

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

---

# Controllo della dinamica di un veicolo monotraccia

---

*Relatrice*

PROF.SSA MARIA ELENA VALCHER

*Laureando*

DAVIDE FAGGIAN

matr. 1099467

---

ANNO ACCADEMICO 2016/2017



*Senza entusiasmo, non si è mai compiuto niente di grande.*

*Seneca*



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Modellizzazione del sistema Lane Assist</b>	<b>3</b>
1.1 Modello completo . . . . .	3
1.1.1 Modello matematico . . . . .	4
1.1.2 Modello di stato . . . . .	5
1.2 Modello semplificato . . . . .	6
1.2.1 Modello matematico . . . . .	7
1.2.2 Modello di stato . . . . .	7
1.2.3 Funzione di trasferimento . . . . .	9
<b>2 Analisi delle proprietà del sistema linearizzato</b>	<b>11</b>
2.1 Stabilità del sistema a catena aperta . . . . .	11
2.2 Risposta al gradino . . . . .	12
<b>3 Progettazione del controllore</b>	<b>15</b>
3.1 Progetto del controllore $C_1(s)$ . . . . .	16
3.2 Progetto del controllore $C_2(s)$ . . . . .	18
3.2.1 Specifiche relative al comportamento del sistema rispetto al riferimento . . . . .	20
3.2.2 Specifica statica sulle variazioni parametriche . . . . .	24
3.2.3 Reiezione dei disturbi . . . . .	25
3.2.4 Considerazioni finali su $C_2$ . . . . .	27

---

<b>A Teoremi utilizzati</b>	<b>31</b>
A.1 Teorema del valore finale . . . . .	31
A.2 Corollario del teorema del valore finale . . . . .	31
<b>B Codice Matlab</b>	<b>33</b>
<b>Bibliografia e Sitografia</b>	<b>35</b>

# Introduzione

Oggi il numero di veicoli sulle strade è molto elevato. L'auto, infatti, è la primaria scelta per piccoli e grandi spostamenti. Purtroppo, però, l'elevata diffusione delle auto e l'enorme numero di distrazioni a cui si è sottoposti alla guida, portano gli autoveicoli ad essere il mezzo di trasporto più pericoloso. Negli ultimi anni le case automobilistiche si sono mosse al fine di diminuire il numero di morti e feriti sulle strade introducendo molti dispositivi di sicurezza attiva e passiva. Uno fra questi è il Lane Assist, un dispositivo di sicurezza attivo che aiuta il guidatore di un veicolo a rimanere nella carreggiata e a cambiare corsia senza coinvolgere gli altri utenti della strada. Si stima, infatti, che gli incidenti provocati dal cambio di corsia siano numerosissimi e, se la velocità è superiore ai 65 Km/h, possono essere mortali. Se tutte le auto fossero dotate di Lane Assist, si eviterebbero 5000 morti e 40.000 infortuni ogni anno solo nei 27 paesi dell'Unione Europea. Questo dispositivo è composto da una telecamera in grado di riconoscere la segnaletica orizzontale, da radar che rilevano la presenza di auto nelle altre corsie e di un attuatore che gestisce lo sterzo. Tutto ciò è controllato da un sistema che raccoglie le informazioni dalla telecamera e i radar per poi pilotare l'attuatore di conseguenza. Il sistema dev'essere calibrato correttamente così che durante il suo funzionamento non riduca il comfort a bordo. Lo scopo di questa tesi è modellizzare il sistema per poi costruire un controllore che permetta di ottenere determinate specifiche al fine di simulare il sistema sopra descritto.





# Capitolo 1

## Modellizzazione del sistema Lane Assist

Questo primo capitolo verte sulla modellazione di un veicolo monotraccia.

### 1.1 Modello completo

Si consideri il problema completo ovvero guidare autonomamente il veicolo in modo da eseguire un moto rettilineo lungo la linea che divide a metà la corsia.

Al fine di risolvere il problema, è necessario modellizzare una scena comune rappresentata da un'auto che percorre una strada e deve rimanere all'interno della propria carreggiata. Fig (1.1)

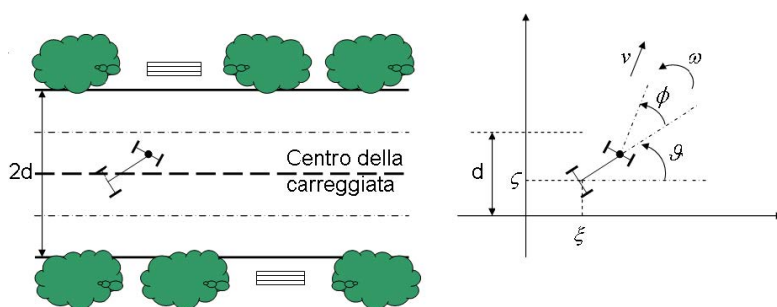


Figura 1.1

### 1.1.1 Modello matematico

Analizzando il sistema di Fig. 1.1, il modello matematico si può ottenere applicando le leggi fisiche del moto:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \cos \theta \cos \phi \\ \dot{\zeta} = v \sin \theta \cos \phi \\ \dot{\theta} = \frac{\sin \phi}{L} v \\ \dot{\phi} = \omega \end{cases} \quad (1.1)$$

dove:

- $v = 10m/s$  la velocità longitudinale dell'asse anteriore considerata costante;
- $L = 2m$  la distanza tra gli assi delle ruote;
- $\omega$  la velocità angolare di sterzata;
- $\psi$  la posizione longitudinale del veicolo, ovvero descrive lo stato avanzamento dello stesso;
- $\zeta$  la distanza del centro dell'asse posteriore dal centro della corsia ed è ovvero la grandezza che assumeremo come uscita del nostro modello;
- $\theta$  l'angolo di inclinazione dell'auto rispetto alla linea che divide a metà la corsia;
- $\phi$  l'angolo di sterzata del veicolo;
- $d=4m$  la larghezza di ogni corsia.

### 1.1.2 Modello di stato

Se assumiamo che il moto di riferimento del veicolo si possa riassumere attraverso le seguenti espressioni matematiche:

$$\begin{aligned}
 \hat{\zeta} &= 0 && \text{distanza nulla dal centro della carreggiata} \\
 \hat{\theta} &= 0 && \text{inclinazione nulla dell'auto rispetto alla carreggiata} \\
 \hat{\phi} &= 0 && \text{angolo di sterzata nullo} \\
 \hat{\omega} &= 0 && \text{velocità di sterzata nulla} \\
 \hat{\xi}(t) &= \xi(0) + vt && \text{moto rettilineo uniforme}
 \end{aligned}$$

L'obiettivo che ci si propone è quello di derivare il modello di stato linearizzato attorno a tale traiettoria nominale. A tal fine si definiscono le variabili di stato  $x_1 \doteq \xi - \hat{\xi}$ ,  $x_2 \doteq \zeta - \hat{\zeta}$ ,  $x_3 \doteq \theta - \hat{\theta}$ ,  $x_4 \doteq \phi - \hat{\phi}$  e l'ingresso di controllo  $u \doteq \omega - \hat{\omega}$ , che rappresentano gli scostamenti dei valori effettivi delle varie grandezze e degli ingressi rispetto ai loro valori nominali. Ora è possibile descrivere la dinamica delle precedenti variabili scostamento attraverso un modello di stato non lineare del tipo  $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ ,  $y = h(\mathbf{x})$  e, specificatamente:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \cos(x_3) \cos(x_4)v - v \\
 \dot{x}_2 &= \sin(x_3) \cos(x_4)v \\
 \dot{x}_3 &= \frac{\sin(x_4)}{L}v \\
 \dot{x}_4 &= u_1 \\
 y &= x_2
 \end{aligned}$$

