

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA



Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione



TESI DI LAUREA MAGISTRALE IN  
INGEGNERIA DELL'AUTOMAZIONE

**Modellistica e controllo  
di un sistema di condizionamento  
di tipo VAV**

Laureando: Fabio Paggiaro  
Relatore: Ch.mo Prof. Alessandro Beghi  
Correlatori: Dr. Ing. Luca Cecchinato  
Dr. Ing. Mirco Rampazzo

a.a. 2010/2011

Padova, 19 aprile 2011



“ It’s a long way to the top  
if you wanna rock ’n’ roll. ”

AC/DC

### **Ringraziamenti**

Ringrazio il Prof. Alessandro Beghi per la disponibilità e l’opportunità datami.  
Ringrazio Mirco Rampazzo per l’infinita pazienza e il tempo che mi ha dedicato  
quando c’erano difficoltà.

Ringrazio tutti coloro che mi hanno supportato e sopportato in questi anni:  
familiari, amici, compagni di studi.



## Sommario

Per gli impianti di condizionamento centralizzati (noti con l'acronimo HVAC, ossia *heating ventilating and air conditioning*), impiegati solitamente in edifici complessi, è importante che il corretto funzionamento sia assicurato, in modo da garantire un adeguato livello di comfort agli occupanti. Oltre che a un buon sistema di controllo, sarebbe assai utile un sistema in grado di rilevare e classificare possibili guasti o malfunzionamenti prima che si abbiano conseguenze troppo negative. Questo ambito di ricerca è noto come *fault detection and diagnosis*. L'obiettivo che si intende perseguire in questo lavoro è quello di ricavare un modello di un semplice sistema HVAC di tipo VAV (*variable air volume*), sul quale sia possibile applicare tecniche di fault detection di tipo *model-based*. Una volta ricavato il *plant* e testato il suo comportamento in catena aperta, sarà elaborata una legge di controllo basata su una tecnica detta *feedback linearization*, utile per disaccoppiare gli ingressi nei sistemi non lineari. Infine, dimostrata la validità del controllo, saranno suggeriti alcuni tipi di fault che possono interessare il modello costruito e come potrebbero essere generati.



# Indice

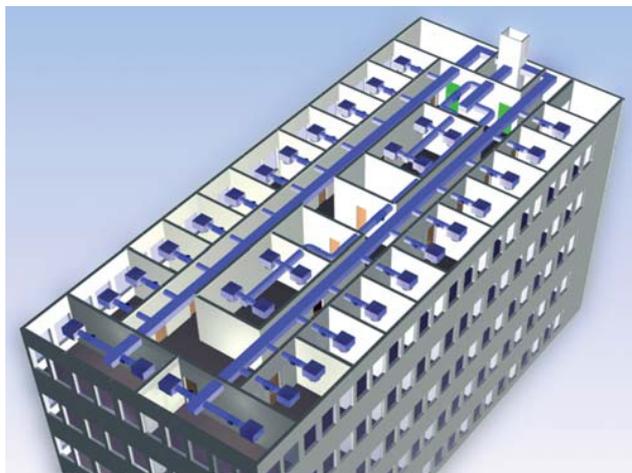
<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Impianti di aerazione VAV</b>	<b>7</b>
2.1	Generalità . . . . .	7
2.2	Componenti principali . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Modellizzazione</b>	<b>15</b>
3.1	Caratterizzazione delle zone . . . . .	15
3.2	Batteria di raffreddamento . . . . .	16
3.3	Altre ipotesi e costruzione del modello . . . . .	17
3.4	Prove di verifica del modello . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Controllo</b>	<b>27</b>
4.1	Disaccoppiamento degli ingressi . . . . .	27
4.2	Prove di verifica del controllo . . . . .	29
<b>5</b>	<b>Analisi di un altro modello</b>	<b>37</b>
5.1	Il modello . . . . .	37
5.2	Prove a catena aperta . . . . .	38
5.3	Considerazioni sul controllo . . . . .	40
<b>6</b>	<b>Model-based fault detection</b>	<b>41</b>
6.1	Panoramica . . . . .	41
6.2	Tecniche di generazione dei residui . . . . .	43
6.3	Utilizzo di osservatori . . . . .	46
6.4	Esempi di fault e considerazioni . . . . .	48
<b>7</b>	<b>Conclusioni e sviluppi futuri</b>	<b>51</b>
<b>A</b>	<b>Feedback linearization</b>	<b>53</b>



## Introduzione

Con *HVAC systems* si intendono quei sistemi che si occupano di riscaldamento (Heating), ventilazione (Ventilating) e condizionamento dell'aria (Air Conditioning). Essi hanno lo scopo di regolare le condizioni dell'aria all'interno di strutture solitamente di grandi dimensioni, come industrie, ospedali, sedi di uffici [3]. Sono anche fondamentali nel caso di particolari applicazioni che richiedono controlli accurati su temperatura, umidità o altri parametri di ventilazione, come nel caso della conservazione di derrate alimentari o laboratori di biologia con organismi viventi. Per queste ragioni è importante assicurare il corretto funzionamento di tali impianti, in modo da garantire il livello di comfort ambientale desiderato, sviluppando un opportuno sistema di controllo che sia sperabilmente in grado anche di segnalare prontamente possibili guasti o malfunzionamenti. In merito a ciò, secondo Isermann [15] si possono individuare tre livelli di supervisione dei sistemi:

- a) monitoraggio: vengono tenute sotto controllo delle variabili ed è semplicemente segnalato all'operatore con degli allarmi quando escono dalle



soglie di tolleranza;

- b) protezione automatica: in caso di gravi anomalie il sistema di supervisione reagisce in modo automatico con delle routine di protezione dell'impianto;
- c) supervisione con diagnosi: in base al monitoraggio di alcune variabili, vengono elaborate delle *features*, analizzate, e infine in base regole di decisione si interviene nel modo più opportuno.

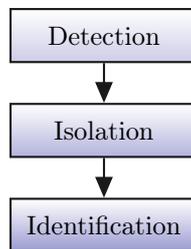
Nei primi due casi c'è il vantaggio della semplicità e dell'affidabilità, ma il terzo permette un'analisi più approfondita, in particolare, consente di:

- evidenziare piccole anomalie di carattere improvviso o progressivo;
- stabilire se la parte interessata è un attuatore, il processo o un sensore;
- localizzare il problema in sistemi ad anello chiuso;
- monitorare il sistema anche nei regimi transitori.

In letteratura l'ambito di "rilevazione di anomalie" nel funzionamento di un sistema è noto con l'espressione *fault detection*; nel paragrafo seguente ne è data una panoramica.

### Fault Detection

Innanzitutto sono utili alcune definizioni (per la maggior parte tratte da [28]). Per *fault* (letteralmente "difetto") si intende un cambiamento inaspettato nel comportamento del sistema considerato, un malfunzionamento che in generale può anche non avere ripercussioni gravi; con *detection* si intende la rilevazione di anomalie che possono verificarsi nel sistema a cui tale monitoraggio è applicato; *isolation* si riferisce alla localizzazione di dove l'anomalia si è verificata; *identification* riguarda la determinazione dell'entità e della causa che l'ha provocata; infine con *diagnosis* si può intendere l'insieme di *isolation* e *identification*. In Figura 1.1 è schematizzato il processo a tre stadi della fault diagnosis.



**Figura 1.1:** Fault diagnosis in tre stadi.

Tra gli scopi più importanti della *fault detection and diagnosis* (abbreviato FDD) si ha quello di aumentare la sicurezza nei sistemi, fondamentale ad

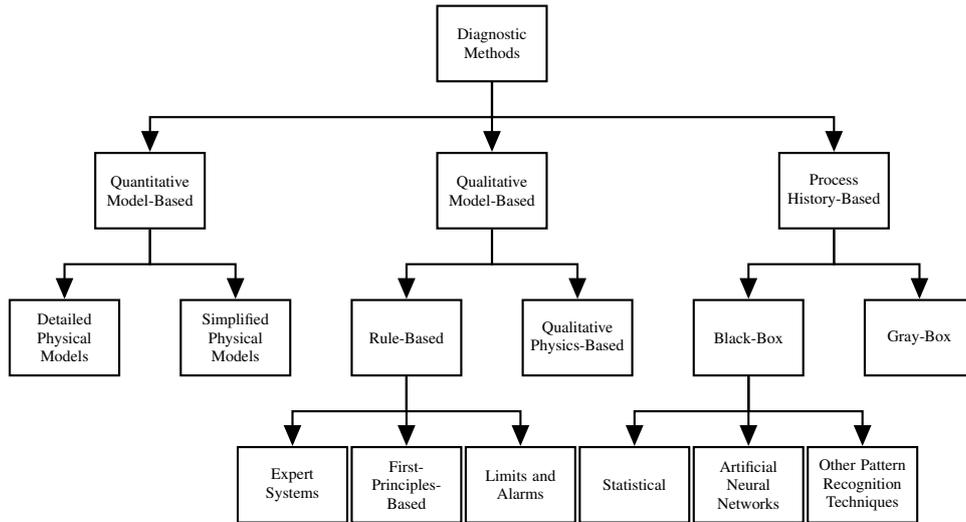
esempio in ambito di centrali nucleari e veicoli aerei, allungare la vita delle loro componenti, rendere più efficienti e produttive le funzioni di queste ultime.

Storicamente i primi studi e risultati sulla fault detection risalgono agli anni '70, ma la ricerca riguardante applicata ai sistemi HVAC ha iniziato a svilupparsi solo verso la fine degli anni '80 - inizio anni '90. Il principale oggetto di studio consisteva (e consiste tutt'ora) nelle unità di trattamento aria [14] [19] [39], integrate in un impianto più o meno complesso, magari suddiviso in sottoimpianti [19] o interagenti con altre unità in parallelo. A volte l'approccio di studio è più rivolto alla parte sensoristica [13] [11] o componentistica [35], altre volte l'ottica è più generale, tipo supervisione di impianto. Nei primi tempi i criteri per la rilevazione di anomalie erano semplicemente degli allarmi, poi si è passato a considerare dai valori di soglia (dapprima fissi, in seguito anche adattabili) per grandezze significative, fino ad arrivare all'uso di regole di decisione sofisticate che tengono conto di più parametri e magari anche vincoli.

Una classificazione accurata delle varie tecniche di fault detection è esposta in [18] (da cui è anche tratto lo schema in Figura 1.2), in cui per ognuna si sommarizzano anche i principali aspetti positivi e negativi. Ad un livello più alto esse possono essere suddivise in *model-based* [20] [23], quando si basano su un modello deciso e costruito in modo più o meno astratto ma comunque legato alla fisica che caratterizza il sistema, e *process history-based* (o *data-driven*), quando il modello si costruisce direttamente dai dati senza imporre particolari strutture. Nel primo caso si ha una struttura legata alla realtà e quindi meglio interpretabile ma con lo svantaggio che si devono fare approssimazioni di vario tipo, ad esempio perchè i moderni sistemi sono molto complessi e spesso fortemente non lineari. Esempi sono ovviamente rappresentazioni in spazio di stato o tramite funzione di trasferimento, alle quali possono essere applicate tecniche di fault detection basate sul filtro di Kalman, come si fa in [36] e [35], o anche inserite in uno schema con un controllore PID e azione feed-forward come in [31]. Nel secondo caso invece non ci sono tali problemi ma spesso si deve ripiegare su rappresentazioni di tipo black-box (come accade in [39]), ad esempio mediante reti neurali (usate in [19]), e inoltre spesso serve una gran quantità di dati per questo tipo di modellizzazione.

Un altro aspetto di analisi, piuttosto recente, è la fault detection che considera il manifestarsi di più anomalie contemporaneamente (*multi-fault*) [8]. Infine, conseguentemente allo sviluppo dei sistemi di intelligenza artificiale, nuove tecniche per la FDD sono state sviluppate [28]: oltre alle già citate reti neurali, si può sottolineare l'impiego della logica fuzzy e di algoritmi genetici [24].

L'obiettivo che si intende perseguire in questo lavoro è quello di ricavare un modello di un semplice sistema HVAC, sul quale sia possibile applicare tecniche di fault detection di tipo model-based (nel precedente diagramma ad albero si può dire di essere nel ramo *simplified physical models*). Si preferisce questo approccio a quello data-driven per due ragioni: la prima è che non si hanno a disposizione dati reali per la costruzione del modello, la seconda è che si vuole un modello in cui le grandezze e le dinamiche in gioco siano il



**Figura 1.2:** Schematizzazione delle tecniche di fault detection.

più possibile legate alla fisicità del sistema, in special modo per poter simulare fault in punti diversi all'interno del sistema, cosa che ovviamente non è possibile ad esempio con un black-box.

Dopo una accurata ricerca in letteratura, si è visto che una classe di sistemi HVAC di particolare interesse ai fini della FDD è quella degli impianti a tutta aria a portata variabile (*variable air volume*, abbreviato VAV), i quali prevedono l'immissione di aria con temperatura costante e portata variabile in funzione dei carichi termici delle varie zone servite. In particolare ci si interesserà alla situazione di raffrescamento (estate), in cui cioè si desidera avere una temperatura negli ambienti interni minore di quella esterna, quindi l'impianto opererà in modo da fornire aria fresca da immettere nelle zone.

Di seguito si espone la struttura della tesi. Nel secondo capitolo sono descritti gli impianti VAV e le loro principali componenti. Nel capitolo 3 si modellizzano le zone termiche e la componente dell'impianto dedicata al raffreddamento dell'aria, sono introdotte delle ipotesi semplificative, infine si ricava un modello in spazio di stato su cui applicare un algoritmo di controllo. Vengono inoltre eseguite prove a catena aperta per testarne il funzionamento. Nel 4 viene elaborata una legge di controllo sulla base di una tecnica nota come *feedback linearization*, che permette di disaccoppiare gli ingressi quando si tratta con sistemi non lineari; anche qui si eseguono prove per testarne la validità. Nel capitolo 5 si riporta una modellizzazione alternativa che presenta punti a favore e punti a sfavore. Il 6 è dedicato all'approfondimento sulla fault detection di tipo model-based, presentando caratteristiche e tecniche varie; sono anche suggeriti alcuni tipi di fault che possono interessare il modello costruito e come potrebbero essere generati. La tesi si conclude con un capitolo dedicato alle considerazioni conclusive e a spunti per possibili sviluppi futuri.

## Simbologia

$A_z$	superficie di una stanza a contatto con l'esterno [m <sup>2</sup> ]
$C_{pa}$	calore specifico dell'aria [1005J/kgK]
$C_{pw}$	calore specifico dell'acqua [4187J/kgK]
$\dot{m}_a$	flusso d'aria di mandata totale [kg/s]
$\dot{m}_w$	flusso d'acqua nella batteria [kg/s]
$M_c$	massa della batteria di raffreddamento [kg]
$r$	percentuale di apertura serranda di ricircolo
$\dot{Q}_1$	carichi interni ed esterni stanza 1 [W]
$\dot{Q}_2$	carichi interni ed esterni stanza 2 [W]
$T_{ai}$	temperatura aria entrante nella batteria [°C]
$T_{ao}$	temperatura aria uscente dalla batteria [°C]
$T_m$	temperatura aria miscelata [°C]
$T_{ext}$	temperatura aria esterna [°C]
$T_r$	temperatura aria di ricircolo [°C]
$T_{wi}$	temperatura acqua entrante batteria [7°C]
$T_{wo}$	temperatura acqua uscente batteria [°C]
$T_{z1}$	temperatura della stanza 1 [°C]
$T_{z2}$	temperatura della stanza 2 [°C]
$(UA)_c$	fattore di trasmittanza superficiale complessiva della batteria [W/K]
$U_z$	trasmittanza termica superficiale delle stanze [0.3W/m <sup>2</sup> K]
$V_z$	volume di una stanza [m <sup>3</sup> ]
$\rho_a$	densità dell'aria [1.25kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_w$	densità dell'acqua [998kg/m <sup>3</sup> ]



## Impianti di aerazione VAV

### 2.1 Generalità

Gli impianti a tutta aria a portata variabile (*variable air volume*, abbreviato VAV) prevedono l'immissione di aria con temperatura costante e portata variabile in funzione dei carichi termici delle varie zone servite (per questa e altre nozioni ci si è rifatti a [32]). Si parla di "zone" intendendo uno o più locali che sono simili dal punto di vista degli scambi termici (ad esempio in base a dimensione, utilizzo, esposizione al sole, ecc) e nei quali si desiderano simili caratteristiche dell'aria (ad esempio uffici, laboratori, ecc). La variazione di portata è ottenuta mediante apposite cassette terminali di zona e regolata tramite un apposito sistema di controllo. Il metodo più economico prevede l'utilizzo di ventilatori a velocità variabile, unitamente alla regolazione dell'apertura di serrande dislocate opportunamente nella rete aeraulica. Di norma, il sistema è progettato per mantenere una pressione statica costante nel condotto di mandata, ad opera del ventilatore di mandata. A sua volta il ventilatore di ripresa mantiene costante la pressione statica nella stanza.

Di seguito si illustrano sinteticamente i principali tipi di impianti VAV.

