



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**

**FACOLTÀ DI INGEGNERIA**

**Corso di Laurea di Ingegneria Civile**

**TESI DI LAUREA MAGISTRALE**

**Modellazione ad elementi discreti dell'impatto  
di una ruota su un terreno granulare**

**Discrete-element modelling of a  
wheel impact on granular soil**

**Relatore: Dott. Ing. Fabio Gabrieli**

**Correlatori: Prof. Ing. Simonetta Cola**

**Ing. Maurizio Schiavo**

**Laureando: Francesco Volpato**

**Anno Accademico 2013-2014**

# INDICE

<b>INTRODUZIONE .....</b>	<b>1</b>
<b>1 MATERIALI ARRESTORI .....</b>	<b>5</b>
1.1 EMAS.....	5
1.2 Materiali alternativi all'EMAS .....	7
1.2.1 Vetro cellulare (Foam Glass) .....	8
1.2.2 Aggregato schiumoso (Aggregate Foam) .....	10
1.2.3 Aggregato di tipo ingegneristico (Engineered Aggregate) .....	11
1.3 Confronti tra i materiali e risultati.....	12
1.3.1 Prove, test fisici, modelli.....	12
1.3.2 Modalità di test.....	15
1.3.3 Fattori ambientali .....	17
1.3.4 Costi .....	17
1.3.5 Comportamento dei materiali.....	18
<b>2 MODELLI NUMERICI .....</b>	<b>21</b>
2.1 Il Metodo FDM .....	22
2.2 Il Metodo FEM.....	23
2.3 Il Metodo BEM .....	25
2.4 Il Metodo DEM.....	26
2.4.1 Il DEM particellare .....	27
2.5 Scelta del modello opportuno .....	29
2.6 Software Yade.....	30
2.6.1 Rilevamento delle collisioni.....	30
2.6.2 Algoritmi di calcolo per il rilevamento delle collisioni (Collision Detection) .....	31
2.6.3 Interazione tra particelle.....	33
2.6.4 Spostamenti e deformazioni .....	34
2.6.5 Forze e tensioni .....	38

2.6.6	Accelerazione, velocità e posizione .....	38
<b>3</b>	<b>SIMULAZIONE DEL PROBLEMA .....</b>	<b>41</b>
3.1	Codici .....	41
3.2	Terreno .....	42
3.2.1	Caratteristiche geometriche del terreno .....	42
3.2.2	Taratura dei parametri e prova triassiale .....	44
3.2.3	Terreni scelti .....	49
3.3	Ruota .....	53
3.3.1	Richiami del moto di una ruota su una superficie.....	56
3.3.2	Forze sulla ruota.....	59
3.4	Schema delle prove .....	60
<b>4</b>	<b>RISULTATI.....</b>	<b>63</b>
4.1	Osservazione preliminare.....	63
4.2	Variabili considerate .....	65
4.2.1	Criteri di uscita.....	67
4.3	Risultati grafici e confronti .....	68
4.3.1	Prove di tipo 1 .....	68
4.3.2	Prove di tipo 2 .....	73
4.4	Riproduzione delle prove .....	76
4.5	Osservazioni riassuntive .....	82
<b>5</b>	<b>CONCLUSIONI .....</b>	<b>87</b>
	<b>APPENDICE.....</b>	<b>91</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>137</b>

## INTRODUZIONE

L'argomento di questa tesi è nato dall'esigenza di studiare un particolare fenomeno, al giorno d'oggi di grande interesse, che coinvolge un determinato sistema di trasporto: il problema riguarda il superamento laterale della pista aeroportuale, principalmente durante le fasi di atterraggio, da parte di aerei di uso civile.

I velivoli più moderni, infatti, di grandi dimensioni, hanno bisogno di spazi sempre maggiori per poter effettuare in completa sicurezza tutte le manovre a terra, comprese quelle che precedono le fasi di attacco/stacco con il terreno. L'adeguamento alle norme vigenti delle piste aeroportuali, in modo particolare la loro estensione in lunghezza e larghezza, non è un problema di facile soluzione, soprattutto quando gli aeroporti siano limitati dalle caratteristiche morfologiche del territorio, come, ad esempio, da rilievi montuosi o specchi d'acqua ma anche da edifici o infrastrutture di trasporto quali ponti, ferrovie o autostrade.

In letteratura esistono molto studi che, piuttosto di considerare l'uscita laterale dalla pista, trattano l'uscita frontale dell'aereo, fenomeno più comune e statisticamente più frequente rispetto all'uscita laterale. Per evitare il superamento frontale della pista è necessaria la realizzazione, in corrispondenza della sua parte terminale, di un'area di sicurezza, definita "Runway end Safety Area" (RESA), che garantisce uno spazio maggiore per l'arresto del velivolo in caso di mancato decollo o di atterraggio troppo lungo. La lunghezza e la larghezza di quest'area dipendono strettamente dal codice numerico della pista, ovvero dalle sue dimensioni. Il codice numerico, variabile secondo l'ICAO (International Civil Aviation Organization) da 1 a 4, dipende, a sua volta, dalla lunghezza di campo caratteristica, cioè dalla minima distanza di decollo richiesta dall'aereo critico in condizioni, atmosferiche e di pista, standard. L'aereo critico (o di progetto) è definito come il velivolo che utilizza la pista con la maggiore frequenza e che limita le caratteristiche da assegnare alle infrastrutture.

Alcuni aeroporti, però, per le ragioni citate precedentemente, non dispongono delle superfici necessarie per l'adeguamento o la realizzazione dell'area di sicurezza; in tutti questi casi quindi, si dovranno creare particolari sistemi, simili alla RESA, che consentano un efficace arresto dei velivoli in spazi più ridotti e contenuti.

I sistemi che riducono la distanza di arresto per un velivolo in uscita frontale dalla pista possono essere installati anche nelle zone laterali, laddove non si dispongano di spazi planimetrici conformi

alle normative vigenti. È questo, ad esempio, il caso dell'aeroporto di Venezia. A causa di lavori di potenziamento della pista principale, si rende necessario l'utilizzo, almeno per il periodo delle stesse lavorazioni, della pista secondaria. L'impiego della pista sussidiaria rende, però, necessaria la realizzazione di una nuova via di rullaggio, e lo spazio compreso tra la pista secondaria e la via di rullaggio non rispetterebbe le distanze di sicurezza richieste. Per questo motivo si è pensato di inserire un elemento a maggiore potenziale di arresto nel caso di uscita laterale dalla pista, così da soddisfare le norme vigenti.

Il materiale al giorno d'oggi maggiormente impiegato in queste situazioni è l'EMAS, un particolare terreno artificiale che, sul velivolo che sopra vi transita, provoca una forte decelerazione, fino al suo completo arresto in spazi ridotti. Negli ultimi anni si è cercato di proporre alternative all'EMAS, centrandosi su materiali naturali che, con le loro proprietà meccaniche, potessero influenzare il comportamento del velivolo producendone un arresto entro spazi prestabiliti.

Lo scopo di questa tesi, che parte dal problema fin qui presentato, è quello di simulare, con un modello di calcolo ad elementi discreti, il comportamento di una generica ruota su un terreno, senza volersi necessariamente soffermare al campo aeroportuale, estendendo quindi la validità dei risultati ottenuti anche ad altre situazioni reali, e valutando, di volta in volta, gli effetti che i diversi tipi di terreno esercitano sulla ruota. Molti sono infatti i campi in cui vengono impiegati particolari terreni, studiati con lo scopo di influenzare, con le loro caratteristiche, il comportamento del mezzo che sopra vi transita, in modo da soddisfare precise condizioni di sicurezza. L'obiettivo finale rimane comunque quello di confrontare i comportamenti dei supporti simulati in modo da individuare quello che svolge l'azione di arresto più efficace sulla ruota. Con questo lavoro si evidenzia inoltre la possibilità di studiare ed analizzare un fenomeno reale attraverso una semplice modellazione numerica, senza la necessità di effettuare prove in scala reale che richiederebbero costi e tempi maggiori.

Nel primo capitolo viene data una panoramica generale su alcuni tipi di terreni arrestori impiegabili nel campo delle piste aeroportuali; vengono descritti l'EMAS (già installato in alcuni aeroporti americani), ma anche materiali ad esso alternativi e tutt'ora oggetto di studio. Presentare questi materiali, anche se strettamente legati all'ambito aeroportuale, è importante non solo per conoscere le loro proprietà fisico-meccaniche, ma anche per comprendere il loro modo di agire sulla ruota nella fase di decelerazione. Nel secondo capitolo si presentano, in modo generale, diversi modelli numerici ad oggi sviluppati e, in modo particolare, si descrivono il modello DEM e il software impiegato in questo lavoro di tesi. Nel terzo capitolo, entrando nella simulazione vera e propria del problema, si espongono le operazioni eseguite per la taratura dei parametri del terreno e si illustrano le proprietà fisico-geometriche attribuite sia al supporto che alla ruota. Nel quarto capitolo si

presentano i risultati, grafici e numerici, ottenuti facendo scorrere la ruota sui diversi tipi di terreno, mettendo in luce le reazioni che questi ultimi esplicano e la loro influenza sulla ruota stessa. Infine, il quinto capitolo è dedicato alle conclusioni generali e a possibili sviluppi futuri di questo lavoro.



# 1 MATERIALI ARRESTORI

Il capitolo inizia con la presentazione dell'EMAS, un materiale specificatamente progettato per arrestare i velivoli in uscita frontale dalla pista aeroportuale. Questo sistema però, nonostante sia stato installato in alcuni aeroporti americani, trova dei concorrenti in altri materiali, anch'essi appositamente pensati per garantire un sistema di arresto efficace. Lo studio di materiali alternativi è stato lanciato dalla FAA (Federal Aviation Administration), che ha voluto ricercare e studiare possibili alternative all'EMAS [1]. Parte dei dati e delle informazioni sui materiali che vengono qui di seguito riassunti sono raccolti in un report dal titolo *Developing Improved Civil Aircraft Arresting Systems* [1].

## 1.1 EMAS

L'EMAS (Engineered Material Arresting System) è un particolare sistema di arresto superficiale, simile ad un pacchetto di terreno, disposto oltre il termine della pista aeroportuale, in corrispondenza della RESA (*Figura 1.1*); l'area occupata può variare a seconda dell'aeroporto, ma generalmente si estende per *300 piedi* in lunghezza e *150 piedi* in larghezza.



*Figura 1.1 Sistema EMAS al termine di una pista aeroportuale [1]*

È formato da blocchi di calcestruzzo cellulare quadrati, di dimensioni *4 piedi \* 4 piedi* e di spessore variabile; le piccolissime fessure presenti tra un elemento e l'altro consentono il passaggio dell'aria; nella parte superiore invece, queste fessure vengono chiuse per evitare l'ingresso dell'acqua piovana. Inizialmente, per chiudere gli spazi tra i blocchi, si usava la tecnica della coibentazione, mentre ora si impiega semplicemente un nastro di silicone a tenuta stagna. Il calcestruzzo cellulare (*Figura 1.2*) che forma l'EMAS, è un materiale leggero con un sistema di vuoti interno che garantisce una massa volumica ( $300-2000 \text{ kg/m}^3$ ) ben inferiore rispetto a quella del calcestruzzo ordinario ( $2200-2600 \text{ kg/m}^3$ ); tale materiale, sotto carichi rilevanti come quello di un aereo, si deforma e si rompe, consentendo l'affondamento delle ruote e dissipando tutta l'energia cinetica posseduta dal velivolo stesso.



*Figura 1.2 Blocco di calcestruzzo cellulare in edilizia [4]*

La leggerezza, la resistenza e le buone proprietà di isolamento termico, rendono i blocchi di calcestruzzo cellulare degli ottimi materiali anche nel campo edile per la realizzazione di cappotti per pareti esterne o interne o per la coibentazione di coperture piane o inclinate.

Sui lati dell'EMAS paralleli all'asse della pista, i blocchi si dispongono in modo da creare dei piccoli gradini per consentire il passaggio di pedoni e veicoli durante le operazioni di soccorso. Queste zone laterali di discontinuità (*Figura 1.1*) non sono interessate dal passaggio del velivolo e quindi non vengono considerate parti resistenti al moto.

Prima di disporre i singoli elementi è necessario pavimentare l'area interessata dal sistema, in modo da creare una buona fondazione e garantire l'allontanamento dell'acqua.

Al giorno d'oggi l'EMAS è l'unico sistema comprovato per l'arresto di aerei di uso civile; è già stato installato in alcuni aeroporti americani e soddisfa i requisiti presentati dalla FAA (Federal Aviation Administration) [1]. Dal 1996 al 2013 l'EMAS è stato installato in 74 piste aeroportuali di 47 aeroporti americani; entro il 2015 si prevede l'installazione di altri 14 sistemi EMAS [10].

L'EMAS è stato progettato per arrestare i velivoli aventi una velocità d'uscita dalla pista pari a 70 nodi (circa 36 m/s). Tale velocità è stata ricavata da uno studio statistico dei casi di superamento delle piste aeroportuali, anche se, in realtà, sarebbero necessarie, di volta in volta, specifiche analisi per determinare le velocità d'uscita più appropriate per ciascun aeroporto.

La circolare che si dovrebbe rispettare nella realizzazione di tutti i possibili sistemi di arresto impone che, durante la fase di decelerazione dell'aereo, non si generino danni strutturali allo stesso [1]. A volte però accade che questa prescrizione non venga osservata: si tratta di quei casi in cui le ruote del carrello, a causa della penetrazione nel terreno, subiscono un certo grado di danneggiamento. Poiché, però, l'affondo delle ruote è un fenomeno che garantisce un sicuro arresto dell'aereo entro gli spazi previsti, il deterioramento del mezzo, in questi casi, è comunque accettabile se paragonato alla salvaguardia della vita umana.

Nonostante l'EMAS si dimostri un valido sistema di arresto dei velivoli, esistono ancora alcuni problemi per quanto riguarda l'impiego di tale materiale [1]:

- in alcuni aeroporti l'area di terreno a termine della pista non è sufficientemente grande da poter ospitare il sistema completo;
- i costi associati all'acquisto e alla posa in opera sono ancora elevati;
- non è stata ancora valutata la durabilità di questo materiale nel tempo.

Questi aspetti hanno naturalmente portato alla ricerca di materiali/terreni diversi dall'EMAS, ma che potessero comunque rappresentare un valido sistema di decelerazione dei velivoli in condizioni di sicurezza.

Il principale comportamento che questi materiali devono garantire è quello di dissipazione dell'energia cinetica dell'aereo nella fase di contatto tra ruote e terreno; solo in questo modo è possibile ridurre la velocità del velivolo e permetterne l'arresto entro gli spazi prestabiliti. D'altra parte, però, la decelerazione del mezzo non deve essere troppo elevata, poiché ciò porterebbe non solo al danneggiamento di parti meccaniche ma anche al pericolo per la vita umana. Infine è necessario che i terreni arrestori presentino caratteristiche fisico-meccaniche tali da consentire il rapido ed efficace intervento dei mezzi di soccorso in prossimità dell'aereo stesso.

## **1.2 Materiali alternativi all'EMAS**

A causa dei problemi precedentemente citati, che, ad oggi, non sono ancora stati pienamente risolti, sono state indagate nuove alternative all'EMAS. L'idea fondamentale, sui cui si fondano le ricerche,

rimane, come per l'EMAS, quella di creare un tipo di terreno o materiale che possa ridurre considerevolmente l'energia cinetica di un mezzo in movimento fino ad arrestarne il moto. Nelle fasi di studio, però, non è stata solamente data importanza al calcolo dell'assorbimento dell'energia, ma anche alla valutazione della durabilità e della resistenza nel tempo di questi materiali.

Le ricerche volute dalla FAA [1] hanno evidenziato diverse alternative all'EMAS che si basano sui seguenti materiali:

1. *vetro cellulare* (Foam Glass);
2. *aggregato schiumoso* (Aggregate Foam);
3. *aggregato di tipo ingegneristico* (Engineered Aggregate).

### 1.2.1 Vetri cellulari (Foam Glass)

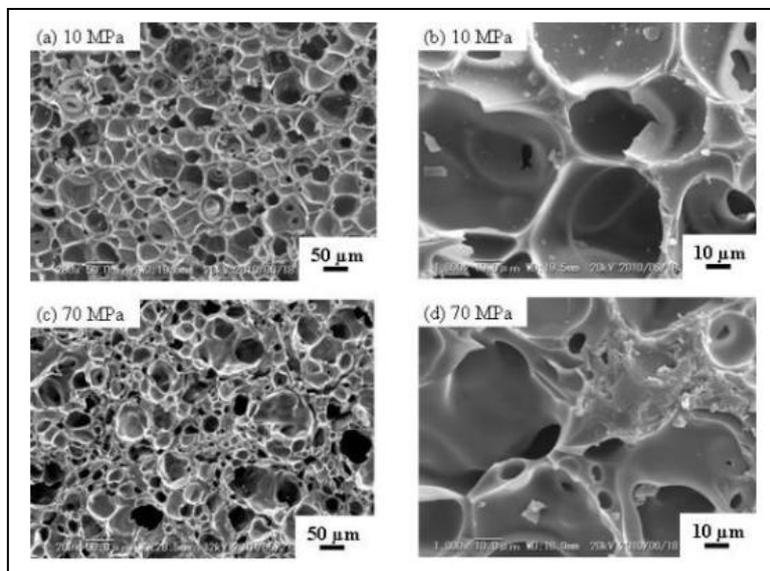
Il vetro cellulare si ottiene partendo dal vetro chimicamente puro, a cui, una volta macinato, si aggiunge polvere di carbonio; a questo punto con la cottura del composto, si ottiene un gas che espande e dilata la massa, dando vita alla tipica struttura alveolare, caratteristica dei materiali isolanti; tale espansione è di circa 8-9 volte il suo volume iniziale. Infine, si opera un lento raffreddamento per ottenere un blocco di schiuma rigido di colore grigio (*Figura 1.3*).



*Figura 1.3* Blocco di vetro cellulare [11]

La posa in opera di questo materiale può avvenire seguendo la disposizione a blocchi, oppure realizzando un unico elemento monolitico. Nonostante la struttura interna (*Figura 1.4*) di questo materiale rimanga comunque simile a quella del cemento cellulare usato nei blocchi di EMAS (densità non elevata e conseguente tendenza alla disgregazione), la struttura chimico-fisica del vetro cellulare garantisce non solo una buona resistenza agli attacchi chimici ma anche un buon comportamento nei confronti dell'acqua e dei fattori ambientali. Le stesse caratteristiche positive si riscontrano anche negli elementi sigillanti e di chiusura indicati per questo materiale. Il vetro

cellulare è un materiale che ha un comportamento meccanico analogo a quello dell'EMAS; si frantuma al passaggio di un mezzo pesante e favorisce in questo modo la dissipazione dell'energia cinetica e l'arresto del velivolo.



*Figura 1.4 Struttura interna del vetro cellulare [14]*

Partendo da piccoli elementi di dimensione  $24 * 18 * 6$  pollici le due diverse modalità di posa in opera del vetro cellulare sono:

1. *metodo costruttivo a blocchi* (Figura 1.5): consiste nella posa di piccoli elementi fino a formare blocchi quadrati, di dimensione  $4$  piedi  $* 4$  piedi, di spessore variabile e analoghi a quelli dell'EMAS, e nell'applicazione, in corrispondenza delle fessure, di una sostanza sigillante per meglio resistere alle azioni ambientali. Questi blocchi possono essere trasportati ed installati l'uno accanto all'altro direttamente in sito, in corrispondenza della zona da servire a termine della pista;
2. *metodo costruttivo monolitico* (Figura 1.6): inizialmente i piccoli blocchi vengono sovrapposti secondo uno schema a mattoni per poi essere incollati tra di loro direttamente in sito al fine di formare una struttura compatta; infine si spruzza, su tutta la superficie del materiale, un polimero di copertura a tenuta stagna che evita l'impiego di sigillanti per le fessure tra i diversi elementi. In questo modo si rendono superflue anche le guarnizioni verticali laterali dei blocchi.

Le ottime proprietà di resistenza agli agenti atmosferici, chimici e biologici, rendono questo materiale particolarmente adatto anche nel campo edile, come ad esempio nella realizzazione di sistemi isolanti per le pareti perimetrali, o come strato inferiore dei plinti di fondazione a diretto

contatto con il terreno, o, ancora, negli ambienti umidi, come isolante nei serbatoi e nelle tubazioni.

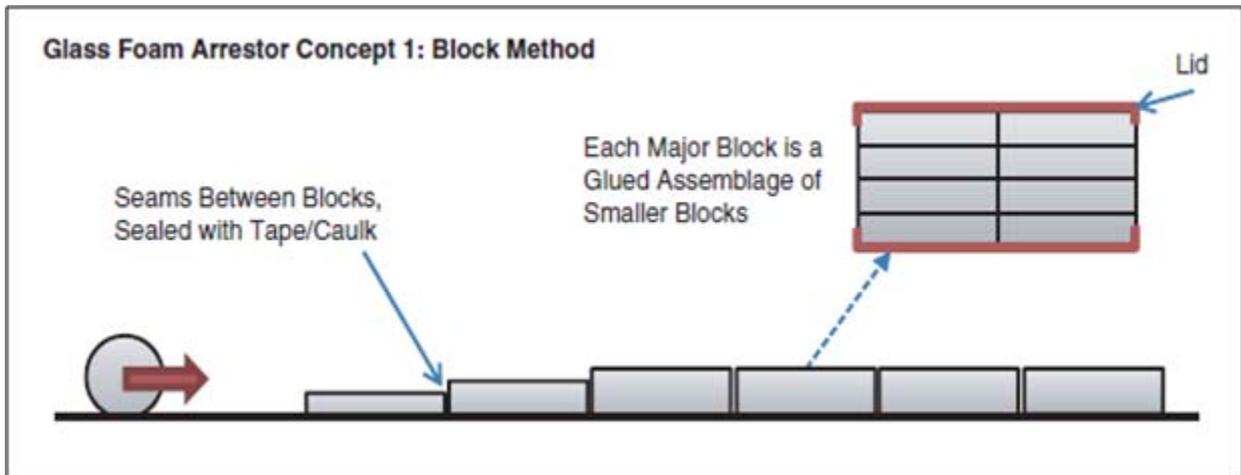


Figura 1.5 Metodo costruttivo a blocchi [1]

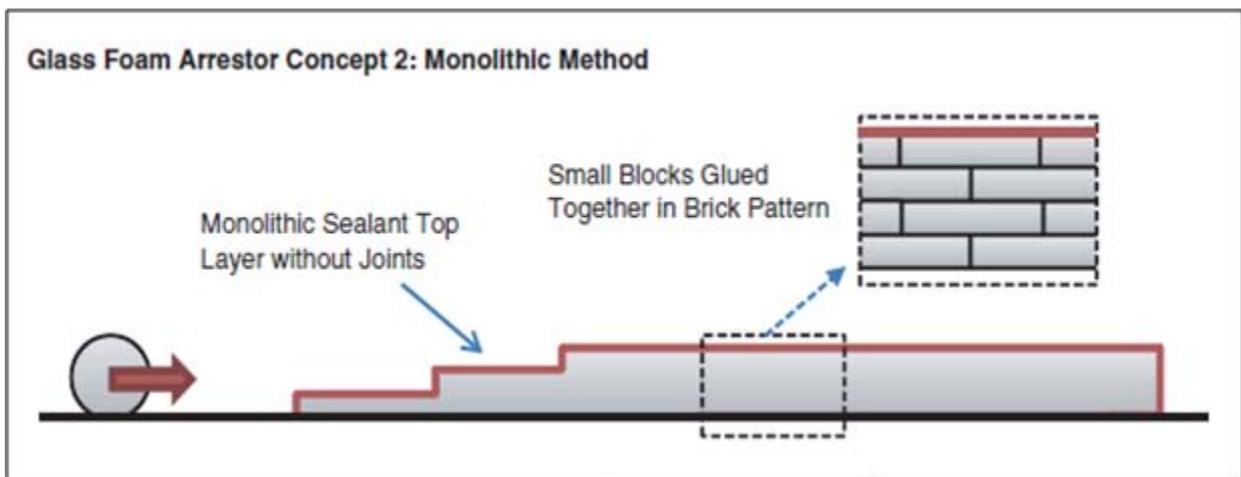


Figura 1.6 Metodo costruttivo monolitico [1]

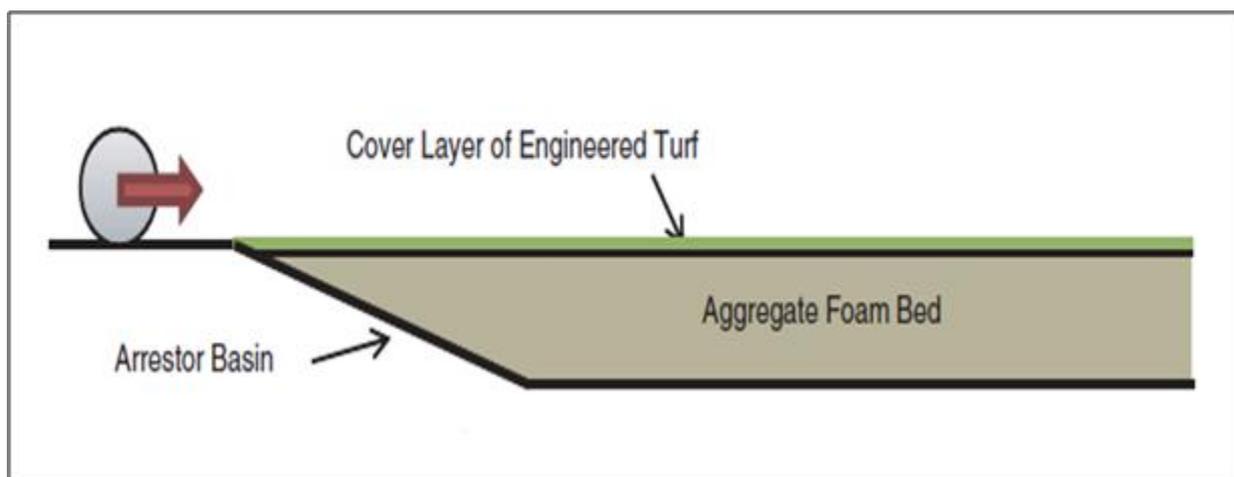
### 1.2.2 Aggregato schiumoso (Aggregate Foam)

Questo materiale, caratterizzato da un elevato indice dei vuoti (quasi l'80%), deriva dall'utilizzo di scaglie di vetro riciclato e appare fisicamente come una pietra pomice. La particolare struttura micro-cellulare lo rende, però, un materiale resistente all'acqua e alle sostanze chimiche degradanti dell'ambiente circostante. Come per il vetro cellulare e per l'EMAS, anche l'aggregato schiumoso a contatto con la ruota dell'aereo tende a frantumarsi, riducendo l'energia cinetica del velivolo. Il materiale, però, in questo caso, non viene confezionato in blocchi di dimensioni standard, ma viene mantenuto in forma di piccole pietre separate e di dimensione variabile; questi frammenti di

aggregato schiumoso vengono posti in opera all'interno di uno scavo realizzato nel terreno al termine della pista aeroportuale. Successivamente si copre il tutto con uno strato di manto erboso (*Figura 1.7*) che svolge diverse funzioni:

- regola il drenaggio dell'acqua e limita la formazione del ghiaccio nel periodo invernale;
- evita che i mezzi di trasporto di terra, più leggeri rispetto ai velivoli, affondino nel terreno durante le operazioni di soccorso;
- limita la dispersione dei frammenti dell'aggregato schiumoso sottostante quando la ruota dell'aereo penetra nel terreno, evitando così il rischio di introduzione di materiale nei motori.

Un notevole vantaggio, rispetto ai casi precedenti, in cui si adoperavano blocchi prefabbricati, risiede nella semplicità esecutiva del sistema e, conseguentemente, nella riduzione dei costi. D'altra parte, però, tale materiale, potrebbe, nel tempo, assestarsi e stabilizzarsi in modo non idoneo, dando origine a risposte di arresto inadeguate.



*Figura 1.7 Letto di aggregato schiumoso [1]*

### **1.2.3 Aggregato di tipo ingegneristico (Engineered Aggregate)**

È formato da piccole sfere, fisicamente simili all'argilla espansa (*Figura 1.8*), ma con buone proprietà di scorrimento ed ottima resistenza alla compattazione; in questo caso, al passaggio del velivolo, le piccole sfere offrono resistenza al moto scorrendo le une sulle altre; anche in questo caso il materiale riempie uno scavo poco profondo realizzato al termine della pista. Per quanto riguarda la copertura del sistema, è possibile sia operare in modo analogo a quanto visto nel caso precedente, stendendo quindi un manto erboso (tecnica fino ad oggi adottata in alcuni aeroporti inglesi), sia realizzare un sottile strato di asfalto. Lo strato superficiale svolge le medesime funzioni citate per il caso dell'aggregato schiumoso. Come nel caso precedente, la facilità di posa in opera

del materiale e l'assenza di blocchi prefabbricati riducono ulteriormente i costi di realizzazione. Per ripristinare il letto di terreno dopo il passaggio di un velivolo è necessario solamente smuovere il materiale, ed eventualmente, laddove sia andato perduto parte di esso, aggiungere le quantità necessarie per recuperare il volume adeguato iniziale.



*Figura 1.8 Particelle dell'aggregato di tipo ingegneristico [1]*

### **1.3 Confronti tra i materiali e risultati**

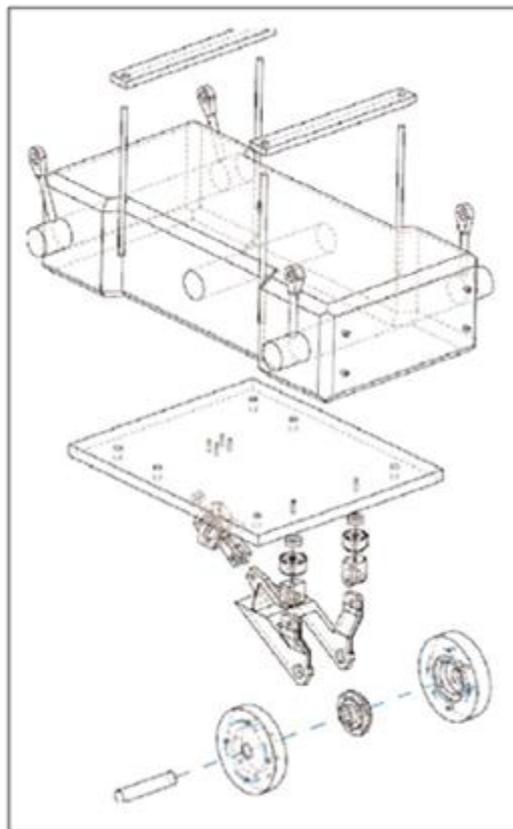
#### **1.3.1 Prove, test fisici, modelli**

Gli studi su questi materiali sono cominciati con una serie di prove di laboratorio, per lo più si è trattato di prove triassiali e di compressione, per determinare le proprietà fisico-meccaniche di ciascuno di essi (*Figura 1.9*).



*Figura 1.9 Prove triassiali su provini di aggregato di tipo ingegneristico [1]*

Una volta caratterizzato il materiale è stato possibile riprodurre, in scala ridotta, i test fisici di impatto della ruota con il terreno. Per il vetro cellulare e l'aggregato schiumoso è stato realizzato un sistema a pendolo (*Figura 1.10*), mentre per l'aggregato ingegneristico, a causa delle dimensioni delle particelle sferiche, non è stato possibile effettuare questo tipo di prova [1]. L'altezza di rilascio del pendolo è stata scelta in modo da ottenere, nella fase di contatto tra la ruota e il terreno, la massa e la velocità opportunamente scalate [1]. Per ridurre il numero di variabili nella fase di progetto, è stata adottata una ruota in alluminio invece di uno pneumatico.



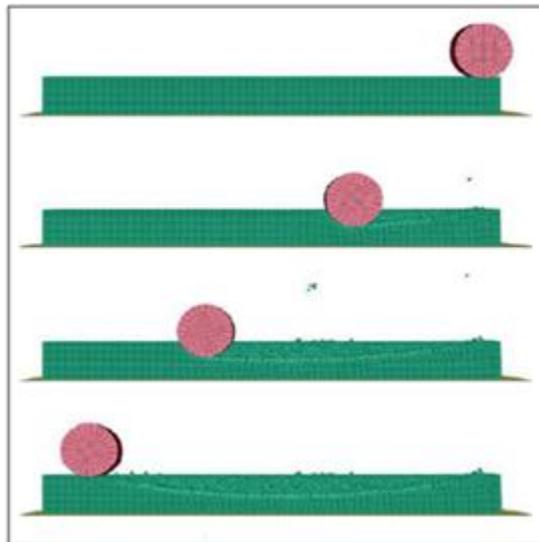
*Figura 1.10 Pendolo per i test fisici [1]*

Per tutti questi materiali sono stati condotti dei test di resistenza alla penetrazione e all'azione dell'acqua; ciascun provino, di dimensioni specifiche, è stato completamente immerso in acqua e ed è stato sottoposto a cicli di gelo-disgelo [1]. Questo tipo di prova è sicuramente la più severa per il materiale, che difficilmente, nella realtà, si troverà completamente immerso in acqua, senza alcuna possibilità di drenaggio o protetto da rivestimenti sigillanti e a tenuta stagna. Per il vetro cellulare sono state studiate anche le resistenze dei materiali sigillanti e di giunzione che chiudono le fessure tra i singoli blocchi [1].

Oltre a test fisici sono state condotte anche delle simulazioni numeriche con il software LS-DYNA [1]. Con questo programma è stato possibile effettuare la taratura dei parametri dei materiali: non sono state solamente riprodotte le prove di laboratorio, ma è stato simulato anche il test fisico del pendolo (*Figura 1.11*) e quindi sono stati confrontati i risultati reali con quelli simulati.

Infine, è stato utilizzato il programma *Arrestor Prediction Code* (APC), scritto in MATLAB, per determinare la distanza di arresto di 3 specifici velivoli in fase di transito su un determinato materiale. I 3 aerei, di dimensioni differenti, considerati nel confronto, sono rispettivamente dal minore al maggiore: il CRJ-200, il B737-800 e il B747-400 (*Figura 1.12*). Gli input che devono essere inseriti nel programma devono riassumere le caratteristiche del materiale e le dimensioni del letto di terreno, il tipo di contatto che si stabilisce tra la ruota dell'aereo e il letto arrestore ed infine le caratteristiche fisico-geometriche dell'aereo stesso.

Con l'utilizzo di tutte le informazioni ricavate da queste prove, sono stati osservati i comportamenti dei diversi materiali e sono state confrontate le distanze di arresto [1].



*Figura 1.11 Modellazione del test fisico del pendolo col programma LS-DYNA [1]*

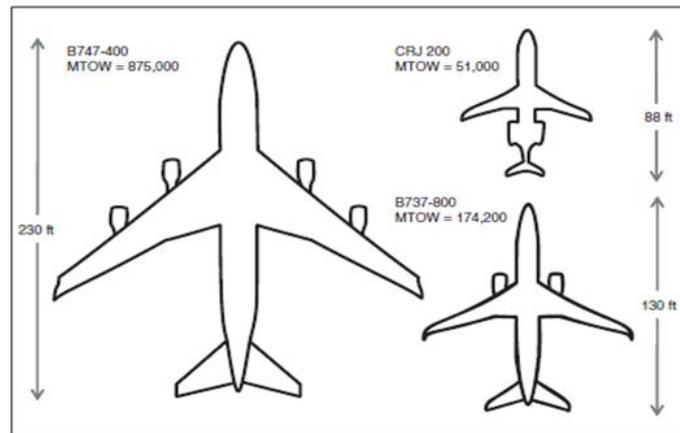


Figura 1.12 Aerei considerati nello studio dei materiali [1]

### 1.3.2 Modalità di test

L'APC ha permesso di progettare, per ciascun materiale, due tipi diversi di terreno, preparando quindi due diverse modalità di test [1]: la prima prevede che il letto di materiale sia specificatamente preparato per arrestare solo un determinato velivolo, la seconda, invece, prevede che il letto sia preparato per arrestare al meglio tutti e 3 i diversi velivoli. Nel primo caso il terreno è realizzato con un determinato spessore e con un preciso valore di densità, in modo tale da arrestare in modo ottimale un solo particolare aereo di interesse fra i 3 scelti. Il sistema così realizzato, però, potrebbe essere poco efficace per l'arresto degli altri 2 aerei. Per questo motivo, nel secondo caso, il letto di terreno viene progettato in modo da dare la migliore risposta di arresto a tutti e 3 i velivoli contemporaneamente; si scelgono quindi caratteristiche geometriche del materiale tali da dare una risposta globale ottimale complessiva.

Il letto di terreno preparato per la prima prova garantisce, ovviamente, per l'aereo di riferimento, la distanza di arresto inferiore; tuttavia, nei casi reali, sarebbe più corretta la progettazione di un terreno che offra un arresto efficace per più tipi di velivoli e non solo per uno in particolare.

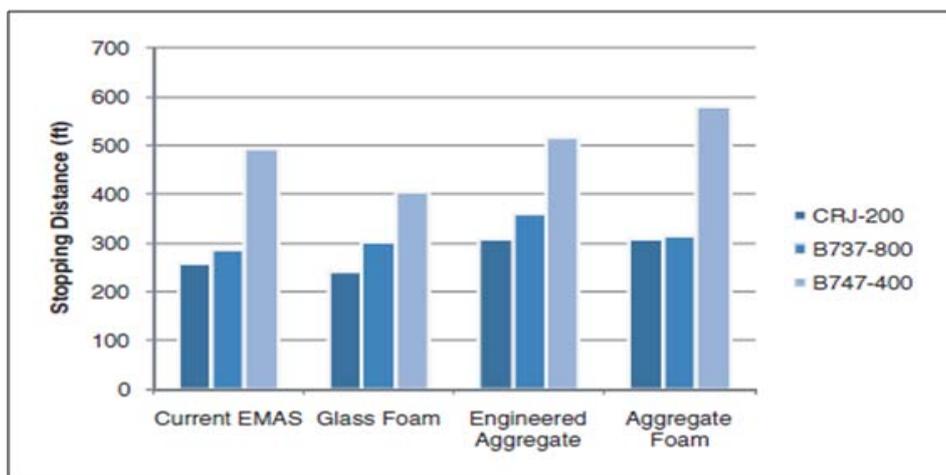


Figura 1.13 Distanze di arresto per i diversi terreni nella prima modalità di test [1]

Il grafico in Figura 1.13 mette a confronto l'EMAS con i 3 diversi letti di materiale, progettati specificatamente per i determinati aerei di riferimento; per uno stesso materiale, le barre verticali, che indicano la distanza di arresto, variano a seconda del velivolo considerato. I dati sono stati raccolti considerando per ciascun aereo una velocità di uscita dalla pista pari a 70 nodi. Dal grafico si nota che solo con il vetro cellulare si possono avere distanze di arresto inferiori rispetto a quelle ottenute con l'EMAS; questa osservazione non è valida però per un letto di terreno realizzato per il B737-800 dove la distanza per un completo arresto supera, anche se di poco, quella ricavata con l'EMAS. Gli altri materiali, invece, hanno performance di arresto leggermente peggiori. La somiglianza tra il vetro cellulare e l'EMAS deriva dalle medesime caratteristiche fisiche dei due sistemi: il materiale cellulare schiumoso che sotto il peso dell'aereo si frantuma, riducendone l'energia cinetica, è condensato in blocchi prefabbricati. Tuttavia si ribadisce che nella realtà questo confronto è poco rilevante: si tende difficilmente a realizzare terreni specifici per l'arresto di un solo tipo di aereo.

Nel secondo grafico (Figura 1.14) si confrontano i letti di terreno realizzati per la seconda modalità di test. Anche in questo caso la velocità di uscita dalla pista è stata posta pari a 70 nodi. Si evince fin da subito l'aumento delle distanze di arresto rispetto al caso precedente. Il materiale migliore, per i primi due velivoli, tra le tre alternative all'EMAS, sembra essere comunque il vetro cellulare, anche se presenta un preoccupante aumento della distanza di arresto per il B747-400. Il sistema composto dall'aggregato schiumoso garantisce però il miglior risultato globale su più tipi di aerei, con le più basse distanze di arresto complessive. In questa seconda modalità di test non esistono prove per l'EMAS perché nei casi in cui è stato impiegato è sempre stato progettato solo per un determinato aereo critico di interesse e non per ottimizzare l'arresto di più velivoli. In generale, senza dati a disposizione, si può comunque affermare [1] che il trend della seconda prova riferito

all'EMAS avrebbe potuto seguire, in linea di massima, i risultati ottenuti per il vetro cellulare, vista l'analogia meccanica e comportamentale che questi due sistemi presentano.

Dai risultati ottenuti si nota che, come ci si poteva aspettare, al variare delle dimensioni dei velivoli, varia notevolmente anche la distanza di arresto: più grande è l'aereo coinvolto, maggiore sarà tale distanza.

