



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

---

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE  
TESI DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

## Circuiti oscillatori microelettronici

Relatore:  
**Prof. Gaudenzio Meneghesso**

Candidato:  
**Massimo Fagherazzi**  
**Matricola 614802**

---

Anno Accademico 2011/2012



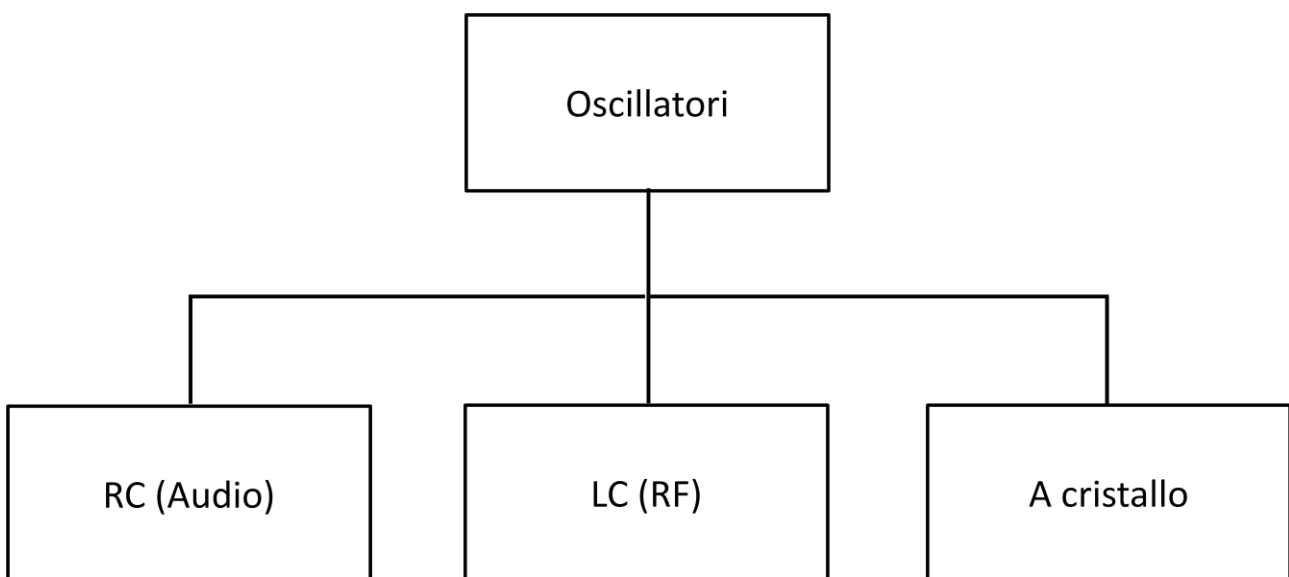
# Indice

<b>1 Introduzione</b> .....	<b>1</b>
<b>2 L'amplificatore operazionale</b> .....	<b>2</b>
2.1 l'amplificatore operazionale ideale.....	2
2.2 l'amplificatore operazionale reale .....	4
<b>3 Circuiti oscillatori</b> .....	<b>7</b>
3.1 Considerazioni generali .....	7
Valutazione della qualità di un'onda sinusoidale.....	10
3.2 Oscillatore a sfasamento.....	10
Stabilizzazione in frequenza .....	13
3.3 Oscillatore a ponte di Wien.....	15
Stabilizzazione dell'ampiezza .....	18
Oscillatore a ponte di Wien a frequenza variabile .....	19
3.4 Oscillatore in quadratura .....	22
<b>4 Oscillatori a rilassamento</b> .....	<b>24</b>
4.1 Generatore di onda quadra e triangolare .....	24
Regolazioni indipendenti delle pendenze .....	26
4.2 Convertitore di segnale triangolare in sinusoidale .....	28
Il formare d'onda a spezzata .....	29
<b>5 Oscillatori ad alta frequenza</b> .....	<b>31</b>
5.1 Oscillatori LC.....	31
Il fattore di qualità Q .....	31
Condizioni di oscillazione degli oscillatori a 3 punti.....	32
5.2 Oscillatori al quarzo.....	37
<b>6 Conclusioni</b> .....	<b>42</b>
<b>Bibliografia</b> .....	<b>43</b>

# 1 Introduzione

I disegnatori di circuiti elettronici hanno spesso necessità di avere a disposizione un segnale indipendente per pilotare altri circuiti. In molti casi, da questo segnale, ci si aspetta che abbia una certa forma nel dominio del tempo e certe caratteristiche nel dominio della frequenza. Per esempio, nei circuiti digitali spesso è utile un segnale di clock che serve per pilotarli e che deve essere calibrato con grande precisione in modo che il sistema possa funzionare correttamente. Un oscillatore elettronico, quando è alimentato, è in grado di produrre una forma d'onda elettrica in maniera ripetuta nel tempo. Ci sono molti criteri per differenziare i circuiti oscillatori. Un primo modo per farlo è in accordo con i componenti usati per realizzare la rete di retroazione. Per fare un esempio ci sono reti RC, LC o a cristalli.

Figura 1.1 – Classificazione degli oscillatori



Un altro modo per distinguere fra differenti tipi di oscillatori si basa sulla forma d'onda del segnale che essi generano. Si possono avere oscillatori armonici, che producono forme d'onda sinusoidali, oppure oscillatori a rilassamento, che producono forme d'onda quali l'onda quadra, l'onda triangolare o ancora l'onda a dente di sega. È possibile inoltre distinguere gli oscillatori in base alla frequenza a cui operano. Per frequenze che vanno dai pochi Hertz alle centinaia di kHz si parla di oscillatori a bassa frequenza, per frequenze dell'ordine dei megahertz e più si ha invece a che fare con oscillatori ad alta frequenza. La classe degli oscillatori RC è usata per applicazioni a basse frequenze. Gli oscillatori di questo tipo sono spesso classificati in oscillatori a ponte di Wien, a sfasamento o a T. Nelle applicazioni in alta frequenza sono utilizzati gli oscillatori LC, infatti la sorgente di segnale in un generatore di segnale alle radio frequenze (RF) è normalmente un oscillatore con rete di retroazione di tipo LC. Gli oscillatori LC possono essere ulteriormente suddivisi in oscillatori di Hartley, Clapp, Colpitts, eccetera.

I generatori che sfruttano i cristalli, rispetto ai precedenti, godono di un'elevata accuratezza e stabilità in frequenza derivanti dalle proprietà del materiale. Tuttavia, nonostante ciò, anche in questi circuiti la frequenza d'oscillazione tende a cambiare col passare del tempo e al variare della temperatura operativa del cristallo. Per riparare a ciò, esistono degli schemi usati nella pratica per supplire al problema e gli oscillatori al cristallo sono spesso nominati dopo lo schema di compensazione utilizzato.

## 2 L'amplificatore operazionale

### 2.1 L'amplificatore operazionale ideale

Poiché l'amplificatore operazionale è un componente spesso usato all'interno dei circuiti oscillatori, è utile darne una infarinatura di base prima di studiare i suddetti sistemi.

Il termine *amplificatore operazionale* è stato coniato negli anni '40 per individuare un particolare modello di amplificatore che, attraverso una scelta opportuna dei componenti esterni che ne definiscono la configurazione d'uso, può essere utilizzato in molti modi differenti per eseguire una vasta varietà di operazioni su segnali elettrici come la somma, la sottrazione, la moltiplicazione, l'integrazione e la derivazione. Le prime applicazioni degli amplificatori operazionali furono nel mondo dell'elettronica analogica; la capacità dell'amplificatore operazionale di eseguire operazioni matematiche è il risultato della coniugazione di due caratteristiche fondamentali: l'elevata amplificazione e la retroazione.

I primi amplificatori operazionali furono costruiti con l'hardware dell'epoca, le valvole, ma questo li rendeva voluminosi e costosi. Una prima riduzione del volume avvenne con l'invenzione dei transistor bipolari, tuttavia solo negli anni '60 si ebbe la vera e propria esplosione nella produzione grazie allo sviluppo di amplificatori operazionali a circuiti integrati: il primo di questi amplificatori operazionali miniaturizzati fu costruito da Robert J. Widlar presso la Fairchild e nel 1968 lo stesso costruttore introdusse il modello  $\mu A741$ , che sarebbe poi divenuto uno standard delle produzioni industriali. In pochi anni, grazie alle possibilità di produzione di massa, fu reso disponibile un grande numero di amplificatori operazionali integrati, ovvia conseguenza è stato il livellamento dei costi verso il basso e una diffusione su larga scala che ha fatto dei circuiti integrati ad amplificatore operazionale uno strumento standard di progetto per applicazioni di ogni tipo. In generale un amplificatore operazionale può contenere diverse decine di componenti attivi (transistor bipolari e/o FET) e passivi (diodi, resistori, condensatori, etc.) ed il suo schema circuitale può apparire piuttosto complesso almeno a prima vista, tuttavia è possibile progettare circuiti ad amplificatori operazionali pur senza conoscerne dettagliatamente le caratteristiche interne: essi perciò saranno spesso considerati come *scatole nere*, ovvero come oggetti caratterizzati unicamente da una legge di correlazione fra uscita e ingressi.

L'amplificatore operazionale (il cui simbolo circuitale tipico è rappresentato in figura 2.1)

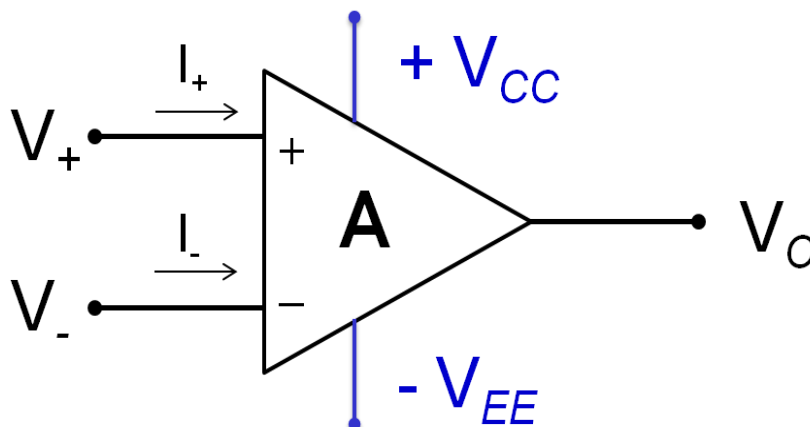


Figura 2.1 – Simbolo circuitale dell'amplificatore operazionale.

può essere definito funzionalmente come un amplificatore differenziale, cioè un dispositivo attivo a tre terminali, che genera al terminale di uscita una tensione  $V_o$  proporzionale alla differenza tra le tensioni fornite ai due terminali di ingresso,  $V_+$  e  $V_-$ , secondo la relazione

$$V_o = AV_{id} \quad (1)$$

Il rapporto tra la tensione d'uscita e la tensione differenziale d'ingresso  $V_{id} = V_+ - V_-$  è detto guadagno dell'amplificatore ad anello aperto ed è indicato col simbolo  $A$ . Un amplificatore operazionale ideale risponde soltanto alla differenza di tensione fra i due terminali di ingresso, non alla tensione di modo comune. I simboli (-) e (+) indicano rispettivamente gli ingressi invertente e non invertente,  $V_o$  indica la tensione di uscita. Le tensioni sono sempre riferite ad un potenziale comune, di solito detto di massa. Le tensioni di alimentazione  $V_{CC}$  e  $-V_{EE}$  sono solitamente uguali ed opposte e tipicamente vengono omesse negli schemi semplificati, esse permettono all'amplificatore operazionale di funzionare correttamente e inoltre limitano l'intervallo di variazione del segnale di uscita:  $-V_{EE} \leq V_o \leq V_{CC}$ .

Affinché un amplificatore operazionale sia ideale devono valere le seguenti proprietà fondamentali:

1. guadagno di tensione infinito:  $A = \infty$
2. resistenza di ingresso infinita:  $R_{in} = \infty$
3. resistenza di uscita nulla:  $R_o = 0$

Dalla seconda proprietà segue che le correnti di ingresso  $I_+$  e  $I_-$  di un amplificatore operazionale ideale sono nulle.

Oltre a ciò, risolvendo l'equazione (1) rispetto a  $V_{id}$  e considerando la prima proprietà si ottiene

$$V_{id} = \frac{V_o}{A} \quad \text{e} \quad \lim_{A \rightarrow \infty} V_{id} = 0$$

In un amplificatore operazionale ideale quindi la tensione differenziale di ingresso risulta nulla per ogni valore finito della tensione di uscita  $V_o$ , pertanto si è soliti parlare di cortocircuito virtuale fra i due morsetti di ingresso dell'amplificatore.

In generale un amplificatore operazionale ideale è caratterizzato da diverse altre proprietà interessanti che ne caratterizzano il funzionamento. Queste sono:

- reiezione di modo comune infinita
- reiezione delle variazioni delle tensioni di alimentazione infinita
- corrente erogabile all'uscita infinita
- larghezza di banda ad anello aperto infinita
- intervallo di variazione della tensione di uscita infinito
- slew rate infinito
- tensione di offset all'ingresso nulla
- corrente di offset e correnti di polarizzazione all'ingresso nulle

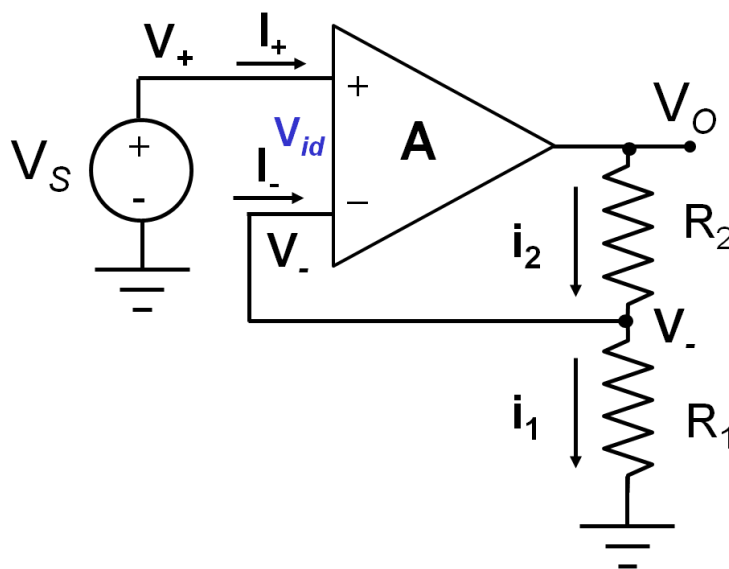
## 2.2 L'amplificatore operazionale reale

Sebbene l'approssimazione di idealità rappresenti una certa agevolazione nello studiare i circuiti ad amplificatori operazionali, bisogna tenere conto del fatto che l'amplificatore operazionale ideale non esiste ed esaminare i fattori che stabiliscono quanto grosse sono le differenze con la realtà, in modo da poterle controllare e con un passo in più essere in grado di minimizzarle.

È lecito attendersi che gli errori nascano dall'allontanamento dalle caratteristiche non ideali descritte nel paragrafo precedente, in primis una delle cause principali di errore è rappresentata dal guadagno finito ad anello aperto, che, seppur elevato, è diverso da infinito. Una variazione del valore del guadagno di tensione ad anello aperto determina un cambiamento del guadagno ad anello chiuso, della resistenza di ingresso e della resistenza di uscita.

In un normale dispositivo il guadagno di tensione è dipendente da diversi fattori come l'alimentazione, le condizioni di carico, la temperatura del dispositivo, inoltre varia da integrato a integrato per le abituali tolleranze di produzione dei processi di fabbricazione. In più, il guadagno ad anello aperto di un operazionale tende a diminuire con la frequenza per la necessità di preservare la stabilità ad anello chiuso, correggendo l'andamento complessivo della risposta di fase. Un tipico andamento del guadagno ad anello aperto è quello riportato in figura 2.3, che ci mostra come le caratteristiche del guadagno ad anello aperto degli amplificatori operazionali reali non sono ideali per almeno due motivi: il guadagno finito in continua e la larghezza di banda finita. Il modo migliore per esprimere il termine d'errore dovuto al guadagno finito ad anello aperto è descrivere una delle configurazioni circuitali ad amplificatore operazionale più semplice, la configurazione non invertente rappresentata in figura 2.2.

Figura 2.2 – Configurazione non invertente.



Ricordando che la tensione di uscita del circuito è data da

$$V_o = AV_{id} \quad \text{dove} \quad V_{id} = V_+ - V_-$$

Nel caso di figura si ha banalmente  $V_+ = V_S$

Poiché  $I_- = 0$  per l'ipotesi di resistenza di ingresso infinita, si ha che:

$$V_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o = \beta V_o \quad \text{dove} \quad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

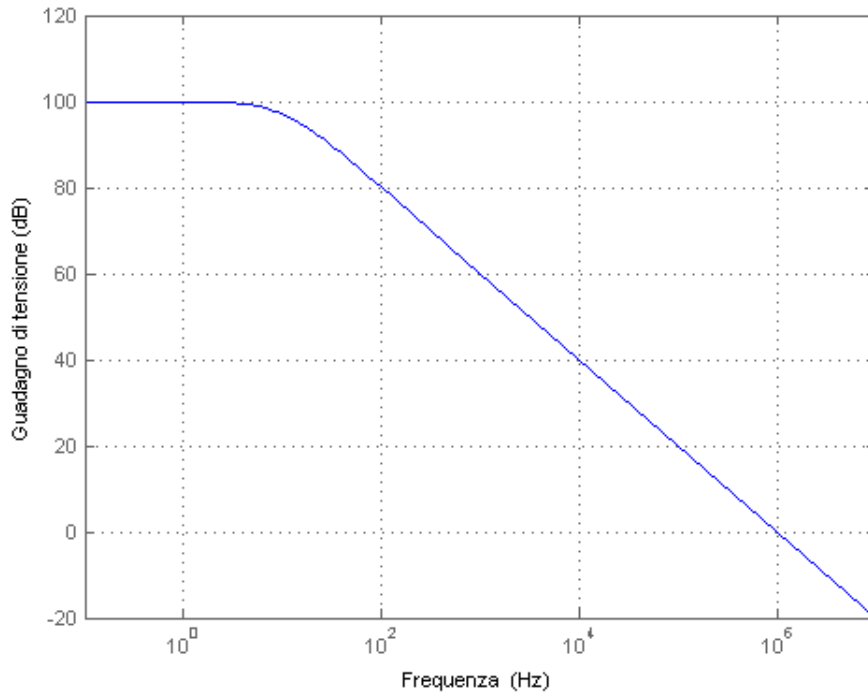


Figura 2.3 – Andamento tipico del guadagno ad anello aperto.

Il parametro  $\beta$  è detto *fattore di retroazione* e rappresenta la frazione della tensione di uscita che viene riportata all'ingresso. Dalle relazioni precedenti si ottiene:

$$V_o = A(V_s - \beta V_o)$$

Infine, risolvendo rispetto a  $V_o$  si ottiene l'espressione per il guadagno di tensione dell'amplificatore retroazionato:

$$A_v = \frac{V_o}{V_s} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

Il termine  $A\beta$  è detto *guadagno d'anello*, esso è indice di quanto un amplificatore si approssimi al modello ideale. Per  $A\beta \gg 1$ ,  $A_v$  tende ad assumere l'espressione del guadagno per il caso ideale:

$$A_v = \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Dunque  $A_v$  diventa praticamente indipendente dall'amplificazione ad anello aperto ed è controllato dalla rete di retroazione e più in generale dagli elementi esterni all'amplificatore, caratteristica spesso gradita. Per ovvi motivi, il reciproco di  $\beta$  è detto *amplificazione ideale d'anello chiuso* o anche *guadagno di rumore* del circuito, in quanto esso amplifica ogni segnale indesiderato che è presente all'ingresso dell'amplificatore. La tensione differenziale di ingresso  $V_{id}$  è data da:



$$V_{id} = V_S - \beta V_o = V_S - \frac{A\beta}{1 + A\beta} V_S = \frac{V_S}{1 + A\beta}$$

Pertanto sia il guadagno dell'amplificatore retroazionato sia la tensione differenziale d'ingresso tendono ad assumere il valore ideale quanto più il guadagno di tensione ad anello aperto tende a diventare indefinitamente grande; solo una piccola porzione della tensione di ingresso  $V_S$  è riportata ai capi di  $R_{in}$  e quindi la corrente di ingresso è decisamente piccola.

