Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Relazione per la prova finale
Analisi delle possibili orbite della stazione spaziale Gateway per missioni lunari

Tutor universitario:

Prof. Giacomo Colombatti

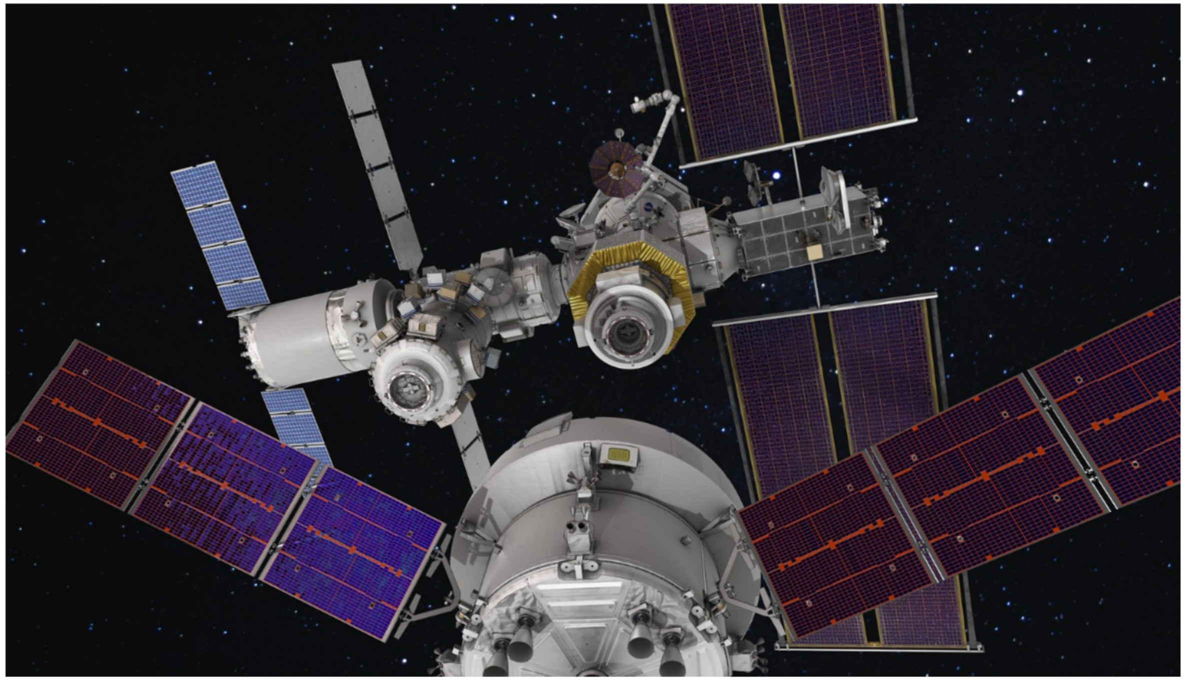
Laureando*: Xompero Tommaso*

Padova, 21/09/2023

INTRODUZIONE

Le missioni Artemis sono state istituite dalla NASA per esplorare e stabilire una presenza umana più duratura sulla Luna

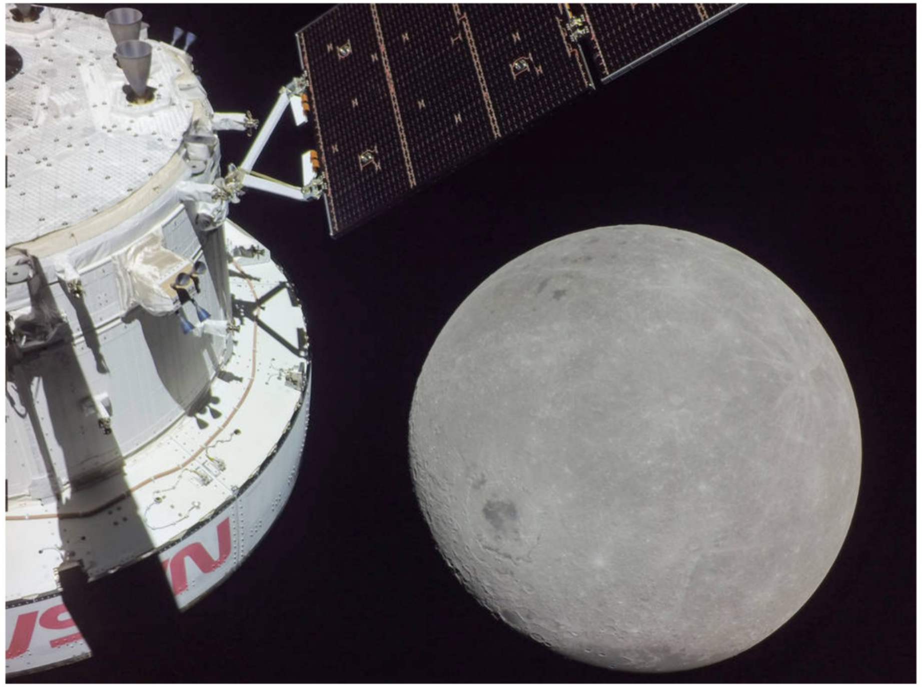
Per raggiungere questi obiettivi si vogliono stabilire una base lunare e una stazione orbitante chiamata Gateway



OBIETTIVI DEL LAVORO

- Definizione e scelta delle orbite da esaminare
  - Descrizione del problema circolare ristretto dei 3 corpi
  - Implementazione metodo di ricerca per orbite HALO
  - Problema ellittico ristretto dei 3 corpi e condizione di periodicità
  - Accenni alla stabilita' dell'orbita
  - Scelta orbite adeguate da analizzare