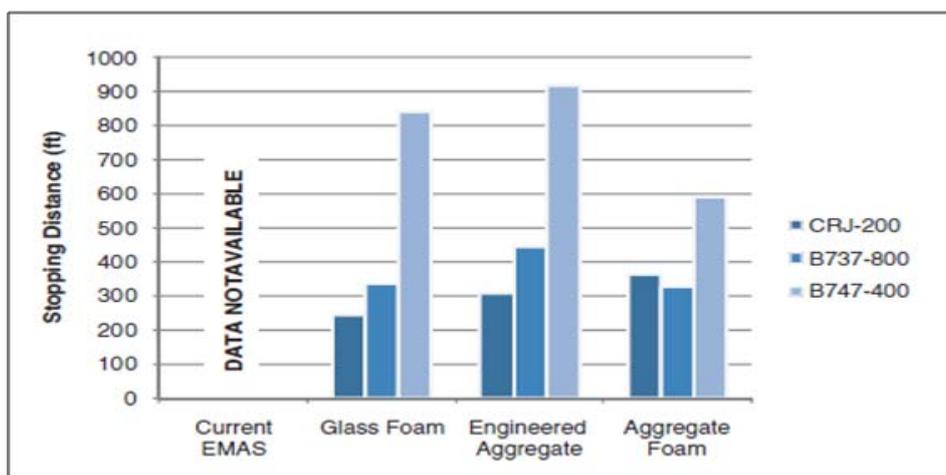


Figura 1.14 Distanze di arresto per i diversi terreni nella seconda modalità di test [1]

### 1.3.3 Fattori ambientali

Nei confronti dei fattori ambientali, i 3 materiali proposti sembrano offrire resistenze maggiori rispetto a quelle che offre invece l'EMAS; a tali conclusioni si è giunti dopo aver sottoposto i materiali alle prove cicliche di gelo e disgelo e dopo aver valutato, per un certo periodo di tempo, l'utilizzo e il comportamento degli stessi materiali [1]. La resistenza alla penetrazione dell'acqua è garantita, per i primi due materiali, dalla loro composizione cellulare chiusa, mentre per il terzo, dalla impermeabilità delle rigide particelle sferiche che lo compongono. Tutti questi tre materiali, rispetto al cemento cellulare di cui è composto l'EMAS, possono essere maneggiati senza il rischio di danneggiamento e sopportano con più facilità l'esposizione ad agenti chimici esterni [1]. I materiali sigillanti testati si sono dimostrati sufficientemente resistenti, mentre lo strato erboso superficiale usato per l'aggregato schiumoso e per quello di tipo ingegneristico si dimostra un ottimo isolante contro l'azione dell'acqua e la possibile formazione di ghiaccio.

### 1.3.4 Costi

Per quanto riguarda il confronto tra i costi dei materiali fin qui presentati, si fa riferimento alla Figura 1.15; il sistema più costoso risulta l'EMAS, mentre, tra le possibili alternative, quella più

conveniente è data dall'aggregato schiumoso. Nel grafico in figura sono presentati solamente i costi per la preparazione del sito e per l'installazione del sistema, mentre si trascurano quelli periodici di sistemazione e di ripristino di zone di terreno eventualmente danneggiate o comunque necessarie nell'arco della vita utile del sistema.

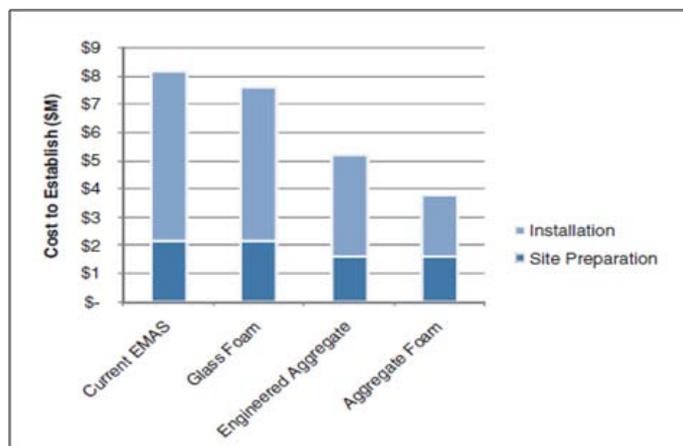


Figura 1.15 Confronto tra i costi di installazione dei materiali [1]

### 1.3.5 Comportamento dei materiali

La Tabella 1.1 riassume il comportamento dei materiali quando sono sottoposti al carico dell'aereo che transita sopra di essi: si distinguono in particolare due tipi di materiali: 'crushable materials' e 'displacement materials'.

Tabella 1.1 Comportamenti dei materiali soggetti ad elevati carichi

Materiale	Comportamento nella fase di arresto
EMAS	Crushable materials (materiale frantumabile)
Vetro cellulare	Crushable materials (materiale frantumabile)
Aggregato schiumoso	Crushable materials (materiale frantumabile)
Aggregato progettato	Displacement materials (materiale 'mobile')

Per quanto riguarda i 'crushable materials', la ruota, quando transita sopra il terreno, compatta il materiale sottostante e, a livello microscopico causa una riduzione dei vuoti e delle deformazioni plastiche. A livello macroscopico (Figura 1.16) la ruota è rallentata dalla resistenza del materiale che incontra nella parte anteriore e l'energia cinetica assorbita è proporzionale al volume di terreno compattato [1].

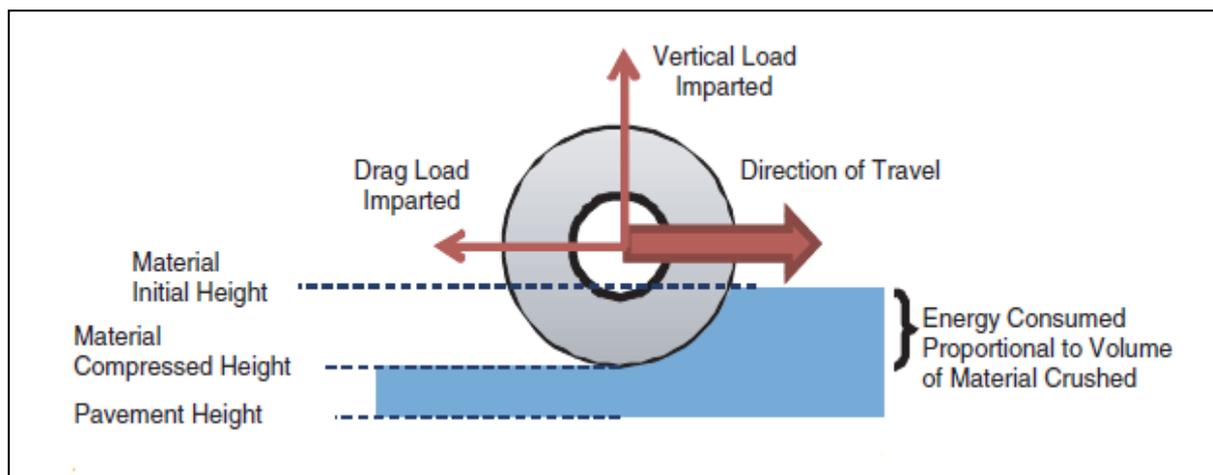


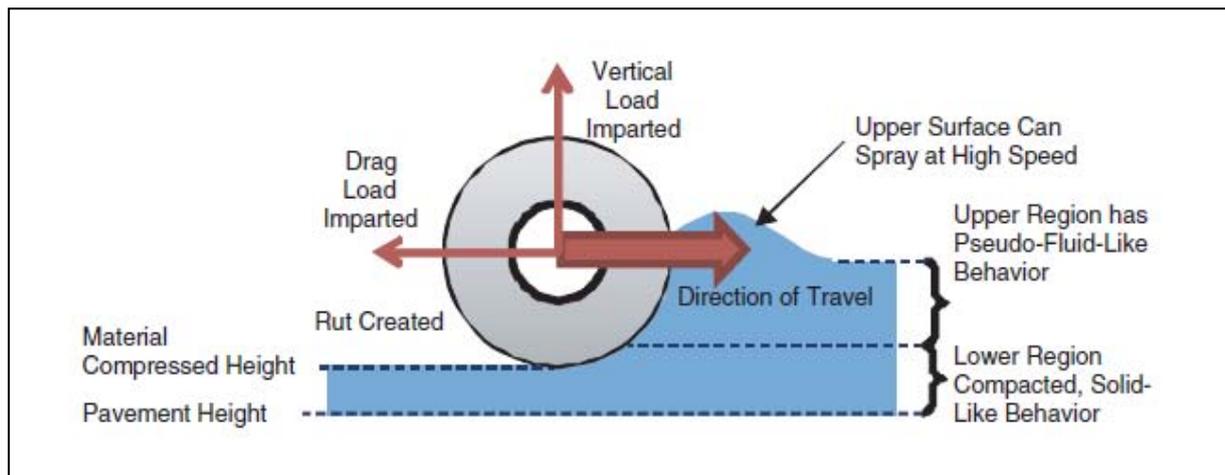
Figura 1.16 Comportamento della ruota su un 'crushable materials' [1]

Esistono anche altri materiali che, sotto elevati carichi, manifestano un comportamento sgretolabile; si tratta di materiali come la schiuma fenolica, che, però, mostrano un certo recupero dopo la compattazione, con un leggero rialzo dopo che la ruota è transitata sopra di essi: questo effetto, non desiderabile, riduce l'efficienza della frenata. Fortunatamente i materiali frantumabili qui presentati, così come lo stesso EMAS, non mostrano questa tendenza.

I *'displacement materials'* invece, come l'aggregato di tipo ingegneristico, mantengono la loro forma originale e non si frantumano sotto l'azione di un carico; tuttavia possono essere maggiormente compattati [1]. Il materiale, smosso dopo il passaggio del velivolo, può essere riposizionato per riformare il terreno iniziale, senza alcuna perdita di efficacia.

Un materiale simile all'aggregato è il pietrisco. La differenza tra i due materiali risiede nel fatto che il pietrisco è formato da particelle aventi una forma spigolosa e allungata, mentre l'aggregato è composto da particelle grossomodo sferiche. Il vantaggio di possedere una forma circolare è che si evitano, nel tempo, fenomeni di stabilizzazione, che invece sono caratteristici dei terreni ghiaiosi. I letti di pietrisco, impiegati in alcuni aeroporti inglesi, vengono spesso realizzati anche nelle vicinanze di tratti stradali curvilinei in discesa, dove potrebbe essere necessario arrestare autoveicoli o autoarticolati con problemi ai freni in uscita dalla carreggiata.

Una ruota che transita sopra l'aggregato di tipo ingegneristico si comporta come in *Figura 1.17*; il materiale al di sotto di un certo livello si comporta come uno strato solido e subisce una compattazione sotto il peso scaricato dalla ruota. Al di sopra di questo livello si ha un comportamento simile a quello di un fluido, e il materiale viene spinto dalla ruota in modo analogo alla superficie dell'acqua solcata dallo scafo di una nave. Quando la ruota attraversa rapidamente il terreno, il materiale viene spruzzato lateralmente e si forma un'incisione al passaggio del mezzo.



*Figura 1.17 Comportamento della ruota su un 'displacement materials' [1]*

Il carico resistente del materiale dipende dalla velocità della ruota; in particolare è proporzionale al quadrato della sua velocità traslazionale [1]. Questo significa che la resistenza diminuisce con il rallentamento della ruota. È stato però osservato che, per velocità elevate, la ruota tende a galleggiare, a scorrere con maggiore facilità nella parte superficiale del terreno, incontrando quindi una porzione inferiore di materiale e quindi minori resistenze al moto [1]

## 2 MODELLI NUMERICI

In questo capitolo si presentano brevemente alcuni modelli numerici che possono essere adottati nella simulazione e nell'analisi di problemi reali. Il loro impiego è estremamente rilevante nella fase di progettazione in cui è utile avere indicazioni precise sullo studio di un particolare fenomeno. I modelli numerici sono degli strumenti che permettono di rappresentare, mediante cicli di calcolo nei quali compaiono aspetti tenso-deformativi, un determinato sistema nel modo più completo e reale possibile. È molto importante, nella fase iniziale, scegliere accuratamente il modello più idoneo da adottare a seconda del sistema che si vuole studiare. I modelli numerici possono essere suddivisi in due grandi categorie [15]:

1. modelli continui: il dominio del sistema viene rappresentato attraverso *unità elementari* di forma semplice (generalmente triangoli o quadrilateri) che si possono deformare ma rimangono sempre in contatto le une con le altre in corrispondenza delle loro superfici di separazione. In questo caso tutte le singole unità mantengono le medesime proprietà del sistema. A questa categoria appartengono i seguenti modelli: Metodo alle Differenze Finite (Finite Difference Method, FDM), Metodo agli Elementi Finiti (Finite Element Method, FEM) e il Metodo agli Elementi di Contorno (Boundary Element Method, BEM).
2. modelli discontinui: il dominio del sistema viene rappresentato come un insieme di elementi distinti e separati che interagiscono tra loro solo quando entrano in contatto. I corpi si trasmettono reciprocamente delle forze in corrispondenza dei punti di contatto e, a causa di esse, si muovono nello spazio descrivendo il comportamento meccanico del sistema. Nei modelli discontinui è quindi necessario, ad ogni iterazione, aggiornare i contatti in dipendenza dalla posizione e dal movimento dei singoli corpi; questo non accade per i modelli continui che, invece, mantengono inalterate le superfici di contatto tra le varie unità elementari. A questa categoria appartiene il Metodo agli Elementi Discreti (Discrete Element Method, DEM).

Mentre i primi modelli consentono di studiare il sistema in condizioni di equilibrio stabile o al massimo in condizioni limite, i secondi permettono un'analisi più approfondita nel caso in cui si

voglia studiare la rottura del sistema, con il distacco dei singoli corpi che continuano comunque ad influenzarsi a vicenda quando si instaura tra di loro un contatto.

## 2.1 Il Metodo FDM

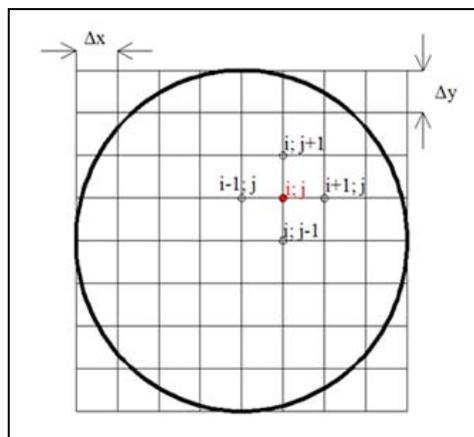
Il Metodo alle Differenze Finite, primo modello numerico sviluppato, ricava soluzioni approssimate partendo da equazioni differenziali non lineari alle derivate parziali [15]. Se si vuole determinare lo spostamento, ad esempio, si sostituiscono, alle derivate parziali relative allo spostamento, delle differenze definite su determinati intervalli del dominio del sistema in tutte le direzioni considerate (lungo  $x$ ,  $y$  e  $z$ ). Le equazioni ottenute formano un sistema la cui soluzione fornisce, in corrispondenza dei nodi, il valore della funzione spostamento che soddisfa, oltre alle equazioni stesse, anche le condizioni al contorno. Generalmente il dominio di partenza nello spazio 2D si suddivide in una griglia regolare come mostrato in *Figura 2.1*. Considerando 5 nodi, partendo dal nodo centrale  $O$  di coordinate  $(i, j)$ , gli spostamenti in direzione  $x$  ed  $y$  sono scritti come combinazione lineare degli spostamenti nei restanti 4 nodi adiacenti:

$$u_x^{i,j} = a_1 u_x^{i-1,j} + a_2 u_x^{i,j-1} + a_3 u_x^{i,j+1} + a_4 u_x^{i+1,j} + a_5 F_x^{i,j}$$

$$u_y^{i,j} = b_1 u_y^{i-1,j} + b_2 u_y^{i,j-1} + b_3 u_y^{i,j+1} + b_4 u_y^{i+1,j} + b_5 F_y^{i,j}$$

dove:

$a_k$  e  $b_k$  ( $k=1, 2, \dots, 5$ ) sono coefficienti in funzione degli intervalli  $\Delta x$  e  $\Delta y$  della griglia, mentre  $F_x^{i,j}$  e  $F_y^{i,j}$  sono le forze rispettivamente in direzione  $x$  ed  $y$  nel nodo centrale  $O$ .

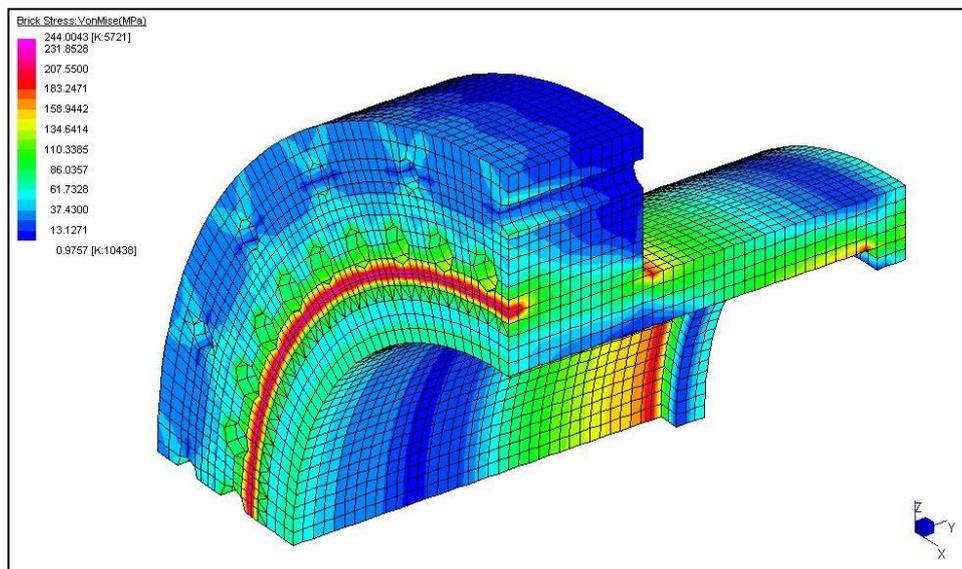


*Figura 2.1* Suddivisione regolare del dominio 2D

Il concetto del metodo FDM risiede nel fatto che si approssimano le derivate parziali con le differenze finite; in questo modo, grazie ad una mesh ad intervalli molto piccoli, si possono studiare le funzioni obiettivo (in questo caso lo spostamento) in punti vicini a quello di interesse, ed evitare l'introduzione di errori significativi [15]. Aumentare il numero di punti di intersezione della griglia, significa aumentare la precisione della soluzione. Lo svantaggio è che la suddivisione del dominio in griglie regolari e non deformabili, è poco adatto alla modellazione di molti domini reali, come ad esempio gli stessi terreni, poiché non si riesce a cogliere la disomogeneità del materiale e non si è in grado di valutare correttamente le condizioni al contorno.

## 2.2 Il Metodo FEM

Proposto da Clough nel 1960 è uno dei metodi più popolari nel campo dell'ingegneria; si basa sulla scomposizione di un sistema continuo in tanti elementi di volume finito e forma elementare che non si compenetrano l'uno nell'altro (*Figura 2.2*). I punti che si trovano all'interno di ciascun elemento si muovono in funzione degli spostamenti dei nodi dello stesso elemento. È possibile ricavare lo spostamento del punto interno attraverso particolari funzioni definite funzioni spostamento [3] che richiamano le posizioni nodali. Per effettuare un'analisi FEM si procede per passi.



*Figura 2.2 Suddivisione FEM del dominio in tanti sottodomini [7]*

1. Discretizzazione del dominio: il dominio  $\Omega$  viene suddiviso in tanti elementi di forma

regolare (generalmente triangoli o quadrilateri), dotati di un numero preciso di nodi.

2. Approssimazione locale: la funzione da ricercare, ad esempio la funzione spostamento, può essere approssimata con una combinazione lineare di funzioni nodali  $u_h$  e funzioni di forma  $N_h$ ;

$$u = \sum_{h=1}^n u_h N_h$$

dove  $h$  è il nodo generico.

Le funzioni di forma sono particolari funzioni che legano gli spostamenti all'interno dell'elemento agli spostamenti nodali noti; tali funzioni rappresentano il valore del polinomio che approssima la soluzione da ricercare e sono responsabili della convergenza del metodo.

3. Soluzione dell'equazione matriciale: con l'impiego delle funzioni di forma si sostituiscono le equazioni differenziali non lineari alle derivate parziali con un sistema di equazioni che assume questa forma [6]:

$$[K]\{u\} = \{f\}$$

avendo indicato con  $K$  la matrice di rigidità del materiale,  $u$  il vettore della variabile incognita e  $f$  il vettore delle forze esterne.

La grande diffusione del metodo agli elementi finiti è giustificata dalla maggiore flessibilità, rispetto al modello precedente, di considerare non solo l'eterogeneità dei materiali, ma anche più complesse condizioni al contorno e problemi di natura dinamica. Per ottenere una precisione elevata occorre suddividere il dominio in elementi di dimensioni ridotte; in questo modo i nodi di ciascuno di essi sono più vicini tra loro e la soluzione incognita è più significativa. Il raffittimento della mesh può essere effettuato anche solo in corrispondenza delle zone di maggiore interesse, dove, ad esempio, si richiede uno studio accurato delle tensioni che in quella zona del dominio si possono sviluppare. Il metodo FEM, però, come il precedente, non consente di separare gli elementi del dominio e quindi non è possibile studiare in modo adeguato il comportamento tenso-deformativo di sistemi a rottura.

### 2.3 Il Metodo BEM

A differenza dei casi precedenti il metodo BEM non opera più una discretizzazione su tutto il dominio  $\Omega$  ma solo sul suo contorno; uno strumento fondamentale per i metodi delle equazioni integrali al contorno è il teorema di reciprocità dovuto a Betti. Per ricavare tale relazione si considerano due sistemi di forze equilibrate  $(f_j^1, b_j^1)$  e  $(f_j^2, b_j^2)$  che agiscono per dare spostamenti, deformazioni e tensioni rispettivamente in ciascuno dei due sistemi  $(u_j^1, \varepsilon_j^1, \sigma_j^1)$  e  $(u_j^2, \varepsilon_j^2, \sigma_j^2)$ ; le forze  $f_j$  agiscono sulla superficie, mentre le forze  $b_j$  sul volume.

Mediante il Principio dei Lavori Virtuali si associa al primo sistema di forze e tensioni, il secondo sistema di spostamenti e deformazioni:

$$\int b_j^1 u_j^2 dV + \int f_j^1 u_j^2 dA = \int \sigma_{ij}^1 \varepsilon_{ij}^2 dV$$

Analogamente, associando al secondo sistema di forze il primo sistema di spostamenti si ottiene:

$$\int b_j^2 u_j^1 dV + \int f_j^2 u_j^1 dA = \int \sigma_{ij}^2 \varepsilon_{ij}^1 dV$$

Vista la simmetria del tensore  $C$ , i secondi membri delle due equazioni sono uguali, quindi lo saranno anche i primi:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \int \sigma_{ij}^1 \varepsilon_{ij}^2 dV = \int \sigma_{ij}^2 \varepsilon_{ij}^1 dV$$

$$\int b_j^1 u_j^2 dV + \int f_j^1 u_j^2 dA = \int b_j^2 u_j^1 dV + \int f_j^2 u_j^1 dA$$

Quest'ultima equazione rappresenta il Teorema di Betti, chiamato anche Teorema di Reciprocità poiché il lavoro che un sistema di forze equilibrate (1) compie per effetto degli spostamenti causati da un secondo sistema di forze anch'esse equilibrate (2), eguaglia il lavoro del sistema di forze (2) per effetto degli spostamenti dovuti al sistema di forze (1).

Per la soluzione dell'equazione integrale si procede per passi, in modo analogo a quanto visto per il modello FEM, ricorrendo, ancora una volta, alle funzioni di forma  $N_h$ . La discretizzazione sul contorno porta ad un numero finito di elementi che, nei problemi bidimensionali, possono essere:

costanti (con un nodo al centro del segmento), lineari (con due nodi estremi al segmento) o quadratici (due nodi estremi ed uno centrale).

Il principale vantaggio rispetto ai modelli FEM e FDM è la riduzione dell'onere computazionale, dovuta ad una minore discretizzazione da effettuare solo sul contorno del dominio e non più su tutto lo stesso. A parità di discretizzazione la formula integrale impiegata nel BEM fornisce una soluzione più precisa rispetto ai precedenti due modelli. Generalmente il modello BEM considera, però, un numero di sottodomini inferiore rispetto agli elementi infinitesimi del modello FEM; inoltre non è in grado di simulare il comportamento non lineare dei materiali e per questo motivo è più idoneo a rappresentare problemi elastici, omogenei e lineari [15]. Analogamente ai precedenti modelli, il BEM non è adatto nello studio tenso-deformativo di corpi caratterizzati da discontinuità.

## **2.4 Il Metodo DEM**

È il più recente fra i modelli presentati ed è stato inizialmente applicato ad un problema meccanico riguardante le rocce [9] [12]. Questo modello schematizza il sistema come un insieme di corpi indipendenti tra loro che si scambiano reciprocamente delle forze quando entrano in contatto; l'equilibrio del sistema si raggiunge con il bilanciamento di tali forze. Studiando, ad ogni iterazione, i movimenti dei singoli corpi che schematizzano il mezzo e che si muovono a causa di un qualsiasi disturbo esterno è possibile ricavare forze e spostamenti nel sistema [8]. Si applicano due leggi:

1. la seconda legge di Newton ai singoli elementi: per determinare il loro moto nello spazio;
2. la legge forza-spostamento nei punti di contatto: per aggiornare continuamente le forze che si generano tra le singole unità.

I passi da seguire sono i seguenti:

1. suddividere il sistema in elementi e definirne la tipologia;
2. rappresentare il tipo di deformazione dei blocchi; possono essere rigidi o deformabili;
3. definire un determinato algoritmo per la localizzazione dei contatti;
4. enunciare le equazioni del moto per il sistema;
5. integrare le precedenti equazioni e aggiornare i contatti tra i singoli elementi che si muovono nello spazio.

Rispetto ai precedenti modelli, nei quali i contatti tra i singoli elementi rimanevano costanti ed invariati, indipendentemente dalla risposta del sistema, nel modello DEM si ha, ad ogni iterazione, un continuo aggiornamento dei contatti tra le singole unità che si muovono nello spazio a causa di un qualsiasi impulso esterno. Un'ulteriore distinzione risiede nel fatto che non si discutono più i livelli di infittimento della mesh o le leggi costitutive dei materiali, quanto piuttosto le leggi di

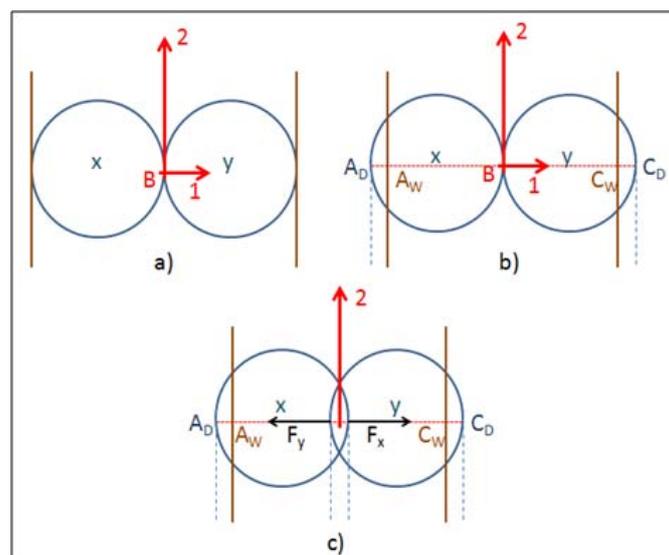
contatto tra le particelle e la loro distribuzione nel sistema [5]. Lo stato tensionale iniziale nel sistema è fortemente dipendente dalla posizione delle singole particelle poiché da esse dipendono le forze di contatto. Il modello DEM permette inoltre di indagare il materiale oltre la sua rottura: si studia il moto delle singole particelle che possono anche separarsi pur continuando comunque a risentire delle sollecitazioni scambiate nelle fasi di contatto. Per questi motivi il DEM è particolarmente indicato per la rappresentazione di problemi di grandi deformazioni e di frattura. Esistono diverse tipologie di modello DEM, ma, in questo lavoro, ci soffermiamo sul modello DEM particellare, che schematizza le singole unità che formano il materiale con particelle rigide sferiche.

### 2.4.1 Il DEM particellare

Proposto inizialmente da Cundall e Strack nel 1979 doveva fornire un valido metodo di rappresentazione dei materiali granulari; per questa ragione il DEM particellare schematizza i singoli blocchi che compongono il sistema, con particelle rigide circolari.

Nelle simulazioni è necessario eseguire, ad ogni step di calcolo, l'aggiornamento dei contatti tra le particelle, basandosi sulla loro posizione e sul loro movimento. Nei punti di contatto si applica la legge forza-spostamento, mentre alle particelle, per studiarne velocità e posizione, si applica la legge di Newton.

Per presentare i principi base del metodo, e quindi come ad ogni ciclo di calcolo si determinano forze e spostamenti, Cundall e Strack hanno proposto la situazione di (*Figura 2.3*); si considerino due dischi,  $x$  e  $y$ , non soggetti, per semplicità, alla forza di gravità e compresi tra due pareti in movimento con velocità costante  $v$  l'una verso l'altra.



*Figura 2.3 Dischi compressi tra particelle rigide*

Al tempo iniziale  $t=0$  le pareti toccano i dischi ma per ora non nasce alcuna forza (*Figura 2.3a*). Dopo un certo intervallo di tempo  $\Delta t$  le pareti in compressione si sono spostate di una quantità pari a  $v\Delta t$ . Assumendo che i dischi mantengano la loro posizione iniziale durante l'intervallo di tempo tra  $t = 0$  e  $t_I = \Delta t$ , la sovrapposizione si manifesta solo all'istante  $t_I = \Delta t$  ed è pari a  $\Delta n = v\Delta t$  (*Figura 2.3 b*). Sulla linea perpendicolare alla parete e passante per il centro del disco, si hanno i punti  $A_D$  e  $A_W$ , cioè rispettivamente i punti che appartengono al disco e al muro. Il punto di contatto  $A$  è alla stessa distanza sia da  $A_D$  che da  $A_W$ . In un singolo intervallo di tempo si assiste allo spostamento relativo del punto  $A_W$  rispetto al punto  $A_D$ ; tale spostamento viene definito come  $(\Delta n_A)_{t_I}$ . Noti gli spostamenti relativi che si hanno al tempo  $t_I$  nelle zone di contatto, è possibile risalire alle forze di contatto tramite la *legge forza-spostamento*:

$$\Delta F_N = K_N(\Delta n)_{t_I} = K_N v \Delta t$$

avendo indicato con  $\Delta F_N$  l'incremento della forza in direzione normale e con  $K_N$  la rigidezza normale nel contatto.

Le due forze al tempo  $t_I$ , provenienti dai dischi  $x$  e  $y$  e aventi la stessa direzione  $l$  ma verso opposto (considerato positivo il verso che dal disco  $x$  va verso  $y$ ) sono (*Figura 2.3 c*):

$$F_{(x)1} = K_N(\Delta n)_{t_I} \quad F_{(y)1} = -K_N(\Delta n)_{t_I}$$

A questo punto si applica la *legge di Newton* per determinare le nuove accelerazioni cui sono soggette le particelle:

$$a_{(x)1} = \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \quad a_{(y)1} = \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}}$$

Avendo indicato con  $m_{(x)}$  e  $m_{(y)}$  rispettivamente le masse dei dischi  $x$  ed  $y$ .

Nell'intervallo di tempo che va da  $t_I = \Delta t$  a  $t_2 = 2\Delta t$  le accelerazioni si suppongono costanti ed è così possibile ricavare il valore della velocità:

$$v_{(x)1} = \left( \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right) \Delta t \quad v_{(y)1} = \left( \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right) \Delta t$$

Con le seguenti relazioni è possibile determinare gli incrementi di spostamento dei punti  $A$ ,  $B$  e  $C$

che si hanno per l'istante  $t_2$ :

$$\begin{aligned}
 (\Delta n_A)_{t_2} &= \left( v - \left( \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right) \Delta t \right) \Delta t \\
 (\Delta n_C)_{t_2} &= \left( \left( \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right) \Delta t - (-v) \right) \Delta t \\
 (\Delta n_B)_{t_2} &= \left( \left( \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right) \Delta t - \left( \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right) \Delta t \right) \Delta t
 \end{aligned}$$

Per convenzione di segno gli spostamenti di compressione sono considerati positivi.

Ad ogni ciclo di calcolo, quindi, si applica dapprima la *legge forza-spostamento* nei punti di contatto tra gli elementi per calcolare la forza agente, e poi, su ciascuna unità, si applica la *legge di Newton* per determinare le accelerazioni e ricavare velocità e spostamenti.

## 2.5 Scelta del modello opportuno

Il problema dell'interazione tra ruota e terreno, per prevedere il comportamento di un determinato veicolo al di fuori della sede stradale asfaltata, è complesso sia dal punto di vista meccanico (moto contemporaneo di traslazione e rotolamento della ruota), sia dal punto di vista degli effetti che il terreno esplica sulla stessa ruota.

Nell'analisi del problema nella sua completezza, è stato necessario cercare di individuare fra i diversi metodi numerici a disposizione e precedentemente presentati, quello che garantisce la rappresentazione migliore del sistema: nel caso di questo lavoro è stato scelto il Metodo ad Elementi Distinti (DEM).

A differenza di tutti gli altri modelli numerici, impiegati anche, ma non solo, nella soluzione di problemi di natura Geotecnica, il Metodo ad Elementi Discreti offre la possibilità di rappresentare la natura discreta di mezzi granulari, come ad esempio il terreno, e di operare su singole particelle tra loro indipendenti. Per definire il moto e il comportamento delle singole sfere è necessario appoggiarsi a particolari equazioni di equilibrio nelle quali intervengono le forze di contatto interparticellari. Tali leggi, che esprimono il legame costitutivo del materiale, definiscono anche la struttura dello stesso, libera di mutare durante il moto delle particelle.

Il DEM è inoltre un modello estremamente rappresentativo nel caso di situazioni di impatto tra materiali completamente differenti, come può esserlo il caso di una ruota rigida che scorre su uno

strato di terreno più o meno deformabile. A differenza degli elementi continui, il modello DEM genera, poi una distinzione tra ruota e terreno: infatti, questi due materiali, vengono rappresentati con elementi aventi forma, dimensione e caratteristiche differenti. Con i modelli ad elementi distinti si riescono infine a simulare le deformazioni e i grandi spostamenti delle particelle del materiale che vengono spostate nell'impatto con la ruota.

## 2.6 Software Yade

In questo paragrafo vengono brevemente presentate le caratteristiche generali del software impiegato per la simulazione del problema. Il software Yade (Yet Another Dynamic Engine) è un codice open-source in ambiente Linux creato presso l'Università di Grenoble e continuamente aggiornato da un gruppo di ricercatori in tutto il mondo.

In questo capitolo, per descrivere il funzionamento di Yade, si segue lo stesso ordine con cui opera il programma in ciascuna simulazione per analizzare il comportamento del sistema. Si distinguono due fasi procedurali [16]:

- nella prima fase è necessario localizzare il contatto tra le particelle, creare le nuove interazioni e determinare le proprietà che nascono dalla collisione; tali proprietà possono derivare sia dalle caratteristiche delle particelle in contatto, ma possono anche essere state precedentemente definite e calcolate.
- nella seconda fase si procede con il calcolo delle forze e degli spostamenti che caratterizzano le singole particelle.

### 2.6.1 Rilevamento delle collisioni

In questa prima fase di lavoro del software Yade, considerata una delle più onerose dal punto di vista computazionale, vengono considerati due corpi,  $i$  e  $j$ , e le loro forme nello spazio, approssimate rispettivamente, per semplicità di trattazione, con i simboli  $P_i$  e  $P_j$ . Il rilevamento delle collisioni può procedere secondo due modalità:

- *localizzazione rapida*: è semplice e veloce; si impiegano forme approssimate di  $P_i$  e  $P_j$ , indicate con l'accento ondulato, tali da soddisfare la seguente relazione [16]:

$$\forall x \in R^3: x \in P_i \rightarrow x \in \tilde{P}_i$$

$$\forall x \in R^3: x \in P_j \rightarrow x \in \tilde{P}_j$$

Solo se un punto appartiene al corpo, allora appartiene anche alla forma approssimata dello stesso. Le forme approssimate vengono chiamate anche '*volumi di confinamento*' poiché circondano completamente la particella; dalle relazioni precedenti segue che:

$$P_i \cap P_j \neq 0 \rightarrow \tilde{P}_i \cap \tilde{P}_j \neq 0$$

Quest'ultima relazione, come vedremo in seguito, non è valida nel verso contrario.

- *localizzazione particolare*: è più precisa della precedente in quanto va oltre la semplice analisi delle forme approssimate di un corpo valutando tutte le possibili combinazioni di forma dei singoli corpi [16].

In questa descrizione si considera solo la prima modalità di localizzazione dei contatti.

### 2.6.2 Algoritmi di calcolo per il rilevamento delle collisioni (Collision Detection)

Gli algoritmi impiegati per la localizzazione dei contatti possono essere suddivisi in due gruppi:

1. *algoritmi gerarchici (hierarchical algorithms)*: intervengono nei primi controlli del contatto e riconoscono i diversi livelli dei volumi di confinamento; si basano sull'ipotesi che i livelli più bassi dei volumi di confinamento possono tra loro intersecarsi solo se appartengono ad uno stesso livello maggiore di volume di confinamento [16]; esistono, quindi diverse forme per i volumi di confinamento.
2. *algoritmi piani (flat algorithms)*: operano direttamente sui volumi di confinamento senza definire per essi particolari livelli gerarchici; a questa categoria appartengono:
  - gli algoritmi '*sweep and prune*': intervengono solo quando i volumi di confinamento si sovrappongono in tutte le direzioni degli assi cartesiani;
  - i '*grid algorithms*': rappresentano lo spazio 3D attraverso una serie di celle, disposte ad intervalli regolari, che rendono più rapida la ricerca di elementi adiacenti. Il test di rilevamento delle collisioni si effettua solo per gli elementi appartenenti ad una stessa cella.

Per descrivere brevemente gli algoritmi '*sweep and prune*', è necessario definire dei volumi di confinamento di forma scatolare indicati con la sigla AABB (Axis-aligned bounding boxes) che sono allineati lungo gli assi principali e rappresentano ciò che prima era stato definito come  $\tilde{P}_i$ , quindi uno spazio approssimato; in *Figura 2.4* sono rappresentati in uno spazio bidimensionale.

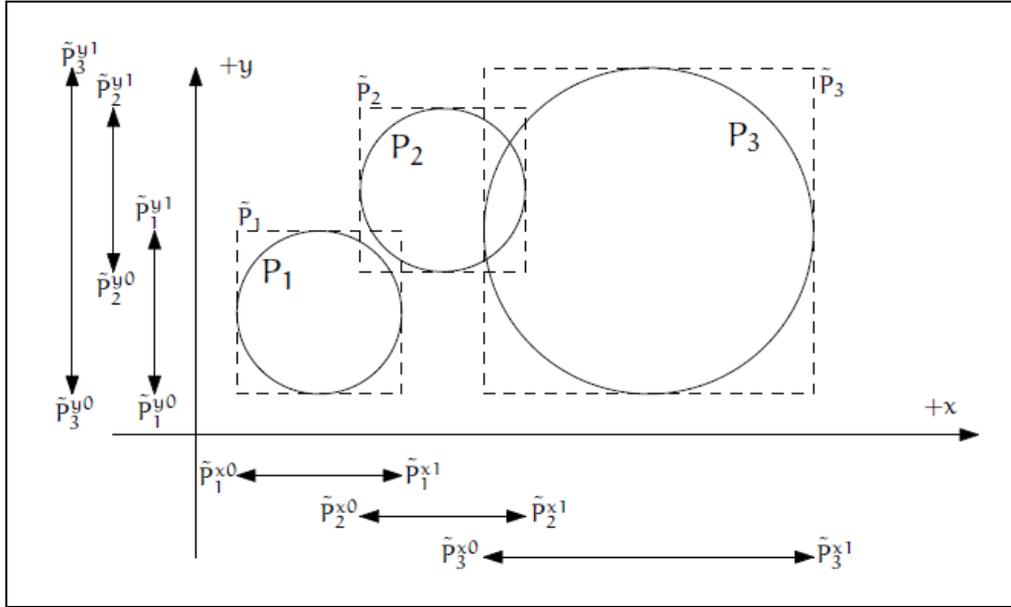


Figura 2.4 Algoritmo 'sweep and prune' nello spazio 2D [16]

Ciascuna di queste scatole è individuata da due punti, uno superiore ed uno inferiore, definiti, nel caso di un problema tridimensionale, da 3 coordinate secondo i tre assi cartesiani ( $P_i^x; P_i^y; P_i^z$ ). La sovrapposizione tra i volumi di confinamento si verifica solamente quando questi volumi si sovrappongono in ogni direzione dello spazio ( $x, y$  e  $z$  per il caso 3D); in termini matematici:

$$(\tilde{P}_i \cap \tilde{P}_j) \neq 0 \leftrightarrow \left[ \left( (\tilde{P}_i^{w0}; \tilde{P}_i^{w1}) \cap (\tilde{P}_j^{w0}; \tilde{P}_j^{w1}) \right) \neq 0 \right] \quad \text{con } w \in \{x, y, z\}$$

Con gli apici 0 ed 1 si indicano rispettivamente il punto inferiore e quello superiore. Nel caso in Figura 2.4 si nota che tutti e tre i corpi si sovrappongono lungo tutte le direzioni nello spazio; in modo particolare si nota che vengono considerate esclusivamente le forme approssimate; tra il primo ed il secondo corpo, infatti, si ha che:

$$\tilde{P}_1 \cap \tilde{P}_2 \neq 0 \text{ anche se } P_1 \cap P_2 = 0$$

Si considerano quindi 3 vettori  $L_w$  dati dall'unione di tutte le coordinate dei punti inferiore e superiore lungo ogni direzione e per ciascuna particella  $i$ .

$$L_w = \bigcup \{ \tilde{P}_i^{w0}; \tilde{P}_i^{w1} \} \quad \text{con } i = \text{numero di particelle}; \quad \text{con } w \in \{x, y, z\}$$

La localizzazione dei contatti fino qui descritta è semplice poiché considera solamente le forme approssimate delle particelle; per avere una localizzazione più precisa sarebbe necessario, per ciascuna particella, considerare individualmente la loro forma nello spazio.

### 2.6.3 Interazione tra particelle

Oltre al rilevamento delle collisioni in modo geometrico fra le singole unità, con lo studio delle loro forme approssimate sovrapposte, è importante definire anche le proprietà fisiche che si manifestano nel contatto, poiché esse caratterizzano il tipo di materiale: una di queste proprietà è la rigidità.

Nel modello DEM si definiscono due diversi tipi di rigidità: rigidità normale  $K_N$  e rigidità tangenziale  $K_T$ . Generalmente la prima è legata al modulo di Young fittizio del materiale costituente le particelle, mentre la seconda è data come frazione di  $K_N$ . Il coefficiente di Poisson  $\nu$  è definito invece dal rapporto tra  $K_T$  e  $K_N$ .