Da queste osservazioni è chiaro che il ruolo svolto dall'amplificazione ad anello aperto è molto importante in questo tipo di circuiti. In particolare un'elevata amplificazione ad anello aperto garantisce un migliore funzionamento dell'intero circuito. È interessante notare anche come tipicamente la maggior parte degli amplificatori operazionali sia inadatta per essere sfruttata in circuiti oscillatori ad alta frequenza, in quanto a queste frequenze il guadagno d'anello aperto tende a calare drasticamente, rendendo l'amplificatore del tutto inadatto per tali applicazioni. Al contrario, nelle applicazioni a bassa frequenza, come negli oscillatori RC, l'operazionale si rivela un prezioso aiuto.

## 3 Circuiti oscillatori

### 3.1 Considerazioni generali

La generazione di segnali che si ripetono nel tempo è una pratica spesso necessaria in un certo numero di sistemi reali, le tre forme d'onda sinusoidale, quadra e a rampa, sono le più utilizzate nei sistemi elettronici. La generazione di impulsi di cadenza per la sincronizzazione e il controllo dei sistemi, le portanti di segnali per la trasmissione e la memorizzazione delle informazioni, i segnali campione per collaudi e misure automatici, i segnali audio per la sintesi di musica elettronica e della parola sono alcuni degli esempi più immediati.

La funzione di un generatore di segnali è produrre un segnale dipendente dal tempo con le caratteristiche volute come l'ampiezza, la frequenza, la forma e il duty cycle. Per assolvere alla loro funzione i generatori di segnali sfrutta spesso la retroazione e dispositivi che sono caratterizzati dalla dipendenza dalla frequenza, come induttanze e condensatori.

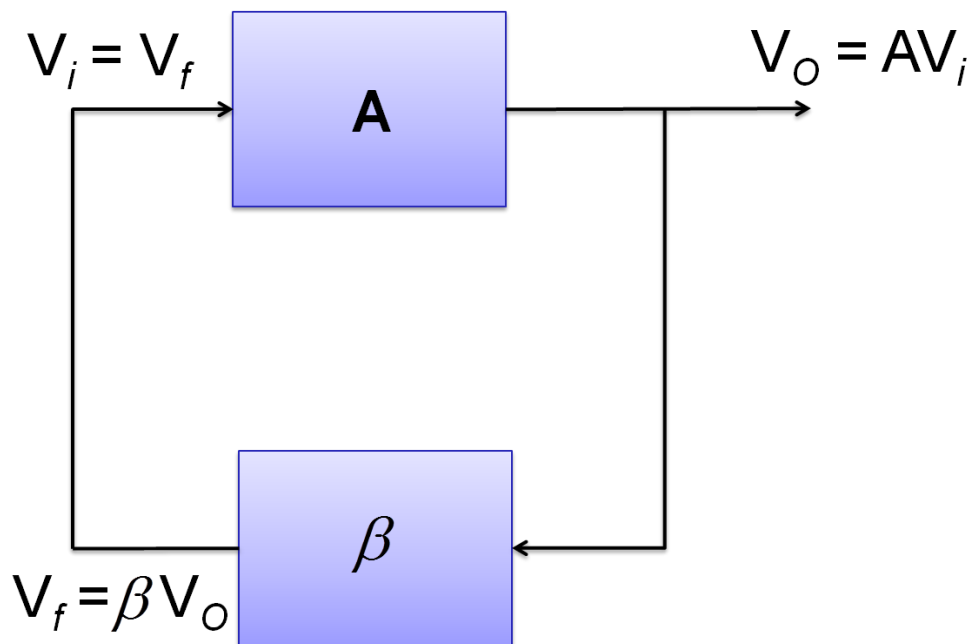
Esistono due differenti categorie di circuiti oscillatori: gli oscillatori armonici (detti anche risonanti o sinusoidali) e gli oscillatori a rilassamento.

Gli oscillatori armonici si basano su nozioni di teoria dei sistemi per ottenere una coppia di poli complessi coniugati sull'asse immaginario del piano complesso, così da ottenere un'oscillazione sinusoidale permanente. Esistono molti tipi di circuiti che, con configurazioni diverse, forniscono all'uscita, anche senza alcun segnale di eccitazione in ingresso, una forma d'onda sinusoidale.

Gli oscillatori a rilassamento utilizzano invece dispositivi bistabili come i trigger di Schmitt, le porte logiche e i flip-flop per caricare e scaricare, per esempio, un condensatore in modo ripetuto. Le forme d'onda ottenute attraverso questa tecnica sono quelle triangolari, a dente di sega, quadre e impulsive.

Gli oscillatori sinusoidali generici sono realizzati tramite circuiti in grado di fornire in uscita un segnale armonico con ampiezza e frequenza desiderati, senza che sia presente alcun segnale di ingresso a pilotarli. Per meglio illustrare il funzionamento di un circuito oscillatore conviene rifarsi allo schema a blocchi di figura 3.1, dove  $A$  e  $\beta$  sono le funzioni di trasferimento di due blocchi collegati in retroazione. Essenzialmente il sistema è privo di ingressi ed esiste un segnale di uscita  $V_o$  che permette al sistema di oscillare con una determinata frequenza, la tensione  $V_o$  viene continuamente rigenerata dal circuito stesso e questo permette all'oscillazione di mantenersi nel tempo. L'oscillazione, passando attraverso il blocco  $A$ , generalmente cambia fase e ampiezza a seconda delle specifiche richieste e produce in uscita la tensione  $V_o$ , dopodiché attraverso il blocco  $\beta$  la tensione d'uscita viene riportata all'ingresso del blocco  $A$  subendo un'ulteriore variazione in ampiezza e sfasamento. Se  $\beta$  è realizzato in modo che il segnale di feedback  $V_f$  sia una replica del segnale  $V_i$  generato inizialmente, allora il circuito continua a fornire lo stesso segnale di uscita precedente e si autosostiene.

Figura 3.1 – Schema a blocchi di un oscillatore reazionato.



Conseguentemente l'oscillazione si mantiene se

$$V_f = V_i = \beta AV_o$$

Dunque condizione necessaria per l'oscillazione è che il guadagno d'anello sia

$$A(j\omega)\beta(j\omega) = 1$$

Dal punto di vista matematico e data la natura complessa dell'espressione, questa uguaglianza si traduce in una coppia di condizioni:

- La condizione sul modulo:  $|A(j\omega)\beta(j\omega)| = 1$
- La condizione sulla fase:  $\angle A(j\omega)\beta(j\omega) = 2\pi n, n \in 0, 1, 2, \dots$

Quindi in parole si ha che

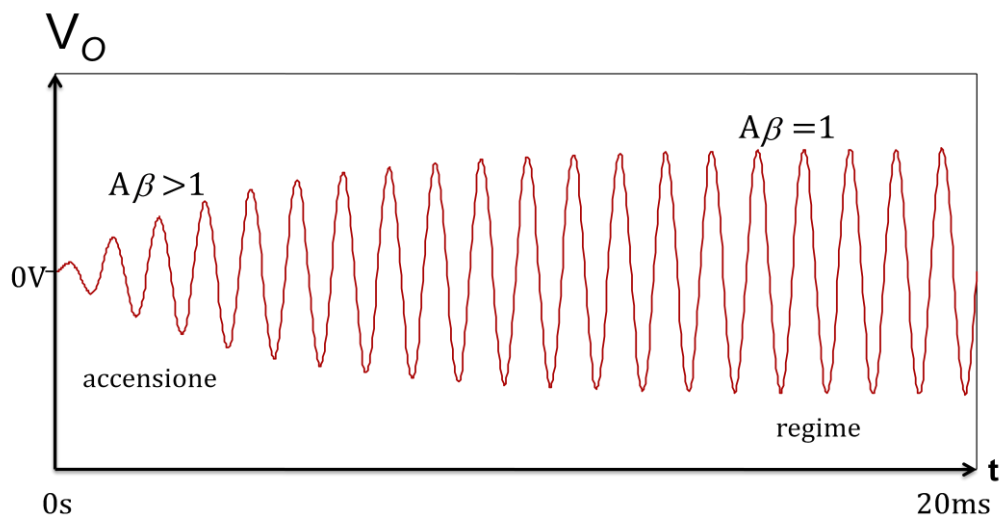
1. Lo sfasamento attraverso l'amplificatore e la rete di retroazione deve essere di  $2\pi n$  radianti, con  $n = 0, 1, 2, \dots$
2. Il guadagno complessivo di amplificatore e rete di retroazione deve essere unitario. Il segnale quindi, percorrendo l'intero anello, non deve essere né amplificato né attenuato.

In poche parole, il sistema deve essere regolato in modo che il segnale  $V_f$  sia identicamente uguale al segnale d'ingresso  $V_i$  iniziale. La condizione  $\beta A = 1$  è nota come **criterio di Barkhausen**, tale condizione deve essere verificata per una sola pulsazione  $\omega_0$  e tale valore costituisce la pulsazione dell'oscillazione che si andrà ad instaurare nel circuito. Si noti che non è impossibile che tale condizione sia verificata per più di una singola pulsazione, in tale circostanza il sistema presenta più oscillazioni simultanee a frequenze diverse, oppure oscilla ad una sola delle pulsazioni possibili. In generale avverrà che il segnale generato è periodico, ma non sinusoidale.

Un oscillatore con l'amplificazione d'anello esattamente pari a 1 è però un'astrazione completamente irrealizzabile nella pratica. In ogni oscillatore reale il guadagno d'anello è leggermente maggiore di 1 e l'ampiezza delle oscillazioni viene limitata dall'intervento delle nonlinearità. Dal punto di vista applicativo il sistema deve essere in grado di autoinnescarsi e di sostenere l'oscillazione avviata e questo si ottiene attraverso due fasi distinte:

1. l'oscillatore va costruito in modo che all'accensione si abbia un guadagno d'anello in modulo maggiore di 1 alla pulsazione di oscillazione  $\omega_0$ , così facendo si ha un'iniziale situazione di instabilità che permette al sistema di iniziare a oscillare.
2. Terminata questa prima fase si fa in modo che, attraverso una qualche forma di controllo automatico, tipicamente basata sul livello del segnale, il guadagno d'anello si riduca fino ad assumere il valore unitario. Quando ciò avviene si raggiunge la stabilità e l'uscita entra a regime.

Figura 3.2 – Transitorio iniziale di un tipico oscillatore sinusoidale.



In altre parole in un primo momento l'oscillatore possiede una coppia di poli complessi coniugati a parte reale positiva, essi causano l'instabilità che a sua volta dà l'inizio all'oscillazione. Man mano che l'oscillazione cresce in ampiezza, la parte reale dei poli si sposta verso l'asse immaginario fino a diventare completamente nulla, da qui in poi l'oscillazione diviene permanente. La figura 3.2 esplicita il tipico transitorio iniziale di un generico oscillatore. Un meccanismo di questo tipo, che garantisce l'accensione del circuito e successivamente si stabilizza per garantire un'oscillazione costante nel tempo, è detto di **controllo automatico del guadagno (AGC, Automatic Gain Control)**. I metodi di controllo del guadagno più comuni sfruttano le possibili non linearità dei dispositivi attivi oppure dispositivi in grado di ridurre il guadagno d'anello agli alti livelli di segnale, come resistori a coefficiente di temperatura positivo [*positive temperature coefficient (PTC)*] o negativo [*negative temperature coefficient (NTC)*], oppure JFET che operano come resistori controllati in tensione. Grazie a questo tipo di controllo, si è in grado di produrre dei segnali con bassa distorsione, di contro si ha una maggiore complessità realizzativa e un più oneroso apporto economico.

## Valutazione della qualità di un'onda sinusoidale

La qualità di un'onda sinusoidale viene espressa tramite la **distorsione armonica totale** (Total Harmonic Distortion, THD). Grazie al Teorema di Fourier, un qualsiasi segnale periodico può essere scomposto nella forma seguente:

$$V(t) = V_0 + V_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + V_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + V_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots$$

Essa chiarisce che il segnale, oltre alla componente a pulsazione  $\omega$  (e frequenza  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ ), che è detta armonica fondamentale, e un offset  $V_0$ , presenta in generale anche delle componenti a pulsazioni multiple della fondamentale,  $2\omega$ ,  $3\omega$ ,  $4\omega$  e così via. Il THD è definito come segue

$$THD \triangleq 100 \sqrt{R_2^2 + R_3^2 + R_4^2 + \dots}$$

Dove i vari  $R_k$  ( $k = 2, 3, \dots$ ) rappresentano il rapporto fra l'ampiezza della  $k$ -esima armonica e quella della fondamentale nella rappresentazione in serie di Fourier del segnale considerato. Per fare un esempio, è noto che un'onda triangolare pura contiene solamente armoniche dispari e che i coefficienti  $R_k$  sono semplicemente pari a  $1/k^2$ . Perciò per l'onda triangolare si ha  $THD = 100 [((1/3^2)^2 + (1/5^2)^2 + (1/7^2)^2 + \dots)]^{1/2} \cong 12\%$ , il che significa che l'onda triangolare, considerata come approssimazione di un'onda sinusoidale, ha una distorsione armonica di circa il 12%.

## 3.2 Oscillatore a sfasamento

Gli oscillatori RC rappresentano una delle più comuni classi di oscillatori grazie alla loro versatilità e anche alla facile realizzabilità. Essi sono progettati per funzionare a frequenze comprese fra le frazioni di Hz e qualche centinaio di kHz e non necessitano dell'utilizzo di induttori, che alle basse frequenze dovrebbero avere dimensioni piuttosto elevate, causando perdite rilevanti. Lo svantaggio principale di questo tipo di oscillatori è che, essendo la frequenza di funzionamento determinata da una rete RC, essa è piuttosto sensibile alle condizioni ambientali a causa dei condensatori che variano piuttosto sensibilmente il loro valore di capacità a seconda della temperatura e dell'umidità. Il motivo per cui negli oscillatori a basse frequenze vengono usati condensatori e non induttori è che questi ultimi presentano notevoli inconvenienti di costo, ingombro e costruzione per applicazioni a tali frequenze.

La forma d'onda sinusoidale è la forma d'onda più importante, sia sotto il punto di vista matematico, poiché ogni forma d'onda periodica può essere espressa come serie di Fourier di sinusoidi, sia nella vita di tutti i giorni, dove trova largo utilizzo come segnale di prova, di riferimento e come portante. Sebbene apparentemente semplice, non è facile generare questo tipo di forma d'onda, in particolare quando ne è richiesta una elevata purezza.

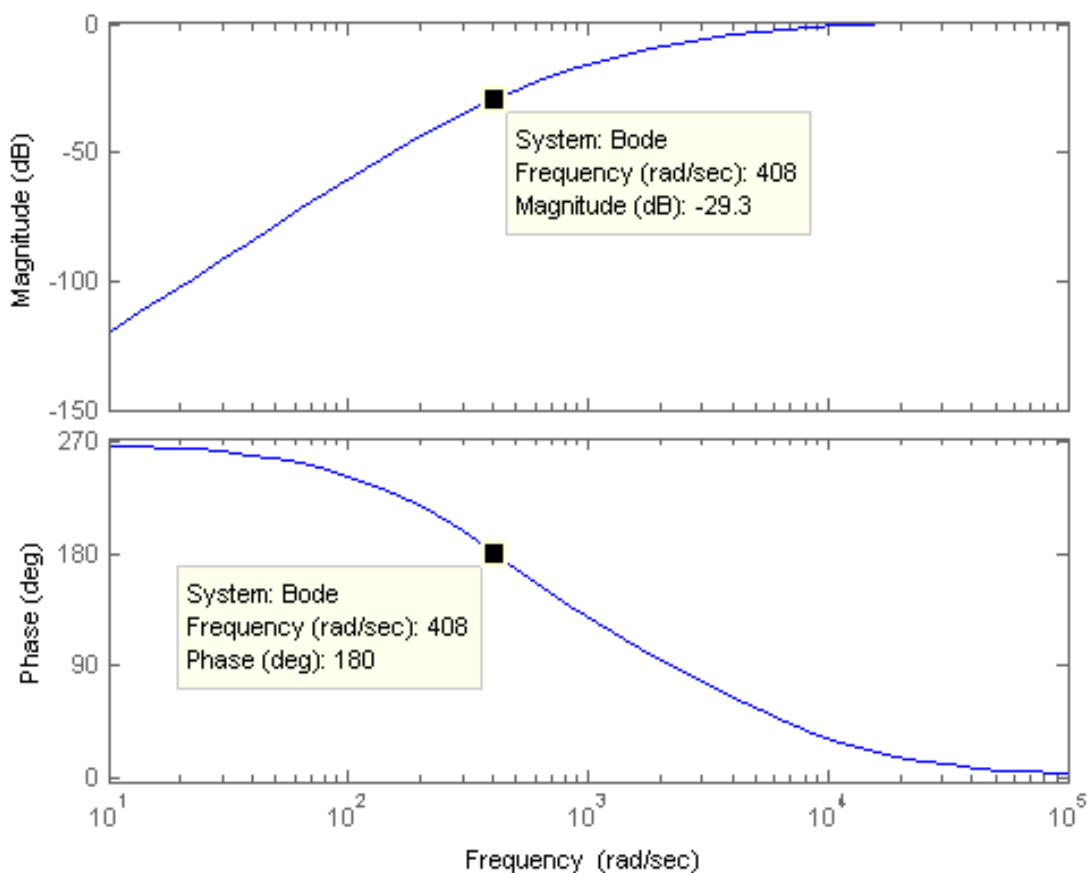
L'oscillatore a sfasamento rappresenta un oscillatore RC a bassa frequenza molto popolare. Lo schema generale di questo circuito, visibile in figura 3.4, è costituito da un amplificatore invertente, che può essere realizzato tramite BJT, o FET, o con un amplificatore operazionale, e da una cascata di tre celle RC che costituiscono la rete reattiva del circuito. Dato che l'amplificatore si è detto essere invertente, esso introduce una variazione di fase di  $180^\circ$ , perciò, per soddisfare alle condizioni del criterio di Barkhausen, le tre celle RC devono

introdurre un analogo sfasamento alla pulsazione di oscillazione  $\omega_0$  e ottenere così una rotazione di fase complessiva nulla. Ogni cella RC può introdurre uno sfasamento massimo di  $90^\circ$ , pertanto si capisce perché si rende necessario che le celle siano almeno 3 e che di norma siano esattamente 3 le celle utilizzate, per evitare ulteriori attenuazioni. Così si ottiene che lo sfasamento  $\varphi$  complessivo introdotto dalla rete di reazione è:

$$0^\circ < \varphi < 270^\circ$$

In figura 3.3 è mostrata la risposta in ampiezza e in fase della rete di sfasamento per  $R = 1 \text{ k}\Omega$  e  $C = 1 \mu\text{F}$ . Qui viene evidenziato che alla pulsazione  $\omega_0 \cong 408 \text{ rad/sec}$ , lo sfasamento introdotto dalla rete è esattamente di  $180^\circ$  e inoltre si ha un'attenuazione di circa 29.3 dB.

Figura 3.3 – Risposta in ampiezza e in fase della rete reattiva.



