

### Università degli Studi di Padova

### Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Corso di Laurea in Ingegneria dell'Informazione

Tesi di Laurea Triennale

### Controllo del sistema di sospensioni di un monster truck

Candidato Emanuele Vitetta 1217634

*Relatore* Prof.ssa Maria Elena Valcher

> Anno Accademico 2021/2022 20 Luglio 2022

Dedico questa tesi a tutta la mia famiglia che si rivela sempre il mio primo supporto, ai miei nonni, a quegli amici che da sempre credono in me

## Indice

In	troduzione	1
1	Modello	5
	1.1 Equazioni fisiche del modello	. 6
	1.2 Condizioni di equilibrio	. 7
	1.3 Modello lineare	. 8
	1.4 Parametri numerici del modello analizzato	. 9
	1.5 Funzioni di trasferimento	. 10
<b>2</b>	Controllo in retroazione	11
3	Progetto del controllore $C_1(s)$	15
<b>4</b>	Sintesi del controllore $C_2(s)$	19
	4.1 Specifiche relative alla risposta al gradino	. 19
	4.2 Specifiche sul disturbo	. 21
	4.3 Specifiche relative al rumore di misura	. 22
	4.4 Sintesi finale di $C_2(s)$	. 24
<b>5</b>	Conclusioni	27
Bibliografia		28

### Introduzione

I monster truck [1] sono veicoli particolari e di grandi dimensioni che sono contraddistinti da una serie di elementi caratteristici: sospensioni con una escursione notevole (e tali da mantenerli ad una elevata altezza dal suolo), quattro ruote sterzanti e pneumatici imponenti (dal diametro di quasi 2 metri). I primi modelli costruiti nascono dalla modifica di SUV già esistenti. Al giorno d'oggi, invece, vengono realizzati partendo da zero con un telaio tubolare in metallo ed una carrozzeria usualmente di fibra di vetro (per alleggerire il peso ed essere più facilmente rimovibile e/o sostituibile).

I monster truck si sviluppano alla fine degli anni '70 e diventano popolari solo nel decennio successivo. Fanno la loro apparizione come compartecipanti in vari eventi automobilistici quali, ad esempio, il motocross e le competizioni di car-crushing<sup>1</sup>. Negli anni '70 tali competizioni automobilistiche diventano sempre più importanti e alcune persone creano dei truck rialzati per prendervi parte ed, eventualmente, competere. Vengono anche organizzati dei concorsi con lo scopo di valorizzare i truck più grandi e imponenti. Tra i mezzi che attirano di più l'attenzione troviamo *Bigfoot* (si veda la Fig. 1), realizzato da Bob Chandler (si veda Fig. 2). All'epoca i mezzi dotati degli pneumatici più imponenti montano gomme di 1.2 m di diametro.



Figura 1: Bigfoot, uno dei primi truck a diventare popolari [2].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Competizioni automobilistiche in cui alcuni veicoli, posti in un terreno di gioco, si scontrano volontariamente l'un l'altro, con lo scopo di demolire i veicoli avversari. Vince la sfida l'ultimo veicolo che rimane funzionante sul campo di gioco.

L'anno 1981 si rivela essere fondamentale per questo genere di veicoli. Bob Chandler, nell'aprile dello stesso anno, partecipa ad un evento automobilistico in cui con il suo monster truck «cammina» sopra delle auto demolite per dimostrarne le potenzialità e la versatilità. Egli stesso filma l'evento con l'intento di usarlo come mezzo pubblicitario nel suo negozio di pezzi automobilistici. Questo episodio non passa inosservato e un promotore di eventi rimane stupito guardando il video. Credendo nel potenziale attrattivo di questa innovativa tipologia di possenti mezzi, chiede a Chandler di riprodurre il suo show di demolizione di altre macchine di fronte ad una nutrita folla. Inizialmente Chandler si mostra esitante perché teme che il messaggio trasmesso dal suo Bigfoot sia quello sbagliato: teme che un messaggio di distruzione sia accostato alla sua creazione. Alla fine accetta e comincia ad esibirsi. Inizialmente partecipa a degli show minori fintantoché, nel 1982, si esibisce nel Pontiac Silverdome<sup>2</sup>, mostrando al pubblico una versione maggiorata del suo Bigfoot (questa volta dotato di ruote da 66 pollici, invece di quelle da 48 precedentemente usate).



Figura 2: Bob Chandler [3].

Altra parentesi interessante e degna di menzione è quella sulla nascita del nome «monster truck». Apparentemente il termine viene coniato da Bob George<sup>3</sup> in uno dei primi show in cui Bigfoot fa la sua apparizione. Successivamente questa denominazione diventa popolare e viene generalmente adottata per indicare veicoli dotati di ruote di dimensioni maggiorate.

Nel corso degli anni vengono realizzati modelli sempre più imponenti rispetto al loro predecessore, sia nelle dimensioni, sia nelle specifiche costruttive. Si utilizzano dei telai rinforzati, sospensioni sempre migliori ed assi di trasmissione anch'essi rinforzati, derivanti dall'ambito militare, con lo scopo di supportare e muovere gli imponenti pneumatici.

Inizialmente i monster truck non ricoprono un ruolo primario negli show di motorsport, ma in pochi anni diventano sempre più protagonisti. Nell'agosto del 1983 *Bigfoot* e USA-1 prendono parte ad una corsa, l'uno contro l'altro, che viene ripresa

 $<sup>^{2}</sup>$ Silverdome, noto anche come Pontiac Silverdome, era un impianto sportivo statunitense situato nella città di Pontiac (Michigan). Viene inaugurato il 3 agosto 1975 e demolito il 4 dicembre 2017.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Proprietario di una compagnia di promozione che opera nel settore del motorsport; tale compagnia è stata prima chiamata *Truck-a-rama* e, successivamente, *United States Hot Rod Association* (USHRA)

per lo show televisivo *«That's Incredible».* Da quel momento fino al 1985 le maggiori compagnie pubblicitarie, quali la *United States Hot Rod Association* (USHRA) e *la TNT Motorsports*, si occupano regolarmente di questi veicoli, attribuendo loro un ruolo da protagonisti. Nel 1988 si compie un altro grande passo: *TNT Motorsports* organizza una serie di competizioni con lo scopo di eleggere il campione nazionale delle esibizioni di monster truck.

In quello stesso anno, vista la diffusione sempre maggiore di questo tipo di veicoli, viene fondata la *Monster Truck Racing Association* (MTRA), con lo scopo di formulare alcuni standard per lo costruzione di questi mezzi, anche e soprattutto in termini di sicurezza. Questa organizzazione ricopre tutt'ora un ruolo non indifferente per lo sviluppo di questi veicoli, sia negli Stati Uniti che in Europa.