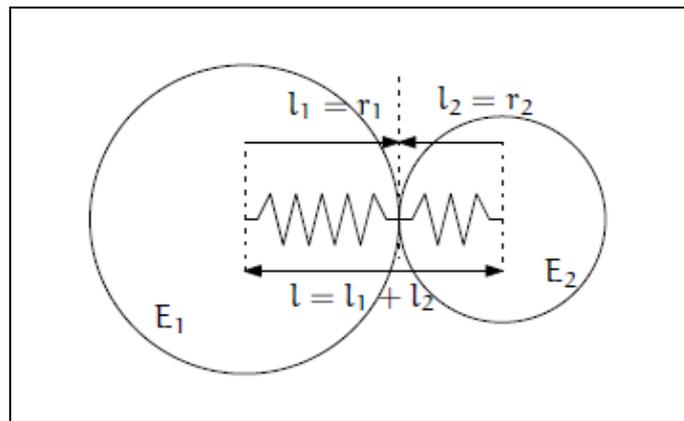


Figura 2.5 Due molle in serie che rappresentano la rigidità normale nel contatto tra due sfere [16]

Rigidità normale: in Yade la rigidità normale viene calcolata considerando due molle in serie, una per ogni particella, e di lunghezza pari al raggio di ciascuna sfera (Figura 2.5). Si definisce con  $l = l_1 + l_2$  la lunghezza totale delle due molle;  $l_i$  equivale alla distanza tra il punto di contatto e il centro della  $i$ -esima sfera; inizialmente, in modo approssimato si ha  $l_i$  pari al raggio della  $i$ -esima sfera. La variazione  $\Delta l$  di distanza tra i due centri si ripartisce un po' sulla prima e un po' sulla seconda sfera, secondo le caratteristiche fisiche di ciascuna di esse. Si definisce quindi:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 \quad \Delta l_i = \frac{F_i}{K_i}$$

dove  $K_i$  è fisicamente una rigidità, ed è legata sia al modulo di Young  $E_i$  della sfera sia ad una

lunghezza generica  $\tilde{l}_i$ :

$$K_i = E_i \tilde{l}_i$$

Sapendo che:

$$K_N \Delta l = F = F_1 = F_2$$

si sostituisce  $\Delta l$  ricavando:

$$K_N \left( \frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2} \right) = F$$

e quindi si ottengono le relazioni finali:

$$K_N = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \quad K_N = \frac{E_1 \tilde{l}_1 E_2 \tilde{l}_2}{E_1 \tilde{l}_1 + E_2 \tilde{l}_2}$$

La lunghezza generica  $\tilde{l}_i$  si assume, di solito, pari a 2 volte il raggio  $r_i$  della sfera.

#### 2.6.4 Spostamenti e deformazioni

Nel caso generale dello spazio 3D, ciascuna particella, considerata come un corpo rigido, gode di 6 gradi di libertà: 3 gradi di libertà traslazionale lungo le 3 direzioni degli assi principali, ed altri 3 gradi per le rotazioni attorno agli stessi assi. Le deformazioni che si considerano sono di tipo normale, tangenziale, torsionale e rotazionale. In questa descrizione ci soffermeremo solo sui movimenti normali e tangenziali.

Consideriamo, per semplicità, il contatto generico che avviene all'istante  $t$  tra due sfere di centro  $C_1$  e  $C_2$  e raggio  $r_1$  e  $r_2$  (*Figura 2.6*); in questo caso si evidenzia la posizione del punto  $\tilde{C}$ , situato a metà della zona di sovrapposizione delle due particelle. Si definiscono  $d_0$ , ovvero la distanza tra i due centri,  $d_1$  e  $d_2$  come segue:

$$d_0 = |C_2 - C_1| \quad d_1 = r_1 + \frac{d_0 - r_1 - r_2}{2} \quad d_2 = d_0 - d_1$$

le quantità  $d_0$  e  $d_I$ , ritenute costanti durante tutta l'interazione, sono calcolate solamente una volta quando si stabilisce il contatto. La lunghezza  $d_0$  è definita *distanza di riferimento* ed è usata per convertire gli spostamenti assoluti in una deformazione adimensionale. È inoltre la distanza per la quale non si hanno né forze repulsive né forze attrattive tra le sfere; per questo motivo è chiamata anche *distanza di equilibrio*.

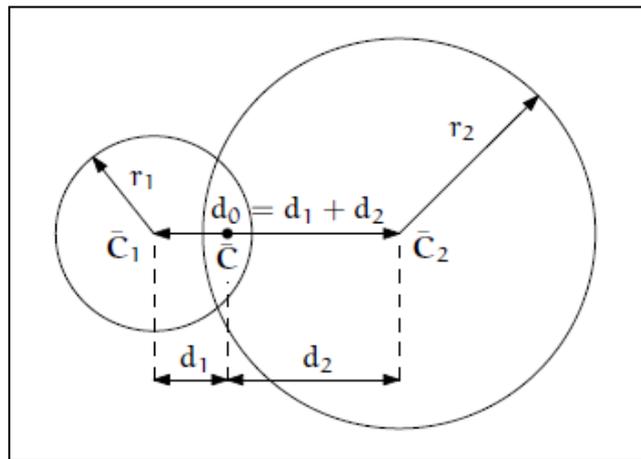


Figura 2.6 Fase di contatto tra due sfere [16]

Le distanze  $d_1$  e  $d_2$  rappresentano, invece, i raggi ridotti (o incrementati) delle sfere; i raggi  $r_1$  ed  $r_2$  sono impiegati solamente per la localizzazione del contatto e, come mostra la figura, non coincidono generalmente con  $d_1$  e  $d_2$ . La differenza tra i raggi  $r_i$  e le distanze  $d_i$  è evidente nei casi in cui il numero medio di contatti della singola particella può aumentare durante la simulazione, ad esempio nei casi di compressione di un pacchetto di terreno. In questi casi i contatti potrebbero crearsi anche per le particelle che non necessariamente si sovrappongono, basandosi solo su un *raggio di interazione*  $R_I$ , un valore adimensionale utile per determinare se esiste o meno il contatto. Ad esempio, per  $R_I = 1$  solamente le sfere tangenti sono considerate tra loro in contatto; in generale la relazione da soddisfare per stabilire la presenza o meno di un contatto è la seguente:

$$d_0 \leq R_I(r_1 + r_2)$$

Da questa legge si nota che il valore di  $R_I$  è fondamentale nella determinazione dei contatti e da esso ne derivano sovrapposizioni più o meno evidenti tra le particelle.

A causa del moto delle particelle, le variabili di stato delle sfere, come i loro centri e le relative distanze tra essi, vengono continuamente aggiornate durante la simulazione; la variabile aggiornata viene indicata con l'apice "o".

$$n^o = C_2^o - C_1^o C^o = C_1^o + \left( d_1 - \frac{d_0 - |C_2^o - C_1^o|}{2} \right) n$$

Il punto di contatto  $C^o$  è considerato sempre a metà della zona di sovrapposizione tra le due sfere, anche quando la sovrapposizione è negativa (e quindi lo spazio tra le due particelle è in realtà vuoto). Il *piano di contatto* ha come normale il versore  $n^o$  e passa sempre per il punto  $C^o$ . Spostamento e deformazione normali sono definite dalle seguenti relazioni:

$$u_N = |C_2^o - C_1^o| - d_0 \quad \varepsilon_N = \frac{u_N}{d_0} = \frac{|C_2^o - C_1^o|}{d_0} - 1$$

Per simulare compressioni molto avanzate, quando la distanza aggiornata tra i due centri è molto piccola, potrebbe essere conveniente impiegare, per l'equazione delle deformazioni, la scala logaritmica; in questo modo la deformazione  $\varepsilon_N$  tende  $-\infty$  piuttosto che a -1. Si corregge quindi l'equazione della  $\varepsilon_N$  in:

$$\varepsilon_N = \begin{cases} \log\left(\frac{|C_2^o - C_1^o|}{d_0}\right) & \text{se } |C_2^o - C_1^o| < d_0 \\ \frac{|C_2^o - C_1^o|}{d_0} - 1 & \text{per tutti gli altri casi} \end{cases}$$

L'impiego del valore logaritmico per la deformazione può portare a valori di rigidità non realistici per i contatti tra le particelle, le quali si potrebbero sovrapporre in modo eccessivo. Per evitare nelle simulazioni questo genere di instabilità, si ricorre all'impiego di un intervallo limite  $\Delta t$  che definisce il tempo che intercorre tra una iterazione e la successiva. In questo modo si può controllare, con maggiore frequenza, lo spostamento delle particelle che, una volta a contatto, mantengono quella determinata posizione per tutto il tempo dell'interazione senza sovrapporsi ulteriormente l'una nell'altra. L'intervallo limite matematico  $\Delta t$ , definito *tempo critico*, viene calcolato automaticamente dal software Yade, in base alle proprietà delle particelle.

Oltre allo spostamento normale tra due particelle, ad ogni iterazione si determina anche lo spostamento tangenziale  $u_T$ . Nella *Figura 2.7* si mostra tale spostamento, generato dal reciproco movimento, traslazionale e rotazionale, delle sfere. La variabile aggiornata  $u_T$  si determina attraverso il calcolo di 2 componenti [16]: una che considera il movimento del piano di contatto (ovvero del punto  $C$  e della normale  $n$ ) e l'altra che considera il moto delle particelle l'una sull'altra.

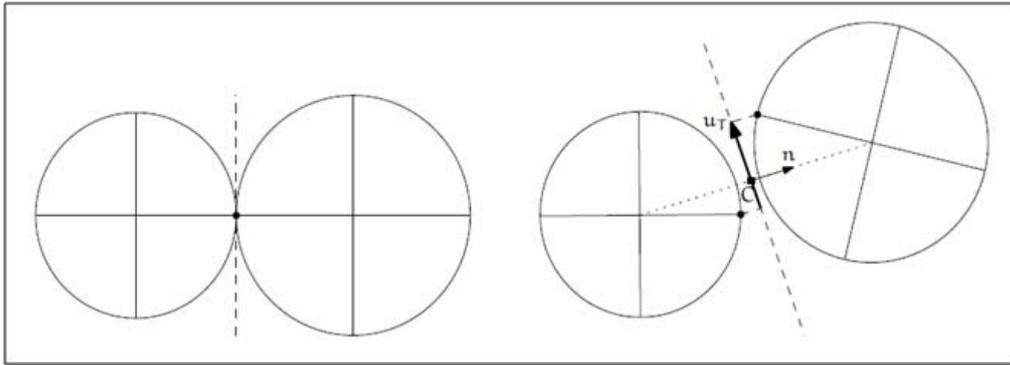


Figura 2.7 Spostamento tangenziale  $u_T$  causato dal movimento, sia lineare che rotazionale, delle sfere [16]

Per il primo caso si considera il movimento  $u_T^-$ , all'istante  $t - \Delta t$ , perpendicolare al versore  $n^-$ , e ad esso si somma una quantità  $\Delta u_T$  per dare la quantità aggiornata  $u_T^o$  normale a  $n^o$ . Il  $\Delta u_T$  si scompone a sua volta in altre due parti rispettivamente generate dal movimento traslazionale  $(\Delta u_T)_1$ , e da quello rotazionale  $(\Delta u_T)_2$ ; nel caso rotazionale compaiono le velocità angolari  $\omega^\ominus$  dell'istante  $t - \Delta t/2$  relativo alle due particelle [16]:

$$(\Delta u_T)_1 = -u_T^- x (n^- x n^o) \quad (\Delta u_T)_2 = -u_T^- x \left( \frac{\Delta t}{2} n^o (\omega_1^\ominus + \omega_2^\ominus) \right) n^o$$

Per il movimento delle particelle l'una sull'altra si considerano solo componenti normali a  $n^o$ ; con il termine  $v_{12}$  si indica la velocità delle sfere nel punto di contatto e con  $v^\ominus$  le velocità all'istante  $t - \Delta t/2$  [16]:

$$\begin{aligned} v_{12} &= (v_2^\ominus + \omega_2^\ominus x (-d_2 n^o)) - (v_1^\ominus + \omega_1^\ominus x (d_1 n^o)) \\ v_{12}^\perp &= v_{12} - (n^o v_{12}) n^o \\ (\Delta u_T)_3 &= -\Delta t v_{12}^\perp \end{aligned}$$

Infine, il valore aggiornato, sarà pari a:

$$u_T^o = u_T^- + (\Delta u_T)_1 + (\Delta u_T)_2 + (\Delta u_T)_3$$

### 2.6.5 Forze e tensioni

Determinate le deformazioni che si sviluppano nella fase di contatto, è possibile calcolare le tensioni e le forze su entrambe le particelle.

La valutazione delle tensioni dipende dal tipo di materiale che viene simulato. La semplice legge di contatto che descriviamo in questa sezione, spesso impiegata nei modelli DEM, è stata per la prima volta proposta da Cundall [16]: descrive un contatto non coesivo con un generico angolo di attrito  $\varphi$ . Tale legge definisce la rigidità normale  $K_N$ , quella di taglio  $K_T$  e l'angolo di attrito  $\varphi$ . Nei modelli DEM generalmente le leggi costitutive possono essere formulate in due modi: mediante le tensioni e le deformazioni, oppure attraverso le forze e gli spostamenti; la legge di Cundall appartiene al secondo tipo di formulazione. Ad ogni step, noti gli spostamenti normali e tangenziali  $u_N$  e  $u_T$ , è possibile calcolare le forze normali e tangenziali con la *legge forza-spostamento*:

$$F_N = K_N u_N \quad F_T^t = K_T u_T$$

La forza di taglio  $F_T$  è calcolata in modo diverso al variare della  $F_T^t$  [16]:

$$F_T = \begin{cases} F_T^t \frac{|F_N| \tan \varphi}{F_T^t} & \text{se } F_T^t > |F_N| \tan \varphi \\ F_T^t & \text{per tutti gli altri casi} \end{cases}$$

La forza totale  $F$  che è applicata ad entrambe le particelle è data dalla somma  $F_T + F_N$ . Poiché la forza  $F$  così calcolata è applicata sul punto  $C$ , che non coincide con il centro delle sfere, è necessario considerare anche il momento torcente da essa generato su entrambe le particelle:

$$F_1 = F \quad T_1 = d_1(-n) \times F \quad F_2 = -F \quad T_2 = d_2 n \times F$$

### 2.6.6 Accelerazione, velocità e posizione

Note le forze che agiscono sulle particelle è possibile determinare, per ciascuna di esse, le accelerazioni e le velocità a cui sono soggette, e le posizioni all'istante successivo. Per la determinazione di tutte queste variabili, si possono seguire diverse procedure numeriche. Inizialmente viene presentato lo schema di Verlet, che richiede, per il calcolo della posizione della particella all'istante  $t$ , le velocità negli istanti intermedi ( $t - \Delta t/2$  e  $t + \Delta t/2$ ) di ciascuno step di intervallo  $\Delta t$ . Tali grandezze verranno indicate rispettivamente con i simboli  $\dot{u}^\ominus$  e  $\dot{u}^\oplus$ .

Impiegando la *legge di Newton* è possibile inizialmente calcolare l'accelerazione  $\ddot{u}^0$  all'istante  $t$  per

la generica particella di massa nota  $m$ :

$$\ddot{u}^0 = \frac{F}{m}$$

Usando le differenze finite di secondo ordine con l'intervallo temporale  $\Delta t$ , si può approssimare l'accelerazione  $\ddot{u}^0$  con la seguente relazione:

$$\ddot{u}^0 \cong \frac{u^- - 2u^0 + u^+}{\Delta t^2}$$

Dove, con i termini  $u^-$  e  $u^+$  si indicano le posizioni della particella rispettivamente negli istanti  $t - \Delta t$  e  $t + \Delta t$ ; la posizione  $u^+$  è il termine incognito da ricercare; per cui:

$$u^+ = 2u^0 - u^- + \ddot{u}^0 \Delta t^2 = u^0 + \Delta t \left( \frac{u^0 - u^-}{\Delta t} + \ddot{u}^0 \Delta t \right) \quad (*)$$

Un'altra relazione necessaria è quella che coinvolge la velocità intermedia all'istante  $t - \Delta t/2$ :

$$\dot{u}^\ominus \simeq \frac{u^0 - u^-}{\Delta t}$$

Questa variabile coincide con il primo termine nella parentesi dell'equazione (\*) che a sua volta rappresenta la velocità all'istante intermedio  $t + \Delta t/2$ :

$$\dot{u}^\oplus \simeq \dot{u}^\ominus + \ddot{u}^0 \Delta t$$

Quindi la posizione della particella all'istante  $t + \Delta t$  è data dalla somma fra la posizione al tempo  $t$  e una velocità intermedia moltiplicata per l'intervallo temporale  $\Delta t$ :

$$u^+ = u^0 + \Delta t (\dot{u}^\ominus + \ddot{u}^0 \Delta t)$$

Nelle nostre simulazioni, però, è stato impiegato il metodo euleriano, più semplice rispetto al precedente ma meno preciso per  $\Delta t$  non sufficientemente piccoli. L'accelerazione si scrive come rapporto tra differenze finite di velocità e tempo; considerando l'intervallo temporale  $\Delta t$  di ciascuno

step, si può approssimare l'accelerazione della particella con la seguente relazione:

$$\ddot{u}^0 \approx \frac{\Delta \dot{u}}{\Delta t} = \frac{\dot{u}^+ - \dot{u}^0}{\Delta t}$$

La velocità all'istante  $t + \Delta t$  si può approssimare usando l'accelerazione al tempo  $t$ :

$$\dot{u}^+ \approx \dot{u}^0 + \ddot{u}^0 \Delta t$$

Poiché le variabili in gioco dipendono dal tempo  $t$ , la precisione nella determinazione della velocità  $\dot{u}^+$  dipende solamente dall'intervallo temporale  $\Delta t$ : se questo valore è adeguatamente piccolo, il cambiamento della velocità tra uno step e l'altro non sarà eccessivamente elevato. La soluzione esatta si ottiene solamente con accelerazione costante.

La posizione all'istante  $t + \Delta t$  si calcola in modo analogo partendo dalla velocità:

$$\dot{u}^0 \approx \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u^+ - u^0}{\Delta t}$$

E quindi si ricava:

$$u^+ \approx u^0 + \dot{u}^0 \Delta t$$

### 3 SIMULAZIONE DEL PROBLEMA

In questo capitolo si entra nella simulazione vera e propria del problema e si illustrano le procedure che sono state seguite sia per la creazione del pacchetto di terreno sia per la realizzazione e il posizionamento della ruota sopra di esso. Per quanto riguarda il materiale, oltre alla dimensione della striscia di terreno simulata, si espone la procedura necessaria per la taratura dei parametri; solo grazie a questa fase è stato, poi, possibile ricavare le proprietà meccaniche dei terreni impiegati in questo lavoro. Infine si presenta uno schema riassuntivo con tutte le prove che sono state eseguite per i diversi terreni, considerando varie condizioni iniziali di moto per la ruota.

#### 3.1 Codici

Questo lavoro di tesi si fonda principalmente sulla stesura di un codice, nel quale è necessario scrivere, in linguaggio python, tutte le informazioni utili al fine di simulare correttamente lo scorrimento della una ruota su un terreno. La fase di scrittura comprende le più semplici indicazioni riguardanti, ad esempio, la creazione del letto di sfere e l'inserimento della ruota nella simulazione, ma anche le più complesse riguardanti la definizione ed il calcolo di tutte le forze agenti sulla stessa ruota in moto sul terreno. Tutti i dati del codice creato verranno poi 'letti' dal software Yade che riprodurrà il problema.

Nella fase antecedente alle simulazioni, ancora prima di scegliere le proprietà fisico meccaniche del terreno e le caratteristiche geometriche della ruota, si è deciso di spezzare in due parti la simulazione, scrivendo due codici differenti:

1. codice 1 per la realizzazione e la preparazione del letto di materiale; termina con il salvataggio, in formato opportuno, della striscia di terreno;
2. codice 2 per l'inserimento della ruota, con le sue caratteristiche, nella simulazione e per l'avvio e lo studio del suo moto sul supporto; questo codice inizia con il caricamento del letto di materiale precedentemente salvato.

La lettura e l'esecuzione di tutte le indicazioni scritte in entrambi i codici, richiedono tempi di attesa differenti, dipendenti, generalmente, dalla complessità del sistema che si vuole rappresentare. Con la separazione dei codici si ottimizzano i tempi per ciascuna simulazione, poiché lo stesso letto di

sfera può essere creato e preparato solo una volta, facendo variare solamente, nel secondo codice, le caratteristiche della ruota in moto sopra di esso.

## 3.2 Terreno

La simulazione del problema è cominciata, quindi, dalla creazione, nel primo codice, del supporto sul quale scorrerà la ruota. Sono molte le caratteristiche, fisiche e geometriche, e le proprietà meccaniche da assegnare al terreno; è lecito pensare che, senza risultati alla mano, la variazione di alcune di queste variabili comporti effetti notevolmente diversi sulla ruota e conduca, quindi, a differenti traiettorie e distanze di arresto. Si presentano qui di seguito le principali variabili oggetto di riflessione suddivise in due categorie:

1. caratteristiche geometriche del terreno:
  - raggio delle particelle;
  - lunghezza;
  - larghezza;
  - spessore;
2. principali proprietà meccaniche del terreno:
  - angolo di attrito;
  - coesione.

### 3.2.1 Caratteristiche geometriche del terreno

Per quanto riguarda i parametri geometrici del terreno è utile fin da subito precisare che la scelta di determinati valori fisici influenza notevolmente l'onere computazionale richiesto nelle simulazioni. Aumentare, ad esempio, la lunghezza del tracciato o ridurre il raggio delle particelle che compongono il terreno significa aumentare anche il numero dei corpi e quindi la complessità del sistema; questo genere di operazioni, oltre ad incrementare i tempi necessari per svolgere un'iterazione nelle simulazioni, richiede l'utilizzo di strumenti di calcolo più potenti e precisi. Si è cercato quindi di evitare inutili sovraccarichi del sistema, rappresentando comunque il problema nel modo più fedele e aderente possibile alla realtà.

L'impiego del software Yade ha consentito di rappresentare il terreno come un materiale granulare, formato da particelle sferiche il cui diametro viene fatto variare tra  $1.6$  e  $2.4$  cm. La lunghezza del pacchetto di terreno, avente origine in  $x = 0$ , assume due valori diversi a seconda della velocità di traslazione della ruota: per la velocità maggiore è stata adottata una lunghezza pari a  $40$  m, mentre

per la velocità inferiore pari a  $20\text{ m}$ . Si tratta comunque di valori sufficientemente rappresentativi per ricavare un primo andamento della ruota sul terreno ed individuare, così, possibili tendenze comportamentali che potranno poi essere estese per le distanze maggiori. La larghezza del terreno, dipendente dalla dimensione della ruota, è stata scelta pari a  $1\text{ m}$ ; questo valore evita che le pareti laterali che contengono le particelle del terreno influenzino il comportamento della ruota stessa. Lo spessore del pacchetto di terreno, ultimo dato geometrico del sistema, è variabile nel corso della prima fase della simulazione avviata con il primo codice. Il letto di materiale che in questo caso si vuole realizzare è a tutti gli effetti una scatola contenente un numero non fissato di particelle aventi un determinato raggio e una distribuzione casuale (Figura 3.1). La scatola è stata realizzata con elementi triangolari (*facet*), due per ogni superficie, eccetto che per quella superiore, uniti tra loro in corrispondenza dei bordi. L'indice dei vuoti di questo sistema è, però, maggiore di quello che potrebbe avere un terreno reale ben compattato. Per simulare questa condizione è stata quindi considerata una deposizione gravitazionale delle sfere; questo fenomeno si arresta solo quando si raggiunge, per l'intero sistema, un equilibrio di forze non bilanciate inferiore ad un determinato valore precedentemente fissato (in questo caso pari a  $0.3$ ). Per questo motivo, lo spessore iniziale, posto pari a  $0.7\text{ m}$ , si riduce, nelle nostre simulazioni di circa la metà, al termine della deposizione gravitazionale (Figura 3.2). Tale riduzione dipende, oltre che, ovviamente, dal valore limite di equilibrio delle forze non bilanciate che si decide inizialmente di impostare, anche dalla natura delle particelle e dalle proprietà meccaniche che vengono loro assegnate. Solo a deposizione ultimata si salva il letto di sfere così preparato in un formato opportuno (.xml.bz2) da poter essere caricato dal secondo codice.

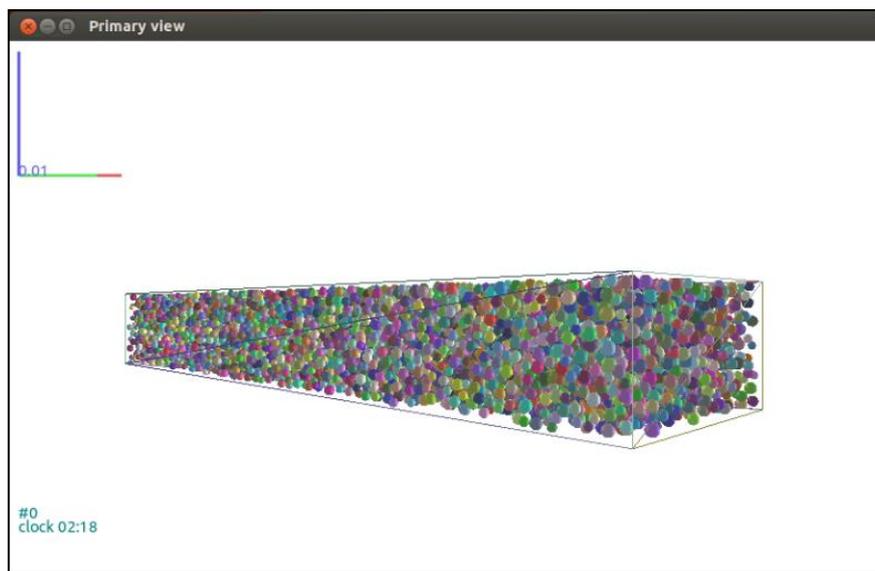


Figura 3.1 Letto DEM di terreno (lunghezza  $4\text{ m}$ ; larghezza  $1\text{ m}$ ; spessore  $0.5\text{ m}$ ) prima della

## deposizione gravitazionale

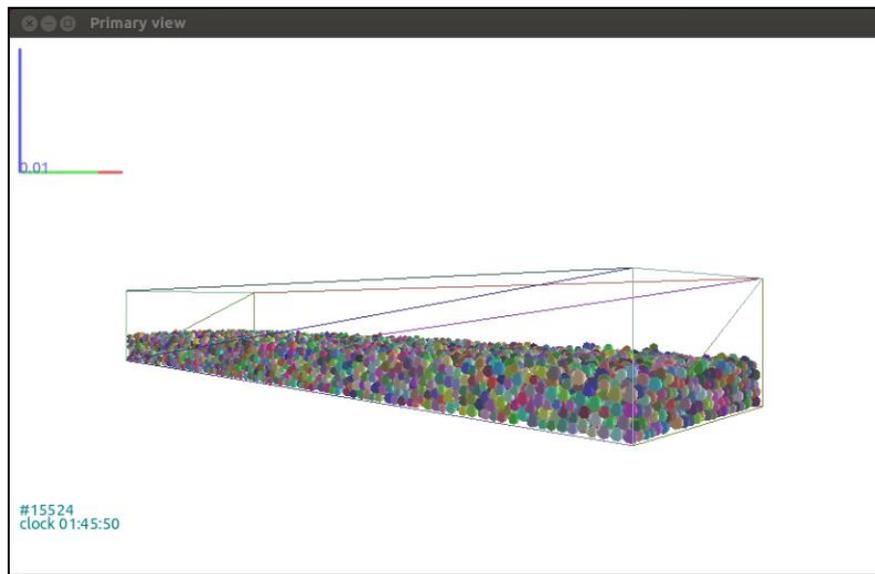


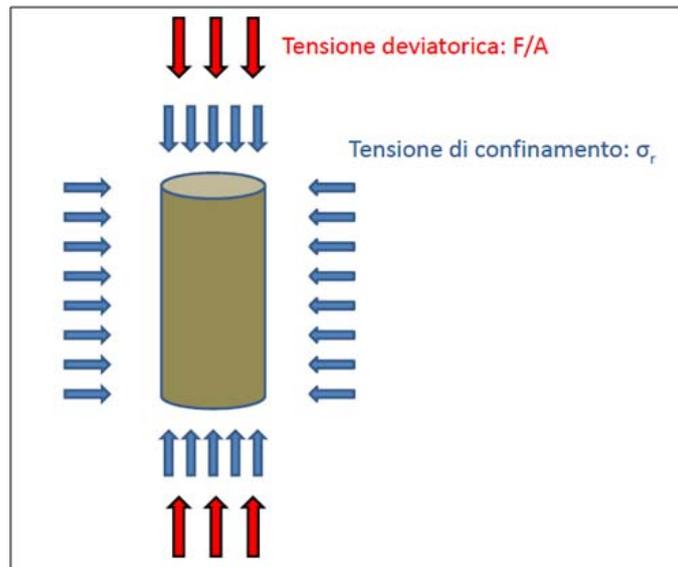
Figura 3.2 Letto DEM di terreno (lunghezza 4 m; larghezza 1m; spessore 0.5 m) dopo la deposizione gravitazionale

### 3.2.2 Taratura dei parametri e prova triassiale

Per determinare le proprietà meccaniche dei terreni, è stato inizialmente necessario effettuare una taratura dei parametri: in questa fase si è pensato di scrivere un nuovo codice, per il software Yade, che simulasse una prova triassiale. Si tratta di una prova da laboratorio che si compone di due fasi di carico (Figura 3.3):

1. nella prima fase viene applicata sul provino di terreno una tensione di confinamento  $\sigma_r$  uguale in ciascuna delle tre direzioni fino al raggiungimento di un valore massimo precedentemente impostato;
2. nella seconda fase, invece, definita deviatorica, si applica solamente un carico verticale  $F/A$  (lungo la direzione  $z$ ), mentre lateralmente si mantengono inalterate le tensioni massime raggiunte nella prima fase.

La prova termina quando si raggiunge la massima tensione verticale  $\sigma_a$  ( $\sigma_a = \sigma_r + F/A$ ) che provoca la rottura del campione; si registreranno quindi, per il terreno stesso, la resistenza a taglio ultima e le deformazioni lungo gli assi principali.



*Figura 3.3 Applicazione dei carichi nella prova triassiale: tensione di confinamento nella prima fase; tensione deviatorica nella seconda*

Per effettuare questa prova in laboratorio è necessario l'utilizzo di un particolare apparecchio, definito cella triassiale (*Figura 3.4*): si tratta di un contenitore cilindrico, poggiante su un piedistallo, e dotato, nella parte inferiore, di un disco poroso sopra cui viene collocato il provino. Nella fase di allestimento della prova si interpone, tra il disco e il campione di terreno, un foglietto di carta, al fine di impedire l'intasamento dei forellini della pietra porosa per opera delle particelle del terreno stesso. Al di sopra del campione si pongono nuovamente un altro foglietto di carta e un altro disco poroso. Entrambe le basi sono collegate a tubicini, per drenare l'acqua dal provino durante la prova. Una membrana impermeabile fissata con anelli di gomma avvolge il campione di terreno e le pietre porose. Infine si chiude il sistema con una campana di plexiglas, a tenuta idraulica, dotata di due fori: uno nella parte superiore, per il passaggio di un pistone, e l'altro nella parte inferiore collegato a un rubinetto per mezzo del quale si riempie d'acqua tutto lo spazio compreso tra la campana e il provino. Attraverso l'acqua si trasmette, così, al campione di terreno, la pressione di confinamento  $\sigma_r$ , isotropa, uguale quindi, in tutte le direzioni.



Figura 3.4 Provino in cella triassiale [13]

Il carico può essere applicato in due diversi modi:

- con i drenaggi aperti: si ha una variazione di volume del provino che 'perde' acqua a causa della tensione applicata;
- con i drenaggi chiusi: l'acqua non viene espulsa e si ha l'aumento delle pressioni neutrali per raggiungere il nuovo equilibrio tensionale.

Raggiunta la tensione isotropa prestabilita ha inizio la seconda fase, con l'applicazione del carico deviatorico per mezzo del pistone passante attraverso la campana di chiusura; anche questa fase, come la precedente, può essere gestita regolando l'apertura dei drenaggi.

Con la cella triassiale, quindi, si possono eseguire tre diversi tipi di prove dipendenti dalla regolazione dei drenaggi:

1. prove TX-UU: triassiali non consolidate e non drenate (drenaggi chiusi in entrambe le fasi);
2. prove TX-CIU: triassiali consolidate e non drenate (drenaggi chiusi solo nella seconda fase);
3. prove TX-CID: triassiali consolidate e drenate (drenaggi aperti in entrambe le fasi).

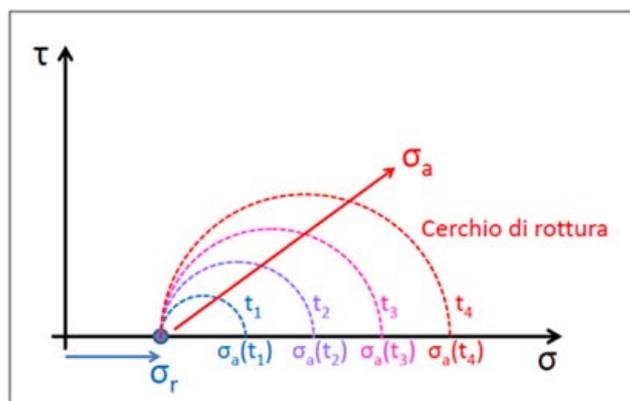


Figura 3.5 Applicazione dei carichi nel piano  $\sigma$ - $\tau$

Assumendo nulle le tensioni tangenziali sulla superficie laterale del provino e in corrispondenza delle basi superiore ed inferiore, si possono ritenere principali le tensioni  $\sigma_r$  e  $\sigma_a$ . Con questa semplificazione è possibile rappresentare i risultati della prova triassiale sul piano  $\sigma$ - $\tau$  (Figura 3.5).

Nella prima fase si ha uno stato tensionale isotropo rappresentato, nel piano  $\sigma$ - $\tau$ , semplicemente da un punto: in questo stato le tensioni tangenziali sono nulle mentre le tensioni  $\sigma$  coincidono con la tensione di confinamento  $\sigma_r$ . Nella seconda fase, invece, all'incremento nel tempo del carico  $F/A$  corrisponde una crescita dello stato tensionale rappresentata da cerchi di Mohr in espansione secondo il verso indicato dalla freccia rossa. Essendo finita la resistenza del materiale, esisterà un valore limite di tensione  $\sigma_a$  oltre il quale il provino si rompe; tale condizione sarà rappresentata dal cerchio di rottura.

I dati della prova triassiale possono essere letti anche nel piano  $\varepsilon$ - $\sigma$  dove si studia l'andamento della tensione deviatorica  $F/A$  in funzione della deformazione assiale  $\varepsilon$ . La curva che descrive su tale piano il comportamento del materiale può essere (Figura 3.6):

1. crescente con asintoto orizzontale: per campioni di terreno normalconsolidati;
2. crescente fino ad una resistenza di picco seguito da un successivo rammollimento (softening) con asintoto orizzontale: per campioni di terreno sovraconsolidati.

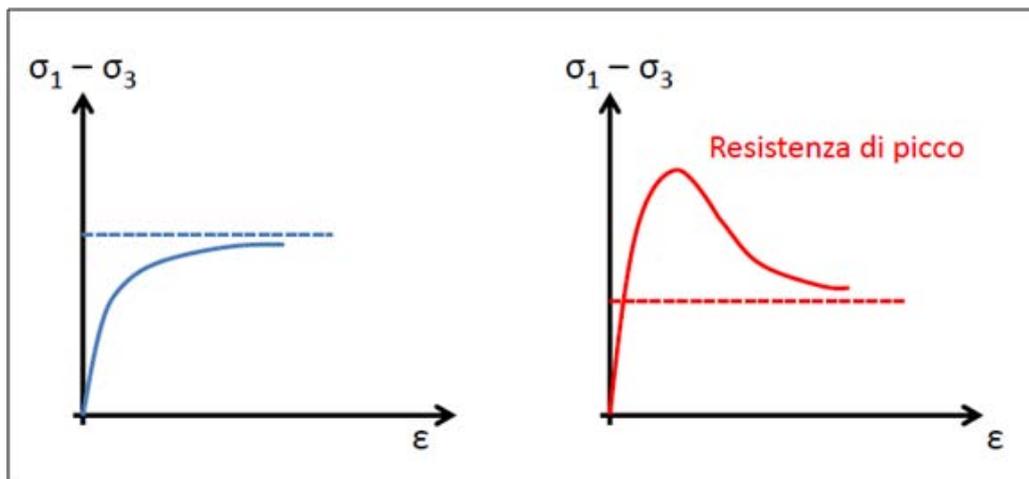


Figura 3.6 Comportamenti nel piano  $\varepsilon$ - $\sigma$  di un materiale normalconsolidato (a sinistra) e di uno sovraconsolidato (a destra)

Nelle nostre simulazioni sono state condotte prove triassiali di tipo drenato (CID) su provini cubici granulari, aventi i lati pari a 50 cm, formati da sfere di raggio analogo a quello impiegato per il pacchetto di terreno e densità pari a  $2600 \text{ kg/m}^3$ ; il modulo di Young delle particelle è stato posto pari a  $15 \text{ e}^6 \text{ Pa}$ , mentre il coefficiente adimensionale di Poisson è stato scelto pari a 0.4. Per permettere lo sviluppo di momenti flettenti e torcenti tra le particelle in contatto, è stato necessario

attivare la caratteristica *momentRotationLaw*.

In queste simulazioni si sono fatte variare le proprietà meccaniche del terreno, ad esempio l'angolo di attrito e la coesione (normale o di taglio), fino a quando, dai risultati delle prove, si otteneva il reale materiale desiderato.

Anche il valore *etaRoll* gioca un ruolo decisivo nella variazione delle proprietà meccaniche del materiale globale: si tratta di un parametro adimensionale che indica il momento plastico torcente esistente tra le particelle; numeri negativi indicano che la plasticità non verrà applicata. In particolare, è stato osservato che un aumento di questo parametro determina un modesto incremento della coesione del materiale fino a valori limite; oltre questi valori non si risente della dipendenza dall'*etaRoll*.

È necessario precisare che l'angolo di attrito tra le particelle, che viene fatto variare nel codice di calcolo, rappresenta un attrito intergranulare che è diverso dall'angolo di attrito macromeccanico che viene usato in geotecnica per definire la proprietà di un volume di terreno. L'angolo di attrito intergranulare dipende dalle caratteristiche dei minerali e dalla rugosità nella superficie della singola particella [2]. In generale, in letteratura, si concorda sul fatto che l'angolo di attrito tra le particelle è inferiore all'angolo di attrito di gruppo del materiale nel suo complesso. Tuttavia, durante questo lavoro, è stato osservato che, in Yade, i valori di *etaRoll* e la condizione di *momentRotationLaw*, influenzano notevolmente l'angolo di attrito del materiale nel suo complesso, soprattutto nei casi in cui si vogliono ottenere proprietà meccaniche molto spinte.

Per ciascun materiale sono state eseguite 5 prove triassiali corrispondenti a 5 differenti pressioni di confinamento  $\sigma_r$ . Le prove sono state condotte fino ad un carico deviatorico pari al 50% della tensione di confinamento. Una volta note, per ciascuna prova, le tensioni  $\sigma_r$  e  $\sigma_a$ , è stato possibile definire il centro e il raggio dei cerchi di rottura relativi alle tensioni di confinamento. Infine, l'intercetta e la pendenza della retta interpolatrice i vertici superiori dei cerchi di rottura definiscono rispettivamente la coesione e l'angolo di attrito del terreno individuato.

Al fine di ottenere una simulazione più reale possibile della prova, ed evitare l'influenza delle pareti in compressione sul provino cubico, si è deciso di impostare, per il materiale, delle condizioni al contorno di tipo periodico. In queste condizioni le particelle che formano il materiale si mantengono in numero costante tra le pareti del cubo durante le fasi di compressione. In *Figura 3.7* si mostrano diverse fasi della simulazione della prova triassiale sul provino particellare di terreno.

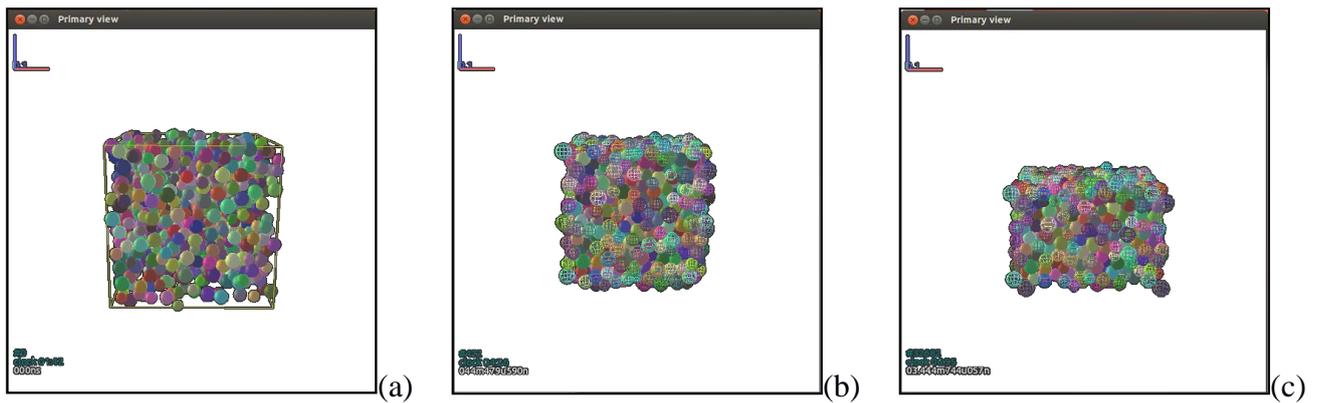


Figura 3.7 Provino DEM triassiale (a) prima dell'applicazione della tensione di confinamento; (b) dopo la fase di consolidazione isotropa; (c) durante la fase di carico deviatorico

### 3.2.3 Terreni scelti

Nel primo capitolo di questo lavoro, sono stati presentati diversi materiali, alcuni di essi ancora in via di sperimentazione, altri, come l'EMAS, già installati in alcuni aeroporti, aventi la funzione di arrestare nel più breve tratto possibile un velivolo in uscita frontale dalla pista. I primi tre di essi, sotto il peso rilevante dell'aereo impattante con il terreno, si 'frantumano' (*'crushable materials'*), facendo affondare in essi il mezzo ed offrendo in questo modo una resistenza al moto.