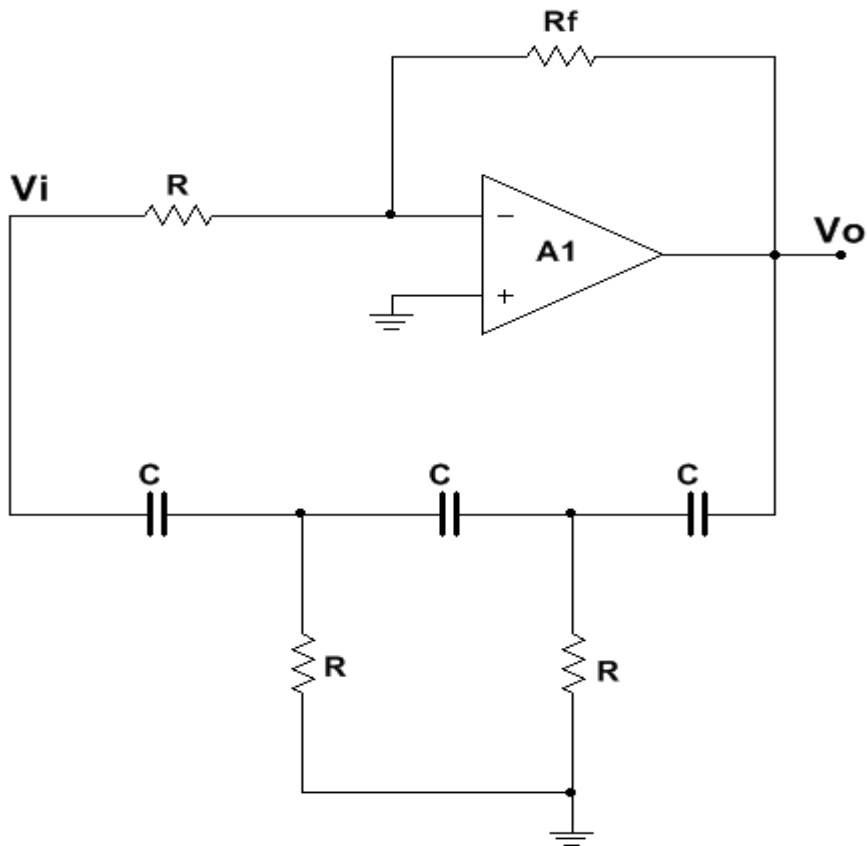
Nella realizzazione di figura 3.3, dove l'amplificatore invertente è dato da un amplificatore operazionale. La configurazione invertente provoca un'amplificazione  $A$ :

$$A = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_f}{R}$$

Mentre si può dimostrare, sfruttando ad esempio il teorema di Thevenin, che il fattore di retroazione  $\beta$  è pari a:

$$\beta = \frac{R^3}{Z^3 + 5RZ^2 + 6R^2Z + R^3} \quad \text{dove} \quad Z = \frac{1}{j\omega C}$$

Figura 3.4 – Oscillatore a rete di sfasamento realizzato con un amplificatore operazionale.



Siccome l'amplificazione  $A$  è un numero reale, per soddisfare alle condizioni di Barkhausen è necessario che alla pulsazione  $\omega_0$  la parte immaginaria di  $\beta$  si annulli. Ciò si verifica se:

$$Z^3 + 6R^2Z = 0 \quad \text{cioè se} \quad \frac{j}{\omega^3 C^3} + \frac{6R^2}{j\omega C} = 0$$

Da cui si deriva che:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6RC}}$$

Sostituendo questo valore nell'espressione di  $\beta$  si ottiene:

$$\beta = -\frac{1}{29} \quad (\cong -29.3 \text{ dB}) \quad \text{per} \quad \omega = \omega_0$$

Quindi per avere  $Re [A\beta] \geq 1$  è necessario che sia  $|A| \geq 29$  e quindi:

$$R_f \geq 29R$$

Ovviamente è possibile invertire la posizione di resistori e condensatori nella figura 3.4. In tal caso si ottiene una differente pulsazione di oscillazione  $\omega_0 = \frac{\sqrt{6}}{RC}$ .

Per la limitazione di ampiezza dell'oscillazione si possono adoperare due diodi Zener, messi in serie e rovesciati orizzontalmente fra loro, collegati in parallelo alla resistenza  $R_f$ , oppure è

possibile impiegare una resistenza NTC che sostituisca la resistenza di retroazione  $R_f$ . In questo secondo caso bisogna in modo che, quando la potenza dissipata è nulla, il guadagno d'anello sia leggermente maggiore di 1; all'aumentare dell'ampiezza del segnale cresce la temperatura della resistenza a coefficiente termico negativo, che di conseguenza vede ridurre il suo valore fino alla condizione di regime  $A\beta = 1$ .

Un'altra soluzione prevede un controllo manuale esplicito: si utilizza un potenziometro per  $R_f$  regolato in modo da avere inizialmente  $A$  leggermente maggiore di 1, per ottenere una retroazione positiva rigenerativa. Al crescere dell'ampiezza del segnale d'uscita l'amplificatore tende a saturare, si ha così una diminuzione di  $A$  tale da rendere  $A\beta = 1$  e soddisfare il criterio di Barkhausen.

Da queste osservazioni si può concludere che l'oscillatore a sfasamento annovera tra i suoi pregi la facilità di realizzazione e una bassa distorsione. Per contro esso non risulta agevolmente regolabile in frequenza e ampiezza e questo lo rende poco attraente al giorno d'oggi.

## Stabilizzazione in frequenza

Un oscillatore predisposto per funzionare ad una certa frequenza, inevitabilmente non mantiene costante la sua frequenza di oscillazione, che invece varia con il passare del tempo talvolta uniformemente in una direzione, altre volte in modo casuale. Il concetto di stabilità in frequenza di un oscillatore rappresenta una misura della capacità di un oscillatore di mantenere la frequenza di oscillazione più vicina possibile a un valore fissato, in un intervallo di tempo il più lungo possibile. La deriva della frequenza nasce dal fatto che i parametri del circuito, dai quali dipende la frequenza di oscillazione, non restano immutati nel tempo, ma variano a seconda di numerosi fattori, tra cui l'invecchiamento dei componenti e la variazione della temperatura. La prima ovvia soluzione che viene in mente è quella di mantenere costanti tutti i parametri del circuito, soluzione però praticamente impossibile, sia perché i parametri di cui tenere conto sono decisamente troppo numerosi, sia perché alcuni parametri, come per esempio quelli dei transistori, sono intrinsecamente instabili ed è estremamente difficile mantenerli costanti. Oltretutto, se è già difficile di per sé individuare l'ubicazione degli elementi parassiti, localizzare gli accoppiamenti spuri e stabilirne l'entità, correggerli è ancora più complicato. È comunque importate notare che in tutti gli oscillatori la frequenza di funzionamento dipende sensibilmente da un numero piuttosto basso di parametri circuitali, mentre la dipendenza dagli altri elementi è abbastanza debole. Per esempio, per l'oscillatore a sfasamento di figura 3.4, la frequenza di oscillazione è essenzialmente determinata da  $R$  e  $C$ , mentre gli altri parametri del circuito influiscono molto meno sul suo valore. Facendo particolare attenzione a quei pochi parametri che hanno una certa influenza sulla frequenza di lavoro, si ottiene già un netto miglioramento nella stabilità di funzionamento. Tipicamente la ragione principale della deriva dei componenti è la temperatura. Talvolta vengono attuate delle strategie particolari affinché resti il più possibile costante, per esempio attraverso l'uso di termostati.

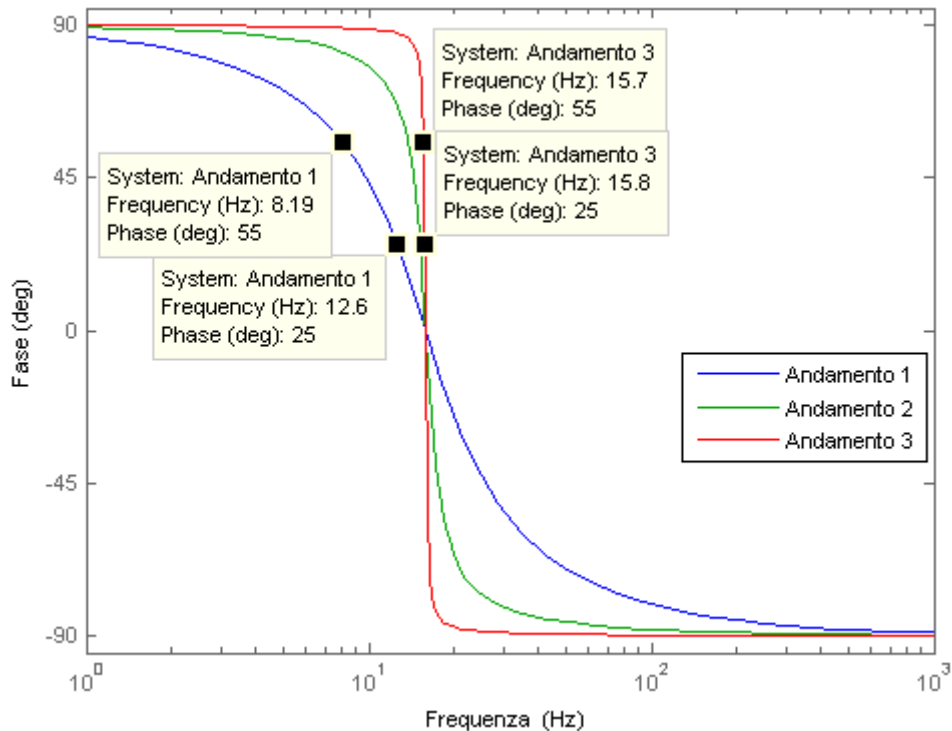
Lo sfasamento introdotto dall'amplificatore, per esempio, varia più o meno lentamente per i motivi più disparati. Ciò fa sì che la rete di reazione debba necessariamente compensare questo sfasamento e quindi che avvenga una variazione della frequenza di oscillazione. Si prenda in esempio la figura 3.5 che chiarifica questo concetto. Sono rappresentate le risposte in fase di tre differenti reti di reazione. Fissiamoci per ora sulla prima curva, delineata dal colore blu.

Ipotezzando che l'amplificatore introduca uno sfasamento di  $-25^\circ$  si ha che:



- Il quadripolo deve introdurre uno sfasamento di  $25^\circ$  in anticipo affinché lo sfasamento complessivo rispetto la condizione di Barkhausen sulla fase, pertanto la frequenza di oscillazione è 12.6 Hz.
- Supponendo che nel corso del tempo lo sfasamento procurato dall'amplificatore passi da  $-25^\circ$  a  $-55^\circ$ , allora la rete reattiva deve sfasare di 30 gradi in anticipo, cosicché la frequenza di oscillazione diventa di 8.19 Hz. Variazione che è piuttosto sensibile.

Figura 3.5 – Risposta in fase di 3 differenti reti di reazione.

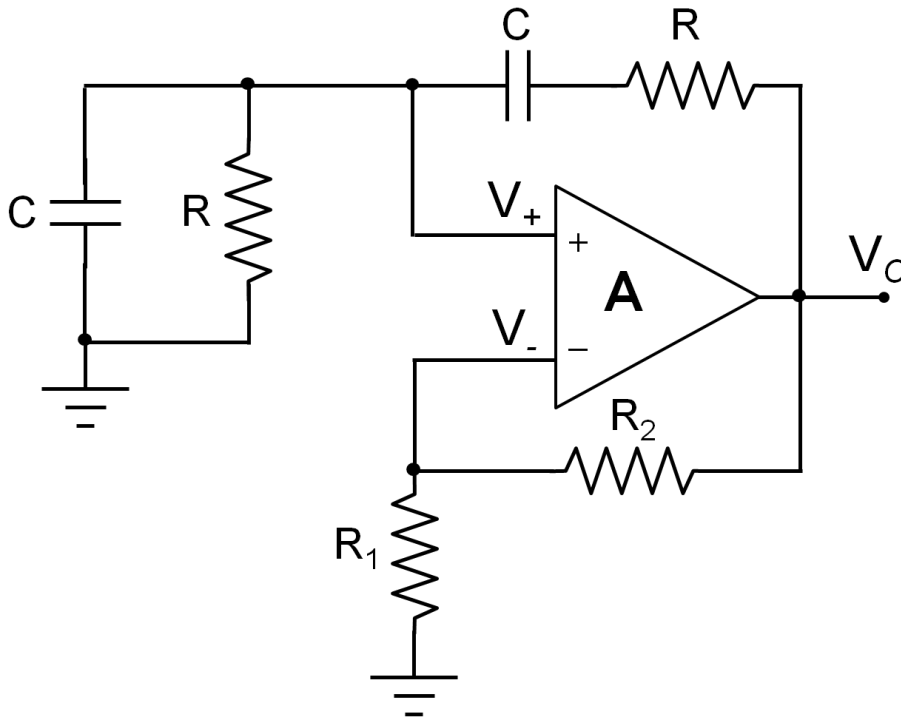


Per ovviare a questo problema bisogna fare in modo che la rete di reazione riesca a compensare la variazione di fase con una variazione minima in frequenza, questo avviene quando la variazione di fase ha luogo in maniera rapida attorno alla frequenza di funzionamento, come mostrato nella curva rossa in figura. La rete rappresentata da questo andamento è una rete molto più selettiva rispetto a quella appena studiata, infatti per anticipare la fase da  $25^\circ$  a  $55^\circ$  richiede di variare la frequenza di funzionamento di soli 0.1 Hz, rendendo questa scelta molto migliore della precedente. Tutto quanto detto si può riassumere in un *criterio di stabilità*: se in un oscillatore esiste un insieme di elementi che alla frequenza di oscillazione introducono un'ampia variazione della fase  $\theta$  con la frequenza, allora  $d\theta/d\omega$  è un parametro che caratterizza l'indipendenza dalla frequenza da tutte le altre caratteristiche del circuito. La stabilità della frequenza migliora quanto più  $d\theta/d\omega$  aumenta. Al limite, se  $d\theta/d\omega$  diventa infinito, allora la frequenza di oscillazione dipende solamente da questo insieme di elementi e diventa pertanto completamente indipendente da qualsiasi altro parametro del circuito. Riuscire a realizzare reti con una risposta in fase molto ripida nei pressi della frequenza di funzionamento porta ad avere oscillatori che si mantengono stabili nel tempo e molto più a lungo, riuscendo a fronteggiare con maggiore efficienza i problemi di variazione della temperatura o di invecchiamento dei componenti. Quando si vuole confrontare la stabilità in frequenza di due diversi oscillatori è necessario valutare, per ciascuno,  $d\theta/d\omega$  alla frequenza di oscillazione. Il circuito avente il valore maggiore di  $d\theta/d\omega$  possiede di conseguenza una maggiore stabilità in frequenza.

### 3.3 Oscillatore a ponte di Wien

Grazie anche alle sue caratteristiche di bassa distorsione, l'oscillatore a ponte di Wien è diventato un classico dei circuiti oscillatori a bassa frequenza, oltre che un circuito largamente utilizzato in settori applicativi quali le applicazioni audio. Come è facile notare dalla figura 3.6 esso consiste di un amplificatore operazionale con retroazione sia negativa sia positiva.

Figura 3.6 – Oscillatore fondamentale a ponte di Wien.



La retroazione negativa si realizza tramite la rete resistiva  $R_1$  e  $R_2$ , mentre quella positiva attraverso la rete reattiva, costituita da una coppia serie e parallelo RC. In base alle osservazioni precedenti e all'analisi che seguirà, vedremo come il comportamento del circuito è determinato da quale fra le due retroazioni riesce a prevalere sull'altra.

Il circuito può essere visto come un amplificatore in configurazione non invertente, che amplifica la tensione  $V_+$  della quantità:

$$A \equiv \frac{V_o}{V_+} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$V_+$  a sua volta è derivata dall'uscita dell'amplificatore operazionale stesso secondo il rapporto:

$$V_+ = \frac{Z_p}{Z_p + Z_s} V_o$$

Dove  $Z_p$  e  $Z_s$  rappresentano rispettivamente l'impedenza del parallelo e della serie RC nella rete reattiva:

$$Z_p = \frac{R}{1 + SRC} \quad \text{mentre} \quad Z_s = \frac{1 + SRC}{SC}$$

Sviluppando le precedenti si ottiene:

$$\beta = \frac{V_+}{V_o} = \frac{1}{3 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Dove:

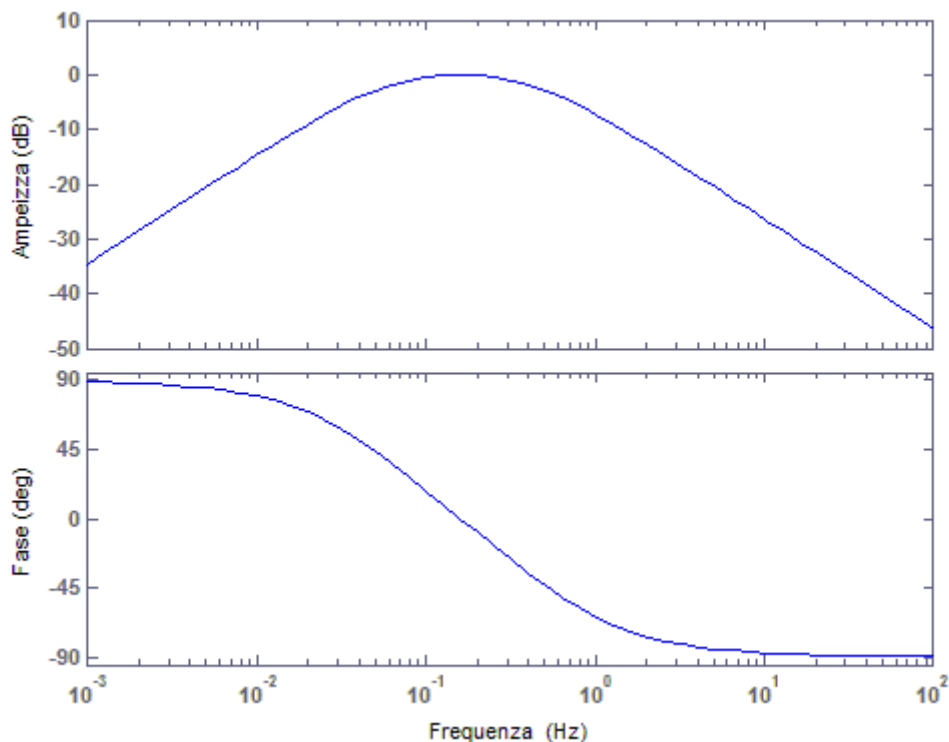
$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

L'amplificazione totale di un segnale che circola nell'anello è  $T = A\beta$ , ovvero:

$$T(j\omega) = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{3 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Un esempio di diagramma di Bode è riportato in figura 3.7, dove  $RC = 1$  e  $R_2/R_1 = 2$ . Come si può vedere lo sfasamento della rete di Wien è di  $+90^\circ$  alle basse frequenze, mentre tende ai  $-90^\circ$  alle alte frequenze ed è nullo per un'unica pulsazione  $\omega = \omega_0$ .

Figura 3.7 – Tipico andamento del guadagno d'anello dell'oscillatore a ponte di Wien.