Vista la visibilità sempre maggiore ottenuta dai truck, svariati team cominciano ad ideare una serie di idee innovative per la costruzione dei loro veicoli da competizione. In particolare, l'elemento che vede i progressi più significativi sono le sospensioni. Nei primi esemplari queste erano a balestra. Alla fine dell'88 Gary Cook e David Morris presentano *Equalizer*, un mezzo dotato di molle elicoidali e ammortizzatori come nuovo sistema di sospensioni. Nel 1989 Jack Willman Sr. e il suo truck, *Taurus*, debuttano con delle sospensioni a 4 bracci. Tuttavia la miglioria più rilevante è da attribuire sempre a Bob Chandler, il quale, nel 1989, con la realizzazione di *Bigfoot* #8, inizia ad usare un telaio completamente tubolare, sospensioni a grande escursione, fine corsa idraulici e ammortizzatori riempiti con azoto. Questa versione rivoluziona il modo di costruire questi veicoli; nell'arco di pochi anni i mezzi appartenenti ai team di maggiore importanza vengono realizzati tutti in maniera simile.

Nel 1991 *TNT Motorsports* viene acquistata dalla USHRA e le loro serie di eventi vengono fuse. La popolarità di questi eventi cresce, nonostante alcuni periodi siano caratterizzati più da bassi che da alti. Oltre alle competizioni di demolizione nascono anche quelle di freestyle, spinte dai piloti Dennis Anderson e Grave Digger. Nel 2000 la USHRA inizia a sponsorizzare anche gli eventi di freestyle e viene, inoltre, istituito un campionato della medesima disciplina.

## Capitolo 1 Modello

Nel seguito di questa trattazione ci focalizziamo sull'analisi di uno dei componenti fondamentali del monster truck e, più precisamente, sulle sue sospensioni. Grazie alla grande escursione da esse posseduta ed alle loro caratteristiche costruttive garantiscono al mezzo una notevole stabilità su qualsiasi tipo di terreno. Essendo, inoltre, progettate e costruite per presenziare a degli show acrobatici (gli eventi di freestyle già menzionati), le stesse sospensioni devono permettere ai truck di effettuare lunghi salti nel vuoto e di atterrare mantenendo la stabilità. Nella Fig. 1.1 viene rappresentato un modello approssimato della cabina di un veicolo da esibizione di tipo monster truck (schematizzata dalla massa puntiforme m) e delle sue sospensioni [4]. Quindi, avendo ipotizzato la massa m del veicolo concentrata in un punto, il sistema può essere rappresentato da un insieme massa-molla-smorzatore (con parametri caratteristici rispettivamente  $m, k_l e b_l$ ) incernierato ad una estremità e vincolato rispetto alla direzione verticale tramite un accoppiamento molla-smorzatore torsionali (avente parametri caratteristici  $k_r e b_r$ ).



Figura 1.1: Modello semplificato della sospensione di un monster truck.

#### 1.1 Equazioni fisiche del modello

Sulla base della Fig. 1.1 possiamo descrivere il comportamento del sistema fisico in questione tramite le equazioni differenziali non lineari

$$m\ddot{l} + b_{l}\dot{l} + k_{l}\left(l - l_{0}\right) - ml\dot{\theta}^{2} + mg\cos\left(\theta\right) = -F_{d}$$
(1.1)

$$ml^{2}\ddot{\theta} + b_{r}\dot{\theta} + k_{r}\theta - mgl\sin\left(\theta\right) + 2m\dot{l}\dot{\theta} = \tau$$
(1.2)

le cui variabili sono:

- l distanza della massa della cabina dalla cerniera ( $l_0$  è il valore assunto da l in condizioni di molla a riposo);
- $k_l$  coefficiente elastico della molla;
- $b_l$  coefficiente di smorzamento della sospensione;
- $\theta$  angolo di inclinazione della sospensione rispetto alla verticale;
- $k_r, b_r$  coefficienti elastico e di smorzamento del sistema torsionale;
- g accelerazione di gravità ;
- $\tau$  coppia equivalente applicata sulla cerniera da un sistema di controllo dedicato all'attenuazione delle vibrazioni;
- $F_d$  forza di disturbo agente lungo la direzione della sospensione.

Analizziamo, adesso, il significato di questa coppia di equazioni, che descrivono il comportamento dinamico del sistema. L'equazione (1.1) si riferisce alla componente traslazionale delle forze. Vediamo in dettaglio i vari termini:

- $m\ddot{l}$  forza risultante sulla massa del sistema;
- $b_l \dot{l}$  forza proporzionale alla velocità di contrazione e/o allungamento della sospensione (questa forza dipende dal coefficiente dell'ammortizzatore);
- $k_l (l l_0)$  forza elastica;
- $-ml\dot{\theta}^2$  forza centrifuga;
- $mg\cos(\theta)$  la forza peso.

L'equazione (1.2), invece, è l'equazione dei momenti. Analizziamo tutti i termini che compaiono al suo interno:

- $b_r \dot{\theta}$  e  $k_r \theta$  momenti dipendenti dai parametri del sistema di accoppiamento molla-smorzatore torsionali e proporzionali, rispettivamente, alla velocità angolare ed all'angolo formato rispetto alla verticale;
- $-mgl\sin(\theta)$  momento della forza peso;
- $ml^2\ddot{\theta}$  momento della massa m;
- $2m\dot{l}\dot{\theta}$  forza di Coriolis.

Si osservi, inoltre, che la variabile d che appare nella Fig. 1.1 è esprimibile come

 $d = l\cos\left(\theta\right)$ 

(1.3)

#### 1.2 Condizioni di equilibrio

In questo paragrafo ci poniamo l'obbiettivo di determinare le condizioni di equilibrio del sistema in funzione dell'angolo  $\theta = \overline{\theta}$ . Definiamo, innanzitutto, la variabile d'uscita

$$y = d$$

ed i vettori

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T := \begin{bmatrix} l & \theta & \dot{l} & \dot{\theta} \end{bmatrix}^T$$
$$\mathbf{u} := \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \tau & F_d \end{bmatrix}^T$$

che rappresentano, rispettivamente, il vettore di stato del sistema ed il vettore dei suoi ingressi. Sulla base di queste definizioni, la dinamica del sistema viene descritta dal seguente modello di stato non lineare (si vedano le eq. (1.1) e (1.2))

$$\begin{aligned} x_1 &= x_3 \\ \dot{x_2} &= x_4 \\ \dot{x_3} &= \frac{1}{m} \begin{bmatrix} -u_2 - b_l x_3 - k_l x_1 + m x_1 x_4^2 - mg \cos(x_2) + k_l l_0 \end{bmatrix} \\ \dot{x_4} &= \frac{1}{m x_1^2} \begin{bmatrix} u_1 - b_r x_4 - k_r x_2 + mg x_1 \sin(x_2) - 2m x_1 x_3 x_4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$
(1.4)

mentre l'equazione di uscita è (si veda l'eq. (1.3))

$$y = l\cos\left(x_2\right) \tag{1.5}$$

Alla luce di questa riscrittura possiamo esprimere la dinamica del sistema nella forma