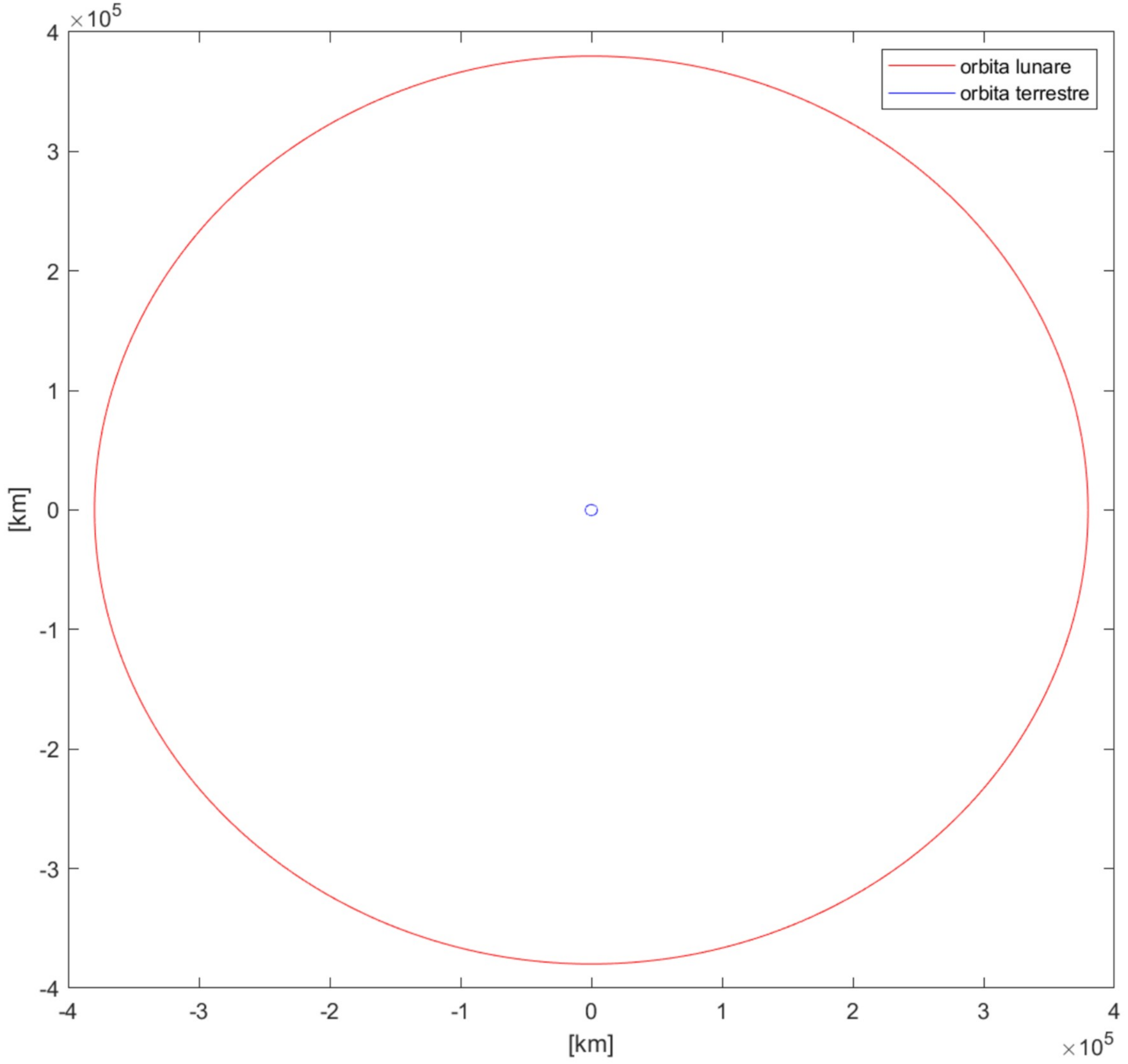
- Identificazione Δv e tempo necessario per raggiungere un'orbita circolare lunare con altezza di circa 100 km dalla quale si effettuerà la discesa al suolo considerando trasferimenti di Hohmann nel caso del problema circolare ristretto



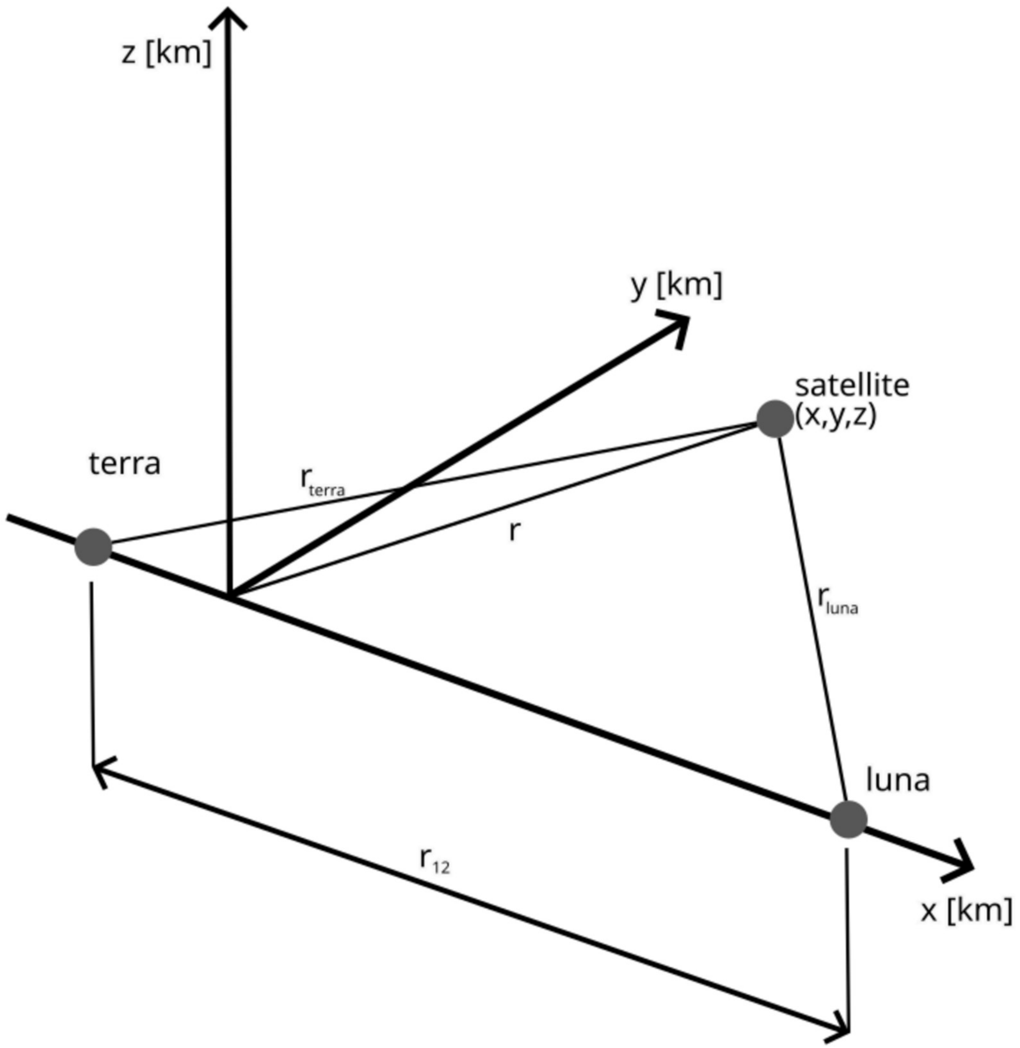
PROBLEMA CIRCOLARE RISTRETTO DEI 3 CORPI

Assunzioni:

- Massa del terzo corpo infinitamente piccola rispetto a quella degli altri 2 corpi, detti corpi primari
- Il moto dei corpi primari si assume circolare
- Per questa analisi si sono considerati solo gli effetti gravitazionali dovuti alla terra e alla luna
- Si considerano i corpi come puntiformi con tutta la massa concentrata nel baricentro



PROBLEMA CIRCOLARE RISTRETTO DEI 3 CORPI



Dati relativi al sistema terra-luna:

- Raggio medio Terra-Luna: 384.400 km
- Massa Luna: 7,3477x10^22 Kg
- Massa Terra: 5,97219x10^24 Kg
- Massa Luna/massa totale μ: 0,01215

Equazioni normali adimensionali del moto:

