



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Il ciclo Jetter e le reazioni termonucleari del litio

Relatore

Prof. Lorenzo Fortunato

Laureando

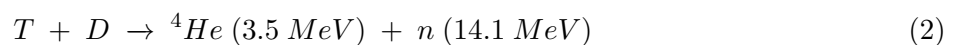
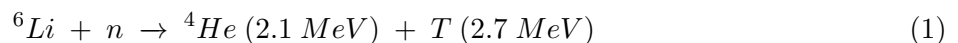
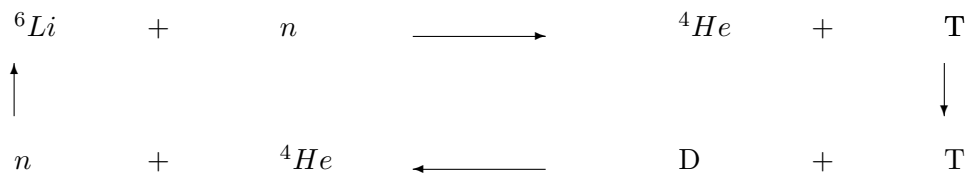
Giulio Albertin

Anno Accademico 2021/2022

1 Introduzione

Mai come oggi l'energia è un tema caldo e attuale. Condizioni ambientali ed economiche sempre più preoccupanti richiedono l'urgenza di trovare soluzioni alternative per la produzione di energia, la quale deve soddisfare due condizioni: deve essere pulita, ovvero non creare ulteriori danni ambientali e inquinamento, e economicamente sostenibile, tale da essere commercializzata nel mercato. In questa direzione sta procedendo la ricerca della fusione nucleare e dei plasmi da fusione, anche se a rilento. Infatti, si riscontra una difficoltà oggettiva nel confinamento magnetico dei plasmi, gas elettrizzati molto caldi in cui possono avvenire le reazioni di fusione. Inoltre, la loro resa energetica non è ancora economicamente conveniente. Solo di recente si è arrivati a superare sperimentalmente il pareggio energetico. Portarsi da questa situazione alla condizione in cui si produce energia commercializzabile con costi accessibili ai mercati, è una strada lunga che passa dall'attuazione di molte ricerche che sono ancora allo stadio preliminare. Riflessioni più approfondite su questo argomento si possono trovare nell'articolo "Nuclear fusion, an energy source" di R. Toschi [1]. Nello specifico, un plasma da fusione deve essere abbastanza caldo da far sì che le particelle siano abbastanza energetiche da riuscire a vincere la mutua repulsione coulombiana, dell'ordine dei MeV, e collidere formando un nuovo nucleo, infatti in queste condizioni energetiche le particelle sono completamente ionizzate. Un altro problema da considerare è che molto spesso le reazioni avvengono a livello super-critico, ovvero in condizioni tali da generare una cascata incontrollata di reazioni che aumenta sempre più l'energia del plasma e può portare a conseguenze drammatiche. Trovare reazioni che portano all'interruzione della catena di reazioni è possibile, ma difficile da attuare. Molti di questi argomenti introduttivi alla fisica della fusione nucleare possono essere trovati nel seguente articolo [2].

Una strada alternativa che si propone di percorrere questa tesi parte da un articolo degli anni '50 dello tedesco studioso Ulrich Jetter [3], in cui viene descritta la seguente catena di reazioni nucleari, denominata come "Jetter cycle":



Questo ciclo è formato da una prima reazione di fissione del litio indotta dai neutroni e una seconda reazione di fusione nucleare tra deuterio e trizio. La prima reazione produce un $Q_{value} = 4.8 \text{ MeV}$ che si distribuisce nei prodotti a seconda del rapporto delle masse dei prodotti come spiegato nel libro "Introductory Nuclear Physics" [4]. La seconda reazione libera un'energia pari a $Q_{value} = 17.6 \text{ MeV}$, dove il neutrone, molto più leggero della particella di ${}^4\text{He}$, acquisisce l'80% ca. dell'energia a disposizione.

La catena di reazioni può essere ricreata verosimilmente con un fascio energetico di neutroni che incide su di un bersaglio di ${}^6\text{LiD}$ (deuteruro di litio - 6) un sale ionico usato come principale combustibile delle reazioni termonucleari e nelle bombe a fusione nucleare. Il ${}^6\text{Li}$ non è l'isotopo più comune del litio, tuttavia è presente in natura con una percentuale del 7.4% a fronte del 92.6% del ${}^7\text{Li}$ [5]. Questa reazione produce particelle di ${}^4\text{He}$ (anche denotate con α) e di trizio (${}^3\text{H}$ o T), unico prodotto radioattivo della reazione, il quale può a sua volta reagire con il deuterio (${}^2\text{H}$ o D) contenuto nel cristallo, generando un'altra particella α , stabile, ed un neutrone energetico che può far nuovamente innescare la catena di reazioni. La peculiarità di questa catena di reazioni è che avviene a regime sottocritico, ovvero che i neutroni prodotti alla fine del ciclo sono talmente energetici, con energia

di 14.1 MeV, da indurre sempre meno reazioni che reinnescano il ciclo, fin tanto che il ciclo non si spegnerà [6]. In questo caso, come riportato in precedenza, i neutroni prodotti dallo scontro tra deuterio e trizio sono talmente energetici, ca 14 MeV, da avere una cross section esigua, grandezza fisica legata al tipo di interazione che fa avvenire l'urto tra le particelle incidenti e ne indica anche la probabilità con cui esso possa avvenire, che rende una successiva collisione con il ${}^6\text{Li}$ altamente improbabile, rendendoli molto penetranti. Un problema che negli anni '70 aveva portato il ricercatore Rand McNally ad abbandonare l'idea di applicare questo ciclo di reazioni: i neutroni prodotti erano troppo energetici e al tempo non si avevano strumenti possibili per contenerli [7]. Tuttavia c'è l'auspicio che al giorno d'oggi effetti collaterali di questo tipo possano essere sperimentalmente arginati. Ciò implica che non tutti i neutroni prodotti a fine di ogni ciclo reinneschino la reazione nucleare, quindi col passare del tempo tale catena di reazioni andrà via via esaurendosi, eludendo così il problema di dover disinnescare il ciclo. La catena di reazioni quindi necessita di una fonte esterna di neutroni per essere sostenuta. Per questo è necessario una sorgente di neutroni che inneschi e sostenga lo svolgimento della catena di reazioni.

Lo scopo di questa tesi è quello di capire in che maniera questo processo possa avvenire, come la concentrazione di reagenti e prodotti vari nell'evoluzione temporale e quale sia la resa energetica del ciclo di reazioni, così da analizzare in prima istanza la realizzabilità e l'efficienza di questo processo da un punto di vista teorico. A tale scopo verranno applicate delle semplificazioni al problema. Si considereranno solo le reazioni descritte dal ciclo Jetter, le possibili reazioni collaterali verranno invece trascurate, come la "neutron loss" causa della sottocriticità della reazione, o la gamma di possibili collisioni delle due popolazioni di particelle energetiche di ${}^4\text{He}$ prodotte nella reazione. Inoltre il processo sarà impostato fissando il maggior numero di parametri. Si considererà un fascio di neutroni a cui si farà variare l'energia per vedere quale configurazione ottimizzi al meglio le rese energetiche della reazione, evitando così il problema di includere nel computo della sezione d'urto la distribuzione di probabilità maxwelliana che si applica per gruppi di particelle energetiche di plasma caldi, come si usa fare in astrofisica nucleare [8]. Nelle reazioni nucleari che avvengono all'interno delle stelle, si considerano popolazioni di particelle che mediamente hanno una stessa energia termica, che si traduce in energia cinetica, tuttavia esse non avranno tutte la stessa energia e, di conseguenza, velocità: esse si distribuiranno attorno a quel valor medio seguendo la distribuzione di Maxwell-Boltzmann, la quale è una funzione del modulo della velocità e descrive il comportamento di un gruppo formato da una specie di particelle gassose non interagenti tra loro. Lo stesso si farà per il trizio ed il deuterio, facendo assumere al primo il valore del Q_{value} della prima reazione diviso il rapporto tra le masse, mentre il secondo, inizialmente legato al ${}^6\text{Li}$ a formare un sale ionico, è considerato fermo con il sistema del laboratorio. Ciò implica che le sezioni d'urto utilizzate saranno in funzione dell'energia della particella incidente, neutrone per la prima reazione, mentre trizio per la seconda, visto che i bersagli, ovvero ${}^6\text{Li}$ e deuterio, almeno inizialmente sono fermi rispetto il sistema di riferimento del laboratorio essendo legati tra loro a formare un cristallo.

Realisticamente questo tipo di reattore nucleare andrà sempre più scaldandosi per via del fascio di neutroni, facendo sublimare il deuterio di litio necessario, il gas diventerà un plasma caldo di ${}^6\text{Li}$, ${}^4\text{He}$, ${}^2\text{H}$, ${}^3\text{H}$, ed altri prodotti di collisione, quindi dovrà essere confinato magneticamente, studi per altro già stati fatti dallo stesso McNally, in cui propone possibili metodi di confinamento di un plasma subcritico per reazioni nucleari [9].

2 Analisi Dati e Discussione

2.1 Ricerca Dati Sezioni d’Urto

Per poter calcolare l’equazione differenziale che determinerà lo sviluppo delle concentrazioni degli elementi della catena di reazioni del ciclo Jetter nel tempo è necessario stimare le sezioni d’urto, grandezza che stima la probabilità che avvenga una collisione tra due particelle reagenti a seconda dell’interazione che media l’urto, delle due reazioni in questione. Come già accennato nell’introduzione, le due sezioni d’urto verranno considerate in funzione dell’energia: non si considereranno le componenti delle reazioni analizzate come popolazioni di plasmi caldi la cui energia sarà distribuita attorno ad un valor medio seguendo una densità di probabilità Maxwelliana [8]. Si considerano invece le particelle incidenti ad energia fissata: ovvero, il fascio di neutroni avrà energia scelta a priori, mentre il ${}^6\text{LiD}$ sarà un cristallo fermo nel sistema di riferimento del laboratorio quindi lo si considera ad energia nulla, mentre i prodotti delle due reazioni ovvero ${}^4\text{He}$, ${}^3\text{H}$ e neutroni avranno energia fissata dal valore associato al Q_{value} per il loro bilanciamento cinematico, come rappresentato nell’equazione (1). I valori della cross section della prima reazione, sono stati raccolti dal sito ENDF [10]. In seguito è riportato il grafico in figura 1, risultato di una ricerca bibliografica di un articolo giapponese che misurava accuratamente i valori di tale sezione d’urto [11].