- Semplice: l'aria viene interamente trattata in una unità centrale detta unità di trattamento aria e poi immessa nella rete aeraulica costituita da condotti semplici (*single duct*) grazie al ventilatore di mandata. Nelle cassette terminali di zona si ha solo una variazione della portata. E' la classe considerata in questa tesi.
- Con post-riscaldamento locale: nelle cassette terminali è presente una batteria di riscaldamento. Questa soluzione è adottata ad esempio per le zone perimetrali di un edificio, le quali sono più soggette a variazione dei carichi in base alle condizioni esterne.
- Con unità di ricircolo locale: l'unità centrale tratta solamente aria primaria (aria esterna), che viene inviata a speciali cassette di zona dette

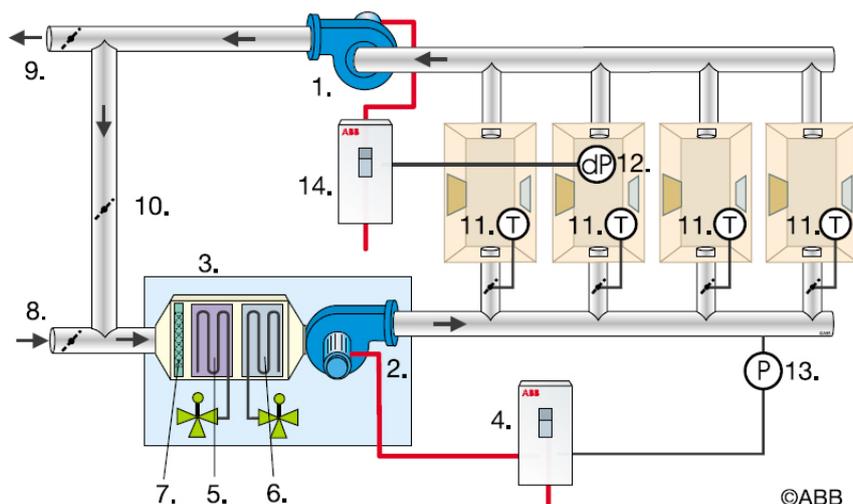
FAT (*fan assisted terminal*) dotate di un piccolo ventilatore che permette di ricircolare aria di ripresa dalla zona, di miscelarla con aria primaria e di reimmetterla in ambiente. Anche in questo caso è possibile prevedere una batteria di post-riscaldamento.

- A doppio condotto (*dual duct*): sono costituiti da una rete a doppio canale in cui circolano separatamente aria fredda e aria calda; la miscelazione avviene in apposite cassette in prossimità delle zone. Gli impianti *single duct* consentono di risparmiare fino al 30% di energia rispetto agli impianti *dual duct*, però questi ultimi permettono un miglior controllo della qualità dell'aria.

Una schematizzazione di un sistema HVAC a volume variabile d'aria di tipo *single duct* è proposta in Figura 2.1 (tratta da una pubblicazione della ABB SACE S.p.a.; altri schemi simili sono presenti in [23] [22] [21] [1] [4]). L'aria esterna (detta di rinnovo) e l'aria di ripresa (o di ricircolo) vengono convogliate verso l'unità di trattamento aria (3.) dove è possibile regolare la temperatura e l'umidità dell'aria in ingresso (8.). I principali componenti di tale unità sono il ventilatore di mandata (2.), la batteria di riscaldamento (5.), la batteria di raffreddamento (6.), il filtro (7.) e il dispositivo di controllo umidità (non presente nella figura). La temperatura dei singoli locali è misurata tramite termostati (11.) che regolano direttamente le cassette terminali di ciascuna stanza. La velocità del ventilatore di mandata, che convoglia aria nelle singole stanze di tutto l'edificio tramite gli appositi condotti, è controllata tramite un azionamento in c.a. (4.). Esso regola la portata dell'aria mantenendo costante la pressione statica, misurata dal sensore (13.). Il ventilatore dell'aria di ripresa (1.) espelle aria all'esterno dell'edificio (9.), oppure, una parte dell'aria (10.) viene ricircolata verso l'unità di trattamento aria. Il ventilatore di ripresa è controllato tramite un azionamento in c.a. (14.) che mantiene costante il differenziale di pressione (12.) rispetto alla pressione esterna.

Gli impianti VAV presentano i seguenti aspetti positivi:

- ottimo controllo della temperatura;
- possibilità di utilizzare il *free-cooling* nelle mezze stagioni (consiste nel raffrescare gli ambienti senza utilizzare la pompa di calore bensì utilizzando l'aria esterna quando presenta una temperatura un po' più bassa di quella interna);
- ridotti ingombri;
- ridotti consumi energetici (nella versione standard) e costi di esercizio;
- minor portata totale di aria trattata rispetto ad altre soluzioni;
- manutenzione in zone non occupate;
- possibilità di regolazione locale da parte dell'utente.



**Figura 2.1:** Schema di un sistema HVAC a volume variabile d'aria.

Uno svantaggio di questi impianti è la difficoltà di esercizio ai carichi ridotti in quanto a distribuzione dell'aria negli ambienti e controllo della qualità ed umidità dell'aria.

## 2.2 Componenti principali

### Chiller

Un chiller è una macchina che rimuove calore da un liquido attraverso un ciclo di compressione di vapore, o attraverso un ciclo ad assorbimento. Il liquido che viene raffreddato è di solito acqua, anche se possono essere presenti altre sostanze in percentuale variabile, come inibitori di corrosione o altri additivi. L'acqua fredda in uscita dal chiller viene utilizzata per raffreddare e deumidificare l'aria in strutture commerciali, industriali e istituzionali di medio-grandi dimensioni.

In questo studio non si entrerà nel dettaglio del suo funzionamento ma si assumerà che operi correttamente, con controllo di regolazione sull'acqua di mandata<sup>1</sup>, in modo che fornisca acqua fredda sempre alla temperatura di 7°C.

### Unità di trattamento aria

Una unità di trattamento aria (UTA o AHU, dall'inglese *air handling unit*) è di norma costituita da un grande involucro di metallo che, come detto poco

<sup>1</sup>La regolazione sulla mandata è da preferire rispetto alla regolazione sul ritorno non solo perchè garantisce una temperatura media in uscita costante e senza scostamenti elevati, ma anche in quanto permette tarature più fini nella progettazione del gruppo frigorifero. L'unico contro è il fatto di assicurare la corretta installazione della sonda in uscita (cosa non sempre facile perchè va rispettata una certa distanza dall'uscita dell'evaporatore) e una buona qualità di tale componente.



**Figura 2.2:** Una batteria di raffreddamento/riscaldamento.

sopra, contiene al suo interno un ventilatore, batterie per il raffreddamento/riscaldamento, filtri, limitatori di rumore, valvole (per approfondimenti si veda [3], capitolo 4). Questo sistema è collegato ai condotti per la distribuzione dell'aria condizionata, che trasportano quest'ultima alle zone interessate, facendola poi tornare all'unità stessa. Nel caso vengano utilizzate per il riscaldamento, le unità possono contenere al loro interno un bruciatore oppure semplicemente delle serpentine riscaldate usando acqua o vapore caldi, forniti da un boiler centrale. Altre possibili soluzioni per quest'ultimo caso sono l'impiego di resistenze elettriche o pompe di calore. Nel caso in cui l'unità venga usata per il raffreddamento, si possono trovare al suo interno degli evaporatori o semplicemente delle serpentine percorse da acqua fredda proveniente da un chiller centrale. Naturalmente possono essere previsti entrambi gli utilizzi. All'interno di una AHU vengono predisposti inoltre anche un dispositivo per il filtraggio dell'aria e uno per l'umidificazione della stessa. Infine le AHU permettono l'introduzione di aria esterna nell'edificio e l'estrazione di aria esausta dall'interno: si parla rispettivamente di portata di rinnovo e portata di espulsione.

#### **Batteria di raffreddamento (*cooling coil*)**

All'interno della AHU, l'aria proveniente dal miscelatore attraversa la batteria di raffreddamento, tipicamente una serpentina alettata percorsa da acqua fredda proveniente dal chiller, con lo scopo di estrarre calore dall'aria, raffreddandola. Il calore è dovuto principalmente ai carichi sensibili e in secondo luogo al carico latente, ossia posseduto dall'umidità dell'aria. Sull'umidità va detto anche che la regolazione igrometrica è una cosa abbastanza delicata quando si tratta aria fredda: basti pensare al rischio di formazione di condensa. Questo inconveniente di certo non si presenta invece quando si considera la batteria in utilizzo per riscaldamento, e anche il fatto di trascurare gli effetti dell'umidità ha un minor peso. Sarebbe quindi più naturale considerare questo secondo tipo di scenario. Tuttavia in letteratura ci si interessa quasi esclusivamente al raffreddamento, spesso inoltre si trascurano gli aspetti legati all'umidità: la filosofia qui adottata sarà questa.

La modellizzazione di questo componente è affrontata nel paragrafo 3.2.



**Figura 2.3:** Un ventilatore centrifugo.

### Ventilatori

Sono macchine che in grado di trasferire all'aria l'energia necessaria per percorrere un circuito, compensando quindi tutte le perdite di carico incontrate lungo il percorso. Aumentano la pressione totale dell'aria dall'ingresso all'uscita, ne modificano la velocità e quindi generano un flusso in una certa direzione. Sono comandati da inverter la cui regolazione viene effettuata da sonde di pressione poste nei canali e possono dunque avere più velocità di funzionamento. Esistono tre categorie principali di ventilatori: assiali (in cui il flusso d'aria è parallelo all'asse di rotazione delle pale), centrifughi (in cui il percorso dell'aria segue una direzione assiale in entrata e parallela a un piano radiale in uscita) e tangenziali (in cui il percorso dell'aria nella girante è normale rispetto all'asse sia in entrata che in uscita). Nel contesto considerato sono solitamente di tipo centrifugo (si veda Figura 2.3) e ne sono presenti due: uno all'interno dell'AHU, che rifornisce aria alle zone climatizzate tramite i condotti di mandata principale e secondari; l'altro che estrae aria dalle zone stesse e la immette nel condotto di ritorno (parte di quest'aria può essere rimessa in circolo). Le prestazioni di questi dispositivi sono descritte da un grafico che relaziona il flusso d'aria con la variazione di pressione statica o totale generata (detta prevalenza). Un paio di articoli che fanno un po' di modellizzazione sono [26] e [33]: nel primo si riprende un lavoro di Clark [9] che tratta una modellizzazione del quarto ordine e i coefficienti sono ricavati con una regressione polinomiale dai dati forniti costruttore; nel secondo invece ci si concentra sull'efficienza del ventilatore, espressa in funzione di un indice detto SCC (*system curve coefficient*), il quale dipende da pressione statica e flusso d'aria del ventilatore. Per maggiori approfondimenti si rimanda a [3], capitolo 20.

### Condotti

Il sistema di condotti permette di veicolare l'aria trattata nella AHU verso le zone climatizzate e viceversa; permette inoltre il collegamento con l'esterno per il prelievo dell'aria di rinnovo e l'espulsione dell'aria esausta. All'interno

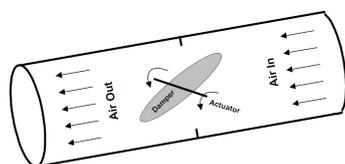
del condotto di mandata deve essere mantenuto un livello minimo di pressione statica per far sì che l'aria possa accedere alle zone attraverso le cassette terminali. Come descritto in [25], un valore troppo basso di pressione statica non garantirebbe un flusso sufficiente nemmeno con le bocchette aperte al 100% mentre un valore troppo alto comporterebbe aspetti negativi come spreco di energia (per il funzionamento del ventilatore), rumorosità (perché le bocchette opererebbero a percentuali di apertura più basse), difficoltà di controllo (in quanto le bocchette agirebbero su un range ristretto di valori). Il valore di pressione statica consente tra l'altro di classificare i sistemi di condotti: ad esempio con 500Pa sono a bassa pressione, con 1000Pa a media pressione, con 2500Pa ad alta pressione; oppure li distingue tra uso residenziale (fino a 250Pa), commerciale (fino a 2500Pa) e industriale. Il posizionamento del sensore di pressione non è semplice: teoricamente andrebbe posto dove la pressione statica è minore, ma il punto in cui ciò si verifica potrebbe non essere sempre lo stesso; inoltre le geometrie della rete di canali potrebbero complicare le cose. Un criterio di scelta è di porlo a due terzi della lunghezza del canale principale; un'altra soluzione è posizionarne più di uno. Per approfondimenti di carattere generale o su design e progettazione si veda [3] (capitolo 18) e [2] (capitolo 35).

### Serrande (*dampers*)

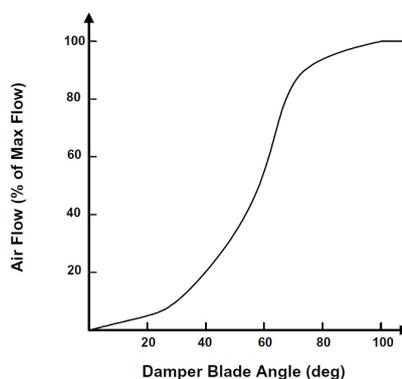
Sono dei regolatori di portata, hanno il compito di mantenere il valore assegnato di portata d'aria nel canale in cui sono collocati indipendentemente dalle oscillazioni di pressione statica a monte di essi. Possono essere a portata costante o variabile, nel secondo caso la portata d'aria è determinata da una grandezza misurata da un regolatore (in generale la temperatura, ma anche la pressione statica in ambiente o il differenziale tra l'ambiente e un volume di riferimento). Le serrande qui considerate sono ovviamente a portata variabile: con una apertura controllata regolano i flussi di aria di rinnovo, di espulsione e di ricircolo. La prima è posta in corrispondenza della presa aria esterna, la seconda comunica anch'essa con l'esterno ma per espellere aria, la terza è collocata nel condotto di ricircolo dalle zone all'unità di trattamento.

Le serrande possono essere a sezione rettangolare o circolare. Nel primo caso si può citare [27], in cui si riporta un'espressione che fornisce il volume d'aria che transita in una cassetta a lame parallele.

Le più comuni però sono le serrande a sezione circolare, con farfalla di chiusura all'interno, schematizzate in Figura 2.4. Con riferimento a [4], dalla Figura 2.5 si nota che la relazione tra angolo di apertura e flusso d'aria è non lineare, però nella stessa fonte si suggerisce anche di approssimare tale andamento con una spezzata. Un ulteriore modello è proposto in [26], con una relazione di tipo esponenziale in cui i coefficienti devono essere determinati dai dati del dispositivo forniti dal costruttore. Infine in [7] si riporta che il flusso d'aria volumetrico può essere espresso come  $\dot{V}_{dam} = \sqrt{\frac{\Delta P_{dam}}{R_{dam}}}$  in cui  $\Delta P_{dam}$  è la differenza di pressione tra i due lati e il coefficiente di resistenza di flusso  $R_{dam}$  dipende dall'angolo di apertura  $\theta$ .



**Figura 2.4:** Semplice schematizzazione di una serranda a sezione circolare



**Figura 2.5:** Flusso d'aria nella serranda in funzione dell'angolo di apertura.

L'attuatore che determina il movimento della farfalla è di tipo elettrico e si può assumere proporzionalità diretta tra angolo e comando di azionamento in Volt. In tal modo si avrebbe un'attuazione di tipo continuo, mentre in [4] si consiglia di comandare il movimento della farfalla con degli impulsi di tipo apri/chiedi (con riferimento a un angolo fisso, ad esempio 1,5% di 90°).

### Cassette terminali VAV

Sono un particolare tipo di regolatore di portata, presenti nel canale di mandata (secondario) di ciascuna delle zone climatizzate. Essenzialmente sono costituite da un involucro di lamiera contenente un dispositivo di misura di portata, un regolatore di portata e un attenuatore acustico (un'immagine è in Figura 2.6). Possono essere *pressure-dependent*, nel caso in cui il flusso d'aria sia dipendente dalla pressione statica nel canale di mandata principale, oppure *pressure-independent*, nel caso in cui esso non ne dipenda (in questo caso è presente il dispositivo di misura di portata che rileva la velocità dell'aria o la pressione differenziale e la comunica al controllore, il quale ne tiene conto nella regolazione dell'apertura). Di norma si preferisce la seconda classe in quanto si riesce ad ottenere un miglior controllo della portata. Agiscono sulla base di un segnale proveniente da sonde ambiente (sensore di temperatura) posto nel relativo locale o zona. A seguito ad esempio della riduzione di portata della cassetta si verifica una diminuzione della pressione nel canale principale di mandata: un pressostato provvede quindi a ridurre la portata dei ventilatori di mandata e ripresa (per ogni zona è presente infatti anche una cassetta VAV nel canale di ripresa, la quale, assieme al ventilatore, permette di mantenere una determinata pressione all'interno di essa; il controllo qui è solo di pressione e non di temperatura).

In questo studio le cassette possono essere modellizzate come le serrande.

### Miscelatore (mixing box)

È una camera di espansione in cui confluiscono, tramite i condotti, flussi d'aria con diverse caratteristiche (temperatura, umidità, velocità) e da cui esce



**Figura 2.6:** Una cassetta terminale VAV.

un flusso omogeneo ottenuto dalla loro miscelazione. Quella che qui interessa è posta prima della AHU e riceve aria di rinnovo e di ricircolo.

### Sensori di temperatura

Per il processo di regolazione servono dei sensori che misurano la temperatura nella stanza.

Essi possono essere modellizzati come un sistema del primo ordine con una costante di tempo  $\tau = 1s$ , la cui funzione di trasferimento dalla temperatura vera  $T_z$  a quella che dà il sensore  $T_s$  ha la forma

$$T_s(s) = \frac{\tau}{\tau s + 1} T_z(s).$$

## Modellizzazione

### 3.1 Caratterizzazione delle zone

Oltre all'impianto di distribuzione dell'aria è di fondamentale importanza considerare anche le zone dove questa viene distribuita. Ci sono molti fattori infatti che intervengono nella caratterizzazione degli scambi termici: collocazione geografica, esposizione al sole, isolamento delle pareti esterne e della copertura, attività e affollamento degli interni, dimensione degli ambienti, ecc. Esistono software avanzati che permettono di modellizzare sotto questi punti di vista un edificio o parti di esso, come per esempio DESIGNBUILDER<sup>TM</sup>. In questa sede non si intende entrare nel dettaglio della geometria e delle caratteristiche dell'edificio o della singola zona termica (stanza), ma traendo spunto da un tutorial VISSIM<sup>TM</sup> [4] si considera il principio di conservazione dell'energia. Esso afferma che la somma delle energie entranti e uscenti da un sistema è pari all'energia accumulata dal sistema stesso (dato che questo non compie lavoro).