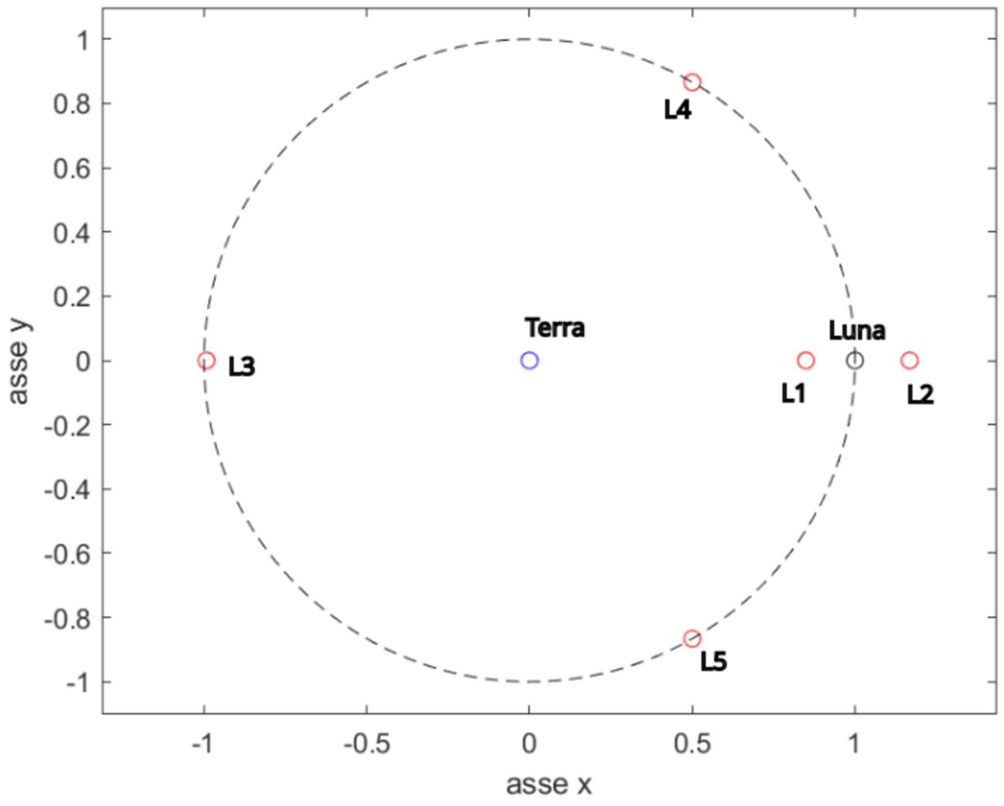
$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}) = \begin{cases} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ 2\dot{y} + x - \dfrac{(1-\mu)(x+\mu)}{{r_t}^3} - \dfrac{\mu(x+\mu-1)}{{r_l}^3} \\ -2\dot{x} + y - \dfrac{(1-\mu)y}{{r_t}^3} - \dfrac{\mu y}{{r_l}^3} \\ -\dfrac{(1-\mu)z}{{r_t}^3} - \dfrac{\mu z}{{r_l}^3} \end{cases}$$

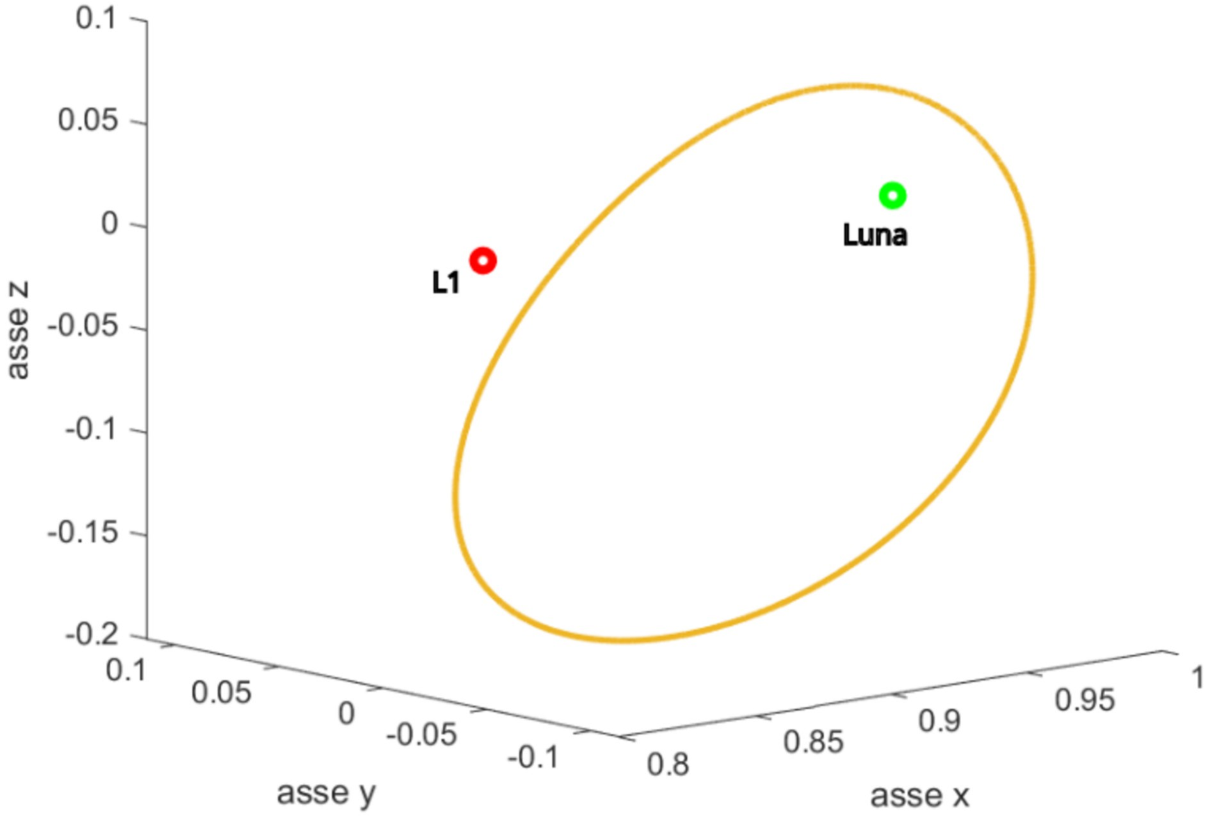
PUNTI DI LAGRANGE E ORBITE HALO

Con le equazioni del moto e' possibile trovare dei punti di equilibrio detti punti di Lagrange

$$\mathrm{L}_1(0.8369,0,0) \quad \mathrm{L}_2(1.1556,0,0) \quad \mathrm{L}_3(-1.005,0,0) \quad \mathrm{L}_4(0.4879,0.866,0) \quad \mathrm{L}_5(0.4879,-0.866,0)$$