Si osservi che per questo sistema non lineare che descrive gli scostamenti del movimento del veicolo attorno alla traiettoria di riferimento, l'origine è banalmente un punto di equilibrio ad ingresso nullo. Si proceda ora linearizzando il precedente sistema attorno all'origine per  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ . A tal fine si calcolino le matrici Jacobiane per  $\mathbf{x}_e = \mathbf{0}$  e  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ :

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{0}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\sin(x_3) \cos(x_4)v & -\cos(x_3) \sin(x_4)v \\ 0 & 0 & -\cos(x_3) \cos(x_4)v & -\sin(x_3) \cos(x_4)v \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\cos(x_4)}{L}v \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{0}}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Il modello lineare diventa quindi  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$ ,  $y = \mathbf{C}\mathbf{x}$ , con

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & v \\ 0 & 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v/L \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

La funzione di trasferimento di questo modello è così fatta:

$$G(s) = \frac{C \cdot \text{adj}(sI - A)B}{\Delta_A(s)} = \frac{s \cdot K}{s \cdot s^3} = \frac{K}{s^3}$$

con  $\Delta_A(s) = s^4$ . Come si può notare, essa presenta una cancellazione di un fattore instabile  $s$  che è comune a numeratore  $C \cdot \text{adj}(sI - A)B$  e denominatore  $\Delta_A(s)$ . Pertanto se utilizzassi il modello qui sopra come riferimento, l'eventuale stabilità BIBO del sistema retroazionato non garantirebbe il buon comportamento del sistema complessivo perché rimarrebbe uno zero instabile ed eventuali condizioni iniziali non nulle porterebbero a evoluzioni di uscita che o non convergono a zero o convergono ad un valore costante diverso da quello desiderato. Per questo motivo è necessario apportare delle semplificazioni al modello matematico (1.1) per poter proseguire con l'elaborato.

## 1.2 Modello semplificato

In questa sezione si tratta un modello semplificato rispetto a quello studiato precedentemente. Per tale sistema ridotto si andrà a impostare e successivamente

risolvere il problema di controllo.

### 1.2.1 Modello matematico

Si consideri il modello matematico ridotto, ottenuto ignorando l'equazione differenziale che descrive la dinamica di  $\xi(t)$ , ovvero l'avanzamento del veicolo:

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \sin \theta \cos \phi \\ \dot{\theta} = \frac{\sin \phi}{L} v \\ \dot{\phi} = \omega \end{cases}$$

assumiamo, come prima:

- $v = 10m/s$  la velocità longitudinale dell'asse anteriore considerata costante;
- $L = 2m$  la distanza tra gli assi delle ruote;
- $\omega$  la velocità angolare di sterzata;
- $\zeta$  la distanza del centro dell'asse posteriore dal centro della corsia ed è ovvero la grandezza che assumeremo come uscita del nostro modello;
- $\theta$  l'angolo di inclinazione dell'auto rispetto alla linea che divide a metà la corsia;
- $\phi$  l'angolo di sterzata del veicolo;
- $d=4m$  la larghezza di ogni corsia.

### 1.2.2 Modello di stato

Si ridefiniscano le variabili di stato  $x_1 \doteq \zeta - \hat{\zeta}$ ,  $x_2 \doteq \theta - \hat{\theta}$ ,  $x_3 \doteq \phi - \hat{\phi}$  e l'ingresso di controllo  $u \doteq \omega - \hat{\omega}$ . Quindi il nuovo modello di stato non lineare  $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, u)$ ,  $y = h(\mathbf{x})$  è:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \sin(x_2) \cos(x_3)v \\
 \dot{x}_2 &= \frac{\sin(x_3)}{L}v \\
 \dot{x}_3 &= u \\
 y &= x_1
 \end{aligned}$$

Si individuino ora tutti i punti di equilibrio ad ingresso nullo risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{aligned}
 0 &= \sin(x_2) \cos(x_3)v \\
 0 &= \frac{\sin(x_3)}{L}v.
 \end{aligned}$$

Dalla seconda equazione risulta  $x_3 = \arcsin\left(\frac{L}{v}\right) = k_1\pi$  e dalla prima  $x_2 = k_2\pi$ , con  $k_1$  e  $k_2$  numeri interi. Si deduce, quindi, che i punti di equilibrio sono  $(s, k_1\pi, k_2\pi) \forall s \in \mathbb{R}$ . Ovviamente anche in questo caso l'origine è punto di equilibrio. Linearizzando il sistema intorno all'origine con ingresso nullo si ottiene il modello di stato lineare strettamente proprio:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = F\mathbf{x}(t) + G\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = H\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

con

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{0}}} &= \begin{bmatrix} 0 & -\cos(x_2) \cos(x_3)v & -\sin(x_2) \cos(x_3)v \\ 0 & 0 & \frac{\cos(x_3)}{L}v \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v}{L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \doteq F, \\
 \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e \\ \mathbf{u}=\mathbf{0}}} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \doteq G; \\
 \left. \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \doteq H.
 \end{aligned}$$

Poiché la matrice  $F$  è triangolare superiore, si può subito individuare l'autovalore  $\lambda = 0$  con molteplicità  $m = 3$  sulla sua diagonale principale. Da ciò ne

deriva che il sistema linearizzato è instabile data la presenza di tre modi di cui uno costante e due divergenti. Nulla si può dire invece (con questo metodo) sulla stabilità dell'origine come punto di equilibrio del sistema non lineare di partenza.

### 1.2.3 Funzione di trasferimento

L'obiettivo, ora, è il calcolo della funzione di trasferimento  $G(s)$  del sistema lineare che esprime la relazione algebrica tra l'uscita forzata e l'ingresso nel dominio di Laplace.

Grazie alla notazione adottata, l'applicazione della trasformata diviene più agevole. Ora è necessario porre tutte le condizioni iniziali nulle, si noti che non c'è perdita di generalità poiché equivale a considerare il veicolo posizionato correttamente all'interno della corsia, ovvero lungo la linea che divide a metà la corsia e orientato nella direzione della stessa.

Applicando dunque la formula  $G(s) = H(sI - F)^{-1}G$ , la funzione di trasferimento risulta essere:

$$G(s) = \frac{v^2}{Ls^3} \frac{100}{2s^3} = 50 \frac{1}{s^3}. \quad (1.2)$$





## Capitolo 2

# Analisi delle proprietà del sistema linearizzato

L'obiettivo di questo capitolo è l'analisi delle proprietà della funzione di trasferimento  $G(s)$  del sistema linearizzato calcolata nel capitolo precedente.

### 2.1 Stabilità del sistema a catena aperta

Il concetto di stabilità è fondamentale nell'analisi del funzionamento di un sistema fisico. Un sistema stabile è capace di riportarsi spontaneamente in una condizione di equilibrio dopo aver registrato un discostamento, il quale può essere dovuto a disturbi esterni o a variazioni delle sollecitazioni in ingresso.

Abbiamo già notato come il sistema linearizzato abbia tre autovalori in 0 e ad essi siano associati anche modi instabili. Pertanto il sistema non è asintoticamente stabile. Analizzando la funzione di trasferimento  $G(s)$  (1.2), il sistema analizzato risulta non essere nemmeno BIBO stabile. Per prima cosa, nel progetto del controllore, sarà quindi necessario rendere la funzione di trasferimento del sistema retroazionato almeno BIBO stabile. Al fine di aver chiaro il comportamento del sistema e per poter successivamente rendere BIBO stabile il sistema, tracciamo il grafico del luogo delle radici positivo (si veda Fig. 2.1).

Nell'immagine si possono notare due rami interamente contenuti nel semipiano

destro, ciò sta a significare che per ogni  $K > 0$  la FDT  $W(s) = \frac{KG(s)}{1+KG(s)}$  ha due poli a parte reale positiva.