Il calore posseduto da un gas è dato dalla relazione

$$Q = MC_p\Delta T$$

in cui

$M$	massa
$C_p$	calore specifico
$\Delta T$	variazione di temperatura

Tenendo conto che la massa può essere espressa come prodotto tra volume e densità, si ha per una zona

$$Q_a + Q_{int} + Q_{est} + Q_{out} + Q_d = V_z\rho_a C_{pa}\Delta T$$

in cui

$Q_a$	energia dall'aria di mandata [J]
$Q_{int}$	energia da carichi interni (persone, dispositivi vari) [J]
$Q_{est}$	energia da carichi esterni (sole) [J]
$Q_{out}$	energia dell'aria uscente [J]
$Q_d$	energia dispersa attraverso le pareti [J]
$V_z$	volume della zona [m <sup>3</sup> ]
$T_z$	temperatura della zona [°C]

Essendo poi

$$Q_{out} = M_{aria\ uscente} C_p (T_{aria\ uscente} - T_z)$$

e  $T_{aria\ uscente} = T_z$ , allora

$$Q_{out} = 0$$

mentre per lo scambio termico attraverso le pareti viene preso in considerazione solo quello con l'esterno ( $U_z$  è la trasmittanza termica superficiale delle pareti e  $A_z$  l'area di contatto con l'esterno):

$$Q_d = U_z A_z (T_{ext} - T_z).$$

Inoltre

$$Q_a = M_a C_{pa} (T_{sa} - T_z)$$

e, mettendo insieme carichi interni ed esterni, combinando tutto nella (3.1) si ottiene

$$Q_{int,est} + M_a C_{pa} (T_{sa} - T_z) + U_z A_z (T_{ext} - T_z) = V_z \rho_a C_{pa} \Delta T.$$

Considerando infine le variazioni nel tempo delle grandezze,  $\Delta T$  diventa  $\frac{dT_z}{dt}$ , calore diventa potenza (indicata col simbolo  $\dot{Q}$  [W]),  $M_a$  viene sostituito da  $\dot{m}_a$ , e si ottiene la seguente dinamica per la temperatura nella stanza:

$$\boxed{\frac{dT_z}{dt} = \frac{\dot{Q}_{int,est}}{V_z \rho_a C_{pa}} + \frac{\dot{m}_a}{V_z \rho_a} (T_{sa} - T_z) + \frac{U_z A_z}{V_z \rho_a C_{pa}} (T_{ext} - T_z).} \quad (3.1)$$

Si noti che non si è tenuto conto dell'effetto capacitivo, cioè del fatto che le pareti e le altre parti dell'edificio assorbono e rilasciano calore con una certa legge temporale, ad esempio prolungando lo scambio di energia anche dopo che una fonte esterna ha smesso di fornirne.

### 3.2 Batteria di raffreddamento

La batteria di raffreddamento è la componente del sistema in cui l'aria viene raffrescata cedendo calore all'acqua circolante in essa. Per la sua modellizzazione si prende a riferimento il modello trattato in [29]:

$$\boxed{M_c C_{pc} \frac{dT_c}{dt} = \dot{m}_w C_{pw} (T_{wi} - T_{wo}) + (UA)_c (T_{ai} - T_c)} \quad (3.2)$$

$$\boxed{\dot{m}_a C_{pa} (T_{ao} - T_{ai}) = (UA)_c (T_c - T_{ai})} \quad (3.3)$$

in cui si suppone che l'acqua fredda entrante nella batteria abbia temperatura costante  $T_{wi} = 7^\circ\text{C}$  e inoltre siano

$C_{pa}$	calore specifico aria [J/kgK]
$C_{pw}$	calore specifico acqua [J/kgK]
$M_c$	massa coil [kg]
$\dot{m}_w$	flusso di massa d'acqua [kg/s]
$\dot{m}_a$	flusso di massa d'aria [kg/s]
$T_{ai}$	temperatura aria entrante nel coil [ $^\circ\text{C}$ ]
$T_{ao}$	temperatura aria uscente dal coil [ $^\circ\text{C}$ ]
$T_c$	temperatura coil [ $^\circ\text{C}$ ]
$T_{wo}$	temperatura acqua uscente dal coil [ $^\circ\text{C}$ ]
$(UA)_c$	fattore di trasmittanza superficiale complessiva del coil [W/K]

$((UA)_c$  e  $M_c$  sono calcolati supponendo lo scambiatore in rame, in grado di soddisfare un carico massimo nominale di 2000W:  $U_c = 50\text{W/m}^2\text{K}$ ,  $A_c = 3.8\text{m}^2$ ,  $M_c = 2.1\text{kg}$ ).

E' poi ragionevole porre  $T_{wo} = T_c$  ossia che la temperatura dell'acqua in uscita sia pari a quella del coil. Dato che, più che la temperatura del coil, interessa come variano acqua e aria in uscita, fatte le ulteriori ragionevoli ipotesi che  $T_{ai}$ ,  $\dot{m}_a$  e  $\dot{m}_w$  rimangano costanti mentre avviene lo scambio termico (quindi derivata nulla), derivando la (3.3) si ha

$$M_c \dot{m}_a dT_{wo}/dt = (UA)_c dT_c/dt = (UA)_c dT_{wo}/dt$$

e con alcune manipolazioni si giunge alle seguenti equazioni dinamiche:

$$\frac{dT_{ao}}{dt} = \left[ \frac{\dot{m}_w C_{pw}}{\dot{m}_a C_{pa}} (T_{wi} - T_{wo}) + (T_{ai} - T_{ao}) \right] \frac{(UA)_c}{M_c C_{pc}} \quad (3.4)$$

$$\frac{dT_{wo}}{dt} = [\dot{m}_w C_{pw} (T_{wi} - T_{wo}) + \dot{m}_a C_{pa} (T_{ai} - T_{ao})] \frac{1}{M_c C_{pc}} \quad (3.5)$$

Analizzando la (3.4) si nota che non è ammesso un flusso d'aria totale  $\dot{m}_a$  nullo. Inoltre al posto della (3.5), quando  $\dot{m}_w = 0$  è opportuno porre

$$dT_{wo}/dt = K(T_{wi} - T_{wo}) \quad \text{se } \dot{m}_w = 0$$

(ad esempio con  $K = 0.5$ ) in modo che la temperatura dell'acqua si porti a  $T_{wi}$  quando non ne sta circolando, evitando che aumenti ulteriormente a causa di  $\dot{m}_a \neq 0$ .

Si ricordi che l'attenzione è posta solo sui carichi sensibili e non su quelli latenti, ossia si trascura ciò che riguarda effetti e regolazione dell'umidità.

### 3.3 Altre ipotesi e costruzione del modello

Come spesso accade quando si deve descrivere una realtà fisica tramite un modello matematico, è utile, se non addirittura necessario, apportare delle

semplificazioni, in modo da selezionarne uno sufficientemente accurato e al tempo stesso non più complesso di quanto strettamente necessario.

Oltre a quanto osservato per la batteria di raffreddamento, altre ipotesi sono le seguenti:

- le dinamiche dei dispositivi elettro/meccanici possono essere trascurate rispetto a quelle di scambio termico, infatti le prime hanno tempistiche al più di qualche secondo mentre per le ultime sono dell'ordine dei minuti;
- per l'aria entrante nel miscelatore si suppone che arrivi una miscela d'aria di rinnovo e di ricircolo in proporzione 3:1 : ciò equivale a considerare la serranda che prende aria dall'esterno aperta per il 75% mentre quella di ricircolo per il 25%;
- tutti i parametri sono tempo-invarianti;
- si considerano due zone termiche schematizzate a parametri concentrati in cui temperatura, pressione e velocità dell'aria sono uniformemente distribuite;
- le cassette VAV di ripresa e il ventilatore di ripresa sono ignorati in quanto si suppone un comportamento simmetrico rispetto ai corrispondenti di mandata, nel senso che tanta aria entra in ogni stanza quanta ne esce e la pressione all'interno di essa viene mantenuta costante con un opportuno controllo su questi componenti.

Infine, per quanto riguarda la distribuzione dell'aria verso le zone, si decide di non considerare il controllo della pressione all'interno dei condotti: si veda il paragrafo seguente.

### Controllo della pressione

Un modo per controllare la portata d'aria alle bocchette utilizzando ventilatori a velocità variabile è quello di regolare questi ultimi in modo da assicurare un determinato valore di pressione statica nelle condotte, che, come detto in precedenza, non deve essere nè troppo basso nè troppo elevato. La pressione statica è funzione delle perdite di carico, che a loro volta dipendono dal flusso d'aria circolante, ma non è facile stabilire tale dipendenza. Spesso si assume una legge tra flusso d'aria  $\dot{m}_a$  e caduta di pressione nel condotto  $\Delta p$  del tipo  $\Delta p = A\dot{m}_a^n$  dove  $n = 2$ , ossia quadratica. In realtà prove sperimentali dimostrano che l'esponente  $n$  può essere diverso, ad esempio variare tra 2.1 e 1.8 o addirittura avvicinarsi a 1, a seconda del materiale e della forma del condotto [37]. Per di più, sarebbe da considerare anche la variazione di pressione attraverso i ventilatori e le bocchette, e anche in questo caso le relazioni sono complesse e di difficile derivazione. Per i ventilatori, in [26] ad esempio si riprende un lavoro di Clark [9] che tratta una modellizzazione del quarto ordine, in cui i coefficienti sono ricavati con una regressione polinomiale dai dati forniti costruttore; pure in [7] si ricava sperimentalmente un legge di grado 4 per la pressione totale in funzione del flusso d'aria a una data velocità. Per

le bocchette, serve avere informazioni sulla forma e sul funzionamento della serranda interna, infatti le relazioni possono essere anche molto diverse tra loro, e naturalmente ancora non lineari.

In conclusione, data la dipendenza della pressione statica dalla tipologia e dalla topologia della rete aeraulica, una corretta analisi richiederebbe la caratterizzazione dello specifico impianto VAV attraverso una serie di misure sperimentali. In questa sede, alcune ipotesi semplificative sono adottate al fine di mantenere un certo livello di generalità senza precludere lo studio di metodi di FDD per tali tipi di sistemi. Si suppone perciò che la regolazione della velocità del ventilatore assicuri l'afflusso di aria richiesto dalle bocchette VAV garantendo il corretto valore della pressione statica all'interno dell'impianto aeraulico (sia nella la rete di mandata che in quella di ripresa). Si considerano solamente le portate d'aria attraverso le bocchette, oltre alla temperatura aria di mandata, indipendentemente dalla tipologia del ventilatore e dalla geometria dei vari componenti della rete aeraulica. In pratica gli azionamenti di apertura bocchetta e del ventilatore sono da considerarsi come un tutt'uno, e di conseguenza un eventuale fault a questo livello in generale sarà da imputare alla coppia ventilatore/diffusore e non a un singolo elemento.

Poste tutte queste semplificazioni, si procede alla costruzione di uno spazio di stato non lineare, prendendo anche spunto da [21]. Stati e ingressi di controllo sono scelti nel seguente modo:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= T_{z1} && \text{temperatura aria nella stanza 1} \\
 x_2 &= T_{z2} && \text{temperatura aria nella stanza 2} \\
 x_3 &= T_{sa} && \text{temperatura aria di mandata} \\
 \\ 
 u_1 &= (\dot{m}_a)_1 && \text{portata d'aria verso la stanza 1} \\
 u_2 &= (\dot{m}_a)_2 && \text{portata d'aria verso la stanza 2} \\
 u_3 &= \dot{m}_w && \text{flusso d'acqua nella batteria di raffreddamento}
 \end{aligned}$$

ai quali si aggiungono uno stato per l'acqua nella batteria (che non viene controllato per quanto detto a proposito del chiller nel capitolo 2) e i "disturbi":

$$\begin{aligned}
 x_4 &= T_{wo} && \text{temperatura acqua uscente dalla batteria} \\
 u_4 &= (\dot{Q}_{int,est})_1 && \text{carichi totali stanza 1} \\
 u_5 &= (\dot{Q}_{int,est})_2 && \text{carichi totali stanza 2} \\
 u_6 &= T_{ext} && \text{temperatura esterna}
 \end{aligned}$$

Vale inoltre il vincolo  $u_2 + u_3 = \dot{m}_a$ . L'uscita si considera coincidente con lo stato:

$$y = x.$$

Per quanto riguarda le zone, con la notazione introdotta, la

$$\frac{dT_z}{dt} = \frac{\dot{Q}_{int,est}}{V_z \rho_a C_{pa}} + \frac{\dot{m}_a}{V_z \rho_a} (T_{sa} - T_z) + \frac{U_z A_z}{V_z \rho_a C_{pa}} (T_{ext} - T_z) \quad (3.1)$$

fornisce le equazioni

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_1 u_1 (x_3 - x_1) + a_2 u_4 + a_3 (u_6 - x_1) \\ \dot{x}_2 &= b_1 u_2 (x_3 - x_2) + b_2 u_5 + b_3 (u_6 - x_2) \end{aligned}} \quad (3.6)$$

$$(3.7)$$

in cui si assume

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{V_{z1} \rho_a} & b_1 &= \frac{1}{V_{z2} \rho_a} \\ a_2 &= \frac{1}{V_{z1} \rho_a C_{pa}} & b_2 &= \frac{1}{V_{z2} \rho_a C_{pa}} \\ a_3 &= \frac{U_{z1} A_{z1}}{V_{z1} \rho_a C_{pa}} & b_3 &= \frac{U_{z2} A_{z2}}{V_{z2} \rho_a C_{pa}} \end{aligned}$$

Per avere anche la dinamica della batteria di raffreddamento in funzione delle variabili introdotte occorre tener presente di un paio di cose. L'aria che entra nella batteria proviene dal miscelatore [34], per il quale si ha

$$\begin{aligned} \dot{m}_m &= \dot{m}_r + \dot{m}_{ext} \\ \dot{m}_m C_{pa} T_m &= \dot{m}_r C_{pa} T_r + \dot{m}_{ext} C_{pa} T_{ext} \\ T_m &= \frac{\dot{m}_r T_r + \dot{m}_{ext} T_{ext}}{\dot{m}_r + \dot{m}_{ext}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

in cui

$\dot{m}_m$	flusso di massa d'aria miscelata [kg/s]
$\dot{m}_r$	flusso di massa d'aria ricircolata [kg/s]
$\dot{m}_{ext}$	flusso di massa d'aria esterna [kg/s]
$T_m$	temperatura aria miscelata [°C]
$T_r$	temperatura aria di ricircolo [°C]
$T_{ext}$	temperatura aria di rinnovo [°C]

Segue dunque che  $T_{ai} = T_m$ . In particolare, dall'ipotesi sulle proporzioni d'aria entrante nel miscelatore, parametrizzando l'apertura della serranda di ricircolo con  $r$  (inizialmente pari a 0.25), la (3.8) diventa semplicemente

$$T_m = r T_r + (1 - r) T_{ext}.$$

Per calcolare  $T_r$  si considera ancora una miscelazione (sostanzialmente ad opera del ventilatore di ritorno) tra le masse d'aria uscenti dalle due stanze:

$$T_r = \frac{(\dot{m}_r T_z)_1 + (\dot{m}_r T_z)_2}{\dot{m}_r} \Rightarrow T_r = \frac{u_1 x_1 + u_2 x_2}{u_1 + u_2}.$$

Osservato infine che  $T_{ao} = T_{sa}$ , la dinamica della batteria diventa (senza esplicitare  $T_r$  per non appesantire)

$$\dot{x}_3 = \left[ \frac{C_{pw}}{C_{pa}} \frac{u_3}{u_1 + u_2} (T_{wi} - x_4) + (rT_r + (1-r)u_6 - x_3) \right] \frac{(UA)_c}{M_c C_{pc}} \quad (3.9)$$

$$\dot{x}_3 = K(T_{wi} - x_4) \quad \text{se } u_3 = 0 \quad (3.10)$$

$$\dot{x}_4 = [C_{pw}u_3(T_{wi} - x_4) + C_{pa}(u_1 + u_2)(rT_r + (1-r)u_6 - x_3)] / (M_c C_{pc}) \quad (3.11)$$

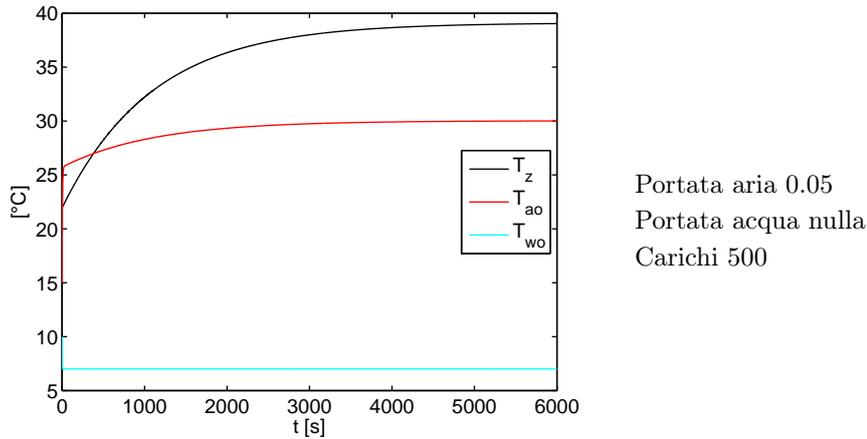
Va sottolineato che in questo modello non hanno senso valori negativi per gli ingressi  $u_1, u_2, u_3$ .

### 3.4 Prove di verifica del modello

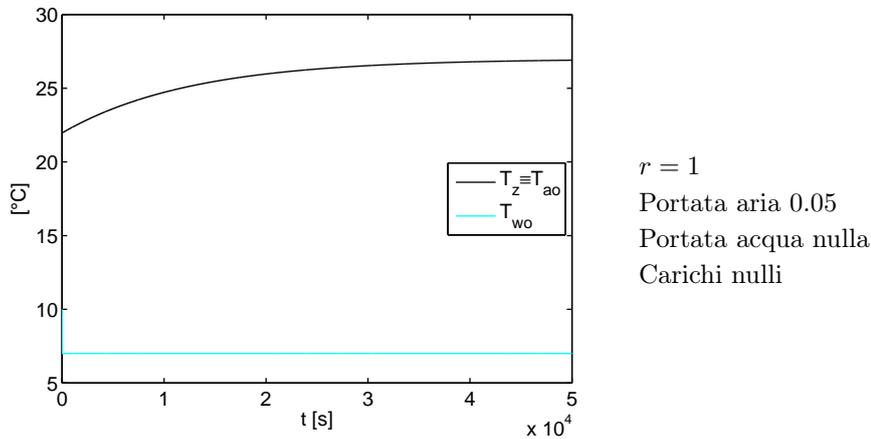
Si riportano di seguito alcune prove per testare il funzionamento a catena aperta del plant, ottenuto implementando (in MATLAB<sup>TM</sup> /SIMULINK<sup>TM</sup>) le equazioni di stato non lineari precedentemente ricavate (evidenziate nei riquadri). Esso può essere immaginato come un blocchetto avente come ingressi  $u_1, \dots, u_6$  e come uscite  $y_1, y_2, y_3$ , le quali corrispondono proprio agli stati. Di fatto vengono applicati dei gradini in ingresso e si osserva come rispondono le uscite.