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ y = h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{cases}$$

ove  $f \in h$  sono funzioni vettoriali, la cui definizione si evince dalla (1.4) e dalla (1.5). Procediamo, adesso, al calcolo delle condizioni di equilibrio con ingresso costante  $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}$ . Imponiamo, dunque,  $\dot{\mathbf{x}} = 0$ , ovvero che

Si ricava, dunque,

$$\begin{cases} \bar{x_1} = l_0 - \frac{mg}{k_l} \cos\left(\bar{x_2}\right) - \bar{u_2} \\ \bar{u_1} = \frac{m^2 g^2}{k_l} \sin\left(\bar{x_2}\right) \cos\left(\bar{x_2}\right) - mg l_0 \sin\left(\bar{x_2}\right) + k_r \bar{x_2} + \bar{u_2} mg \sin\left(\bar{x_2}\right) \end{cases}$$

Nel caso di studio in esame si assume che  $F_d = \bar{u}_2 = 0$ , cosicchè

$$\begin{cases} \bar{x_1} = l_0 - \frac{mg}{k_l} \cos\left(\bar{x_2}\right) \\ \bar{u_1} = \frac{m^2 g^2}{k_l} \sin\left(\bar{x_2}\right) \cos\left(\bar{x_2}\right) - mg l_0 \sin\left(\bar{x_2}\right) + k_r \bar{x_2} \end{cases}$$
(1.7)

Abbiamo, così, ricavato il valore che deve essere assumere l'ingresso  $u_1$  per mantenere il sistema in equilibrio ed il relativo valore assunto dalla variabile di stato  $x_1$  in questa condizione.

#### 1.3 Modello lineare

L'intento di questo elaborato è studiare il comportamento del sistema attorno al suo punto di equilibrio, per analizzare la sua capacità di inseguire un riferimento e di reiettare disturbi. Al fine di completare questa analisi, è necessario linearizzare le equazioni finora ottenute e successivamente determinarne la relativa funzione di trasferimento. Introduciamo, a tal fine, le seguenti nuove variabili

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}} := \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}} \\ \tilde{\mathbf{u}} := \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{y}} := \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}} \end{cases}$$

che descrivono lo scostamento dello stato, dell'ingresso e dell'uscita dai corrispondenti valori di equilibrio

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} l_0 - \frac{mg}{k_l} \cos(\bar{\theta}) & \bar{\theta} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$
$$\bar{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \frac{m^2 g^2}{k_l} \sin(\bar{\theta}) \cos(\bar{\theta}) - mg l_0 \sin(\bar{\theta}) + k_r \bar{\theta} & 0 \end{bmatrix}^T$$
$$\bar{\mathbf{y}} = l \cos(\bar{\theta})$$

 $\mathbf{e}$ 

Sulla base di queste ultime relazioni, si può scrivere l'approssimazione al primo ordine (lineare)

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\tilde{\mathbf{u}} \end{cases}$$

ove

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} \left. \mathbf{B} = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} \left. \mathbf{C} = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} \left. \mathbf{D} = \left. \frac{\partial h}{\partial u} \right|_{x=\bar{x}, u=\bar{u}} \right.$$

Abbiamo, così, ottenuto le equazioni di un sistema lineare e tempo-invariante, che è anche strettamente proprio essendo,

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.8}$$

Inoltre, non è difficile dimostrare che

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -\frac{k_l}{m} & g\sin(\bar{x_2}) & -\frac{b_l}{m} & 0\\ a_{41} & \frac{-k_r + mg\bar{x}_1\cos(\bar{x}_2)}{m\bar{x}_1^2} & 0 & -\frac{b_r}{m\bar{x}_1^2} \end{bmatrix}$$
(1.9)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & -\frac{1}{m}\\ \frac{1}{m\bar{x}_{1}^{2}} & 0 \end{bmatrix}$$
(1.10)

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos(\bar{x_2}) & -\bar{x_1}\sin(\bar{x_2}) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(1.11)

ove

$$a_{41} = \frac{1}{m^2 \bar{x}_1^4} \left[ m^2 g \bar{x}_1^2 \sin\left(\bar{x}_2\right) - 2m \bar{x}_1 (\bar{u}_1 - k_r \bar{x}_2 + m g \bar{x}_1 \sin\left(\bar{x}_2\right) \right]$$

A questo punto, disponiamo di un modello completo, la cui piena definizione richiede di fissare il valore dei parametri  $(m, l_0, g, b_l, k_l, b_r \in k_r)$  e l'angolo  $\bar{\theta}$  attorno a cui stiamo analizzando l'equilibrio.

#### 1.4 Parametri numerici del modello analizzato

All'interno di questo progetto si intende studiare il sistema in una precisa condizione di equilibrio dinamico, ovvero quella determinata dall'angolo  $\bar{\theta} = \pi/8$  rad. Come visto nelle sezioni precedenti, dall'angolo  $\bar{\theta}$  dipendono sia l'estensione della sospensione, che il valore costante della coppia imposta dall'esterno per mantenersi nella posizione angolare desiderata.