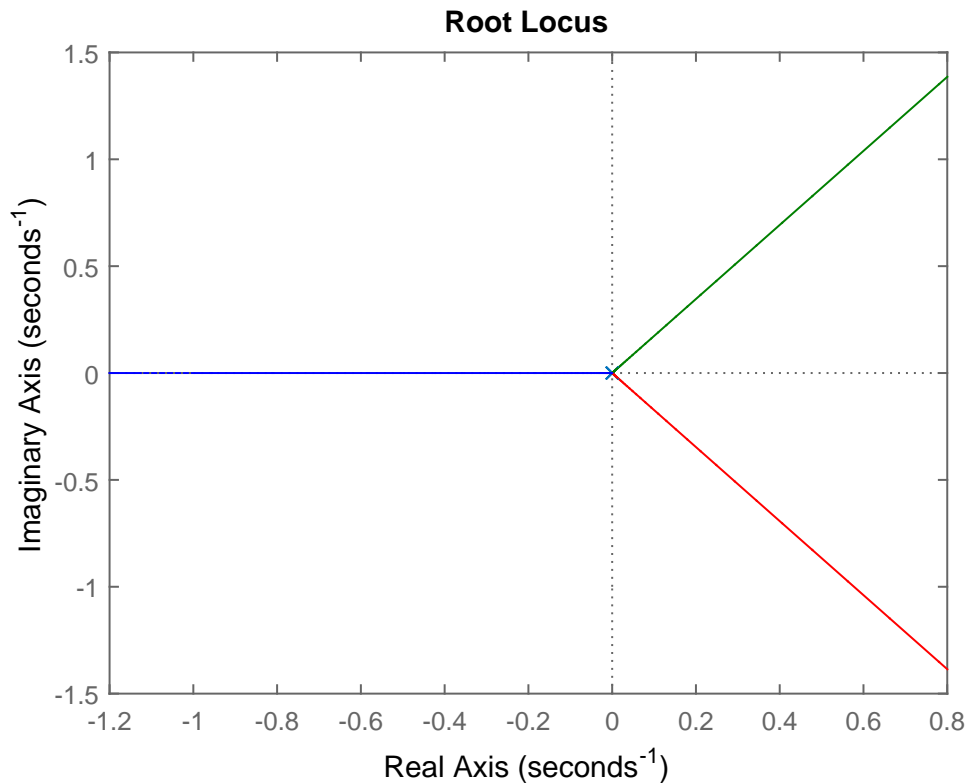


Figura 2.1: Luogo delle radici di  $G(s)$ .

## 2.2 Risposta al gradino

Per caratterizzare ulteriormente il sistema soggetto ad analisi è bene svolgere anche lo studio del suo comportamento nel dominio del tempo. Il riferimento che il sistema deve seguire qualora gli venga richiesto un cambio corsia corrisponde alla risposta al gradino di ampiezza pari alla distanza  $d$  (infatti la distanza dal centro di una corsia a quello della corsia opposta è proprio uguale a  $d$ ) da compiere per eseguire correttamente la manovra. Per questo motivo analizziamo la risposta al gradino del sistema per valutarne il comportamento senza alcun tipo di controllo.

Notiamo dalla Fig. 2.2 che il sistema non è in grado di inseguire il gradino, anzi ha un andamento esponenziale, cosa prevedibile visto che il sistema non è BIBO stabile.

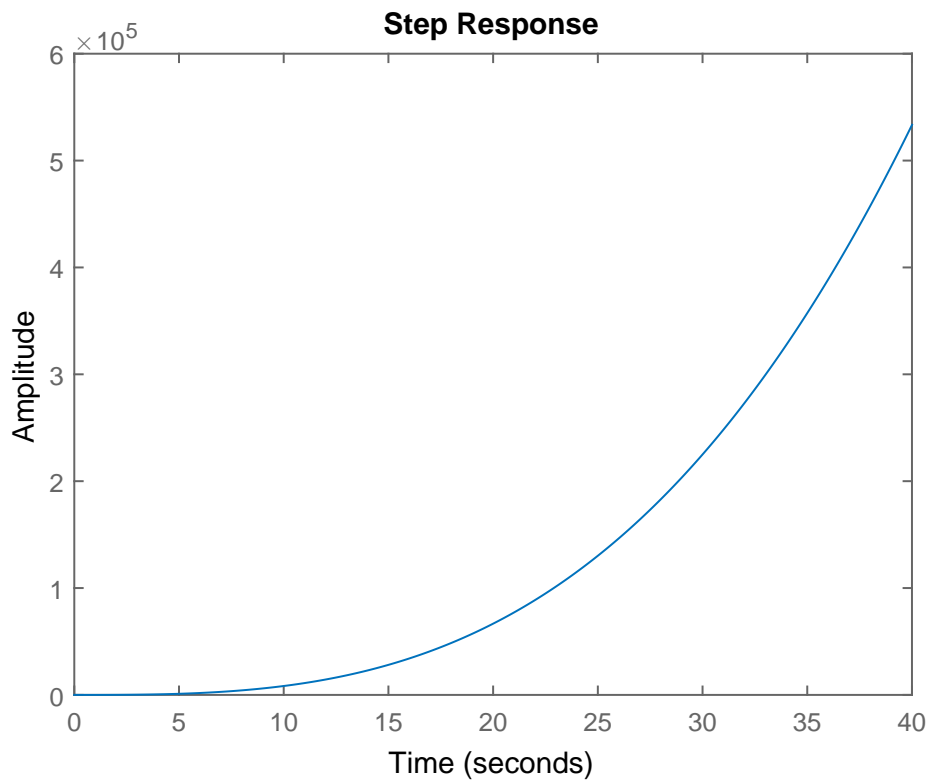


Figura 2.2: Risposta al gradino di  $G(s)$ .



## Capitolo 3

# Progettazione del controllore

Lo scopo del Lane Assist è quello di mantenere l'auto in carreggiata. L'obiettivo di questo capitolo è la progettazione di un controllore in grado di ottenere tali specifiche senza ridurre il comfort della vettura. Al fine di attribuire al sistema le specifiche richieste è necessario l'impiego di un controllo in retroazione (Fig. 3.1).

La retroazione è la capacità di un sistema dinamico di tenere conto delle misure

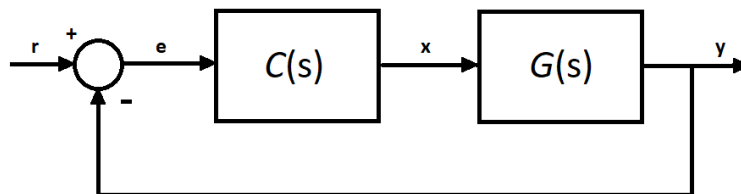


Figura 3.1: Schema a blocchi sistema in retroazione unitaria negativa

effettuate sul sistema per modificare le caratteristiche del sistema stesso. Il controllo in retroazione dall'uscita si ottiene riportando all'ingresso dello stesso l'uscita, in modo che l'effettivo segnale in ingresso al sistema sia dato dalla differenza (si parla quindi di retroazione **negativa**) tra il segnale esterno di riferimento  $r(t)$  e l'uscita  $y(t)$ .