Dove non diversamente indicato, le stanze sono supposte uguali per dimensioni ( $36m^3$ ), carichi applicati, scambio di calore con l'esterno ( $U_z = 0.3W/m^2K$ ,  $A_z = 12m^2$ ), flusso d'aria immesso  $0.05kg/s$  (quello totale è il doppio); rispondono quindi allo stesso modo e basta osservare ad esempio il comportamento della prima. In generale resta poi costante la temperatura esterna  $T_{ext} = 27^\circ C$  e il parametro che rappresenta la quantità d'aria ricircolata  $r = 0.25$ . Infine per lo scambio termico con il chiller si considera costante la temperatura dell'acqua proveniente da esso ed entrante nella batteria  $T_{wi} = 7^\circ C$ . A lato dei grafici seguenti si riportano i valori degli ingressi: le portate sono espresse in  $[kg/s]$ , i carichi in  $[W]$ , il simbolo  $\square$  indica l'applicazione di un gradino.

1. Nel caso più semplice in cui  $\dot{m}_w = 0$  e carichi nulli, sia la temperatura dell'aria di mandata ( $T_{sa}$ ) che quella nella stanza ( $T_z$ ) si portano al valore  $T_{ext}$ , seppur lentamente. Se oltre al flusso d'aria non nullo si aggiunge carico di  $500W$ , i valori di regime si alzano in quanto esso è una fonte di calore. L'incremento nella stanza è più marcato in quanto è in essa che agiscono direttamente i carichi, mentre su  $T_{sa}$  agiscono solo tramite il ricircolo d'aria, si veda Figura 3.1. Si noti che  $T_{wo}$  rimane a  $7^\circ C$  in quanto non c'è acqua circolante nella batteria.
2. Ancora con carichi e  $\dot{m}_w$  nulli, per quanto riguarda i casi limite, per  $r = 0$  (ossia solo utilizzo di aria di rinnovo) si sottolinea che  $T_{sa}$  resta fissa alla temperatura esterna (e la stanza reagisce analogamente al caso precedente). Per  $r = 1$  invece (tutta aria di ricircolo), le uscite  $T_{sa}$  e  $T_z$  sono praticamente coincidenti e impiegano molto più tempo a salire verso  $T_{ext}$  perchè manca il contributo dell'aria esterna (più calda della condizione iniziale): si veda Figura 3.2.

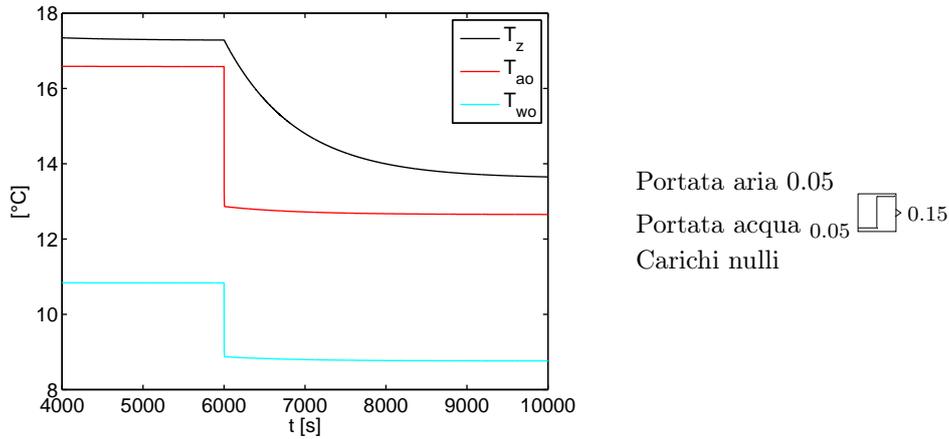


**Figura 3.1:** Test sul modello: un caso base.

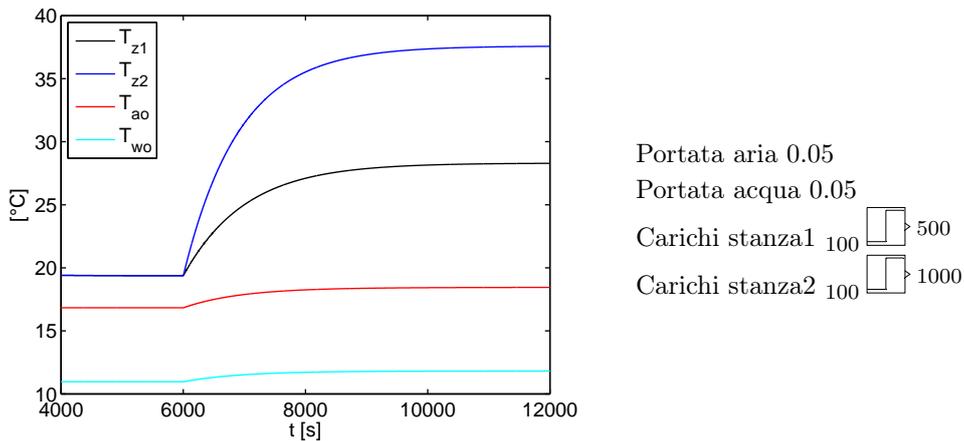


**Figura 3.2:** Test sul modello: caso limite  $r = 1$ .

3. Si consideri un gradino sulla portata d'acqua nella batteria di raffreddamento da 0.05 a 0.15kg/s. Come si nota dalla Figura 3.3, scende sia la temperatura dell'aria di mandata che la temperatura nella stanza, e naturalmente anche dell'acqua stessa, dato che una maggior portata ha un maggior potere refrigerante. I carichi sono stati posti nulli, ma il comportamento è simile anche quando non lo sono, naturalmente sono più elevati i valori di temperatura ai regimi (prima e dopo il gradino). Invertendo il fronte del gradino anche l'effetto viene rovesciato.
4. Si considerino gradini sui carichi alle stanze, con un flusso d'acqua costante di 0.05kg/s: nella prima da 100 a 500W, nella seconda da 100 a 1000W. Dalla Figura 3.4 si osserva che salgono tutte le temperature, però ovviamente nelle seconda stanza l'incremento è maggiore, in quanto maggiore è il carico presente. Anche in questo caso invertendo il fronte del gradino l'effetto viene rovesciato.

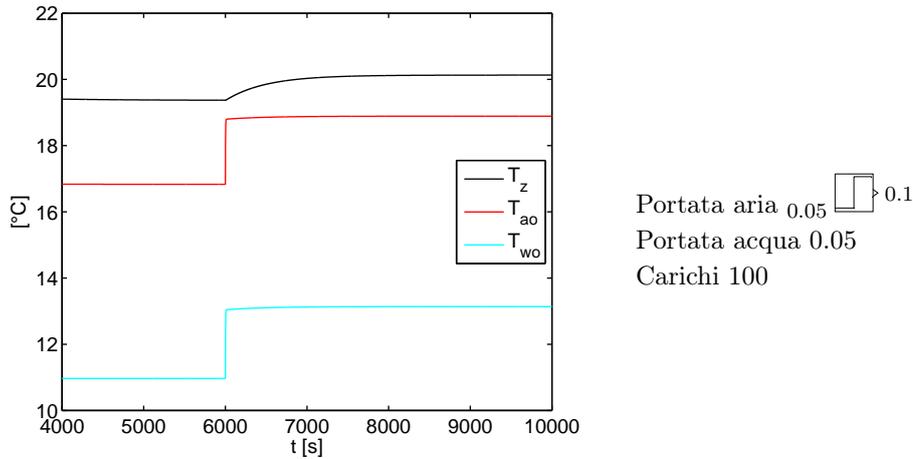


**Figura 3.3:** Test sul modello: gradino sulla portata d'acqua.



**Figura 3.4:** Test sul modello: gradini sui carichi.

- Si consideri infine un gradino sulla portata d'aria per entrambe le stanze da 0.05 a 0.1kg/s. Se portata d'acqua e carichi sono posti a zero l'effetto sulle uscite è trascurabile, questo perchè una volta raggiunto l'equilibrio di  $T_{ext}$  non fa differenza quanta aria viene fornita (anch'essa sarà a  $T_{ext}$ ). Se si pone invece  $\dot{m}_w = 0.05\text{kg/s}$  e i carichi a 100W, i valori degli stati salgono, come si nota dalla Figura 3.5. Ciò è dovuto al fatto che aumentando l'apporto d'aria alle stanze, è maggiore anche la quantità d'aria che proviene dall'esterno, la quale è più calda di  $T_z$  prima del fronte del gradino, e a parità di flusso d'acqua non può essere raffreddata a sufficienza. Se al contrario si mette a 0 la portata d'acqua e ad esempio i carichi a 500W, le temperature scendono, infatti prima del gradino il sistema arriva a portarsi a una temperatura maggiore di quella esterna.

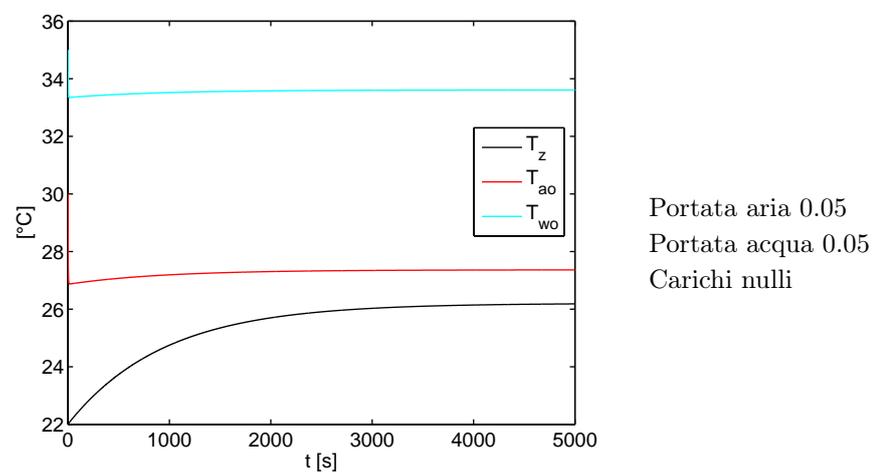


**Figura 3.5:** Test sul modello: gradino sulla portata d'aria.

### Caso duale: batteria per riscaldare

Il modello di batteria sviluppato può anche essere usato nell'ottica di riscaldare invece che raffreddare aria, infatti le equazioni funzionano ugualmente in entrambi i casi (fermo restando quanto detto nel aragrafo descrittivo del cooling coil nel secondo capitolo). Ci si ponga dunque in una situazione invernale, in cui si desidera una temperatura per le zone maggiore di quella esterna: è necessario modificare alcuni parametri, in modo da avere acqua nella batteria e aria di mandata sufficientemente calde. Si può impostare ad esempio  $T_{ext} = 10^\circ\text{C}$  e  $T_{wi} = 40^\circ\text{C}$  (in modo da ottenere un'aria di mandata attorno ai  $30^\circ\text{C}$ ). La batteria viene poi affiancata alle stanze come nel caso precedentemente trattato.

Di seguito si riporta una prova. In assenza di flusso d'acqua e carichi,  $T_{sa}$  e  $T_z$  si portano a  $T_{ext}$ , come nella prova numero 1. Se invece  $\dot{m}_w = 0.05\text{kg/s}$  (sempre con portata d'aria di  $0.05\text{kg/s}$ ), la circolazione d'acqua contrasta l'aria fredda esterna e riesce a riscaldare la stanza, come si vede dal grafico in Figura 3.6.



**Figura 3.6:** Test sul modello: funzionamento in riscaldamento.



## Controllo

### 4.1 Disaccoppiamento degli ingressi

Il sistema ottenuto nel precedente capitolo appartiene ad una particolare sottoclasse di sistemi non lineari, i sistemi bilineari, in quanto compaiono termini in cui sono moltiplicate componenti di stato e ingresso; è inoltre accoppiato, in quanto alcuni stati e ingressi compaiono in più di un'equazione. Per controllarlo è utile disaccoppiare le equazioni mediante la tecnica di *feedback linearization*, allo scopo di ottenere un singolo anello e ingresso di controllo per ognuna delle variabili di stato che si intendono regolare. Il sistema complessivo risulterà tra l'altro lineare tra i nuovi ingressi e le uscite.

#### Feedback linearization

La *feedback linearization* è una tecnica di controllo per sistemi non lineari in forma di stato che, tramite un opportuno cambio di variabili (per portarsi in quella che si definisce “forma normale”) e una retroazione non lineare, conduce a un sistema equivalente con relazione lineare tra ingresso e uscita. In particolare, a partire un sistema (anche MIMO) nella forma

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases}$$

si cerca un ingresso  $u = a(x) + b(x)v$  tale che la dinamica tra  $v$  e  $y$  sia lineare. Diversamente dal comune approccio di linearizzazione, che ha validità solo nell'intorno di un punto di equilibrio, questa tecnica sembra non risentire di questa limitazione (in realtà a spesso capita di dover restringere il dominio di validità delle leggi per motivi di esistenza). Senza addentrarsi nel formalismo matematico dei vari passaggi, per il quale si rimanda all'appendice A, si riportano direttamente i risultati per il sistema considerato. In questo caso le cose si semplificano molto in quanto l'uscita coincide con lo stato e in ogni equazione dinamica del sistema compaiono degli ingressi. Di conseguenza l'azione di derivare le varie componenti dell'uscita per cercare di definire le nuove

variabili si interrompe al primo passo, appunto per la presenza degli ingressi nelle varie dinamiche  $\dot{x}_i$ . Si definiscono dunque i nuovi ingressi (segnali che però non hanno propriamente una corrispondenza fisica) nel seguente modo:

$$\begin{aligned}v_1 &= \dot{y}_1 = \dot{x}_1 \\v_2 &= \dot{y}_2 = \dot{x}_2 \\v_3 &= \dot{y}_3 = \dot{x}_3\end{aligned}$$

e linearità e disaccoppiamento per le uscite di interesse sono assicurati in quanto risulta

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

Per riottenere i vecchi ingressi  $u_i$  si invertono le relazioni (3.6),(3.7),(3.9), tenendo conto che  $u_4, u_5, u_6$  sono da considerarsi noti, mentre gli stati  $x_i$  non sono altro che le uscite del plant. Si ha dunque, nell'ordine,

$$u_1 = \frac{v_1 - a_2 u_4 - a_3 (u_6 - x_1)}{a_1 (x_3 - x_1)} \quad (4.1)$$

$$u_2 = \frac{v_2 - b_2 u_5 - b_3 (u_6 - x_2)}{b_1 (x_3 - x_2)} \quad (4.2)$$

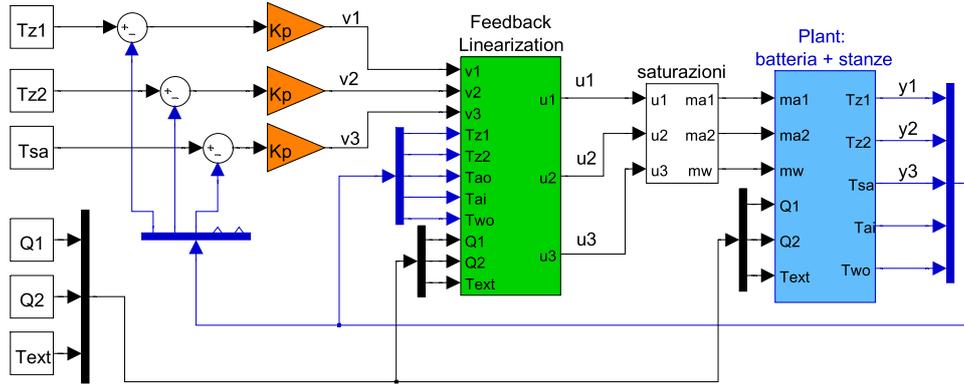
$$u_3 = \left[ \frac{M_c C_{pc}}{(UA)_c} v_3 - (T_{ai} - x_3) \right] \frac{C_{pa} (u_1 + u_2)}{C_{pw} (T_{wi} - x_4)}, \quad (4.3)$$

ricordando che  $T_{ai}$  è funzione di  $x_1, x_2, u_1, u_2$  e dunque calcolabile (per comodità nello schema di simulazione viene estratta dal plant). Si noti che tali equazioni perdono di significato quando  $x_3 = x_1, x_2$  ossia  $T_{sa}$  sale fino alla temperatura di una stanza, e quando  $x_4 = T_{wi}$  ossia acqua in entrata e in uscita dalla batteria alla stessa temperatura.

Avendo così disaccoppiato gli ingressi, si individuano tre anelli di regolazione indipendenti che producono i  $v_i$ ; si possono di conseguenza progettare anche tre controllori indipendenti. I primi due saranno responsabili del mantenimento delle temperature delle stanze ai setpoint fissati tramite la variazione di portata d'aria ad esse; il terzo lavorerà per mantenere  $T_{sa}$  al valore desiderato intervenendo sulla portata d'acqua alla batteria di raffreddamento. La prima scelta è quella di semplici controllori proporzionali pilotati dall'errore tra i setpoint e le uscite del plant. Dopo un certo numero di simulazioni in varie condizioni si è visto che il guadagno  $K_P$  può essere lasciato unitario, in tal modo gli andamenti delle risposte risulta soddisfacente. Dunque per tutti e tre gli anelli

$$K_P = 1.$$

In Figura 4.1 è rappresentato lo schema di controllo SIMULINK<sup>TM</sup> che realizza la feedback linearization, ed è anche quello utilizzato per le simulazioni del paragrafo seguente.