Assumiamo che il modello d'ora in poi preso in analisi sia caratterizzato dalla seguente scelta dei parametri:  $m = 3740 \, kg$ ,  $l_0 = 5 \, m$ ,  $g = 9.81 \, m/s$ ,  $b_l = 1673 \, Ns/m$ ,  $k_l = 18700 \, N/m$ ,  $b_r = 33460 \, Nms$  e  $k_r = 0 \, Nm$ . Sostituendo questi ultimi nelle eq. (1.9), (1.10), (1.11) e (1.8) si ricava che

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5 & 3.7541 & -0.4472 & 0 \\ 0.3695 & 2.8435 & 0 & -0.8804 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.2674 \\ 0.263 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.9239 & -1.2197 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

#### 1.5 Funzioni di trasferimento

Date le matrici (1.12) e (1.13), possiamo determinare le funzioni di trasferimento che descrivono il comportamento del nostro modello (si veda la fig. 1.2). Se indichiamo con  $\mathbf{B}_{\tau} \in \mathbf{D}_{\tau}$  la prima colonna rispettivamente delle matrici  $\mathbf{B} \in \mathbf{D}$  (corrispondenti all'ingresso  $\tau$ ) e con  $\mathbf{B}_{\mathbf{d}} \in \mathbf{D}_{\mathbf{d}}$  la seconda colonna (corrispondenti all'ingresso di disturbo  $F_d$ ), le funzioni di trasferimento possono essere espresse come

$$G(s) = \mathbf{C} \left( s\mathbf{I} - \mathbf{A} \right)^{-1} \mathbf{B}_{\tau} + \mathbf{D}_{\tau}$$
(1.14)

$$G_d(s) = \mathbf{C} \left( s\mathbf{I} - \mathbf{A} \right)^{-1} \mathbf{B}_d + \mathbf{D}_d$$
(1.15)

ove I è la matrice identità  $4 \times 4$ . Si ha che G(s) è la funzione di trasferimento dal riferimento r all'uscita, mentre  $G_d(s)$  è la funzione di trasferimento dal disturbo  $F_d$  all'uscita. Sostituendo le (1.12) e (1.13) nelle (1.14) e (1.15) si ottiene

$$G(s) = -3.2102 \cdot 10^{-5} \frac{\left(s^2 + 0.4472s + 2.156\right)}{\left(s + 2.227\right)\left(s - 1.335\right)\left(s^2 + 0.456s + 5.171\right)}$$
(1.16)

$$G_d(s) = -2.4703 \cdot 10^{-4} \frac{(s+2.318)(s-1.437)}{(s+2.227)(s-1.335)(s^2+0.456s+5.171)}$$
(1.17)

Entrambe queste funzioni presentano un polo reale positivo; ciò permette di concludere che il sistema è instabile. Vedremo nei capitoli successivi come si possa risolvere questo inconveniente.



Figura 1.2: Diagramma a blocchi del sistema analizzato.

### Capitolo 2

### Controllo in retroazione

In questo capitolo ci prefissiamo l'obbiettivo di progettare un controllore stabilizzante al fine di garantire che il nostro sistema consegua delle prestazioni ben definite. Più precisamente, si richiede che il nostro sistema di controllo, a partire da condizioni iniziali corrispondenti a quelle di equilibrio (vedi il capitolo precedente), soddisfi le seguenti condizioni:

- 1. Sia in grado di portare il veicolo in posizione  $d = 3.045 \, m \pm 0.001 \, m$  senza mai superare la distanza di  $3.05 \, m$  dal suolo. Si vuole, inoltre, che, dopo  $0.5 \, s$ , la distanza d dal suolo rimanga nell'intervallo  $[3.04, 3.05] \, m$ .
- 2. A fronte di una forza di disturbo  $F_d(t) = 100 \sin(\omega_d t) N \operatorname{con} \omega_d < 0.01 \operatorname{rad/s}$ , le oscillazioni indotte sulla quota d siano caratterizzate da un'ampiezza minore di  $1 \operatorname{mm}$ .
- 3. In presenza di un rumore di misura  $\nu$  agente con una pulsazione  $\omega_{\nu} > 5000 \, rad/s$ , l'ampiezza del suo effetto sull'uscita sia minore dello 1% del rumore stesso.

Ricordando che le funzioni di trasferimento (1.16) e (1.17) presentano un polo instabile, sarà necessario fare affidamento ad un sistema in cascata con doppio anello di retroazione, ciascuno con un controllore proprio. L'anello interno avrà lo scopo di stabilizzare il sistema, al fine di rimuovere i problemi derivanti dai poli instabili, mentre l'anello esterno avrà , invece, lo scopo di soddisfare le specifiche richieste. Il diagramma a blocchi del sistema che analizziamo è rappresentato nella Fig. 2.1.



**Figura 2.1:** Diagramma a blocchi del sistema analizzato; la zona delimitata dalla linea tratteggiata verde racchiude il primo anello di retroazione con il relativo controllore  $C_1(s)$ .

È utile motivare, anche se brevemente, la scelta di un sistema retroazionato per il controllo. Tra le motivazioni principali troviamo la robustezza. Infatti, con opportuni accorgimenti, siamo in grado di eliminare alcune componenti di disturbo indesiderate, che interferiscono con il corretto funzionamento del sistema. In queste condizioni, il sistema insegue un riferimento tenendo conto non solo dell'ingresso stesso, ma anche dell'uscita. Inoltre, la retroazione permette di stabilizzare il sistema e di conferirgli una risposta all'ingresso molto più pronta rispetto ad un semplice sistema in catena aperta. Prima di descrivere la realizzazione vera e propria dei controllori  $C_1(s) \in C_2(s)$ , analizziamo la Fig. 2.1 e riassumiamo i vari passaggi che affronteremo nei capitoli seguenti.

Nel capitolo 3 progettiamo un controllore  $C_1(s)$  relativo al primo anello di retroazione e la cui struttura è rappresentata nella Fig. 2.2. Una volta sviluppato il controllore, al fine di semplificare l'analisi successiva, ricaviamo un diagramma a blocchi equivalente da inserire nello schema generale. Otteniamo così le funzioni di trasferimento  $G_{c1}(s) \in G_{dc1}(s)$ , entrambe BIBO stabili e che ricaviamo dalle funzioni di trasferimento di partenza  $G(s) \in G_d(s)$  mediante le relazioni

$$G_{c1}(s) = \frac{C_1(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s)}$$
(2.1)

е

$$G_{dc1}(s) = \frac{G_d(s)}{1 + C_1(s)G(s)}$$
(2.2)

Le ultime due funzioni di trasferimento sono caratterizzate dal medesimo denominatore. Questa osservazione viene riconsiderata in seguito al fine di semplificare la progettazione.



Figura 2.2: Primo anello di retroazione: (a) diagramma a blocchi originale; (b) diagramma a blocchi equivalente.

Si sostituisce, poi, il modello equivalente del primo anello nello schema complessivo (si veda la Fig. 2.1); il risultato viene illustrato nella Fig. 2.3. Si affronta, quindi, la progettazione del controllore  $C_2(s)$  con lo scopo di conferire al sistema tutte le prestazioni richieste all'inizio del capitolo.