In questo lavoro, con l'impiego del modello ad elementi discreti, non è stato simulato un comportamento di questo tipo: le particelle sferiche che formano il terreno sono considerate rigide e, nonostante siano soggette a carichi rilevanti, non potranno frantumarsi. La decelerazione della ruota viene, quindi, garantita dallo scorrimento, l'una sull'altra, delle particelle, che, in questo modo, forniscono una dissipazione dell'energia cinetica del mezzo. Il pacchetto di terreno così creato rientra nella categoria dei *'displacement materials'*: si può inizialmente supporre, prima di condurre le simulazioni, che il comportamento delle particelle nei confronti della ruota, sia analogo a quello descritto precedentemente per questi materiali (Figura 1.17).

Per studiare l'influenza che i terreni possono avere su una ruota, si è deciso di realizzare 3 diversi pacchetti di materiale rispettivamente di terreno coesivo, incoerente e limo-sabbioso. Nelle Figure 3.8-3.9-3.10 si presentano, per ciascun terreno, i risultati grafici delle prove triassiali, che riportano il carico deviatorico in funzione della deformazione assiale  $\varepsilon_z$ . Nelle Tabelle 3.1-3.2-3.3 si mostrano i parametri attribuiti ai campioni cubici di materiale sottoposti alle prove triassiali e i relativi valori della coesione e dell'angolo di attrito che sono stati ottenuti.

## Terreno coesivo

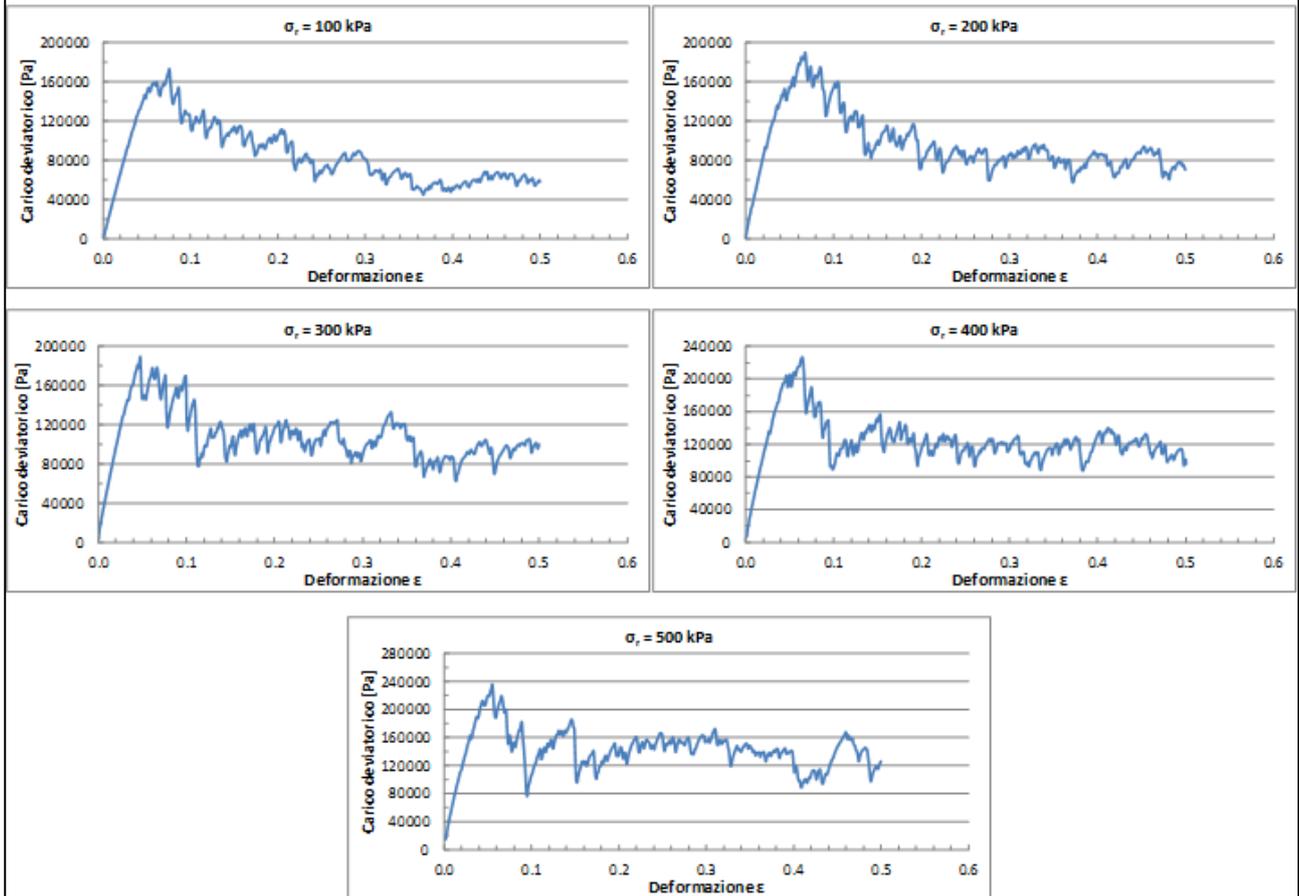


Figura 3.8 Curve nel piano  $\epsilon$ - $\sigma$  ottenute simulando il materiale coesivo sottoposto a prove triassiali per le 5 diverse pressioni di confinamento

Tabella 3.1 Parametri impiegati nelle simulazioni delle prove triassiali e relative proprietà meccaniche ricavate per il terreno coesivo

Terreno coesivo	
Densità [kg/m <sup>3</sup> ]	2600
Angolo intergranulare [°]	1
Modulo di Young E [Pa]	1.50E+07
Coefficiente di Poisson $\nu$	0.40
Coazione normale [Pa]	1.00E+06
Coazione di taglio [Pa]	1.00E+06
momentRotationLaw	ATTIVO
etaRoll	6
Raggio medio [m]	0.02
Incertezza sul raggio [%]	20
Angolo di attrito del materiale [°]	4.7
Coazione del materiale [Pa]	65.4

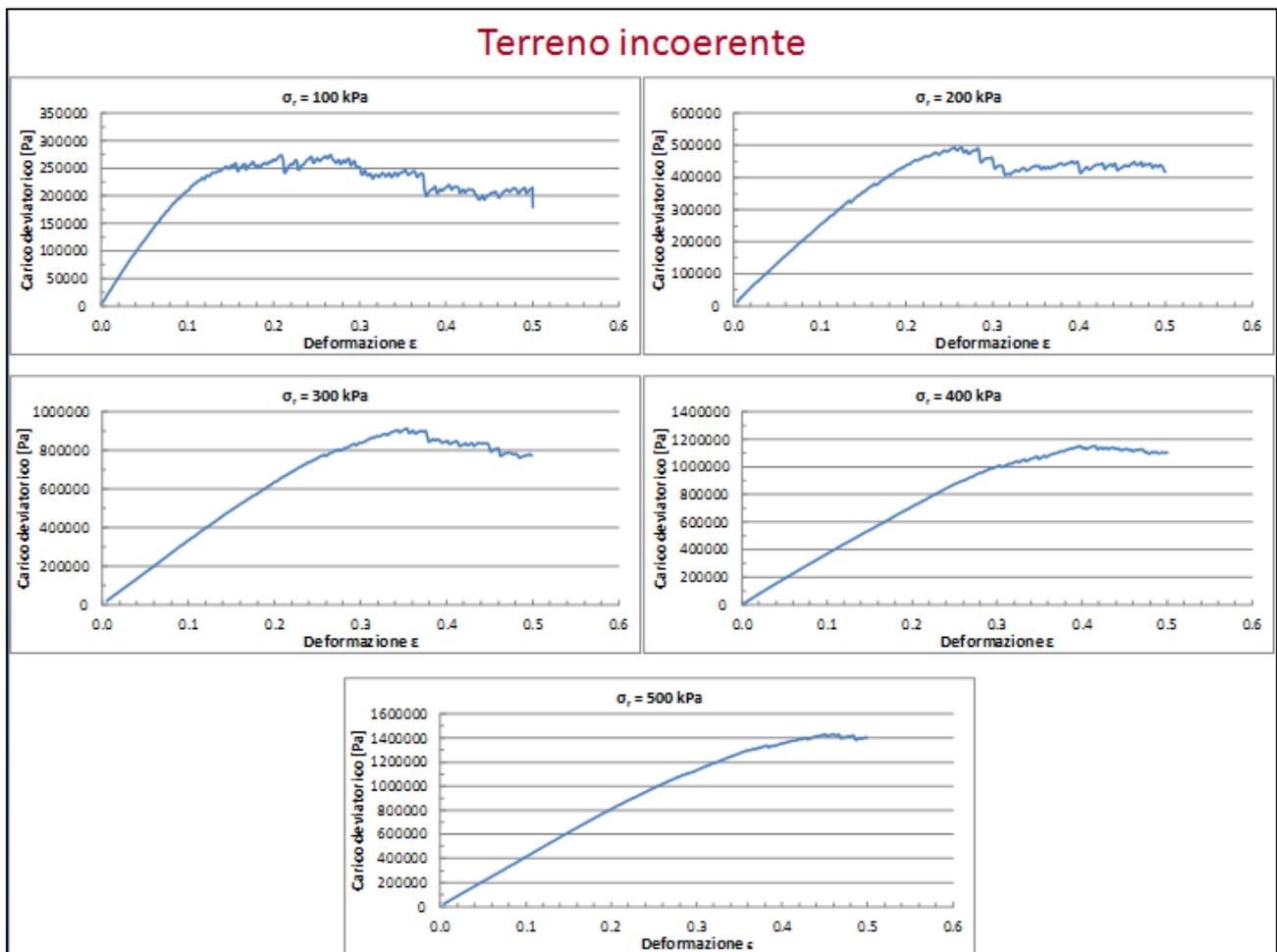


Figura 3.9 Curve nel piano  $\epsilon$ - $\sigma$  ottenute simulando il materiale incoerente sottoposto a prove triassiali per le 5 diverse pressioni di confinamento

Tabella 3.2 Parametri impiegati nelle simulazioni delle prove triassiali e relative proprietà meccaniche ricavate per il terreno incoerente

Terreno incoerente	
Densità [kg/m <sup>3</sup> ]	2600
Angolo intergranulare [°]	45
Modulo di Young E [Pa]	1.50E+07
Coefficiente di Poisson $\nu$	0.40
Coesione normale [Pa]	1.00E+04
Coesione di taglio [Pa]	1.00E+04
momentRotationLaw	ATTIVO
etaRoll	0.01
Raggio medio [m]	0.02
Incertezza sul raggio [%]	20
Angolo di attrito del materiale [°]	36.0
Coesione del materiale [Pa]	0.5

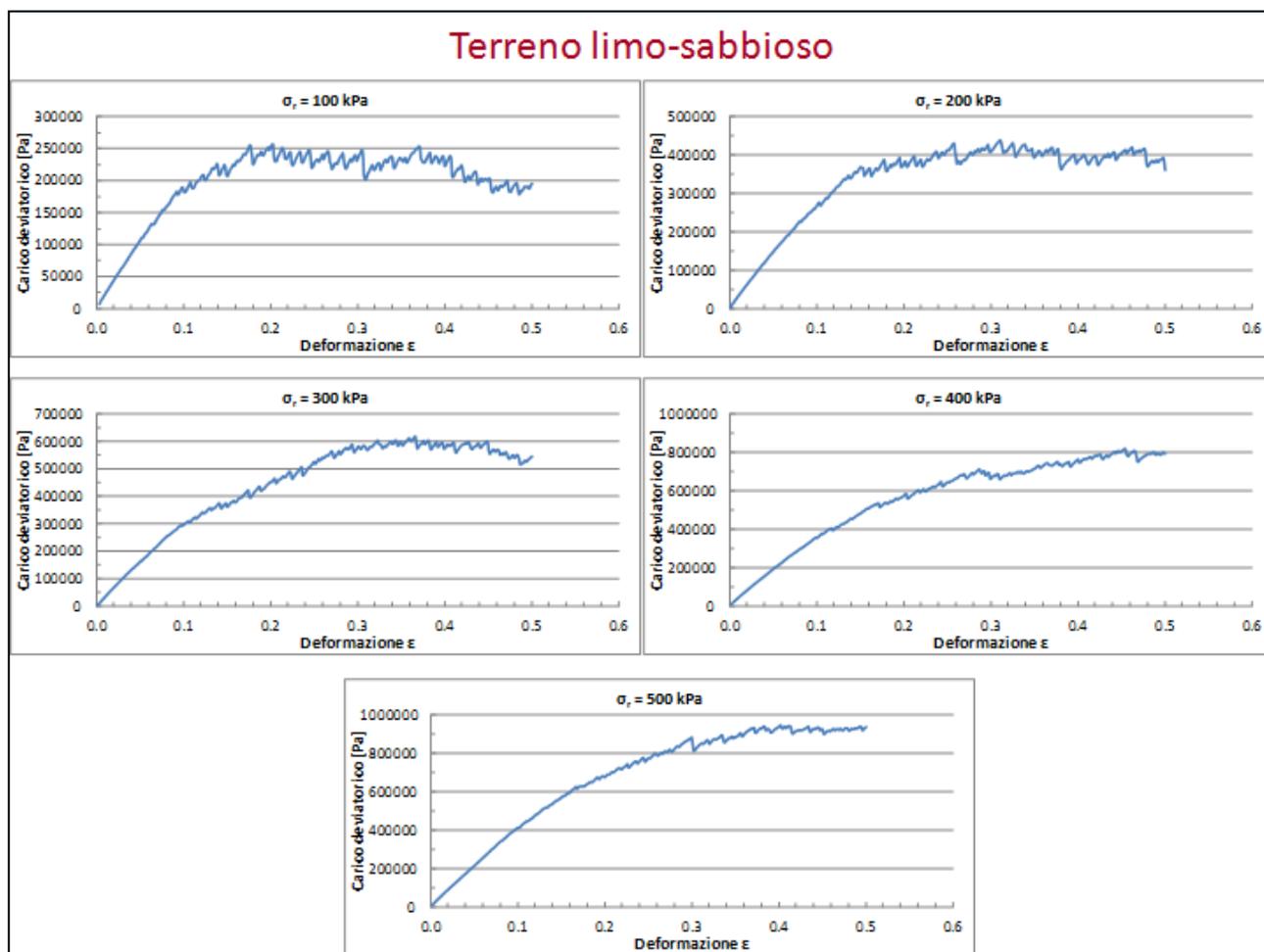


Figura 3.10 Curve nel piano  $\epsilon$ - $\sigma$  ottenute simulando il materiale limo-sabbioso sottoposto a prove triassiali per le 5 diverse pressioni di confinamento

*Tabella 3.3 Parametri impiegati nelle simulazioni delle prove triassiali e relative proprietà meccaniche ricavate per il terreno limo-sabbioso*

Terreno limo-sabbioso	
Densità [kg/m <sup>3</sup> ]	2600
Angolo intergranulare [°]	25
Modulo di Young E [Pa]	1.50E+07
Coefficiente di Poisson $\nu$	0.40
Coesione normale [Pa]	1.00E+06
Coesione di taglio [Pa]	1.00E+06
momentRotationLaw	ATTIVO
etaRoll	0.01
Raggio medio [m]	0.02
Incertezza sul raggio [%]	20
Angolo di attrito del materiale [°]	27.5
Coesione del materiale [Pa]	24.5

Dai grafici si nota fin da subito, la notevole incertezza che si ha per le curve relative al terreno coesivo; probabilmente questo fenomeno si verifica a causa delle particolari proprietà intergranulari che vengono conferite al terreno: coesione molto elevata ma, al tempo stesso, angolo di attrito molto basso. Inoltre, queste curve, rispetto a quelle relative ai terreni incoerente e limo-sabbioso, raggiungono valori di tensione inferiori, proprio a causa del ridotto angolo di attrito intergranulare tra le particelle.

Il valore dell'angolo di attrito globale del terreno coesivo, che si ottiene dalle simulazioni delle prove triassiali, è estremamente basso, tanto da rendere il terreno stesso quasi fittizio da un punto di vista fisico e quindi di difficile reperibilità in natura. Tuttavia, per questo lavoro, si è volutamente scelto un valore così basso proprio per far risaltare il comportamento coesivo del terreno e osservare l'influenza della sola coesione su un carico mobile. Una analoga considerazione vale anche per il terreno incoerente, a cui si è cercato di attribuire una coesione praticamente nulla.

### **3.3 Ruota**

La ruota è la parte più critica e al tempo stesso quella più particolare del problema. Quando si vuole simulare il comportamento di un mezzo che scorre su un terreno, la ruota è l'unica parte del veicolo a contatto con il supporto e, attraverso di essa, esiste uno scambio reciproco di forze tra i due corpi. Da una parte il veicolo trasmette al terreno il proprio peso, dall'altra, nel terreno, nascono reazioni parallele e perpendicolari alla direzione del moto che influenzano il comportamento della ruota e ne possono determinare un rallentamento più o meno evidente.

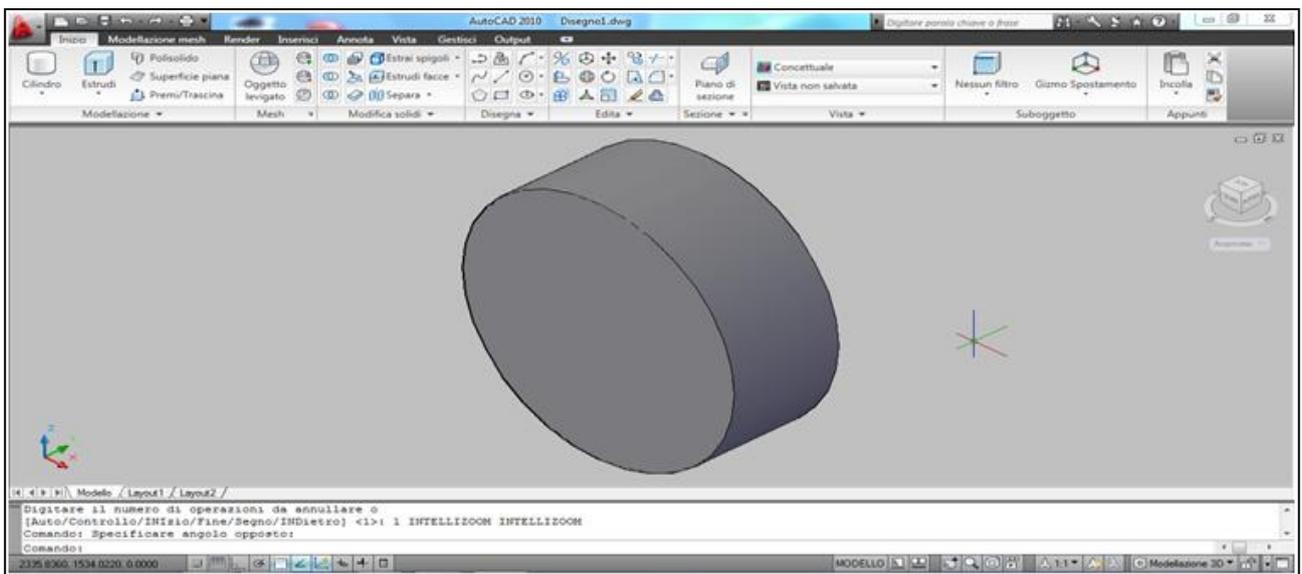
Cambiare il tipo di veicolo, passando dall'aereo all'automobile o al treno, significa variare non solo la geometria della ruota ed il peso che viene trasferito al supporto, ma anche il tipo di contatto e le interazioni che nascono tra i due corpi. Si pensi ad esempio al caso della ruota di un veicolo stradale e a quella di un treno: nel primo caso il terreno agisce su tutto lo pneumatico mentre nel secondo è il solo bordino, ovvero la parte sporgente della ruota, che assicura il contatto con la rotaia e guida il treno.

Un altro aspetto importante è la geometria del mezzo stesso che si potrebbe simulare solo con la singola ruota: in questo caso la complessità del problema aumenta. Basti pensare al numero e alla posizione dei carrelli presenti in un aereo e alle sollecitazioni che su ciascuno di essi il terreno esplica. Per rappresentare questo fenomeno si dovrebbero distinguere due fasi di impatto per la singola ruota: una prima fase con il solo ingresso nel terreno del carrello anteriore, ed una seconda considerando anche l'entrata dei carrelli posteriori. Nel passaggio dalla prima alla seconda fase cambiano notevolmente sia le forze verticali sia quelle orizzontali che i due corpi si scambiano. Nella seconda fase, per esempio, si dovrebbero trascurare le reazioni orizzontali che il terreno trasmette al carrello centrale posteriore, poiché il materiale che esso incontra può essere stato in qualche modo schermato dal carrello centrale anteriore che lo precede. Nell'analisi specifica del moto di un particolare veicolo sul terreno, tutti questi aspetti dovrebbero essere considerati, proprio poiché influenzano notevolmente i risultati finali.

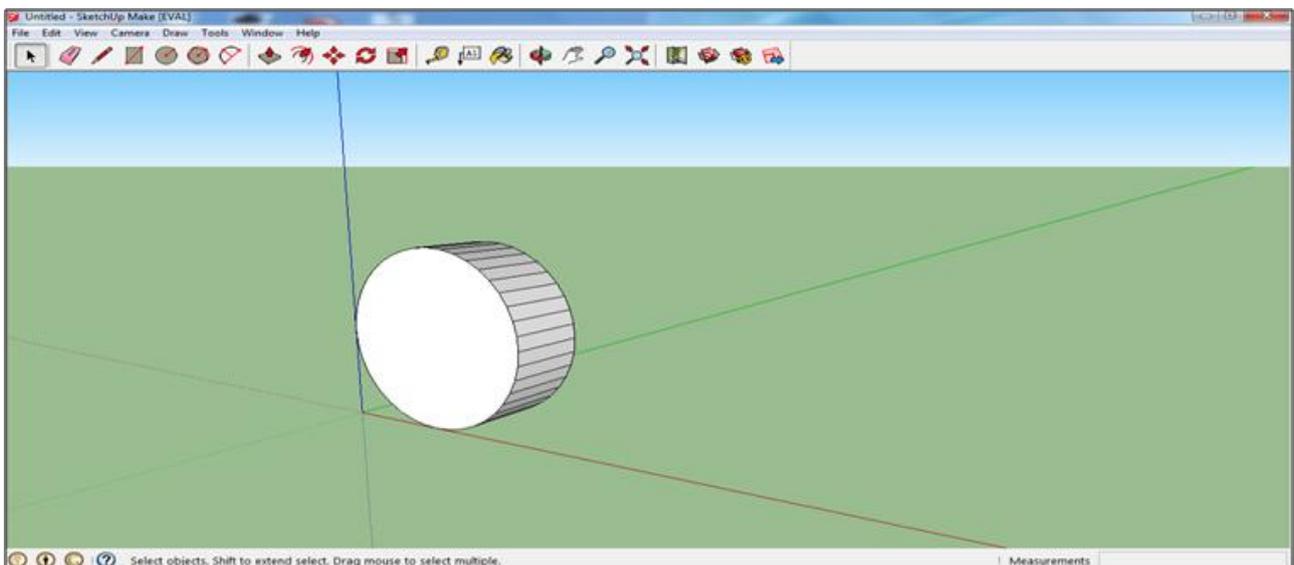
In questo lavoro di tesi, per semplicità di trattazione, la ruota simulata è in pieno contatto con il terreno e non rappresenta alcun particolare mezzo di trasporto.

La ruota è stata inizialmente disegnata come un cilindro, già in scala opportuna, con il programma *AutoCAD 2010* in modellazione 3D (*Figura 3.11*), dove è stata salvata in formato *.dwg*. Successivamente, con *GoogleSketchup 2013* (*Figura 3.12*), è stato possibile caricare questo file e salvare il disegno in formato *.stl*; infine, con il software *gms* che opera su file *.stl*, è stata fatta la *mesh* dell'intero solido. Per la *mesh* in *gms* è stato necessario seguire i seguenti passi: partendo dalla finestra *geometry* si segue  $\rightarrow$  *elementary entities*  $\rightarrow$  *add*  $\rightarrow$  *new*  $\rightarrow$  *volume* per poi selezionare la ruota cliccandoci sopra (*Figura 3.13*). Gli elementi triangolari, analoghi a quelli impiegati per le pareti del terreno e che ora compongono la ruota, sono privi di massa e sono uniti l'uno all'altro in corrispondenza dei bordi. Il numero di questi elementi dipende strettamente dalla dimensione della ruota e dal livello di precisione che si vuole adottare per la *mesh* del solido. A questo punto la ruota è salvata nel formato opportuno (*.mesh*) da poter essere inserita nel secondo codice. Prima di avviare la simulazione, però, è stato necessario centrare la ruota in corrispondenza del bordo iniziale del terreno. La traslazione lungo gli assi *x* ed *y* non è stata necessaria: la ruota è stata fin da subito creata in corrispondenza dell'origine del sistema di riferimento, per cui si trova già centrata sul

bordo iniziale del letto di sfere. È stata effettuata, invece, la traslazione lungo l'asse verticale, in modo da portarla a diretto contatto con il terreno; per far questo è stato necessario ricercare, nel secondo codice e per ciascun letto di sfere creato, la posizione della più alta particella presente entro i primi 20 cm di pacchetto ( $s\_z\_top$  in *Figura 3.14*). Senza tale restrizione sulla lunghezza, la particella posizionata più in alto potrebbe trovarsi lontano dal bordo iniziale del letto di sfere, e la ruota potrebbe, quindi, percorrere i primi metri di tracciato senza incontrare alcuna resistenza da parte del terreno. Circoscrivendo, entro i primi metri, la zona entro cui trovare la particella più in alto nel pacchetto, si forza fin da subito il contatto ruota-terreno.



*Figura 3.11 Ruota in AutoCAD 2010 disegnata con il comando cilindro e salvata in formato .dwg*



*Figura 3.12 Ruota in GoogleSketchup 2013 salvata in formato .stl*

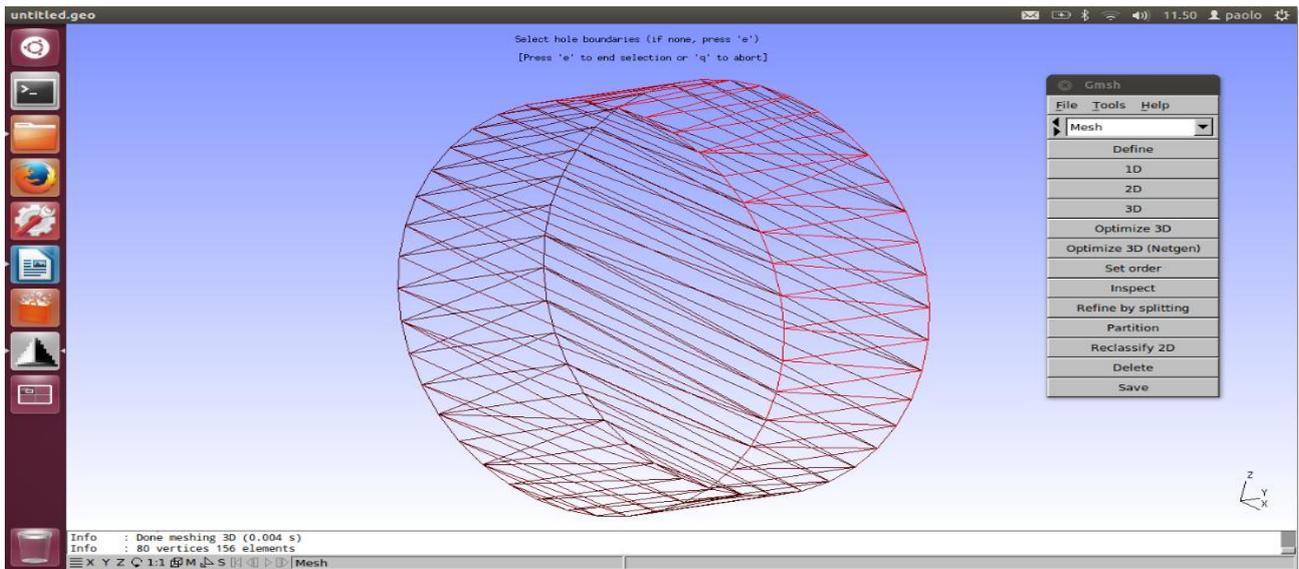


Figura 3.13 Mesh della ruota eseguita con il programma gmsh e salvata in formato .mesh

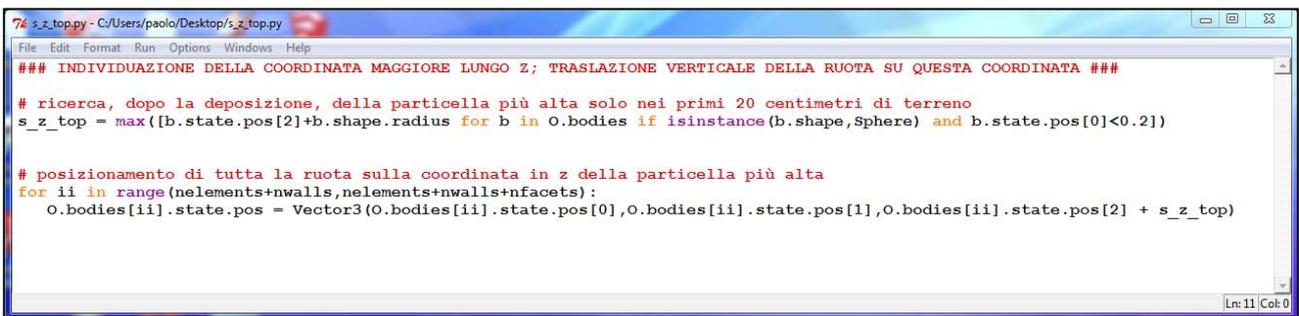


Figura 3.14 Porzione di codice per la ricerca della coordinata maggiore ( $s_{z\_top}$ ) lungo  $z$  e la traslazione della ruota su questa coordinata

La ruota simulata ha caratteristiche geometriche analoghe a quella di un'automobile:  $65.0\text{ cm}$  di diametro totale (comprensivo di cerchio e gomma) e  $25.0\text{ cm}$  di spessore dello pneumatico. Nelle simulazioni è stato necessario inserire non solo il peso della ruota, che influisce sulla sua inerzia, ma anche il peso aggiuntivo dell'ipotetico mezzo di trasporto che, attraverso la ruota stessa, viene scaricato sul terreno. Entrambi questi parametri variano, definendo due ruote di massa differente. L'angolo di attrito tra la ruota ed il terreno è stato posto pari a  $20^\circ$ . La ruota è libera di muoversi lungo la direzione  $x$  del moto e lungo quella perpendicolare  $z$ , mentre, per la simmetria del problema, non è possibile lo spostamento in direzione  $y$ .

### 3.3.1 Richiami del moto di una ruota su una superficie

Si richiama ora qualche concetto di meccanica per lo studio dello scorrimento di una ruota su una

superficie. La ruota, ferma o in condizione di moto, attraverso l'impronta di area  $A$  (Figura 3.15), trasferisce al terreno il peso  $G$  (data dalla somma tra il proprio peso e quello del mezzo a cui appartiene). Nel contatto ideale l'area  $A$  si riduce ad un segmento di lunghezza pari allo spessore dello pneumatico.

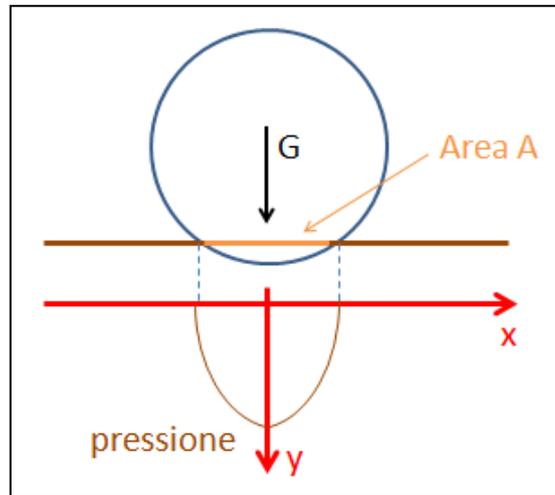


Figura 3.15 Schema della pressione esercitata da una ruota ferma (contatto non ideale)

Le equazioni che governano il moto della ruota sono:

$$T - R = m \frac{dv}{dt} \quad M - R r = J \frac{d\omega}{dt}$$

dove:

$r$  è il raggio della ruota;

$T$  è la forza di trazione per mettere in movimento il veicolo;

$M$  è il momento di rotazione pari a  $T \cdot r$ ;

$R$  è la somma totale delle resistenze che si oppongono al moto;

$m$  è la massa trasferita al suolo;

$J$  è il momento d'inerzia del corpo; per la ruota, considerata un solido cilindrico,  $J$  è pari a:

$$J = \frac{mr^2}{2}$$

$v$  ed  $\omega$  sono rispettivamente la velocità di traslazione e la velocità angolare della ruota.

Le condizioni di aderenza si hanno se la ruota è caratterizzata da un moto di puro rotolamento sulla

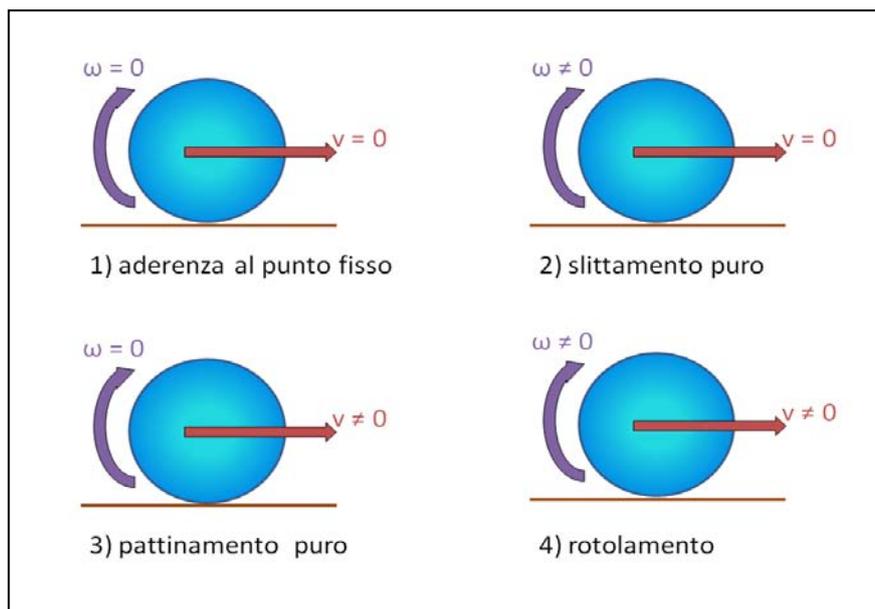
superficie; in questo caso non si verificano strisciamenti relativi tra i due corpi. Esiste un valore limite di forza di trazione  $T_{ad}$  oltre il quale si perdono le condizioni di aderenza; si definisce il coefficiente di aderenza come:

$$\mu_{ad} = \frac{T_{ad}}{G}$$

Tale coefficiente varia a seconda del tipo di contatto ruota/supporto e dipende strettamente dalla velocità di traslazione: esso diminuisce all'aumentare della velocità.

Si presentano 4 tipi possibili di moto (*Figura 3.16*):

1. aderenza al punto fisso: il punto di contatto tra ruota e superficie rimane fisso e non si hanno mutamenti di tale condizione; la ruota è ferma e non si hanno rotazione né traslazione ( $v = 0$ ;  $\omega = 0$ );
2. slittamento puro: sulla superficie del terreno si mantiene inalterato il punto di contatto, mentre la ruota, nella sua rotazione attorno all'asse, cambia continuamente la superficie di contatto ( $v = 0$ ;  $\omega \neq 0$ );
3. pattinamento puro: il punto di contatto sulla superficie del terreno cambia a causa della traslazione della ruota, mentre su quest'ultima si mantiene inalterato poiché non si hanno rotazioni ( $v \neq 0$ ;  $\omega = 0$ );
4. rotolamento: superficie del terreno e ruota cambiano continuamente punto di contatto reciproco ( $v \neq 0$ ;  $\omega \neq 0$ ).

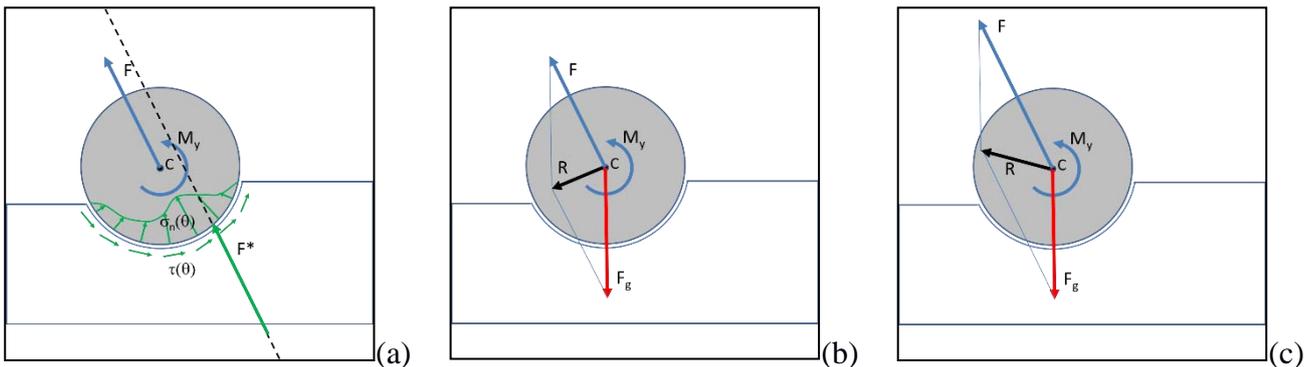


*Figura 3.16 Condizioni di moto per una ruota*

### 3.3.2 Forze sulla ruota

Per quanto riguarda le forze che agiscono sulla ruota, è necessario considerare sia la forza peso  $F_g$ , applicata sul suo baricentro, sia le reazioni che il terreno esplica su di essa. Le reazioni del terreno, infatti, influiscono notevolmente sul comportamento della ruota e non possono, quindi, essere trascurate; a causa dell'attrito che si manifesta nella zona di contatto si può dire che esse ne determinano un rallentamento e una variazione nella sua velocità angolare, le cui entità, come vedremo in seguito, dipendono da notevoli fattori.

Per capire, ad esempio, la presenza della reazione torcente, si faccia riferimento alla *Figura 3.17*, che rappresenta il caso generale di una ruota in moto su un terreno poco resistente che consente un certo grado di affondo; la risultante  $F^*$  data dalle tensioni lungo  $x$  e lungo  $z$  che nascono nel terreno, non è generalmente centrata sulla ruota; l'eventuale trasporto di questa forza proprio in corrispondenza dell'asse equivale alla somma tra un momento resistente  $M_y$  e una forza  $F$  applicata sul centro della ruota (*Figura 3.17a*).



*Figura 3.17 Modello concettuale 2D di contatto ruota-terreno con (a) trasporto della risultante  $F^*$  delle tensioni al contatto, sul centro della ruota; (b) risultante delle forze non bilanciate  $R$  nella fase di affondamento; (c) risultante delle forze non bilanciate  $R$  nella fase di sollevamento dal terreno.*

La risultante data dalla composizione tra  $F$  e  $F_g$  è una forza  $R$  diretta sempre in senso contrario al moto; la sua componente lungo  $x$  è negativa, mentre la componente lungo  $z$  può essere negativa (*Figura 3.17b*) o positiva (*Figura 3.17c*) a seconda delle reazioni che nascono nel terreno. Nel primo caso c'è una componente aggiuntiva alla forza peso che tenderà a far affondare ulteriormente la ruota, mentre nel secondo caso la ruota potrebbe rimbalzare sul terreno.

Da una prima analisi della distribuzione delle forze che agiscono sulla ruota, ci si aspetta quindi una serie di rimbalzi sul supporto.

Una volta note le forze, sfruttando la legge di Newton, è possibile ricavare tutte le accelerazioni: quelle lineari nelle direzioni  $x$  e  $z$  e quella angolare attorno all'asse della ruota; a loro volta le accelerazioni, moltiplicate per l'intervallo temporale  $\Delta t$ , consentono di calcolare le velocità della ruota.

### 3.4 Schema delle prove

Il numero delle prove eseguite per questo lavoro di tesi dipende strettamente dai parametri iniziali che caratterizzano ruota e terreno, e che sono stati considerati nel problema. Per studiare in modo più generale possibile il fenomeno, su ciascuno dei 3 tipi di terreni scelti, si è deciso di far partire la ruota con due moti iniziali differenti:

- moto di puro rotolamento;
- moto di puro pattinamento.

Nel primo caso la velocità angolare  $\omega$  è ottenuta dalla relazione:

$$\omega = \frac{v_x}{r}$$

dove con  $v_x$  ed  $r$  si indicano rispettivamente la velocità lungo la direzione  $x$  e il raggio della ruota, mentre nel secondo caso  $\omega = 0$ .

Per ciascuno di questi due moti, sono state considerate poi, due ruote dal peso differente:

- *ruota A*: massa  $20 \text{ kg} + 2000 \text{ kg}$  di peso aggiuntivo derivante dall'ipotetico mezzo di trasporto;
- *ruota B*: massa  $40 \text{ kg} + 8000 \text{ kg}$  di peso aggiuntivo derivante dall'ipotetico mezzo di trasporto.