**Figura 4.1:** Sistema di controllo con feedback linearization progettato in SIMULINK<sup>TM</sup>.

## 4.2 Prove di verifica del controllo

Si riportano di seguito alcune prove per testare il funzionamento a catena chiusa del sistema, controllato nel modo precedentemente esposto. Le stanze questa volta sono supposte diverse, la prima di  $36$  e la seconda di  $90m^3$  (a rappresentare due tipologie di ambienti), inoltre si pongono diverse anche le superfici di contatto con l'esterno, rispettivamente  $A_{z1} = 12m^2$  e  $A_{z2} = 18m^2$ ; altri parametri che rimangono costanti sono  $r = 0.25$  e  $T_{wi} = 7^\circ C$ . Per quanto riguarda i setpoint, quelli per le stanze sono inizialmente entrambi a  $22^\circ C$  mentre quello per l'aria di mandata a  $15^\circ C$ . Per i "disturbi" infine, dove non diversamente indicato, si ponga  $\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = 500W$  e  $T_{ext} = 27^\circ C$ .

Sono state poi previste delle saturazioni per i segnali  $u_i$  in uscita dal blocco di feedback linearization in quanto essi devono avere senso fisico, per cui sono vincolati ad essere positivi e limitati superiormente da opportuni valori che rappresentano le portate massime consentite di acqua e aria, per entrambe  $0.2kg/s$  (per fissare tali limiti ci si è posti nella condizione nominale di un sistema in grado di soddisfare  $2000W$  di carico totali). Si può pensare che tali saturazioni vadano contro la struttura lineare disaccoppiata appena ottenuta, e in effetti quando intervengono è così, però nel complesso il sistema è abbastanza ben dimensionato e non si hanno conseguenze gravi.

Si è visto che il sistema non insegue bene un gradino crescente per la temperatura di una stanza, infatti  $T_{sa}$  tende a salire troppo, causando anche delle risposte divergenti. Si può facilmente venir contro a questo problema ponendo la mandata d'aria a un valore basso (non nullo per garantire comunque un ricambio d'aria) quando l'errore sulla temperatura di una stanza risulta positivo (o equivalentemente è positivo  $v_i$ ,  $i = 1, 2$ ), altrimenti si calcola come in (4.1) o (4.2). Prendendo a riferimento la prima stanza (per la seconda è analogo) si è dunque implementato

**if  $v_1 > 0$  then**

```

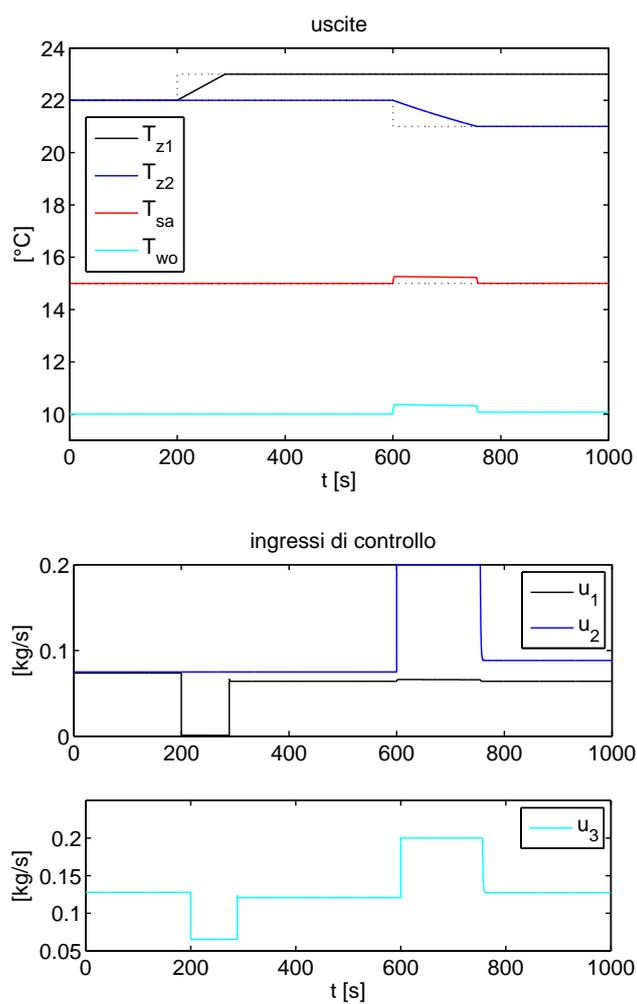
    u1=amin
else
    u1 =  $\frac{v_1 - a_2 u_4 - a_3 (u_6 - x_1)}{a_1 (x_3 - x_1)}$ 
end if

```

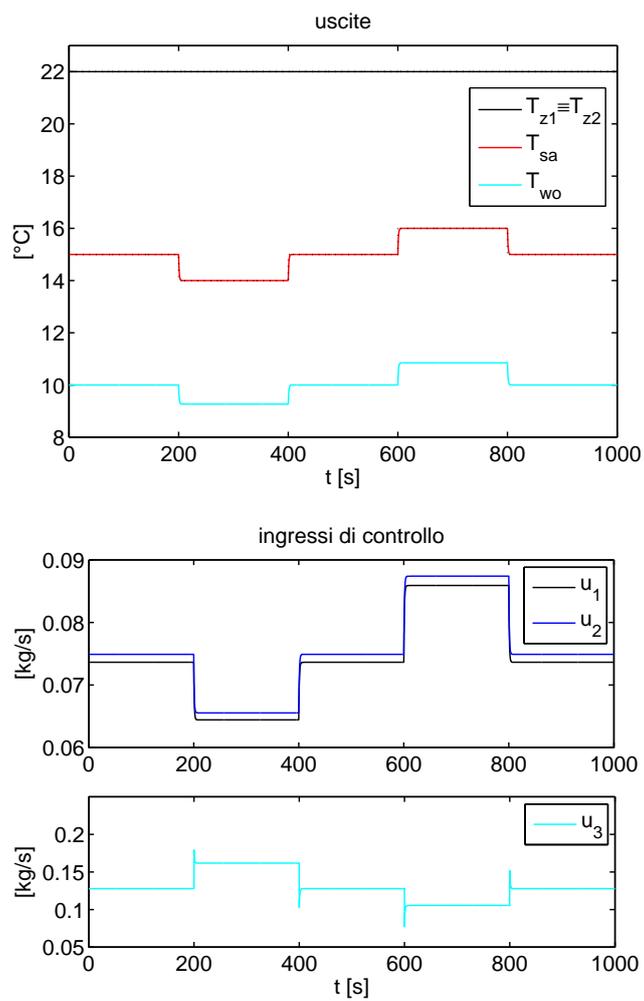
con  $a_{\min}=0.001\text{kg/s}$ .

Nei primi tre test seguenti si fanno variare solo i setpoint per  $T_{z1}$ ,  $T_{z2}$  e  $T_{sa}$ , in quelli successivi sono variabili nel tempo carichi e temperatura esterna.

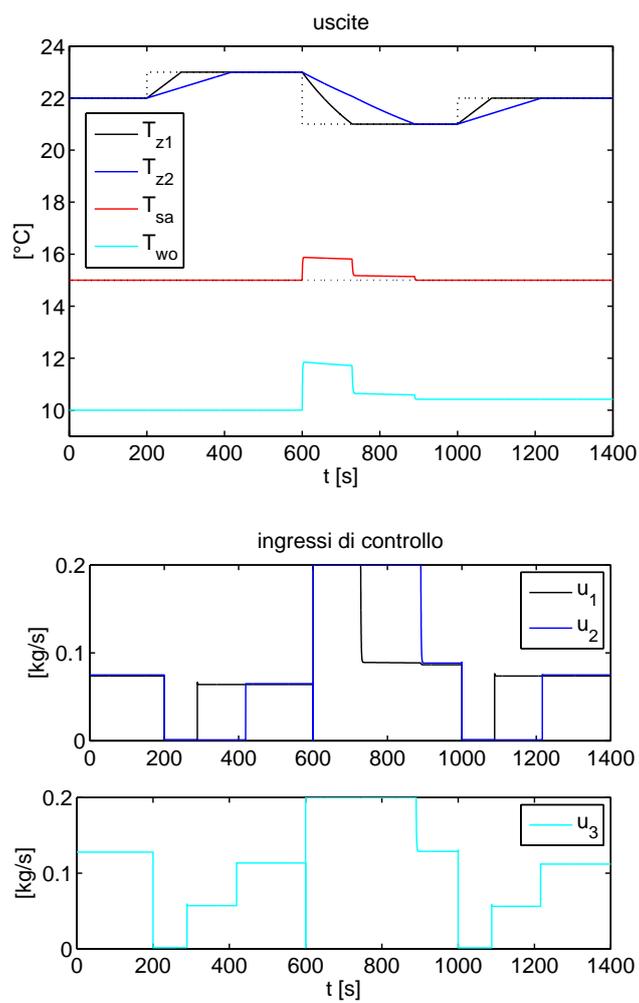
1. Nella prima prova si applicano dei gradini ai setpoint delle stanze, uno a fronte calante e uno crescente, in tempi diversi in modo da garantire l'assestamento dopo il primo. I relativi grafici sono in Figura 4.2. Nel primo si osserva che ogni uscita raggiunge correttamente il proprio setpoint. Descrivendo cosa accade per il secondo gradino, si ha che la bocchetta VAV della stanza 2 (in blu) si apre maggiormente ed è richiesta aria più fredda, quindi un maggior flusso d'acqua nella batteria. Il raggiungimento del regime non è velocissimo per via della saturazione nella portata sia dell'aria che dell'acqua. Per il primo gradino viene invece applicata la variante di controllo descritta poc'anzi che "chiude" l'aria verso la stanza 1 (in nero) e c'è un'azione passiva di riscaldamento ad opera dell'aria esterna, che è più calda. Si noti infine che quando viene variato il setpoint di una stanza, non si hanno effetti sulla temperatura dell'altra ma solo sul controllo, il quale interviene per mantenerla al giusto riferimento: ciò avviene proprio grazie al disaccoppiamento; inoltre i tempi dei transitori sono accettabili (pochissimi minuti).
2. Nella seconda prova si applicano dei gradini al setpoint di  $T_{sa}$ , grafici in Figura 4.3. Il controllo in questo caso è molto efficace: l'inseguimento del riferimento è garantito e non si ha nessun effetto sulle temperature nelle stanze (come di fatto dovrebbe essere avendo disaccoppiato i controlli) che restano fisse a  $22^\circ\text{C}$ . Gli andamenti sono così buoni anche perchè gli ingressi non saturano.
3. Il test successivo è per mostrare cosa comporta il fatto che le stanze abbiano diverso volume. I loro setpoint sono variati allo stesso modo, mantenendo costante quello sull'aria di mandata (Figura 4.4). La stanza più grande, come intuibile, impiega più tempo sia per riscaldarsi che per raffreddarsi, si vede infatti che maggiore è il tempo in cui  $u_2$  si mantiene in saturazione.



**Figura 4.2:** Risposte del controllo a gradini di temperatura stanze.



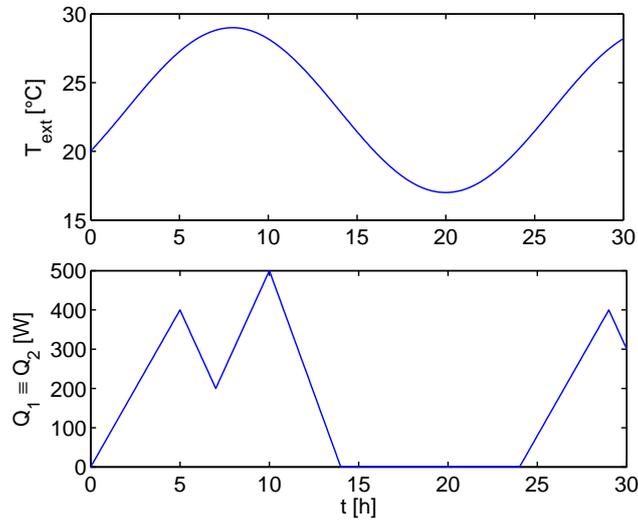
**Figura 4.3:** Risposte del controllo a gradini per  $T_{sa}$ .



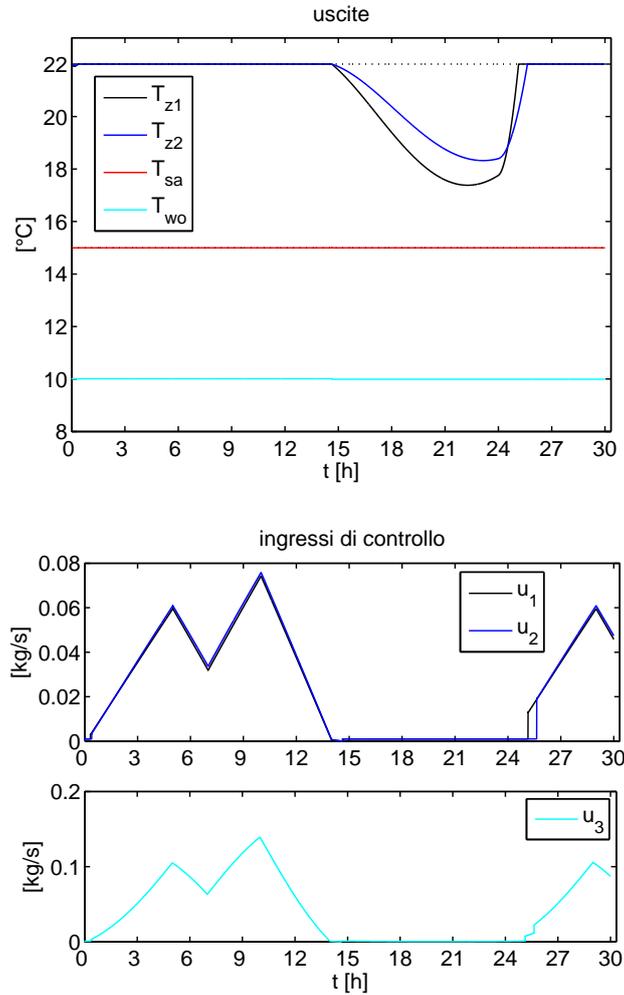
**Figura 4.4:** Effetto del controllo a gradini per  $T_z$  su stanze con diverso volume.

4. Si considera poi un simulazione di 30 ore in cui lo 0 indica l'inizio di una giornata, alle ore 7:00. La temperatura esterna è modellata come una sinusoide di media  $23^{\circ}\text{C}$  e ampiezza  $6^{\circ}\text{C}$  che raggiunge il suo massimo idealmente alle tre del pomeriggio (Figura 4.5 alto). L'andamento dei carichi è supposto uguale in entrambe le stanze ed è modellato, a rappresentare la situazione di un edificio mediamente popolato, mediante una spezzata (Figura 4.5 basso) i cui picchi sono pensati rispettivamente a mezzogiorno e alle ore 17, mentre dopo le 21 l'attività è quasi nulla. I setpoint degli stati controllati rimangono costanti.

L'andamento delle uscite e degli ingressi sono riportati in Figura 4.6. Si vede che il controllo fa in modo di fornire aria fresca a seconda di quanti carichi deve contrastare per mantenere i setpoint costanti. L'unica cosa che sembra strana è l'abbassamento delle temperature nelle stanze in corrispondenza di carichi molto bassi: in realtà in base al modello è corretto così perchè  $T_{ext}$  sta scendendo al di sotto di  $T_z$  (nella notte) e non ci sono fonti di calore che tengono alta la temperatura. Esse si riportano prontamente al giusto valore non appena i carichi iniziano a farsi sentire e  $T_{ext}$  a salire. Un modello più accurato, magari che considera l'effetto capacitivo delle stanze, potrebbe forse attenuare questo fenomeno.

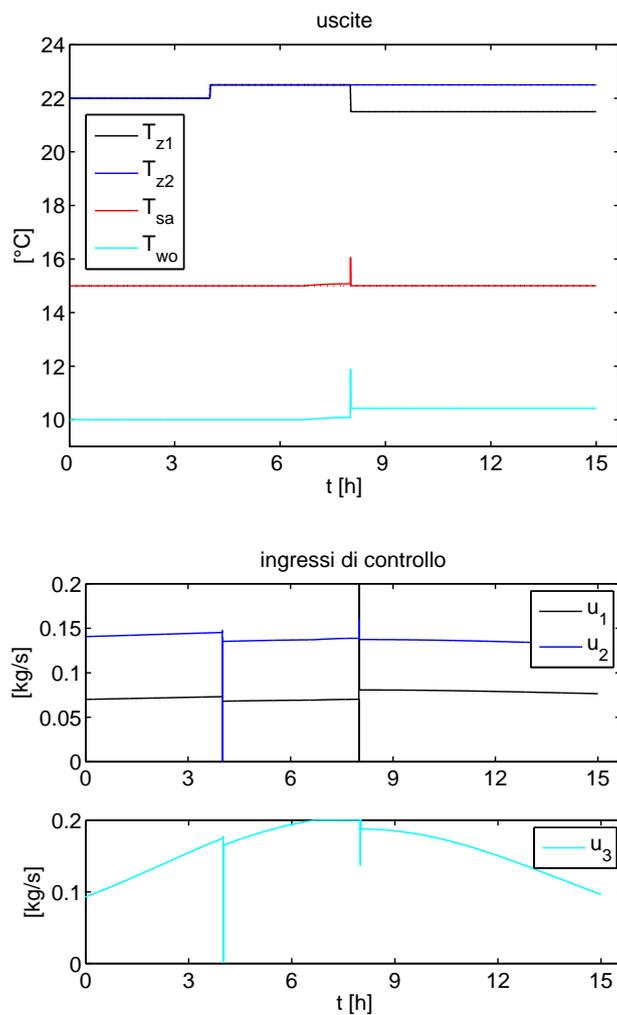


**Figura 4.5:**  $T_{ext}$  e carichi per lunghe simulazioni.



**Figura 4.6:** Uscite e controlli in risposta ai segnali di Figura 4.5.

5. Nell'ultimo si assume ancora  $T_{ext}$  come nel precedente, i carichi si assumono costanti (500W per la stanza più piccola e 1000W per l'altra) e in una simulazione di 15 ore si variano i setpoint delle stanze, sia nel mattino che nel pomeriggio. I grafici delle risposte sono in Figura 4.7. Si vede che l'andamento di  $u_3$  segue quello della temperatura esterna per compensarlo;  $u_2$  è in generale maggiore di  $u_1$  (cioè più flusso d'aria) sia perchè la seconda stanza è più grande sia perchè è sottoposta a carico maggiore; i riferimenti sono raggiunti correttamente.



