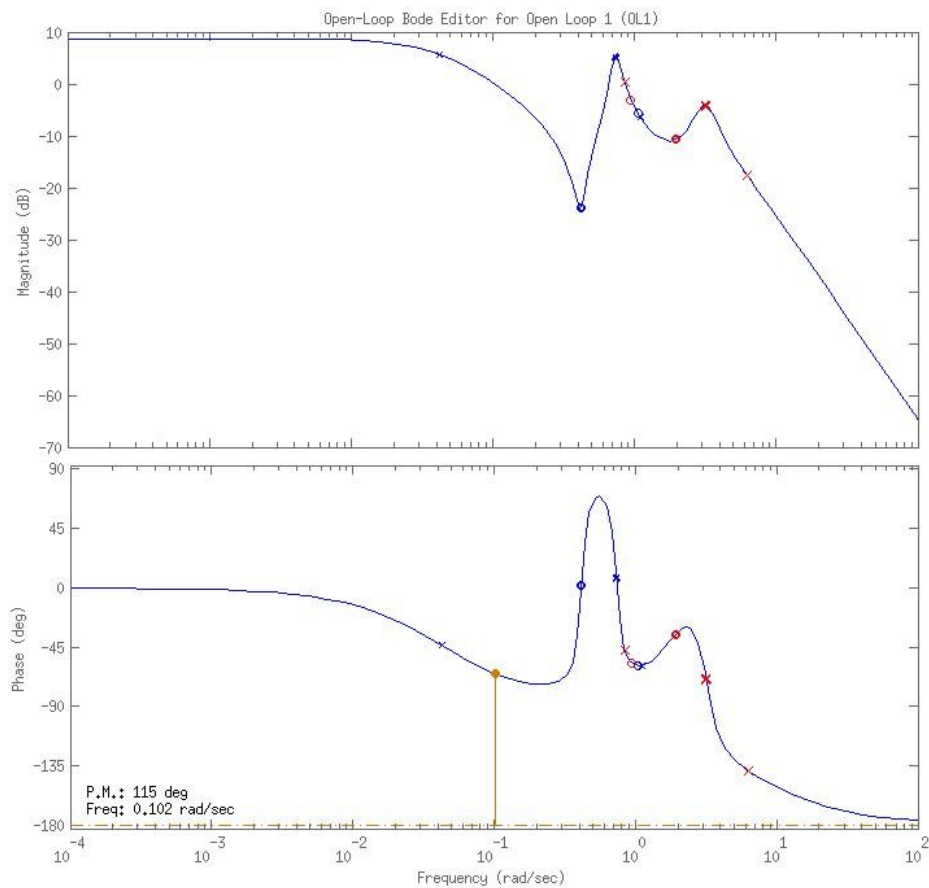


Figura 4.5: Diagrammi di Bode della risposta in frequenza del sistema controllato con compensatore SRL

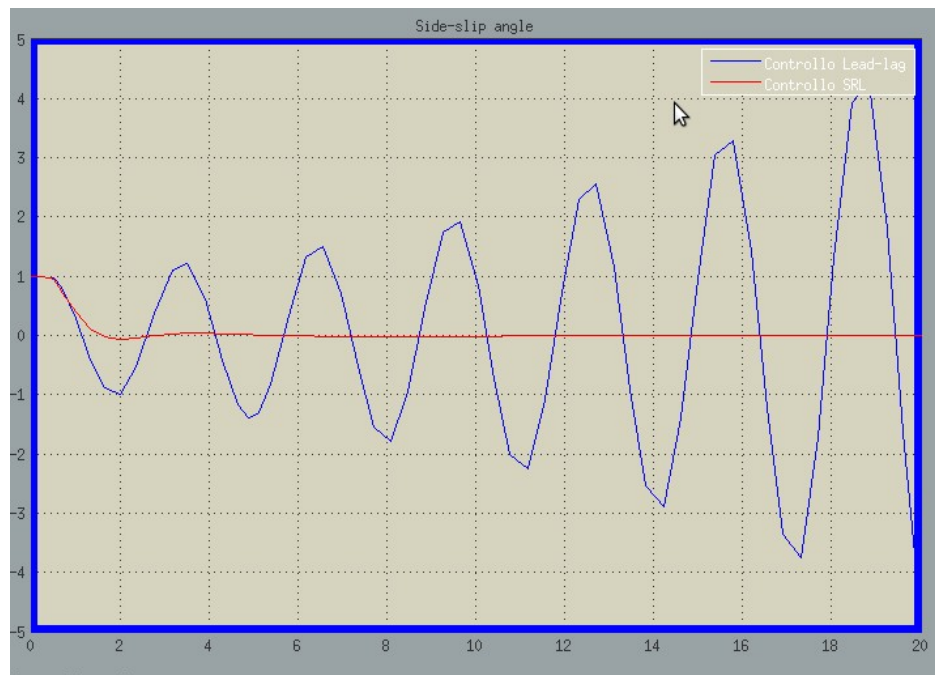


Figura 4.6: Risposta alle condizioni iniziali con compensatore lead-lag e con compensatore SRL; per  $\beta_0 = 1^\circ$ , Ritardo= 0.5 secondi