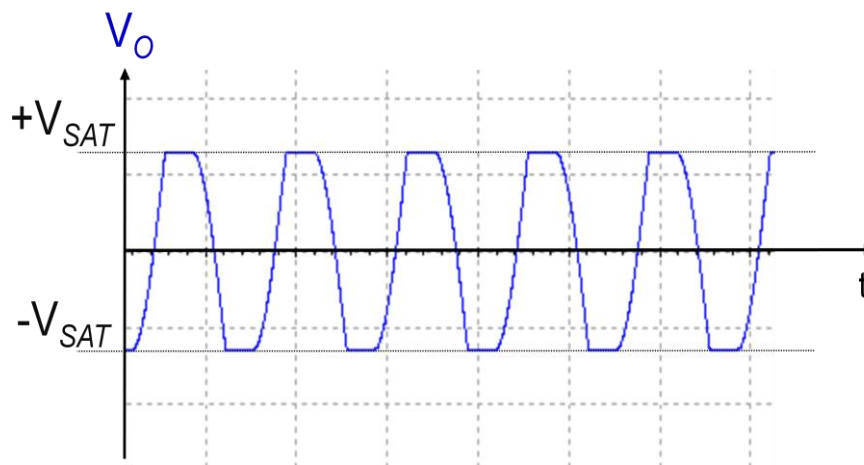
Il guadagno d'anello è quindi una funzione passa-banda, poiché tende a zero sia alle alte che alle basse frequenze. Inoltre risona per  $\omega = \omega_0$ , dove si ha che:

$$T(j\omega) = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{3} \quad (2)$$

Essendo il guadagno d'anello reale per  $\omega = \omega_0$  questo significa che il segnale a pulsazione  $\omega_0$  viene sfasato di  $360^\circ$  percorrendo l'anello. Esistono diverse possibilità a seconda dell'ampiezza di  $T(j\omega_0)$ :

1.  $T(j\omega_0) < 1$ . In tal caso si ha che i segnali presenti nel circuito tendono a zero, cioè siamo in una situazione di stabilità. Nella teoria dei sistemi questa circostanza equivale alla presenza di una coppia di poli nella metà sinistra del piano complesso, a cui corrispondono nel dominio del tempo delle sinusoidi smorzate esponenzialmente.
2.  $T(j\omega_0) > 1$ . A tale condizione corrisponde una situazione di instabilità poiché ogni disturbo con contenuto spettrale in vicinanza di  $\omega_0$  viene amplificato rigenerativamente e porta il sistema ad oscillare con ampiezze sempre crescenti. Questo comportamento riflette la presenza di una coppia di poli complessi nel semipiano destro, la cui antitrasformata di Laplace fa corrispondere delle sinusoidi la cui ampiezza cresce esponenzialmente. La crescita si arresta quando l'amplificatore satura, da qui in poi l'oscillazione diventa permanente, ma presenta un'elevata distorsione. Osservando la situazione all'oscilloscopio per il guadagno d'anello  $T(j\omega_0) \cong 1.167$ , abbiamo che il segnale si comporta come una senoide con i picchi tagliati, come mostrato in figura 3.8.

Figura 3.8 – Andamento della tensione  $V_o$  per guadagno d'anello maggiore di 1.



3.  $T(j\omega_0) = 1$ . In questo caso la coppia di poli complessi coniugati si trova esattamente sull'asse immaginario del piano complesso, per cui la sua antitrasformata di Laplace è rappresentata da un'oscillazione permanente. D'altronde è facile notare che la condizione  $T(j\omega_0) = 1$  risponde perfettamente ai requisiti del criterio di Barkhausen. Dall'equazione (2) la condizione di guadagno d'anello unitario si traduce in:

$$R_2 = 2R_1$$

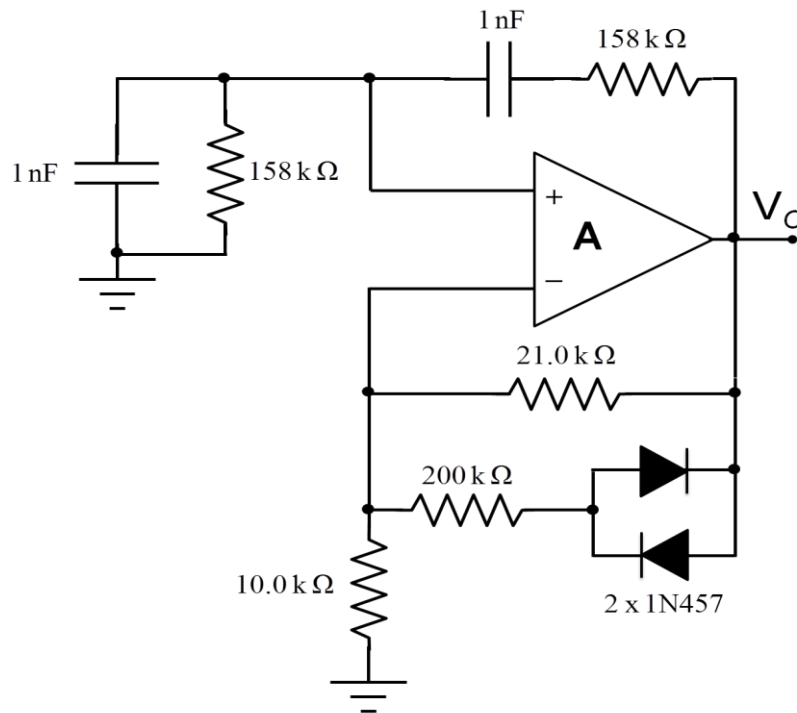
Oltre all'oscillazione permanente è nostro interesse avere un segnale che sia il meno possibile distorto, di conseguenza bisogna assicurarsi che l'ampiezza dell'oscillazione non superi i livelli di saturazione dell'amplificatore. Il requisito  $T(j\omega_0) = 1$  è anche detto condizione di *stabilità neutra*. Questa stabilità viene raggiunta quando la retroazione positiva e negativa formano un *ponte in equilibrio*, da cui il nome del circuito. La frequenza di funzionamento del circuito può essere cambiata variando contemporaneamente i valori di capacità di entrambi i

condensatori oppure modificando parallelamente i valori dei resistori della rete reattiva. Inoltre esistono dei limiti pratici alla frequenza dettati dai componenti del circuito. Il limite superiore è dato dalla slew rate finito dell'amplificatore operazionale, a frequenze troppo elevate la distorsione totale cresce in maniera inaccettabile. Invece il limite inferiore è dato dalla dimensione dei componenti della rete reattiva, per esempio con  $R = 15.9 \text{ M}\Omega$  e  $C = 1 \mu\text{F}$  si ottiene  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 0.01 \text{ Hz}$ .

## Stabilizzazione dell'ampiezza

È chiaro però che nelle situazioni pratiche un guadagno stabilmente unitario è inattuabile, pertanto si ricorre a delle strategie di controllo automatico per correggere il valore del rapporto  $R_2/R_1$ . La soluzione principale adottata è rendere il rapporto dipendente dal livello del segnale, in modo che ai bassi livelli di segnale il rapporto  $R_2/R_1$  sia di poco superiore a 2 così da garantire l'inizio dell'oscillazione, mentre agli alti livelli di segnale sia minore di 2 per garantire una limitazione d'ampiezza. Così facendo si permette all'oscillazione di iniziare e al segnale di aumentare e automaticamente stabilizzarsi al livello che rende  $R_2/R_1 = 2$ . Una soluzione tipica per il controllo è l'utilizzo di dispositivi non lineari come i diodi in modo da rendere  $R_1$  e  $R_2$  sensibili al livello del segnale.

Figura 3.9 – Oscillatore a ponte di Wien nella pratica.



Il circuito in figura 3.9 sfrutta una rete diodi-resistenza aggiuntiva per rendere il valore di  $R_2$  sensibile al livello del segnale. Ai bassi livelli di segnale, la tensione alternata ai capi dei diodi non è sufficientemente alta per mandarli in conduzione, di conseguenza la resistenza da  $200 \text{ k}\Omega$  è di fatto esclusa dal circuito e il rapporto fra  $R_2$  e  $R_1$  vale:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{21}{10} = 2.1 > 2$$

Ciò permette all'oscillazione di innescarsi. All'aumentare dell'ampiezza dell'oscillazione i diodi entrano in conduzione facendo variare di conseguenza il valore effettivo di  $R_2$ , dato ora dal parallelo fra la resistenza da 21 k $\Omega$  e quella da 200 k $\Omega$ :

$$R_2 = 200 // 21 \text{ k}\Omega \cong 19 \text{ k}\Omega$$

Dunque agli alti livelli di segnale abbiamo:

$$\frac{R_2}{R_1} \cong \frac{19}{10} = 1.9 < 2$$

Condizione che ci garantisce la limitazione d'ampiezza. Terminato il transitorio iniziale l'oscillazione e l'ampiezza del segnale si stabilizzano a un livello intermedio in corrispondenza del quale  $R_2/R_1 = 2$ . Con i componenti mostrati in figura 3.9 abbiamo un'oscillazione alla frequenza di 1 kHz con ampiezza picco-picco di circa 1.5 V. Tutte le considerazioni precedenti sul circuito base valgono anche per questa versione usata nella pratica.

Quello mostrato non è tuttavia l'unico metodo per procedere alla stabilizzazione dell'ampiezza dell'oscillazione. Un ulteriore metodo per rimediare alle variazioni dovute all'invecchiamento dei componenti è l'utilizzo, al posto di  $R_1$ , di una resistenza con coefficiente di temperatura positivo. Tramite la resistenza PTC si introduce un meccanismo di regolazione che agisce governando automaticamente il valore del rapporto  $R_2/R_1$ , cioè variando il guadagno dell'amplificatore non invertente. In questo modo è possibile mantenere costante e pari a uno il guadagno d'anello. La temperatura di  $R_1$  è determinata dal valore quadratico medio della corrente che la attraversa, dunque quando l'ampiezza  $V_o$  dell'uscita cresce, altrettanto fa la corrente che scorre in  $R_1$ . All'aumentare della corrente cresce anche la potenza dissipata da  $R_1$  e di conseguenza la sua temperatura, questo provoca un aumento del valore della resistenza e quindi una riduzione del rapporto  $R_2/R_1$ . Il valore del guadagno d'anello allora diminuisce e l'ampiezza dell'oscillazione tende a ritornare al valore iniziale. Va detto che la variazione della temperatura di  $R_1$  è un fenomeno generalmente piuttosto lento rispetto al periodo di oscillazione, per cui all'interno di un singolo periodo il suo valore è praticamente costante e per una determinata ampiezza di oscillazione la resistenza PTC si comporta come una normale resistenza. Invece che sostituire  $R_1$  è possibile impiegare una resistenza NTC sostituendo la resistenza  $R_2$ , le considerazioni restano del tutto analoghe al caso precedente.

## Oscillatore a ponte di Wien a frequenza variabile

La pulsazione di oscillazione  $\omega_0$  può essere regolata modificando  $R$  o  $C$ . Tuttavia per modificare il valore di  $\omega_0$  bisogna variare contemporaneamente entrambi i condensatori o entrambe le resistenze della rete reattiva, e questo rappresenta un vincolo scomodo. Esaminando il caso più generale in cui indichiamo con  $R_p$  e  $C_p$  i componenti della porzione parallela, e con  $R_s$  e  $C_s$  quelli della porzione serie della rete reattiva della figura 3.6, indicando con  $Z_s$  e  $Z_p$  rispettivamente l'impedenza serie e parallelo della rete  $RC$ , si ha che:

$$Z_s = \frac{1 + SR_sC_s}{SC_s} \quad \text{e} \quad Z_p = \frac{R_p}{1 + SR_pC_p}$$

Ricordando che:

$$V_+ = \frac{Z_p}{Z_s + Z_p} V_o$$

Si ottiene:

$$\beta = \frac{V_+}{V_o} = \frac{1}{1 + \frac{R_s}{R_p} + \frac{C_p}{C_s}} \quad \text{per } \omega = \omega_0 \quad (3)$$

Dove:

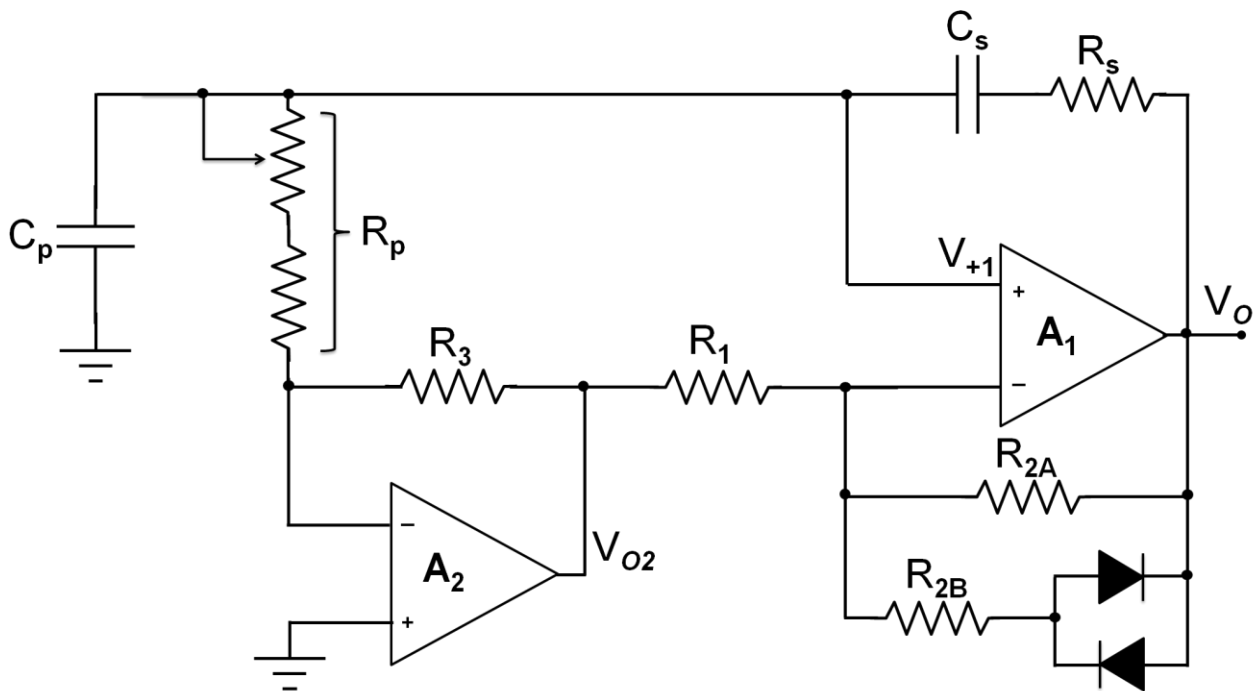
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_s R_p C_s C_p}} \quad (4)$$

Di conseguenza, siccome l'amplificazione attraverso la rete non invertente è esattamente la stessa del circuito di base, la condizione per un'oscillazione sinusoidale permanente diventa:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_s}{R_p} + \frac{C_p}{C_s} \quad (5)$$

Secondo le equazioni (4) e (5), modificando uno degli elementi della rete reattiva, per esempio  $R_s$ , si fa variare  $\omega_0$ , ma si rompe l'equilibrio e la condizione per la stabilità neutra non è più verificata, perciò l'oscillatore o tende ad smorzare l'oscillazione oppure a generare un'oscillazione distorta. Il problema può essere risolto sfruttando un ulteriore amplificatore operazionale come mostrato in figura 3.10.

Figura 3.10 – Oscillatore a ponte di Wien a frequenza variabile.



Come si vede dal circuito la resistenza  $R_p$  termina su massa virtuale, per cui la pulsazione  $\omega_0$  è come nell'equazione (4), quindi può essere variata modificando il valore di  $R_p$ . Vogliamo ora

valutare le condizioni nelle quali si ha stabilità neutra. Per la sovrapposizione degli effetti possiamo affermare che:

$$V_o = -\frac{R_2}{R_1}V_{o2} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)V_{+1} \quad (6)$$

Dove  $V_{+1}$  è la tensione al morsetto non invertente di  $A_1$ ,  $V_{o2}$  è l'uscita di  $A_2$ , mentre  $R_2$  è la resistenza effettiva del percorso di retroazione negativa di  $A_1$ . Inoltre:

$$V_{o2} = -\frac{R_3}{R_p}V_{+1} \quad (7)$$

Sostituendo la (7) nella (6) si ottiene  $V_o = AV_{+1}$ , dove:

$$A = 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2R_3}{R_1R_p}$$

In più, come già fatto notare, la resistenza  $R_p$  ha un terminale a massa virtuale, per cui  $V_{+1}$  è ancora in relazione con  $V_o$  tramite l'equazione (3). Dunque, imponendo la condizione di stabilità neutra  $A\beta = 1$  si ottiene:

$$\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2R_3}{R_1R_p} = \frac{R_s}{R_p} + \frac{C_p}{C_s} \quad (8)$$

Affinché l'equazione sia soddisfatta si impone:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{C_p}{C_s}$$

E fatto ciò l'equazione (8) dà:

$$R_3 = \frac{R_sR_1}{R_2}$$

Indipendentemente dal valore di  $R_p$ . Pertanto è possibile regolare la frequenza al variare della sola resistenza  $R_p$  senza che la condizione di stabilità neutra sia inficiata. Questo può essere fatto manualmente, attraverso l'uso di un potenziometro, o anche realizzando  $R_p$  sotto forma di termistore o di fotoresistore, per rendere  $\omega_0$  rispettivamente controllata dalla temperatura o dall'intensità della luce. In poche parole, impiegando un resistore e un operazionale in più, abbiamo ottenuto un nuovo oscillatore con tutte le caratteristiche apprezzate nel precedente, ma che in più permette di modificare la frequenza di oscillazione con una certa semplicità, per tutte le volte che si rende necessario.

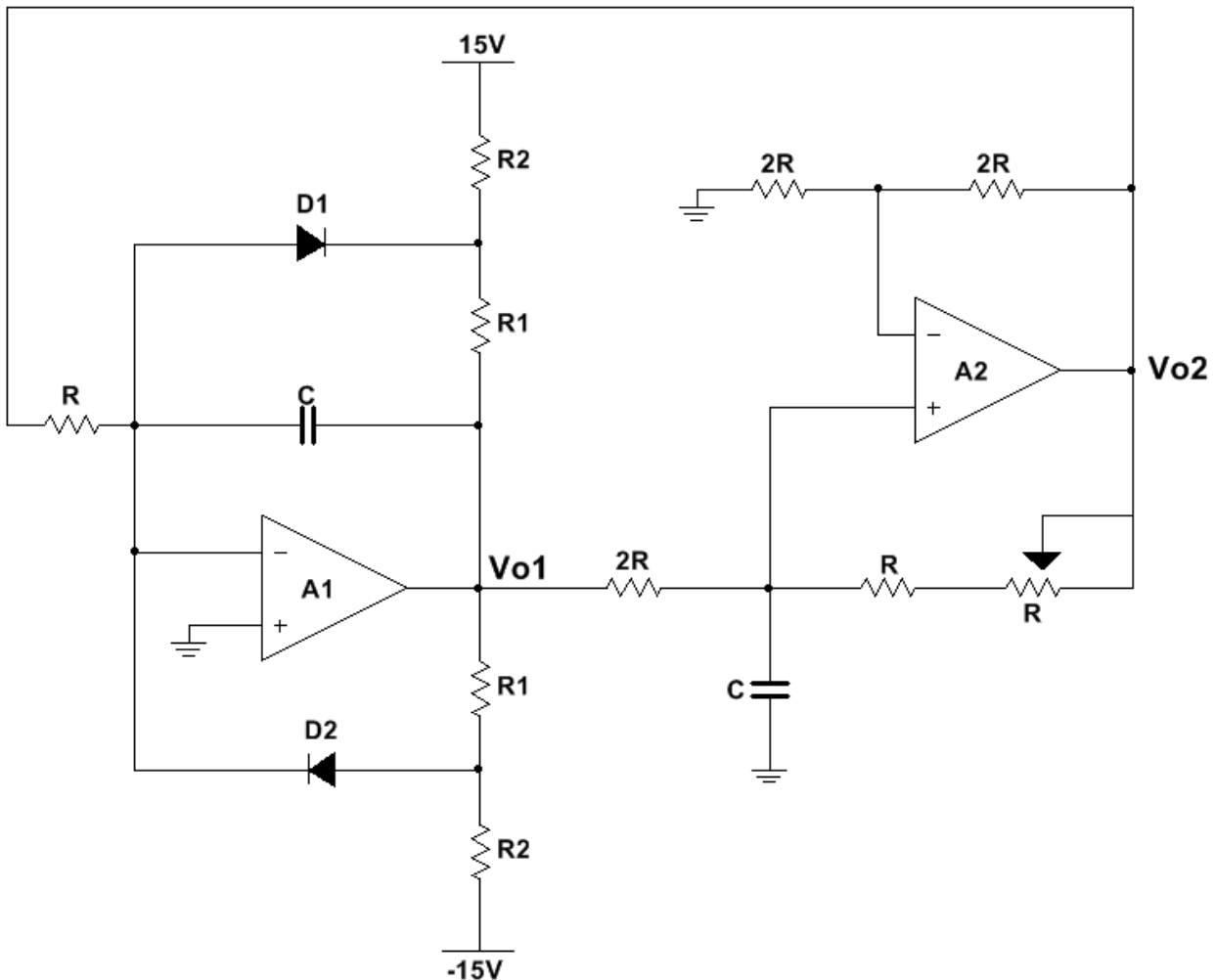


### 3.4 Oscillatore in quadratura

L'ultimo tipo di oscillatore RC che studiamo è un circuito in grado di generare due onde sinusoidali che sono in quadratura di fase, ovvero sono sfasate reciprocamente di 90°. Questo tipo di oscillatori sono utili in certe applicazioni, per esempio nel campo delle telecomunicazioni, per effettuare modulazioni quali la SSB (*Single Side band*) o anche la modulazione PSK (*Phase Shift Keying*) a 4 fasi. Per ovvi motivi, questo tipo di oscillatori sono anche detti *oscillatori seno-coseno*. Essi sono basati sul fatto che l'integrale di una sinusoide è una cosinusoide e l'integrale di quest'ultima è la sinusoide di partenza invertita di segno. Dando un'occhiata al circuito di figura 3.11 si vede che l'amplificatore  $A_1$  serve da integratore invertente, avente quindi funzione di trasferimento  $H_1$ :

$$H_1 = -\frac{1}{j\omega RC} = -\frac{\omega_0}{j\omega} \quad \text{avendo posto} \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Figura 3.11 – Oscillatore in quadratura.