**Figura 4.7:** Uscite e controlli di una prova in cui variano  $T_{ext}$  e i setpoint delle stanze.

## Analisi di un altro modello

### 5.1 Il modello

Dato che per utilizzare il modello di cooling coil proposto si è dovuto ricorrere a due accorgimenti, quali l'equazione (3.10) e il controllo alternativo riportato nel paragrafo 4.2, nelle fasi conclusive di questo lavoro si è ricercato un altro modello per superare i limiti del precedente. Nell'articolo [17] è stata trovata una modellizzazione più dettagliata ma simile, in quanto giunge anch'essa a delle equazioni che legano aria e acqua in ingresso e in uscita:

$$\frac{dT_{wo}}{dt} + c_1 \dot{m}_w (T_{wo} - T_{wi}) = \frac{c_2 \dot{m}_a^\ell}{1 + c_3 \left( \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_w} \right)^\ell} (T_{ao} - T_{wo}) \quad (5.1)$$

$$\frac{dT_{ao}}{dt} + c_4 \dot{m}_a (T_{ao} - T_{ai}) = - \frac{c_5 \dot{m}_a^\ell}{1 + c_3 \left( \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_w} \right)^\ell} (T_{ao} - T_{wo}) \quad (5.2)$$

Le costanti  $\ell, c_1, \dots, c_5$  possono essere determinate a partire dalle caratteristiche fisiche/geometriche del sistema oppure attraverso una procedura di identificazione, come fatto nell'articolo, nel quale assumono i seguenti valori<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} \ell = 0.6078 \quad c_1 = \frac{1}{\xi \rho_w A_{\text{tube}}} = 6.7142 \quad c_2 = \frac{b_a A_a}{\rho_w V_w C_{pw}} = 0.7412 \\ c_3 = \frac{b_a A_a}{b_w A_w} = 0.7021 \quad c_4 = \frac{1}{\rho_a A_a l} = 8.9936 \quad c_5 = \frac{b_a A_a}{\rho_a V_a C_{ma}} = 3.9722 \end{aligned}$$

in cui  $\xi$  ed  $l$  rappresentano rispettivamente la lunghezza totale dei tubi e la larghezza della batteria,  $A_{\text{tube}}$  sezione dei tubi,  $A_w$  e  $A_a$  superfici di scambio

<sup>1</sup>Nell'articolo citato  $c_1$  e  $c_4$  sono riportati in modo errato (ce ne si può accorgere da un'analisi dimensionale): dopo aver rieseguito i passaggi che portano alla loro definizione la forma corretta è quella qui proposta.

termico per convezione lato acqua e lato aria rispettivamente,  $V_w$  a  $V_a$  volume di acqua e aria coinvolti nel processo di trasferimento termico in una unità elementare nella direzione della larghezza, infine  $b_a$  e  $b_w$  sono due parametri per l'identificazione.

Le equazioni (5.1) e (5.2) sono poi accostate a quelle per le stanze per avere il plant completo, che con la notazione dello spazio di stato diventa

$$\dot{x}_1 = a_1 u_1 (x_3 - x_1) + a_2 u_4 + a_3 (u_6 - x_1) \quad (3.6)$$

$$\dot{x}_2 = b_1 u_2 (x_3 - x_2) + b_2 u_5 + b_3 (u_6 - x_2) \quad (3.7)$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{c_5 (u_1 + u_2)^\ell}{1 + c_3 \left(\frac{u_1 + u_2}{u_3}\right)^\ell} (x_3 - x_4) - c_4 (u_1 + u_2) (x_3 - r T_r + (1 - r) u_6) \quad (5.3)$$

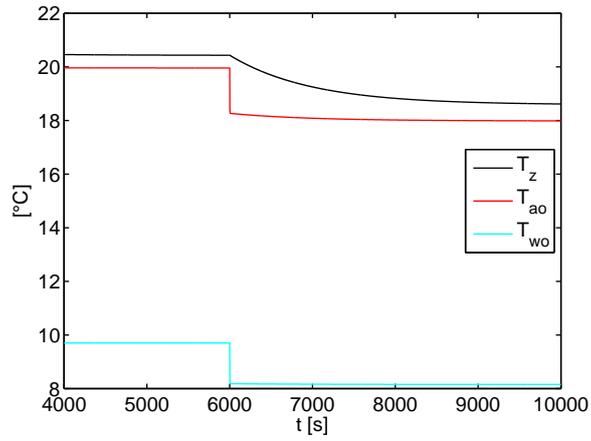
$$\dot{x}_4 = \frac{c_2 (u_1 + u_2)^\ell}{1 + c_3 \left(\frac{u_1 + u_2}{u_3}\right)^\ell} (x_3 - x_4) - c_1 u_3 (x_4 - T_{wi}) \quad (5.4)$$

in cui si sottintende ancora  $T_r = \frac{u_1 x_1 + u_2 x_2}{u_1 + u_2}$ .

## 5.2 Prove a catena aperta

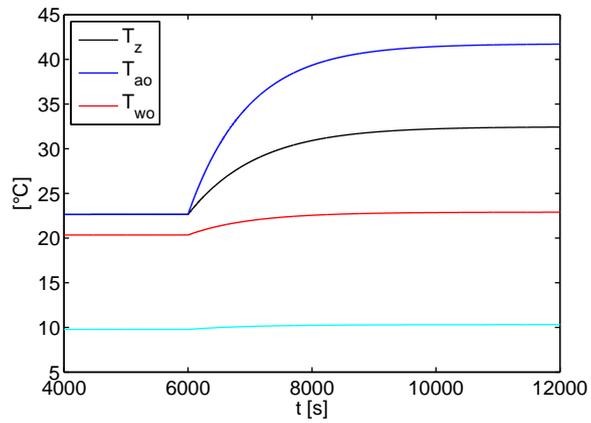
Di seguito sono riportate alcune prove a catena aperta per testare la bontà di questo plant, simili a quelle descritte nel paragrafo 3.4 (e dove non diversamente indicato si adottano le stesse ipotesi di base).

1. Nel caso più semplice in cui  $\dot{m}_w = 0$  e carichi nulli, sia la temperatura dell'aria di mandata ( $T_{sa}$ ) che quella nella stanza ( $T_z$ ) si portano al valore  $T_{ext}$ . Se oltre al flusso d'aria non nullo si aggiunge carico, i valori di regime si alzano in quanto esso è una fonte di calore. L'unica differenza sostanziale rispetto all'utilizzo dell'altro modello è che qui  $T_{wo}$  rimane alla temperatura iniziale di 12°C quando non circola acqua nella batteria.
2. Considerando un gradino sulla portata d'acqua nella batteria di raffreddamento da 0.05 a 0.15kg/s e carichi nulli si hanno le risposte di Figura 5.1, in cui si nota che scende sia la temperatura dell'aria di mandata che la temperatura nella stanza, e naturalmente anche dell'acqua. Rispetto alla Figura 3.3 i valori di regime sembrano più verosimili.
3. Ripetendo la prova 4 del paragrafo 3.4 (gradini sui carichi) i risultati sono simili negli andamenti ma un po' differenti nei valori, come si può osservare dalla Figura 5.2, comparata con la 3.4.
4. Infine considerando un gradino sulla portata d'aria per entrambe le stanze da 0.05 a 0.1kg/s,  $\dot{m}_w = 0.05$ kg/s e carichi a 100W, le uscite si comportano come in Figura 5.3.



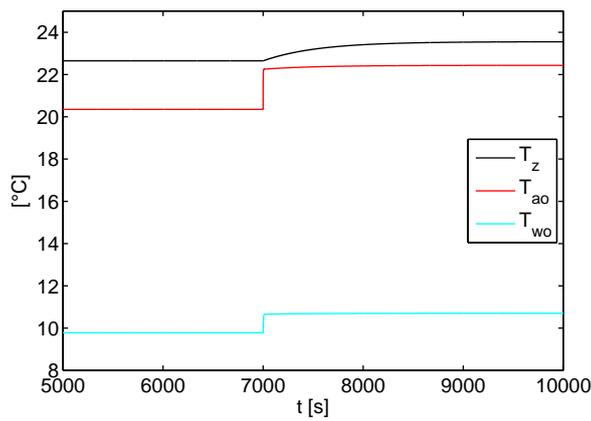
Portata aria 0.05  
 Portata acqua 0.05  0.15  
 Carichi nulli

**Figura 5.1:** Test sul nuovo modello: gradino sulla portata d'acqua.



Portata aria 0.05  
 Portata acqua 0.05  
 Carichi stanza1 100  500  
 Carichi stanza2 100  1000

**Figura 5.2:** Test sul nuovo modello: gradini sui carichi.



Portata aria 0.05  0.1  
 Portata acqua 0.05  
 Carichi 100

**Figura 5.3:** Test sul nuovo modello: gradino sulla portata d'aria.

In generale si può affermare che le dinamiche di  $T_{ao}$  e  $T_{wo}$  sono più verosimili rispetto all'altro modello (par. 3.2) in quanto a valori di assestamento in risposta a variazioni degli ingressi. Si è notato inoltre che non c'è alcuna dipendenza dalle condizioni iniziali, mentre non è così per il modello precedente. Tutto questo indica che da un lato questo modello descrive più accuratamente il comportamento della AHU, dall'altro che il sistema potrebbe essere controllato più efficacemente.

### 5.3 Considerazioni sul controllo

Mentre le equazioni della feedback linearization per le stanze non cambiano, è necessario ricalcolare quella per il controllo di  $x_3$  secondo questo nuovo modello di cooling coil. Posto ancora  $v_3 = \dot{x}_3$  e per semplicità

$$w = -c_4(u_1 + u_2)(x_3 - rT_r + (1 - r)u_6),$$

invertendo la (5.3) si ha

$$u_3 = (u_1 + u_2) \left[ \frac{c_3(w - v_3)}{v_3 + c_5(u_1 + u_2)^\ell(x_3 - x_4) - w} \right]^{1/\ell}.$$

Per scarsità di tempo a disposizione non si è approfondita la questione del controllo su questo plant. Come sviluppo futuro, sarà dunque opportuno effettuare test che consentano di valutare le prestazioni del sistema controllo in catena chiusa, analoghi a quelli del paragrafo 4.2. In tale sede, risulterà cruciale il dimensionamento della batteria (visto che il modello dipende da parametri geometrici/fisici) al fine di assicurare il soddisfacimento dei carichi richiesti ed una corretta attuazione del sistema. Inoltre, vista la struttura del modello della batteria, per quanto riguarda gli aspetti di simulazione in MATLAB<sup>TM</sup> /SIMULINK<sup>TM</sup>, particolare attenzione deve essere riservata alle variazioni a gradino sui carichi e sui setpoint delle grandezze controllate. Quest'ultima considerazione deriva dalla seguente osservazione: se  $v_3$  per qualche motivo venisse positivo, c'è il rischio che il termine tra quadre nella 5.3 venga negativo, con conseguente perdita di significato del calcolo, in quanto il risultato dell'elevamento a potenza potrebbe essere un numero complesso. Questo è però solo un discorso qualitativo, infatti le variabili da tenere presenti sono molte.

## Model-based fault detection

### 6.1 Panoramica

Per poter meglio comprendere cosa si intende per fault detection di tipo model-based, è utile dare una classificazione delle tecniche di FDD, seguendo quanto esposto in [10].

- FDD basata su *hardware redundancy*. Per la rilevazione di alcune misure sono installati non uno ma più sensori (identici). Se le uscite di essi sono significativamente diverse allora viene identificato un fault in quel punto del sistema. I vantaggi sono affidabilità ed isolation efficace; l'aspetto negativo è che si hanno maggiori costi. Un esempio di applicazione relativamente al tema trattato in questa tesi potrebbe essere la misurazione di  $T_{sa}$ : essendo una grandezza importante, per cui non è ammessa la non disponibilità, ha senso per essa prevedere due sensori e sfruttare dunque questo fatto per una detection basata su ridondanza di misura.
- FDD basata su *signal processing*. Assunto che nel sistema siano presenti segnali da cui è possibile trarre informazione su dei fault, la diagnosis di tali fault avviene tramite un'opportuna processazione di questi segnali, attraverso quelli che vengono definiti *symptoms* (esempi di symptoms sono ampiezza dei segnali, medie aritmetiche o quadratiche, limiti, derivate, momenti statistici, densità o righe spettrali, *cepstrum*<sup>1</sup>). Questo tipo di tecniche è applicato principalmente a sistemi in regime stazionario, meno adatto invece per sistemi fortemente dinamici.
- FDD basata su *plausibility test*. Si basa sulla verifica del rispetto di leggi fisiche da parte del sistema o parti di esso. Posto che un certo fault faccia perdere il soddisfacimento di una di tali leggi, quando ciò si

---

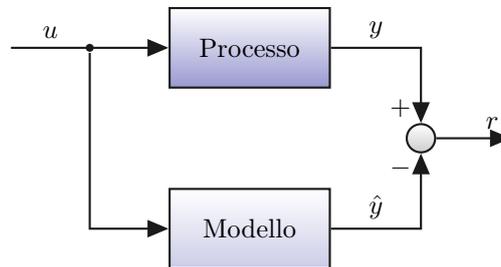
<sup>1</sup>Il *cepstrum* è il risultato della trasformata di Fourier applicata allo spettro in decibel di un segnale. Il suo nome deriva dal capovolgimento delle prime quattro lettere della parola *spectrum*.

verifica tale fault può essere segnalato. Le tecniche di questo tipo non sono adatte a sistemi complessi e per la isolation.

A questo punto si può dire che l'idea di fault detection di tipo model-based è quella di sostituire il concetto di *hardware redundancy* con quello di *software redundancy* (o *analytical redundancy*): si vuole cioè implementare su computer un modello del sistema da monitorare, in modo che questo dia dei valori di riferimento delle grandezze di interesse, più o meno come accade con la ridondanza delle misure usando due sensori. Il modello di riferimento viene dunque fatto girare in parallelo col processo vero e proprio, con gli stessi segnali di ingresso, ed è possibile un confronto in linea delle uscite. In condizioni normali queste si mantengono approssimativamente uguali, mentre si discostano quando si verifica un fault (in teoria, ma nella pratica può accadere che da alcune uscite non sia possibile riconoscere un fault, ad esempio perchè il modello è troppo semplificato oppure perchè l'uscita osservata non è in relazione con il fault in questione).

Le differenze tra le uscite del modello e quelle del processo sono dette “residui” (nel seguito indicati con la lettera  $r$ , da non confondere con il parametro per il ricircolo dell'aria). In Figura 6.1 una semplice rappresentazione.

La generazione dei residui può essere anche vista come un'estensione dei plausibility test, in cui la legge che va considerata è il legame tra l'ingresso e l'uscita.



**Figura 6.1:** Semplice schema che mostra la generazione dei residui negli approcci model-based.

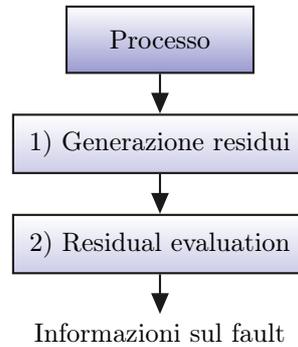
Esistono due modi per estrarre dai residui le informazioni utili per la diagnosis:

- sintetizzare un generatore di residui in grado di ottenere anche un disaccoppiamento tra il fault che si è verificato e gli altri fault, i disturbi, le incertezze nel modello;
- estrarre l'informazione sul fault che si è verificato mediante un *post-processing* dei residui. Questa procedura è detta *residual evaluation*.

Al primo di questi due approcci appartiene l'importante area della FD basata su osservatori: l'idea centrale sta nel sostituire al modello matematico un osservatore in grado di fornire stime per le uscite del processo nonché appunto

di ottenere il disaccoppiamento dei fault. Si veda il paragrafo 6.3.

Il secondo permette una divisione in due fasi del processo di FDD, alternativa alla tre-fasi data nell'introduzione (detection, isolation, identification): generazione dei residui e loro analisi per arrivare avere informazioni sui fault (Figura 6.2).



**Figura 6.2:** FDD in due fasi.

## 6.2 Tecniche di generazione dei residui

Dato che fault isolation e identification sono impossibili senza prima aver eseguito la detection, e dato che per mezzo dell'analisi dei residui quest'ultima è facilitata, lo sviluppo di tecniche di produzione e rielaborazione dei residui è giustificato. Essi sono precedentemente stati definiti come differenza di uscite tra processo e modello, a volte però non si opera sulle uscite ma su altre *features*, come ad esempio parametri (se si tratta con modelli derivanti da identificazione) o stime dello stato. Con abuso di linguaggio si parlerà comunque di residui.

In questo paragrafo, facendo riferimento a [38] (cap. 2, ma se ne parla anche in [10], cap. 1 e in [15]), vengono illustrati sinteticamente i quattro principali approcci per la generazione dei residui (meno l'ultimo, trattato nel paragrafo successivo), che sono:

- *parameter estimation*
- *parity relation*
- *factorisation*
- *observer-based*.

In comune hanno il fatto di rifarsi tutti a un modello matematico, da cui sono derivati i valori dei residui. Naturalmente più esso sarà raffinato e robusto, migliori saranno gli esiti per la FDD.