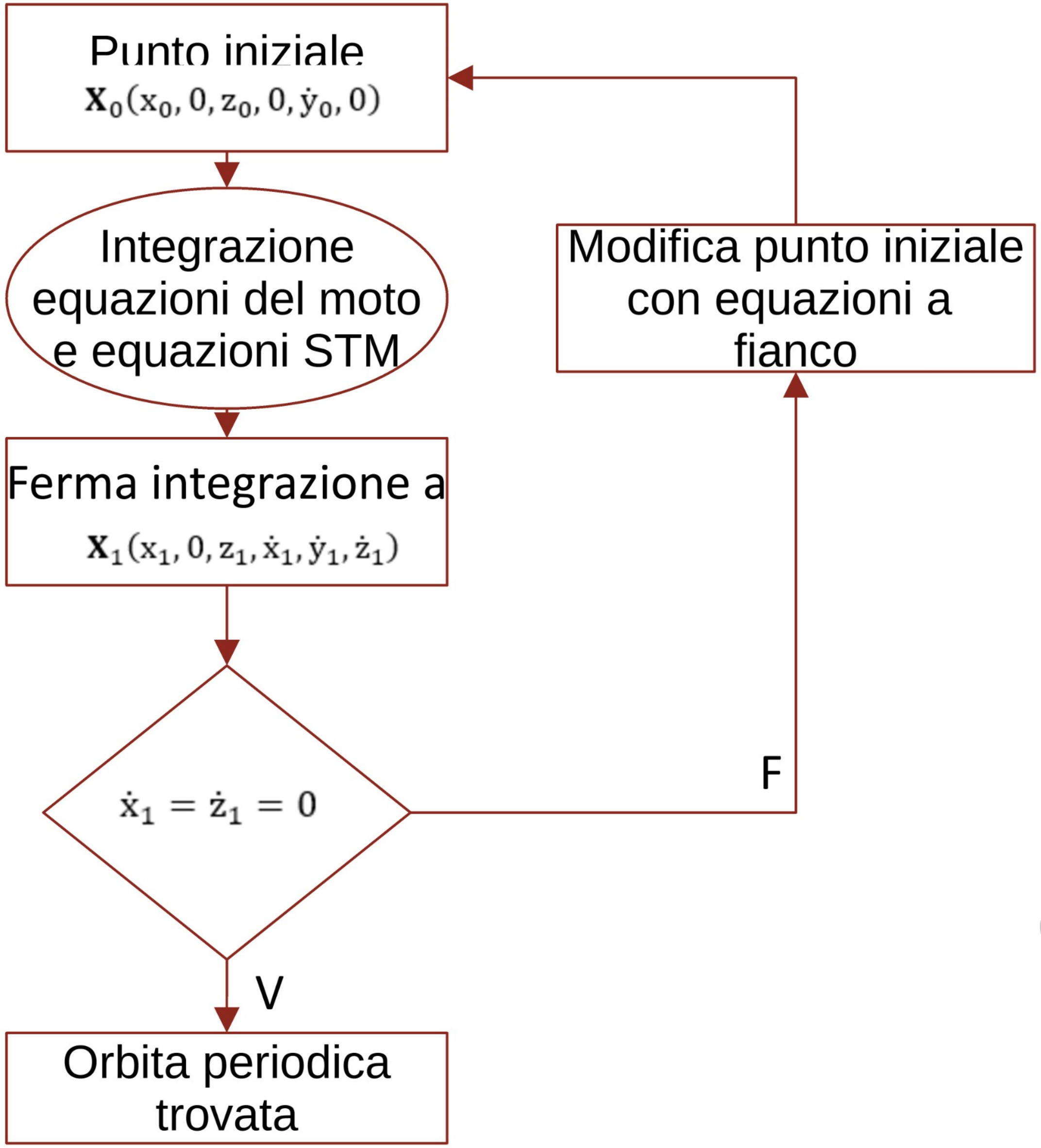
Inoltre nella vicinanza di L1 e L2 si sviluppano delle orbite periodiche chiamate orbite HALO





Tutti i grafici in questa slide sono in unita' adimensionali

METODO DI RICERCA ORBITE HALO



$$\Delta\mathbf{X} = \Phi(t_1, t_0)\Delta\mathbf{X}_0 + \dot{\mathbf{X}}\Delta t$$

x_0 fissato

$$\begin{pmatrix}\Delta\dot{x}\\ \Delta\dot{z}\end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix}\Phi_{4,3} & \Phi_{4,5}\\ \Phi_{6,3} & \Phi_{6,5}\end{pmatrix} - \frac{1}{\dot{y}}\begin{pmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{z}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Phi_{2,3} & \Phi_{2,5}\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}\Delta z_0\\ \Delta\dot{y}_0\end{pmatrix}$$

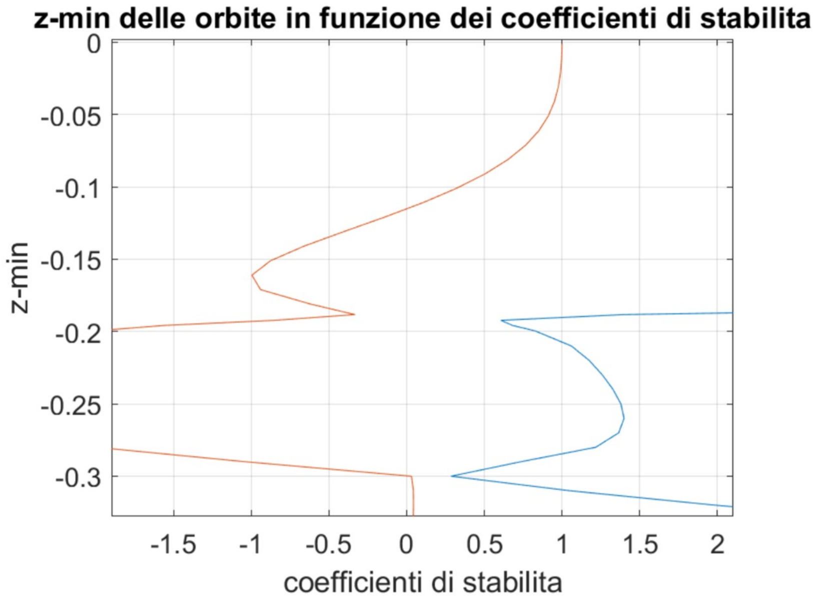
z_0 fissato

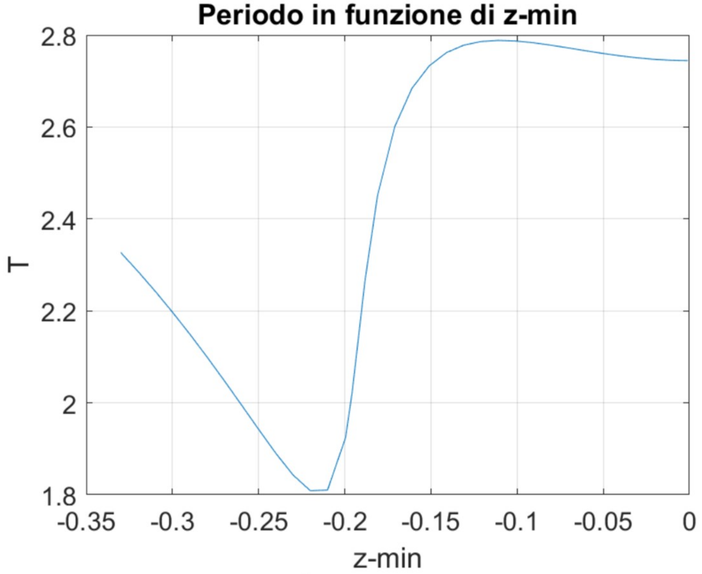
$$\begin{pmatrix}\Delta\dot{x}\\ \Delta\dot{z}\end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix}\Phi_{4,1} & \Phi_{4,5}\\ \Phi_{6,1} & \Phi_{6,5}\end{pmatrix} - \frac{1}{\dot{y}}\begin{pmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{z}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Phi_{2,1} & \Phi_{2,5}\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}\Delta x_0\\ \Delta\dot{y}_0\end{pmatrix}$$