Infine, è utile osservare che la trasformata di Laplace Y(s) della risposta del sistema rappresentato nella fig. 2.3 è esprimibile come

$$Y(s) = \frac{C_2(s)G_{c1}(s)}{1 + C_2(s)G_{c1}(s)}R(s) - \frac{C_2(s)G_{c1}(s)}{1 + C_2(s)G_{c1}(s)}\nu(s) + \frac{G_{dc1}(s)}{1 + C_2(s)G_{c1}(s)}F_d(s)$$
(2.3)

Questa relazione mette ben in evidenza la dipendenza dell'uscita Y(s) dai tre ingressi, cioè dal riferimento R(s), dall'errore di misura  $\nu(s)$  e dal disturbo  $F_d(s)$ . Ogni ingresso contribuisce all'uscita in maniera differente, tramite tre diverse funzioni di trasferimento, le quali hanno in comune il medesimo denominatore. Pertanto, se il controllore  $C_2(s)$  rende BIBO stabile una di queste, le altre due godono della medesima proprietà.



**Figura 2.3:** Diagramma a blocchi del sistema completo; il modello equivalente del primo anello è raffigurato in verde.

# Capitolo 3 Progetto del controllore $C_1(s)$

In questo capitolo ci occupiamo della realizzazione del controllore  $C_1(s)$  relativo al primo anello di retroazione (si veda la Fig. 2.2 del capitolo precedente). Il nostro obbiettivo è ricavare le espressioni delle funzioni di trasferimento (2.1) e (2.2), garantendo che siano entrambe BIBO stabili. Vista la relazione che sussiste tra le funzioni di trasferimento di partenza e quelle che dobbiamo ricavare, possiamo fare affidamento, almeno in questa prima parte, alla tecnica del luogo delle radici. Pertanto partiamo dall'analisi del luogo negativo delle radici della funzione  $G_d(s)$  (essendo il guadagno di Evans negativo, non siamo nelle ipotesi standard di tracciamento del lugo positivo), luogo che riportiamo nella Fig. 3.1. Sulla base di questo grafico, possiamo affermare che qualsiasi controllore proporzionale dotato di guadagno positivo e collocato nella catena di azione diretta, in cascata a  $G_d(s)$ , per conseguire la retroazione non porta ad una funzione di trasferimento BIBO stabile. Infatti, dal momento che un ramo del luogo che non è mai contenuto nel semipiano negativo delle ascisse, la funzione di trasferimento ottenuta tramite retroazione avrà sempre un polo instabile (cioè a parte reale positiva). Se si vuole progettare un controllore stabilizzante, occorre adottare un controllore proporzionale con guadagno negativo: questo, infatti, invertendo il segno del guadagno porta al luogo opposto. Nella Fig. 3.2 viene rappresentato il luogo positivo delle radici di (-G(s)). A questo punto non rimane che determinare il modulo del controllore, in modo tale da garantire che, per il valore selezionato per il guadagno, tutti i rami del luogo siano contenuti nel semipiano negativo delle ascisse.

Si ricorda che, come già assunto nel capitolo precedente, le funzioni di trasferimento  $G_{c1}(s)$  e  $G_{dc1}(s)$  presentano il medesimo denominatore. Pertanto se una di esse è BIBO stabile, anche l'altra lo è. Quindi, se la nostra analisi condotta finora su G(s) garantisce la stabilità di  $G_{c1}(s)$ , allo stesso tempo essa implica la stabilità per  $G_{dc1}(s)$ .

Al fine di seguire la procedura illustrata sopra ci avvaliamo dell'ambiente di programmazione MATLAB, in particolare sfruttando le routine del Control System Toolbox (CST). Creiamo la funzione di trasferimento e, successivamente, tramite il comando *rlocus()*, generiamo i luoghi delle radici sopracitati, rappresentati rispettivamente nella Fig. 3.1 e nella Fig. 3.2.



Figura 3.1: Rappresentazione del luogo delle radici di G(s)



**Figura 3.2:** Rappresentazione del luogo delle radici di -G(s).

I vari rami dei luoghi generati sono contraddistinti da colori diversi. Inoltre, MATLAB permette di selezionare tramite il cursore dei punti dei rami suddetti e di visualizzare il valore della costante K a cui corrisponde un ciascun punto sul grafi-

co<sup>1</sup>. Possiamo, dunque, procedere con la determinazione del valore del guadagno da assegnare al controllore  $C_1(s)$ . Come mostrato nella Fig. 3.2, la scelta di un guadagno pari a  $2.4 \cdot 10^5$  garantisce<sup>2</sup> il risultato desiderato, ovvero la BIBO stabilità della funzione di trasferimento ottenuta per retroazione. Basta, allora, scegliere

$$C_1(s) = -2.4 \cdot 10^5$$

Dato questo risultato, dalle espressioni (2.1) e (2.2) si evincono rispettivamente la funzione di trasferimento dell'anello interno

$$G_{c1}(s) = 7.7046 \frac{s^2 + 0.4472s + 2.156}{(s + 0.426)(s + 0.2442)(s^2 + 0.06574s + 9.71)}$$

e la funzione di trasferimento tra il disturbo e l'uscita

$$G_{dc1}(s) = -2.4703 \cdot 10^{-4} \frac{(s+2.318)(s-1.437)}{(s+0.426)(s+0.2442)(s^2+0.06574s+9.71)}$$

Evidentemente le due funzioni di trasferimento appena ricavate hanno tutti i poli a parte reale negativa e sono, quindi, BIBO stabili. Inoltre, queste ultime sono le funzioni di trasferimento che caratterizzano il modello equivalente rappresentato nella Fig. 2.2 (a).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Si ricordi dato un numero complesso z, questo appartiene al luogo delle radici di una funzione di trasferimento W(s) = n(s)/d(s), se e solo se esiste un valore reale K tale che d(z) + Kn(z) = 0. <sup>2</sup>Questa scelta rappresenta il minimo valore possibile del guadagno.

Capitolo 3. Progetto del controllore  $C_1(s)$ 

### Capitolo 4

### Sintesi del controllore $C_2(s)$

In questo capitolo affrontiamo la sintesi del controllore  $C_2(s)$  al quale richiediamo di permettere alla funzione di trasferimento in catena chiusa di soddisfare i requisiti formulati al principio del capitolo 2. Nei nostri sviluppi facciamo di nuovo riferimento alla (2.3), cioè alla relazione

$$Y(s) = \frac{C_2(s)G_{c1}(s)}{1 + C_2(s)G_{c1}(s)}\tau(s) - \frac{C_2(s)G_{c1}(s)}{1 + C_2(s)G_{c1}(s)}\nu(s) + \frac{G_{dc1}(s)}{1 + C_2(s)G_{c1}(s)}F_d(s)$$

Analizzando una ad una le funzioni di trasferimento che in essa compaiono, mostriamo come si possano ricavare vari vincoli. Infine, descriviamo la sintesi vera e propria di  $C_2(s)$  e verifichiamo anche le prestazioni finali del sistema.