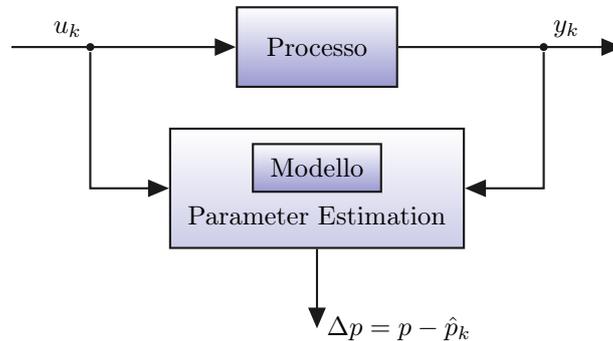
### Parameter estimation

Il modello matematico consiste in un modello derivante da identificazione parametrica sulla base dei valori di ingresso e uscita del processo in condizioni normali di funzionamento. Il processo di identificazione fornisce in particolare il vettore dei parametri  $p$  di riferimento. L'obiettivo è quello di individuare i fault tramite le misure di ingressi e uscite ( $u$ ,  $y$ ) e in particolare dalle stime dei parametri  $\hat{p}$ . Il modello può essere espresso come

$$\hat{y}_k = g(\Theta_k, \hat{p}_k)$$

dove  $\Theta_k$  può comprendere valori attuali o precedenti di  $u$ , valori precedenti di  $y$  o  $\hat{y}$ , e il precedente errore di predizione. Quando si verifica un fault nel processo, la nuova stima dei parametri risulta diversa da  $p$ , ossia si ha  $\Delta p = p - \hat{p}_k \neq 0$  e ciò permette di segnalare il fault.

Lo svantaggio in questo approccio sta nel fatto che non sempre i parametri che vengono identificati hanno un significato fisico, quindi la isolation può risultare difficoltosa. Difficoltà si hanno anche quando  $g(\cdot)$  è non lineare nei parametri: in questo caso si devono applicare tecniche di identificazione non lineari, le quali richiedono un certo tempo di calcolo e dunque può non essere possibile riconoscere prontamente un fault. Infine è piuttosto complicato riconoscere fault a livello di attuatori e sensori sulle uscite, cioè all'esterno del processo modellato.



**Figura 6.3:** Schema di fault detection basata su parameter estimation.

### Parity relation

Questa tecnica si basa su quelle che sono definite *parity equations*, equazioni algebriche risolvibili nella maggior parte dei casi con tecniche di algebra lineare. Lo studio può avvenire sia mediante funzioni di trasferimento (come si fa in [12]), oppure in spazio di stato (come in [5]). In questo secondo caso si consideri ad esempio il sistema lineare tempo-invariante

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + L_a f_{a,k} \\ y_k &= Cx_k + Du_k + L_s f_{s,k} \end{aligned}$$

in cui  $f_a$  rappresenta il vettore dei fault sugli attuatori e  $f_s$  quello dei fault sui sensori delle uscite. Si considerano poi le misure nell'intervallo di tempo  $[k, k + \tau]$  e si pone

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_{k-\tau} \\ y_{k-\tau+1} \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}}_{Y_k} = H \underbrace{\begin{bmatrix} u_{k-\tau} \\ u_{k-\tau+1} \\ \vdots \\ u_k \end{bmatrix}}_{U_k} + W x_{k-\tau} + M_a \underbrace{\begin{bmatrix} f_{a,k-\tau} \\ f_{a,k-\tau+1} \\ \vdots \\ f_{a,k} \end{bmatrix}}_{F_{a,k}} + M_s \underbrace{\begin{bmatrix} f_{s,k-\tau} \\ f_{s,k-\tau+1} \\ \vdots \\ f_{s,k} \end{bmatrix}}_{F_{s,k}}$$

dove

$$H = \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{\tau-1}B & CA^{\tau-2}B & \dots & CB & D \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^\tau \end{bmatrix}$$

$$M_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ CL_a & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{\tau-1}L_a & CA^{\tau-2}L_a & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad M_s = \begin{bmatrix} L_s & 0 & \dots & 0 \\ 0 & L_s & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & L_s \end{bmatrix}.$$

A questo punto i residui sono dati da

$$r_k = V(Y_k - HU_k) = V(Wx_{k-\tau} + M_a F_{a,k} + M_s F_{s,k})$$

e  $V$  è una matrice di proiezione. Per rendere i residui non dipendenti dallo stato si deve soddisfare  $VW = 0$ , mentre per assicurare la rilevazione del fault si deve avere  $VM_a \neq 0$  e/o  $VM_s \neq 0$ . E' possibile estendere questi ragionamenti anche a sistemi tempo-varianti e in cui si tengono conto di disturbi. Per approfondimenti si veda anche [6] e [16].

### Factorisation

In questo approccio i residui sono generati nel dominio della frequenza. Riferendosi alla Figura 6.4, il modello è descritto da

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_f(s)f(s)$$

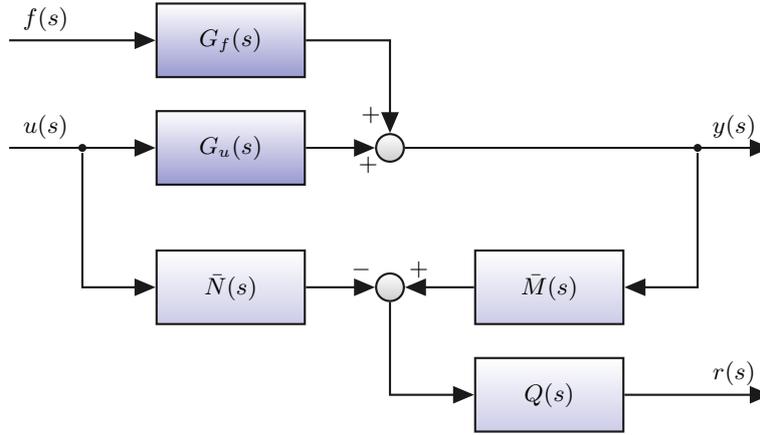
con  $G_u(s)$  funzione di trasferimento razionale propria, fattorizzabile in

$$G_u(s) = \bar{M}(s)^{-1}\bar{N}(s)$$

dove  $\bar{M}(s)$  e  $\bar{N}(s)$  sono funzioni di trasferimento stabili e razionali. I residui vengono allora generati nel seguente modo:

$$r(s) = Q(s)\bar{M}(s)G_f(s)f(s).$$

Non avendo supposto incertezze o disturbi nel modello, è chiaro che i residui dipendono solo dai fault. Per approfondimenti si rimanda a [6].



**Figura 6.4:** Schema per la generazione di residui con la tecnica factorisation.

### 6.3 Utilizzo di osservatori

Quello degli osservatori è un argomento vasto, ma in questa sede è importante fare una distinzione fondamentale: da un lato si hanno gli osservatori dello stato (come ad esempio quello di Luenberger), dall'altra gli osservatori che permettono di fare diagnosis. I primi danno stime sullo stato di un sistema, da queste poi si derivano stime sulle uscite e infine si arriva ad avere i residui (Figura 6.5), i secondi invece forniscono direttamente i residui, senza interessarsi delle stime dello stato (sono infatti visti come osservatori dell'uscita). Questi ultimi inoltre dovrebbero far dipendere i residui solamente dai fault e non da ingressi o disturbi. Nella pratica accade che i due concetti siano spesso confusi e si parla genericamente di osservatori, addirittura quelli del primo tipo sono più diffusi degli altri.

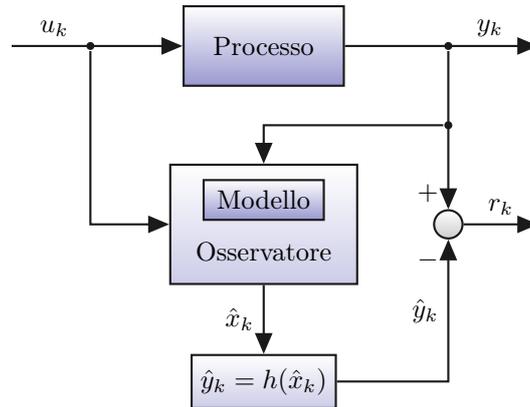
La teoria degli osservatori si applica molto bene quando il processo è modellato con uno spazio di stato.

Una sottoclasse, tra l'altro molto studiata, è quella degli osservatori per *unknown input* (cioè ingressi non noti), a cui spesso si ricorre per affrontare il problema della robustezza rispetto a incertezza nel modello e disturbi. Facendo riferimento a [38] (cap. 2.2), si consideri ad esempio il seguente sistema:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= A_k x_k + B_k u_k + E_k d_k + L_{a,k} f_{a,k} \\ y_k &= C_k x_k + L_{s,k} f_{s,k}\end{aligned}$$

dove il termine  $Ed$  rappresenta i disturbi che lo interessano e, come in precedenza,  $f_a$  e  $f_s$  rappresentano i fault. La struttura generale di un *unknown input observer* è data da

$$\begin{aligned}z_{k+1} &= F_{k+1} z_k + T_{k+1} B_k u_k + K_{k+1} y_k \\ \hat{x}_{k+1} &= z_{k+1} + H_{k+1}.\end{aligned}$$



**Figura 6.5:** Generazione dei residui utilizzando osservatori.

Sotto opportune condizioni per la scelta delle matrici dell'osservatore, alla fine risulta che gli errori di stima dello stato  $e$  e i residui sono dati da

$$e_{k+1} = F_{k+1}e_k + T_{k+1}L_{a,k}f_{a,k} + H_{k+1}L_{s,k+1}f_{s,k+1} - K_{1,k+1}L_{s,k}f_{s,k}$$

$$r_{k+1} = C_{k+1}e_{k+1} + L_{s,k+1}f_{s,k+1}.$$

Le cose si possono anche estendere al caso non lineare.

Un'altra particolare classe di osservatori che merita di essere qui nominata è quella degli osservatori bilineari, che si applicano appunto ai sistemi non lineari bilineari. In [38] (cap. 2.3 e riferimenti interni) si riporta il caso di un sistema nella forma

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \sum_{i=1}^m B_i u_i(t)x(t) + E_1 d(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + E_2 d(t)$$

e per esso si dà la seguente struttura per l'osservatore:

$$\dot{\zeta}(t) = F\zeta(t) + Gy(t) + \sum_{i=1}^m L_i u_i(t)y(t)$$

$$\hat{x}(t) = H\zeta(t) + Ny(t).$$

Un approfondimento sul tema è costituito ad esempio dall'articolo [40], in cui viene proposto un approccio generale ai sistemi bilineari con ingressi non noti e si danno struttura e condizioni per un osservatore bilineare e per un osservatore bilineare stretto, in grado di riconoscere tutti i fault che si possono presentare. Data la complessità della trattazione, per le formule si rimanda al riferimento bibliografico.

Un'ultima osservazione che si può fare a proposito degli osservatori/stimatori

(dello stato) è che il loro impiego principale non è legato alla FDD, bensì hanno il semplice scopo di dare delle stime. Per questa ragione sono molto utili anche nella progettazione di sistemi di controllo, quando ad esempio sono necessarie delle grandezze non accessibili nella pratica ma che servono per progettare il controllore.

## 6.4 Esempi di fault e considerazioni

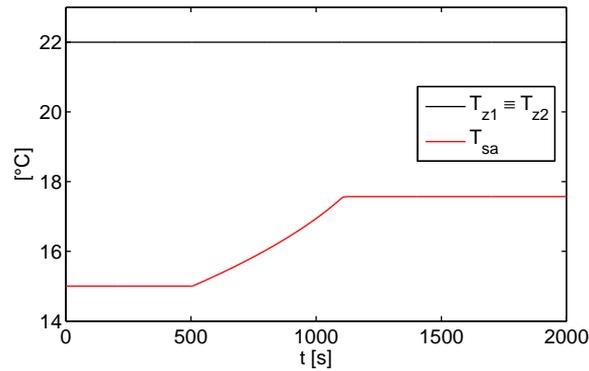
Com'era da obiettivo di questa tesi, è stato costruito uno schema plant + controllo sul quale poter basare uno studio riguardante la fault detection. L'idea è quella di usare tale modello in un duplice utilizzo: da una parte il plant sta a rappresentare un impianto reale (sia detto A), e su questo schema possono essere simulati fault di varia natura, dall'altra rappresenta un riferimento per il corretto funzionamento dell'impianto (sia detto B). Posti questi due schemi in funzionamento parallelo, con la stessa legge di controllo applicata, dal confronto delle uscite si dovrebbe essere in grado di identificare i guasti introdotti. I residui sono calcolati come le differenze tra le uscite del plant A e quelle del plant B. Sull'analisi di tali residui si possono applicare tecniche di classificazione come *Support Vector Machine* [23].

Di seguito si riportano alcuni tipi di fault che possono interessare il plant trattato e come possono essere generati. Nella pratica molti guasti avvengono in modo progressivo, tipo un deterioramento di un componente, piuttosto che in modo brusco; quando è ragionevole però, per riprodurli è più semplice rifarsi a questa seconda modalità. Convieni anche fare l'ipotesi che non si verifichino più fault contemporaneamente.

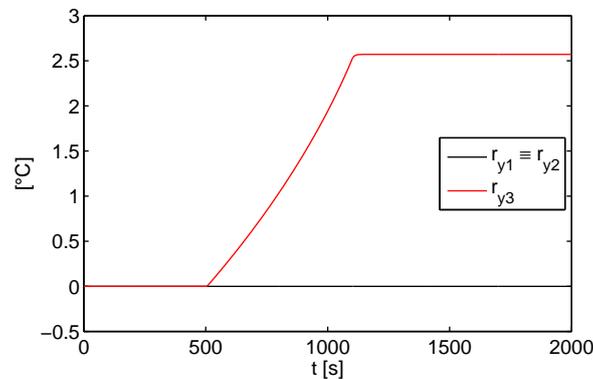
1. Un primo tipo di guasto che potrebbe verificarsi, che è anche tra i più semplici da simulare, è il cambiamento dell'offset di un sensore di temperatura, come quelli che rilevano la temperatura di una stanza: ad esempio si può aggiungere un grado ai valori di  $T_{z1}$  da un certo istante in poi.
2. Altri componenti che sono soggetti a possibili malfunzionamenti sono gli organi di attuazione, come le valvole che regolano il flusso d'acqua o i ventilatori e le serrande che regolano il flusso d'aria. In questo caso si interviene a modificare l'ingresso  $u_i$  che interessa. Se ad esempio si vuole riprodurre una perdita di portata del 20% per la valvola dell'acqua nella batteria di raffreddamento, si può operare nel seguente modo:
  - fissati i setpoint per le varie uscite, si definisce  $u_3^*$  come il valore che il terzo ingresso assume in regime stazionario;
  - da un certo istante di simulazione  $t^*$  si disconnette l'ingresso  $u_3$  e al suo posto si applica una rampa che parte dal valore  $u_3^*$  e scende fino al valore  $0.8u_3^*$  in un tempo sensato, tipo 10min.

Per questo caso è stata anche eseguita una simulazione: in Figura 6.6 si hanno le uscite del sistema A e in Figura 6.7 si hanno i relativi residui

delle uscite controllate (ossia  $T_{z1}$ ,  $T_{z2}$ ,  $T_{sa}$ ). Si osserva che  $r_{y3}$  sale fino a circa 2.6, difatti c'è un aumento della temperatura dell'aria di mandata di  $2.6^\circ\text{C}$  rispetto al sistema B di riferimento (a causa della diminuzione forzata del flusso d'acqua); la temperatura delle stanze invece non ne risente, perchè il sistema di controllo fa variare gli ingressi  $u_1$   $u_2$  per compensare questo fatto. Questo esempio evidenzia anche un'altra cosa: se c'è un fault non è detto che esso abbia conseguenze su tutte le uscite; questo vale in generale, ma è tanto più vero qui per via del disaccoppiamento degli ingressi.



**Figura 6.6:** Uscite in seguito a un fault sulla pompa dell'acqua (diminuzione di portata).



**Figura 6.7:** Residui in seguito al fault sulla pompa dell'acqua.

- Altri tipi di fault che possono essere presi in considerazione, oltre a quelli su ingressi o uscite, sono quelli che riguardano i parametri. In questa sede essi sono supposti tempo-invarianti, però nella pratica possono non esserlo e addirittura potrebbero manifestare dei mutamenti imprevisti. Un esempio può riguardare il parametro  $r$  che rappresenta l'apertura della serranda dell'aria di ricircolo: a causa di un guasto del meccanismo di movimentazione essa potrebbe anche aprirsi o chiudersi del tutto,

causando magari difficoltà nella regolazione delle temperature, oltre che a un ricambio d'aria non come desiderato.

Un altro parametro dove si potrebbe intervenire “artificialmente” è  $(UA)_c$ , per variare, in un certo senso, l'efficienza della AHU.

### Considerazioni su alcune grandezze

In questo studio si sono supposte disponibili le seguenti grandezze:  $T_{z1}$ ,  $T_{z2}$ ,  $T_{sa}$ ,  $T_{ai}$ ,  $T_{wi}$ ,  $T_{wo}$ ,  $T_{ext}$ , le portate d'aria alle stanze e quella d'acqua nella batteria (come ingressi), oltre ai vari parametri costanti.

Si è già detto che  $T_{wi}$  è supposta nota perchè deriva dal controllo sull'acqua di mandata dal chiller.

$T_{ai}$  viene calcolata come la media pesata tra la temperatura dell'aria di rinnovo e quella di ricircolo, la quale a sua volta è una media pesata delle temperature dei flussi d'aria che escono dalle stanze. Qui è utilizzata per scrivere gli scambi termici nel modello però nella pratica essa non serve: il suo effetto si ha indirettamente come calore assorbito dall'acqua, non è necessario nè misurarla ne tanto meno calcolarla.

Alcune grandezze poi potrebbero non essere misurate direttamente, ma essere invece stimate. Operando con due stanze è lecito pensare che ci siano due sensori che rilevano le temperature, ma se si ha a che fare con un sistema più complesso, in cui una zona comprende più stanze, è possibile che in una di queste il sensore non sia presente o non funzioni. Ne segue che si deve ricavare una stima della temperatura di tale stanza a partire dai dati derivanti dalle altre.