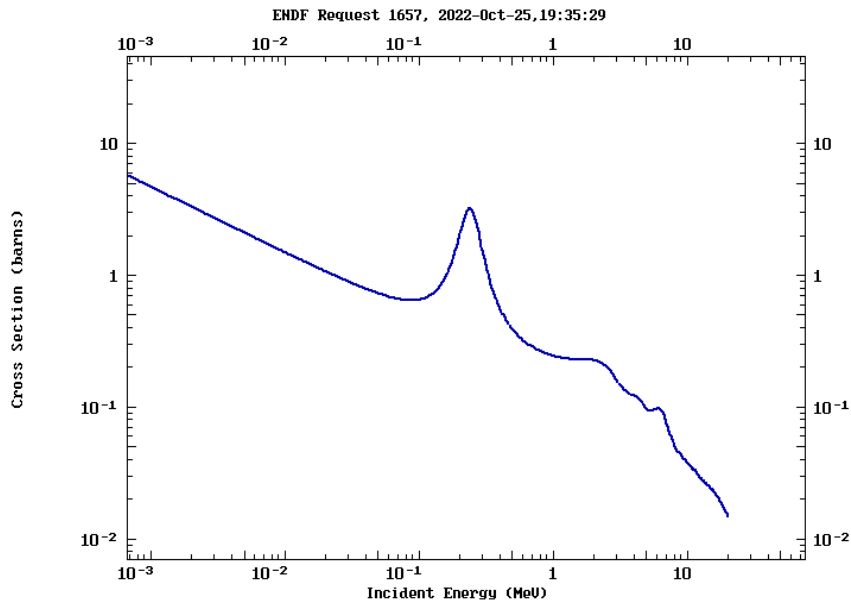


Figura 1: Sezione d’urto $n\text{ }{}^6\text{Li}$ fino a 20 MeV. Set di dati di G. M. Hale [10] ricavata dal sito ENDF.

Per quanto riguarda la reazione (2), per ricavare le sezioni d’urto di trizio e deuterio in funzione dell’energia relativa tra le due particelle, si è partiti da un fit parametrico ricavato dal “Plasma physics formulary” dell’agenzia americana NRL [12]. Per una più scrupolosa analisi si è proceduto risalendo all’articolo originario citato nel formulario [13], si sono estrapolati i dati sulla base dei quali si era ricavato il fit, si sono reinterpolati i dati, come si può osservare in figura 2. Il fit parametrico ben interpolava i dati della cross section al suo massimo, attorno ai 120 keV. Tuttavia a valori dell’energia della particella incidente dell’ordine di MeV, regione di interesse per lo scopo della tesi, il fit si discostava di molto rispetto ad altri dati consultati. Così si è deciso di affidarsi ad altri set dati più accurati nel range di energie interessato.

Per avere una stima più accurata della sezione d’urto tra deuterio e trizio ad energie attorno ai MeV, si sono cercati nel sito EXFOR [14] tutti i set di dati della sezione d’urto di una particella energetica di deuterio che impatta su un bersaglio fisso di trizio, molto più comune da trovare. Per ricavare la sezione d’urto in cinematica inversa, quella che interessa per lo scopo della tesi, basta moltiplicare le energie del trizio prodotto nella reazione (1) per il rapporto delle masse dei reagenti, dato dalla conservazione della quantità di moto nel sistema di riferimento del laboratorio, questo concetto verrà approfondito nei prossimi paragrafi.

Si sono trovati i seguenti 5 set di dati [15–18], mostrati in figura 3, che successivamente verranno interpolati.

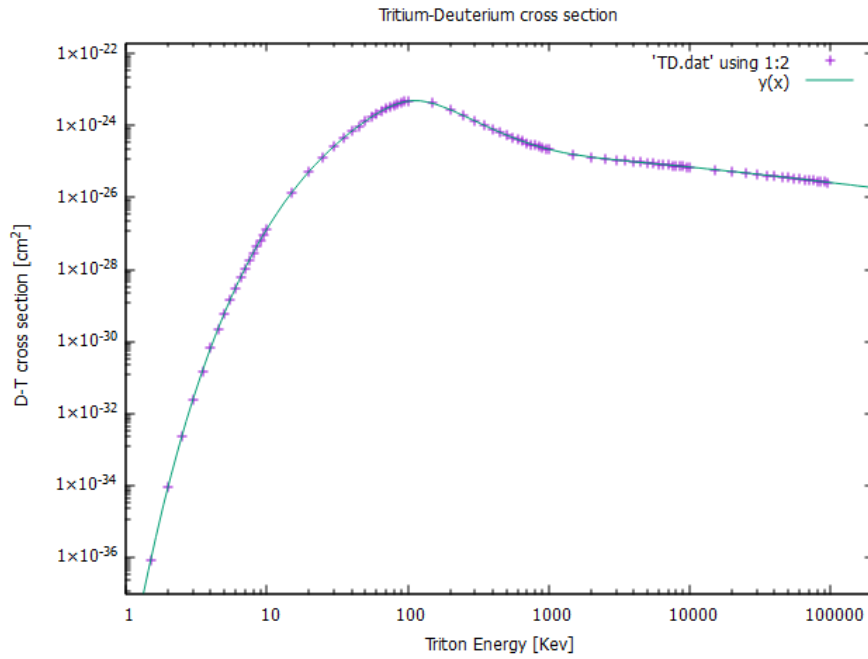


Figura 2: Sezione d'urto trizio in deuterio, interpolazione presa dati dell'articolo di G. H. Miley [13].

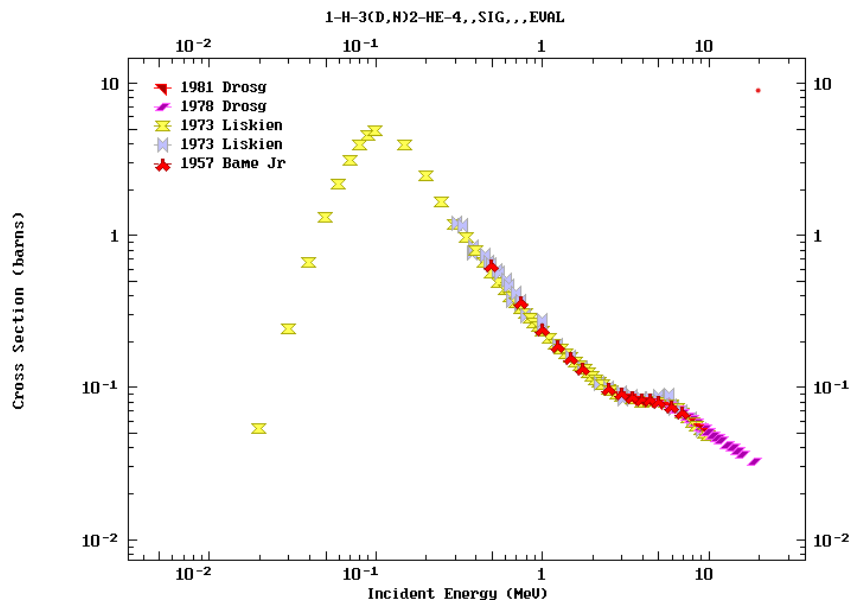


Figura 3: Sezione d'urto deuterio in trizio, raccolta dati [15–18] dal sito EXFOR [14].

2.2 Interpolazione Sezioni d'Urto

Le sezioni d'urto sono state analizzate eseguendo delle interpolazioni attraverso una funzione del programma Mathematica. Il file di dati riguardante la reazione (1), è stato interpolato a partire da 10 keV fino a 20 MeV, mentre i set di dati riguardanti la reazione (2), deuterio con trizio sono stati plottati da un'energia di 300 keV circa fino a 20 MeV. Il set di dati [18] è stato troncato all'energia di 300 keV, visto che i valori della sezione d'urto corrispondenti a decine di keV non verranno trattati nel proseguo della tesi. Per la sezione d'urto riguardante la prima reazione non vi sono stati problemi nell'interpolazione, dal momento che si disponeva di un unico set di dati. Per quanto riguarda la seconda reazione, il lavoro da svolgere è stato maggiore, in quanto si disponeva di più set di dati da interpolare. Il programma Mathematica permette di ricavare delle funzioni numeriche che interpolano i set di dati selezionati, tuttavia l'algoritmo di interpolazione è biiettivo e necessita di un sol valore in ordinata per ogni valore in ascissa. Questo dà luogo a difficoltà quando si raggruppano più set di dati in una sola interpolazione: se ci sono due punti di diversa ordinata, ma con uguale ascissa il programma segnala un errore perché è strutturato per intercettare entrambi, similmente, se ci sono due dati con ascissa molto vicina, la funzione interpolatrice cerca di unire entrambi i punti creando delle possibili singolarità che deviano dalla reale forma della funzione. Quindi non è raro che il fit possa presentare delle cuspidi. Per ovviare a questo problema, è presente una funzione avanzata che assegna ad ogni set di dati un errore percentuale, in modo tale che la funzione riesca a mediare i contributi dati dai vari punti e li interpoli intersecando le loro barre di errore. Tuttavia, questa funzione non è stata applicata per due motivi. In primo luogo, essa richiedeva una conoscenza del programma e delle sue proprietà molto accurata, inoltre, non tutti i set di dati disponevano di errore casuale proporzionale al valore della misura. Così si è deciso di adottare questa soluzione: i punti di set diversi con stessa ascissa sono stati mediati in un singolo punto, allo stesso modo, i dati con coordinate in ascissa molto vicine tra loro, la cui interpolazione portava alla formazione di cuspidi o andamenti asintotici, sono stati mediati ad un unico punto per rendere più regolare l'andamento del fit. Il limite di questo metodo è quello di pesare punti di diversi set di dati allo stesso modo, senza considerare, per ciascuno di essi, come sia stata eseguita la misura e con quale accuratezza. Tuttavia, per lo scopo della tesi, in cui serve estrapolare solo un valore di tale cross section ad una data energia, è stata ritenuta una soluzione adeguata. I fit delle sezioni d'urto delle due reazioni nucleari sono riportati nei grafici seguenti. Non è stato possibile estrapolare i parametri dei fit in quanto essi sono stati calcolati attraverso un algoritmo numerico che utilizza polinomi di terzo grado.