Ciascuna di queste due ruote è dotata di diverse velocità iniziali di traslazione lungo  $x$ ;

- $v_{xi} = 30.56 \text{ m/s}$  (circa  $110 \text{ km/h}$ );
- $v_{xi} = 15.28 \text{ m/s}$  (circa  $55 \text{ km/h}$ ).

A seconda della velocità di traslazione della ruota, sono stati creati, per ciascun materiale, due terreni di lunghezza differente:  $40 \text{ m}$  per la velocità maggiore e  $20 \text{ m}$  per la velocità inferiore.

Le *Figure 3.18-3.19-3.20* mostrano tutte le prove di questo lavoro per i vari terreni.

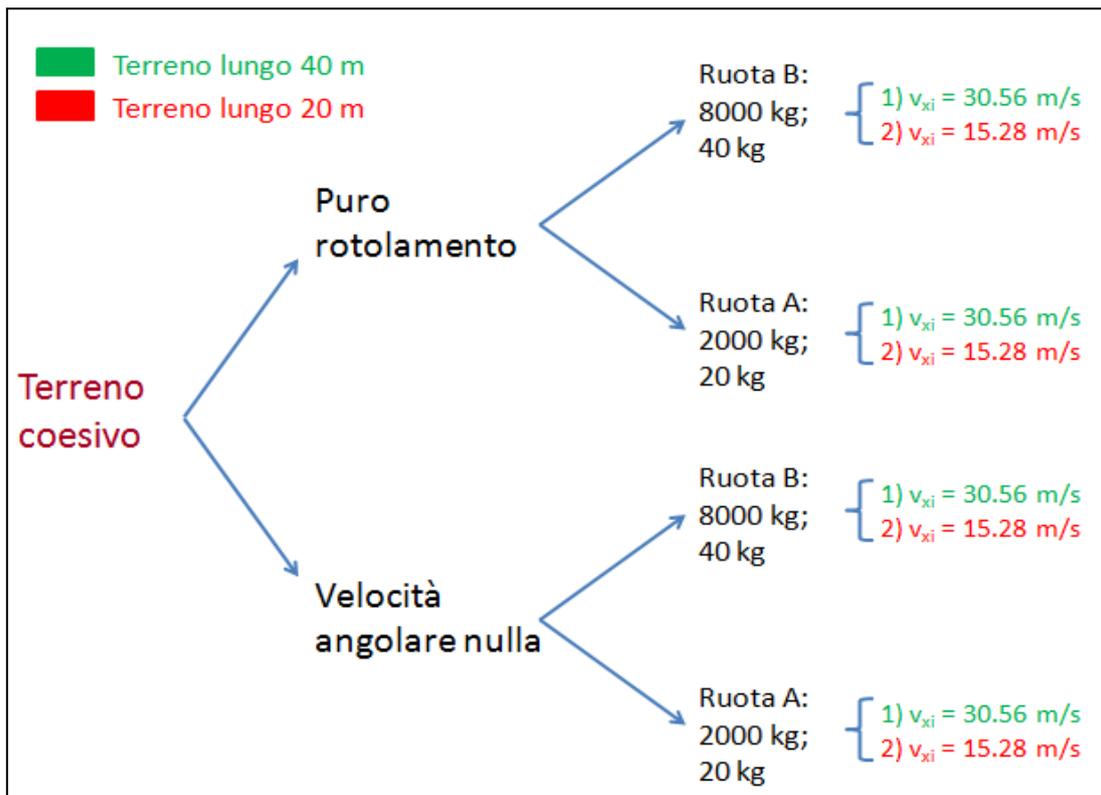


Figura 3.18 Schema prove per il terreno coesivo

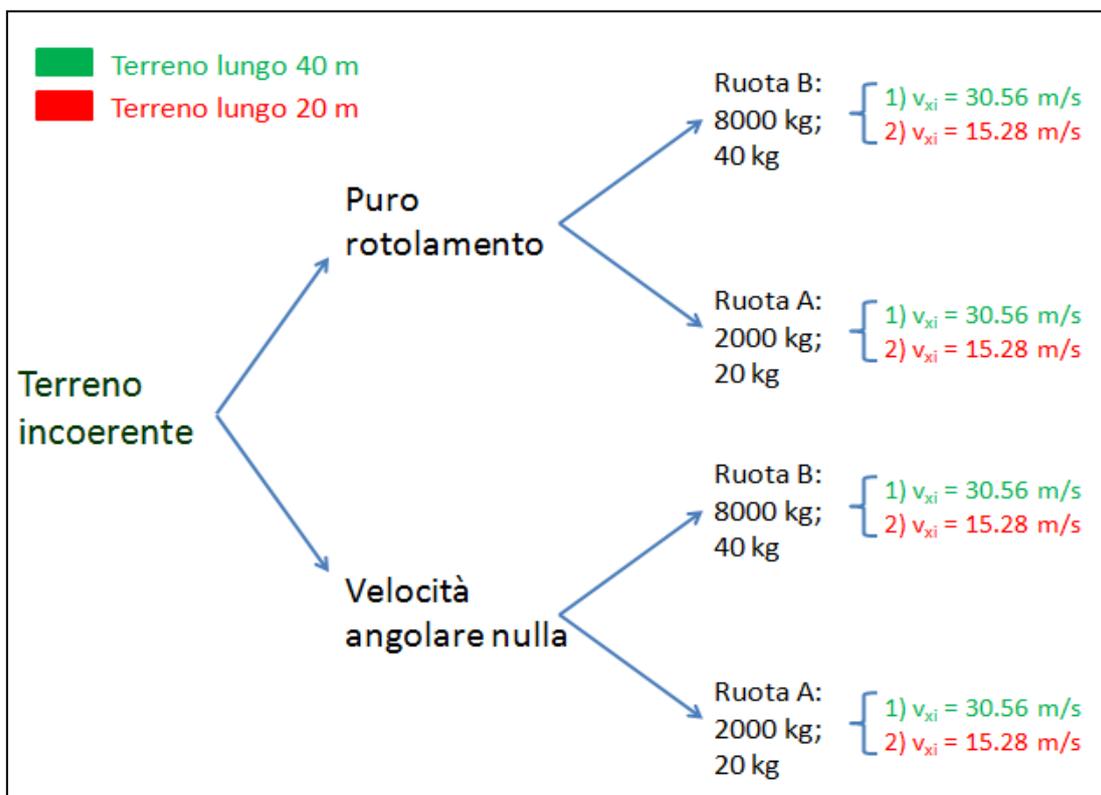


Figura 3.19 Schema prove per il terreno incoerente

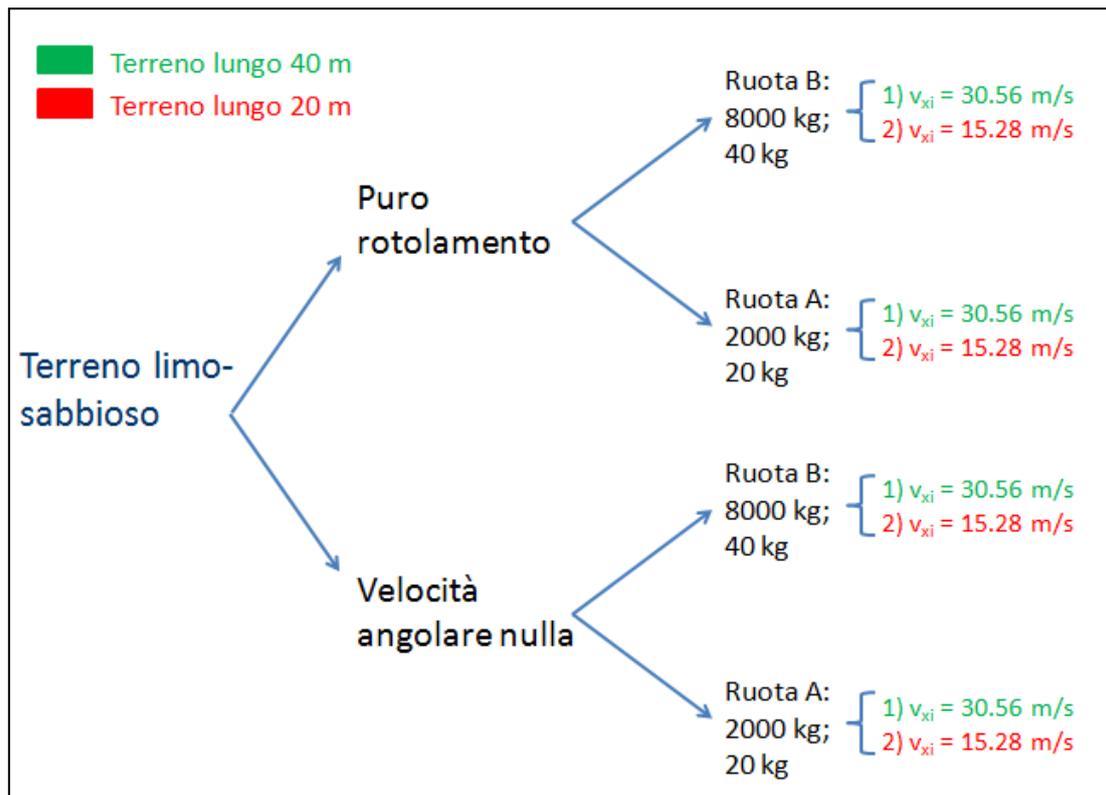


Figura 3.20 Schema prove per il terreno limo-sabbioso

Per ciascuno dei 3 terreni si presentano, quindi 8 prove: 4 relative ad un moto iniziale di puro rotolamento e altre 4 relative ad un moto iniziale di puro pattinamento, per un totale di 24 prove totali. Di queste 4 prove, 2 si riferiscono alla ruota A (una con velocità di  $30.56 \text{ m/s}$  e l'altra con velocità di  $15.28 \text{ m/s}$ ) e altre 2 alla ruota B.

## 4 RISULTATI

Questo capitolo è dedicato ai risultati ottenuti in ciascuna simulazione. Si rende fin da subito necessaria una osservazione che ha portato ad adottare un cambiamento in alcuni fra i terreni simulati. Successivamente, si presentano le variabili che sono state monitorate nel corso della simulazione e che consentono di descrivere il problema nella sua generalità. Nei paragrafi successivi si effettuano i confronti tra i risultati ottenuti per i diversi terreni. Per semplicità di esposizione e consultazione, i risultati grafici a cui si fa riferimento, sono stati raccolti nell'Appendice di questo lavoro. Si evidenziano inoltre alcuni aspetti comportamentali delle particelle derivanti dall'analisi dei filmati ricreati per ciascuna simulazione. Infine, l'ultimo paragrafo riassume gli aspetti più importanti delle prove eseguite.

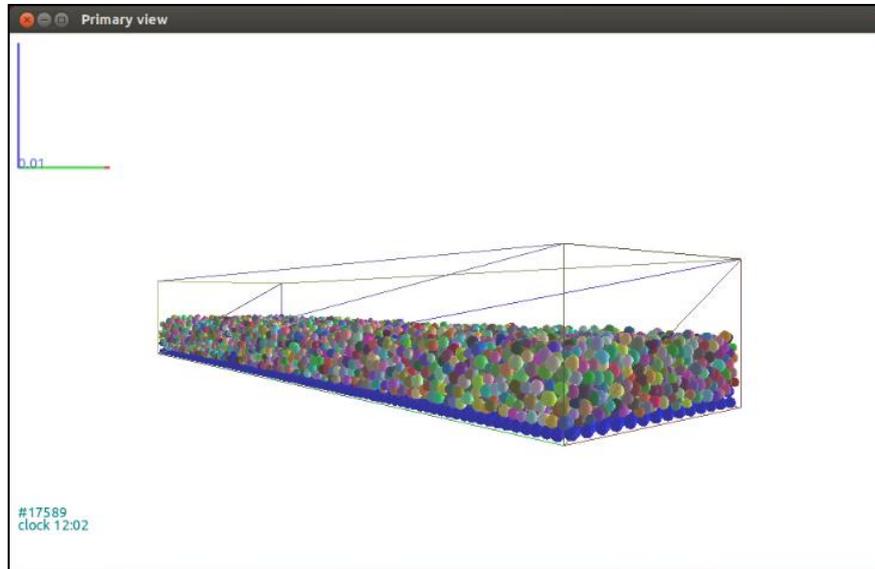
### 4.1 Osservazione preliminare

Prima di procedere al confronto tra i risultati ottenuti, è importante chiarire un aspetto particolare, emerso durante le simulazioni, e che ha portato ad adottare un piccolo, ma significativo, accorgimento nella rappresentazione del problema.

È stato notato che la velocità di traslazione iniziale della ruota influisce sul suo moto nello scorrimento sul letto di sfere: più questa velocità è elevata, minore sarà l'affondo della ruota nel terreno stesso. Con una velocità iniziale pari  $30.56 \text{ m/s}$ , senza considerare, per il momento, le proprietà meccaniche del pacchetto di materiale, la ruota tende a 'galleggiare' con più facilità sul terreno rispetto al caso con velocità di  $15.28 \text{ m/s}$ . Questo fenomeno è dovuto al fatto che, per basse velocità, la componente verticale del peso diviene più rilevante rispetto alla componente orizzontale responsabile del moto della ruota. Per alte velocità invece, la componente orizzontale del moto riesce a mascherare, in un certo modo, il peso scaricato dalle ruote, evitando quindi eccessivi affondi nel terreno.

A causa della continua penetrazione della ruota dovuta alle basse velocità iniziali, per tutte le

simulazioni in cui  $v_x = 15.28 \text{ m/s}$  si è reso necessario appoggiare il pacchetto di terreno ad uno strato particellare sottile ma sufficientemente resistente da comportarsi come un substrato rigido limite oltre il quale la ruota non può affondare (*Figura 4.1*).



*Figura 4.1 Letto DEM di terreno (lunghezza 4 m; larghezza 1m; spessore 0.5 m) dopo la deposizione gravitazionale con il substrato rigido in blu*

Per creare questa superficie di terreno, è stata usata in Yade la funzione *regularHexa*, che distribuisce le particelle, nello spazio, secondo uno schema esagonale regolare, in cui è stato impostato un preciso *gap*, un intervallo spaziale, tra le unità (nel nostro caso è stato posto pari a  $0 \text{ m}$ ). Questa funzione è stata scritta per il primo codice, nella fase di creazione e preparazione del pacchetto di terreno; le particelle appartenenti a questo strato non sono soggette a deposizione gravitazionale e per tutta la durata delle simulazioni rimangono ferme nelle loro posizioni iniziali. A questo strato è stata poi conferita una rigidità tale da poter sopportare il peso della ruota (Modulo di Young  $E = 15 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ ). Questo valore di rigidità è tale per cui anche una singola particella sarebbe in grado di sopportare il carico della ruota ferma sopra di essa. La forza peso  $F_{GB}$  massima relativa alla ruota  $B$  è pari a:

$$F_{GB} = 8000 \cdot g \cong 80 \text{ kN}$$

Mentre la rigidità, intesa come massima resistenza che la singola particella può sopportare, si ricava, come scritto nel capitolo riservato a Yade, dalla formula:

$$K_{sfera} = K_i \cdot r = E \cdot l_i \cdot r = 15 \cdot 10^7 \cdot 0.04 \cdot 0.02 = 120 \text{ kN}$$

Dove si ricorda che  $K_i$  è fisicamente una rigidezza,  $l_i$  è una lunghezza generica (posta pari a 2 volte il raggio della particella media) e  $r$  è il raggio della particella media (pari a 0.02).

La rigidezza elevata di questo strato, ha consentito quindi di adottare spessori molto ridotti; per il nostro lavoro, è stato scelto uno spessore di 0.04 m, pari alla dimensione media delle particelle che compongono lo strato superiore.

Si fa notare che l'aggiunta del sottile strato resistente aumenta l'onere computazionale del sistema, accrescendo i tempi di calcolo, per due ragioni:

1. inserire un ulteriore strato, anche se sottile, significa aumentare il numero di particelle nel sistema e quindi incrementare anche la complessità del problema;
2. un più alto valore di rigidezza nel sistema, dovuto alla presenza delle particelle dello strato resistente, determina un aumento dei tempi necessari ad ogni iterazione.

Per questo motivo, per i casi in cui era possibile, cioè quelli in cui  $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ , non verificandosi, in 40 metri, eccessive riduzioni di velocità e quindi rilevanti affondamenti della ruota, si è evitato l'inserimento di questo sottile letto di sfere. Tuttavia si può immaginare che la presenza dello strato inferiore possa influenzare, in un certo modo, il moto della ruota sul terreno.

## 4.2 Variabili considerate

I molti i parametri che è stato necessario monitorare durante le simulazioni evidenziano la complessità nell'analisi di questo fenomeno. In questo lavoro le variabili oggetto di studio, che sono state definite solo nel secondo codice, vengono qui di seguito suddivise in due gruppi, riguardanti rispettivamente il moto specifico della ruota sul letto di sfere e le risposte tensionali del terreno al passaggio del corpo.

Le variabili che caratterizzano il moto della ruota sono:

- spazio percorso lungo la direzione del moto ( $t_x$ );
- spazio percorso in direzione perpendicolare al moto ( $t_z$ );
- velocità traslazionale della ruota ( $v_x$ );
- velocità verticale della ruota ( $v_z$ );
- velocità angolare della ruota ( $\omega$ ).

Il movimento del solido nello spazio, viene seguito tramite un elemento di appoggio triangolare, un *facet* di dimensioni infinitesime, definito nel secondo codice subito dopo l'inserimento della ruota, e

costruito in corrispondenza dell'asse della stessa e ad essa solidale; monitorando l'andamento di questo elemento durante l'intera simulazione, si determina per ogni iterazione, la traiettoria della ruota.

Le variabili che caratterizzano lo stato tensionale nel terreno sono:

- reazione lungo la direzione del moto (*reazione\_x*);
- reazione in direzione perpendicolare al moto (*reazione\_z*);
- reazione torcente sull'asse della ruota (*reazione\_torcente*).

In questo secondo gruppo, sfruttando il concetto della media mobile, le variabili sono reazioni medie, calcolate, per ogni step temporale, sfruttando il valore precedente e quello attuale: definita con  $x$  una qualsiasi delle 3 variabili tensionali nel terreno, e con  $n$  il numero di passi temporali, vale la seguente relazione:

$$\bar{x}_n = \bar{x}_{n-1} + \frac{(x - \bar{x}_{n-1})}{n}$$

dove:

$\bar{x}_n$  è la reazione incognita, all'iterazione  $i$ , da mediare con la precedente;

$\bar{x}_{n-1}$  è la reazione media fino all'iterazione  $i-1$ ;

$x$  è la reazione non mediata all'iterazione  $i$ .

Poiché queste reazioni nascono solo quando si stabilisce il contatto tra ruota e terreno, tutte queste forze vengono definite solo nel secondo codice, dove, ad ogni iterazione, vengono calcolate tramite la funzione *computeTireMotion* (Figura 4.2).

```

Untitled
File Edit Format Run Options Windows Help
### FUNZIONE COMPUTETIREMOTION PER IL CALCOLO DELLE REAZIONI, AD OGNI STEP, NEL TERRENO A CAUSA DEL PASSAGGIO DELLA RUOTA ###
def computeTireMotion():
    global t_reaction_ave_x
    global t_reaction_ave_z
    global t_reaction_torque_ave_y
    global n_step
    n_step += 1
    t_reaction_x = 0 # initial x-reaction force [N]
    t_reaction_z = 0 # initial z-reaction force [N]
    t_reaction_torque_y = 0 # initial y-reaction torque [N*m]
    for facet in t_facet:
        t_reaction_x += 0.forces.f(facet.id)[0] # total x-force acting on tires
        t_reaction_z += 0.forces.f(facet.id)[2] # total z-force acting on tires
        t_reaction_torque_y = sumTorques(range(nelements+nwalls,nelements+nwalls+nfacets), Vector3(0,1,0),
            (0.bodies[t_id_fac_center].state.pos[0], 0.bodies[t_id_fac_center].state.pos[1],
            0.bodies[t_id_fac_center].state.pos[2])) # total torque_y acting on center of the tires

    t_reaction_ave_x_prev = t_reaction_ave_x
    t_reaction_ave_z_prev = t_reaction_ave_z
    t_reaction_torque_ave_y_prev = t_reaction_torque_ave_y
    t_reaction_ave_x = t_reaction_ave_x_prev + (t_reaction_x - t_reaction_ave_x_prev) / n_step
    t_reaction_ave_z = t_reaction_ave_z_prev + (t_reaction_z - t_reaction_ave_z_prev) / n_step
    t_reaction_torque_ave_y = t_reaction_torque_ave_y_prev + (t_reaction_torque_y - t_reaction_torque_ave_y_prev) / n_step

    t_force_x = t_actingForce_x + t_reaction_x # unbalanced x-force acting on tires [N]
    t_force_z = t_actingForce_z + t_reaction_z # unbalanced z-force acting on tires [N]
    t_torque_y = t_actingTorque_y + t_reaction_torque_y # unbalanced y-torque acting on tires center [N*m]
    t_accel_x = t_force_x / mass # x-component of acceleration [m/s^2]
    t_accel_z = t_force_z / mass # z-component of acceleration [m/s^2]
    t_accel_ang = t_torque_y / t_inertia_y # y-component of angular acceleration [rad/s^2]
    t_vel[0] += t_accel_x * dt # x-component of velocity [m/s] (some kind of time integration)
    #trans_x_engine.velocity = t_vel[0] # update the x-velocity in the translation engine
    Eng.comb[0].velocity = t_vel[0]
    t_vel[2] += t_accel_z * dt # z-component of velocity [m/s] (some kind of time integration)
    #trans_z_engine.velocity = t_vel[2] # update the z-velocity in the translation engine
    Eng.comb[1].velocity = t_vel[2]
    t_vel_ang[1] += t_accel_ang * dt # y-component of angular velocity [rad/s] (some kind of time integration)
    Eng.comb[2].angularVelocity = t_vel_ang[1] # update the y-angular-velocity in the rotation engine
    #rot_y_engine.angularVelocity = t_vel_ang[1]
    Eng.comb[2].zeroPoint = (0.bodies[t_id_fac_center].state.pos[0], 0.bodies[t_id_fac_center].state.pos[1], 0.bodies[t_id_fac_center].state.pos[2])

```

Figura 4.2 Funzione *computeTireMotion* per il calcolo delle reazioni del terreno nel secondo codice

#### 4.2.1 Criteri di uscita

Il controllo di alcune di queste variabili è importante per definire in Yade diverse condizioni che portano all'arresto di ciascuna simulazione. Nel secondo codice è stata definita la funzione *checkout* (Figura 4.3) che riconosce 3 diverse condizioni, ciascuna delle quali esclude le altre, che non appena vengono raggiunte portano alla chiusura delle simulazioni. Queste condizioni sono:

1. criterio della massima distanza: si attiva quando il *facet* d'appoggio solidale all'asse della ruota raggiunge la fine del pacchetto di terreno;
2. criterio del massimo numero di iterazioni: si raggiunge quando nella simulazione si supera un determinato numero  $n$  di iterazioni precedentemente impostato (nel nostro caso  $n = 1 e^6$ );
3. criterio della minima velocità: si attiva quando la velocità traslazionale della ruota scende al di sotto di una certa velocità  $v$  precedentemente impostata (nel nostro caso  $v_{lim} = 3 \text{ m/s}$ ).

In tutte le nostre simulazioni sono stati sfruttati solo il primo ed il terzo criterio, mentre il secondo, non è mai stato raggiunto.

La funzione *checkout*, una volta arrestata la simulazione, consente inoltre il salvataggio sia in formato grafico (.pdf) che in formato numerico (.bz2) di tutte le variabili presentate precedentemente. I risultati numerici sono stati poi inseriti in *Excel 2007*, dove si è provveduto alla realizzazione dei grafici presenti nell'Appendice di questo lavoro.

```

7% *checkout.py - CAUsers\paolo\Desktop\checkout.py
File Edit Format Run Options Windows Help
### FUNZIONE CHECKOUT PER DEFINIRE I CRITERI DI USCITA E SALVARE LE VARIABILI MONITORATE DURANTE LA SIMULAZIONE ###
def checkOut():
    if O.bodies[t_id_fac_center].state.pos[0]>length: # exit Yade if the tire reaches the end of the strip
        O.pause()
        print 'Maximum distance reached (' , O.bodies[t_id_fac_center].state.pos[0], ' m > ', length, ' m)'
        print 'Exporting Gnuplot and Data'
        plot.saveGnuplot('/host/Yade/simulazione_XX-XX-XXXX'+ '/'+'graph1')
        plot.plot(noShow=True).savefig('/host/Yade/simulazione_XX-XX-XXXX'+ '/'+'graph.pdf')
        print 'Finished'
        O.pause()
    if O.iter>max_iter: # exit Yade if we reach an iteration value
        O.pause()
        print 'Max number of iterations reached(' , O.iter, ' )'
        print 'Exporting Gnuplot and Data'
        plot.saveGnuplot('/host/Yade/simulazione_XX-XX-XXXX'+ '/'+'graph1')
        plot.plot(noShow=True).savefig('/host/Yade/simulazione_XX-XX-XXXX'+ '/'+'graph.pdf')
        print 'Finished'
        O.pause()
    if t_vel[0]<3: # exit Yade if the tire stops
        O.pause()
        print 'The tire has stopped'
        print 'Exporting Gnuplot and Data'
        plot.saveGnuplot('/host/Yade/simulazione_XX-XX-XXXX'+ '/'+'graph1')
        plot.plot(noShow=True).savefig('/host/Yade/simulazione_XX-XX-XXXX'+ '/'+'graph.pdf')
        print 'Finished'
        O.pause()
Ln: 3 Col: 84

```

Figura 4.3 Funzione checkOut per il calcolo delle reazioni del terreno nel secondo codice

### 4.3 Risultati grafici e confronti

Si presentano di seguito i risultati ottenuti nelle varie simulazioni; si confronteranno, per ciascun caso, le traiettorie lungo il tracciato, gli andamenti delle velocità e le reazioni esercitate dal terreno sulla ruota in movimento.

Per semplicità di trattazione si raccolgono le simulazioni in 4 gruppi:

1. prove con velocità traslazionale iniziale di  $30.56 \text{ m/s}$ :
  - a) moto iniziale di puro rotolamento;
  - b) moto iniziale di pattinamento puro;
2. prove con velocità traslazionale iniziale di  $15.28 \text{ m/s}$ :
  - a) moto iniziale di puro rotolamento;
  - b) moto iniziale di pattinamento puro.

#### 4.3.1 Prove di tipo 1

Dalla *Figura 1* alla *Figura 12* si presentano le traiettorie descritte dalle ruote nella prova 1; in verde e in rosso si mostrano le ruote rispettivamente nella posizione più alta e più bassa sul terreno. Si ricorda che per tutte queste simulazioni il letto di sfere è lungo  $40 \text{ metri}$  ed è privo di substrato rigido.

La prima cosa che dai risultati grafici si può notare è che, al variare dei tipi di terreno, le ruote

partono da quote differenti. Per spiegare questo fenomeno, si ricorda che la posizione iniziale della ruota, che deve fin da subito essere a contatto con il terreno, dipende strettamente dalla posizione della particella situata alla quota più alta nei primi 20 cm di pacchetto. Le particelle però, durante la deposizione gravitazionale, a parità di forze non bilanciate, si depositano in modo diverso a seconda delle proprietà meccaniche del terreno. In particolare si nota che nel terreno coesivo le particelle si addensano a formare uno strato più sottile rispetto al caso di terreno limo-sabbioso e, in modo ancor più deciso, rispetto al caso del terreno incoerente. Quanto detto dipende dal diverso angolo di attrito che si ha per un terreno incoerente e per uno coesivo; per il primo terreno, infatti, l'angolo  $\varphi$  del materiale consente una deposizione con un'inclinazione più spinta rispetto che nel secondo caso, dove, invece, le particelle scivolano più facilmente l'una sull'altra e si depositano a formare uno strato più sottile. Nel terreno coesivo quindi la ruota parte da una posizione più bassa rispetto che negli altri terreni.

*1a) Prove con velocità iniziale di 30.56 m/s e moto iniziale di puro rotolamento*

Per quanto riguarda le prove con velocità iniziale di 30.56 m/s, le traiettorie nei grafici (*Figure 13-14*) mostrano che, come ci si poteva aspettare, la ruota più pesante, a prescindere dal tipo di terreno sopra cui scorre, penetra maggiormente nel letto di particelle, rimbalzando, per il tratto di 40 metri, un numero di volte inferiore rispetto alla ruota più leggera.

Tra i 3 tipi di terreno, quello coesivo sembra offrire una minore resistenza all'affondo della ruota; esso sembra, inoltre, assorbire con più facilità l'energia di entrambe le ruote in movimento, che rimangono per più tempo imprigionate tra le particelle e tendono a rimbalzare meno rispetto che negli altri terreni. Questo fenomeno influenza in modo particolare l'andamento delle velocità (*Figure 15-16*): si nota, infatti, che la riduzione della velocità di traslazione è tanto più evidente quanto più la ruota penetra nel terreno: maggiori sono l'affondo e soprattutto la permanenza della ruota nel pacchetto di terreno, maggiore è la decelerazione che essa subisce. Questo comportamento, come è stato scritto nei primi capitoli, è il presupposto fondamentale per i materiali arrestori usati nel campo aeroportuale; una fermata efficace del velivolo è infatti assicurata da una buona penetrazione del carrello nel terreno. Su un terreno incoerente, invece, la ruota tende ad affondare meno e a rimbalzare con più facilità, staccandosi, in alcune fasi, dal terreno stesso; in questo caso le riduzioni della velocità sono meno evidenti in quanto nelle fasi di non-contatto il terreno non fornisce alcun contributo di resistenza al moto. I salti della ruota e le brevi fasi di stacco corrispondono, nei grafici delle velocità, ai tratti costanti orizzontali.

Per prevedere, in linea generale, la distanza di arresto delle ruote *A* e *B*, si adotta una interpolazione polinomiale di secondo grado (*Figure 17-18*); si preferisce tale interpolazione a quella lineare che è

invece caratterizzata da un indice di correlazione  $R$  leggermente inferiore. Per la ruota  $A$  le distanze di arresto sono ragionevolmente maggiori rispetto a quelle della ruota  $B$ , poiché in  $40\text{ m}$  la riduzione della velocità di traslazione è più marcata a causa del peso più elevato della ruota. I terreni incoerente e limo-sabbioso sembrano garantire, in linea generale, distanze di arresto pressappoco analoghe.

Dalle *Figure 19-20* delle reazioni lungo  $x$  che il terreno esplica sulla ruota, si notano, per le maggiori profondità raggiunte, valori di resistenza elevati (segno negativo perché contrarie al moto). Queste reazioni però, non variano a causa dall'entità dell'affondo, quanto piuttosto a causa dell'energia posseduta dalla ruota; con il rallentamento della stessa, le resistenze diminuiscono. Quando la ruota rimbalza sul supporto, le reazioni si riducono (in valore assoluto), essendo inferiore la porzione di terreno che si oppone al moto. La differenza tra le reazioni lungo  $x$  nei diversi terreni è evidente soprattutto nel caso della ruota più pesante: mentre per il terreno coesivo si registrano sempre resistenze comprese tra  $40\text{ kN}$  e  $140\text{ kN}$ , per gli altri terreni si hanno valori minimi nulli (nelle fasi di stacco della ruota dal terreno) e massimi non superiori a  $120\text{ kN}$ . Per la ruota leggera questa distinzione non è così palese: la velocità iniziale elevata e il basso peso causano rimbalzi, con parziali fasi di non-contatto, su tutti i tipi di supporto simulati, con penetrazioni nel terreno pressappoco simili; in questo caso, anche per il terreno coesivo si registrano reazioni lungo  $x$  nulle. Anche le reazioni verticali (positive poiché rivolte verso l'alto) non sembrano dipendere strettamente dalla profondità raggiunta dalla ruota; dal grafico di *Figura 21*, sembra che il terreno incoerente, a causa dell'angolo d'attrito elevato, offra una maggiore spinta verso l'alto rispetto al terreno coesivo: nel primo terreno, infatti, si raggiungono reazioni massime pari a  $60-70\text{ kN}$ , mentre nel secondo non si superano mai valori di  $50\text{ kN}$ . La curva relativa al terreno limo-sabbioso, invece, è intermedia alle altre due. Per la ruota  $B$ , invece, lo stesso valore di reazione verticale viene raggiunto, seppure in modo diverso, sia dal terreno incoerente che da quello coesivo (*Figura 22*); il picco che si legge per il terreno coesivo può essere, però, spiegato dal fatto che la ruota incontra molta resistenza quando è prossima alle particelle disposte nello strato più inferiore del pacchetto. Queste, infatti, comprese tra la ruota e la superficie inferiore della scatola, rappresentano l'ultima opposizione possibile all'ulteriore penetrazione e potrebbero causare un incremento di reazione localizzato.

L'andamento delle velocità verticali (*Figure 23-24*) è generalmente sinusoidale, precede leggermente le traiettorie descritte dalla ruota e segue quello delle reazioni verticali. Per entrambe le ruote e, in generale per tutti i terreni, si osserva, nelle velocità lungo  $z$ , una certa periodicità con una diminuzione dell'ampiezza delle curve mano a mano che la ruota procede sul pacchetto. Probabilmente, a causa del peso ridotto, tale diminuzione, per la ruota  $A$ , si manifesta in modo più

deciso, solo dopo il terzo salto; si può però supporre che, all'aumentare del percorso compiuto dalla ruota, per opera dello smorzamento del terreno i rimbalzi si facciano meno evidenti, e quindi l'ampiezza delle curve della velocità verticale si riduca. Si osserva, inoltre, per la ruota *B* su terreno coesivo, una maggiore irregolarità della curva, probabilmente a causa della maggiore penetrazione nel terreno e quindi dell'influenza delle ultime particelle sulla ruota.

L'andamento delle velocità angolari (*Figure 27-28*) dipende dalle reazioni torcenti che nascono nel terreno (*Figure 25-26*); la nascita delle reazioni torcenti causa, in generale, una riduzione della velocità angolare della ruota. I valori relativi alle azioni torcenti sono notevolmente variabili in spazi molto ridotti; i picchi massimi (negativi e positivi) sembrano registrarsi per il terreno incoerente mentre quelli minori per il terreno coesivo. La differenza tra la velocità angolare e quella di moto di puro rotolamento dipende dal tipo di terreno su cui scorre la ruota. In generale non appena viene a contatto con le particelle del pacchetto e in esso sprofonda, la ruota passa da un moto di puro rotolamento a un moto di parziale pattinamento. Solo nelle fasi di stacco dal terreno, a causa dell'annullamento delle reazioni torcenti, la velocità angolare tende riportarsi su valori circa uguali a quelli di un moto di puro rotolamento. Questo fenomeno si osserva nel caso dei terreni incoerente e limo-sabbioso, dove, a prescindere dal peso, la ruota tende comunque a rimbalzare sul supporto. Nel terreno coesivo invece, poiché la ruota rimane imprigionata con più facilità tra le particelle del terreno, la sua velocità angolare non si riporta mai a valori prossimi a quelli di moto di puro rotolamento.

Nella parte finale dei grafici relativi alle reazioni e alle velocità angolari si evidenziano degli incrementi repentini anomali rispetto a quanto ci si aspetterebbe dalla tendenza delle curve. Questo accade perché le particelle, da una parte, tenderebbero a muoversi a causa della ruota che le impatta ma dall'altra sono limitate dalle pareti di contenimento dello stesso terreno. Questo comportamento influenza il moto della ruota sul terreno e quindi si ottengono, per gli ultimi centimetri di pacchetto, dei risultati alterati, che non dovrebbero essere considerati.

*1b) Prove con velocità iniziale di 30.56 m/s e velocità angolare iniziale nulla (pattinamento puro)*

Rispetto al caso precedente non ci sono sostanziali differenze nei risultati ottenuti. Per quanto riguarda le traiettorie (*Figure 29-30*), si nota, in linea generale e per tutti i terreni, un affondo leggermente maggiore rispetto al caso precedente, e, di conseguenza, un piccolo incremento delle reazioni del terreno lungo la direzione *x* (*Figura 35-36*).

Le reazioni lungo *z* (*Figura 37-38*), invece, dipendono, come prima, sia dal tipo di terreno sia dall'eventuale raggiungimento delle ultime particelle dello strato: la ruota *A* fa registrare i valori massimi di reazione verticale per il terreno incoerente, mentre la ruota *B*, più pesante, causa degli

incrementi rilevanti per il terreno coesivo in corrispondenza del massimo affondo della ruota, quasi a contatto con il fondo del letto di sfere. Il motivo dell'incremento localizzato è lo stesso che è stato descritto nel caso precedente. Anche per le reazioni verticali, proprio a causa dell'affondo leggermente maggiore rispetto al caso *1a*), si registrano valori un po' più elevati.

Per quanto riguarda l'andamento delle velocità traslazionali (*Figure 31-32*), rispetto al caso precedente è necessario distinguere i vari tipi di supporto. Nei terreni incoerenti e limo-sabbiosi, a prescindere dal peso della ruota, con un moto iniziale di puro rotolamento, la riduzione di velocità che si genera in  $40\text{ m}$  è leggermente inferiore rispetto a quella che si osserva per moto iniziale di puro pattinamento: le velocità finali differiscono però solo di pochi decimi di  $\text{m/s}$ . Per il terreno coesivo, invece, è necessario distinguere le due ruote: per la ruota *A* le velocità finali che si ottengono nel caso *1a*) e *1b*) sono pressappoco analoghe; per la ruota *B*, invece, la velocità finale nel caso *1b*) è maggiore, e di una quantità meno trascurabile (circa  $1\text{ m/s}$ ) rispetto a quella che si ottiene nel caso *1a*). Per spiegare la differenza basta osservare le traiettorie descritte dalla ruota *B* nel terreno coesivo: nella prima prova, infatti, la ruota rimbalza meno rispetto a quanto accade nella seconda, rimanendo per più tempo 'imprigionata' tra le particelle del terreno che su di essa esercitano un'azione frenante maggiore. Il salto minore sul terreno è dovuto alle diverse reazioni verticali dal basso verso l'alto che si hanno per i due casi: nel caso *1a*) non superano i  $220\text{ kN}$ , mentre nel caso *1b*) raggiungono valori massimi ben superiori e pari a  $280\text{ kN}$ .

Anche in questo caso sono state eseguite le interpolazioni delle velocità traslazionali per prevedere le distanze di arresto (*Figure 33-34*).

Le velocità verticali hanno un andamento simile al caso precedente: si continua ad osservare una certa periodicità ma con un'ampiezza leggermente maggiore (*Figure 39-40*). Anche in questo caso si osserva una certa diminuzione nell'ampiezza delle curve, con il procedere della ruota sul terreno.

Nella fase iniziale le velocità angolari (*Figure 43-44*) aumentano considerevolmente, soprattutto nel caso della ruota più leggera, dove si mantengono poi, soprattutto nel caso della ruota *A*, abbastanza vicine a quelle di moto di puro rotolamento. Questo incremento è causato dalla nascita di valori positivi delle reazioni torcenti (*Figure 41-42*) che conferiscono alla ruota velocità di rotazione elevate, non appena la ruota sente le prime particelle di terreno. Nel caso della ruota più pesante la differenza tra velocità angolare e di puro rotolamento è più marcata a causa del maggior affondo nel terreno e quindi di maggiori reazioni torcenti negative sulla ruota; come nel caso *1a*), nei terreni incoerente e limo-sabbioso lo stacco della ruota riporta la velocità angolare a valori prossimi a quelli di puro rotolamento.

### 4.3.2 Prove di tipo 2

In queste simulazioni, rispetto al caso precedente, cambiano la velocità di traslazione iniziale, che si riduce a  $15.28 \text{ m/s}$  e la lunghezza del letto di sfere, che diminuisce fino a  $20 \text{ m}$ . Si ricorda che per questo tipo di simulazioni, per i motivi descritti nei paragrafi precedenti, il letto di sfere creato si fa appoggiare ad un substrato rigido ed impenetrabile.

Dalla *Figura 45* alla *Figura 56* si presentano le traiettorie descritte dalle ruote nella prova 2; ancora una volta si nota al variare del letto di sfere, la diversa quota di partenza delle ruote, a causa dell'influenza delle proprietà meccaniche dei terreni sulla prima fase di deposizione gravitazionale. Poiché la velocità di traslazione iniziale non è elevata, in alcune simulazioni il criterio di uscita relativo alla velocità ( $v_x < 3 \text{ m/s}$ ) viene raggiunto prima che la ruota raggiunga la fine del pacchetto; per queste simulazioni i dati che si hanno a disposizione si arrestano entro i  $20 \text{ m}$  di lunghezza totale del letto di sfere.

#### *2a) Prove con velocità iniziale di $15.28 \text{ m/s}$ e moto iniziale di puro rotolamento*

Dai grafici relativi alle traiettorie descritte dalle ruote (*Figure 57-58*), si nota fin da subito l'irregolarità nel moto, soprattutto per i terreni incoerente e limo-sabbioso, con la scomparsa dell'andamento sinusoidale che aveva contraddistinto le prove del caso 1). Una certa periodicità nel moto si può osservare solo nel caso della ruota *B* su terreno coesivo: mano a mano che diminuisce la velocità, la ruota 'salta' meno sul terreno e con una frequenza maggiore descrivendo una traiettoria regolare. Il rimbalzo è causato dalla spinta verso l'alto che la ruota subisce quando raggiunge il substrato rigido impenetrabile.

Come è stato scritto precedentemente, la penetrazione delle ruote nel terreno non dipende solamente dalla loro massa, ma anche dalla loro velocità di traslazione: la ruota più pesante penetra comunque con facilità nel terreno, tuttavia, al di sotto di una certa velocità, anche la ruota *A* tende ad affondare maggiormente. Questo accade proprio perché, con la riduzione della velocità di traslazione, le forze verticali verso il basso agenti sulla ruota, prevalgono rispetto a quelle orizzontali responsabili del moto. Come nelle prove precedenti, anche in questo caso il terreno coesivo sembra offrire la minore resistenza all'affondo, mentre quello incoerente la maggiore.