Mentre l'amplificatore  $A_2$  è un integratore non invertente di tipo Deboo. Con i componenti utilizzati in figura 3.11 si ha la funzione di trasferimento:

$$H_2 = \frac{1}{j\omega RC} = \frac{\omega_0}{j\omega} \quad \text{con} \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Pertanto l'amplificazione totale per un segnale che percorre l'anello è:

$$T = H_1 H_2 = \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$$

Perciò l'oscillazione permanente è verificata quando  $T = 1$  e dunque  $\omega = \omega_0$ .

A questa pulsazione si ottiene:

$$V_{o2} = \frac{V_{o1}}{j} = -jV_{o1}$$

E quindi le due uscite hanno la stessa ampiezza, ma sono sfasate di  $90^\circ$ . Con una buona taratura di uno dei resistori è possibile fare prevalere inizialmente la retroazione positiva per garantire l'inizio dell'oscillazione.

Come l'oscillatore a ponte di Wien, anche questo tipo di circuito utilizza una forma di controllo automatico, sfruttando dei diodi, per stabilizzare l'ampiezza della sinusoide in uscita. Ciò è ottenuto grazie alla rete di diodi intorno ad  $A_1$ . Ai bassi livelli di segnale  $A_1$  funziona da normale integratore senza perdite. All'aumentare dell'ampiezza i diodi entrano in conduzione e causano delle correnti di perdita nell'integratore che portano automaticamente i poli sull'asse immaginario e stabilizzano l'uscita. L'ampiezza di picco  $V_p$  si determina esaminando il circuito quando il segnale si trova alla soglia di conduzione dei diodi. Ad esempio, per fare entrare  $D_2$  in conduzione,  $V_{o1}$  deve portarsi a un valore  $V_p$  tale che:

$$\frac{V_p - V_D}{R_1} = \frac{V_D - (-15V)}{R_2}$$

Per cui si ottiene:

$$V_p = \frac{R_1}{R_2} [15V + V_D] + V_D$$

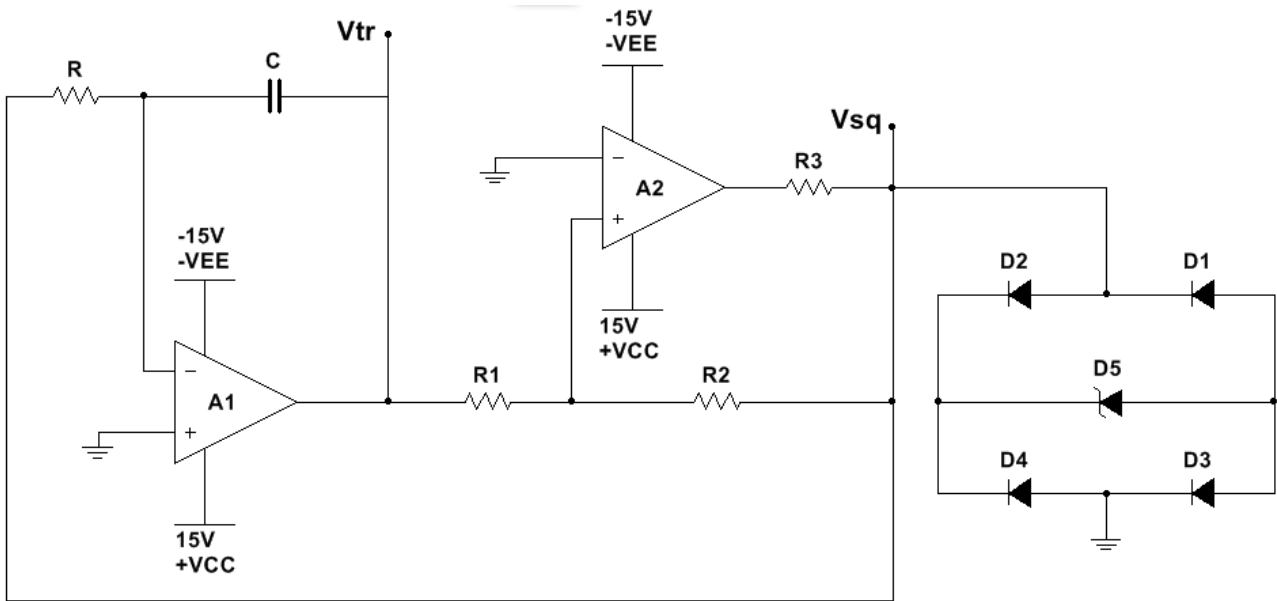
Quando i componenti sono tarati con buona precisione la distorsione dei segnali d'uscita è tipicamente dell'ordine dell'1% o inferiore. L'oscillatore in quadratura presenta la qualità di fornire in uscita due sinusoidi sfasate di  $90^\circ$ , qualità che come già detto, può rivelarsi utile in alcune particolari applicazioni, è abbastanza facilmente regolabile in frequenza, ma non altrettanto in ampiezza, infine ha il difetto di essere piuttosto sensibile alle variazioni dei parametri.

## 4 Oscillatori a rilassamento

### 4.1 Generatore di onda quadra e triangolare

I segnali triangolari si generano caricando e scaricando un condensatore con una corrente costante. Una possibile soluzione circuitale è quella in figura 4.1.

Figura 4.1 – Generatore di segnali triangolari.



Nel circuito in figura 4.1 il pilotaggio a corrente costante è eseguito tramite l'amplificatore  $A_1$ , che funziona da convertitore V-I, mentre l'amplificatore  $A_2$  funziona da trigger di Schmitt in configurazione non invertente e serve al pilotaggio a due livelli per il convertitore. In figura è anche rappresentato un limitatore a diodi che ha la funzionalità di stabilizzare i livelli di uscita del trigger di Schmitt a una tensione  $\pm V_{clamp} = \pm[V_Z + 2V_D]$ , dove  $V_D$  è la tensione ai capi dei diodi quando essi sono in conduzione. Pertanto le soglie di scatto del trigger sono:

$$\pm V_T = \pm \frac{R_1}{R_2} V_{clamp}$$

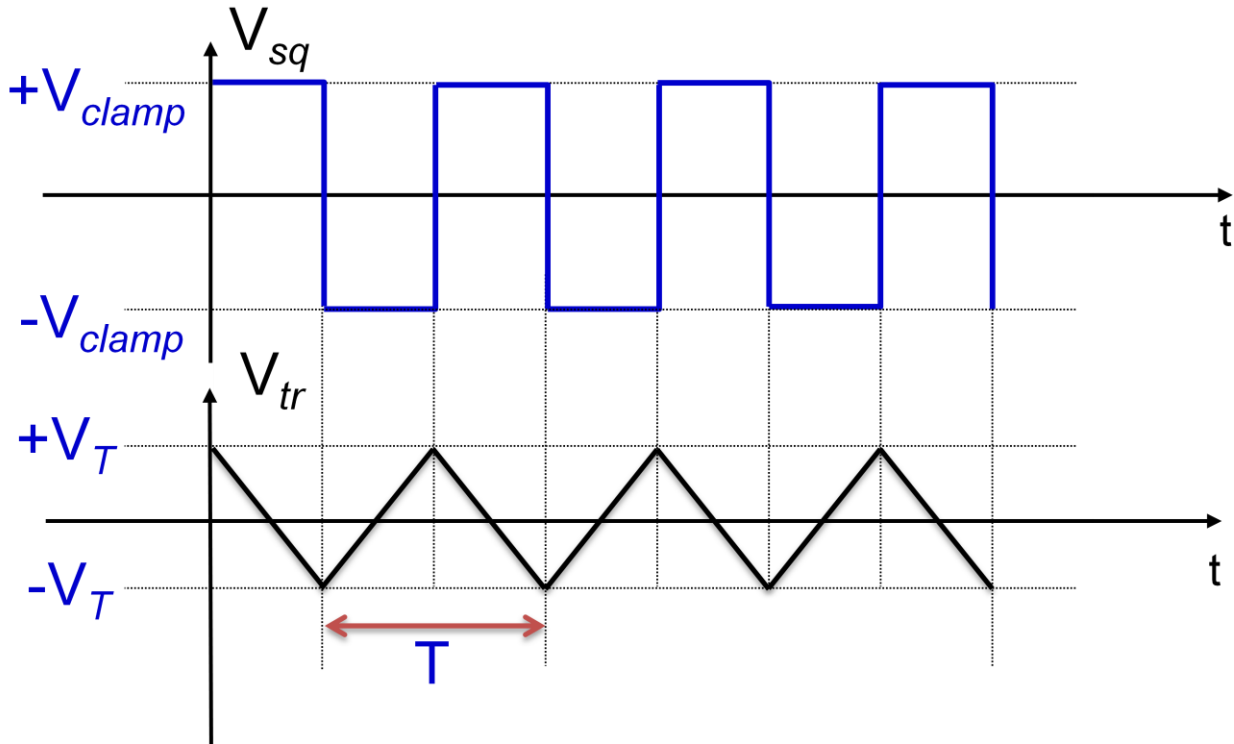
Quando il circuito è alimentato  $V_{sq}$  scatta a  $V_{SATL}$  oppure a  $V_{SATH}$ , che sono rispettivamente le tensioni di saturazione bassa e alta del circuito. Supponiamo, per esempio, che scatti a  $V_{SATH}$ , in modo tale che  $V_{sq} = +V_{clamp}$ , di conseguenza  $A_1$  converte questa tensione in una corrente costante:

$$I_C = V_{clamp}/R$$

Grazie alla quale  $V_{tr}$  diminuisce a pendenza costante fintantoché non raggiunge la tensione di soglia  $-V_T$ , a questo punto il trigger di Schmitt scatta facendo commutare  $V_{sq}$  da  $+V_{clamp}$  a  $-V_{clamp}$ .  $A_1$  converte la nuova tensione nella corrente  $I_C = -V_{clamp}/R$  della stessa ampiezza della precedente, ma di polarità opposta, cosicché  $V_{tr}$  cresce a pendenza costante. A questo

punto quando  $V_{tr}$  raggiunge la soglia  $V_T$  il trigger di Schmitt scatta di nuovo e quindi il ciclo si ripete. Gli andamenti di  $V_{tr}$  e  $V_{sq}$  sono mostrati in figura 4.2.

Figura 4.2 – Forme d'onda del generatore di segnali triangolari.



Considerando che la corrente  $I_C$  è uguale ed opposta nei due casi, è facile intuire che il tempo che  $V_{tr}$  impiega a salire da  $-V_T$  a  $+V_T$  è  $T/2$ , con  $T$  periodo del segnale triangolare. Siccome il condensatore funziona a corrente costante, si può scrivere:

$$C\Delta V = I\Delta t$$

Che diventa  $C2V_T = (V_{clamp}/R)(T/2)$ . Tenendo conto del fatto che  $V_{clamp}/V_T = R_2/R_1$  e ponendo  $f_0 = 1/T$ , si ottiene:

$$f_0 = \frac{R_2/R_1}{4RC}$$

Si ha che la frequenza di funzionamento del circuito dipende solo dai componenti esterni, che è una caratteristica tipicamente gradita, e che essa può essere variata con continuità al variare dei parametri circuitali. La frequenza  $f_0$  è limitata superiormente dallo slew rate di  $A_1$  oltre che dalla velocità di risposta di  $A_2$ , inferiormente dalle dimensioni di  $R$  e  $C$ , dalle perdite del condensatore e dalla corrente di polarizzazione di  $A_1$ . Dunque per massimizzare le prestazioni le migliori scelte sono amplificatori operazionali con ingressi a MOSFET per  $A_1$ , dato che coadiuvano una bassissima corrente di polarizzazione d'ingresso con uno slew rate ragionevolmente elevato, mentre per  $A_2$  la scelta migliore ricade su un comparatore ad alta velocità.

## Regolazioni indipendenti delle pendenze

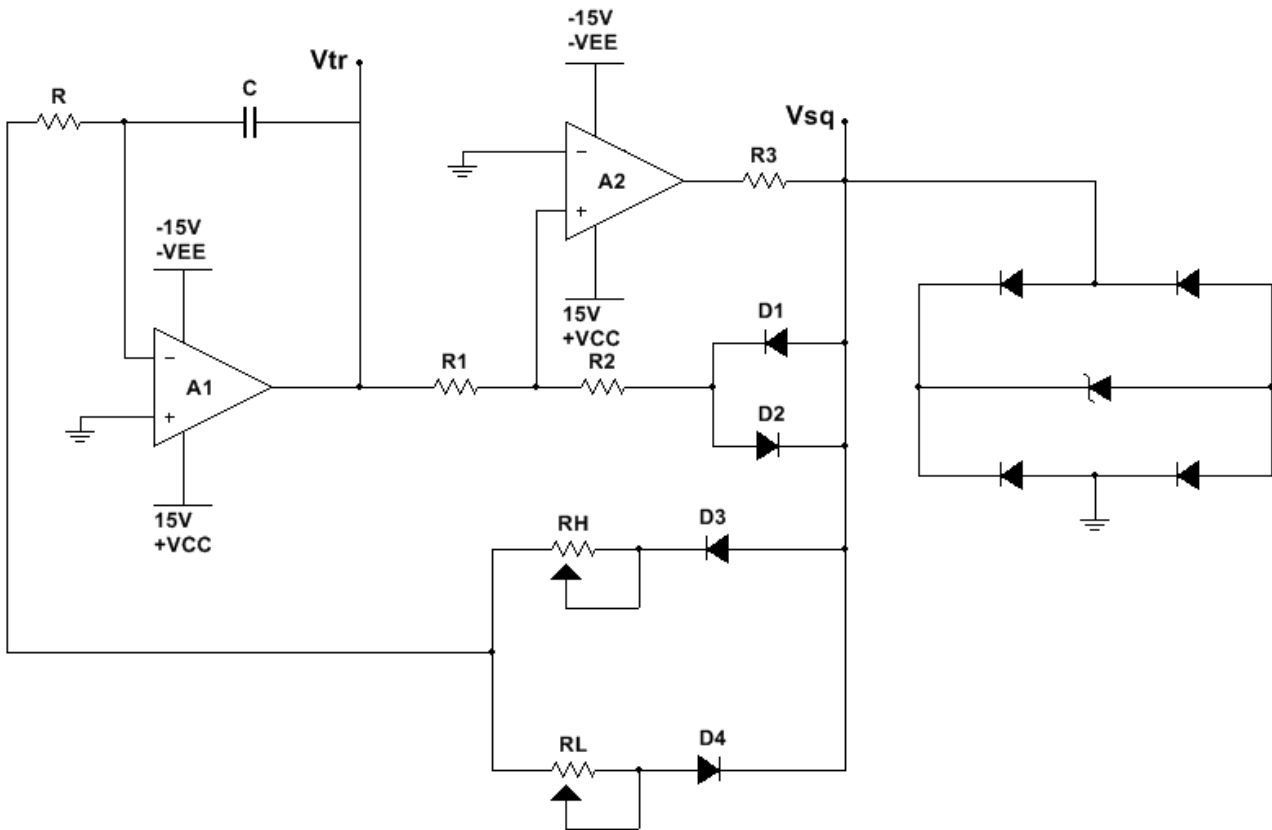
Modificando il circuito di base con quello di figura 4.3 è possibile regolare i tempi di carica e scarica in modo indipendente e quindi stabilire differenti tempi di salita e discesa dell'onda. Quando  $V_{sq} = +V_{clamp}$ ,  $D_3$  conduce mentre  $D_4$  no, dunque la corrente di scarica è:

$$I_H = \frac{V_{clamp} - V_D}{R_H + R}$$

Quando  $V_{sq} = -V_{clamp}$  i ruoli dei due diodi si invertono e la corrente di scarica diventa:

$$I_L = \frac{V_{clamp} - V_D}{R_L + R}$$

Figura 4.3 – Generatore di onde triangolari con pendenze regolabili singolarmente.