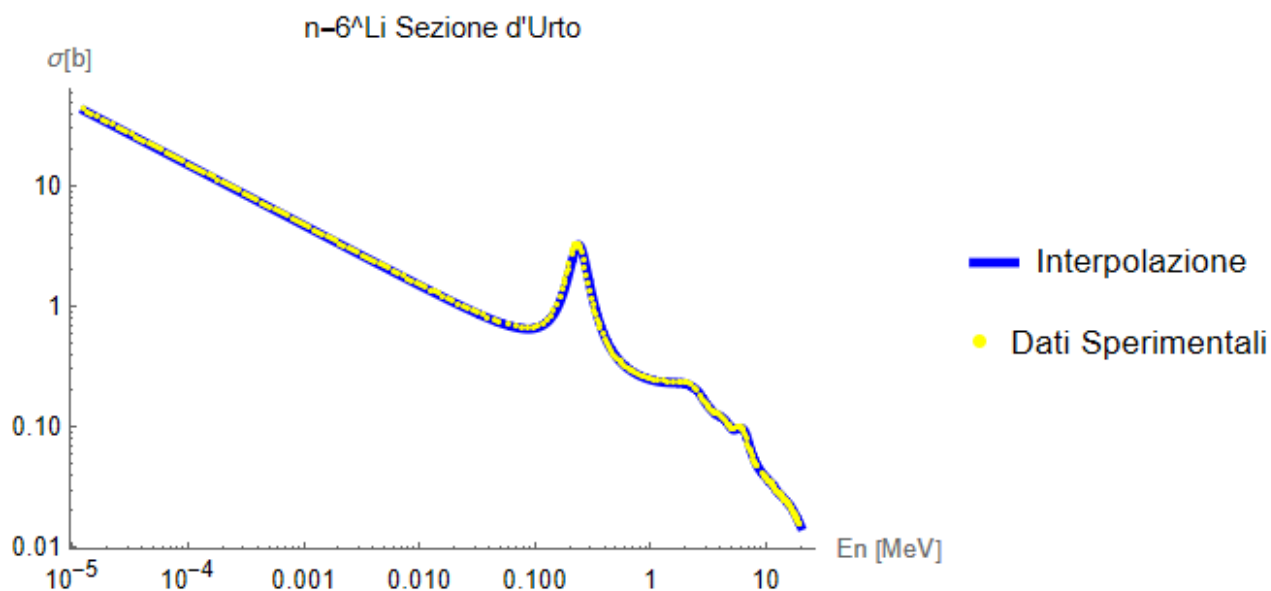


Figura 4: Sezione d'urto n-⁶Li con interpolazione dei dati [10] attraverso il programma Mathematica.

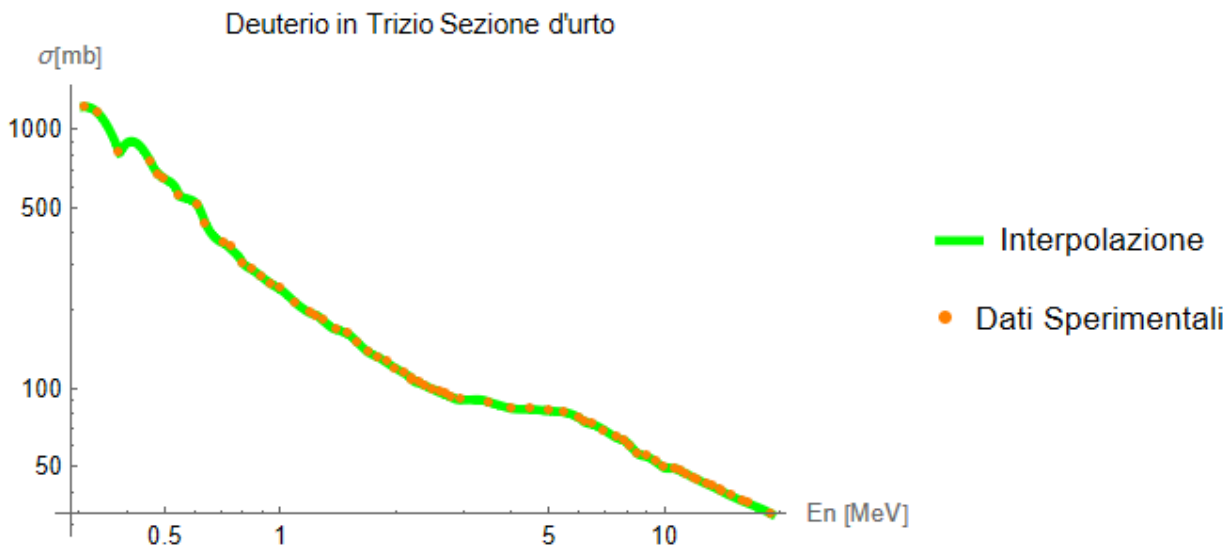


Figura 5: Sezione d'urto deuterio in trizio con interpolazione dei dati [15–18] attraverso il programma Mathematica.

2.3 Rete di Reazioni

Ricavate le sezioni d'urto delle due reazioni, si è proceduto con la stesura della rete di reazioni. Sono state misurate le masse delle particelle protagoniste della catena di reazioni, in MeV/c^2 , correggendo ciascuna massa con i mass excess derivanti dalla calibrazione in unità di massa atomiche (a.m.u.) e togliendo le masse dei rispettivi elettroni per ciascun atomo. Le correzioni di mass excess sono state estrapolate dal lavoro di Wang e colleghi [19]. Di seguito sono riportate le correzioni di massa per ogni elemento :

$$\begin{aligned}
 M_n &= (1amu + 8.071317133) \text{ MeV}/c^2 \\
 M_D &= (2amu + 13.135721756 - 1m_e) \text{ MeV}/c^2 \\
 M_T &= (3amu + 14.949809935 - 1m_e) \text{ MeV}/c^2 \\
 M_{^4He} &= (4amu + 2.424915612 - 2m_e) \text{ MeV}/c^2 \\
 M_{^6Li} &= (6amu + 14.0868789 - 3m_e) \text{ MeV}/c^2 \\
 amu &= 931.49410242 \text{ MeV}/c^2 \\
 m_e &= 0.51099892 \text{ MeV}/c^2 .
 \end{aligned}$$

Le masse corrette sono state poi usate per calcolare le velocità delle particelle incidenti delle reazioni (1) e (2), attraverso le seguenti formule:

$$\begin{aligned}
 \beta_n &= \sqrt{\frac{E_n}{M_n}} \\
 \beta_D &= \sqrt{\frac{E_D}{M_D}} ,
 \end{aligned} \tag{3}$$

dove le velocità sono espresse come rapporto tra la velocità della particella e quella della luce. Per riportarle in unità di m/s è necessario moltiplicarle per la velocità della luce $c = 299729428 \frac{m}{s}$. Si ricorda che per la seconda reazione sono state ricavate le sezioni d'urto di 2H incidente su un bersaglio di 3H , mentre per lo scopo della tesi interessa esaminare l'urto a particelle con ruoli invertiti. L'energia della particella di 3H incidente rispetto a quella di 2H incidente va quindi convertita nel seguente modo:

$$E_D = E_T \frac{M_T}{M_D} , \tag{4}$$

così da trovare l'energia della particella di 2H e, successivamente, la relativa sezione d'urto, corrispondente all'energia incidente della particella di 3H a sistema di riferimento invertito, in cui 2H costituisce il bersaglio. Nel caso in questione, la particella incidente di trizio ha energia $E_T = 2.7 \text{ MeV}$ e equivale ad una particella di deuterio con energia $E_D = 4.04 \text{ MeV}$. Dato che è stata effettuata la conversione energetica di cui sopra, nell'equazione (3) è stata ottenuta la velocità della particella di deuterio.

Poi si è proseguito calcolando i tassi di reazione delle due reazioni, detti "reaction rate", che consistono nel prodotto di sezione d'urto, velocità media delle particelle e densità molari dei reagenti. Essi indicano il tasso variazione di una data concentrazione di un elemento a seguito di una reazione nucleare in cui esso è coinvolto. Questa grandezza generalmente è definita come indicato in "Nuclear Physics of Stars" [8]:

$$\begin{aligned}
 r_{01} &= \frac{N_0 N_1 \langle \sigma v \rangle}{1 + \delta_{01}} \\
 [r_{01}] &= \frac{\text{mol}}{\text{m}^3 \text{s}} .
 \end{aligned} \tag{5}$$

dove N_0 ed N_1 , con unità di misura in $\frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$, indicano le concentrazioni dei reagenti, $\langle \sigma v \rangle$ la media della sezione d'urto per la velocità integrate su di una distribuzione di probabilità Maxwelliana, e

δ_{01} è la delta di Kronecker che restituisce un fattore $\frac{1}{2}$ solo se le masse dei reagenti sono uguali. Questa grandezza indica la probabilità con cui le popolazioni di reagenti ad una data energia fanno avvenire una determinata reazione nucleare con conseguente creazione dei prodotti e distruzione degli stessi. In questa tesi, come specificato precedentemente, non si utilizzeranno distribuzioni Maxwelliane, quindi la velocità media delle particelle sarà data da βc , mentre le sezioni d'urto saranno calcolate in funzione dell'energia della particella incidente, quindi estrapolate dalle interpolazioni riportate nelle figure 4 e 5. Inoltre, non si useranno le concentrazioni come densità molari, ovvero $\frac{mol}{m^3}$, bensì come numero di moli. In tale maniera è stato calcolato il prodotto tra sezione d'urto per la velocità della particella incidente. Per convertire il tasso di reazione in $\frac{mol}{s}$, il prodotto tra sezione d'urto e velocità è stato moltiplicato per la velocità della luce c e diviso per il volume molare di un cristallo di 6LiD $VolMol_{{}^6LiD} = 9.52 \cdot 10^{-6} \frac{m^3}{mol}$ [20]. Infine, la sezione d'urto della prima reazione, essendo in unità di misura $b = 10^{-28} m^2$, è stata riscalata di un fattore pari a $10^{-28} m^2$, mentre quella della seconda reazione, essendo in $mb = 10^{-31} m^2$, è stata riscalata di un fattore di tre ordini di grandezza inferiore.