#### 4.1 Specifiche relative alla risposta al gradino

Il controllore  $C_2(s)$  deve essere in grado, innanzitutto, di portare il veicolo in posizione  $d = 3.045 \, m \pm 0.001 \, m$  a regime senza mai superare la distanza di  $3.05 \, m$  dal suolo. Si vuole, inoltre, dopo  $0.5 \, s$ , la distanza d dal suolo rimanga definitivamente nel'intervallo  $[3.04, 3.05] \, m$ . Pertanto occorre soddisfare due esigenze differenti: conseguire un errore di regime permanente minore di una soglia prefissata e raggiungere il valore di riferimento in un tempo prestabilito.

Nel caso in questione, stiamo ponendo come riferimento in ingresso il segnale

$$r(t) = 0.1\delta_{-1}(t)$$

che nel dominio delle trasformate di Laplace corrisponde a

$$R(s) = \frac{0.1}{s}$$

Infatti, il sistema parte dalla condizione di equilibrio caratterizzata da  $d = \overline{d} = \overline{l} \cos(\overline{\theta}) = 2,945 m$ , per poi raggiungere il valore di regime a  $d_{\infty} \cong 3.045 m$ . Il sistema, dunque, deve inseguire un segnale a gradino. Per definire i vincoli che il sistema deve rispettare è utile procedere in due passi.

Richiediamo, innanzitutto, che il valore di regime venga raggiunto con un errore massimo di 0.001 m, che corrisponde, circa, all'1% dell'ampiezza del gradino. Le

implicazioni di questo requisito possono essere valutate facendo riferimento alla relazione tra il guadagno di Bode complessivo del sistema ad anello aperto  $C_2(s)G_{c1}(s)$ e l'errore di regime permanente (in questo vale  $e_{rp}^{(1)} = 10^{-3}$ ). Dovendo inseguire un segnale a gradino con errore costante e non nullo, il sistema in catena aperta deve essere di tipo zero e, quindi, senza poli nell'origine. Osserviamo, inoltre, che il modulo del guadagno di Bode del sistema complessivo in catena aperta  $C_2(s)G_{c1}(s)$ nell'origine è dato da  $||C_2(0)G_{c1}(0)||$ . Sotto queste condizioni, se il gradino posto in in ingresso al sistema avesse modulo unitario, varrebbe la relazione

$$e_{rp}^{(1)} = \left\| \frac{1}{1 + C_2(0)G_{c1}(0)} \right\|$$

Tuttavia, considerando l'ingresso effettivo R(s), possiamo scrivere che

$$0.1 \cdot \left\| \frac{1}{1 + C_2(0)G_{c1}(0)} \right\| < 0.001$$

da cui segue che

$$||C_2(0)G_{c1}(0)|| > \frac{0.1}{0.001} - 1$$

Quest'ultimo risultato può essere riformulato in dB come

$$\|C_2(0)G_{c1}(0)\|_{dB} > 39 \, dB \tag{4.1}$$

Imponiamo, adesso, che il controllore raggiunga il valore target senza che l'uscita del sistema superi mai il valore di 3.05 m, ovvero che la sua sovraeleongazione percentuale massima sia pari a

$$S_{\%} = \frac{|d_{max} - d_{\infty}|}{|\overline{d} - d_{\infty}|} \cdot 100 = \frac{0.005}{0.1} \cdot 100 = 5\%$$

ove  $\overline{d}$  è il valore di equilibrio. In tal caso, occorre determinare un'approssimazione del nostro sistema che consenta di tradurre questo valore percentuale in qualcosa di più facilmente gestibile. Il sistema ad anello chiuso può essere approssimato da un sistema del secondo ordine avvalendosi di un'approssimazione a due poli dominanti, con smorzamento minimo ammissibile ottenuto invertendo la relazione (si veda il riferimento [5])

$$S = \exp\left(-\frac{\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}\right) \tag{4.2}$$

ove  $d_{max} = \exp\left(-\frac{\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}\right)$  e  $\delta$  è il coefficiente di smorzamento (che dipende dalla posizione dei poli complessi coniugati). Se il valore della massima sovraeleongazione non deve eccedere una soglia prefissata, i poli del sistema devono essere compresi in un settore ben delimitato del piano complesso. Invertendo la relazione (4.2) si ottiene

$$\delta > \sqrt{\frac{\ln\left(S\right)^2}{\pi^2 + \ln\left(S\right)^2}}$$

da cui si ricava la disuguaglianza  $\delta > 0.69$ . Adesso occorre tradurre questo risultato in un vincolo che possa essere utilizzato nella progettazione del controllore  $C_2(s)$ . In

particolare, visto che il sistema è realizzato tramite retroazione, possiamo ricavare una relazione tra  $\delta$  e il margine di fase. Sulla base della relazione approssimata riportata nel riferimento [5], il margine di fase minimo deve rispettare il vincolo

$$M_f > 0.69 \cdot 100 = 69^{\circ}. \tag{4.3}$$

Essendo questo valore minore di  $75^{\circ}$  (si veda il riferimento [5]), avremo dei poli complessi coniugati; ciò giustifica l'adozione di un'approssimazione a due poli.

Occupiamoci, infine, del requisito sul tempo di assestamento. Si vuole che la distanza d dal suolo, dopo 0.5s, rimanga nell'intervallo [3.04, 3.05]m. Ricordando la relazione che sussiste tra tempo di assestamento e banda passante, questa richiesta si traduce in una specifica sulla pulsazione di taglio e, più precisamente, nella disuguaglianza

$$\omega_t \ge \frac{3}{0.69 \cdot 0.5} = 8.7 \, rad/s. \tag{4.4}$$

#### 4.2 Specifiche sul disturbo

In questa sezione analizziamo l'impatto che la forza di disturbo ha sull'uscita. Assumiamo che tale forza si esprimibile come  $F_d(t) = 100sin(\omega_d dt) N$ , con  $\omega_d < 0.01 rad/s$ . Richiediamo che, dopo l'azione del controllore stabilizzante  $C_2(s)$ , le oscillazioni indotte sulla quota d siano caratterizzate da un'ampiezza minore di 1 mm. La risposta è legata al disturbo dalla funzione di trasferimento (si veda la 13)

$$\frac{Y(s)}{F_d(s)} = \frac{G_{dc1}(s)}{1 + C_2(s)G_{c1}(s)}$$

Dal momento che tale funzione di trasferimento descrive un sistema BIBO stabile, ed essendo le condizione iniziali nulle (la risposta complessiva del sistema coincide con la risposta forzata), si può sfruttare l'accorgimento seguente. Essendo l'ingresso  $F_d(t)$ rappresentato da una funzione sinusoidale, la risposta forzata del sistema suddetto a tale disturbo ha ampiezza che può essere espressa come il prodotto tra l'ampiezza della sinusoide in ingresso e il modulo della funzione di trasferimento valutata nella pulsazione della sinusoide (si veda il riferimento [7, pag. 91]).