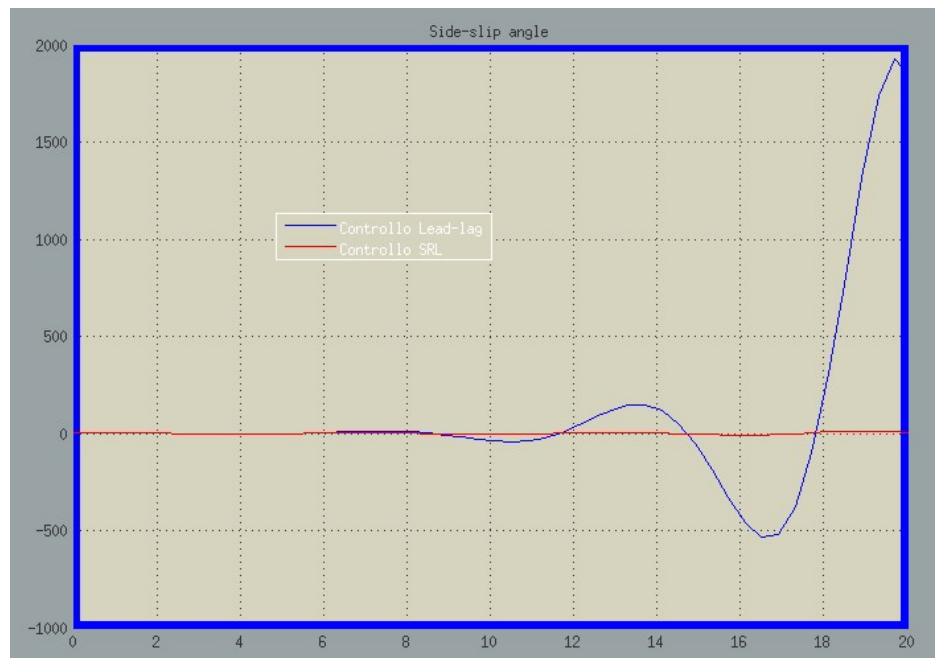


Figura 4.7: Risposta alle condizioni iniziali con compensatore lead-lag e con compensatore SRL; per  $\beta_0 = 1^\circ$ , Ritardo= 2 secondi

Il controllore realizzato con design SRL risulta perciò, oltre che più preciso nel controllo della risposta, anche molto più affidabile in caso di variazioni parametriche o di perturbazioni e dinamiche di volo inaspettate, caratteristica da non sottovalutare soprattutto per l'ambito specifico di applicabilità di questo controllore: infatti l'utilizzo che se ne fa è in *condizioni critiche* (in volo) dove la necessità di essere *fault-free* anche in situazioni inaspettate è stringente.

### 4.3 Applicabilità del controllore

Una volta concluso il progetto del controllore, è interessante indagare lo spettro di applicabilità del sistema realizzato. Da ulteriori esempi e simulazioni reperibili in [Franklin 02] e [Heffley 72], si scopre che il controllore realizzato con questa metodologia è utilizzabile per compensare le dinamiche laterali del velivolo in varie e differenti condizioni di volo, non solo in fase di atterraggio; infatti il lavoro che esso deve svolgere è sempre molto simile.

Questa osservazione risulta molto utile in fase di realizzazione del velivolo, infatti la possibilità di realizzare un unico sistema di controllo capace di gestire le diverse dinamiche attraverso la stessa cornice operativa comporta notevole risparmio di denaro e complessità.





# Bibliografia

- [Franklin 02] Gene F. Franklin, J.David Powell, Abbas Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Prentice Hall International Education, 2002.
- [Bryson 94] Arthur E. Bryson, Jr. *Control of Spacecraft and Aircraft*. Princeton University Press, 1994.
- [McRuer 73] Duane McRuer, Irving Ashkenas and Dunstan Graham. *Aircraft Dynamics and Automatic Control*. Princeton University Press, 1973.
- [Heffley 72] Robert K. Heffley and Wayne F. Jewell. *Aircraft Handling Qualities Data*. National Aeronautics and Space Administration CR-2144, 1972.