$$\begin{aligned} r_{n^6Li} &= \sigma_{n \rightarrow {}^6Li} \cdot \beta_n \cdot 10^{-28} \cdot \frac{c}{VolMol} \\ r_{DT} &= \sigma_{D \rightarrow T} \cdot \beta_D \cdot 10^{-31} \cdot \frac{c}{VolMol} \end{aligned} \quad (6)$$

Moltiplicando poi per i numeri di moli delle concentrazione dei reagenti si ottiene la seguente formula corrispondente all'equazione (5):

$$[n_0 \cdot n_1 \cdot r_{01}] = \frac{mol}{s}, \quad (7)$$

questo fa sì che il contributo di “reaction rate” sia dimensionalmente compatibile con la variazione di numero di moli nel tempo dell'equazione differenziale del primo ordine che descrive la rete di reazioni. Nelle figure 6 e 7 vengono mostrati le grandezze $\sigma\beta c$ delle due reazioni in unità $\frac{m^3}{s}$. Come si può notare, confrontando la figura 4 con la figura 6, sebbene la sezione d'urto della prima reazione abbia valori molto alti a basse energie, che decrescono linearmente nel grafico doppiologaritmico, il tasso di reazione è pressoché costante. Questo perché la sezione d'urto dei neutroni che impattano sul litio a basse energie risente solo di un contributo geometrico che è inversamente proporzionale alla velocità della particella, dato che il neutrone, essendo neutro, non risente di alcuna interazione fino ad energie dell'ordine dei keV. Infatti, il tasso di reazione rimane costante, perché viene eliminata la dipendenza dalla velocità e quindi dall'energia. Ad energie superiori il neutrone si lega nell'urto con il 6Li a formare uno stato eccitato, per questo si nota una risonanza nella sezione d'urto a $E_n = 240 keV$, che poi decade nei prodotti della reazione.

Confrontando le figure 5 e 7 si nota la presenza di una cuspid. Questo, come discusso nel paragrafo precedente, è un problema della funzione interpolatrice di Mathematica, che non è stato eliminato completamente, nonostante si sia cercato di mediare punti molto vicini tra loro per rendere il fit più regolare. Tuttavia, per questa reazione si è solo interessati al valore corrispondente ad un'energia di $E_D = 4.04 MeV$, come riportato precedentemente.

Tornando alla descrizione del sistema di equazioni differenziali che descrive la rete di reazioni, il fascio di neutroni che alimenta il ciclo di reazioni deve avere la stessa unità di misura della variazione del numero di moli nel tempo. Lo si è definito nel seguente modo:

$$\begin{aligned} i &= \frac{10^{-6} A}{1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot N_A} \\ [i] &= \frac{mol}{s} \end{aligned} \quad (8)$$

dove viene usato il concetto di particle Ampère, ovvero una corrente di un Ampère diviso per la carica coulombiana, cioè numero di particelle per unità di tempo. L'espressione poi è divisa per il numero di Avogadro per ricavare l'unità di misura in numero di moli al secondo. L'intensità e l'energia del fascio saranno variate per osservare la diversa formazione di prodotti del ciclo di reazioni.

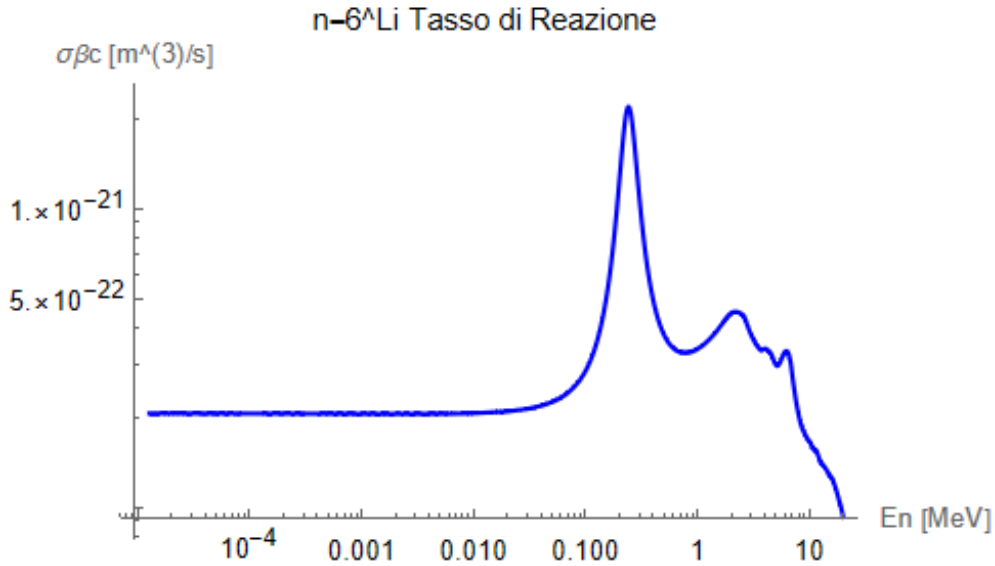


Figura 6: Tasso di reazione n-⁶Li, interpolato attraverso il programma Mathematica.

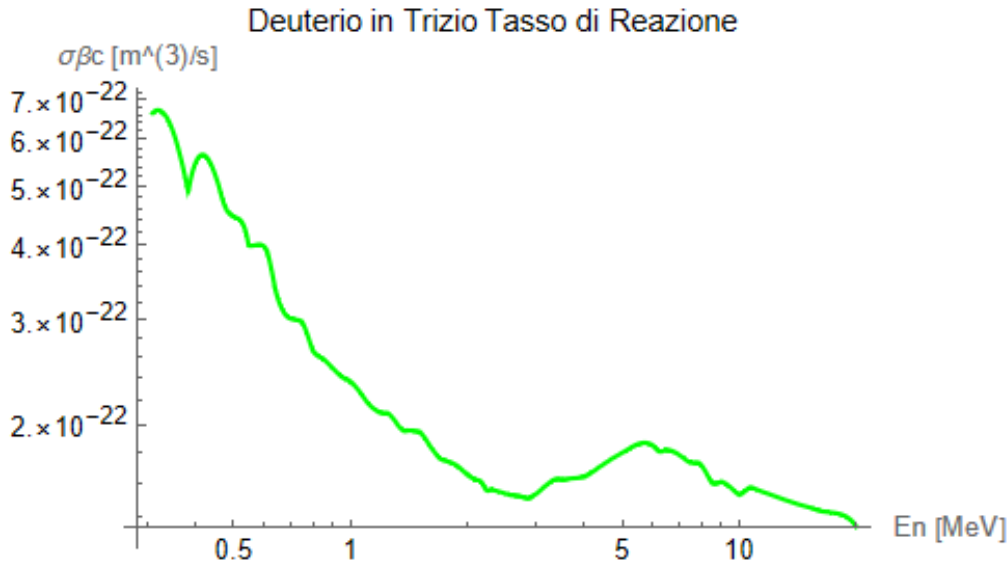


Figura 7: Tasso di reazione dueterio in trizio, interpolato attraverso il programma Mathematica.

Il sistema di equazioni risultante che descrive la variazione del numero di moli dei reagenti e prodotti nel tempo è il seguente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dn_n}{dt} = i - n_n(t) \cdot n_{6Li}(t) \cdot r_{n6Li}(E_{beam}) \\ \frac{dn_D}{dt} = -n_D(t) \cdot n_T(t) \cdot r_{DT}(E_{DT}) \\ \frac{dn_T}{dt} = n_n(t) \cdot n_{6Li}(t) \cdot r_{n6Li}(E_{beam}) - n_D(t) \cdot n_T(t) \cdot r_{DT}(E_{DT}) + n_{n14.1}(t) \cdot n_{6Li}(t) \cdot r_{n6Li}(E_{n14.1}) \\ \frac{dn_{4He}}{dt} = n_n(t) \cdot n_{6Li}(t) \cdot r_{n6Li}(E_{beam}) + n_D(t) \cdot n_T(t) \cdot r_{DT}(E_{DT}) + n_{n14.1}(t) \cdot n_{6Li}(t) \cdot r_{n6Li}(E_{n14.1}) \\ \frac{dn_{6Li}}{dt} = -n_n(t) \cdot n_{6Li}(t) \cdot r_{n6Li}(E_{beam}) - n_{n14.1}(t) \cdot n_{6Li}(t) \cdot r_{n6Li}(E_{n14.1}) \\ \frac{dn_{n14.1}}{dt} = n_D(t) \cdot n_T(t) \cdot r_{DT}(E_{DT}) - n_{n14.1}(t) \cdot n_{6Li}(t) \cdot r_{n6Li}(E_{n14.1}) \end{array} \right. \quad (9)$$

I contributi con segno positivo indicano la produzione di una componente a seguito di una delle due reazioni nucleari, mentre i contributi con segno negativo ne indicano la distruzione. Le energie da cui dipendono i tassi di reazione sono: E_{beam} , E_{DT} , $E_{n14.1}$. E_{beam} è l'energia associata ai neutroni del fascio che alimenta il ciclo di reazioni, e determina solo la prima reazione. Questa energia sarà variabile. $E_{DT} = 4.04 \text{ MeV}$ è l'energia che innesca la seconda reazione, questo valore è fissato dall'energia

dei prodotti della prima reazione, come già scritto il trizio è prodotto dalla prima reazione disponendo di un'energia cinetica $E_T = 2.7 \text{ MeV}$, inoltre, come spiegato sopra, E_{DT} è associata al deuterio. $E_{n_{14.1}} = 14.1 \text{ MeV}$ è l'energia associata al neutrone prodotto dalla seconda reazione nucleare, che può reinnescare la prima reazione.