Di conseguenza i tempi di carica e scarica,  $T_L$  e  $T_H$ , sono definiti rispettivamente da:

$$C2V_T = I_L T_L \quad \text{e} \quad C2V_T = I_H T_H$$

I diodi  $D_1$  e  $D_2$  hanno la funzione di compensare la caduta di tensione  $V_D$  dovuta a  $D_3$  e  $D_4$ . Pertanto grazie all'inserimento di  $D_1$  e  $D_2$  si ha:

$$V_T = \frac{R_1}{R_2} (V_{clamp} - V_D)$$

Sfruttando le precedenti equazioni si ottiene:

$$T_L = 2 \frac{R_1}{R_2} C (R_L + R)$$

E:

$$T_H = 2 \frac{R_1}{R_2} C (R_H + R)$$

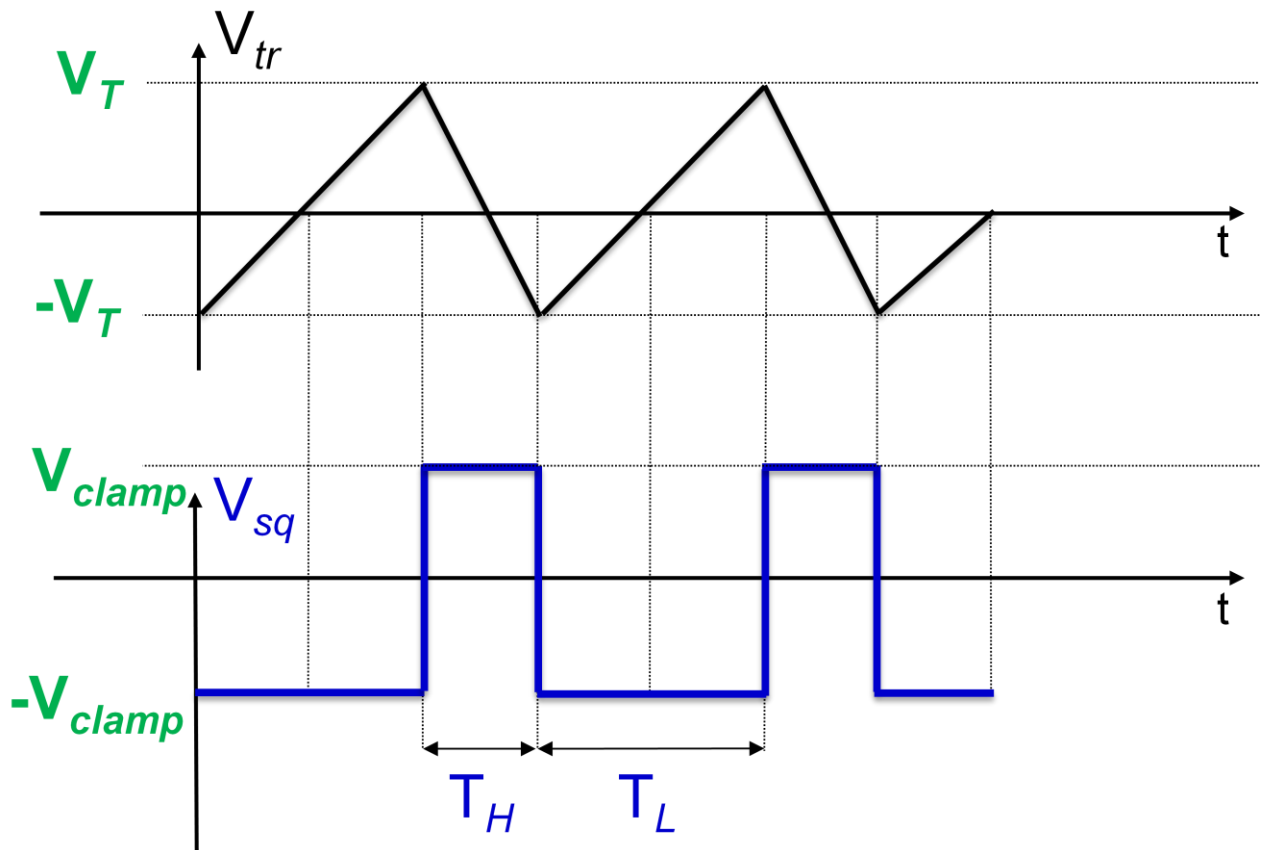
E così otteniamo un circuito capace di generare onde asimmetriche, un esempio è presentato in figura 4.4.

Pertanto la frequenza di oscillazione del circuito è:

$$f_0 = \frac{1}{T_H + T_L}$$

È interessante notare che se i due tempi di carica e scarica sono l'uno molto più lungo dell'altro, la tensione  $V_{tr}$  somiglia a un'onda a dente di sega, mentre  $V_{sq}$  a un treno di impulsi stretti.

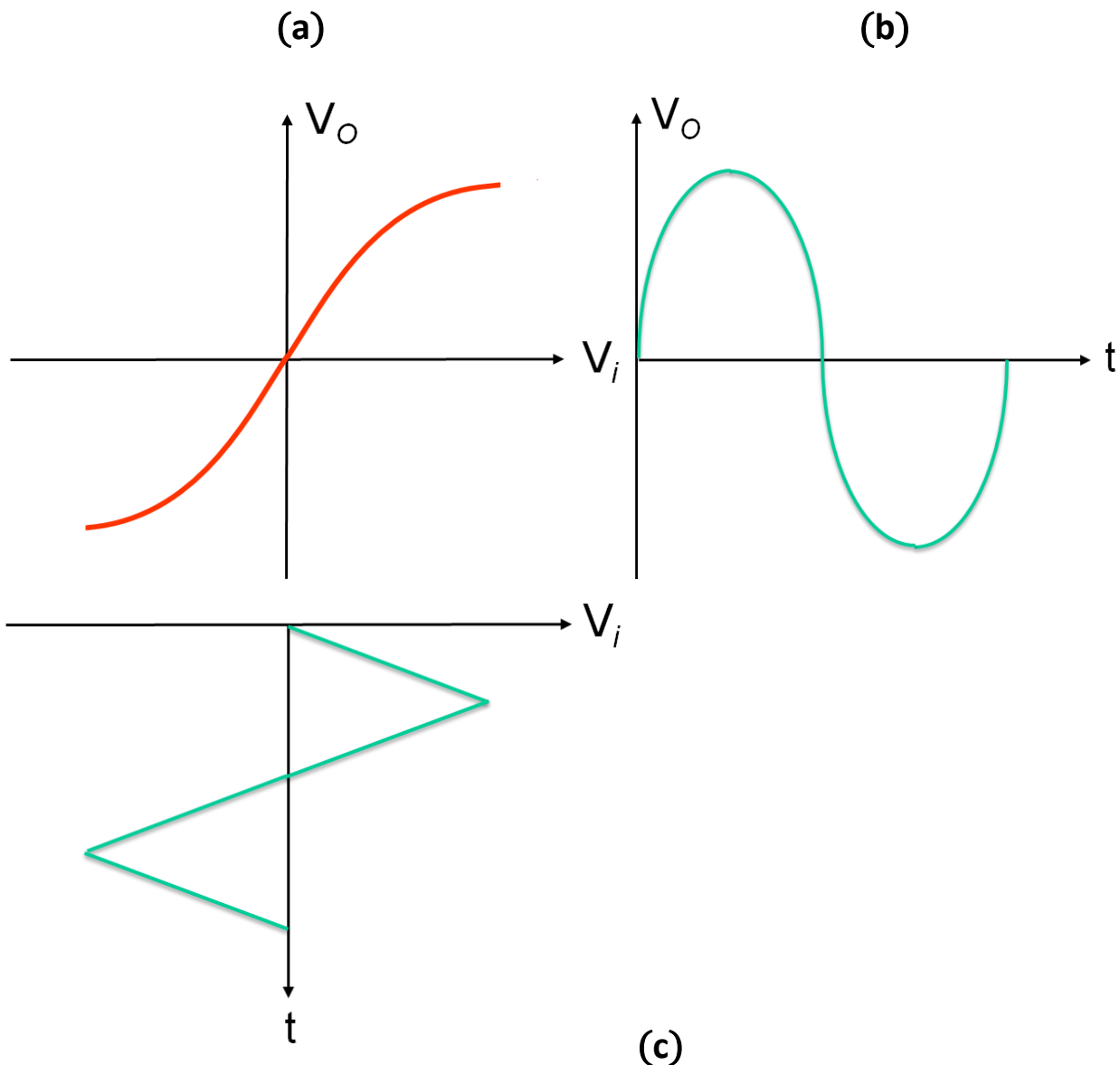
Figura 4.4 – Esempio di forme d'onda del generatore con regolazione delle pendenze.



## 4.2 Convertitore di segnale triangolare in sinusoidale

Le forme onde triangolari possono anche essere utilizzate per generare onde sinusoidali. Il metodo per ottenere ciò consiste nel far passare l'onda triangolare attraverso un circuito formatore d'onda in grado di arrotondarne le punte e ottenere un profilo sinusoidale. L'idea di base è illustrata in figura 4.5. Per ottenere dei buoni risultati e quindi una bassa distorsione, si rende necessario che l'onda triangolare sia simmetrica e che la sua ampiezza sia opportunamente accoppiata con la caratteristica di trasferimento del convertitore. Va poi notato che siccome la formazione d'onda non lineare è un processo che riguarda unicamente le ampiezze, questo metodo di generazione delle onde sinusoidale conserva le possibilità di regolazione in frequenza del generatore di onda triangolare.

Figura 4.5 – (a) Caratteristica di trasferimento del convertitore di onda triangolare in sinusoidale. (b) Onda sinusoidale in uscita dal convertitore d'onda in corrispondenza dell'ingresso triangolare (c).



I formatori d'onda nella pratica approssimano la forma d'onda sinusoidale sfruttando dispositivi dalla caratteristica non lineare come transistor e diodi.

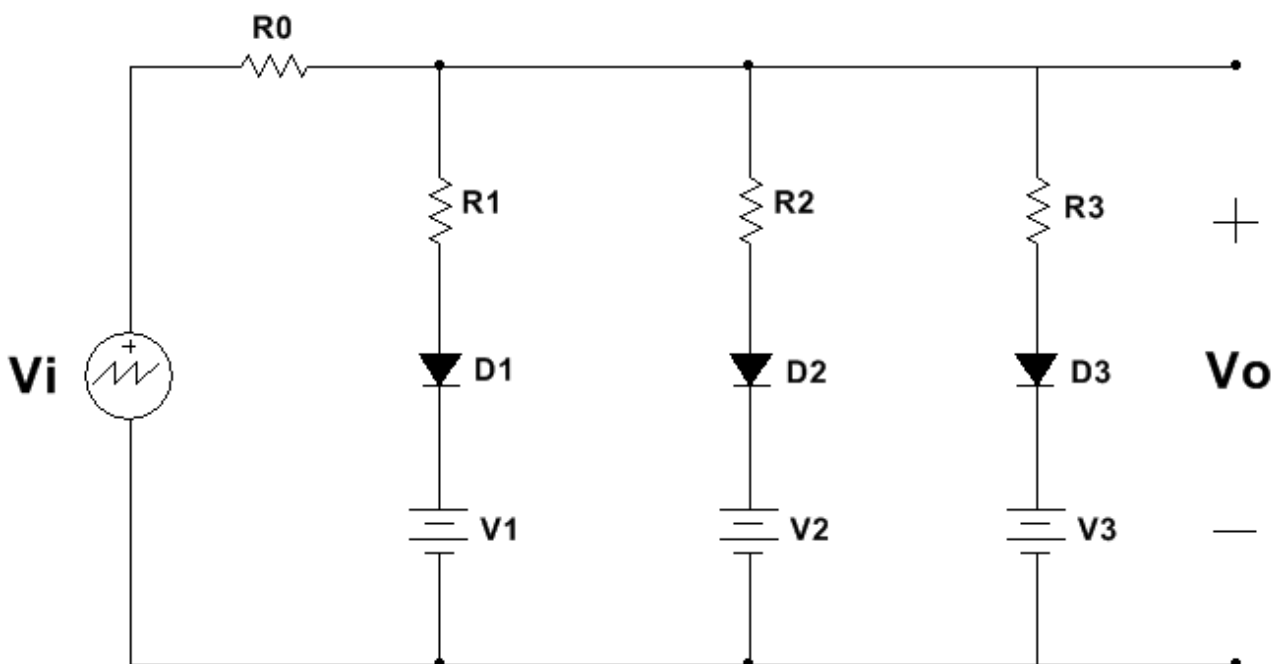
## Il formatore d'onda a spezzata

Questo tipo di convertitore d'onda sfrutta un rete di diodi e resistenze per introdurre dei punti di variazione di pendenza a livelli prefissati di segnale, in modo tale da approssimare la caratteristica di trasferimento voluta mediante una linea spezzata, da cui il nome.

L'approssimazione a spezzata si ottiene aumentando in maniera progressiva il carico del generatore di onda triangolare. L'idea è illustrata nella figura 4.6 che rappresenta un esempio a tre punti di variazione della pendenza. I punti desiderati sono prefissati polarizzando i catodi dei diodi a potenziali progressivamente crescenti,  $V_1 < V_2 < V_3$ . Per  $V_i$  piccola a sufficienza tutti i diodi sono interdetti e si ha che:

$$V_o = V_i$$

Figura 4.6 – Approssimazione a spezzata attraverso l'incremento progressivo del carico sul generatore.



Questo accade poiché non c'è carico e pertanto la pendenza iniziale della caratteristica di trasferimento è  $s_0 = 1$ . Dopo che  $V_o$  ha raggiunto la tensione di soglia  $V_1 + V_D$ , con  $V_D$  tensione ai capi del diodo quando è in conduzione,  $D_1$  entra in conduzione e collega  $R_1$ , caricando la sorgente. La pendenza della caratteristica di trasferimento diventa quindi ora:

$$s_1 \equiv \frac{\Delta V_o}{\Delta V_i} = \frac{R_1}{R_0 + R_1}$$

Quindi l'entrata in conduzione di  $D_1$  crea un punto di spezzamento in corrispondenza di  $V_o = V_i + V_D$ . Aumentando  $V_i$  oltre questa soglia si fa aumentare anche  $V_o$ , ma ora con la pendenza  $s_1$  fino al raggiungimento della tensione di spezzamento  $V_2 + V_D$ . In quell'istante



anche  $D_2$  entra in conduzione causando una nuova variazione della curva di trasferimento e una nuova pendenza:

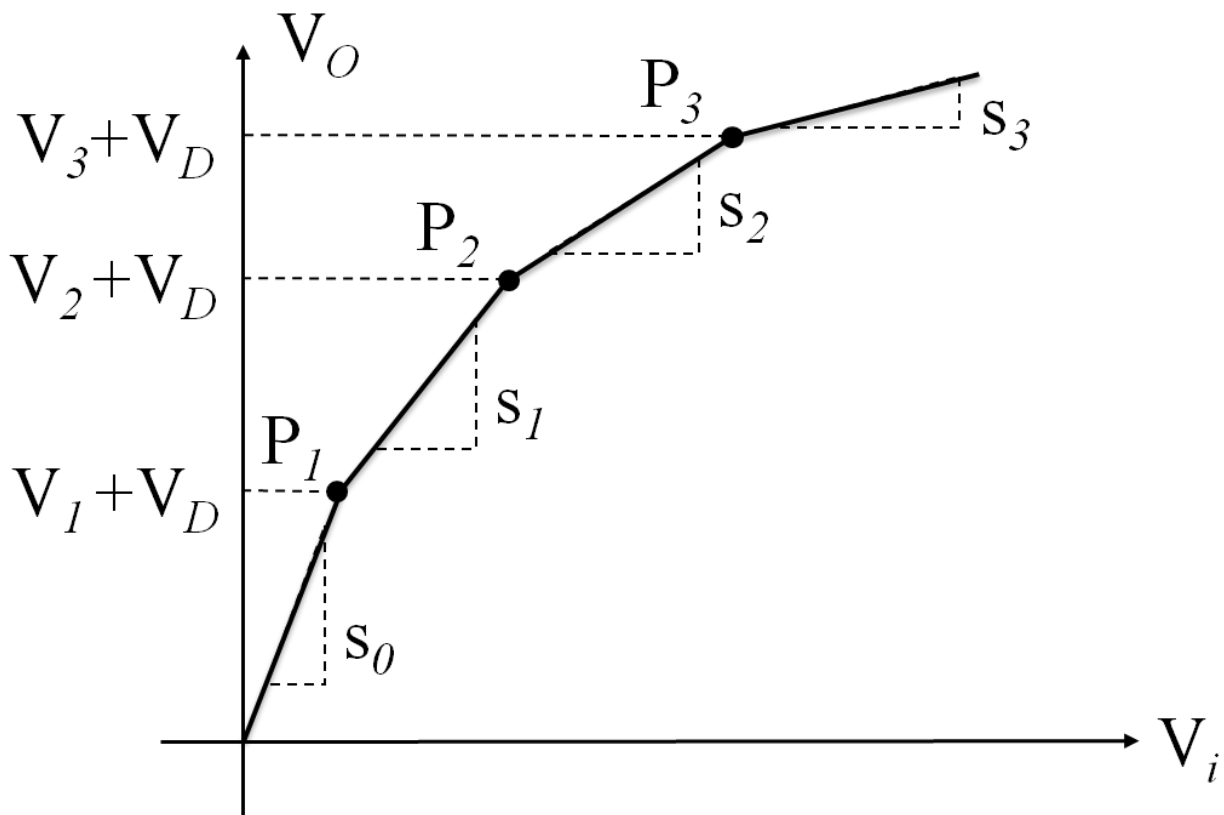
$$s_2 = \frac{R_1 // R_2}{R_0 + R_1 // R_2}$$

In maniera del tutto analoga, quando  $V_o$  raggiunge la soglia  $V_3 + V_D$  la pendenza cambia in:

$$s_3 = \frac{R_1 // R_2 // R_3}{R_0 + R_1 // R_2 // R_3}$$

Attraverso un'opportuna scelta del numero e dei punti di transizione è possibile approssimare praticamente ogni caratteristica di trasferimento la cui derivata sia positiva e diminuisca al crescere di  $V_i$ . Il circuito descritto serve a formare solo la metà positiva dell'onda triangolare, la metà negativa viene formata attraverso una rete simmetrica in cui sono gli anodi dei diodi ad essere polarizzati a potenziali progressivamente più negativi. Il circuito complessivo viene infine disaccoppiato con un amplificatore ad alta impedenza di ingresso per impedire che il carico esterno disturbi le reti di formazione d'onda. Un tipico convertitore da onda triangolare a sinusoidale di questo tipo sfrutta otto punti di transizione, quattro nel primo quadrante e quattro nel terzo così da ottenere livelli di distorsione armonica dell'ordine dell'1% o meno.

Figura 4.7 – Caratteristica di trasferimento del formatore d'onda a spezzata.



## 5 Oscillatori ad alta frequenza

### 5.1 Oscillatori LC

A differenza dei dispositivi studiati fino ad ora gli oscillatori ad alta frequenza (cioè per frequenze che vanno dalle centinaia di kHz alle centinaia di MHz o più) non utilizzano amplificatori operazionali a causa dei limiti che essi manifestano tipicamente ad alte frequenze, bensì dispositivi discreti come transistor BJT e FET. La grande maggioranza degli oscillatori ad alte frequenze rientra nello schema di figura 5.1, nella categoria dei cosiddetti oscillatori a tre punti. Essi sono chiamati così perché l'amplificatore e la rete di reazione presentano tre punti in comune: l'ingresso e l'uscita dell'amplificatore e la massa. La rete di reazione è di tipo LC.

Rispetto agli RC, questi oscillatori sono in grado di produrre in uscita una sinusoidale più pulita, sono più stabili in temperatura e di conseguenza hanno anche migliori caratteristiche di stabilità in frequenza.

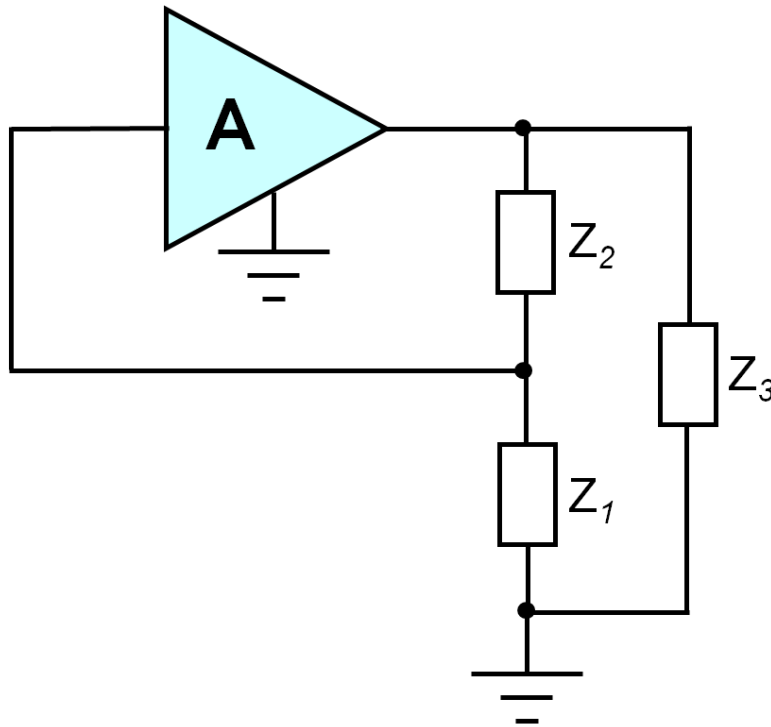
### Il fattore di qualità Q

Un parametro importante che determina il valore di questo tipo di circuiti è il fattore di qualità Q. Esso è un parametro adimensionale che descrive quanto sia sotto-smorzato un oscillatore: più alto è il valore di Q, più basso è il tasso di energia persa nell'oscillatore relativamente a quella immagazzinata, e perciò più lentamente l'oscillazione si attenua. Per quanto affermato fin'ora, Q è definito come segue:

$$Q \triangleq 2\pi \times \frac{\text{Energia immagazzinata}}{\text{Energia dissipata per ciclo}}$$

Nei sistemi LC l'energia immagazzinata è la somma della energia presente negli induttori e nei condensatori, l'energia perduta è la somma della energia dissipata nei resistori per ciclo. Per i circuiti elettrici il fattore Q rappresenta l'effetto delle resistenze presenti nel circuito (anche parassite), mentre per un sistema elettromeccanico come quello dei cristalli di quarzo, di cui parleremo più avanti, il fattore Q è indice dell'attrito meccanico. Il fattore Q è importante anche perché, più elevato è, maggiore è la stabilità in frequenza per questi circuiti. Considerando per esempio un circuito risonante parallelo, l'impedenza da induttiva diventa capacitiva quando la frequenza attraversa il punto di risonanza. Se Q è infinito (induttanza ideale con resistenza serie nulla), la variazione di fase è brusca,  $d\theta/d\omega \rightarrow \infty$ , poiché la fase varia bruscamente da  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$ . Di conseguenza, un oscillatore a circuito accordato ha una eccellente stabilità in frequenza quando Q è sufficientemente elevato e L e C rimangono stabili nel tempo.