Prima di ambire ad acquisire determinate specifiche o prestazioni, è necessario che sia garantita la condizione più importante, ovvero la stabilità BIBO. A tal fine si procede determinando un controllore stabilizzante per il sistema e successiva-

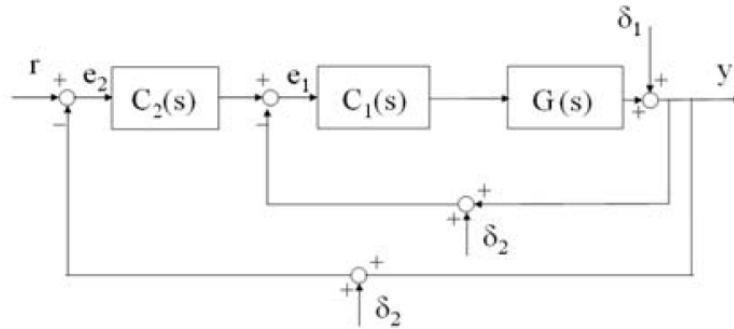


Figura 3.2

mente si andrà ad operare in modo da garantire il soddisfacimento delle diverse specifiche senza modificare la proprietà di BIBO stabilità del sistema risultante. Questa rappresenta la cosiddetta tecnica del doppio anello di retroazione (o della retroazione in cascata), schematizzata in Fig. 3.2.

Per prima cosa, si progetta un controllore  $C_1(s)$  che renda BIBO stabile il sistema in anello chiuso  $G_1(s) = \frac{C_1(s)G(s)}{1+C_1(s)G(s)}$ , successivamente il sistema  $G_1(s)$  viene a sua volta chiuso in retroazione e nella catena diretta viene inserito un controllore  $C_2(s)$ , in grado di far soddisfare al sistema retroazionato complessivo le specifiche richieste.

### 3.1 Progetto del controllore $C_1(s)$

Il progetto del controllore  $C_1(s)$  atto solamente a stabilizzare il sistema, può essere effettuato attraverso lo studio del luogo delle radici in catena aperta. Infatti come si può notare dalla Fig. 2.1 nel luogo delle radici positivo di  $G(s)$  sono presenti due rami che divergono all'infinito nel semipiano a parte reale positiva che evidenziano l'instabilità del sistema retroazionato attraverso un semplice controllo proporzionale positivo. L'inserimento di un  $C_1(s)$  non proporzionale, e quindi di zeri e/o poli, in catena aperta ha lo scopo di richiamare i due rami sopra citati nel semipiano a parte reale negativa. Una soluzione possibile è quella di inserire un paio di zeri a parte reale negativa piccola, ad esempio assumendo  $C_1(s) = (s + 0.5)^2$ . Poiché la funzione di trasferimento  $C_1(s)$  del controllore è rappresentativa di un sistema dinamico, essa dovrà essere propria. Quindi, una

volta inserito un numero di zeri necessario a soddisfare tutte le specifiche richieste, sarà essenziale garantire la *properness* del controllore introducendo un numero di poli affinché il numero totale di questi ultimi sia maggiore o uguale al numero di zeri. I poli che verranno inseriti per garantire la *properness*, saranno posizionati in alta frequenza per mantenere i rami il più possibile nell'area del piano a parte reale negativa. Una possibile soluzione è  $C_1(s) = \frac{(s+0.5)^2}{(s+50)^2}$ . L'inserimento dello zero doppio e del polo doppio entrambi negativi garantisce l'esistenza di valori di  $K > 0$  per cui tutti i punti dei rami del luogo delle radici che corrispondono a tale  $K$  sono nel semipiano sinistro aperto. A questo punto scelgo di aggiungere un guadagno di Evans allo scopo di avere poli non solo stabili ma anche reali e quindi definisco  $C_1(s) \doteq 160 \frac{(s+0.5)^2}{(s+50)^2}$ . I grafici in Fig. 3.3 e Fig. 3.4 rappresentano il luogo delle radici in catena aperta dopo aver aggiunto il controllore appena rappresentato, verificando quello ciò detto finora.

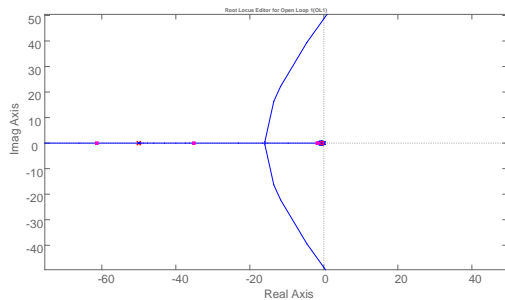
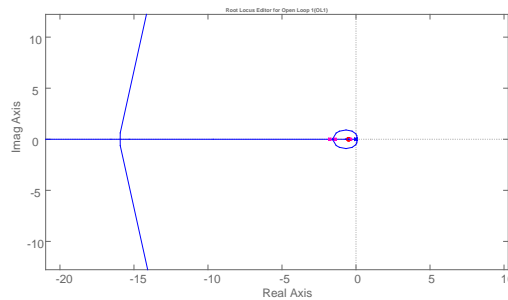
Figura 3.3: Luogo delle radici  $C_1(s)G(s)$ 

Figura 3.4: Dettaglio

La nuova funzione di trasferimento (BIBO stabile) ottenuta in tal modo è

$$\begin{aligned}
 G_1(s) &= \frac{C_1(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s)} = \frac{160 \frac{(s+0.5)^2}{(s+50)^2} \cdot 50 \frac{1}{s^3}}{1 + 160 \frac{(s+0.5)^2}{(s+50)^2} \cdot 50 \frac{1}{s^3}} = \\
 &= 8000 \frac{(s+0.5)^2}{(s+0.373401)(s+1.40157)(s+1.77416)(s+35.1227)(s+61.3282)} \\
 &= \frac{\left(\frac{s}{10^{-0.30}} + 1\right)^2}{\left(\frac{s}{10^{-0.43}} + 1\right) \left(\frac{s}{10^{0.147}} + 1\right) \left(\frac{s}{10^{0.25}} + 1\right) \left(\frac{s}{10^{1.55}} + 1\right) \left(\frac{s}{10^{1.79}} + 1\right)}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

e ad essa faremo riferimento nel seguito. Vado quindi a tracciare il diagramma di Bode di  $G_1(s)$  in Fig. 3.5, il quale sarà utile per completare il progetto.

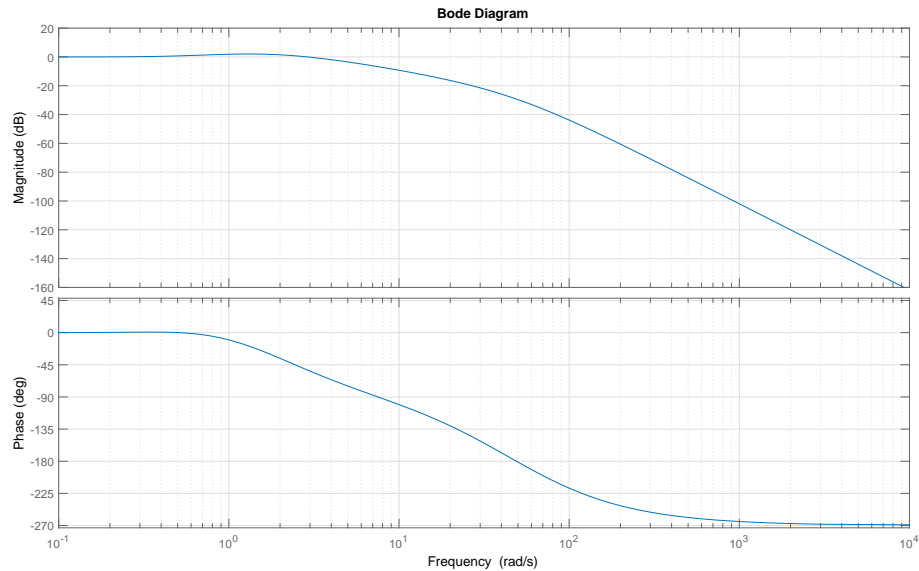


Figura 3.5: Diagramma di Bode di  $G_1(s)$

## 3.2 Progetto del controllore $C_2(s)$

Lo scopo del controllore  $C_2(s)$  (si veda Fig.3.2) è quello di permettere al sistema retroazionato finale di rispettare le specifiche di progetto sotto elencate:

1. L'errore nel cambio di corsia sia nullo a regime;
2. Dopo un cambio di corsia, la posizione del centro dell'asse delle ruote rispetto al centro della nuova corsia si assesti in un intervallo di  $\pm 20$ cm entro un tempo di 2s. Inoltre per garantire che il veicolo non fuoriesca dalla corsia di marcia, si faccia in modo che il valore di scostamento dal centro della corsia sia  $|\zeta - d| < \frac{1}{4}d$ ;
3. La presenza di vento longitudinale, che faccia differire il valore effettivo della velocità lineare  $v$  da quello noto di al più un 10%, non deve spostare la



posizione raggiunta a regime dal sistema dopo un cambio di corsia di più di  $\pm 10\text{cm}$  rispetto alla linea che divide a metà la corsia;

4. L'influenza sull'uscita di un termine di deriva laterale, dovuto a forze aerodinamiche agenti sull'uscita del processo  $G(s)$  e aventi la forma  $\delta_1(t) = At$ , sia inferiore a  $0.1A$ ;
5. Sia reiettato completamente un disturbo  $\delta_2(t)$  costante agente sulla lettura del sensore di posizione.