Si è scelto di considerare i neutroni del fascio e quelli veloci prodotti dalla seconda reazione attraverso due diverse popolazioni, infatti essi avranno delle densità diverse e contribuiranno alla formazione o distruzione degli altri componenti attraverso tassi di reazione diversi. Differentemente sono trattate le popolazioni di ${}^4\text{He}$, che, sebbene abbiano delle energie diverse, $E_{\alpha 1} = 2.1 \text{ MeV}$ e $E_{\alpha 2} = 3.5 \text{ MeV}$, sono riportate sotto una stessa popolazione, poichè sono solo prodotte dalle due reazioni e non contribuiscono a generare altre particelle nel modello studiato.

Per poter risolvere questo sistema di equazioni è necessario considerare le condizioni al contorno, che indicano le quantità di numero di moli delle singole componenti all'istante iniziale. Le condizioni al contorno corrispondono ai coefficienti stechiometrici dei reagenti all'inizio della reazione. Di seguito sono riepilogati tutti i parametri e le condizioni al contorno in una tabella.

Condizioni al contorno		Energia particella incidente	
$n_{Elemento}(t = 0s)$	[mol]	Energia	[MeV]
n_n	0	E_{beam}	Variabile
n_D	1	E_{DT}	4.04
n_T	0	$E_{n_{14.1}}$	14.1
$n_{{}^4\text{He}}$	0		
$n_{{}^6\text{Li}}$	1		
$n_{n_{14.1}}$	0		

Tabella 1: Condizioni al contorno e parametri della reazione.

2.4 Soluzione Rete di Reazioni

Il sistema di equazioni differenziali del prim'ordine è stato inserito nel programma di Mathematica e risolto. Oltre le condizioni al contorno, già discusse nel paragrafo precedente, sono state impostate anche l'intensità e l'energia del fascio, con i seguenti valori indicati nella tabella 2.

Quantità	Valore	Unità
i	10^3	μA
E_{beam}	0.24	MeV

Tabella 2: Energia ed intensità fascio di neutroni.

L'intensità del fascio è stata scelta attraverso una ricerca bibliografica. Come riportato nell'articolo "Neutron Facility Development in the Last Half-Century: A Cautionary Tale" di J.J. Rush [21], i fasci di neutroni esistenti raggiungono valori dell'ordine di $10^{14} \frac{\text{particle}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$. Considerando che nel modello studiato si analizza una mole di cristallo di ${}^6\text{LiD}$, del volume di $\text{VolMol}_{{}^6\text{LiD}} = 9.52 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$, che corrisponde ad un cubo di lato $l_{{}^6\text{LiD}} = 2.1 \text{ cm}$, il fascio investe una superficie dell'ordine di alcuni cm^2 . Il numero di neutroni che investe il cristallo sarà quindi dell'ordine di grandezza $10^{15} \frac{\text{particle}}{\text{s}}$, ovvero ca. $i = 10^3 \mu A$. L'energia del fascio coincide con l'energia corrispondente al massimo del tasso di reazione in cui il neutrone impatta sul ${}^6\text{Li}$, riportata nella figura 6.

La variazione nel tempo del numero di moli delle componenti del ciclo di reazioni si osserva in figura 8 e 9. Come si può osservare dalle due figure, le componenti hanno la stessa evoluzione temporale sebbene in tempi molto diversi. Le coppie di componenti D- ${}^6\text{Li}$ e T- ${}^4\text{He}$ hanno evoluzione temporale molto simile tra loro, quindi deuterio e trizio sono stati moltiplicati di un fattore 5 per una migliore rappresentazione grafica. La produzione dei prodotti è bassa e la reazione procede molto lentamente:

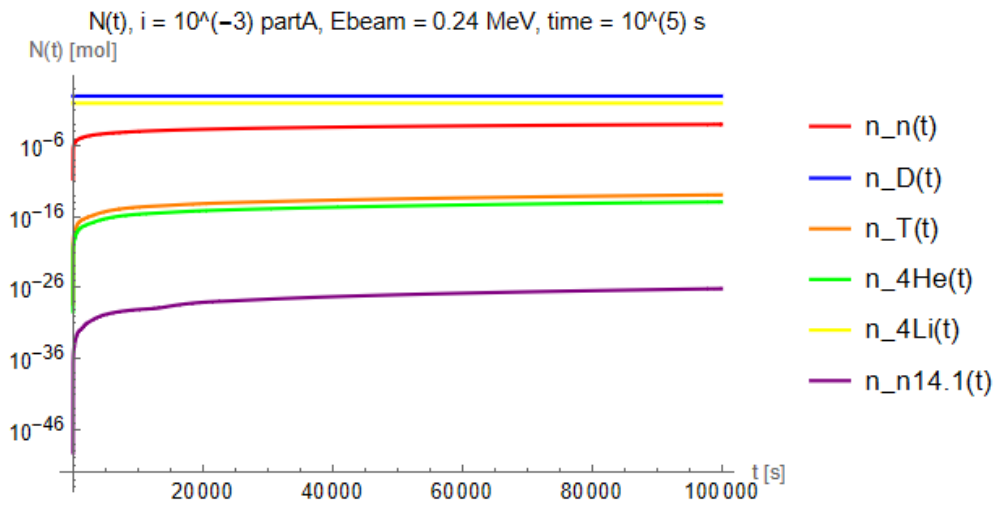
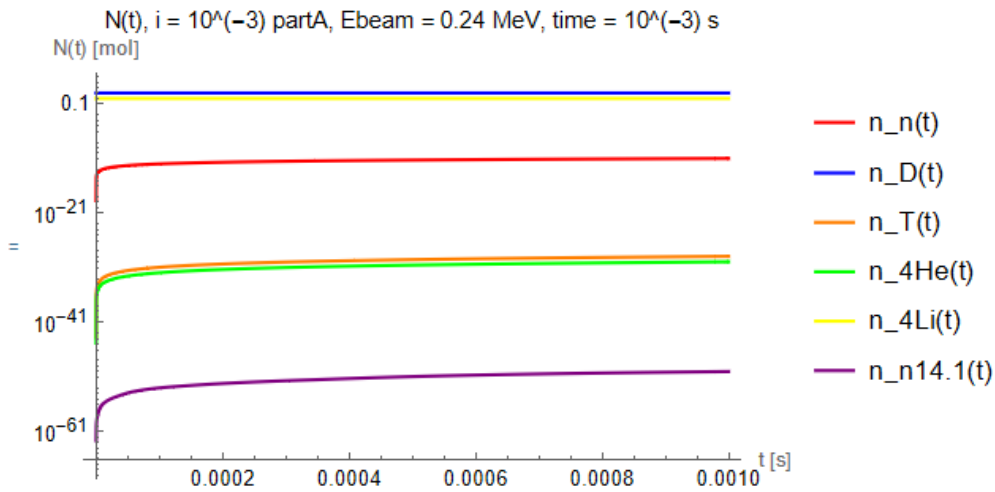
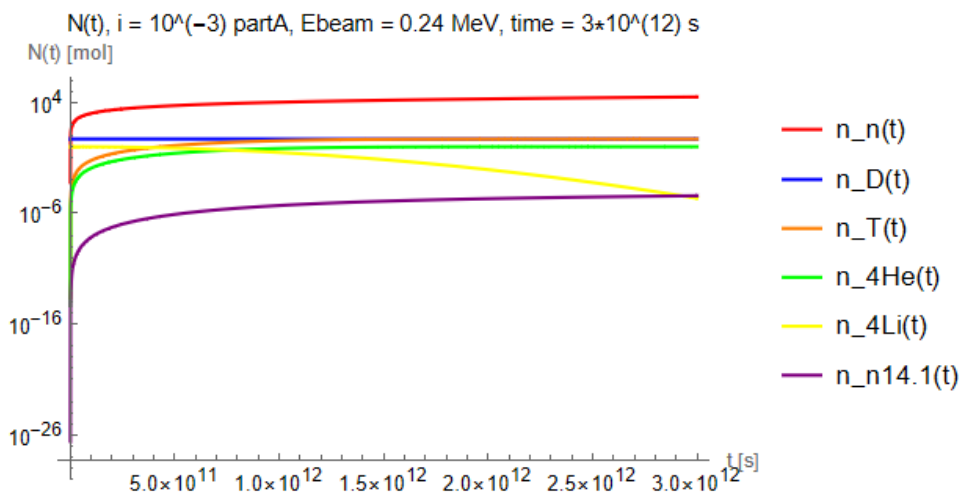
in queste condizioni l'esaurimento della componente ${}^6\text{Li}$ inizia ad essere significativa ad un tempo dell'ordine di $t = 10^{12}$ s, corrispondente a ca. 30000 anni, mentre la componente di deuterio non è ancora esaurita in quanto viene consumata dalla seconda reazione, come mostrato nella figura 10.

Per comprendere appieno l'andamento temporale delle soluzioni è necessario osservare i tre valori dei tassi di reazione in gioco nelle reazioni.

reaction rate	$[\frac{m^3}{s}]$	$[\frac{mol}{s}]$
$r_{nLi}(E_{beam} = 0.24\text{MeV})$	$2.2 \cdot 10^{-21}$	$2.3 \cdot 10^{-16}$
$r_{nLi}(E_{n14.1})$	$1.3 \cdot 10^{-22}$	$1.4 \cdot 10^{-17}$
$r_{DT}(E_{DT})$	$1.6 \cdot 10^{-22}$	$1.7 \cdot 10^{-17}$

Tabella 3: Tassi di reazione del sistema di equazioni differenziali.