Per misure di una certa importanza al contrario, per cui non è ammessa la non disponibilità, come  $T_{sa}$ , si possono prevedere ridondanze nelle rilevazioni. Di questo si è parlato nel paragrafo 6.1.

Un discorso a parte va fatto per gli ingressi. Quelli qui considerati rappresentano le azioni di controllo ma non sono i veri e propri segnali di attuazione. Magari per  $u_3$  c'è effettiva stretta correlazione col comando di movimentazione della valvola dell'acqua, ma per  $u_1$  e  $u_2$  la cosa è più complessa. Si ricordi infatti che si è fatta l'importante semplificazione di considerare un tutt'uno la coppia ventilatore/cassetta VAV, quindi la portata d'aria a una zona dipende sia dalla velocità del ventilatore sia dall'apertura della serranda. Nella cassetta però, come detto nel capitolo 2, è presente un misuratore di portata, per cui sono direttamente confrontabili i valori rilevati da esso con quelli degli ingressi  $u_1$ ,  $u_2$  dati dall'impianto B di riferimento.

## Conclusioni e sviluppi futuri

In questa tesi si è costruito un modello non lineare di un sistema HVAC di tipo VAV incentrato prevalentemente sulla batteria di raffreddamento e sugli scambi di calore riguardanti le zone termiche. E' stato scelto un approccio model-based in spazio di stato per il vantaggio di avere accesso alle grandezze del sistema e monitorarne il funzionamento. Inoltre, dato che il fine ultimo è quello di fare fault detection, in questo modo è possibile simulare dei guasti anche all'interno del sistema stesso, e non magari solo su uscite o ingressi. Le dinamiche simulate per il sistema in catena aperta sono parse accettabili.

Data poi la necessità di inserire questo plant in uno schema controllato, è stata applicata la tecnica di feedback linearization, che permette di disaccoppiare gli ingressi, dato che il modello ottenuto è comunque risultato di una certa complessità. In particolare il disaccoppiamento permette di agire su un solo ingresso quando si vuole modificare una sola uscita, senza che ci siano effetti sulle altre. Per di più è stato sufficiente utilizzare controllori di tipo proporzionale, invece che magari dei PID. Si è così ottenuto un sistema di controllo capace di rispondere bene alle variazioni sui setpoint, sia in quanto a errore a regime nullo, sia in quanto a transitori.

Il modello alternativo per la batteria di raffreddamento, considerato in un secondo momento, è risultato capace di risposte in catena aperta per il plant più verosimili del precedente. Tuttavia non si è approfondito il suo inserimento in catena chiusa con il sistema di controllo per motivi di tempo a disposizione. L'adattamento dell'algoritmo e dello schema di controllo a questo nuovo modello è senza dubbio un interessante sviluppo futuro, cercando di dimensionare adeguatamente il sistema e di prestare attenzione al modo con cui si variano setpoint e disturbi.

Molti altri spunti per sviluppi futuri sono dati dal capitolo 6, proprio riguardo l'obiettivo iniziale: a partire dal modello per un processo e un modello per le simulazioni (che in questo caso coincidono), si possono simulare dei fault sull'impianto, valutare le risposte delle uscite, calcolare i residui e infine applicare tecniche di fault detection e diagnosis, come i classificatori SVM [23].



## Feedback linearization

Si riporta qui il processo di feedback linearization <sup>1</sup> per un sistema SISO non lineare di dimensione  $n$  della forma

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Si cerca un cambio di coordinate  $z = \Phi(x)$  in modo da portarsi nella cosiddetta *forma normale*, dalla quale è possibile ricavare un feedback linearizzante della forma  $u = a(x) + b(x)v$  che fornisce una mappa lineare tra  $v$  e  $y$ . Per assicurare che il nuovo sistema sia equivalente a quello originale, la trasformazione  $\Phi(x)$  deve essere un diffeomorfismo, cioè non solo invertibile, ma anche differenziabile assieme alla sua inversa (ciò può comportare che il dominio della trasformazione debba essere ristretto, quindi la validità sarà locale). Nella forma normale si cerca di fare in modo che i nuovi stati corrispondano alle derivate successive di  $y$  (fino alla  $(n-1)$ -esima). Conviene introdurre la notazione data dalla *derivata di Lie*: si definisce derivata di Lie di  $h(x)$  rispetto a  $f(x)$  come

$$\mathcal{L}_f h(x) = \frac{dh(x)}{dx} f(x)$$

e analogamente si definisce derivata di Lie di  $h(x)$  rispetto a  $g(x)$  come

$$\mathcal{L}_g h(x) = \frac{dh(x)}{dx} g(x).$$

Si può dunque scrivere

$$\dot{y} = \frac{dh(x)}{dx} \dot{x} = \frac{dh(x)}{dx} f(x) + \frac{dh(x)}{dx} g(x)u = \mathcal{L}_f h(x) + \mathcal{L}_g h(x)u.$$

---

<sup>1</sup>Fonti: Wikipedia; dispense del prof. Mauro Bisiacco (docente presso Università degli Studi di Padova) per il corso di Tecniche Avanzate di Controllo, a.a. 2009-2010; articolo [30] per il caso MIMO.

Questa simbologia viene utile, perchè compatta, quando si considerano più derivazioni, esempi:

$$\mathcal{L}_f^2 h(x) = L_f L_f h(x) = \frac{d(\mathcal{L}_f h(x))}{dx} f(x), \quad (\text{A.2})$$

$$\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f h(x) = \frac{d(\mathcal{L}_f h(x))}{dx} g(x). \quad (\text{A.3})$$

Un altro concetto utile è quello di *grado relativo*: si dice che il grado relativo del sistema (A.1) in  $x_0$  a è  $r$  se,  $\forall x$  in un intorno di  $x_0$  e  $\forall \leq k - 2$ , si ha

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^k h(x) &= 0 \\ \mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^{r-1} h(x_0) &\neq 0. \end{aligned}$$

In un sistema LTI esso corrisponde alla differenza tra il grado del denominatore e quello del numeratore della funzione di trasferimento, ossia alla differenza tra numero di poli e di zeri. Essendo interessati al modo in cui  $u$  interviene nel sistema, da questa definizione segue che  $r$  è il numero di volte che bisogna derivare  $y$  prima che  $u$  compaia esplicitamente.

Supponendo  $r = n$ <sup>2</sup> si ha che i termini  $\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^i h(x)$  sono nulli per  $i = 1, \dots, n - 2$ , dunque derivando l'uscita risulta

$$\begin{aligned} y &= h(x) \\ \dot{y} &= \mathcal{L}_f h(x) \\ &\vdots \\ y^{(n-1)} &= \mathcal{L}_f^{n-1} h(x) \\ y^{(n)} &= \mathcal{L}_f^n h(x) + \mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^{n-1} h(x) u \end{aligned}$$

dove con  $y^{(i)}$  è indicata la derivata  $i$ -esima di  $y$ .  $u$  non contribuisce nelle prime  $(n - 1)$  derivate e la trasformazione  $\Phi$  è definita proprio attraverso queste ultime:

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} z_1(x) \\ z_2(x) \\ \vdots \\ z_n(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(x) \\ \mathcal{L}_f h(x) \\ \vdots \\ \mathcal{L}_f^{(n-1)} h(x) \end{bmatrix}$$

Nelle nuove coordinate il sistema diventa allora

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \mathcal{L}_f h(x) = z_2(x) \\ \dot{z}_2 = \mathcal{L}_f^2 h(x) = z_3(x) \\ \vdots \\ \dot{z}_n = \mathcal{L}_f^n h(x) + \mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^{n-1} h(x) u \end{cases}$$

<sup>2</sup> $r = n$  è il caso più interessante in quanto corrisponde col linearizzare l'intero sistema, altrimenti se  $r < n$  se ne linearizza solo una parte, e permane un sottosistema non lineare che comunque non ha influenza sull'uscita.

da cui il feedback linearizzante

$$u = \frac{1}{\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^{n-1} h(x)} (-\mathcal{L}_f^n h(x) + v)$$

che porta il sistema nella seguente forma:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_n = v \end{cases}$$

Usando dunque una legge di controllo lineare  $v = Kz$  è possibile allocare arbitrariamente i poli del sistema LTI

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & \dots & -k_n \end{bmatrix}$$

essendo  $K = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]$ .

Le cose si possono estendere al caso MIMO con  $m$  ingressi e altrettante uscite. Posto il sistema nella forma

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g_1(x)u_1 + \dots + g_m(x)u_m \\ y = h(x) \end{cases}$$

si derivano le varie componenti di  $y$ :

$$y_i^{(r_i)} = \mathcal{L}_f^{r_i} h_i + \sum_{j=1}^m (\mathcal{L}_{g_j} \mathcal{L}_f^{(r_i-1)} h_i) u_j \quad i = 1, \dots, m$$

finchè si trova un  $r_i$  tale che  $\mathcal{L}_{g_j} \mathcal{L}_f^{(r_i-1)} h_i \neq 0$  per almeno un  $j$ . Ripetendo la cosa per  $i = 1, \dots, m$  si giunge a un set di  $m$  equazioni:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_1^{(r_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ \mathcal{L}_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix} + E(x) \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

dove  $E(x)$  è detta “matrice di disaccoppiamento” ed ha la seguente struttura:

$$E(x) = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{g_1} \mathcal{L}_f^{r_1-1} h_1 & \dots & \mathcal{L}_{g_m} \mathcal{L}_f^{r_1-1} h_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{L}_{g_1} \mathcal{L}_f^{r_m-1} h_m & \dots & \mathcal{L}_{g_m} \mathcal{L}_f^{r_m-1} h_m \end{bmatrix}$$

Se  $E(x)$  è invertibile la legge di controllo che realizza disaccoppiamento e linearizzazione tra  $y$  e i nuovi ingressi  $v_i$  è

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} = -E(x)^{-1} \begin{bmatrix} \mathcal{L}_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ \mathcal{L}_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix} + E(x)^{-1} \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}.$$

## Bibliografía

- [1] Betzaida Argüello-Serrano and Miguel Vélez-R. Nonlinear Control of a Heating, Ventilating, and Air Conditioning System with Thermal Load Estimation. *IEEE Transaction on Control System Technology*, 7(1), January 1999.
- [2] ASHRAE - Handbook. *Fundamentals*, 2005. [www.ashrae.org](http://www.ashrae.org).
- [3] ASHRAE - Handbook. *HVAC Systems and Equipment*, 2008. [www.ashrae.org](http://www.ashrae.org).
- [4] Nebil Ben-Aissa. *Heating, Ventilation, and Air Conditioning (HVAC) Controls: Variable Air Volume (VAV) Systems*. VisSim Tutorial Series, 1997.
- [5] Hanen Berriri and Ilhem Slama-Belkhodja. Enhanced Parity Equations Method for Sensor Fault Detection in Electrical Drives. In *2010 Conference on Control and Fault Tolerant Systems*, Nice, France, October 2010.
- [6] Jie Chen and Ron J. Patton. *Robust Model-based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Kluwer Academic Publishers, London, 1999.
- [7] Wu Chen and Shiming Deng. Development of a dynamic model for a DX VAV air conditioning system. *Energy Conversion and Management*, (47):2900–2924, 2006. [www.elsevier.com/locate/enconman](http://www.elsevier.com/locate/enconman).
- [8] Sung-Hwan Cho, Young-Ju Hong, Won-Tae Kim, and M. Zaheeruddin. Multi-fault detection and diagnosis of HVAC systems: an experimental study. *International Journal of Energy Research*, (29):471–483, 2005.
- [9] D.R. Clark. Building Systems and Equipment Simulation Program HVACSIM+ - User's Manual. *National Bureau of Standards and Technology*, 1985.

- 
- [10] S. X. Ding. *Model-based Fault Detection Techniques: Design Schemes, Algorithms, and Tools*. Springer, 2008.
- [11] Zhimin Du and Xinqiao Jin. Detection and diagnosis for sensor fault in HVAC systems. *Energy Conversion and Management*, (48):693–702, 2007. [www.elsevier.com/locate/enconman](http://www.elsevier.com/locate/enconman).
- [12] I. Fagarasan and S. St. Iliescu. Parity Equations for Fault Detection and Isolation. IEEE, 2008.
- [13] Zhijian Hou, Zhiwei Lian, Ye Yao, and Xinjian Yuan. Data mining based sensor fault diagnosis and validation for building air conditioning system. *Energy Conversion and Management*, (47):2479–2490, 2006. [www.elsevier.com/locate/enconman](http://www.elsevier.com/locate/enconman).
- [14] John M. House, Won Yong Lee, and Dong Ryul Shin. Classification Techniques for Fault Detection and Diagnosis of an Air-Handling Unit. *ASHRAE Transaction: Symposia*, pages 1087–1097, May 1999.
- [15] Rolf Isermann. Model-based fault detection and diagnosis. Status and applications, 2004.
- [16] Rolf Isermann. *Fault-Diagnosis Systems. An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance*. Springer, Berlin, 2006.
- [17] Guang-Yu Jin, Wen-Jian Cai, Yao-Wen Wang, and Ye Yao. A simple dynamic model of cooling coil unit. *Energy Conversion and Management*, (47):2659–2672, 2006. [www.elsevier.com/locate/enconman](http://www.elsevier.com/locate/enconman).
- [18] Srinivas Katipamula and Michael R. Brambley. Methods for Fault Detection, Diagnostics, and Prognostics for Building Systems - A Review, Part I. *International Journal of HVAC&R Research*, 11(1), January 2005. [www.ashrae.org](http://www.ashrae.org).
- [19] Won Yong Lee, John M. House, and Nam Ho Kyong. Subsystem level fault diagnosis of a building’s air-handling unit using general regression neural networks. *Applied Energy*, (77):153–170, 2004. [www.elsevier.com/locate/apenergy](http://www.elsevier.com/locate/apenergy).
- [20] Shun Li. *A Model-Based Fault Detection and Diagnostic Methodology for Secondary HVAC Systems*. PhD thesis, Drexel University, August 2009.
- [21] Xuquan Li, Zhigang Shi, and Songtao Hu. A Novel Control Method of a Variable Volume Air Conditioning System for Indoor Thermal Environment. *2010 2nd International Conference on Computer Engineering and Technology*, 2, 2010.
- [22] Jian Liang and Ruxu Du. Thermal Comfort Control Based on Neural Network for HVAC Application. In *2005 IEEE Conference on Control Applications*, August 2005.

- [23] Jian Liang and Ruxu Du. Model-based Fault Detection and Diagnosis of HVAC systems using Support Vector Machine method. *International Journal of Refrigeration*, (30):1104–1114, 2007.
- [24] C.H. Lo, P.T. Chan, Y.K. Wong, A.B. Rad, and K.L. Cheung. Fuzzy-genetic algorithm for automatic fault detection in HVAC systems. *Applied Soft Computing*, (7):554–560, 2007. [www.elsevier.com/locate/asoc](http://www.elsevier.com/locate/asoc).
- [25] Rob Moul. Control Strategies for VAV Air Handling Units - Part 2. *Air Conditioning and Refrigeration Journal*. [www.ishrae.in/journals/1999apr/article03.html](http://www.ishrae.in/journals/1999apr/article03.html).
- [26] Nabil Nassif, Stanislaw Kajl, and Robert Sabourin. Modeling and validation of existing VAV system components.
- [27] W. Robert Norris and Ramavarapu S. Sreenivas. On a Control Policy that maintains Indoor Air Quality in a Variable-Air-Volume Air-Handling Unit. In *1997 IEEE International Conference on Control Applications Hartford*, October 1997.
- [28] Vasile Palade, Cosmin Danut Bocaniala, and Lakhmi Jain. *Computational Intelligence in Fault Diagnosis*. Springer, London, 2006.
- [29] Bjørn R. Sørensen. Modelling and simulation of a HVAC system, 1999.
- [30] N.C. Sahoo, B.K. Panigrahi, P.K. Dash, and G. Panda. Application of a multivariable feedback linearization scheme for stat-com control. *Electric Power Systems Research*, (62):81–91, 2002. [www.elsevier.com/locate/epsr](http://www.elsevier.com/locate/epsr).
- [31] T. I. Salsbury and R. C. Diamond. Fault detection in HVAC systems using modelbased feedforward control.
- [32] Luca Stefanutti. *Manuale degli impianti di climatizzazione*. Tecniche Nuove, 2008.
- [33] Jeff Stein and Mark M. Hydeman. Development and Testing of the Characteristic Curve Fan Model. *ASHRAE Transactions: Symposia*, 2004.
- [34] Bourhan Tashtoush, M. Molhim, and M. Al-Rousan. Dynamic model of an HVAC system for control analysis. *Energy*, (30):1729–1745, 2005. [www.elsevier.com/locate/energy](http://www.elsevier.com/locate/energy).
- [35] N. Tudoroiu and M. Zaheeruddin. Fault detection and diagnosis of valve actuators in HVAC systems. In *2005 IEEE Conference on Control Applications*, August 2005.

- 
- [36] Nicolae Tudoroiu, Mohamed Zaheeruddin, Elena-Roxana Tudoroiu, and Victor Jeflea. Fault Detection and Diagnosis (FDD) in Heating Ventilation Air Conditioning Systems (HVAC) Using an Interactive Multiple Model Augmented Unscented Kalman Filter (IMMAUKF). *IEEE*, May 2008.
- [37] Kevin Weaver and Charles Culp. Static Pressure Losses in 6", 8", and 10" Non-Metallic Flexible Duct.
- [38] Marcin Witczak. *Lecture Notes in Control and Computer Science - Volume 1*. University of Zielona Góra Press, Poland, 2003.
- [39] Harunori Yoshida, Sanjay Kumar, and Yasunori Morita. On-line fault detection and diagnosis in VAV air handling unit by RARX modeling. *Energy and Buildings*, (33):391–401, 2001. [www.elsevier.com/locate/enbuild](http://www.elsevier.com/locate/enbuild).
- [40] D. Yu and D. N. Shields. A Bilinear Fault Detection Observer. *Automatica*, 32(11):1597–1602, 1996.