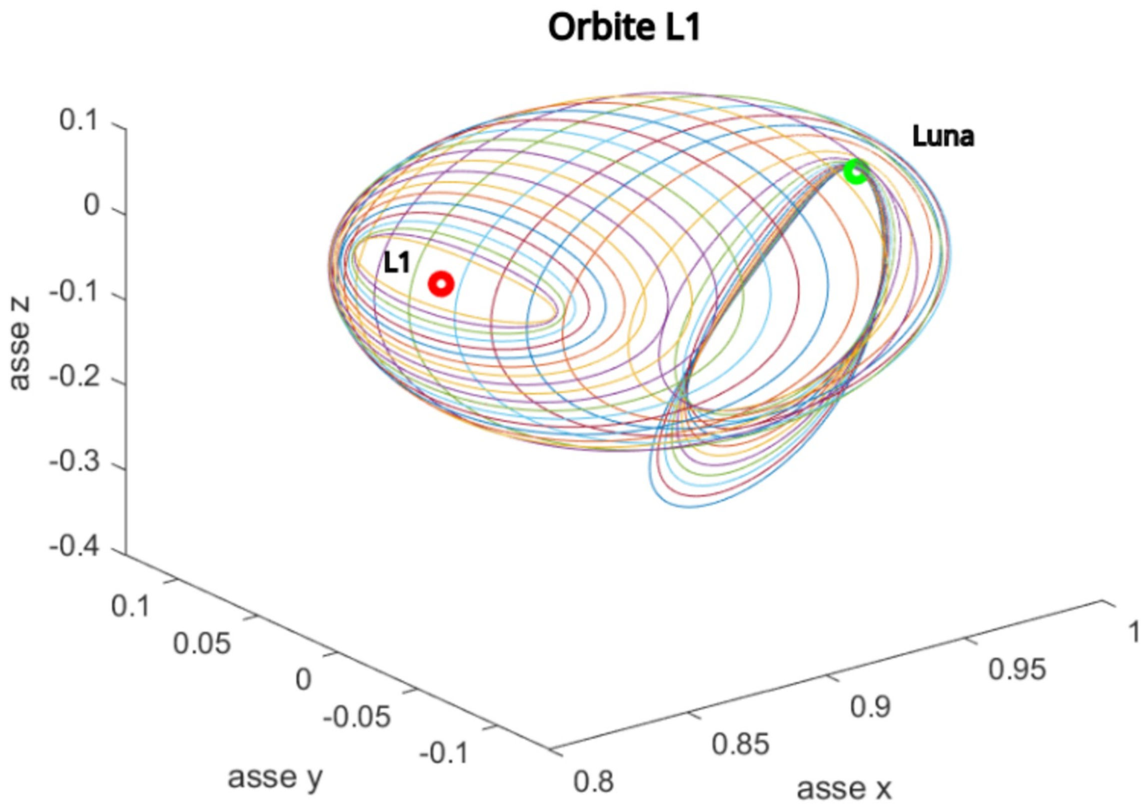
Dove $\Phi(t, t_0) = \frac{d\mathbf{X}(t)}{d\mathbf{X}(t_0)}$ soddisfa $\dot{\Phi}(t, t_0) = J(f)\Phi(t, t_0)$