L'andamento delle velocità di traslazione (*Figure 59-60*) è fortemente influenzato dalle traiettorie descritte dalle ruote: se la ruota affonda fino al substrato rigido (ruota *B* nel terreno coesivo), riceve da esso una spinta verso l'alto notevole, maggiore di quella che si aveva nel caso 1) quando raggiungeva lo strato più inferiore, e il rimbalzo a cui è soggetta non consente una buona riduzione della velocità. Al contrario se la ruota rimane ben imprigionata tra le particelle del terreno senza raggiungere il substrato rigido e quindi senza subire spinte verso l'alto rilevanti (come nei casi della

ruota *A* nel terreno coesivo e della ruota *B* nei terreni incoerente e limo-sabbioso), la riduzione della velocità di traslazione è più marcata (si raggiungono entro i 20 metri velocità inferiori a 3 m/s).

Anche in questo caso, per prevedere la distanza di arresto della ruota, è stata effettuata una interpolazione polinomiale di secondo grado sia per la ruota *A* che per la ruota *B* (Figure 61-62). A causa delle loro ridotte velocità e del loro andamento più regolare rispetto al caso precedente, si ottengono coefficienti di correlazione leggermente maggiori e quindi interpolazioni più precise.

Quanto detto per le velocità di traslazione sembra valere anche per le reazioni lungo *x* (Figura 63-64); la loro variazione non dipende solo dell'entità della penetrazione della ruota nel terreno, ma anche dal salto che la ruota stessa subisce quando incontra il substrato rigido. Se la ruota affonda molto nel letto di sfere, come nel caso del terreno coesivo, la porzione di materiale che si oppone al moto è rilevante e le reazioni lungo *x* aumentano; quando però, nel caso di ruota *B*, sempre su terreno coesivo, la spinta verso l'alto è rilevante, le reazioni lungo *x* tendono a ridursi, fino a valori inferiori, in valore assoluto, rispetto a quelli relativi ai terreni incoerente e limo-sabbioso.

I grafici più interessanti sono senza dubbio quelli relativi alle reazioni verticali (Figure 65-66): se la ruota *A* non raggiunge il substrato rigido l'andamento delle reazioni verticali, come nel caso precedente, dipende solamente dalla natura dei terreni. Il terreno incoerente, quindi, come nel caso precedente, sembra offrire, a parità di affondo della ruota, una maggiore spinta verso l'alto. Tuttavia, non appena la ruota impatta lo strato rigido, come nel caso della ruota *B* su terreno coesivo, o se ne avvicina tanto da risentirne la presenza, sempre per la ruota *B* ma su terreno limo-sabbioso, le reazioni lungo *z* aumentano considerevolmente: per il terreno coesivo si raggiungono valori circa doppi rispetto a quelli del terreno incoerente, mentre più contenute sono le differenze tra le reazioni che si hanno in quest'ultimo e quelle nel limo-sabbioso.

L'andamento delle velocità verticali, come nei casi precedenti, precede le traiettorie della ruota e segue, con un leggero ritardo, le reazioni lungo *z*; quando la ruota incontra il substrato rigido, la spinta verso l'alto è notevole e la velocità verticale, nell'affondo negativa, ritorna rapidamente positiva (ruota *B* nel terreno coesivo come in Figura 68). Se la ruota, invece, non impatta il substrato rigido, l'andamento delle velocità verticali dipende solo dalla natura del terreno: per la ruota *A* nel terreno incoerente le reazioni verso l'alto sembrano maggiori rispetto a tutti gli altri materiali e questo causa, per questo terreno, una variazione più repentina delle velocità verticali (Figura 67). Maggiori sono le reazioni verso l'alto, maggiori saranno le accelerazioni e quindi le velocità che la ruota subisce. Nella Figura 68 tra gli 11.5 m e i 12.5 m si hanno andamenti analoghi delle velocità verticali per il terreno coesivo e quello limo-sabbioso: questo accade perché la traiettoria che la ruota compie in questi due terreni è sovrapponibile (Figura 58). Come nei casi precedenti, l'andamento delle velocità verticali nei 20 metri di tracciato si mantiene sinusoidale, ma

con periodo e ampiezza decrescenti. Una certa irregolarità si registra solo nella parte finale della curva relativa alla ruota *A* su terreno coesivo, dove la ruota incontra le particelle dello strato resistente.

La presenza del substrato rigido influenza anche l'andamento delle velocità angolari (*Figure 71-72*): ad esempio, non appena la ruota *B*, nel terreno coesivo, impatta questo strato, si hanno incrementi delle velocità angolari fino a valori che, in brevi tratti, superano di poco anche quelli di moto di puro rotolamento. Se la ruota invece affonda poco, come nel caso della ruota *A*, la riduzione della velocità angolare è meno marcata e, nelle fasi di rimbalzo e parziale stacco dal terreno, si possono raggiungere moti di rotazione più prossimi a quelli di puro rotolamento (terreni incoerente e limo-sabbioso). L'aumento repentino delle velocità angolari in corrispondenza delle zone di impatto tra ruota e substrato rigido è spiegato dalle elevate reazioni torcenti positive che si generano nel terreno (*Figure 69-70*).

Come nel caso *1*) i risultati relativi all'ultimissima parte di terreno sono da trascurare a causa delle ridotte velocità traslazionali e dell'influenza delle pareti del letto di sfere che determinano anomalie nel comportamento della ruota.

*2b) Prove con velocità iniziale di 15.28 m/s e velocità angolare iniziale nulla (pattinamento puro)*

Per quanto riguarda le traiettorie, si notano leggere differenze rispetto al caso precedente (*Figure 73-74*). La ruota *B* in moto su terreno incoerente sembra penetrare maggiormente nel terreno quando è caratterizzata da un moto iniziale di puro rotolamento; questa leggera differenza, evidente soprattutto nei primi metri, tende a scomparire dopo circa metà percorso. Per il terreno limo-sabbioso, rispetto al caso *2a*) si registrano, invece, negli ultimi metri, un affondo maggiore per la ruota *A* ed un rimbalzo più evidente (di circa *0.1 m*) per la ruota *B*. Infine, nel terreno coesivo, la ruota *B*, quando è caratterizzata da un moto iniziale di puro pattinamento, tende ad affondare maggiormente, rispetto al caso precedente, tra le particelle del terreno.

Gli andamenti delle velocità di traslazione (*Figure 75-76*), come nei casi precedenti, sono influenzati dalle traiettorie descritte dalle ruote. Osservando le sole velocità finali, al termine del pacchetto di terreno, si registrano trascurabili differenze rispetto al caso *2a*), eccetto che per la ruota *A* su terreno limo-sabbioso dove, con un moto iniziale di puro pattinamento, a causa del maggior affondo nel terreno, la velocità finale è circa *1 m/s* inferiore. Questa discrepanza si legge anche nel grafico relativo alle distanze di arresto previste (*Figure 77-78*). Per gli altri terreni si ottengono, invece, in linea generale, risultati analoghi al caso *2a*).

L'andamento delle reazioni lungo *x* è simile a quello del caso precedente (*Figure 79-80*).

Come è stato fin qui osservato, le reazioni lungo *z* sono influenzate dalla natura del terreno (*Figura*

81). A prescindere dall'entità dell'affondo, se la ruota non raggiunge il substrato rigido, come nel caso della ruota *A*, il terreno incoerente offre le maggiori spinte verso l'alto. Solo quando, invece, si ha l'impatto con lo strato resistente si registrano forti sollecitazioni (*Figura 82*): è questo il caso della ruota *B* sul terreno coesivo.

Le velocità verticali (*Figure 83-84*) seguono gli andamenti delle traiettorie descritte dalla ruota e delle reazioni lungo  $z$ . La presenza del substrato rigido influenza, come nel caso precedente, l'andamento di queste velocità.

Le velocità angolari, nulle nel primissimo tratto, crescono non appena la ruota incontra le prime particelle di terreno (*Figure 87-88*); l'incremento iniziale è meno evidente nel terreno coesivo, mentre negli altri terreni, complice anche l'affondo non troppo rilevante, si raggiungono velocità angolari maggiori. Quando la ruota impatta lo strato resistente, si hanno, come prima, incrementi localizzati di velocità angolare. Questo fenomeno è dovuto alla nascita di elevate reazioni torcenti positive (*Figure 85-86*) che generano, in brevissimi tratti, un moto di parziale slittamento. Le differenze rispetto al moto di puro rotolamento sono maggiormente evidenti se la ruota penetra abbondantemente nel terreno, mentre se tende a 'galleggiare', come accade, ad esempio, per la ruota più leggera nel terreno incoerente, il moto si mantiene prossimo a quello di puro rotolamento. Per le due ruote su terreno coesivo si può osservare che una elevata irregolarità nelle reazioni torcenti genera un'altrettanto irregolarità nell'andamento delle velocità angolari.

#### **4.4 Riproduzione delle prove**

Per studiare in modo adeguato l'intero fenomeno, si è deciso di salvare le posizioni delle sfere e dei *facet* del sistema, in modo da ricreare poi da esse, con il software *Paraview*, il filmato di ciascuna simulazione. La frequenza con cui si raccolgono e si salvano i dati è stata fatta dipendere dal *tempo virtuale*, ovvero il tempo che, ad ogni step iterativo della simulazione, viene incrementato della quantità  $O.dt$  [16]; in particolare, nelle nostre simulazioni, il tempo  $O.dt$  è stato posto pari a metà del *tempo critico*. Le posizioni delle particelle e dei *facet* del sistema sono state salvate in formato *.vtu* mediante la funzione *VTKRecorder* (*Figura 4.4*).

Solo al termine delle simulazioni è stato possibile caricare tutti questi dati con il software *Paraview* (*Figura 4.5*).

```

74 vtkRecorder.py - C:/Users/paolo/Desktop/vtkRecorder.py
File Edit Format Run Options Windows Help
### FUNZIONE VTKRECORDER PER IL SALVATAGGIO DELLE POSIZIONI DELLE SFERE E DELLA RUOTA, CON LE LORO VELOCITA' NELLO SPAZIO ###
VTKRecorder(virtPeriod=0.012,fileName='/host/Yade/simulazione_XX-XX-XXXX'+ '/'+'vtk',recorders=['spheres','facets','velocity'])
Ln: 1 Col: 125

```

Figura 4.4 Funzione VTKRecorder per il salvataggio delle posizioni delle particelle del terreno e della ruota con le relative velocità

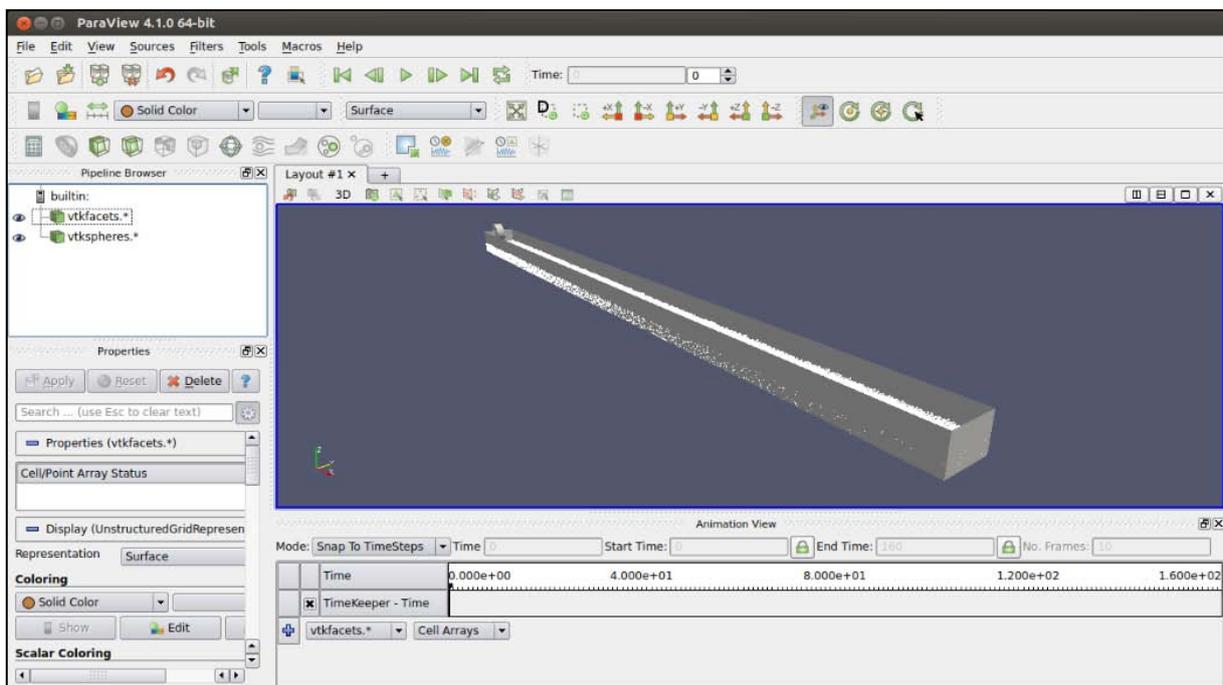
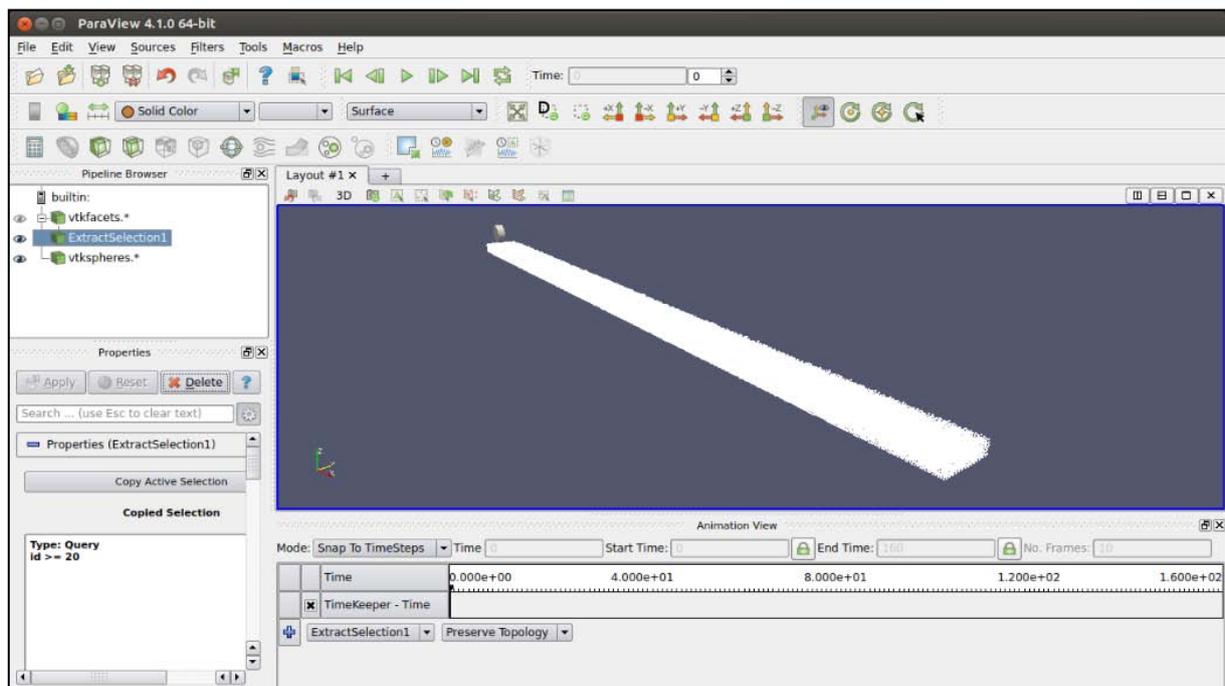


Figura 4.5 Letto di terreno (20 m) e ruota caricati con Paraview

Per avere una migliore rappresentazione del fenomeno, è stata fatta una selezione dei *facet*, in modo da eliminare quelli che costituiscono le pareti di contenimento della striscia di terreno, e quindi conservare solamente quelli relativi alla ruota (Figura 4.6). Per far questo, dall'icona *find data* sono stati inseriti i numeri identificativi, *Id*, degli elementi *facet* della ruota da mantenere nelle simulazioni. Successivamente è stato eseguito, con il comando *Clip*, lungo l'asse centrale del terreno, un taglio longitudinale del solo letto di sfere: questa operazione consente una migliore visualizzazione della ruota durante gli affondi.

Alle particelle del terreno sono state attribuite colorazioni dipendenti dalle velocità che le caratterizzano: in blu si rappresentano le particelle ferme, mentre in rosso quelle che, spostate dalla ruota impattante su di esse, sono dotate delle velocità più elevate (Figura 4.7). Le colorazioni più

chiare indicano velocità intermedie secondo la scala di *Figura 4.8*. Con il comando *Temporal Particle to Pathlines* sono stati poi evidenziati alcuni punti sulla circonferenza della ruota, per avere una migliore rappresentazione della sua fase rotatoria (*Figura 4.9*). Infine, prima di salvare il video dell'intera simulazione in formato .avi, è stato necessario inserire una specifica telecamera che si focalizzasse solamente sulla ruota e sul suo scorrimento sul terreno.



*Figura 4.6 Eliminazione dei facet relativi alle pareti del contenitore del terreno (20 m)*

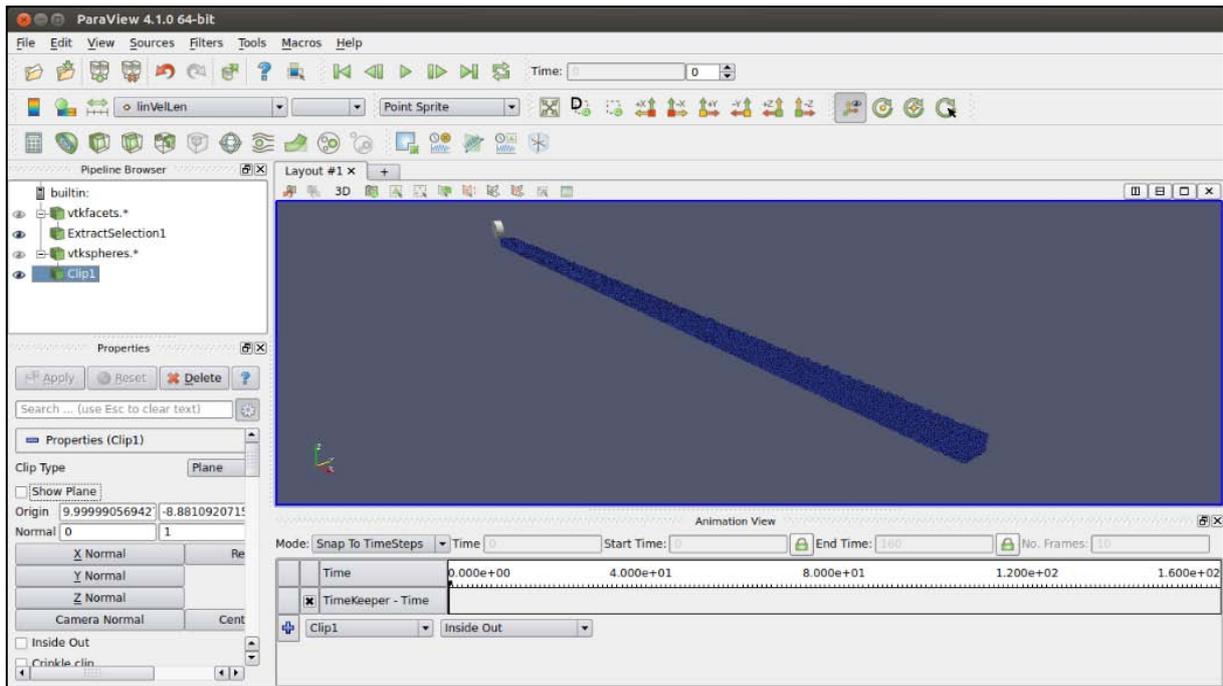


Figura 4.7 Letto di sfere (20 m) tagliato lungo l'asse centrale longitudinale; le sfere blu sono, nel momento iniziale, tutte ferme

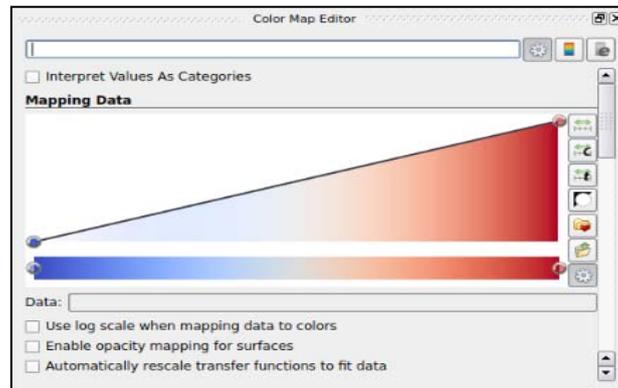
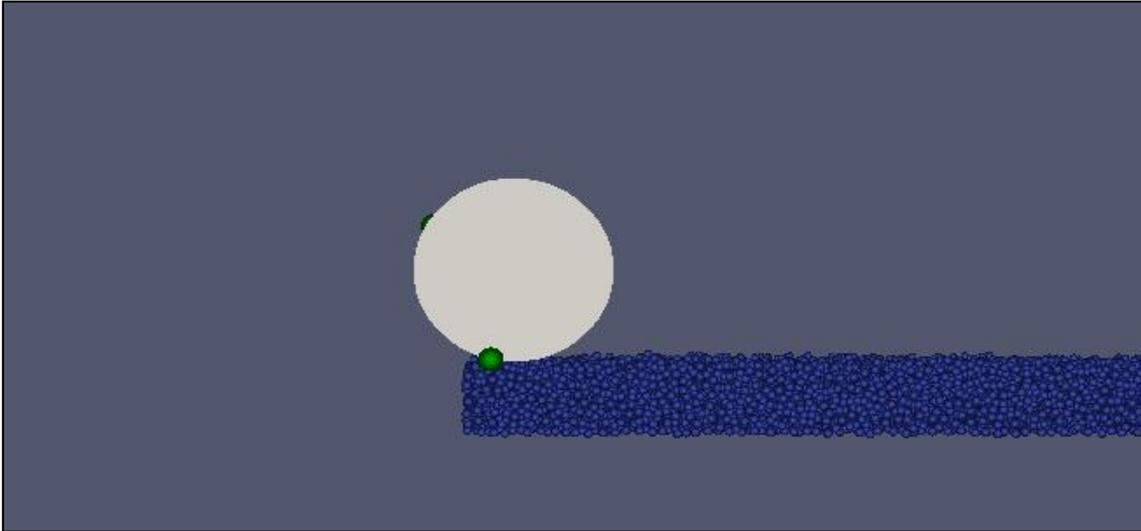


Figura 4.8 Scala di colori usata per le particelle del terreno



*Figura 4.9 Ruota con punti evidenziati sulla circonferenza*

Da una prima analisi dei video delle simulazioni, si nota fin da subito la particolarità del modello DEM rispetto agli altri modelli matematici al continuo: le particelle che costituiscono il terreno, non appena entrano in contatto con la ruota, si separano le une dalle altre muovendosi in tutte le direzioni dello spazio, rappresentando, in questo modo, condizioni postume alla rottura del materiale. I *facet* della ruota, invece, si mantengono uniti a formare un unico corpo solido.

Con riferimento alla *Figura 4.10*, a prescindere dal tipo di terreno su cui scorre, la ruota lascia sempre dietro di sé una nuvola di particelle in dispersione nello spazio circostante; maggiore è la velocità di traslazione, maggiore sarà questa nuvola di materiale spostato. Nella parte anteriore, invece, soprattutto nelle fasi di affondo, si evidenzia, per velocità di traslazione elevate, un gruppo di sfere dalla colorazione intensa, soggette anch'esse a forti velocità, che vengono spostate lateralmente e verso l'alto; maggiore è la velocità di impatto tra la ruota e le particelle, maggiore sarà la forza a cui queste ultime saranno soggette. È chiaro che la zona di impatto anteriore è quella dove nascono reazioni più intense. Dall'immagine di *Figura 4.10*, dove la ruota ha una velocità di traslazione di circa  $30\text{ m/s}$ , si può affermare che la distanza nella parte anteriore oltre la quale le particelle non risentono più della presenza del carico mobile è circa pari al raggio della ruota stessa. Con il rallentamento della ruota, le particelle, soggette a forze inferiori, assumono colorazioni più tenui e tendono a disperdersi in misura minore nello spazio.

Il comportamento delle particelle è analogo a quello che si era visto per i *'displacement materials'*: anteriormente alla ruota, il terreno si alza leggermente, come fosse un fluido attraversato, a forte velocità, da un corpo galleggiante.

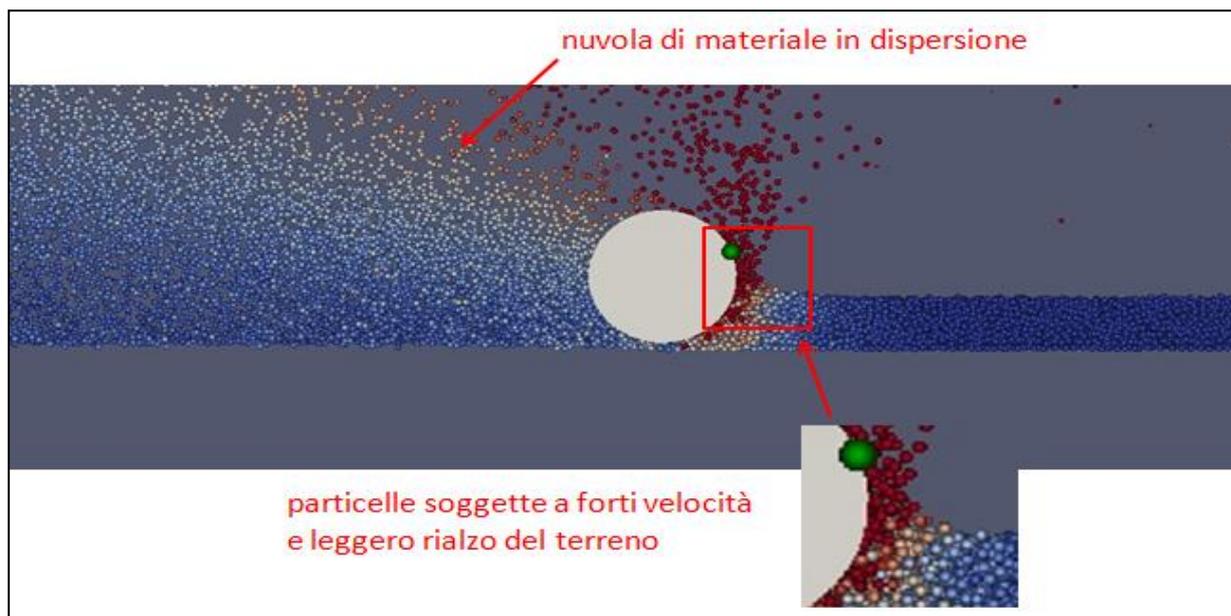


Figura 4.10 Ruota su terreno granulare

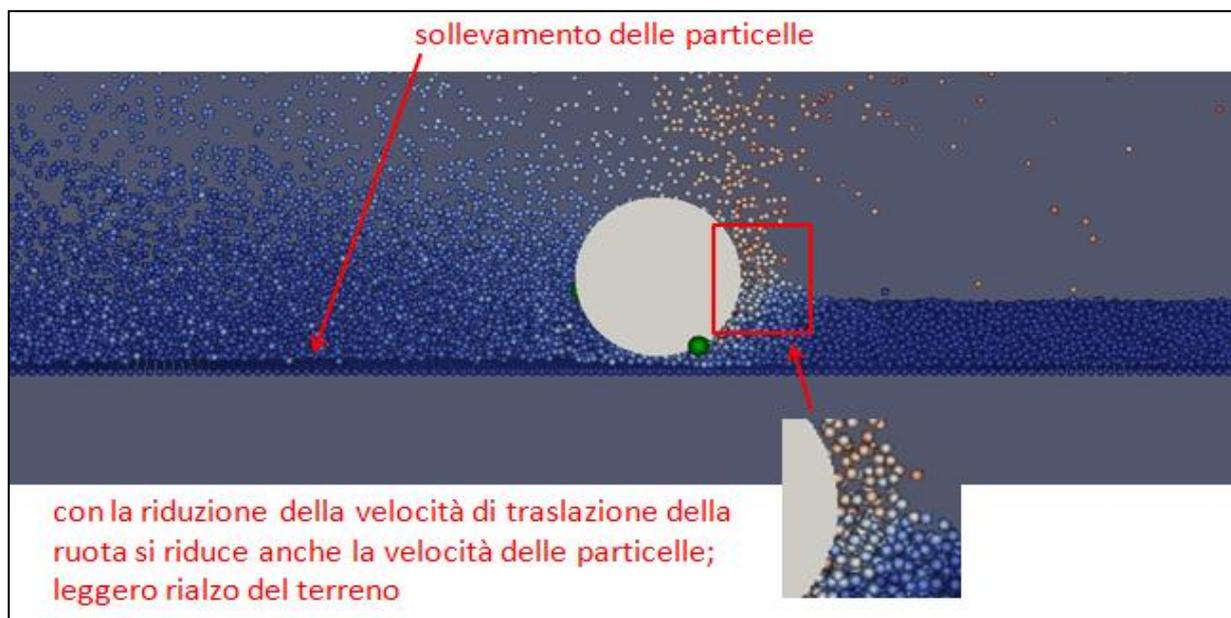


Figura 4.11 Ruota su terreno granulare dotato di substrato rigido

Le particelle che formano il substrato rigido ed indeformabile sono disposte in modo regolare e rimangono fisse nella loro posizione iniziale; la loro elevata rigidità, inoltre, causa un rimbalzo più rapido della ruota rispetto a quello che si può osservare nei terreni privi di questo strato. Nelle immagini relative alle simulazioni in cui è presente il substrato rigido si apprezza il sollevamento delle particelle in scia alla ruota *Figura 4.11*. Quest'ultima immagine chiarisce anche il

comportamento delle particelle quando sono impattate da una ruota a minore velocità: minore dispersione della particelle attorno al corpo solido.

I cambiamenti nella velocità di rotazione sono evidenti se si osserva, nei video creati, il moto dei punti evidenziati sulla circonferenza della ruota: la loro rotazione attorno all'asse si riduce nelle fasi di affondo, mentre, nelle fasi di rimbalzo e soprattutto di stacco dal terreno, tale rotazione aumenta considerevolmente, non trovando più alcuna resistenza da parte del materiale.

Dai video riprodotti, si nota il diverso comportamento delle particelle del terreno, quando, nei primi metri, vengono impattate da ruote caratterizzate da diverse condizioni iniziali di moto. Nel primo tipo di prove le particelle a contatto con la ruota tendono a seguire il moto rotazionale della stessa, schizzando più facilmente non appena risentono del momento torcente; nel caso di moto iniziale di puro pattinamento, invece, le prime particelle impattate si sollevano semplicemente, non essendo soggette ad alcun tipo di rotazione. Questa differenza è evidente solo nei primissimi metri di tracciato, poiché nei successivi le due ruote assumono analoghe rotazioni e quindi le particelle si comporteranno in modo simile.

#### **4.5 Osservazioni riassuntive**

L'analisi dei dati fin qui raccolti ha permesso di generalizzare alcuni concetti relativi al moto della ruota su un terreno granulare e distinguere il comportamento di ciascun materiale attraversato da un carico mobile.

Fin da subito, come si poteva immaginare, si nota che la variazione del peso scaricato sul supporto influenza notevolmente il moto della ruota: in modo particolare, maggiore è la massa trasferita al terreno, maggiore è l'affondo che ne consegue. La forza peso incrementata che trascina il corpo verso il basso gioca, infatti, un ruolo più importante nella combinazione con la forza orizzontale  $F_x$  responsabile del moto della ruota (*Figura 4.12* caso 1): la risultante  $U$  che si genera è, in questo caso, maggiormente inclinata verso il basso. Alla stessa considerazione si perviene mantenendo costante la massa scaricata dalla ruota e diminuendo la velocità di traslazione iniziale della stessa; questa variazione equivale alla riduzione delle forze iniziali orizzontali  $F_x$  che impongono il moto della ruota e quindi, ancora una volta, alla nascita di una risultante  $U$  più angolata verso il terreno (*Figura 4.12* caso 2). La riduzione della forza  $F_x$  si verifica comunque in tutti i casi, in modo più o meno evidente, non appena la ruota incontra la resistenza delle particelle, che agiscono su di essa per arrestarne il moto. Dai risultati relativi alle prove di secondo tipo si può anche affermare che per velocità di traslazione basse, le traiettorie delle ruote sono più facilmente influenzate dalle reazioni del terreno: le curve perdono l'andamento sinusoidale e si fanno più irregolari.

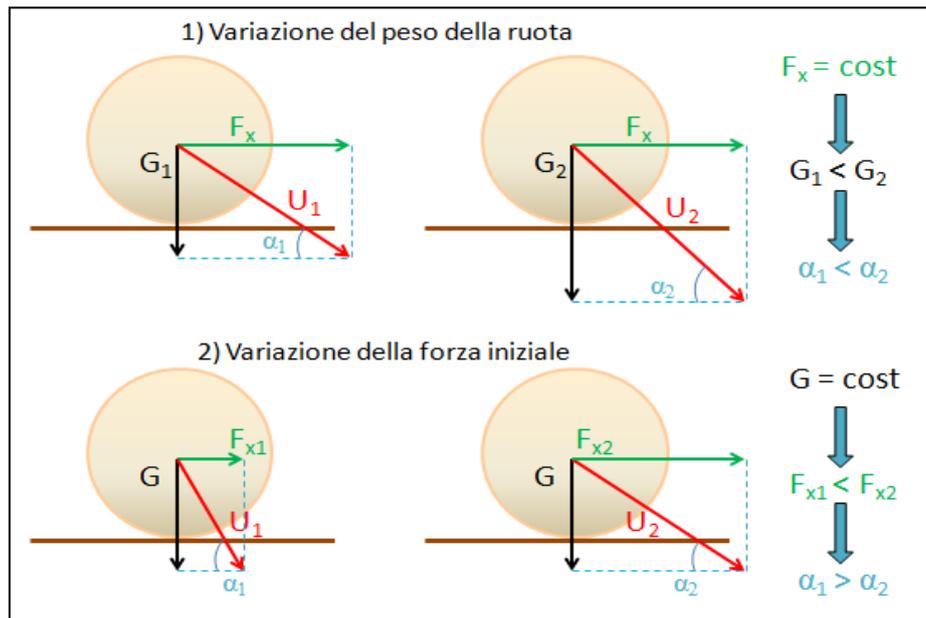


Figura 4.12 Variazione dell'inclinazione della risultante  $U$  al variare del peso (caso 1) e al variare della forza orizzontale responsabile del moto (caso 2)

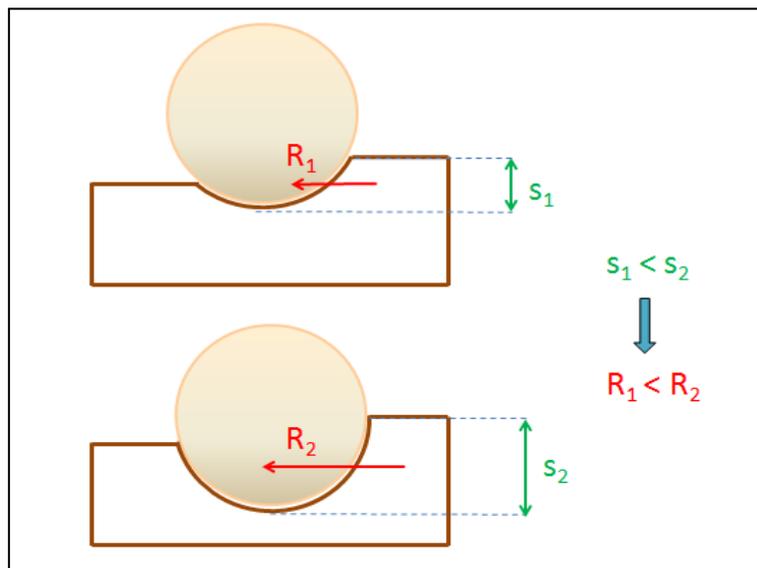
La variazione del moto iniziale della ruota non sembra, invece, influenzare in modo particolare la traiettoria della stessa. Per le due condizioni di moto iniziale sono stati registrati affondi leggermente diversi, ma, nella maggior parte dei casi, si tratta comunque di variazioni talmente piccole da poter essere ragionevolmente trascurate. In quei pochi casi dove le variazioni si fanno un po' più rilevanti, si riscontrano delle differenze abbastanza significative anche nelle velocità finali. Le discrepanze sono causate dalle diverse combinazioni di tutte le forze che agiscono sulla ruota. In particolare, l'impatto del corpo con le particelle del terreno può avvenire in punti diversi sulla superficie della ruota e quindi le stesse particelle possono esercitare su di essa reazioni differenti.

La natura del terreno condiziona notevolmente il comportamento della ruota sul supporto; dai risultati ottenuti si nota chiaramente che, nei confronti del carico agente, i materiali puramente coesivi consentono un affondo maggiore, mentre quelli incoerenti e limo-sabbiosi si dimostrano meno penetrabili e più resistenti. Questo aspetto è chiaro se si osservano i valori delle reazioni verticali di ciascun terreno: a prescindere dall'entità dell'affondo, il terreno incoerente offre le reazioni maggiori mentre quello coesivo le minori. L'angolo di attrito elevato assicura, quindi, al materiale maggiore resistenza nei confronti del carico. Gli incrementi localizzati di resistenza che si osservano nelle prove relative al terreno coesivo si registrano solamente quando la ruota penetra fino alle particelle dello strato inferiore o quando la stessa impatta il substrato rigido. Nel primo caso l'incremento delle reazioni può essere causato dalla maggiore reazione esplicata dalle particelle comprese tra i *facet* della ruota e quelli della superficie inferiore del terreno; nel secondo caso,

invece, è dovuto alla presenza di uno strato di particelle ad elevata rigidità. Le condizioni al contorno, quindi, influenzano notevolmente i valori delle reazioni verticali che sono stati registrati, ma non devono ingannare sul reale comportamento di ciascun terreno.

Osservando le traiettorie della ruota si evince anche il migliore carattere dissipativo del terreno coesivo rispetto agli altri materiali. Nei casi di terreni incoerente e limo-sabbioso le traiettorie sinusoidali non mostrano quelle riduzioni di ampiezza che invece contraddistinguono le curve relative al terreno coesivo; quest'ultimo terreno sembra, infatti, garantire alla ruota, un maggiore smorzamento dei rimbalzi.

La natura del terreno influisce, in modo indiretto, anche sulle reazioni orizzontali; esse, sempre negative perché contrarie alla direzione del moto, dipendono, in certa misura, dall'entità dell'affondo e quindi dalla porzione di materiale che si oppone alla ruota: maggiore è la penetrazione  $s$  nel letto di sfere più elevate saranno le resistenze  $R$  del terreno (*Figura 4.13*). Come si osserva dal secondo caso, però, se la spinta verso l'alto è elevata, a causa dell'impatto con il substrato rigido, la ruota tende maggiormente a saltare piuttosto che a proseguire orizzontalmente sul terreno (*Figura 4.14*) e quindi le reazioni orizzontali, relative a questo tratto, diminuiscono.



*Figura 4.13 Resistenze nel terreno per diversi affondi*

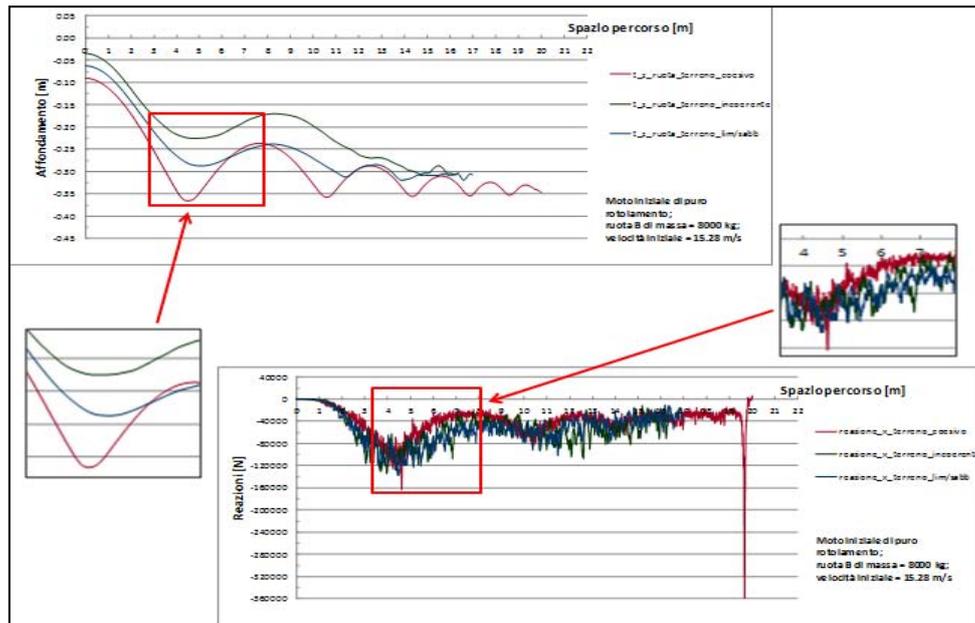


Figura 4.14 Diminuzione delle resistenze lungo  $x$  a causa della spinta elevata verso l'alto generata nell'impatto con il substrato rigido

Come è stato scritto nel capitolo precedente, la risultante  $F^*$  delle forze del terreno orizzontali e verticali non è generalmente centrata sulla ruota (Figura 3.17). Il trasporto di questa sull'asse della stessa, equivale alla somma tra la forza  $F$  e un momento  $M_y$ ; la forza  $F$  ha una componente verticale diretta sempre verso l'alto, che si oppone alla forza peso  $F_g$ . Il continuo prevalere di una di queste ultime due forze sull'altra genera il rimbalzo della ruota, alla continua ricerca di una posizione di equilibrio dinamico sul terreno. In modo particolare quando la ruota incontra il substrato rigido, il rimbalzo si fa più evidente, poiché la forza  $F^*$  che si genera è molto elevata.