I tassi di reazione sono infinitesimi rispetto al numero di moli considerato. Il primo tasso di reazione all'interno della tabella 3 indica la probabilità che il fascio di neutroni interagendo con la mole di ${}^6\text{Li}$ dia come prodotti trizio e ${}^4\text{He}$. Il trizio è prodotto in quantità infinitesimamente più piccola delle concentrazioni dei due reagenti e a sua volta interagirà con la mole di deuterio per produrre i neutroni veloci a 14.1 MeV e altre particelle α con un fattore dato dal terzo tasso di reazione della tabella 3. I neutroni uscenti dalla seconda reazione sono prodotti in quantità infinitesima rispetto alla popolazione di trizio, ovvero il reagente limitante della seconda reazione, avente concentrazione minore. I neutroni energetici possono a loro volta reinnescare la prima reazione e chiudere il ciclo, con il secondo tasso di reazione della tabella 3. Per ogni componente del sistema di equazioni, il contributo dominante sarà dato dal "reaction rate" della prima reazione, quella innescata dal fascio di neutroni. Gli altri contributi saranno inferiori di svariati ordini di grandezza. Infatti, le concentrazioni di deuterio e ${}^6\text{Li}$, come quelle di trizio e ${}^4\text{He}$, hanno andamenti temporali apparentemente identici perché presentano lo stesso contributo dato dalla prima reazione, seppure le equazioni differenziali che le descrivono differiscano per i contributi dei restanti "reaction rate". I prodotti che hanno concentrazione più bassa sono i neutroni veloci $n_{n14.1}$, perché sono generati solamente dalla seconda reazione. Osservando la figura 8, si nota che i neutroni energetici al tempo $t = 10^5$ s sono $n_{n14.1}(t = 10^5\text{s}) = 7.2026 \cdot 10^{-27} \text{mol}$. Moltiplicando il numero di moli per il numero di Avogadro si evince che, a quel tempo, nessuna particella della seconda reazione è stata prodotta, di conseguenza, non è ancora avvenuta la seconda reazione. Si può ovviare a questo problema partendo da un numero di moli più elevato, ad esempio dell'ordine di 10^6mol .

Figura 8: Numero di moli reagenti al tempo $t = 10^5$ s.Figura 9: Numero di moli reagenti al tempo $t = 10^{-3}$ s.Figura 10: Numero di moli reagenti al tempo $t = 3 \cdot 10^{12}$ s.

2.5 Efficienza Energetica

A questo punto, avendo a disposizione le soluzioni del sistema differenziale che descrive la rete di reazioni, si può calcolare l'efficienza energetica del ciclo Jetter e quale configurazione di intensità e energia del fascio dia maggiore resa. Per stimare la resa energetica del fascio si è deciso di analizzare il numero di moli di particelle α , unica componente prodotta da entrambe le reazioni e che nel modello trattato non innesca altre reazioni, dalla quale si può estrarre energia. Dall'equazione differenziale della componente di ${}^4\text{He}$ si è ricavato il relativo numero di moli al tempo $t = 10^5$ s, che equivale a ca. 27 ore di funzionamento del fascio di neutroni. Dal numero di moli si ricava il numero di particelle α moltiplicandolo per il numero di Avogadro.

$$N_\alpha = n_{{}^4\text{He}}(t = 10^5 \text{ s}) \cdot N_A \quad (10)$$

Le particelle di ${}^4\text{He}$ prodotte dalla prima reazione hanno energia media $E_{\alpha 1} = 2.1 \text{ MeV}$, mentre quelle della seconda reazione hanno energia $E_{\alpha 2} = 3.5 \text{ MeV}$. Tuttavia la popolazione di particelle prodotte dalla seconda reazione è di parecchi ordini di grandezza inferiore rispetto alla prima, questo è dovuto dai tassi di reazione che descrivono la probabilità con cui avvengono le due reazioni, come spiegato nel paragrafo precedente. La popolazione di particelle α_2 , prodotto dalla seconda reazione, avrà numero di moli dello stesso ordine di grandezza della concentrazione dei neutroni energetici ($E_n = 14.1 \text{ MeV}$) prodotti dalla medesima reazione (vedasi figura 8), quindi il suo contributo energetico può essere trascurato rispetto alla popolazione di particelle α_1 derivanti dalla prima reazione. Inoltre, si assume che non tutta l'energia delle particelle di ${}^4\text{He}$ sia estraibile dal sistema, per via di multiple scattering e di altre reazioni in cui queste particelle possono essere interessate che non sono descritte dal sistema di equazioni. Perciò si è assunta l'ipotesi di dimezzare la quantità di energia cinetica disponibile per ogni particella. In aggiunta, è necessario convertire l'energia delle particelle finora misurate in MeV, in unità di misura Joule, attraverso il fattore di conversione $1 \text{ MeV} = 1.60218 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. L'energia ricavata si divide poi per il tempo al quale si è stimata la concentrazione di ${}^4\text{He}$, ricavando così la potenza media associata alla popolazione di particelle, in unità di Watt.

$$E_{tot\alpha} = \frac{E_{\alpha 1}}{2} N_\alpha \cdot 1.60218 \cdot 10^{-13} \frac{\text{J}}{\text{MeV}} \quad (11)$$

$$P_{tot\alpha} = E_{tot\alpha} \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{s}} \quad (12)$$

Un altro fattore analizzato è il rapporto tra la potenza erogata dal sistema e la potenza del fascio. La potenza associata al fascio è definita attraverso l'intensità del fascio di neutroni descritta dall'equazione (8):

$$P_{beam} = i \cdot N_A \cdot E_{beam} \cdot 1.60218 \cdot 10^{-13} \frac{\text{J}}{\text{MeV}} \quad (13)$$

Il rapporto di potenza viene definito nella seguente formula:

$$R_{power} = \frac{P_{tot\alpha}}{P_{beam}} \quad (14)$$

Come primo approccio è stata studiata la variazione della potenza erogata dal sistema a seconda dell'energia del fascio incidente, mantenendo costante l'intensità del fascio di neutroni.

Nella figura 11 si nota che l'efficienza in potenza segue la curva dei reaction rate della prima reazione. Ad intensità del fascio costante, la maggior produzione di potenza si ha per l'energia di $E_{beam} = 0.24 \text{ MeV}$, che corrisponde anche al massimo del reaction rate mostrato in figura 6. La potenza erogata dal sistema è dell'ordine di ca. 10^{-9} W , molto minore rispetto alla potenza del fascio, come si osserva nella figura 12 che espone il rapporto tra le due potenze al variare dell'energia.

Dal ciclo di reazioni si estrapola significativamente meno potenza rispetto a quella spesa per alimentare il fascio. Si osserva che la potenza relativa maggiore, seppur infinitesima, si ha per valori molto bassi dell'energia del fascio, dell'ordine di $E_{beam} = 1 \text{ keV}$. Questo rispecchia l'andamento della potenza media erogata, poichè a basse energie, dell'ordine dei keV, essa rimane costante, mentre la potenza associata al fascio diminuisce notevolmente.

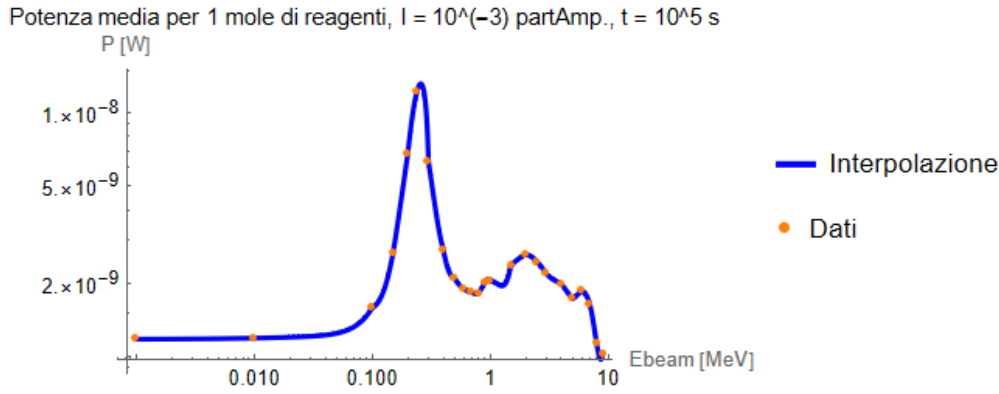


Figura 11: Potenza media erogata da particelle ${}^4\text{He}$ ad intensità del fascio costante.

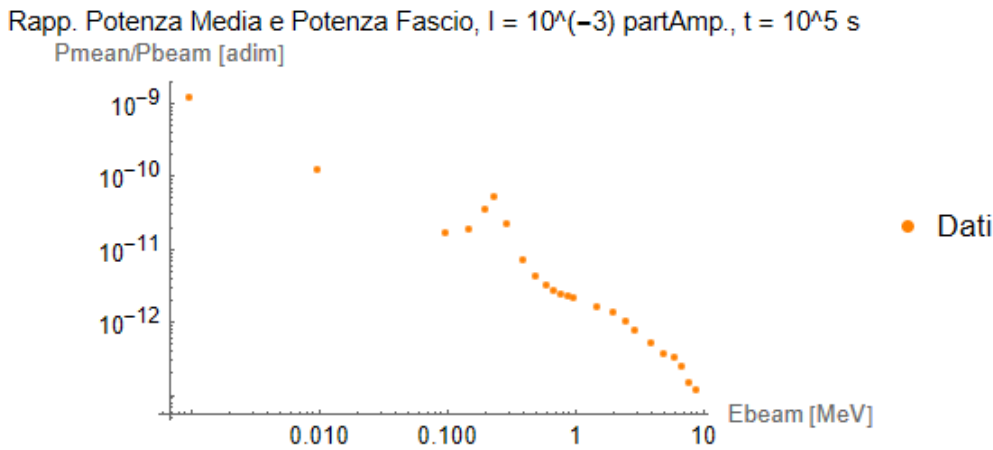


Figura 12: Rapporto di potenza ad intensità del fascio costante.

Viceversa si è analizzata l'efficienza energetica ad energia del fascio costante, $E_{beam} = 0.24 \text{ MeV}$, così da massimizzare la potenza estratta dal sistema, facendo variare l'intensità del fascio di neutroni da una corrente di $10^{-1} \text{ p}\mu\text{A}$ fino ad una corrente di $10^6 \text{ p}\mu\text{A}$, ipotesi attualmente non realistica, perché, come scritto nel capitolo precedente, i fasci di neutroni raggiungono valori di flusso pari a $10^{14} \frac{\text{particle}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$, che per la superficie del cristallo di ${}^6\text{LiD}$ considerata corrisponde a un fascio di corrente pari a ca. $i = 10^3 \text{ p}\mu\text{A}$. I grafici che espongono i dati ottenuti appaiono nelle figure 13 e 14.