e puo' essere integrato assieme alle equazioni del moto

ORBITE TROVATE

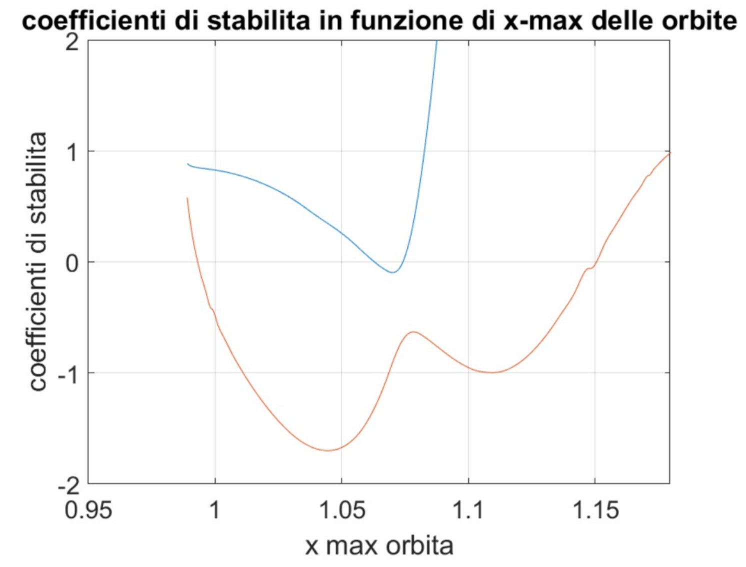


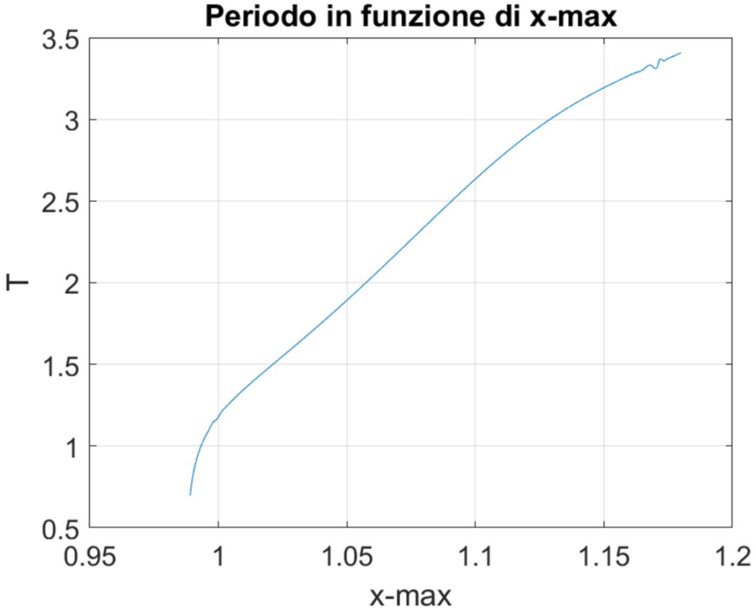


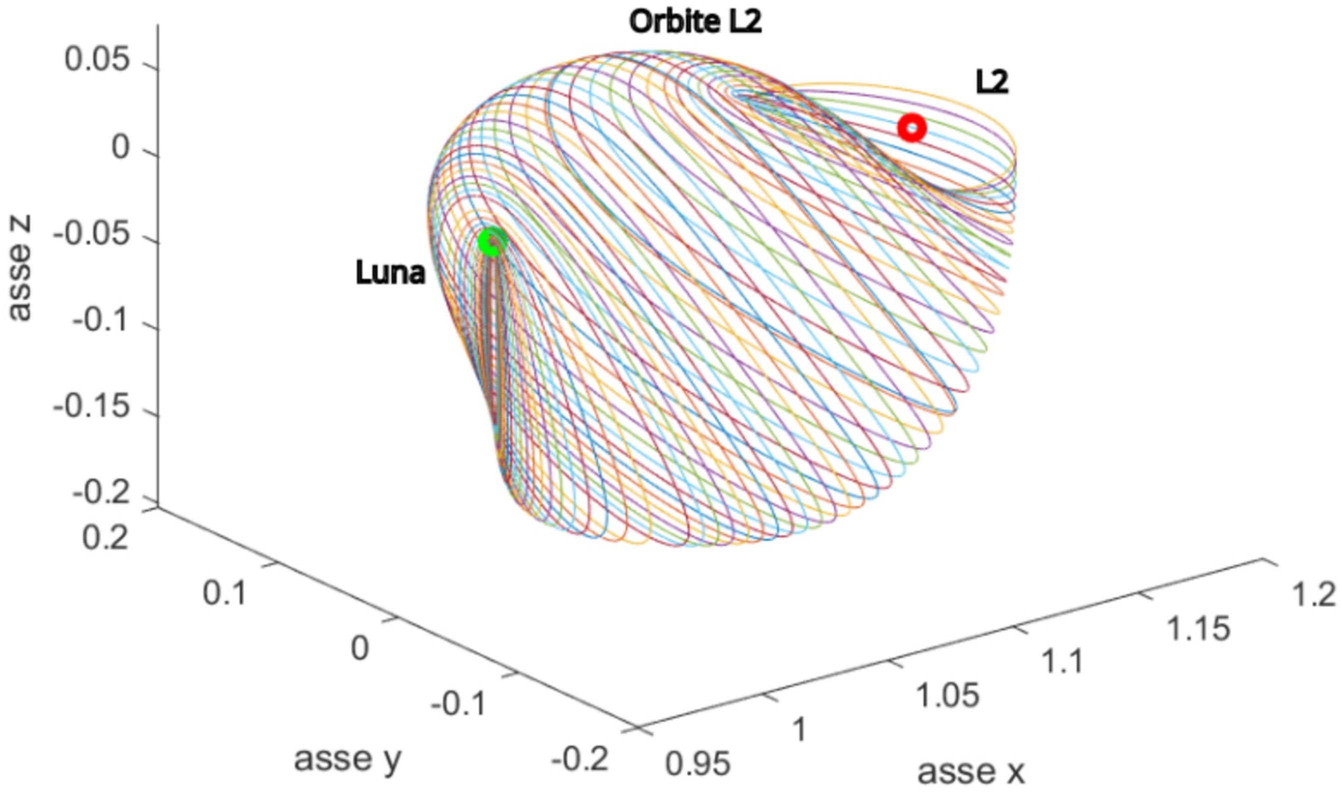


Tutti i grafici in questa slide sono in unita' adimensionali

ORBITE TROVATE







Tutti i grafici in questa slide sono in unita' adimensionali

PROBLEMA ELLITTICO RISTRETTO DEI 3 CORPI

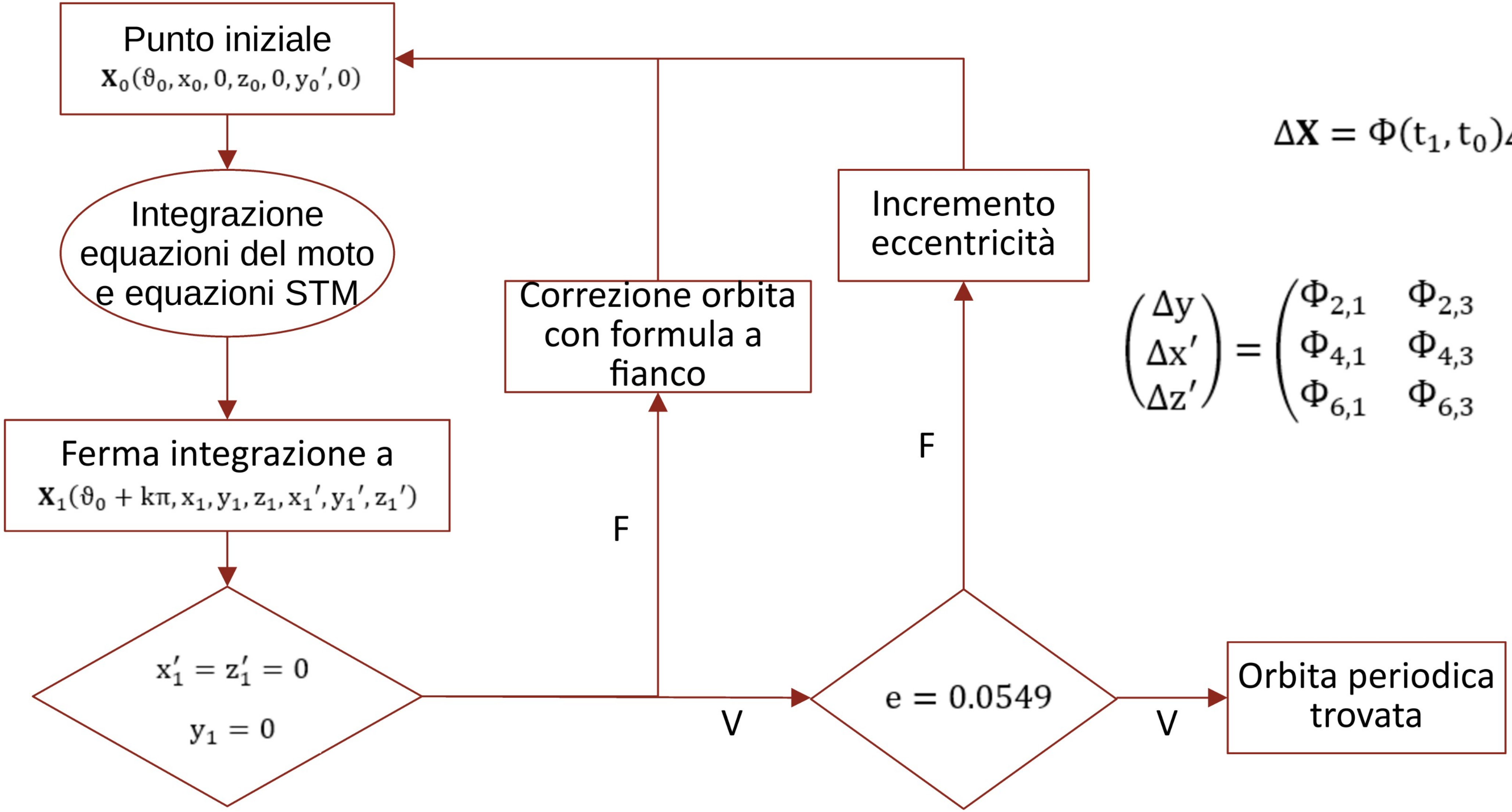
Considerando l'eccentricità dell'orbita lunare cambiano sia le equazioni del moto sia le condizioni di periodicità dell'orbita

$$\begin{cases} x'' - 2y' = \dfrac{dU}{dx} \\ y'' + 2x' = \dfrac{dU}{dy} \\ z'' = \dfrac{dU}{dz} \end{cases} \qquad U = \frac{1}{1 + e\cos(\vartheta)}\left[\frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_t} + \frac{\mu}{r_l} + \frac{1}{2}\mu(1-\mu) - \frac{1}{2}e\cos(\vartheta)\, z^2\right]$$

Condizione di periodicità: un'orbita e' periodica se attraversa perpendicolarmente il piano x-z due volte quando la luna e' ad un apside

Quindi per trovare orbite periodiche nel caso ellittico bisogna considerare orbite HALO con il periodo risonante con quello lunare nel caso circolare e modificarne il punto iniziale