Figura 5.1 – Schema generale di un oscillatore a tre punti.



### Condizioni di oscillazione degli oscillatori a 3 punti

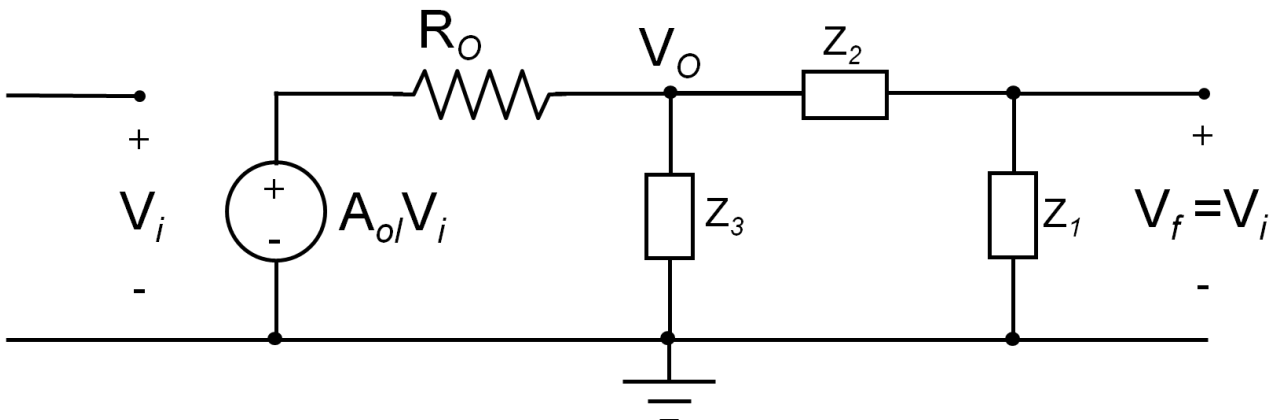
Per estrapolare la condizione di oscillazione conviene rifarsi allo schema ad anello aperto che simula quello ad anello chiuso, come mostrato in figura 5.2. Nell'analisi che segue supporremo di avere a che fare con un dispositivo caratterizzato da una impedenza di ingresso assai elevata, come ad esempio un FET e avente una resistenza di uscita  $R_o$ , mentre  $A_{ol}$  è il guadagno ad anello aperto dell'amplificatore. Si ha che:

$$V_f = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} V_o$$

Inoltre:

$$V_o = A_{ol} V_i \frac{Z_3 // (Z_1 + Z_2)}{R_o + Z_3 // (Z_1 + Z_2)}$$

Figura 5.2 – Configurazione ad anello aperto che simula l'anello chiuso.



E perciò, sostituendo la seconda relazione nella prima:

$$V_f = A_{ol} V_i \frac{Z_3 // (Z_1 + Z_2)}{R_o + Z_3 // (Z_1 + Z_2)} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} = A_{ol} V_i \frac{Z_1 Z_3}{R_o (Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_3 (Z_1 + Z_2)}$$

Per cui il guadagno d'anello T è:

$$T \equiv \frac{V_f}{V_i} = A_{ol} \frac{Z_1 Z_3}{R_o (Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_3 (Z_1 + Z_2)}$$

Ora, scegliendo  $Z_1$ ,  $Z_2$  e  $Z_3$  come pure reattanze, otteniamo un oscillatore LC. Ponendo  $Z_1 = jX_1$ ,  $Z_2 = jX_2$  e  $Z_3 = jX_3$ , dove  $X = -\frac{1}{\omega C}$  per una capacità e  $X = \omega L$  per una induttanza, si ottiene:

$$T = A_{ol} \frac{-X_1 X_3}{R_o j(X_1 + X_2 + X_3) - X_3 (X_1 + X_2)}$$

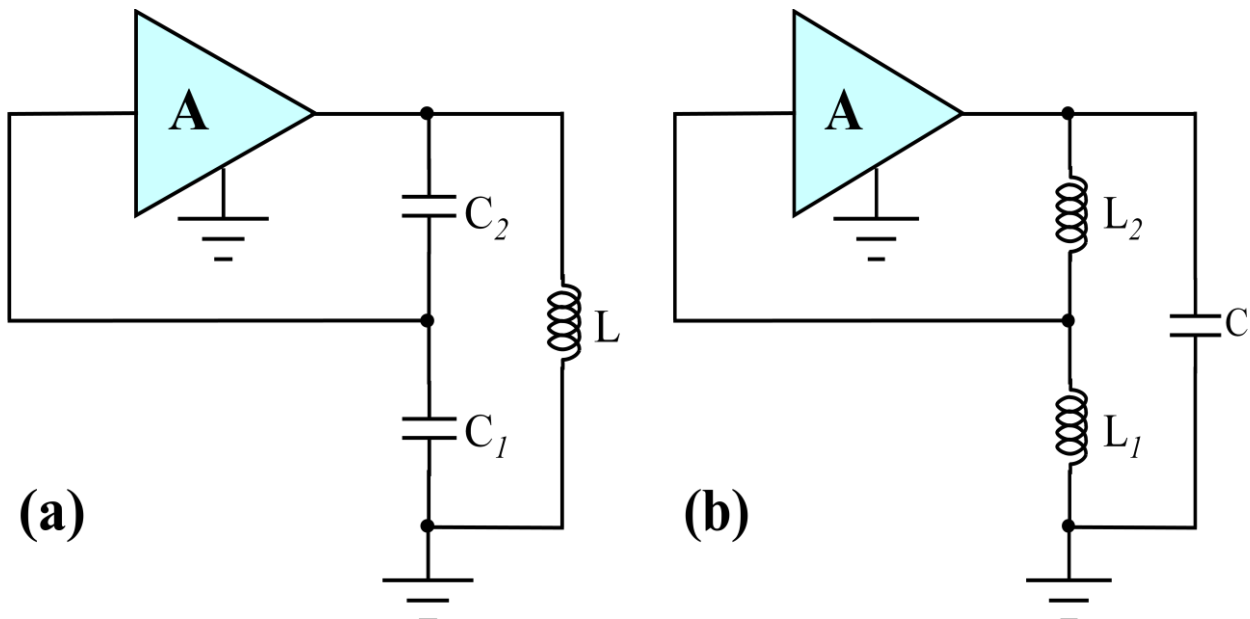
Per soddisfare alle condizioni di Barkhausen bisogna innanzitutto che T sia reale e quindi:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0$$

Quindi la prima conclusione è che le tre reattanze non possono essere tutte dello stesso tipo. Ci sono due possibilità:

- Una reattanza è capacitiva e due sono induttive. L'oscillatore è allora di tipo Hartley, in figura 5.3b.
- Una reattanza è induttiva e due sono capacitive. L'oscillatore è allora di tipo Colpitts, in figura 5.3a.

Figura 5.3 – (a) Oscillatore di Colpitts, (b) Oscillatore di Hartley.



Questa condizione inoltre determina l'unica frequenza alla quale il circuito può oscillare. Perché ciò avvenga, è necessario che sia soddisfatta anche la condizione sul modulo. Considerando soddisfatta la precedente relazione, si ha che:

$$T = A_{ol} \frac{X_1}{X_1 + X_2}$$

Siccome  $X_1 + X_2 = -X_3$ , giungiamo a:

$$T = -A_{ol} \frac{X_1}{X_3}$$

Imponendo infine  $T = 1$  otteniamo:

$$A_{ol} = -\frac{X_3}{X_1}$$

Possiamo osservare che se l'amplificatore è non invertente, ovvero se  $A_{ol}$  è positiva, abbiamo che  $X_1$  e  $X_3$  devono essere discordi, quindi una deve essere una capacità e una un'induttanza. Al contrario, se l'amplificatore è invertente,  $X_1$  e  $X_3$  devono essere concordi, quindi entrambe capacità o entrambe induttanze.

Negli oscillatori di tipo Hartley si ha:

$$X_1 + X_2 + X_3 = \omega L_1 + \omega L_2 - \frac{1}{\omega C} = 0$$

Di conseguenza la pulsazione di oscillazione  $\omega_0$  è:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{CL_s}} \quad \text{dove} \quad L_s = L_1 + L_2$$

Se realizzato con amplificatore non invertente, nell'oscillatore di Hartley deve valere:

$$A_{ol} = -\frac{X_3}{X_1} = -\frac{-\frac{1}{\omega_0 C}}{\omega_0 L_1} = \frac{1}{\omega_0^2 L_1 C} = 1 + \frac{L_2}{L_1}$$

Quindi è possibile usare per esempio un amplificatore a base o a gate comune. Scambiando  $X_1$  e  $X_3$  otteniamo un'altra configurazione valida, infatti:

$$A_{ol} = -\frac{X_3}{X_1} = -\frac{\omega_0 L_1}{-\frac{1}{\omega_0 C}} = \omega_0^2 L_1 C = \frac{L_1}{L_1 + L_2}$$

Dovendo quindi realizzare un amplificatore con  $A_{ol} < 1$  possiamo usare una struttura a collettore o a drain comune.

La condizione  $A_{ol} < 1$  sembrerebbe contraddire la richiesta del criterio di Barkhausen sul modulo, portando ad un guadagno d'anello minore di 1. Tuttavia negli oscillatori di questo tipo, nell'intorno della frequenza di risonanza, la tensione uscente dalla rete LC può essere

anche maggiore di quella in ingresso a causa di effetti di sovratensione o sovracorrente. Questo garantisce  $\beta > 1$  e quindi è possibile soddisfare la condizione sul guadagno d'anello. Se ci riferiamo al caso di amplificatore invertente, perché sia verificata la condizione del modulo è necessario che  $X_1 = \omega_0 L_1$  e  $X_3 = \omega_0 L_2$ , dunque deve valere:

$$A_{ol} = -\frac{X_3}{X_1} = -\frac{\omega_0 L_2}{\omega_0 L_1} = -\frac{L_2}{L_1}$$

E dunque  $L_2 \gg L_1$  se  $A_{ol} \gg 1$ . La configurazione utilizzata è quella a emettitore o source comune.

In maniera analoga nell'oscillatore di Colpitts abbiamo:

$$X_1 + X_2 + X_3 = -\frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2} + \omega L = 0$$

Perciò la pulsazione di oscillazione  $\omega_0$  è:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_s}} \quad \text{dove} \quad \frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Nell'oscillatore Colpitts realizzato con amplificatore non invertente deve valere:

$$A_{ol} = -\frac{X_3}{X_1} = -\frac{\omega_0 L}{-\frac{1}{\omega_0 C_1}} = \omega_0^2 LC_1 = 1 + \frac{C_1}{C_2}$$

Pertanto l'amplificatore usato in per questo tipo di oscillatore deve amplificare in tensione in quanto  $A_{ol} > 1$ . Conseguentemente una buona configurazione per ottenere ciò è quella a base (o gate) comune. Esiste anche un'altra struttura per l'amplificatore non invertente, in cui  $X_3$  e  $X_1$  sono invertite. In tal caso abbiamo:

$$A_{ol} = -\frac{X_3}{X_1} = -\frac{-\frac{1}{\omega_0 C_1}}{\omega_0 L} = \frac{1}{\omega_0^2 LC_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

E quindi, essendo  $A_{ol} < 1$ , per realizzare l'amplificatore possiamo usare una configurazione a collettore o drain comune.

Nel caso di amplificatore invertente  $X_1$  e  $X_3$  devono essere concordi, per cui con  $X_1 = -\frac{1}{\omega_0 C_1}$  e  $X_3 = -\frac{1}{\omega_0 C_2}$ , si ha:

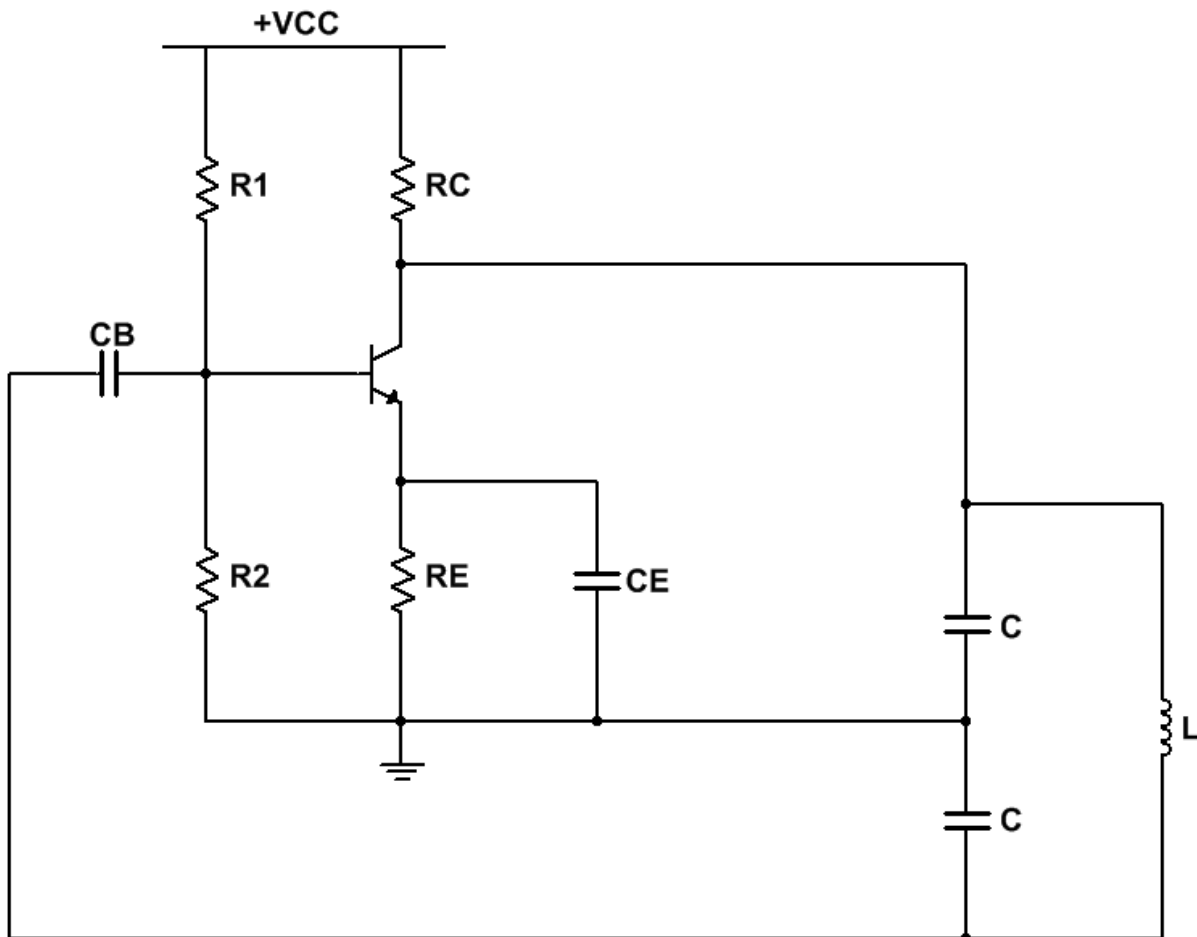
$$A_{ol} = -\frac{X_3}{X_1} = -\frac{-\frac{1}{\omega_0 C_2}}{-\frac{1}{\omega_0 C_1}} = -\frac{C_1}{C_2}$$

Di conseguenza, siccome tipicamente  $|A_{ol}| \gg 1$ , deve essere  $C_1 \gg C_2$ . Anche in questo caso l'amplificatore presenta una struttura e emettitore o source comune.

In figura 5.4 è mostrato un esempio di oscillatore di Colpitts realizzato con amplificatore a BJT. Qualitativamente questo circuito opera nel modo descritto in precedenza. Tuttavia,

l'analisi dettagliata di questo circuito a transistor si mostra più complessa per due motivi fondamentali. Innanzitutto in parallelo a  $Z_1$ , come in figura 5.1, compare l'impedenza d'ingresso del transistor, che non è particolarmente elevata, e ciò rende più complicata l'espressione dell'amplificazione d'anello indicata in precedenza. In secondo luogo, se il circuito lavora a frequenze maggiori del campo delle audiofrequenze, bisogna utilizzare il cosiddetto modello ibrido a  $\pi$  valido per le alte frequenze, che è un modello più complesso.

Figura 5.4 – Oscillatore di Colpitts ad emettitore comune.



Per quanto riguarda gli oscillatori a tre punti è interessante notare che essi, in genere, non hanno necessità di modifiche circuitali per la limitazione d'ampiezza. Infatti, alla frequenza di oscillazione, la rete LC costituisce sostanzialmente un filtro accordato, ed è in grado di produrre un'uscita quasi perfettamente sinusoidale, specie se il fattore di qualità  $Q$  è elevato. Questo tipo di oscillatori sfrutta infatti la caratteristica non lineare  $I_C - V_{BE}$  o  $I_D - V_{GS}$  rispettivamente dei transistor BJT e FET per controllare l'ampiezza. Se l'ampiezza del segnale cresce, il guadagno del transistor diminuisce sviluppando un controllo automatico d'ampiezza autonomo. La distorsione dovuta alla non linearità viene inoltre limitata dall'azione di filtro del circuito LC, dando in uscita una sinusoide di elevata purezza.