Grazie alla tecnica della retroazione in cascata, si può pensare a  $C_2(s)$  come un semplice controllore atto a far rispettare determinati vincoli alla funzione di trasferimento ottenuta retroazionando il sistema  $G_1(s)$  BIBO stabile (Fig. 3.1).

Le specifiche che il sistema in anello chiuso deve soddisfare possono essere suddivise in due categorie: specifiche riguardanti il comportamento a regime del sistema, e specifiche sul comportamento del sistema durante i transitori. Le specifiche che appartengono alla prima categoria vengono comunemente indicate come specifiche statiche, mentre quelle appartenenti alla seconda categoria vengono dette specifiche dinamiche. Le specifiche statiche si possono ulteriormente dividere in due sottocategorie ovvero quelle relative al comportamento del sistema rispetto al riferimento costante e quelle che riguardano la reiezione ai disturbi. Nel nostro caso, seguendo l'elenco di inizio paragrafo, il primo punto riporta una specifica statica mentre il secondo riporta specifiche dinamiche ed entrambi riguardano il comportamento del sistema rispetto al riferimento; invece le altre tre sono statiche e riguardano la reiezione ai disturbi e le variazioni parametriche.

Per convenienza è utile considerare un controllore  $C_2(s)$  della forma  $C_2(s) = \frac{K}{s^t} \hat{C}_2(s)$  con  $K \in \mathbb{R}$ ,  $t \in \mathbb{Z}$ ,  $t \geq 0$ , e  $\hat{C}_2(0) = 1$ . Così facendo è possibile scegliere il guadagno  $K$  e  $t$  in base alle specifiche statiche e  $\hat{C}_2(s)$  in base alle specifiche dinamiche. Imporre  $\hat{C}_2(0) = 1$  è importante al fine di garantire che questa parte del controllore non vada ad alterare il comportamento a regime e quindi le specifiche statiche del sistema.

Prima di procedere con il progetto, è utile calcolare la trasformata di Laplace del-

l'uscita del sistema  $Y(s)$  considerando anche i disturbi del sistema. Osservando la Fig. 3.2 e definendo le seguenti trasformate:

- $\Delta_1(s) \doteq \mathcal{L}\{\delta_1\}(s)$ ;
- $\Delta_2(s) \doteq \mathcal{L}\{\delta_2\}(s)$ ;
- $E_1(s) \doteq \mathcal{L}\{e_1\}(s)$ ;
- $E_2(s) \doteq \mathcal{L}\{e_2\}(s)$ ;
- $R(s) \doteq \mathcal{L}\{r\}(s)$ .

si ottiene

$$Y(s) = \Delta_1(s) + G(s)C_1(s)E_1(s)$$

dove

$$E_1(s) = C_2(s)E_2(s) - (Y(s) + \Delta_2(s))$$

e

$$E_2(s) = R(s) - (Y(s) + \Delta_2(s)).$$

Dopo alcune sostituzioni si ottiene

$$\begin{aligned} Y(s) = & \frac{C_1(s)C_2(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s) + C_2(s)C_1(s)G(s)}R(s) + \\ & - \frac{(1 + C_2(s))C_1(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s) + C_2(s)C_1(s)G(s)}\Delta_2(s) + \\ & + \frac{1}{1 + C_1(s)G(s) + C_2(s)C_1(s)G(s)}\Delta_1(s) \end{aligned} \quad (3.2)$$

### 3.2.1 Specifiche relative al comportamento del sistema rispetto al riferimento

Si inizia a progettare  $C_2(s)$  affinché il sistema retroazionato risultante rispetti le specifiche relative al comportamento del sistema rispetto al riferimento, ovvero alla risposta al gradino.

La prima specifica richiede che l'errore nel cambio di corsia sia nullo a regime ed equivale a dire che l'errore al riferimento sia nullo. Dato che il riferimento è un

gradino di ampiezza uguale alla distanza  $d$  da compiere per effettuare il cambio di corsia, significa che il sistema finale  $W(s) = \frac{C_2(s)G_1(s)}{1+C_2(s)G_1(s)}$  deve essere di tipo 1. Al fine di verificare questa condizione è necessaria la presenza di un polo nell'origine nella funzione  $C_2(s)G_1(s)$ . Poiché  $G_1(s)$  (si veda 3.1) non presenta alcun polo nell'origine, dovrà essere aggiunto a  $C_2(s)$  che quindi avrà  $t = 1$ :  $C_2(s) = \frac{K}{s}\hat{C}_2(s)$ . A questo punto riportiamo in Fig. 3.6 il diagramma di Bode della funzione  $\frac{1}{s} \cdot G_1(s)$ , il quale ci sarà utile per la progettazione di  $\hat{C}_2(s)$ .

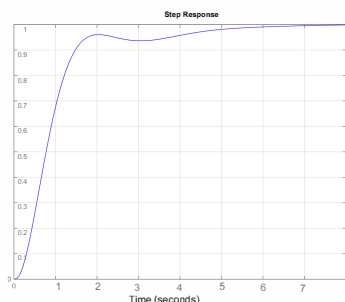
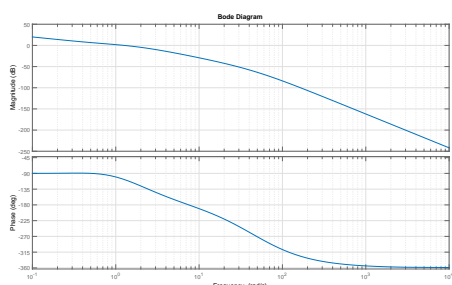


Figura 3.6: Diagramma di Bode della funzione  $\frac{1}{s} \cdot G_1(s)$ .  
Figura 3.7: Risposta al gradino della funzione  $\frac{1}{s} \cdot G_1(s)$ .

Come si può notare dal grafico della risposta al gradino in Fig. 3.7, le specifiche statiche sono rispettate dal sistema, a conferma della corretta progettazione.

Al fine di rispettare le specifiche dinamiche, citate nel secondo punto dell'elenco di inizio paragrafo, si esplicitano le richieste al fine di renderle più chiare. Nella prima parte si richiede di assestare la posizione del centro dell'asse posteriore in un intervallo di  $\pm 20\text{cm}$  rispetto al centro della nuova corsia in 2s dall'inizio della manovra, ciò significa che si richiede un tempo di assestamento al 5% al più di 2s. Nella seconda parte si richiede di garantire che lo scostamento massimo rispetto al centro della corsia sia pari a  $|\zeta - d| < \frac{1}{4}d$ , ovvero che la risposta al gradino abbia una sovraelongazione  $S$  inferiore al 25%.