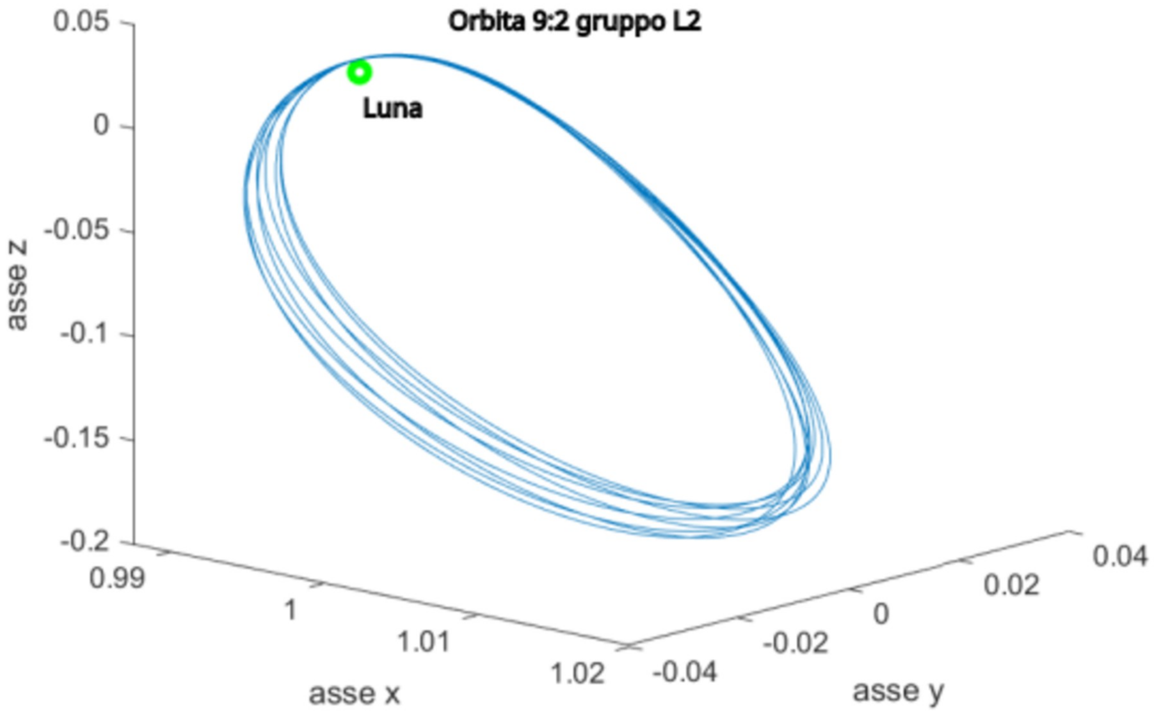
CORREZIONE ORBITE

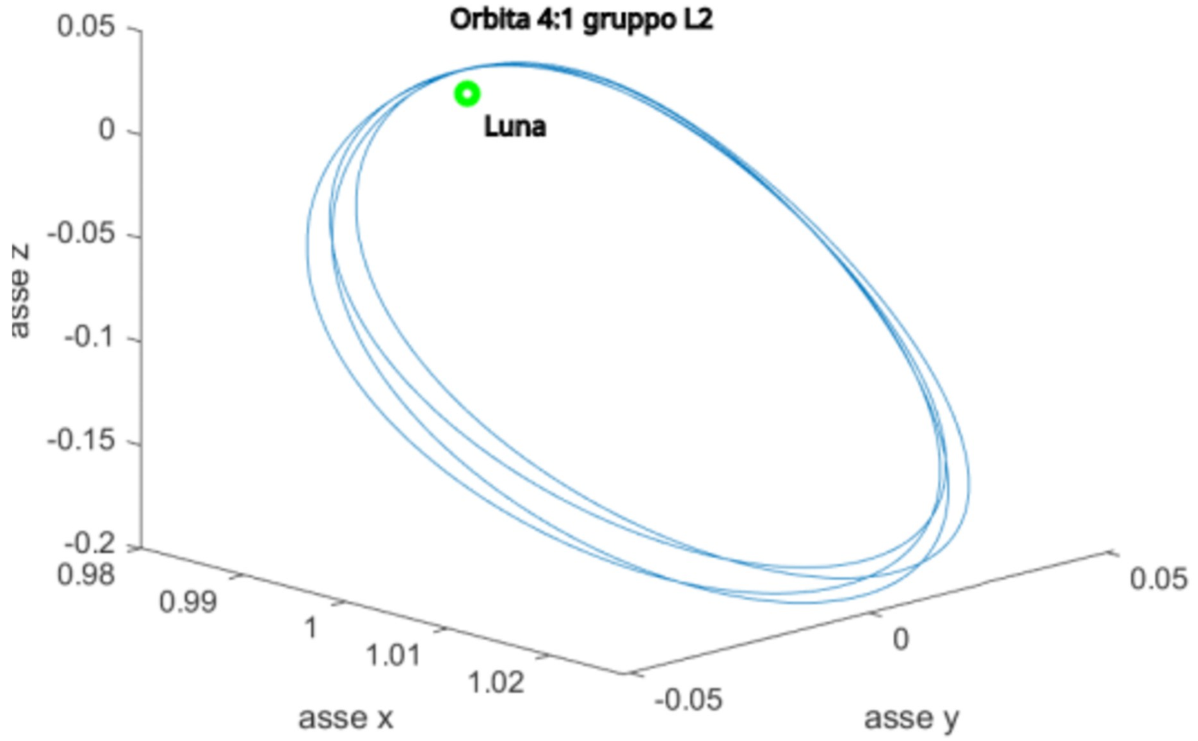


$$\Delta\mathbf{X} = \Phi(t_1, t_0)\Delta\mathbf{X}_0$$

$$\begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta x' \\ \Delta z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{2,1} & \Phi_{2,3} & \Phi_{2,5} \\ \Phi_{4,1} & \Phi_{4,3} & \Phi_{4,5} \\ \Phi_{6,1} & \Phi_{6,3} & \Phi_{6,5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta y_0' \end{pmatrix}$$