## 5.2 Oscillatori al quarzo

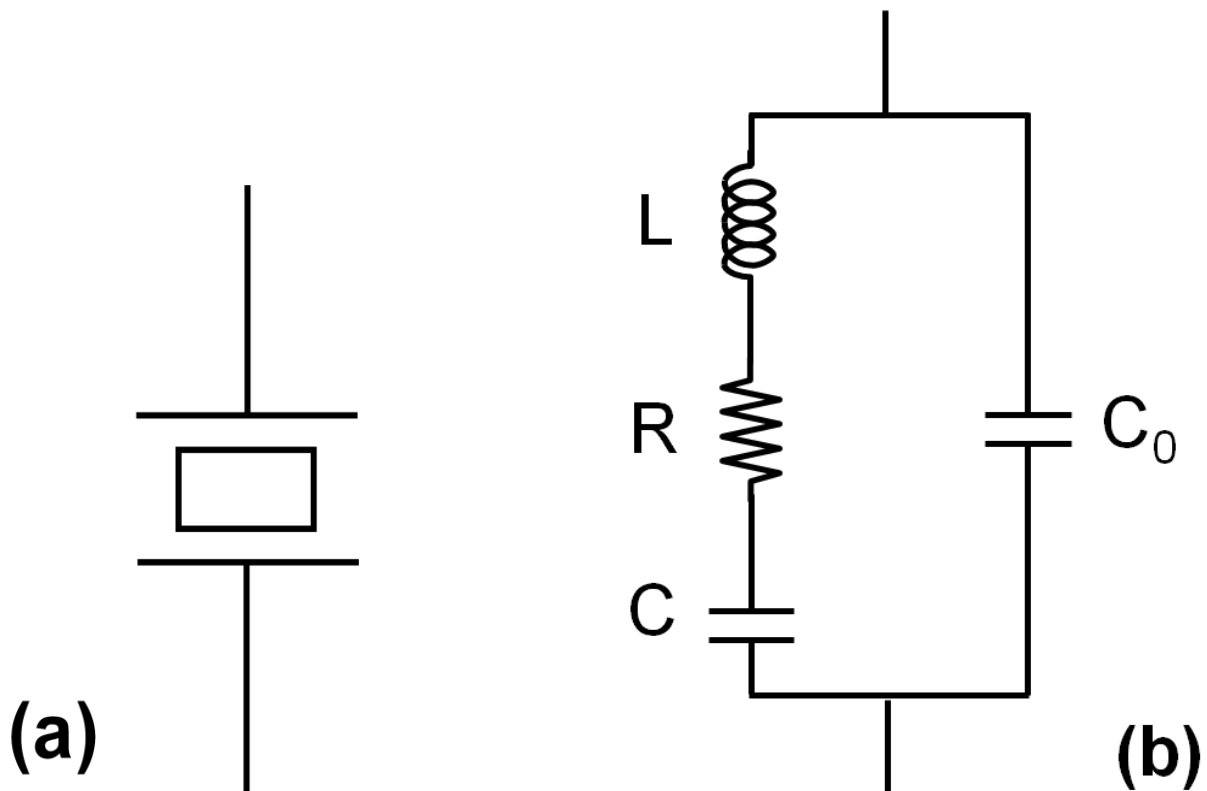
Per ottenere degli oscillatori con elevata stabilità in frequenza, bisogna sfruttare delle reti di reazione che siano molto selettive. Sebbene le reti LC garantiscano una certa selettività, si possono raggiungere dei risultati notevolmente migliori ricorrendo ai cristalli di quarzo. Grazie ad essi, infatti, è possibile ottenere un fattore di qualità elevatissimo e di conseguenza una perfetta stabilità in frequenza. Il motivo per cui viene utilizzato il quarzo in questo tipo di circuiti è che esso è un cristallo piezoelettrico, ovvero che:

- Quando è soggetto a deformazioni meccaniche esso si polarizza elettricamente. Si formano pertanto delle cariche elettriche sulle facce opposte del cristallo di quarzo, la cui somma algebrica è nulla.
- Vale tuttavia anche l'effetto inverso, infatti quando viene applicata una differenza di potenziale con due elettrodi posti ai capi del cristallo, esso si deforma. Quando questa differenza di potenziale viene tolta, la deformazione svanisce attraverso un certo numero di oscillazioni smorzate. Se il sistema elettromeccanico viene eccitato nel modo appropriato allora esso comincia a vibrare. La frequenza alla quale questo processo avviene e il valore del fattore di qualità sono determinati dal cristallo, che ha un comportamento equivalente a quello di un circuito risonante.

In sostanza nel cristallo avviene una continua trasformazione di energia da elettrica a meccanica, che avviene con scarsissime perdite rendendo il cristallo simile a un circuito risonante. La frequenza e il valore di  $Q$  dipendono dalle dimensioni del cristallo, dall'orientamento delle superfici rispetto ai suoi assi e anche dal modo in cui è tagliato. Sono disponibili in commercio cristalli di quarzo con frequenze di risonanza che vanno da alcuni kilohertz fino a qualche decina di megahertz, con valori del fattore di qualità che possono arrivare fino a centinaia di migliaia. In figura 5.5b è rappresentato il circuito elettrico equivalente del cristallo di quarzo. La resistenza  $R$ , l'induttore  $L$  e la capacità  $C$  sono rispettivamente l'analogo del fattore di resistenza viscoso, della massa e della cedevolezza del cristallo. Per dare un'idea, valori tipici di questi parametri sono, per un quarzo a 90 kHz di dimensioni  $(30 \times 4 \times 1.5) \text{ mm}^3$ ,  $L = 137 \text{ H}$ ,  $C = 0.0235 \text{ pF}$  e  $R = 15 \text{ k}\Omega$ .  $C_0$ , detta capacità di Shunt, tiene conto della capacità elettrostatica tra gli elettrodi che hanno il quarzo come dielettrico, pertanto il suo valore, che tipicamente si aggira sull'ordine dei picofarad, è sensibilmente più grande di quello di  $C$ .



Figura 5.5 – (a) simbolo circuitale del quarzo, (b) modello circuitale equivalente.



Ricavando l'espressione analitica dell'impedenza  $Z$  del circuito elettrico equivalente del cristallo, si possono trarre interessanti conclusioni:

$$Z = \frac{1}{j\omega C_0} // \left( \frac{1}{j\omega C} + R + j\omega L \right) = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{j\omega C} + R + j\omega L} + j\omega C_0} = \frac{1 + j\omega RC - \omega^2 LC}{j\omega(C + C_0) - \omega^2 RCC_0 - j\omega^3 LCC_0}$$

Se trascuriamo la resistenza  $R$ , l'impedenza del cristallo è una reattanza pura e pertanto:

$$Z \cong \frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega((C + C_0) - \omega^2 LCC_0)} = -\frac{j}{\omega C_0} \left( \frac{\omega^2 - \omega_s^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \right)$$

A partire da questa espressione si possono ricavare numerose informazioni:

1. A frequenze basse, nel ramo con la serie LC prevale la reattanza capacitiva e di conseguenza il cristallo si comporta come tale, tanto più piccola è la frequenza.
2. Al crescere della frequenza il ruolo della reattanza induttiva diviene sempre più importante, mentre la reattanza capacitiva decresce. Ad un certo punto si ha:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

Da ciò consegue che la reattanza complessiva si annulla. Ciò avviene alla pulsazione  $\omega_s$ , detta pulsazione di risonanza serie:

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

3. Dopo questa soglia, all'aumentare della frequenza nel ramo LC inizia a prevalere la reattanza induttiva e così, ad una certa frequenza, il ramo LC entra in risonanza parallelo con la capacità di Shunt  $C_0$ . Questo avviene quando:

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C_0} \quad \text{e quindi alla pulsazione} \quad \omega_p = \frac{1}{\sqrt{L\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}\right)}}$$

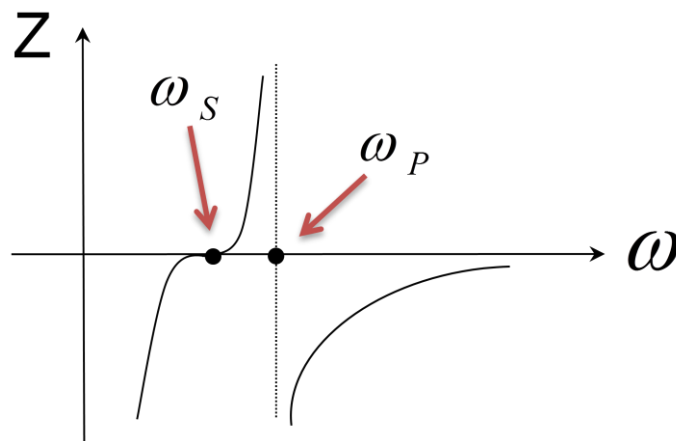
La pulsazione  $\omega_p$  è detta pulsazione di risonanza parallelo. Nell'intorno di questa pulsazione il valore di reattanza del cristallo è assai elevato.

Confrontando la pulsazione di risonanza parallelo con la pulsazione di risonanza serie, notiamo che esse sono strettamente legate fra di loro:

$$\omega_p = \omega_s \sqrt{1 + \frac{C}{C_0}}$$

Siccome, come già affermato in precedenza, si ha che  $C_0 \gg C$ , allora le due pulsazioni di risonanza serie e parallelo sono molto vicine e dunque si ha un variazione di fase estremamente brusca nella rete di reazione. Come si vede in figura 5.6, il cristallo di quarzo ha un comportamento induttivo solo nell'intervallo di pulsazioni comprese fra  $\omega_s$  e  $\omega_p$ , mentre in tutti gli altri casi ha un comportamento di tipo capacitivo.

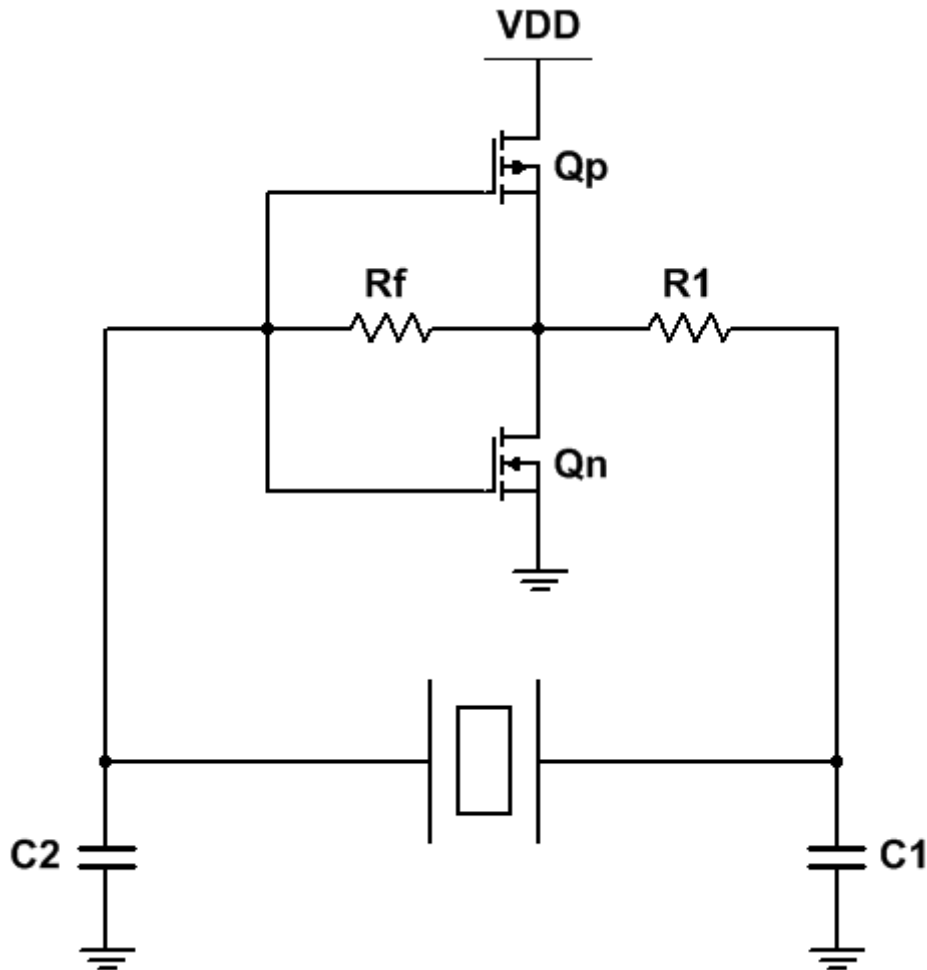
Figura 5.6 – Reattanza in funzione della pulsazione nell'ipotesi  $R = 0$ .



La rapidità con cui varia la fase nell'intervallo fra le due pulsazioni  $\omega_s$  e  $\omega_p$  fa sì che, se il cristallo viene fatto lavorare nella zona induttiva, esso riesca a compensare anche grosse variazioni di fase con piccole variazioni in frequenza, dando vita a una rete altamente selettiva che permette a questo tipo di circuiti di avere una straordinaria stabilità in frequenza. Per queste motivazioni il quarzo viene fatto lavorare tipicamente nella zona induttiva e quindi, ponendolo in un circuito LC al posto di un'induttanza, il circuito oscillerà con una pulsazione compresa fra  $\omega_s$  e  $\omega_p$ . Dunque, dato che le pulsazioni di risonanza serie e parallelo dipendono

unicamente dal modo in cui è strutturato il cristallo usato nella specifica applicazione, allora la frequenza di oscillazione è del tutto indipendente dal circuito ed essa discende solo dalle caratteristiche del cristallo. In figura 5.7 viene rappresentato un oscillatore di Pierce che utilizza un inverter CMOS come amplificatore. Esso altro non è che una versione modificata dell'oscillatore di Colpitts in cui al posto dell'induttore viene posto il cristallo di quarzo. Affinché il circuito funzioni correttamente, è necessario che il quarzo si comporti induttivamente, perciò la frequenza di lavoro deve essere compresa tra quella di risonanza serie e quella di risonanza parallelo.

Figura 5.7 – Oscillatore di Pierce ad inverter CMOS



La resistenza  $R_f$  serve a fissare il punto di lavoro dell'inverter CMOS. Il circuito risuonerà alla pulsazione di risonanza del parallelo tra la  $L$  e la  $C$  del cristallo e  $C_0 + C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$ . Poiché la capacità  $C$  è più piccola delle altre tre capacità, essa è dominante e la pulsazione di risonanza risulta quindi:

$$\omega_0 \cong \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Infine, il resistore  $R_1$ , insieme alla capacità  $C_1$ , realizza un filtro passa basso che scoraggia il circuito dall'oscillare a frequenze maggiori di quella del cristallo.

È interessante notare che è possibile modificare la frequenza di funzionamento inserendo un'ulteriore capacità ai capi del cristallo. Così facendo si riduce la frequenza alla quale si ha la

risonanza parallelo del cristallo di quarzo e quindi con questo metodo si ha un piccolo controllo sulla frequenza di lavoro.

I concetti sviluppati sul fattore di qualità  $Q$  sui circuiti oscillatori a 3 punti possono essere facilmente estesi per giustificare la straordinaria stabilità in frequenza degli oscillatori a cristallo. Dalla figura 5.6 si nota che, per un cristallo con  $Q$  infinito, la fase varia in modo discontinuo da  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$  quando la pulsazione passa per  $\omega_s$  e quindi da  $+90^\circ$  a  $-90^\circ$  quando  $\omega$  passa per  $\omega_p$ . Ovviamente nella realtà un  $Q$  infinito non si può ottenere, tuttavia sono disponibili in commercio cristalli con valori di  $Q$  di decine o centinaia di migliaia e di conseguenza si possono ottenere valori di  $d\theta/d\omega$  assai elevati. Grazie a queste proprietà speciali, inserendo un cristallo in un circuito, si ottiene un oscillatore la cui frequenza di lavoro dipende esclusivamente dal cristallo stesso e da null'altro. È inoltre importante sapere che a seconda di come viene tagliato il cristallo di quarzo, esso presenta diverse caratteristiche meccaniche e elettriche, a seconda di come il taglio viene effettuato si può avere per esempio più o meno stabilità nel tempo o stabilità alle variazioni di temperatura. Tagli particolari portano a una buona stabilità alla temperatura. Un altro modo per sopperire in maniera netta al problema delle variazioni di temperatura è inserire il cristallo in una cella termostata a temperatura costante.

## 6 Conclusioni

In questo elaborato è stata eseguita un'analisi approfondita sui principali circuiti oscillatori. Il principale obiettivo è stato quello di fornire una panoramica sui concetti di teoria su cui la loro costruzione si basa e in particolar modo di approfondire le varie classi di oscillatori. Contemporaneamente sono state portate avanti osservazioni di carattere teorico sui principali fattori di cui tenere conto, come la stabilità in frequenza e il fattore di qualità  $Q$ , per valutare la bontà di questo tipo di sistemi.

Nel secondo capitolo è stata riportata una breve introduzione sugli amplificatori operazionali. Questi sono dei componenti assai duttili e funzionali e trovano largo utilizzo negli oscillatori a bassa frequenza, sia armonici che a rilassamento, costituendone spesso la struttura di base del circuito.

Il terzo capitolo inizia con una discussione fondamentale sulla basi teoriche che si celano dietro la costruzione dei sistemi oscillatori, doveroso dunque l'approfondimento di un generico sistema a blocchi con retroazione, per giungere all'enunciato del famigerato criterio di Barkhausen. Seguono poi delle considerazioni pratiche sui meccanismi di controllo automatico del guadagno, atti a garantire un'oscillazione costante nel tempo del segnale desiderato. Sempre nel terzo capitolo si discute successivamente degli oscillatori sinusoidali RC a bassa frequenza, tra i quali spiccano l'oscillatore a ponte di Wien e l'oscillatore a sfasamento. Ne sono state discusse le caratteristiche e i vantaggi e gli svantaggi nell'utilizzare l'una o l'altra configurazione. In particolare la configurazione a ponte di Wien è stata sviluppata approfonditamente per ottenere una struttura circuitale in grado sia di svolgere un agile controllo sull'ampiezza dell'oscillazione, sia di poter modificare, in ogni istante e con estrema semplicità, la frequenza di oscillazione. Il capitolo si chiude infine porgendo attenzione a un particolare oscillatore in grado di produrre in uscita due onde sinusoidali in quadratura di fase, circuito che si rende utile in campi specifici come quello delle telecomunicazioni dove sono necessarie particolari forme di modulazione.

Nel quarto capitolo si tratta di un'altra classe di oscillatori, gli oscillatori a rilassamento, essi sono utilizzati per generare forme d'onda differenti da quella sinusoidale, ma che rivestono grande importanza in molti dei circuiti moderni. In particolare viene presentato un circuito in grado di generare contemporaneamente due segnali d'uscita: un'onda triangolare e un'onda quadra. I segnali prodotti da un oscillatore a rilassamento trovano largo utilizzo nei circuiti digitali dove sono utilizzati per pilotare temporizzatori, contatori e anche microprocessori. L'onda triangolare può anche essere sfruttata per generare un'onda sinusoidale con metodi differenti da quelli studiati nel capitolo precedente, ma altrettanto validi e funzionali. In particolare viene presentato un circuito convertitore formato da una rete di diodi-resistenze in grado di produrre una sinusoide dall'elevata purezza.

Nel quinto capitolo si fa riferimento a un'altra classe di oscillatori, atta a funzionare alle alte frequenze. Questi sistemi sfruttano delle reti di reazione di tipo LC, o meglio ancora dei cristalli di quarzo, per poter ottenere oscillazioni a frequenze di lavoro maggiori di quelle dei circuiti RC. Inoltre i circuiti al quarzo godono di un'eccezionale stabilità in frequenza dovuta alle proprietà elettromeccaniche del materiale che, se fatta corrispondere a un controllo esterno sulla temperatura del cristallo, li rende fra i circuiti di punta nel settore. Tipicamente nelle applicazioni a queste frequenze gli amplificatori operazionali sono messi da parte, in quanto non in grado di offrire le stesse prestazioni a causa della drastica riduzione del guadagno ad anello aperto. Va infine detto che si possono sfruttare delle soluzioni circuitali al quarzo per applicazioni a basse frequenze, ottenendo circuiti a bassa frequenza assai stabili.

# Bibliografia

- Joseph J. Carr, *Mastering Oscillator Circuits Through Projects & Experiments*, McGraw-Hill, 1994.
- Jacob Millman, Christos C. Halkias, *Microelettronica*, Bollati Boringhieri, Torino 2000.
- Jacob Millman, Arvin Grabel, Pierangelo Terreni, *Elettronica di Millman*, Quarta edizione, McGraw-Hill, Torino 2008.
- Giacomo Torzo, *Capire e sperimentare gli amplificatori operazionali*, Zanichelli, Bologna 1991.
- Walter G. Jung, *Amplificatori Operazionali e loro applicazioni*, Tecniche Nuove, Milano 1988.
- Richard C. Jaeger, Travis N. Blalock, *Microelettronica*, Terza edizione, McGraw-Hill, Milano 2009.