In base a questo risultato, la specifica sull'ampiezza può essere tradursi nella disuguaglianza

$$100 \cdot \frac{\|G_{dc1}(j\omega_d)\|}{\|1 + C_2(j\omega_d)G_{c1}(j\omega_d)\|} < 10^{-3}$$
(4.5)

o, equivalentemente, nella

$$\frac{\|G_{dc1}(j\omega_d)\|}{\|1 + C_2(j\omega_d)G_{c1}(j\omega_d)\|} < 10^{-5}$$

per  $0 < \omega_d < 0.01 \, rad/s$ . A basse frequenze, possiamo approssimare il denominatore del membro sinistro dell'ultima disuguaglianza come

$$||1 + C_2(j\omega_d)G_{c1}(j\omega_d)|| = ||C_2(j\omega_d)G_{c1}(j\omega_d)||$$



**Figura 4.1:** Diagrammi di Bode di  $G_{dc1}(s)$ . Alla sinistra della linea tratteggiata in arancione troviamo le pulsazioni  $\omega_d < 0.01 \, rad/s$ .

essendo  $C_2(s)$  un controllore stabilizzante e  $G_{c1}(s)$  propria con tutti i poli adeguatamente distanti dall'intervallo di frequenze considerato. Riscrivendo la (4.5) alla luce di quanto appena illustrato otteniamo, tramite semplici passaggi, che il requisito considerato equivale ad un vincolo sul modulo della funzione di trasferimento in anello aperto. Esprimendo i moduli in dB possiamo scrivere che

$$\|C_2(j\omega_d)G_{c1}(j\omega)\|_{dB} > \|G_{dc1}(j\omega_d)\|_{dB} - 20\log_{10}\left(10^{-5}\right)$$
(4.6)

Dal diagramma di Bode della funzione  $G_{dc1}(s)$  (si veda la Fig. 4.1), si ricava il valore massimo della funzione  $||G_{dc1}(j\omega)||$  è pari a -61.8 dB. Per valori di  $\omega_d$  compresi nell'intervallo  $0 < \omega_d < 0.01 rad/s$  il modulo di questa funzione rimane circa costante. Abbiamo così determinato un limite inferiore per i valori assunti dalla funzione  $||C_2(j\omega)G_{c1}(j\omega)||_{dB}$ , in quanto, sulla base della (4.6), possiamo scrivere che

$$\|C_2(j\omega)G_{c1}(j\omega)\|_{dB} > 38.2\,dB \tag{4.7}$$

Quest'ultima disuguaglianza rappresenta un ulteriore vincolo da soddisfare mediante il controllore  $C_2(s)$ .

#### 4.3 Specifiche relative al rumore di misura

In questa sezione vogliamo trattare l'effetto dell'ultimo ingresso del sistema, ovvero quello del rumore di misura agente a pulsazioni  $\omega_{\nu} > 5000 \, rad/s$ . In questo caso

viene richiesto che l'ampiezza dell'effetto sull'uscita sia inferiore allo 1% del rumore applicato in ingresso. Il legame dell'uscita con il rumore di misura è espresso dalla seguente funzione di trasferimento

$$\frac{Y(s)}{\nu(s)} = -\frac{C_2(s)G_{c1}(s)}{1 + C_2(s)G_{c1}(s)}$$
(4.8)

Ad alta frequenza e, più precisamente, per  $\omega_{\nu} > 5000 \, rad/s$ , vale l'approssimazione

$$\left\|\frac{Y(j\omega)}{\nu(j\omega)}\right\| = \|C_2(j\omega)G_{c1}(j\omega)\|$$

in quanto si può assumere che la funzione  $\|C_2(j\omega)G_{c1}(j\omega)\|$  assuma valori piccoli rispetto all'unità , cosicchè risulta

$$\|1 + C_2(j\omega)G_{c1}(j\omega)\| \cong 1.$$

Pertanto, se  $A_N$  rappresenta l'ampiezza del rumore di misura, il nostro vincolo si traduce nella disuguaglianza

$$\|C_2(j\omega)G_{c1}(j\omega)\| < \frac{0.01A_N}{A_N} = 0.01$$
(4.9)

Osserviamo adesso come la conoscenza del valore di  $A_N$  sia assolutamente superflua. Dunque, qualsiasi sia il valore di questo parametro, il sistema risponderà sempre con le medesime prestazioni. Il vincolo (4.9), passando ai dB, equivale a

$$\|C_2(j\omega)G_{c1}(j\omega)\|_{dB} < -40\,dB. \tag{4.10}$$

#### 4.4 Sintesi finale di $C_2(s)$

Nelle sezioni precedenti abbiamo analizzato tutti i requisiti che il controllore  $C_2(s)$  deve soddisfare per garantire il soddisfacimento delle specifiche. In particolare, tali requisiti sono stati tradotti in una serie di vincoli che devono essere soddisfatti dal sistema in catena aperta  $C_2(s)G_{c1}(s)$ ; tali vincoli sono espressi dalle eq. (4.4), (4.7) e (4.10).

A questo punto possiamo sfruttare l'applicativo grafico *sisotool* disponibile in ambiente MATLAB. Grazie a questo tool siamo in grado, data una determinata funzione di trasferimento, di modificare alcune proprietà del sistema considerato. In particolare, grazie all'aggiunta di un controllore, possiamo soddisfare determinati vincoli. Infatti, il tool permette di modificare le varie funzioni di trasferimento aggiungendo e/o eliminando poli e/o zeri e di osservarne le conseguenze sia nel dominio del tempo sia in quello della frequenza.

Nel nostro caso, procediamo per passi come segue. Innanzitutto, creiamo ed importiamo la funzione di trasferimento  $G_{c1}(s)$ . Successivamente selezioniamo lo schema di retroazione che intendiamo usare e visualizziamo i diagrammi di Bode della funzione complessiva che si ottiene in catena aperta con un controllore  $C_2(s)$ unitario (si veda la Fig. 4.3).