La figura 13 denota una correlazione lineare tra intensità ed aumento di potenza erogata dal sistema, dove si nota che il grafico è in scala bilogarithmica. Per quanto riguarda il rapporto tra potenza estratta e potenza del fascio, si osserva avere valore costante, attorno a $R_{power} = 5.1 \cdot 10^{-11}$, come rappresentato in figura 14. Esiste quindi una proporzionalità lineare tra intensità del fascio ed erogazione di potenza. I valori stimati della potenza per una mole di cristallo di ${}^6\text{LiD}$, graficati nelle figure di questo paragrafo, sono riportati nelle tabelle 4 e 5.

Un'analisi simile può essere anche applicata alla popolazione di trizio presente nel sistema. L'erogazione di potenza verosimilmente sarà dello stesso ordine di grandezza della popolazione delle particelle α , e i risultati ottenuti si ipotizzano simili a quelli esposti nelle tabelle 4 e 5. Tuttavia, è utile ricordare che le particelle di ${}^3\text{H}$ fungono da reagenti della seconda reazione e l'assorbimento della loro energia implica una variazione, seppur limitata, dell'andamento delle altre componenti.

E_{beam} [MeV]	$N_{\alpha}(t = 10^5 s)$ [adim]	$E_{tot\alpha}$ [J]	$p_{tot\alpha}$ [W]	P_{beam} [W]	R_{power} [adim]
0.001	$7 \cdot 10^8$	$1.2 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-9}$	1	$1.2 \cdot 10^{-9}$
0.01	$7 \cdot 10^8$	$1.2 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-9}$	10	$1.2 \cdot 10^{-10}$
0.1	$9.4 \cdot 10^8$	$1.6 \cdot 10^{-4}$	$1.6 \cdot 10^{-9}$	100	$1.6 \cdot 10^{-11}$
0.15	$1.6 \cdot 10^9$	$2.6 \cdot 10^{-4}$	$2.6 \cdot 10^{-9}$	150	$1.8 \cdot 10^{-11}$
0.2	$4 \cdot 10^9$	$6.7 \cdot 10^{-4}$	$6.7 \cdot 10^{-9}$	200	$3.4 \cdot 10^{-11}$
0.24	$7.3 \cdot 10^9$	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-8}$	240	$5.1 \cdot 10^{-11}$
0.3	$3.8 \cdot 10^9$	$6.3 \cdot 10^{-4}$	$6.3 \cdot 10^{-9}$	300	$2.1 \cdot 10^{-11}$
0.4	$1.6 \cdot 10^9$	$2.7 \cdot 10^{-4}$	$2.7 \cdot 10^{-9}$	400	$6.9 \cdot 10^{-12}$
0.5	$1.2 \cdot 10^9$	$2.1 \cdot 10^{-4}$	$2.1 \cdot 10^{-9}$	500	$4.1 \cdot 10^{-12}$
0.6	$1.1 \cdot 10^9$	$1.9 \cdot 10^{-4}$	$1.9 \cdot 10^{-9}$	600	$3.1 \cdot 10^{-12}$
0.7	$1.1 \cdot 10^9$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$1.8 \cdot 10^{-9}$	700	$2.6 \cdot 10^{-12}$
0.8	$1.1 \cdot 10^9$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$1.8 \cdot 10^{-9}$	800	$2.3 \cdot 10^{-12}$
0.9	$1.2 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-9}$	900	$2.2 \cdot 10^{-12}$
1	$1.2 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-9}$	1000	$2 \cdot 10^{-12}$
1.5	$1.4 \cdot 10^9$	$2.3 \cdot 10^{-4}$	$2.3 \cdot 10^{-9}$	1500	$1.6 \cdot 10^{-12}$
2	$1.6 \cdot 10^9$	$2.6 \cdot 10^{-4}$	$2.6 \cdot 10^{-9}$	2000	$1.3 \cdot 10^{-12}$
2.5	$1.5 \cdot 10^9$	$2.4 \cdot 10^{-4}$	$2.4 \cdot 10^{-9}$	2500	$9.3 \cdot 10^{-13}$
3	$1.3 \cdot 10^9$	$2.2 \cdot 10^{-4}$	$2.2 \cdot 10^{-9}$	3000	$7.2 \cdot 10^{-13}$
4	$1.2 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-9}$	4000	$5 \cdot 10^{-13}$
5	$1 \cdot 10^9$	$1.7 \cdot 10^{-4}$	$1.7 \cdot 10^{-9}$	5000	$3.4 \cdot 10^{-13}$
6	$1.1 \cdot 10^9$	$1.9 \cdot 10^{-4}$	$1.9 \cdot 10^{-9}$	6000	$3.1 \cdot 10^{-13}$
7	$9.7 \cdot 10^8$	$1.6 \cdot 10^{-4}$	$1.6 \cdot 10^{-9}$	7000	$2.3 \cdot 10^{-13}$
8	$6.7 \cdot 10^8$	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-9}$	8000	$1.4 \cdot 10^{-13}$
9	$6.1 \cdot 10^8$	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-9}$	9000	$1.1 \cdot 10^{-13}$

Tabella 4: Efficienza energetica a $i = 10^3 \text{ p}\mu\text{A}$.

i [$\text{p}\mu\text{A}$]	$N_{\alpha}(t = 10^5 s)$ [adim]	$E_{tot\alpha}$ [MeV]	$p_{tot\alpha}$ [W]	P_{beam} [W]	R_{power} [adim]
10^{-1}	$7.3 \cdot 10^5$	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$1.2 \cdot 10^{-12}$	$2.4 \cdot 10^{-2}$	$5.1 \cdot 10^{-11}$
1	$7.7 \cdot 10^6$	$1.3 \cdot 10^{-6}$	$1.3 \cdot 10^{-11}$	$2.4 \cdot 10^{-1}$	$5.4 \cdot 10^{-11}$
10	$7.1 \cdot 10^7$	$1.2 \cdot 10^{-5}$	$1.3 \cdot 10^{-10}$	2.4	$5 \cdot 10^{-11}$
100	$7.3 \cdot 10^8$	$1.2 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-9}$	24	$5.1 \cdot 10^{-11}$
10^3	$7.3 \cdot 10^9$	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-8}$	240	$5.1 \cdot 10^{-11}$
10^4	$7.2 \cdot 10^{10}$	$1.2 \cdot 10^{-2}$	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$2.4 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^{-11}$
10^5	$7.2 \cdot 10^{11}$	$1.2 \cdot 10^{-1}$	$1.2 \cdot 10^{-6}$	$2.4 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-11}$
10^6	$7.2 \cdot 10^{12}$	1.2	$1.2 \cdot 10^{-5}$	$2.4 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^{-11}$

Tabella 5: Efficienza energetica a $E_{beam} = 0.24 \text{ MeV}$.

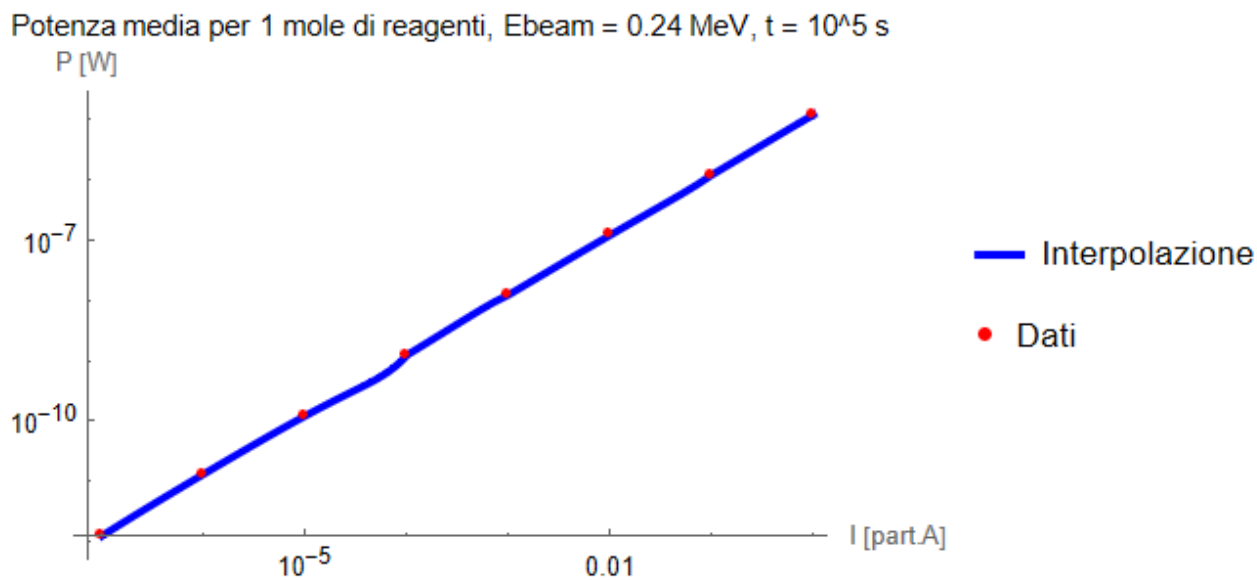


Figura 13: Potenza media erogata da particelle ⁴He ad energia del fascio costante.