Un discorso a parte meritano i risultati relativi all'andamento delle velocità di traslazione delle ruote. Tra quelli simulati non si può dichiarare sempre con precisione quale sia il terreno che espliciti le maggiori azioni frenanti e le più elevate dissipazioni di energia: dalle prove del primo tipo, il terreno coesivo sembra garantire la maggior riduzione delle velocità, ma si viene subito smentiti osservando i grafici relativi alle simulazioni del secondo tipo. Sicuramente si può affermare che l'andamento delle velocità di traslazione è influenzato da due aspetti:

- permanenza della ruota tra le particelle del terreno;
- contatto tra ruota e substrato rigido.

Per quanto riguarda il primo aspetto è evidente che tanto più la ruota rimane imprigionata tra le particelle del terreno, tanto maggiore sarà la riduzione della sua velocità. Per ottenere rapidamente l'arresto è necessario che il terreno favorisca l'affondo della ruota senza consentire, però, rimbalzi troppo evidenti. Il materiale puramente coesivo sembra offrire proprio questo genere di

comportamento; tuttavia la presenza del substrato rigido, nelle prove del secondo tipo, può ridurre l'efficienza dell'azione frenante. Per il terreno coesivo, infatti, l'elevata spinta verso l'alto che si genera quando la ruota impatta lo strato resistente non consente una buona dissipazione dell'energia e causa una diminuzione delle resistenze lungo la direzione del moto e quindi una riduzione dell'azione di arresto offerta dallo stesso terreno.

La previsione relativa all'andamento delle velocità nei tratti di terreno successivi a quelli simulati, è da considerare con una certa attenzione; nel primo tipo di prove, infatti, i dati su cui si esegue l'interpolazione di secondo grado non sono sufficienti per avere un valore preciso in merito alla distanza di arresto della ruota; nel secondo tipo di prove, invece, le basse velocità di traslazione della ruota consentono una previsione migliore dei risultati futuri. In linea generale, l'andamento delle velocità è più parabolico che lineare: mano a mano che la ruota procede sul terreno, il suo rimbalzo viene smorzato sempre di più e questo causa diminuzioni di velocità sempre più evidenti.

Per l'andamento delle velocità angolari valgono le stesse considerazioni viste per le velocità di traslazione; non esiste quindi un particolare terreno fra quelli simulati, che provochi una maggiore riduzione della velocità angolare. La permanenza della ruota tra le particelle del terreno riduce notevolmente le velocità di rotazione: non appena la ruota incontra le particelle del terreno, si hanno, per tutte le prove, moti di parziale pattinamento. Solo nelle fasi di non-contatto tra ruota e terreno, la rotazione attorno all'asse aumenta fino a valori che possono essere prossimi a quelli di puro rotolamento. L'impatto con il substrato rigido genera, invece, forti incrementi localizzati di velocità angolare. L'alternanza in breve spazio di valori positivi e negativi delle reazioni torcenti indica la continua variazione dell'influenza del terreno sul moto della ruota. In linea generale, con il procedere della ruota sul terreno, le reazioni torcenti positive tendono a diminuire e quindi la velocità di rotazione della ruota si riduce.

## 5 CONCLUSIONI

Il presente lavoro di tesi si è concentrato sull'impiego di un particolare modello matematico per la simulazione e lo studio di un fenomeno fisico: lo scorrimento di una ruota su un terreno granulare. L'adozione di un modello DEM ha consentito la rappresentazione del problema per mezzo di unità elementari, che, a differenza di quelle appartenenti ai modelli continui, hanno permesso un'analisi del fenomeno per condizioni fisiche che vanno oltre la semplice rottura del sistema. La rappresentazione dei grani del terreno mediante particelle sferiche si ritiene abbastanza soddisfacente per uno studio generale del nostro problema. Tuttavia si deve ricordare che, al fine di ridurre l'onere computazionale delle simulazioni, è stato necessario attribuire, a queste sfere, dimensioni di diversi ordini di grandezza maggiori rispetto alle reali dimensioni delle particelle dei terreni. Un altro aspetto importante riguarda il comportamento di queste particelle che, sottoposte a carichi elevati, non raggiungono mai la rottura e, al passaggio della ruota, vengono spostate dalla loro posizione iniziale e proiettate, con più o meno intensità, nello spazio circostante, offrendo resistenza al moto semplicemente scorrendo le une sulle altre.

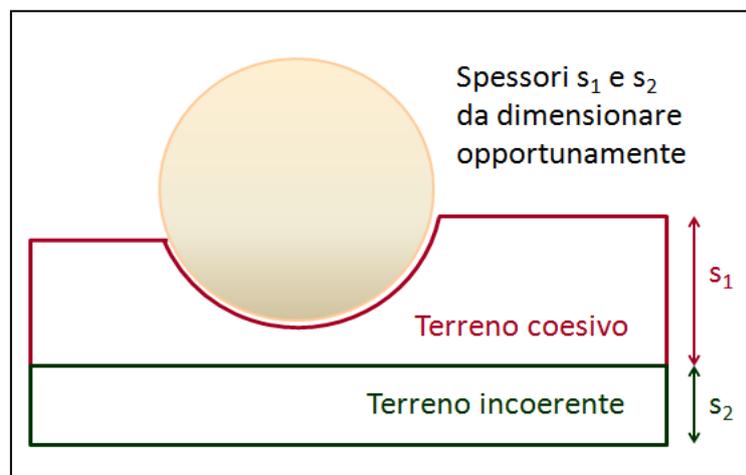
Le prove svolte in questo lavoro evidenziano, nei confronti di un carico mobile, la minore resistenza dei terreni puramente coesivi rispetto ai terreni incoerente e limo-sabbioso. Questo aspetto è ben noto nel campo dell'ingegneria geotecnica, dove, per la realizzazione delle fondazioni di un'opera, si auspica sempre la presenza di uno strato incoerente che meglio sopporti i carichi verticali trasmessi al terreno. Si ricorda tuttavia che le proprietà meccaniche del terreno coesivo sono state, in questo lavoro di tesi, volutamente forzate per poter meglio evidenziare le differenze rispetto agli altri materiali. Nel momento in cui si dovrà studiare lo scorrimento della ruota su un terreno reale, di cui sono note le proprietà meccaniche, si potranno impiegare le simulazioni della prova triassiale per ricavare esattamente quel tipo di materiale.

La presenza del substrato rigido influenza notevolmente il moto della ruota sul terreno. L'inserimento di questo strato consente di simulare condizioni più fedeli ed aderenti alla realtà: al di sotto di una certa profondità, più o meno rilevante, esiste sempre, infatti, uno strato di materiale avente caratteristiche fisiche tali da sopportare il peso del corpo ed evitarne l'ulteriore penetrazione

nel terreno; potrebbe trattarsi di uno strato di terreno naturale, ma anche di un particolare strato di fondazione opportunamente progettato. Un aspetto importante da variare, eventualmente, nelle prove future e che potrebbe ragionevolmente influenzare il moto della ruota sul terreno, è proprio la profondità del substrato rigido dal piano campagna e quindi gli spessori dei terreni che si appoggiano ad esso. Si potrebbe, infatti, pervenire a geometrie opportunamente tarate sul peso della ruota al fine di ottenere il particolare comportamento desiderato per la stessa (ad esempio per ottenerne il completo arresto).

Tra i 3 terreni presentati in questo lavoro non è possibile indicare con precisione quello più opportuno nel caso si voglia progettare un letto di materiale con il compito di arrestare la ruota, e quindi l'eventuale mezzo di trasporto, nel più breve spazio possibile. I risultati ottenuti mostrano chiaramente i comportamenti principali di ciascun terreno, ma, al variare delle condizioni al contorno (in particolare la presenza o meno del substrato rigido) varia anche l'efficienza dell'azione frenante.

Eventuali sviluppi di questo lavoro potrebbero considerare la possibilità di realizzare un pacchetto a doppio strato per meglio ottimizzare la riduzione della velocità. Noti i comportamenti di ciascuno dei 3 materiali presentati in questa tesi, si potrebbe pensare di realizzare lo strato superiore con materiale coesivo, mentre quello inferiore con materiale incoerente (*Figura 5.1*). Lo strato superficiale facilita la prima penetrazione nel terreno, mentre quello incoerente produrrebbe un rimbalzo; la ruota però, nella sua fase di risalita, rimarrebbe imprigionata tra lo strato coesivo che verrebbe a questo punto sfruttato come dissipatore di energia.



*Figura 5.1 Ruota su pacchetto di terreno a doppio strato*

L'approccio adottato in questa tesi per l'analisi del problema è al giorno d'oggi notevolmente impiegato nelle fasi preliminari, dove si vuole avere una prima idea generale del comportamento dei

vari elementi che compongono il sistema, evitando, almeno inizialmente, oneri particolari per la riproduzione reale del fenomeno fisico. Gli aspetti più critici, ma al tempo stesso più interessanti, emergono proprio con la complessità del sistema da rappresentare; nel nostro caso particolare, questa difficoltà si è manifestata nel momento in cui è stato necessario considerare e riportare nei codici tutte quelle forze che agiscono sulla ruota e che determinano cambiamenti sul suo modo di scorrere sul supporto. Nonostante la bontà che si può ottenere nella rappresentazione del fenomeno, è bene ricordare che nelle fasi progettuali più avanzate potrebbe comunque rendersi necessaria la realizzazione di test fisici, laddove possibile anche in scala ridotta, che consentano di avere riscontri reali di quanto è stato studiato solo con modelli matematici.



## **APPENDICE**

**(Grafici relativi al capitolo 4)**

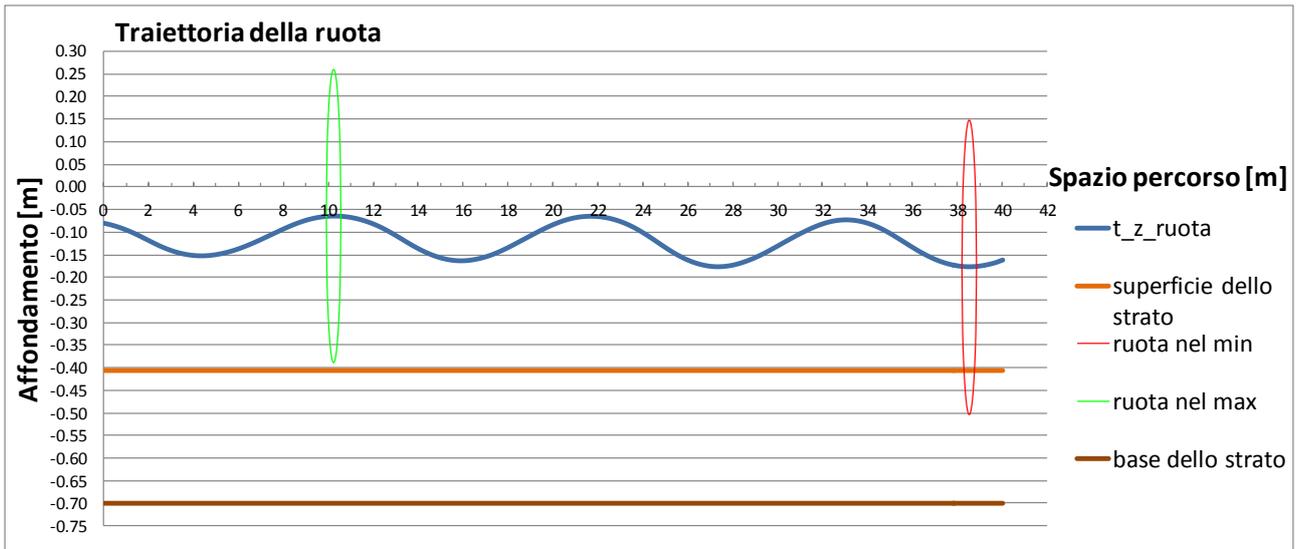


Figura 1 Terreno coesivo: ruota A in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s)

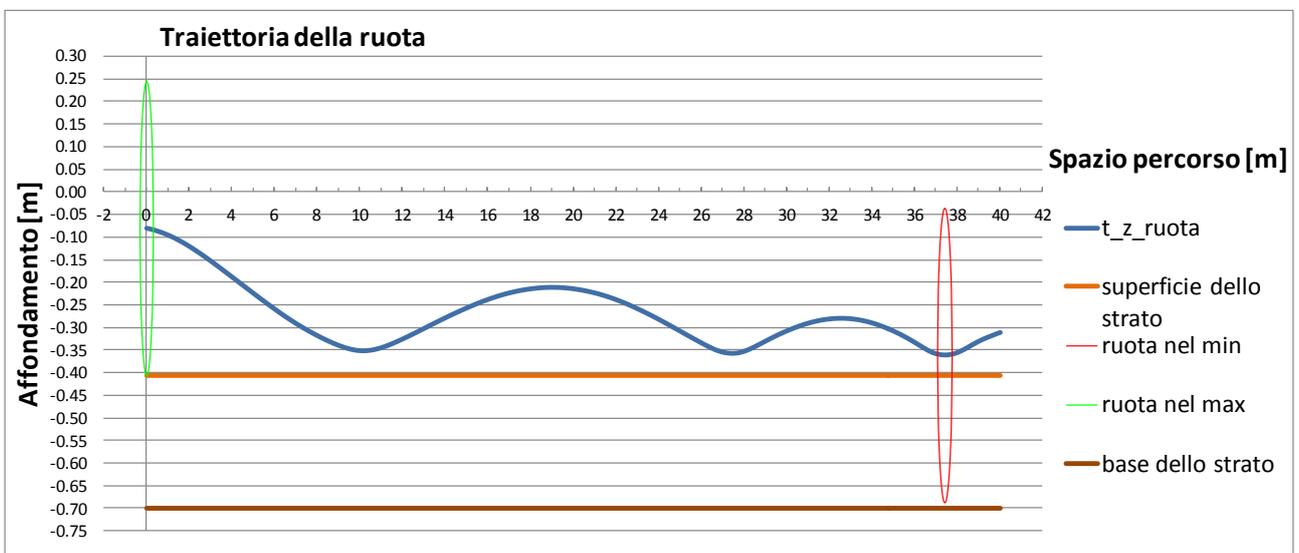


Figura 2 Terreno coesivo: ruota B in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s)

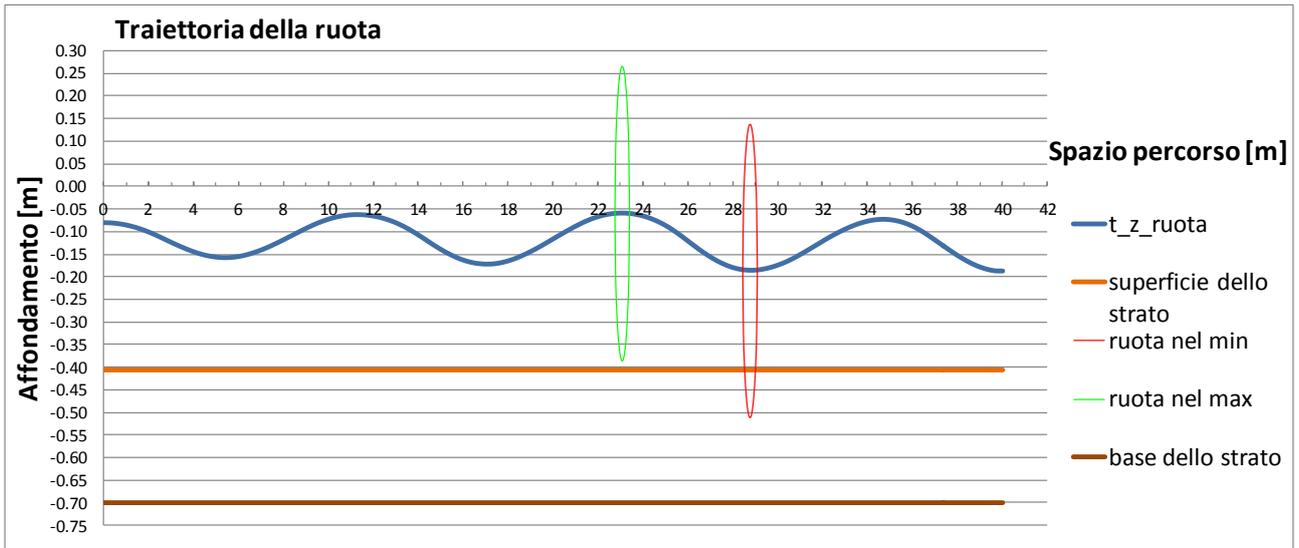


Figura 3 Terreno coesivo: ruota A in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

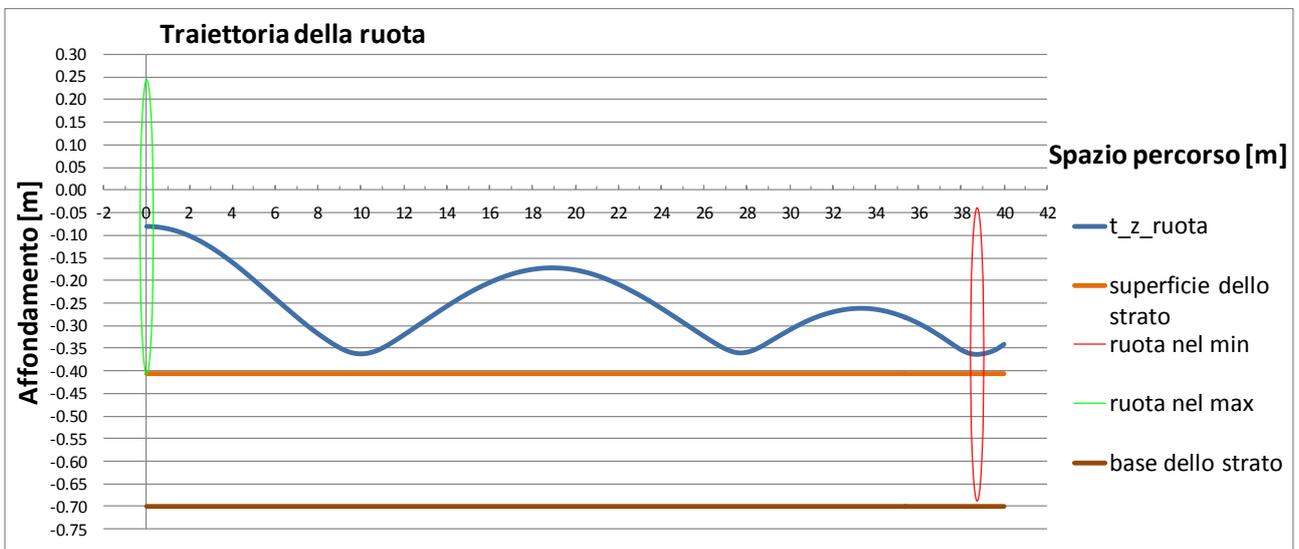


Figura 4 Terreno coesivo: ruota B in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

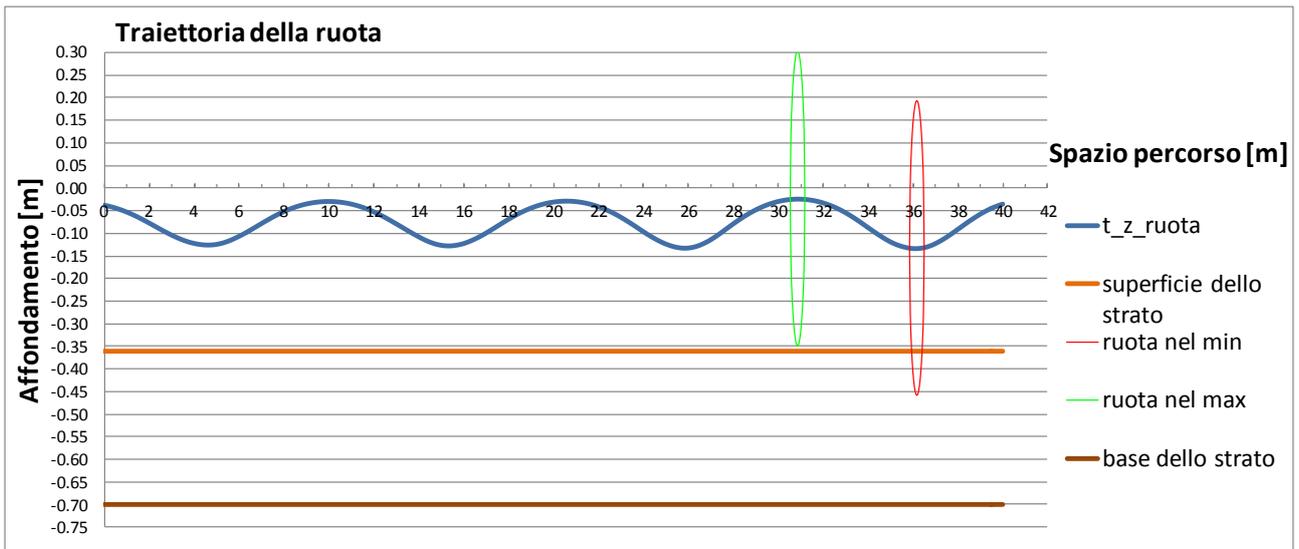


Figura 5 Terreno incoerente: ruota A in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s)

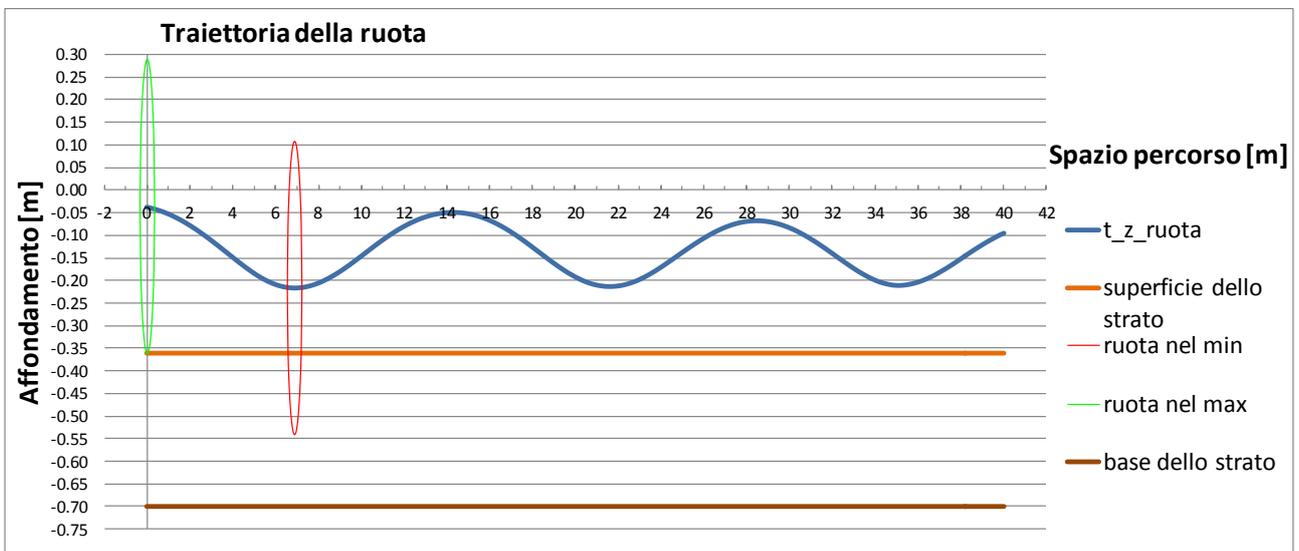


Figura 6 Terreno incoerente: ruota B in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s)

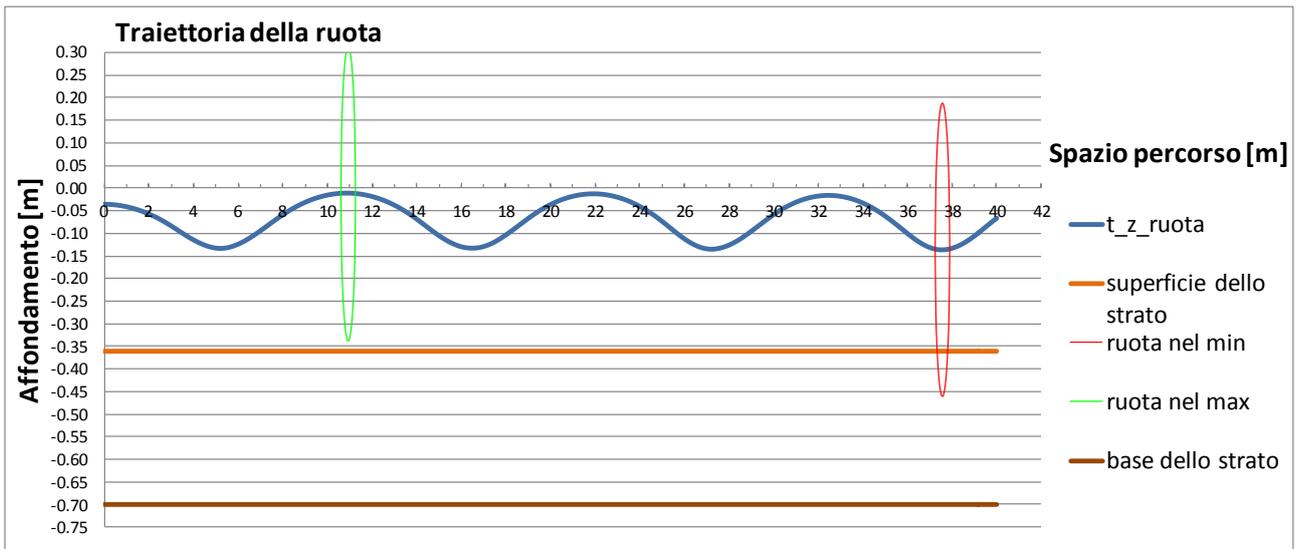


Figura 7 Terreno incoerente: ruota A in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

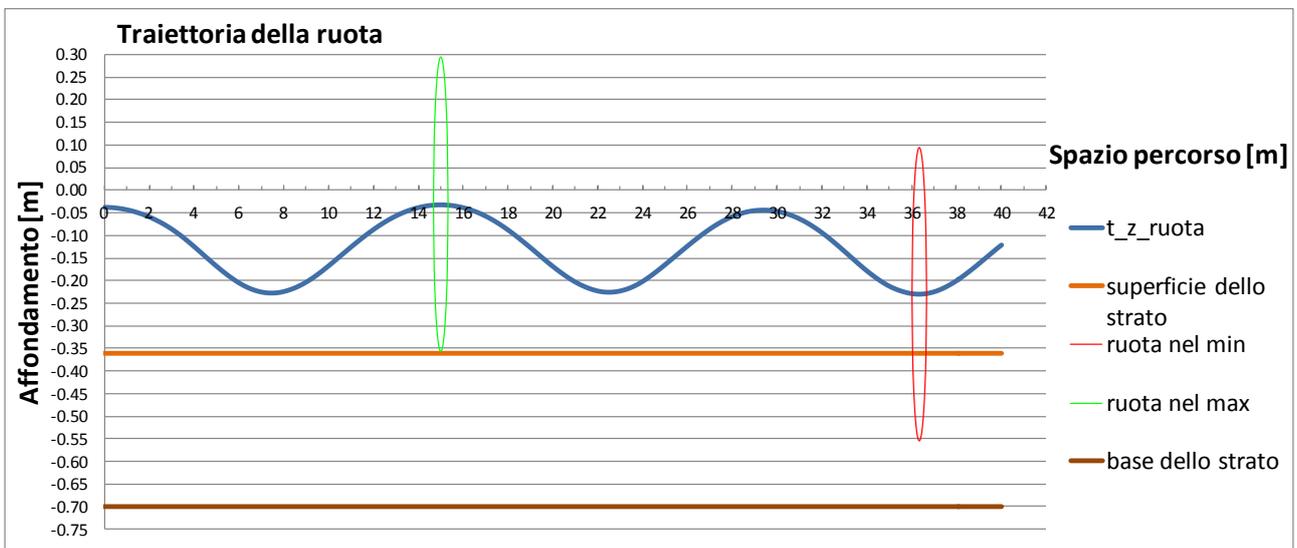


Figura 8 Terreno incoerente: ruota A in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

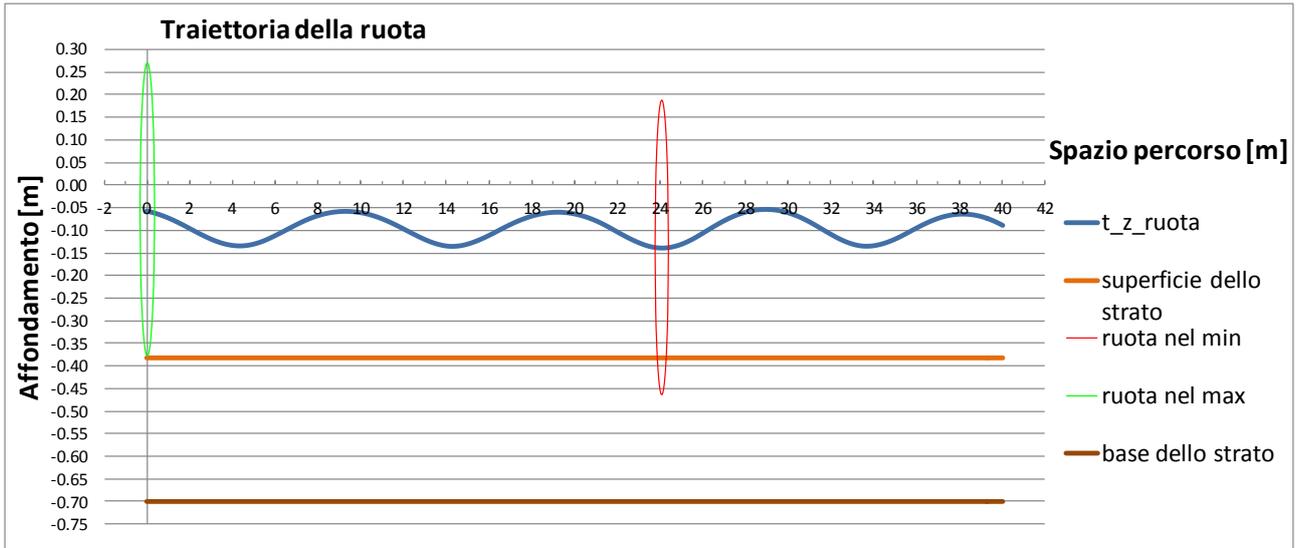


Figura 9 Terreno limo-sabbioso: ruota A in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s)

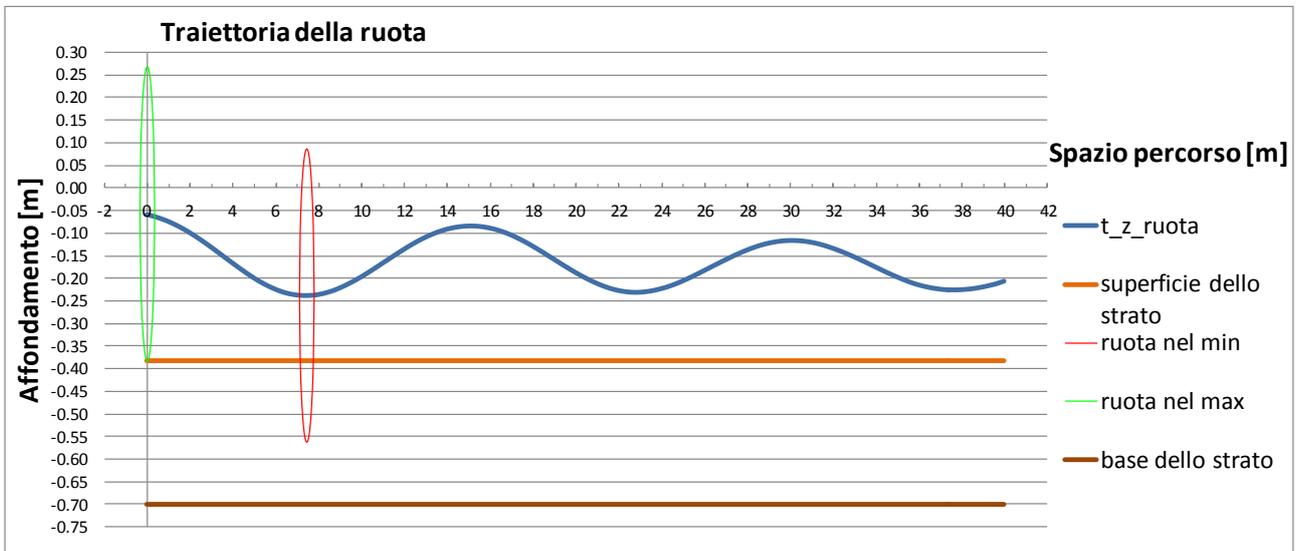


Figura 10 Terreno limo-sabbioso: ruota B in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s)

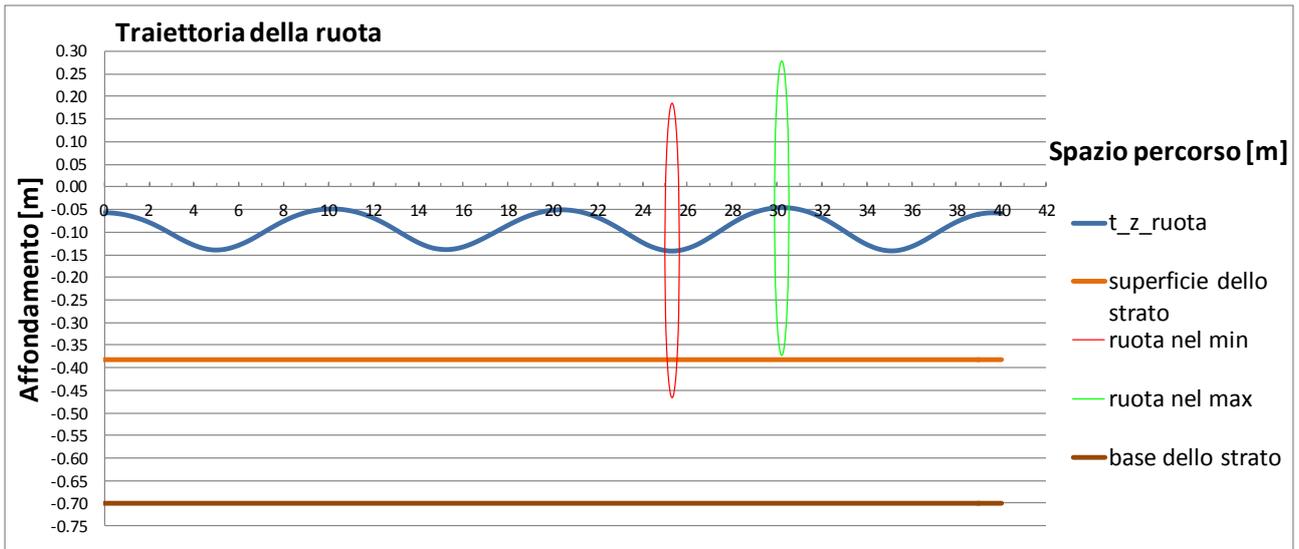


Figura 11 Terreno limo-sabbioso: ruota A in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

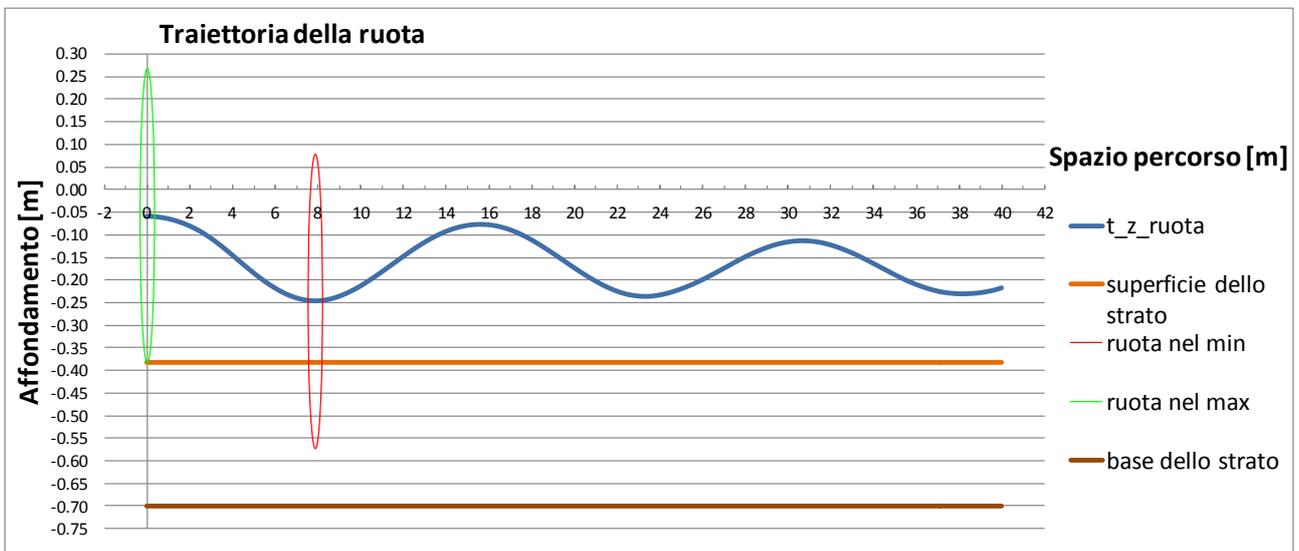


Figura 12 Terreno limo-sabbioso: ruota B in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

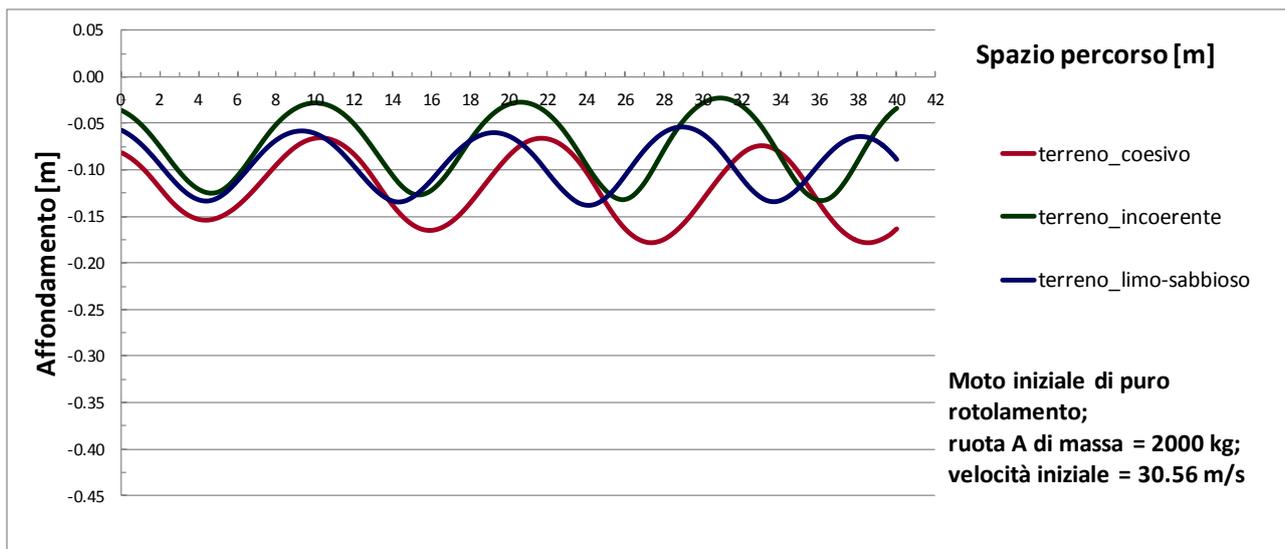


Figura 13 Traiettorie a confronto nel caso di moto iniziale di puro rotolamento per la ruota A ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

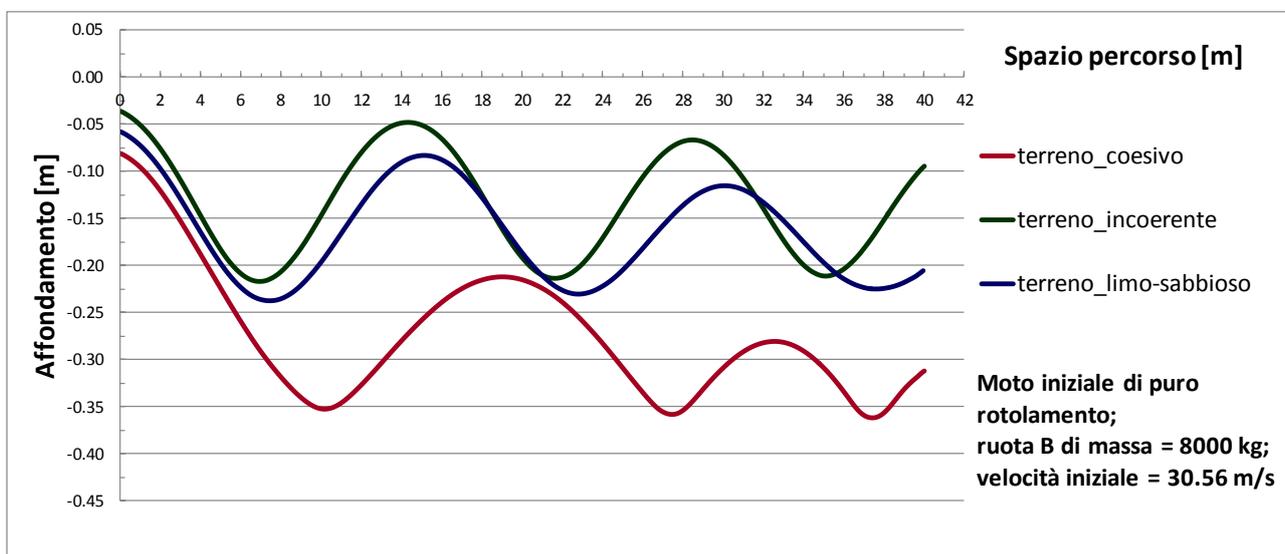


Figura 14 Traiettorie a confronto nel caso di moto iniziale di puro rotolamento per la ruota B ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