Se assumiamo che la funzione del sistema ad anello chiuso presenti due poli dominanti, essa può essere approssimata da un sistema del secondo ordine del tipo  $\hat{G}_1(s) = \frac{\omega_t^2}{s^2 + 2\delta\omega_t s + \omega_t^2}$ , con  $0 \leq \delta < 1$  lo smorzamento. Grazie a questa semplificazione posso utilizzare la relazione  $S = e^{-\frac{\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}}$ , valida solo per i sistemi del secondo

ordine, per ricavarmi il valore dello smorzamento  $\delta = 0.4037$ . Affinché il tempo di assestamento al 5% del sistema retroazionato finale soddisfi  $t_s < 2s$  la pulsazione di attraversamento della funzione di trasferimento in catena aperta  $C_2(s)G_1(s)$  deve soddisfare  $\omega_A > \frac{3}{\delta t_s} = \frac{3}{0,4037 \cdot 2} \approx 3.72 \text{ rad/s}$  e il relativo margine di fase deve essere  $m_{\phi} > 100\delta = 100 \cdot 0,4037 = 40,37 \text{ deg}$ . Osservando il diagramma di Bode di Fig. 3.6 si nota come sia sufficiente inserire in  $C_2(s)$  uno zero a parte reale negativa piccola per ottenere la pulsazione di taglio e il margine di fase sopra esplicitati, pur mantenendo la *properness* del controllore. Scelgo di inserire lo zero attraverso il fattore  $(s + 0.373401)$ , effettuando una cancellazione zero-polo, quindi definisco  $C_2(s) \doteq \frac{(s+0.373401)}{s}$ .

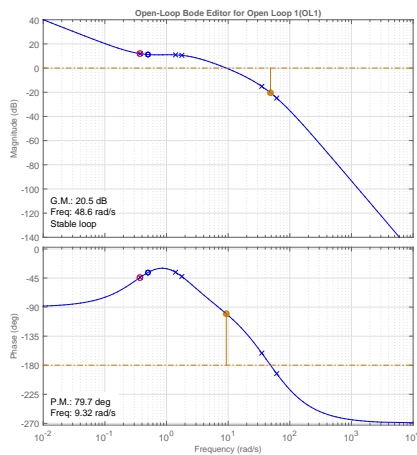


Figura 3.8: Diagramma di Bode della funzione  $C_2(s) \cdot G_1(s)$ .

In Fig. 3.8 è riportato il diagramma di Bode in catena aperta della funzione  $C_2(s) \cdot G_1(s)$  il quale conferma quanto detto circa il rispetto dei vincoli su pulsazione di taglio e margine di fase. Dal grafico della risposta al gradino di Fig. 3.9, però, si nota come la specifica riguardante il tempo di assestamento al 5% non è rispettata. Il problema potrebbe essere dato dalle notevoli approssimazioni effettuate in precedenza.

È necessario allora procedere con il progetto del controllore  $C_2(s)$  effettuando una sintesi per tentativi utilizzando Control System Designer, un'applicazione di

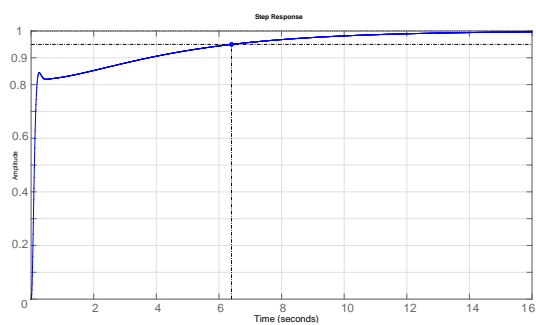


Figura 3.9: Risposta al gradino della funzione  $C_2(s) \cdot G_1(s)$ .

Matlab che rende disponibili e modificabili il diagramma di Bode di una funzione e la relativa risposta al gradino della funzione retroazionata in tempo reale. Dopo alcuni tentativi si è determinato che una possibile scelta del controllore è  $C_2(s) = \frac{1}{s} \hat{C}_2(s) = \frac{1}{s} \frac{(s+1.77416)(s+35.1227)(s+61.3282)}{(s+10^4)(s+10^5)}$ ; si noti che gli zeri inseriti effettuano tutti una cancellazione zero-polo con poli della funzione  $G_1(s)$ , mentre i due poli inseriti in  $\hat{C}_2(s)$  sono in alta frequenza e hanno il solo scopo di rendere proprio il controllore  $C_2(s)$ . Come è possibile notare da Fig. 3.10 e da Fig. 3.11, tale soluzione soddisfa ampiamente tutte le specifiche richieste riguardanti la risposta al gradino, ottenendo un tempo di assestamento al 5%  $t_s = 1.89s$  e una sovraelongazione nulla.

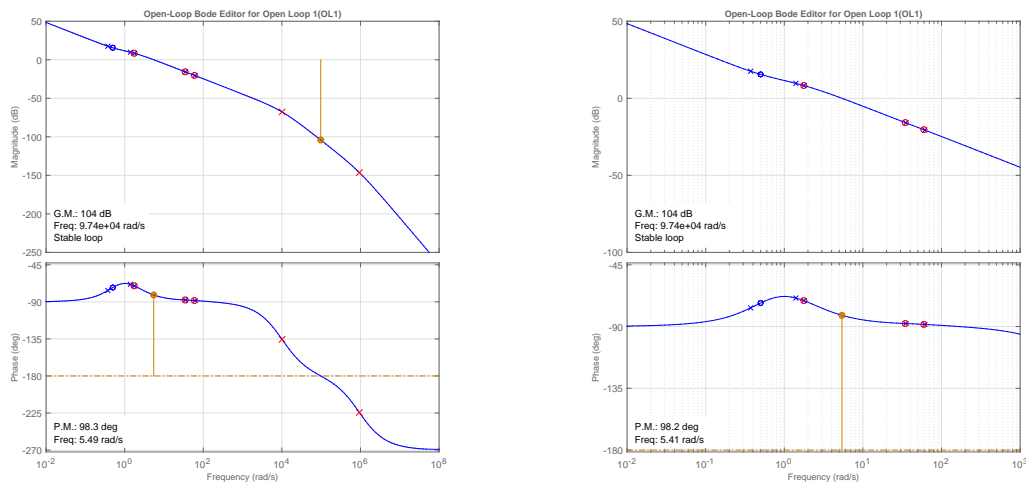


Figura 3.10: Diagramma di Bode della funzione  $C_2(s) \cdot G_1(s)$

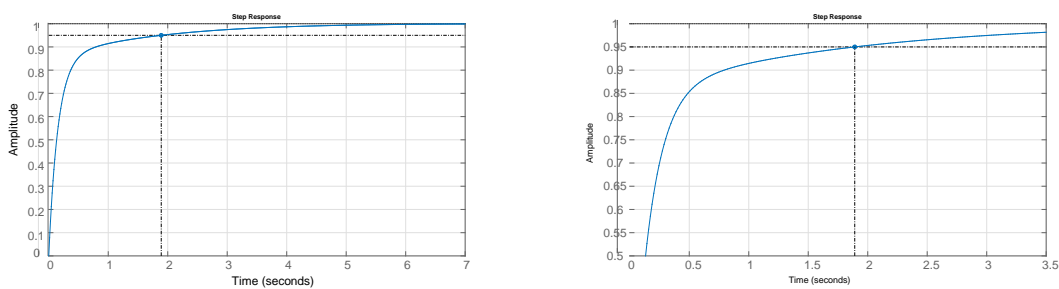


Figura 3.11: Risposta al gradino della funzione  $C_2(s) \cdot G_1(s)$

### 3.2.2 Specifica statica sulle variazioni parametriche

La specifica riguardante le variazioni parametriche è riportata nel terzo punto dell'elenco di inizio paragrafo. Al fine di rispettare tale specifica si determina a partire dalla (3.2) la funzione di trasferimento  $W(s)$  dal segnale di riferimento  $R(s)$  all'uscita  $Y(s)$ :