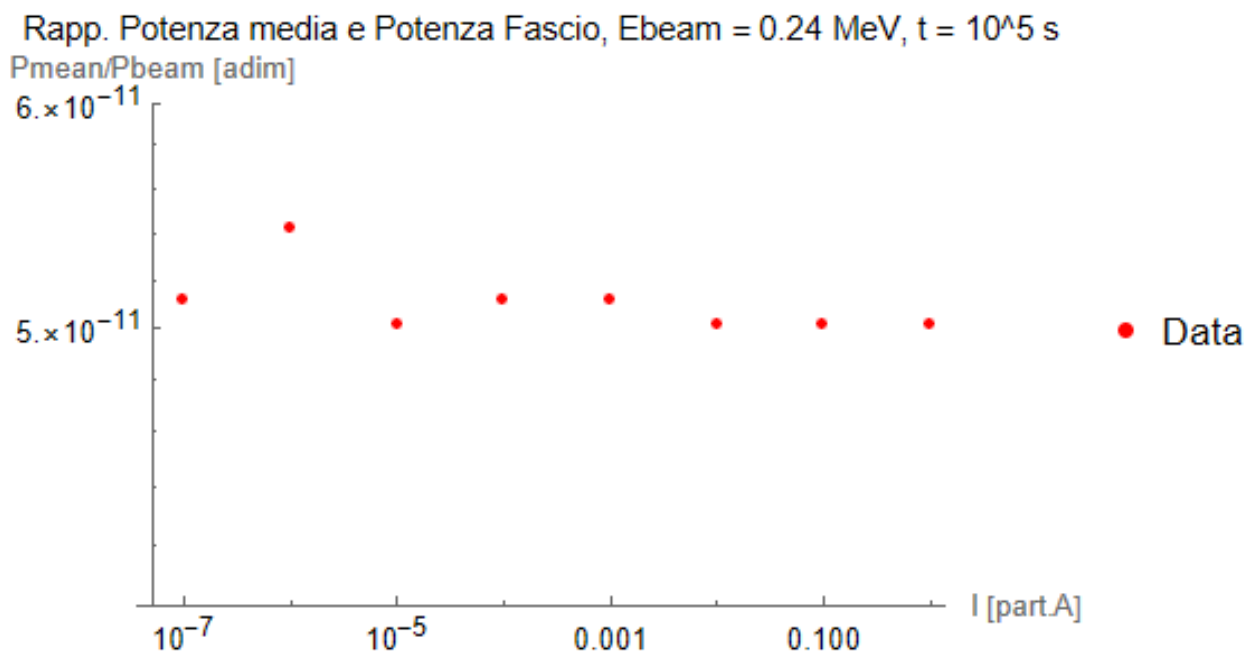


Figura 14: Rapporto di potenza ad energia del fascio costante.

3 Conclusione

Nello studio fatto in questa tesi si conclude che dal sistema analizzato, nella configurazione di un fascio di neutroni che investe un cristallo di ${}^6\text{LiD}$ per innescare la catena di reazioni conosciuta con il nome di “Ciclo Jetter”, non è possibile estrarre energia in modo efficace. La potenza erogata dal sistema non soddisfa minimamente quella utilizzata per sostenere la corrente di neutroni.

Di seguito si elencano le problematiche riscontrate e possibili miglioramenti che possono essere attuati per uno studio più approfondito del sistema:

- Nell’evolvere del tempo, è presente una popolazione non trascurabile di trizio, unico elemento radioattivo della catena di reazione, quindi bisognerà considerare il contributo dato dal tempo di dimezzamento di questa componente, $T_{\frac{1}{2}}^{{}^3\text{H}} = 17.7 \text{ years}$, all’interno del sistema di equazioni che descrive l’evoluzione temporale dei componenti;
- Non si sono considerate altre reazioni che possono avvenire tra le varie popolazioni di particelle, come, ad esempio, la reazione ${}^6\text{Li}-{}^6\text{Li}$, che può avvenire dopo un periodo prolungato di accensione del fascio, il quale porta ad un surriscaldamento del cristallo formando un plasma che comprenderà anche le componenti di ${}^2\text{H}$ e ${}^6\text{Li}$ e avrà densità diversa dal cristallo di ${}^6\text{LiD}$. Il plasma creatosi, essendo un gas ionizzato, dovrà essere schermato da un opportuno confinamento magnetico;
- Le energie considerate, come già riportato nell’introduzione, sono energie medie attorno alle quali una data popolazione di particelle si distribuisce attraverso una distribuzione di probabilità Maxwelliana, per un computo più accurato si può considerare questa ipotesi;
- Non si è considerato il solido come un volume finito e la conseguente perdita di particelle prodotte, tra cui i neutroni del fascio, molto penetranti, come flussi di particelle uscenti dalla superficie del solido cristallino. Si ricorda che i neutroni sono particolarmente penetranti quindi necessiteranno di appositi materiali e appositi spessori per essere schermati;
- Non si è considerato il costo energetico della produzione di un fascio di neutroni dell’ordine di $j_{beam} = 10^{14} \frac{\text{particle}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$, implementando anche questo fattore il ratio di potenza R_{power} si abbasserà drasticamente.

Riferimenti bibliografici

- [1] R Toschi. Nuclear fusion, an energy source. *Fusion Engineering and Design*, 36(1):1–8, 1997.
- [2] R. F. Post, H. Boozer Allen, J. Pace VanDevender, and J. S. Cohen. Nuclear fusion. *AccessScience*, 2017.
- [3] U. Jetter. Die sogenannte superbombe. *Physicalische Blätter*, page 199, 1950.
- [4] K. S. Krane. *Introductory Nuclear Physics*. International series of monographs on physics. John Wiley Sons, 1988.
- [5] J. A. Blink, W. J. Hogan, J. Hovingh, W. R. Meier, and J. H. Pitts. The high-yield lithium-injection fusion-energy (hylife) reactor. *Lawrence Livermore National Lab., CA (USA)*, 1985.
- [6] H. Rene Vega-Carrillo, I. Ruben Esparza-Garcia, and A. Sanchez. Features of a subcritical nuclear reactor. *Annals of Nuclear Energy*, 75:101–106, 2015.
- [7] J. Rand McNally Jr. Fusion chain reactions –ii. *Nucl. Fusion*, 11(2):189, 1971.
- [8] C. Iliadis. *Nuclear Physics of Stars*. WILEY-VCH Verlag GmbH Co. KGaA, Weinheim, 2007.
- [9] J. R. McNally, Jr. Fusion chain reactor prospects and problems. *Technical Report for U.S. Government*, 1974.
- [10] Brown DA, Chadwick MB, Capote R, Kahler A, Trkov A, Herman M, Sonzogni AA, Danon Y, Carlson AD, Dunn M, Smith DL, Hale GM, Arbanas G, Arcilla R, Bates CR, Beck B, Becker B, Brown F, Casperson RJ, Conlin J, Cullen DE, Descalle M, Firestone R, Gaines T, Guber K, Hawari AI, Holmes J, Johnson TD, Kawano T, Kiedrowski B, Koning AJ, Kopecky S, Leal L, Lestone J, Lubitz C, Mattoon CM, Mccutchan EA, Mughabghab SF, Márquez Damián JI, Navratil P, Neudecker D, Nobre GPA, Noguere G, Paris M, Pigni MT, Plompen A, Pritychenko B, Pronyaev VG, Rochman D, Romano P, Roubtsov D, Schillebeeckx P, Simakov S, Sin M, Sirakov I, Sleaford B, Sobes V, Soukhovitskii E, Stetcu I, Talou P, Thompson I, Van Der Marck SC, Welsler-Serrill L, White M, Wiarda D, Wormald JL, Wright RQ, Zerke M, Zerovnik G, and Zhu Y. Endf/b-viii.0: The 8th major release of the nuclear reaction data library with cielo-project cross sections, new standards and thermal scattering data. *NUCLEAR DATA SHEETS*, 148:1–142, 2018.
- [11] H. Bai, R. Fan, H. Jiang, Z. Cui, Y. Hu, Y. Zhang, Z. Chen, W. Jiang, H. Yi, and J. Tang. Measurement of the differential cross sections and angle-integrated cross sections of the $6\text{Li}(n, t)4\text{He}$ reaction from 1.0 ev to 3.0 mev at the csns back-n white neutron source. *Chinese Physics C*, 44(1), 2020.
- [12] A. S. Richardson. *2019 NRL PLASMA FORMULARY*. The Office of Naval Research, 2019.
- [13] G H Miley, H Towner, and N Ivich. Fusion cross sections and reactivities. *Technical Report for U.S. Government*, 1974.
- [14] V. Zerkin. Experimental nuclear reaction data. <https://www-nds.iaea.org/exfor/>.
- [15] S.J. Bame Jr and J.E. Perry Jr. $T(d,n)He4$ reaction. *Phys. Rev.*, 107:1616–1620, 1957.
- [16] M.Drosig. Improved evaluation of the differential cross sections of the $3H(d,n)4He$ reaction for deuteron energies between 3 and 7 mev. *Technical Report for U.S. Government*, 1981.
- [17] M. Drosig, R.K. Smith, and R. Wood. Unified absolute differential cross sections for neutron production by the hydrogen isotopes for charged particle energies between 6 and 17 mev. *Nuclear Science and Engineering*, 67(2):190–220, 1978.
- [18] H. Liskien and A. Paulsen. Neutron production cross sections and energies for the reactions $t(p,n)3He$, $d(d,n)3He$, and $t(d,n)4He$. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 11(7):569–619, 1973.

- [19] Wang Meng, G. Audi, F. G. Kondev, W.J. Huang, S. Naimi, and Xu Xing. The ame2016 atomic mass evaluation. *Chin.Phys*, C(41), 2017.
- [20] C. Hadjidakis, D. Kikoła, J.P. Lansberg, L. Massacrier, M.G. Echevarria, A. Kusina, I. Schienbein, J. Seixas, H.S. Shao, A. Signori, B. Trzeciak, S.J. Brodsky, G. Cavoto, C. Da Silva, F. Donato, E.G. Ferreira, I. Hřivnáčová, A. Klein, A. Kurepin, C. Lorcé, F. Lyonnet, Y. Makdisi, S. Porteboeuf Houssais, C. Quintans, A. Rakotozafindrabe, P. Robbe, W. Scandale, N. Topilskaya, A. Uras, J. Wagner, N. Yamanaka, Z. Yang, and A. Zelenski. A fixed-target programme at the lhc: Physics case and projected performances for heavy-ion, hadron, spin and astroparticle studies. *Physics Reports*, 911:1–83, 2021.
- [21] J.J. Rush. Us neutron facility development in the last half-century: A cautionary tale. *Physisc in Perspective*, 17:135–155, 2015.