ORBITE HALO CONSIDERATE



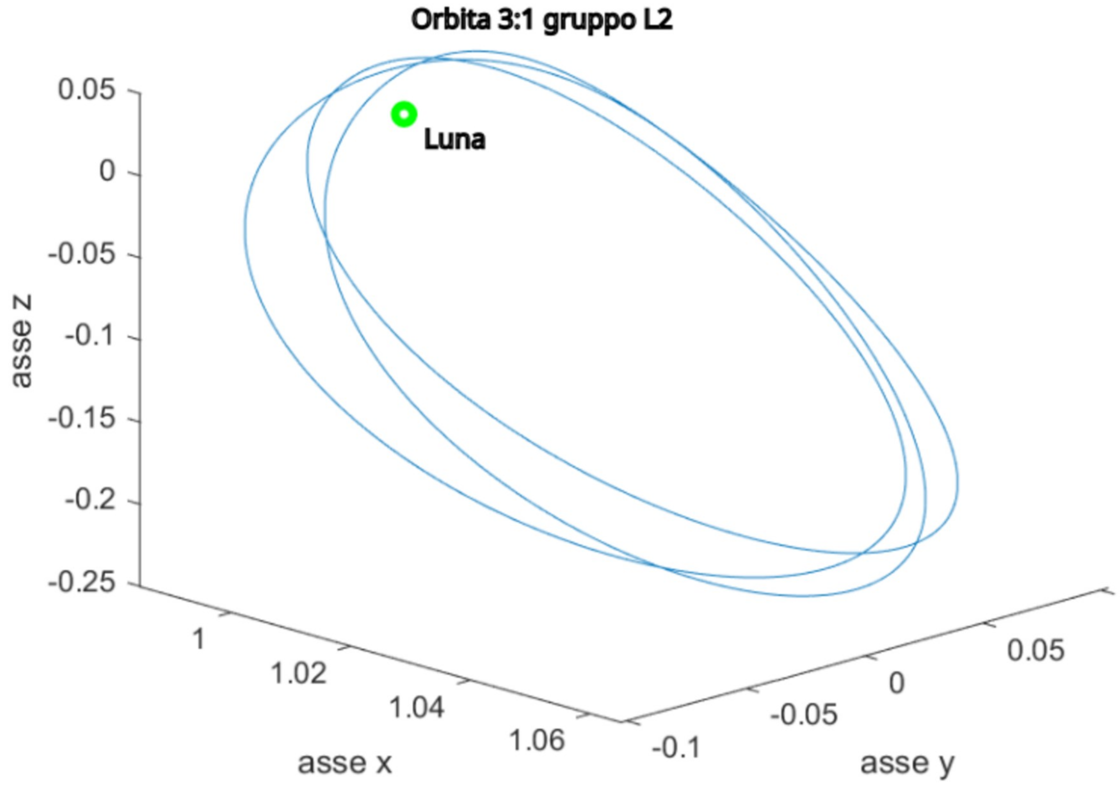


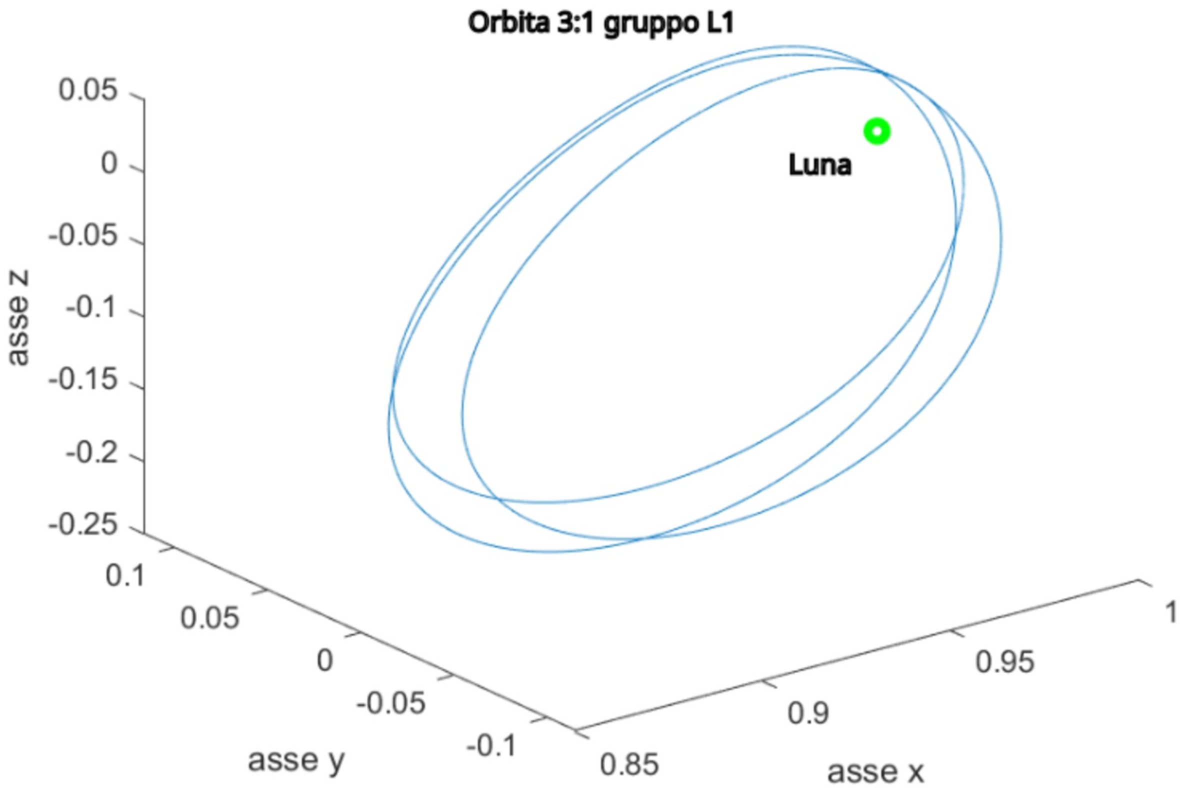
Altitudine punti vicini alla Luna:
270,9 km – 343,9 km

Altitudine punti vicini alla Luna:
2265 km – 2293 km

Tutti i grafici in questa slide sono in unita' adimensionali

ORBITE HALO CONSIDERATE





Altitudine punti vicini alla Luna:
9576 km – 10882 km

Altitudine punti vicini alla Luna:
14895 km – 14463 km

Tutti i grafici in questa slide sono in unita' adimensionali

CONCLUSIONI

Si sono considerati trasferimenti di tipo Hohmann con la dinamica del problema circolare ristretto e avendo considerato come target un'orbita circolare con altezza 100 km da cui cominciare la discesa sul suolo lunare

Di seguito si riportano Δv e tempo necessario per raggiungere l'orbita target

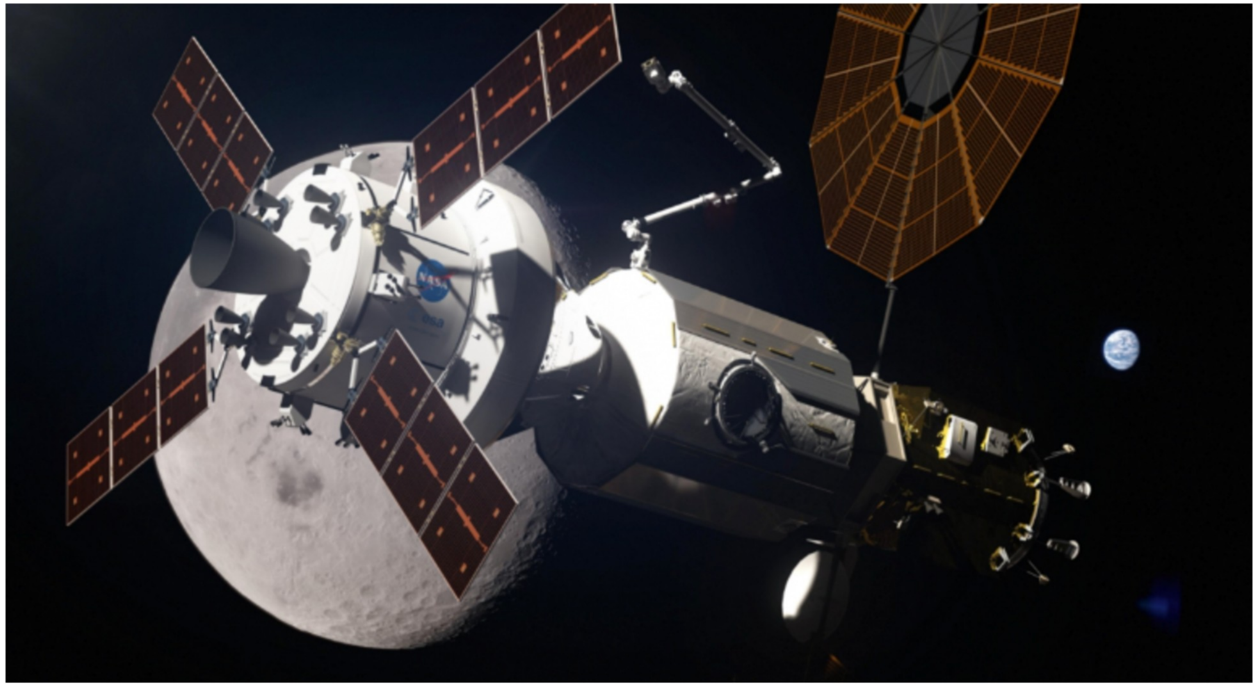
Tipo di orbita	Δv [km/s]	Tempo impiegato [s]
L2 9:2	0,6998	3821,02
L2 4:1	0,9388	7175,88
L2 3:1	1,0519	25997,83

Tipo di orbita	Δv [km/s]	Tempo impiegato [s]
L1 3:1	1,4472	50403,204
Orbita "frozen"	0,1252	8076,6
DRO 6:1	0,9464	89065,28

EVENTUALI SVILUPPI FUTURI E BIBLIOGRAFIA

Possibili sviluppi futuri:

- Considerare metodi di calcolo più efficienti per calcolare orbite ellittiche; in questo modo si potrebbero considerare anche orbite del tipo n:m con m>2
- Valutare il Δv necessario a raggiungere le orbite considerate partendo dalla Terra
- Introdurre le perturbazioni orbitali dovute agli altri corpi celesti
- Adattare le orbite al moto effettivo della Luna attraverso le effemeridi lunari



- *“Orbital Mechanics for engineering students”; Howard D. Curtis*
- *“Three dimensional, periodic, ‘HALO’ orbits”; Kathleen Connor Howell*
- *“Periodic motion around libration points in the elliptic restricted 3-Body problem”; Fabio Ferrari, Michele Lavagna*
- *Nasa Artemis webpage*