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{C_2(s)C_1(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s) + C_2(s)C_1(s)G(s)} R(s) \\ &= \frac{C_2(s)G_1(s)}{1 + C_2(s)G_1(s)} R(s) = W(s)R(s), \end{aligned} \quad (3.3)$$

Per determinare l'uscita del sistema controllato in caso di perturbazione del valore della velocità, bisogna considerare  $(Y + \Delta Y) = (W + \Delta W)R(s)$ . Si vuole assicurare che, qualora la velocità venga alterata di al più il 10%, l'alterazione della risposta al gradino sia inferiore a  $\pm 10\text{cm}$ . Questo vincolo può essere espresso, facendo ricorso al teorema del valore finale, imponendo che il  $\lim_{s \rightarrow 0} s|\Delta W(s)|_s^{\frac{1}{s}} < \Delta v = 0, 1$ . Definisco  $W(j\omega, v) \doteq \frac{C_2(j\omega)G_1(j\omega, v)}{1 + C_2(j\omega)G_1(j\omega, v)}$  e la sensitività relativa  $S_\omega(j\omega, v) \doteq \frac{\partial W(j\omega, v)}{\partial v} \cdot \frac{1}{W(j\omega, v)}$ , quindi calcolo il limite:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} \Delta W &= \lim_{s \rightarrow 0} S_\omega(j\omega, v) \cdot W(j\omega, v) \cdot \Delta v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + C_2 G_1} \frac{\partial G_1}{\partial v} \frac{v}{G_1} W \cdot 0.1 = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{C_2}{(1 + C_2 G_1)^2} \frac{\partial G_1}{\partial v} \frac{v 10}{100} = \frac{C_2}{(1 + C_2 G_1)^2} \frac{C_1 \frac{\partial G}{\partial v}}{(1 + C_1 G)^2} \frac{v}{10} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{C_2}{(1 + C_2 G_1)^2} \frac{C_1 \frac{2v}{L s^3}}{(1 + C_1 \frac{v^2}{L s^3})^2} \frac{v}{10} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{16v^2(s^2 + s + 0.25)}{s^4(s^2 + 100s + 2500)}}{\left[1 + \frac{80v^2 s^2 + 80v^2 s + 20v^2}{s^5 + 100s^4 + 2500s^3 + 80v^2 s^2 + 800v^2 s + 200000v^2}\right]^2 \left[1 + \frac{80v^2(s^2 + s + 0.25)}{s^3(s^2 + 100s + 2500)}\right]^2} \\ &= \text{cost} \cdot \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^4} = \text{cost} \cdot \lim_{s \rightarrow 0} s^2 = 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Dato che il risultato del limite è nullo, la specifica richiesta è già verificata senza apportare ulteriori modifiche al controllore  $C_2(s)$ .

### 3.2.3 Reiezione dei disturbi

Studiamo ora le ultime due specifiche. Esse riguardano la reiezione di due disturbi,  $\delta_1$  e  $\delta_2$ , agenti in due punti diversi del sistema (Fig. 3.2): il primo agisce all'uscita di  $G(s)$ , mentre il secondo agisce su entrambi gli anelli di retroazione.

1. La prima specifica riguarda la reiezione di un disturbo a rampa  $\delta_1(t) = At$ . A tal fine sufficiente porre il riferimento  $r(s)$  e il disturbo  $\delta_2(t)$  a zero così da considerare la funzione di trasferimento tra  $\Delta_1(s)$  e  $Y(s)$  visibile nella espressione di  $Y(s)$  data in (3.2):

$$W_{\delta_1}(s) = \frac{1}{1 + C_1(s)G(s) + C_2(s)C_1(s)G(s)}. \quad (3.5)$$

Si prosegue determinando l'effetto del disturbo sull'uscita a regime, ovvero il valore dell'uscita a regime in presenza del solo disturbo  $\delta_1(t)$ , tramite il teorema del valore finale (appendice A.1). Prima di applicare questo teorema però, è necessario verificare le ipotesi iniziali dello stesso verificando che  $\mathcal{L}^{-1}\{W_{\delta_1}\}(t)$  sia di classe  $C^1$ , causale e finita. Ci viene in aiuto il corollario A.2 il quale afferma che condizione sufficiente per poter utilizzare il teorema è che  $W_{\delta_1}$  non possieda poli a parte reale positiva oppure nulla.

Esplicitiamo  $W_{\delta_1}$ :

$$\begin{aligned} W_{\delta_1}(s) &= \frac{1}{1 + C_1(s)G(s) + C_2(s)C_1(s)G(s)} = \\ &= \frac{1}{1 + C_1(s)G(s) + \frac{1}{s}\hat{C}_2(s)C_1(s)G(s)} = \\ &= \frac{1}{1 + C_1(s)G(s) \left(1 + \frac{1}{s}\hat{C}_2(s)\right)} = \\ &= \frac{1}{1 + 8000 \frac{[(s+1.77416)(s+35.1227)(s+61.3282)+s(s+10^4)(s+10^5)](s+0.5)^2}{s(s+10^4)(s+10^5)(s+0.373401)(s+1.40157)(s+1.77416)(s+35.1227)(s+61.3282)}} = \\ &= \frac{1}{1 + 16000 \frac{(s+3.82155 \cdot 10^{-6})(s+11474.6)(s+43574.5)(s+0.5)^2}{s(s+10^4)(s+10^5)(s+0.373401)(s+1.40157)(s+1.77416)(s+35.1227)(s+61.3282)}} = \\ &= \frac{s(s+10^4)(s+10^5)(s+0.373401)(s+1.40157)(s+1.77416)}{(s+35.387)(s+61.243)(s+10^4)(s+10^5)} \times \\ &\times \frac{(s+35.1227)(s+61.3282)}{(s^2+0.82171s+0.189)(s^2+2.5269s+4.8607)}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Si può notare che rispetta le condizioni quindi è possibile procedere nel calcolo del limite; sia  $\Delta_1(s) = \frac{A}{s^2}$  e ricordando che  $\hat{C}_2(0) = 1$  allora:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} sW_{\delta_1}(s)\Delta_1(s) &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + C_1(s)\frac{v^2}{Ls^3} + \frac{1}{s}\hat{C}_2(s)C_1(s)\frac{v^2}{Ls^3}} \frac{A}{s} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{s + C_1(s)\frac{50}{s^2} + \hat{C}_2(s)C_1(s)\frac{50}{s^2}} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{As^2}{s^3 + 50 \cdot C_1(s) \cdot (1 + \hat{C}_2(s))} = 0. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Il risultato del limite è nullo, il che sta a significare che il controllore  $C_2(s)$  così fatto è già in grado di reiettare il disturbo a rampa senza alcuna modifica.

2. Nell'ultima specifica viene richiesta la reiezione completa di un disturbo  $\delta_2$  costante ovvero la reiezione di un disturbo per  $\omega = 0$ . Come prima è sufficiente porre il riferimento  $r(s)$  e il disturbo  $\delta_1(t)$  a zero così da determinare la funzione di trasferimento tra  $\Delta_2(s)$  e  $Y(s)$  visibile nella espressione di  $Y(s)$  data in (3.2):

$$W_{\delta_2}(s) = -\frac{(1 + C_2(s))C_1(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s) + C_2(s)C_1(s)G(s)} = -\frac{(1 + C_2(s))G_1(s)}{1 + C_2(s)G_1(s)}. \quad (3.8)$$

Affinché ci sia la reiezione al disturbo deve esistere  $C_2(s)$  tale che  $W_{\delta_2}(0) = 0$ :

$$W_{\delta_2}(0) = -\frac{[1 + C_2(0)]G_1(0)}{1 + C_2(0)G_1(0)} = 0$$

$$\Downarrow \quad (3.9)$$

$$\left[1 + \frac{K}{s^t}\hat{C}_2(0)\right]G_1(0) = 0 \iff G_1(0) = -G_1(0) \cdot \frac{K}{s^t} \iff \frac{K}{s^t} = 0$$

Tale uguaglianza non è mai verificata poiché  $K \neq 0$  e  $t > 0$ , giacché il controllore deve avere almeno un polo nell'origine per rispettare le specifiche precedentemente esaminate. Quindi il disturbo  $\delta_2(t)$  non può essere reiettato in alcun modo.