**Figura 4.2:** Diagrammi di Bode di  $G_{c1}(s)$ .

Come si può facilmente evincere dalla Fig. 4.3, il nostro sistema non soddisfa i requisiti. In particolare il guadagno di Bode complessivo è di circa 25 dB ed è, quindi, minore dei 39 dB necessari (vedi (4.1)) e il margine di fase (abbreviato P.M. nella Fig. 4.2 e in quelle successive) è di poco superiore ai  $25^{\circ}$ , decisamente

inferiore rispetto ai 69° minimi richiesti (si veda la disuguaglianza (4.3)). Agiamo, innanzitutto, sul modulo del controllore  $C_2(s)$  per soddisfare il vincolo sul modulo. Se scegliamo  $C_2(0) = 7$ , si ottiene il risultato desiderato. Nella Fig. 4.3 viene rappresentato i diagrammi di Bode ottenuti alla fine di questo primo passaggio. Si osservi che il margine di fase deve ancora essere innalzato per soddisfare le specifiche.



**Figura 4.3:** Diagramma di Bode di  $C_2(s)G_{c1}(s)$  con  $C_2(0) = 7$ .

A questo punto procediamo per tentativi al fine di soddisfare le ultime specifiche. Sulla base del precedente grafico possiamo affermare che la disuguaglianza (4.7) è già soddisfatta. A questo punto dobbiamo aumentare il margine di fase; a tal fine possiamo adottare una doppia rete anticipatrice. In particolare, aggiungiamo due zeri stabili in (-2) e in (-5) e due poli in (-40 e in (-291). Nella Fig. 4.4 viene rappresentata la posizione dei due poli e dei due zeri, indicata, rispettivamente, da due pallini rossi e da due crocette. In tal caso il nostro controllore è

$$C_2(s) = 7 \frac{(1+0.2s)(1+0.5s)}{(1+0.025s)(1+0.003436s)}.$$

Questo controllore garantisce il soddisfacimento di tutte le specifiche. Come possiamo osservare nella Fig. 4.4, il margine di fase è esattamente quello cercato, cosi come il guadagno a basse frequenze e ad altre frequenze (si vedano le disuguaglianze (4.7) e (4.10)).

L'andamento della risposta al gradino nel tempo è rappresentato nella Fig. 4.5. Si noti come, grazie alla scelta di fatta per  $C_2(s)$ , sia assente il fenomeno di *overshoot*. Infatti, la sovraelongazione è nulla (e, quindi, minore del 5% minimo richiesto). sistema di controllo richiesto. Bode Editor for LoopTransfer\_C 60 40 20 Magnitude (dB) 0 -20 -40 G.M.: inf Freq: Inf Stable loop -60 -80 90 45 0 Phase (deg) -45 -90 -135 P.M.: 69 deg Freq: 179 rad/s -180 10<sup>-4</sup> 10<sup>-3</sup> 10<sup>-2</sup> 10<sup>-1</sup> 10<sup>0</sup> 10<sup>1</sup> 10<sup>2</sup> 10<sup>3</sup> 10<sup>4</sup> 10<sup>5</sup> Frequency (rad/s)

Inoltre il tempo di assestamento è pari a 0.2 s e, quindi, minore degli 0.5 s richiesti. Alla luce di queste osservazioni, possiamo dichiarare conclusa la progettazione del

**Figura 4.4:** Diagrammi di Bode di  $C_2(s)G_{c1}(s)$  del sistema controllato.



Figura 4.5: Risposta al gradino del sistema controllato.

Emanuele Vitetta - Controllo del sistema di sospensioni di un monster truck

## Capitolo 5 Conclusioni

In questo progetto è stato analizzato un sistema di sospensioni di un veicolo di tipo monster truck. Innanzitutto, è stato sviluppato il modello di stato che descrive il sistema in questione ed è stata poi ricavata la sua approssimazione lineare del primo ordine attorno ad un punto di equilibrio ad ingresso costante. Verificata l'instabilità del sistema, si è provveduto a progettare un sistema di controllo con il duplice scopo di stabilizzare il sistema e di dargli la capacità di soddisfare dei requisiti specifici. Nel lavoro svolto è stata adottata la tecnica del controllo a doppio anello di retroazione che, insieme alla progettazione di due controllori distinti, ha permesso di soddisfare i requisiti dati. Questa tecnica, oltre alla semplicità di realizzazione, permette di conseguire una notevole robustezza nel sistema finale. Infatti, con semplici accorgimenti, è stato possibile sviluppare un sistema che è pressoché insensibile ai disturbi che possono, eventualmente, manifestarsi. Nell'attività svolta un ruolo importante è stato giocato dall'ambiente di programmazione MATLAB. Infatti, questo strumento permette di analizzare agevolmente le funzioni di trasferimento e di dedurne tutte le proprietà rilevanti. Inoltre, grazie all'applicativo sisotool, il controllore richiesto può essere sviluppato per tentativi avvalendosi di un'interfaccia grafica molto intuitiva. Questo approccio consente, inoltre, di osservare come reagisce il sistema in esame ad eventuali modifiche (ad esempio, come cambia il suo comportamento in seguito ad un piccola variazione del guadagno di Bode in catena aperta).

In questo documento sono state adottate tecniche basilari per il controllo di sistemi. Non sono stati usati controllori PID, poco utili nel nostro caso. Infine, nonostante gli strumenti software utilizzati abbiano agevolato notevolmente la progettazione in tutte le sue fasi, molte loro potenzialità non sono state sfruttate.

### Bibliografia

- [1] Monster Truck, https://en.wikipedia.org/wiki/Monster\_truck
- [2] A.J. Baime, Meet the Man Behind the First Bigfoot Monster Truck The Wall Street Journal https://www.wsj.com/articles/ meet-the-man-behind-the-first-bigfoot-monster-truck-1429622760
- [3] https://ormhof.org/bob-chandler
- [4] Lucia Pallottino, Riccardo Costanzi, Fondamenti di Automatica 22 febbraio 2017, https://www.centropiaggio.unipi.it/sites/default/files/ course/material/2017\_02\_22\_compito.pdf
- [5] Luca Schenato, Second Order Dynamical Systems, https://elearning. dei.unipd.it/pluginfile.php/977100/mod\_resource/content/3/ SecondOrderSystems.pdf
- [6] Mauro Bisiacco, Gianluigi Pillonetto, Sistemi e modelli, Società Editrice Esculapio, 2017.
- [7] Mauro Bisiacco, Maria Elena Valcher, *Controlli automatici*, Edizioni Libreria Progetto, Padova, 2015.