Dopo aver esaminato le specifiche riguardanti la reiezione dei disturbi, il controllore  $C_2(s)$  non ha subito modifiche.



### 3.2.4 Considerazioni finali su $C_2$

Riassumendo i risultati conseguiti attraverso lo studio di ciascuna delle specifiche richieste, ne consegue che:

- il controllore  $C_2(s)$  deve avere un polo nell'origine;
- la funzione di trasferimento in catena aperta,  $C_2(s)G_1(s)$ , deve avere una pulsazione di taglio  $\omega_t$  superiore a 3.72rad/s e il margine di fase relativo  $m_\psi$  superiore a 40,37deg.

Una possibile soluzione finale del controllore  $C_2(s)$  è:

$$C_2(s) = \frac{(s + 1.77416)(s + 35.1227)(s + 61.3282)}{s(s + 10^4)(s + 10^5)}.$$

Il sistema retroazionato avrà, quindi, una funzione di trasferimento pari a:

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{C_2(s)G_1(s)}{1 + C_2(s)G_1(s)} = \frac{8000 \frac{(s+0.5)^2}{s(s+10^4)(s+10^5)(s+0.373401)(s+1.40157)}}{1 + 8000 \frac{(s+0.5)^2}{s(s+10^4)(s+10^5)(s+0.373401)(s+1.40157)}} = \\ &= \frac{8000(s+0.5)^2}{s(s+10^4)(s+10^5)(s+0.373401)(s+1.40157) + 8000(s+0.5)^2} = \\ &= \frac{8000(s+0.5)^2}{(s+3.82 \cdot 10^{-6})(s+0.373401)(s+1.40157)(s+10^4)(s+10^5)} \end{aligned} \quad (3.10)$$

la quale ha solo poli reali negativi e quindi il sistema è BIBO stabile.



# Conclusioni

In questa tesi è stato progettato il sistema Lane Assist in grado di mantenere l'autoveicolo in carreggiata, rispettando molte specifiche stringenti riguardo al comportamento dello stesso. Ogni specifica ha richiesto uno studio individuale e approfondito. Si tenga conto che la soluzione trovata non è unica, bensì esistono molteplici soluzioni che risolvono lo stesso problema.

Il controllore trovato, tuttavia, è poco realistico poiché è stato progettato assumendo valide molte semplificazioni del modello, infatti la strada è un'ambiente sottoposto a un'innumerabile moltitudine di variabili. Il controllore in commercio è in grado di seguire le curve e di lavorare a qualsiasi velocità, tuttavia neanche esso è perfetto infatti è richiesta la supervisione dell'uomo.

Questo elaborato mi ha consentito di approfondire le mie conoscenze riguardanti la teoria dei controlli e dei sistemi, oltre ad aver accresciuto le mie abilità con Matlab, che potranno essere utili negli studi futuri o in ambito lavorativo.



# Appendice A

## Teoremi utilizzati

### A.1 Teorema del valore finale

In analisi funzionale il teorema del valore finale, come dice il nome, permette di determinare il valore asintotico finale di una funzione partendo dalla sua trasformata di Laplace. Nello specifico, data una funzione  $f$  di classe  $C^1$ , causale (cioè nulla per  $t < 0$ ) e con ascissa di convergenza  $A < \infty$ , si ha:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

### A.2 Corollario del teorema del valore finale

Un segnale  $f$  ammette un limite finito  $l^*$  per  $t$  tendente all'infinito se e solo se la funzione di trasferimento  $sF(s)$  non possiede poli a parte reale positiva oppure nulla. Allora vale:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$



# Appendice B

## Codice Matlab

Codice Matlab utilizzato per il progetto dei controllori e la costruzione dei grafici:

```
1      % Definisco la funzione di trasferimento G(s):
2      G = tf([100], [2 0 0 0]);
3
4      % Visualizzo lo schema del luogo delle radici:
5      rlocus([100], [2 0 0 0]);
6
7      % Visualizzo il grafico della risposta al gradino
8      step(G);
9
10     % Stampo nella Command Window le informazioni
11     % riguardanti la risposta al gradino
12     sInfo = stepinfo(P_tf)
13
14     % Definisco il controllore C1
15     C1=tf([160 160 40],[1 100 2500]);
16
17     %Definisco G1
18     G1=feedback(C1*G,1);
19
20     % Stampo nella Command Window le informazioni
21     % poli e zeri della funzione G1
```

```
22     p=pole(G1)
23     z=zero(G1)
24
25     % Visualizzo il grafico della risposta al gradino
26     step(G1);
27
28     % Visualizzo il diagramma di Bode della funzione G1
29     bode(G1);
30
31     % Definisco il controllore C2
32     C2=tf([1 98.2251 2325.13 382156],[1 110000 ...
33           1000000000]);
34
35     % Visualizzo il diagramma di Bode della funzione G1
36     bode(G1);
37
38     % Definisco la funzione W
39     W=feedback(C2*G1,1);
40
41     % ne traccio la risposta al gradino
42     step(W);
43
44     % e stampo le informazioni riguardanti la risposta ...
45     al gradino
46     % impostando un tempo di assestamento al 5%
47     w=stepinfo(W, 'SettlingTimeThreshold',0.05)
48
49     % I controllori sono stati definiti usando ...
50     l'applicazione
51     % Control System Designer di Matlab
```



# Bibliografia

- [1] Mauro Bisiacco e Maria Elena Valcher. Controlli automatici. Padova: Libreria Progetto, II edizione 2015.
- [2] Mauro Bisiacco e Gianluigi Pilonetto. Sistemi e Modelli. Bologna: Esculapio, 2015.
- [3] Antonio Bicchi e Giordano Greco. Fondamenti di Automatica - I Parte Il progetto del controllore. Università di Pisa.  
<http://www.centropiaggio.unipi.it/sites/default/files/course/material/gg-progetto-controllore.pdf>
- [4] Antonio Bicchi, Fondamenti di Automatica -I Parte, Università di Pisa.  
[www.centropiaggio.unipi.it/sites/default/files/fda1-text.pdf](http://www.centropiaggio.unipi.it/sites/default/files/fda1-text.pdf)
- [5] Alessandro Pisano, Comportamento a regime dei sistemi di controllo in retroazione, Appunti di Controlli Automatici.  
<http://www.diee.unica.it/~pisano/Comportamento%20a%20regime%20dei%20sistemi%20di%20controlloVer1.0.pdf>
- [6] Sito di Wiki appunti.  
[http://appunti.shoutwiki.com/wiki/Controlli\\_automatici/Reiezione\\_disturbi\\_polinomiali](http://appunti.shoutwiki.com/wiki/Controlli_automatici/Reiezione_disturbi_polinomiali)
- [7] Karl Johan e Astrom Richard M. Murray, Feedback Systems, An Introduction for Scientists and Engineers  
[http://www.cds.caltech.edu/~murray/books/AM08/pdf/am08-hyperref\\_04Mar10.pdf](http://www.cds.caltech.edu/~murray/books/AM08/pdf/am08-hyperref_04Mar10.pdf)

[8] Sito di Euro NCAP, for safer cars.

<https://www.euroncap.com/en>

[9] Sito di autoassicurazioni.

<http://www.autoassicurazioni.net/>