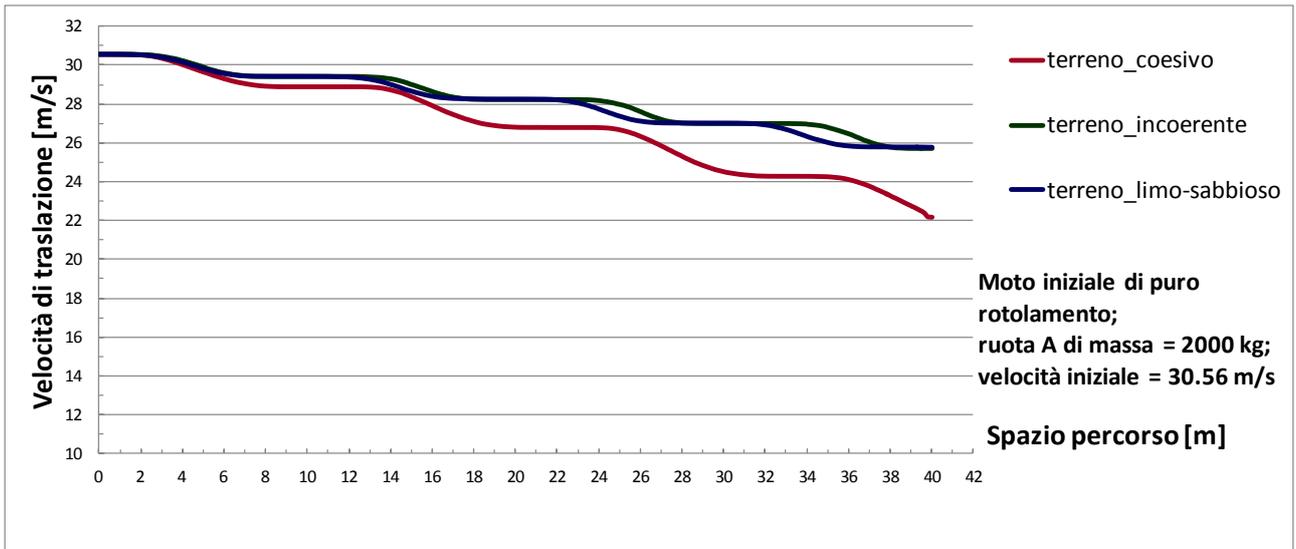


Figura 15 Andamenti della velocità traslazionale per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s)

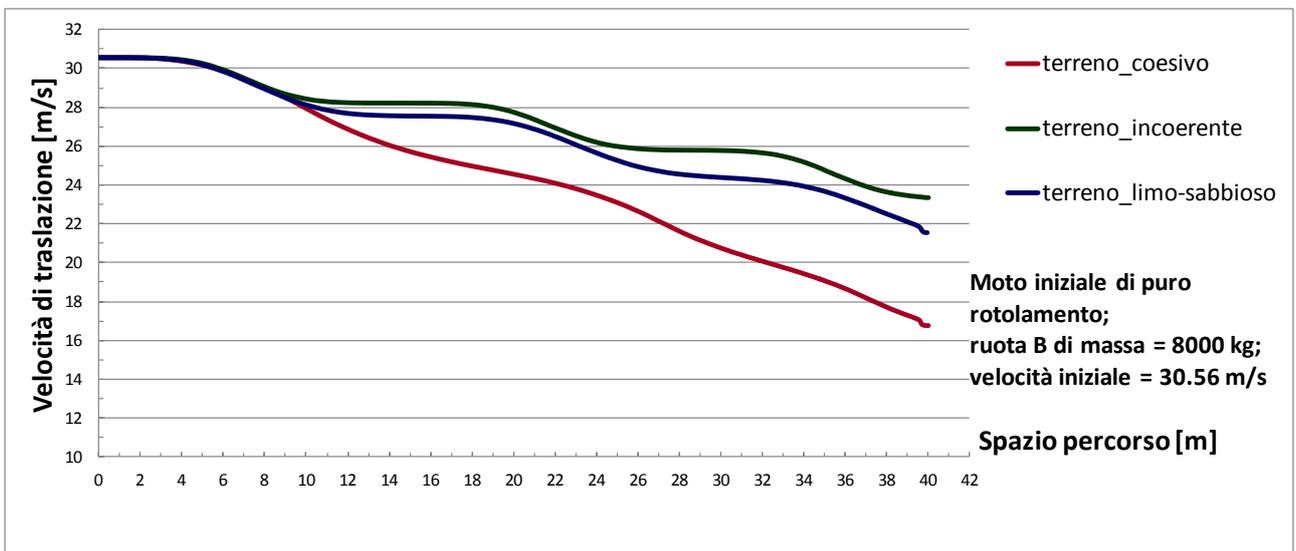


Figura 16 Andamenti della velocità traslazionale per la ruota B nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s)

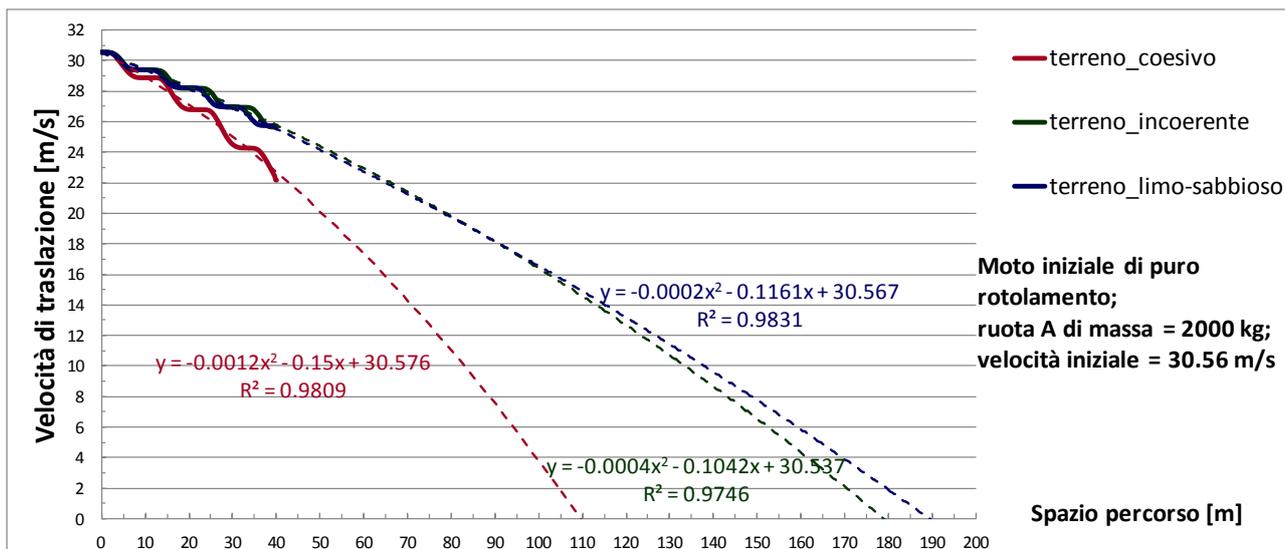


Figura 17 Previsione delle distanze di arresto della ruota A mediante l'interpolazione di secondo grado

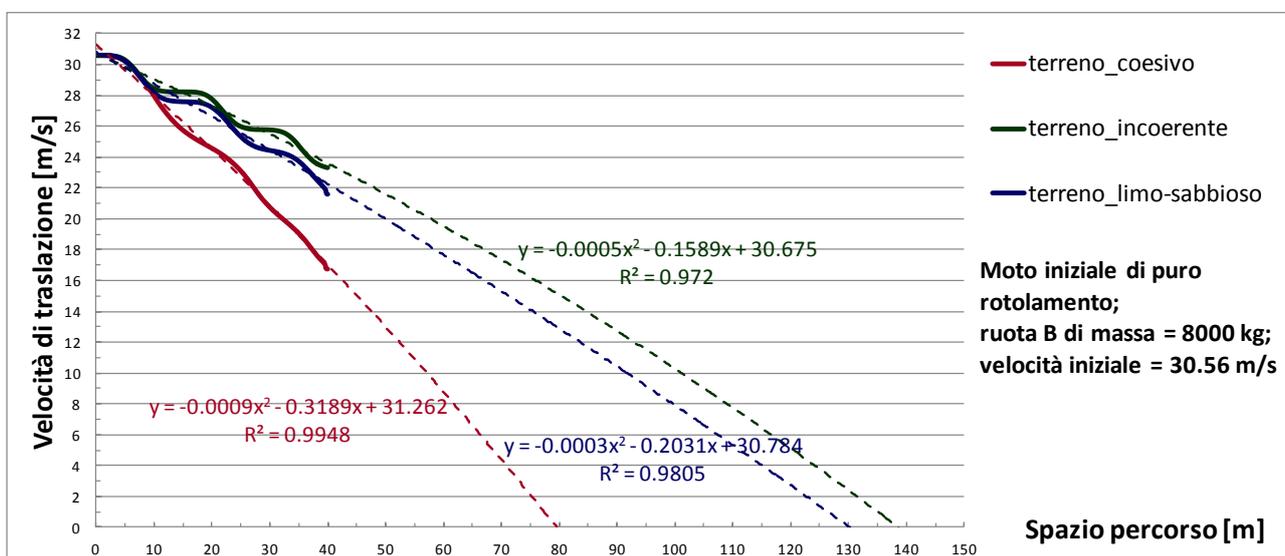


Figura 18 Previsione delle distanze di arresto della ruota B mediante l'interpolazione di secondo grado

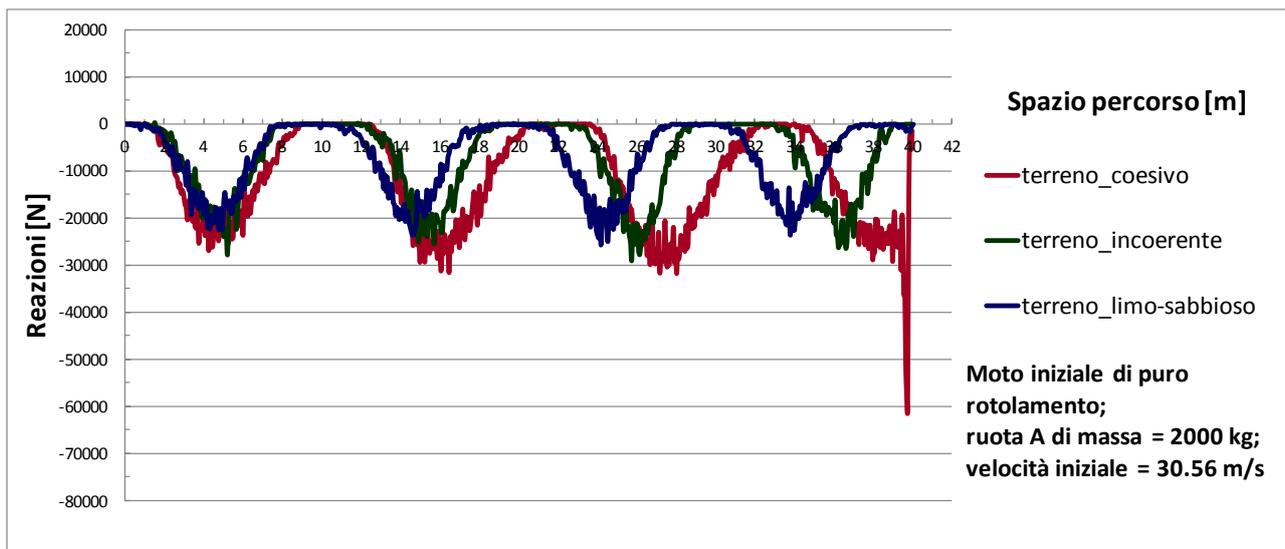


Figura 19 Confronto tra le reazioni lungo  $x$  per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

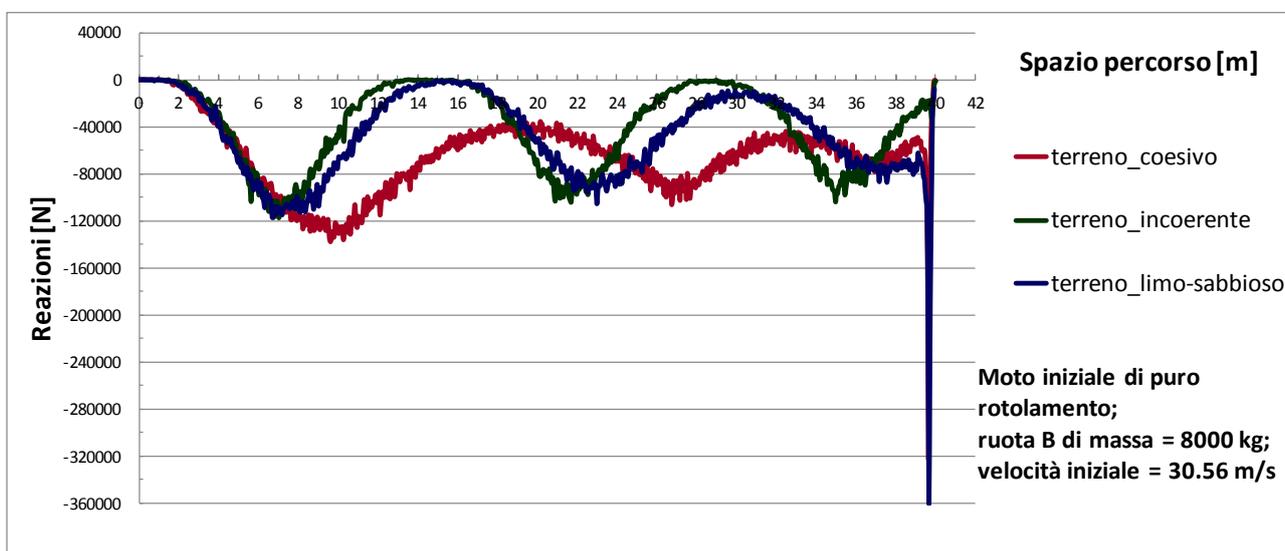


Figura 20 Confronto tra le reazioni lungo  $x$  per la ruota B nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

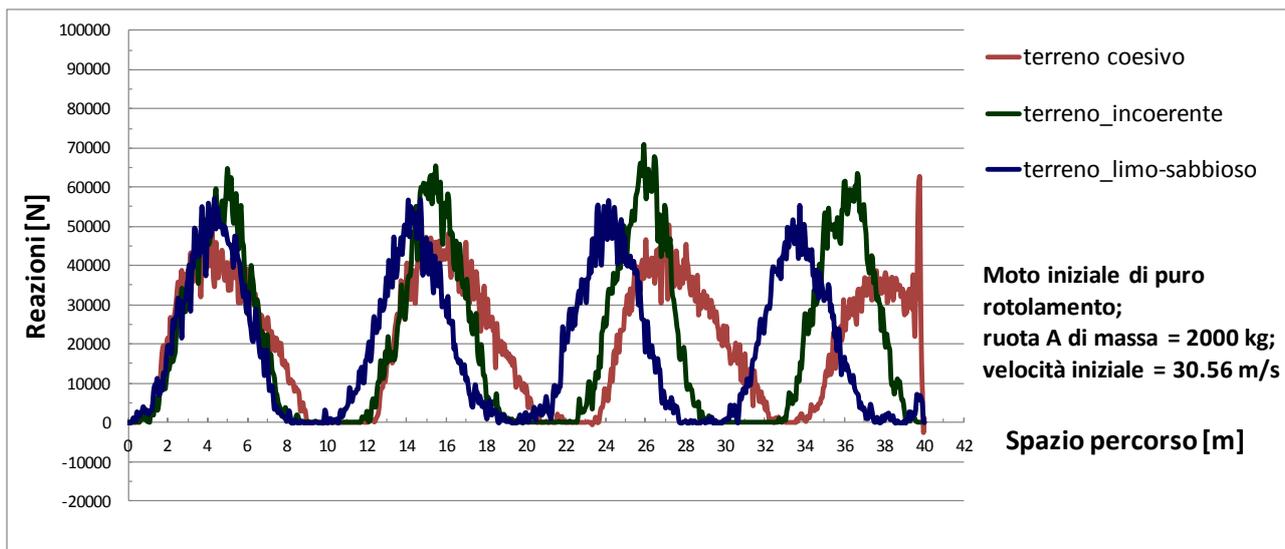


Figura 21 Confronto tra le reazioni lungo  $z$  per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s)

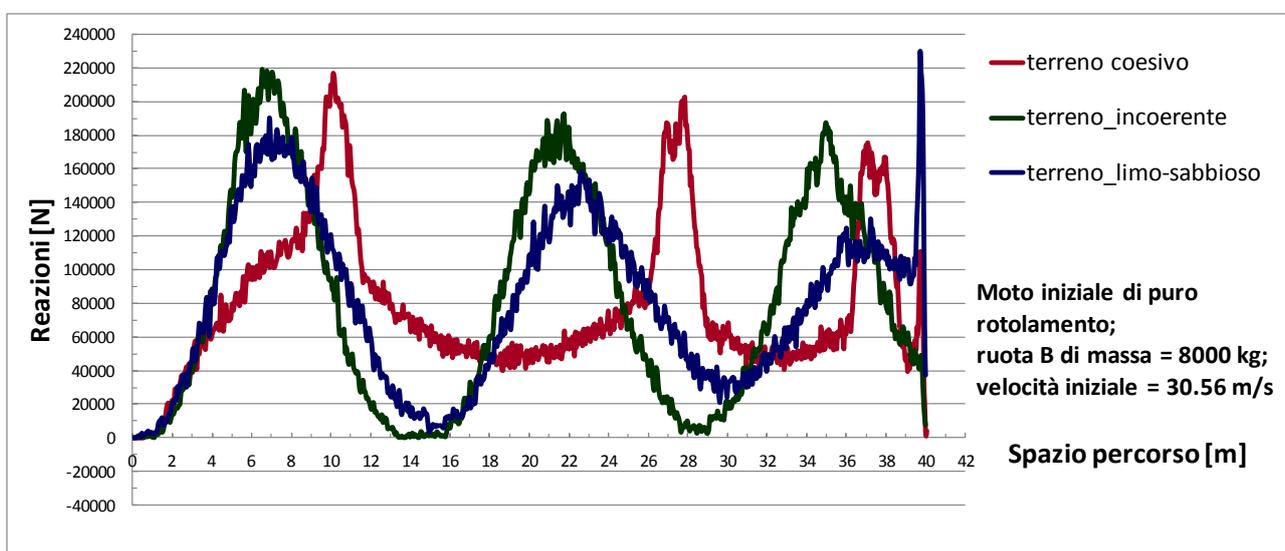


Figura 22 Confronto tra le reazioni lungo  $z$  per la ruota B nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s)

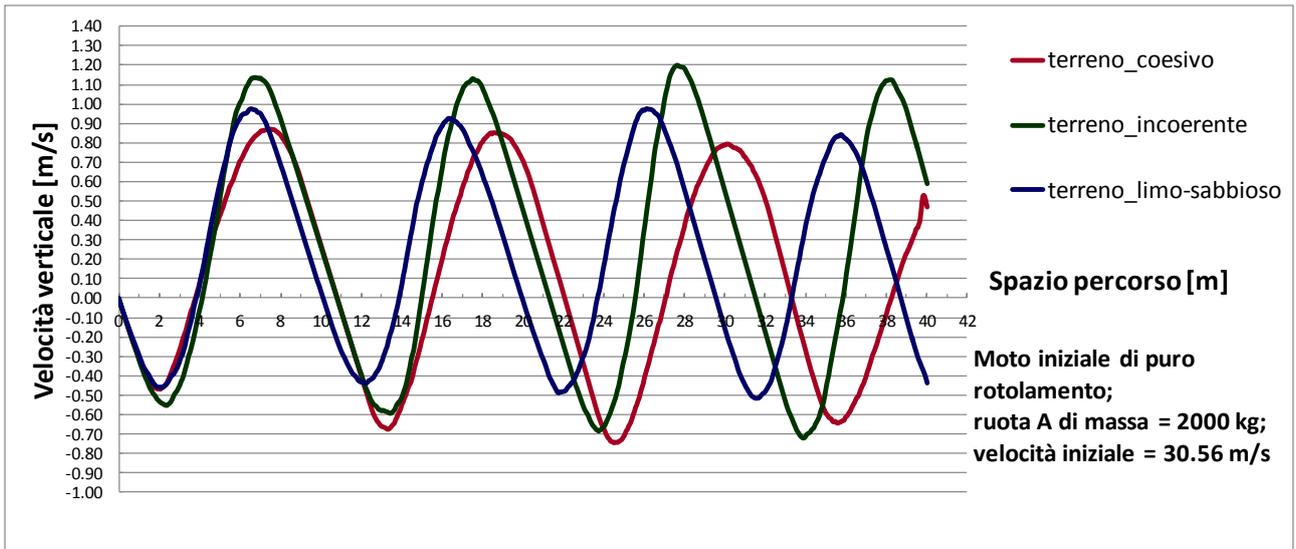


Figura 23 Andamenti delle velocità verticali per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

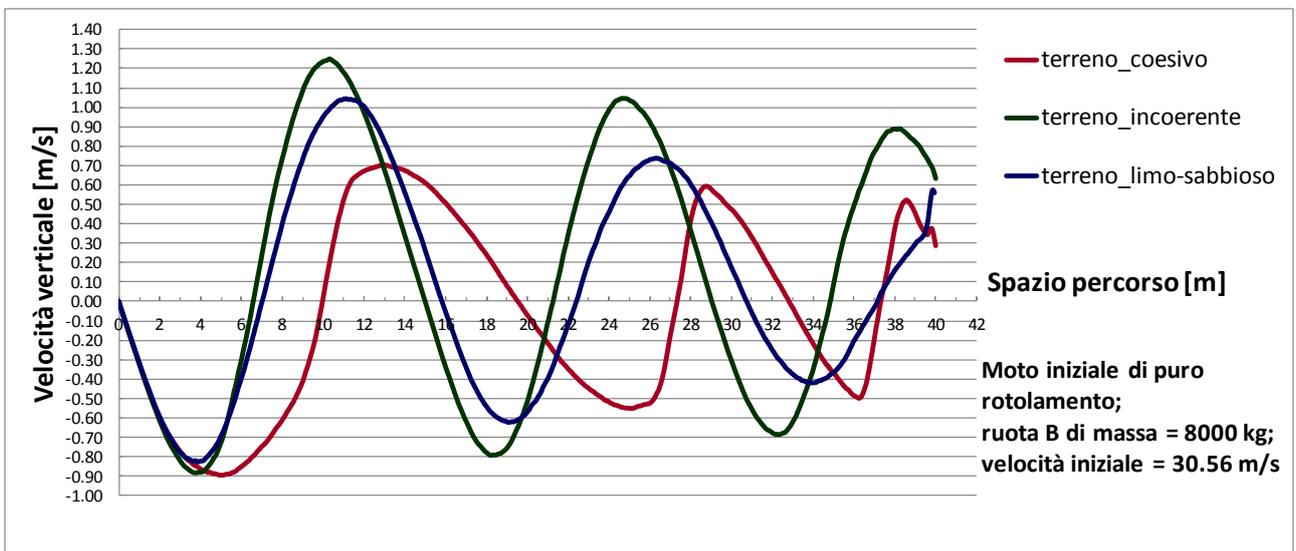


Figura 24 Andamenti delle velocità verticali per la ruota B nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

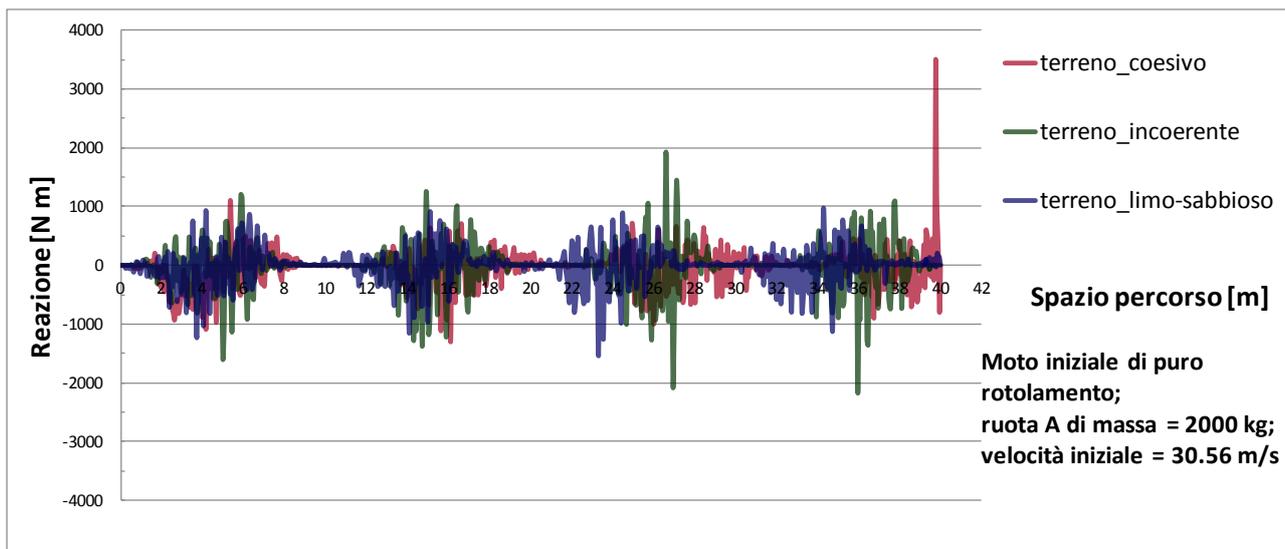


Figura 25 Confronto tra le reazioni torcenti per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

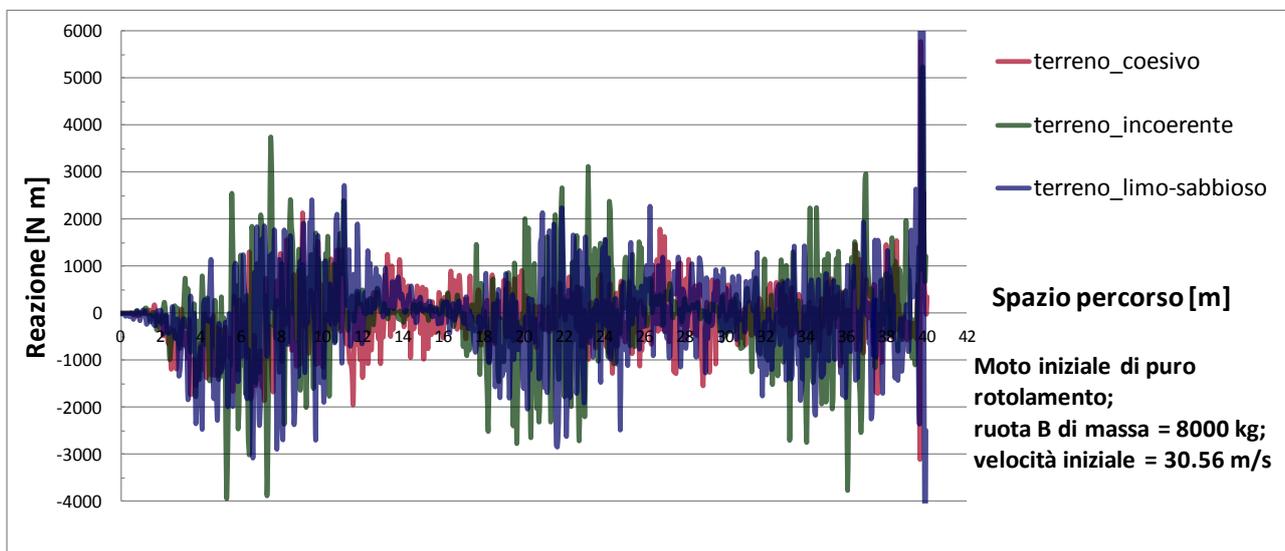


Figura 26 Confronto tra le reazioni torcenti per la ruota B nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )



Figura 27 Andamenti delle velocità angolari per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s) e velocità angolari di puro rotolamento

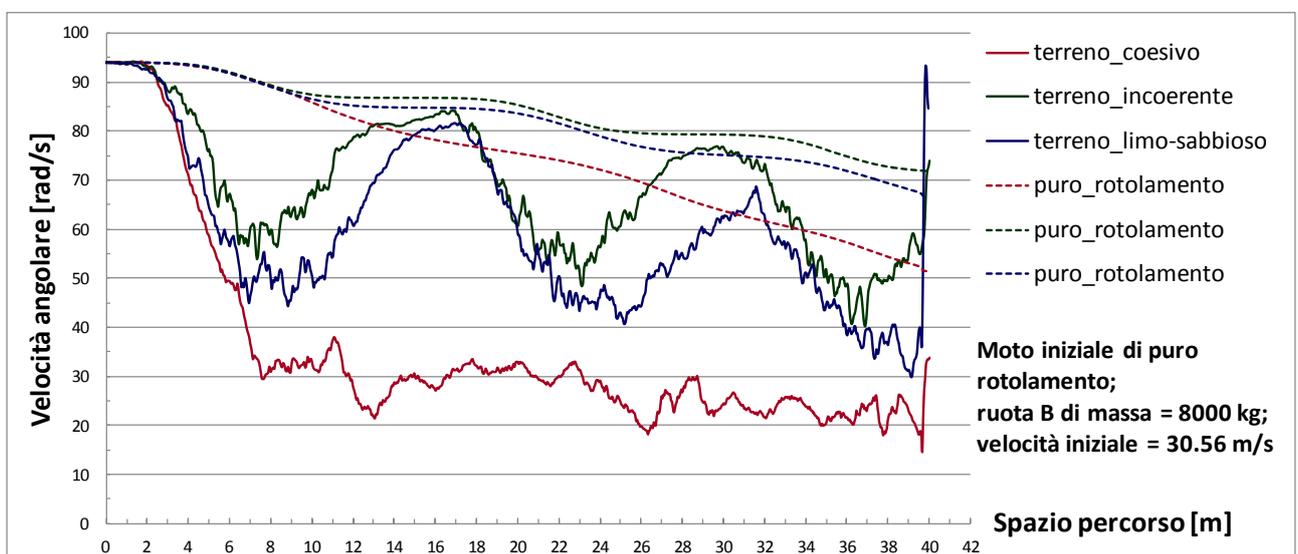


Figura 28 Andamenti delle velocità angolari per la ruota B nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 30.56$  m/s) e velocità angolari di puro rotolamento

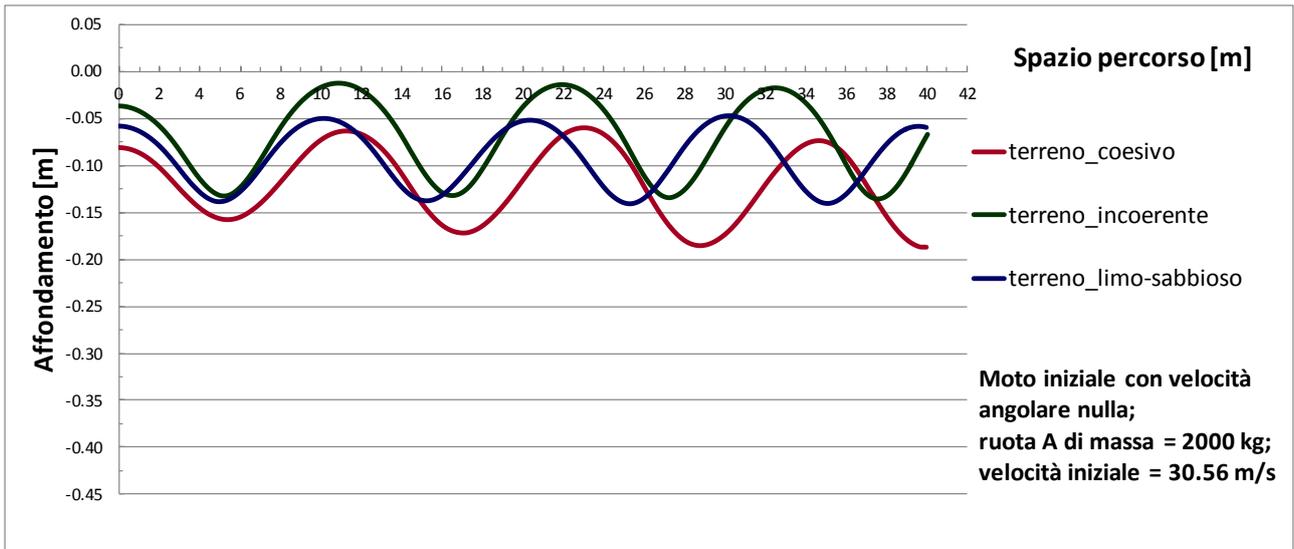


Figura 29 Traiettorie a confronto nel caso di moto iniziale di pattinamento puro per la ruota A ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

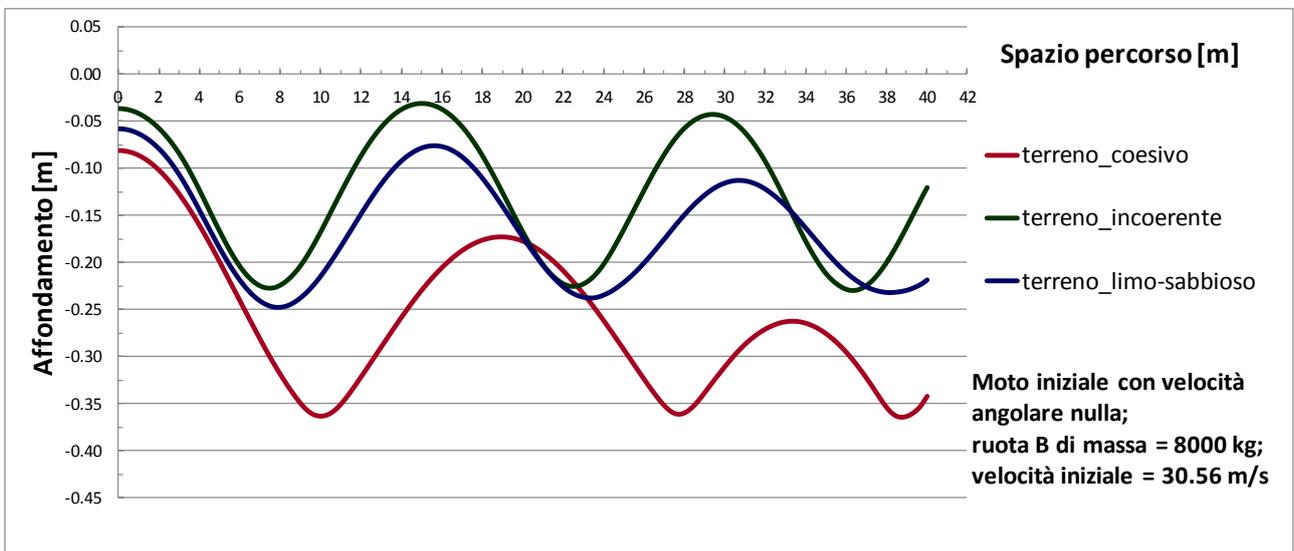


Figura 30 Traiettorie a confronto nel caso di moto iniziale di pattinamento puro per la ruota B ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

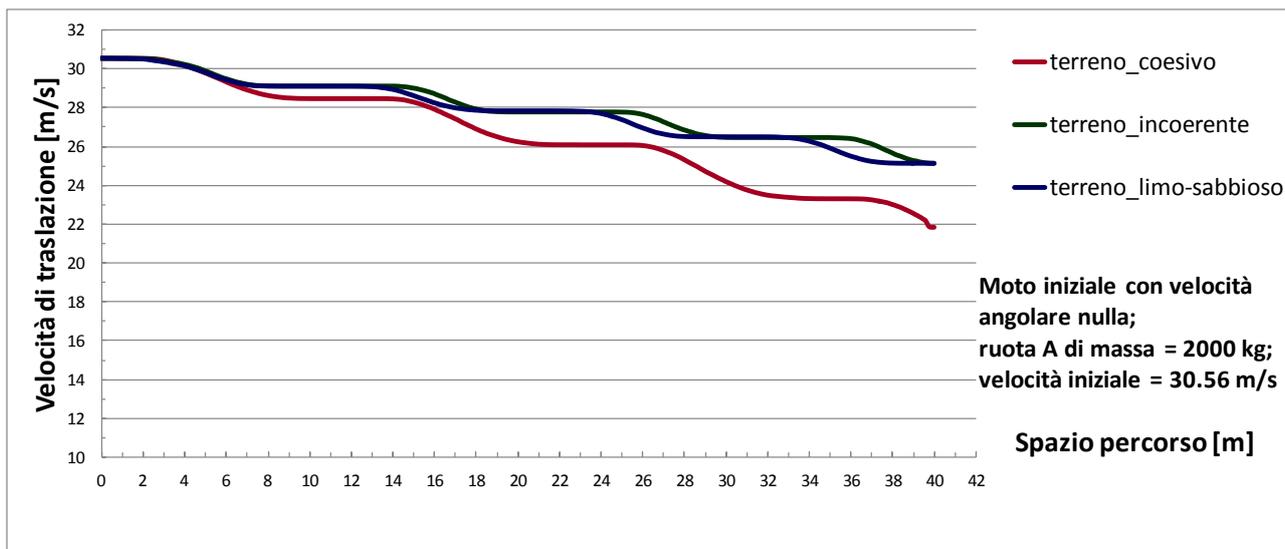


Figura 31 Andamenti della velocità traslazionale per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

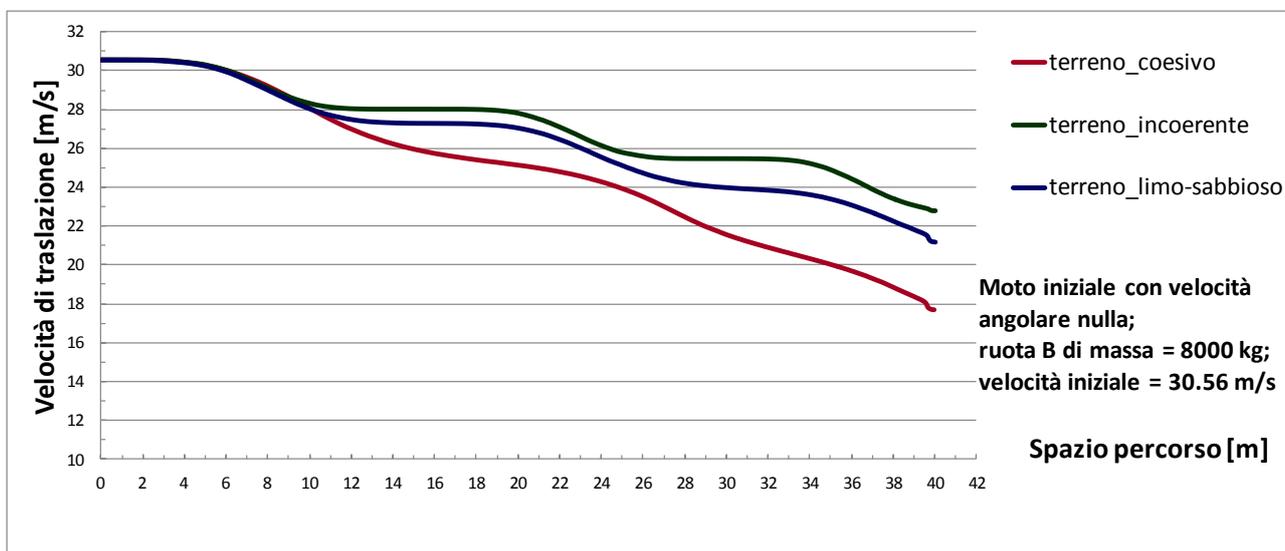


Figura 32 Andamenti della velocità traslazionale per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

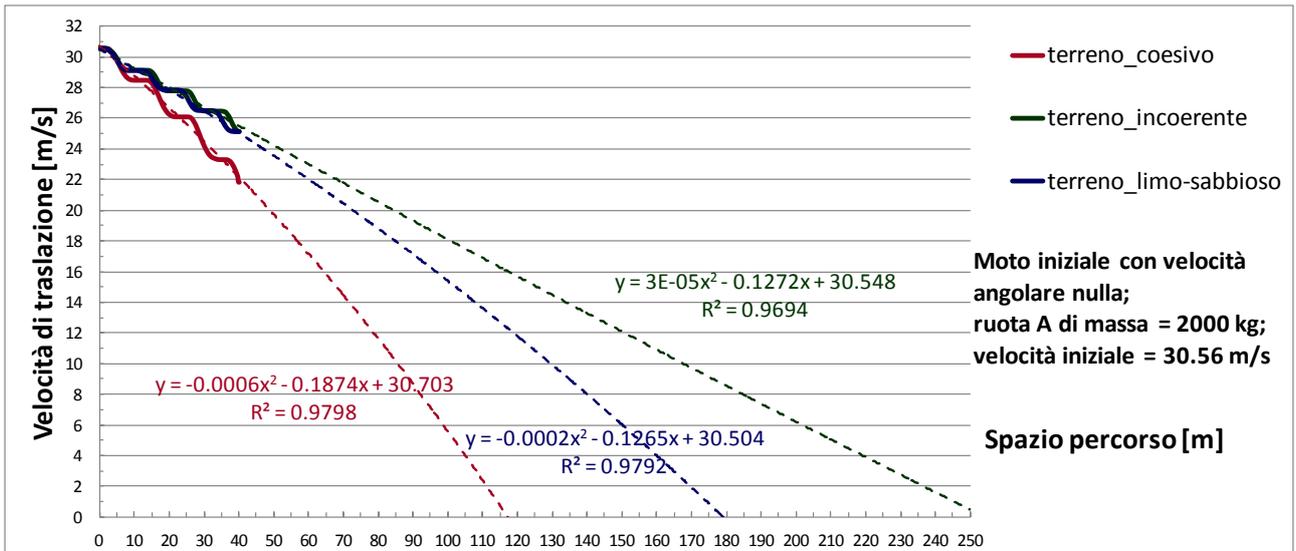


Figura 33 Andamenti della velocità traslazionale per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

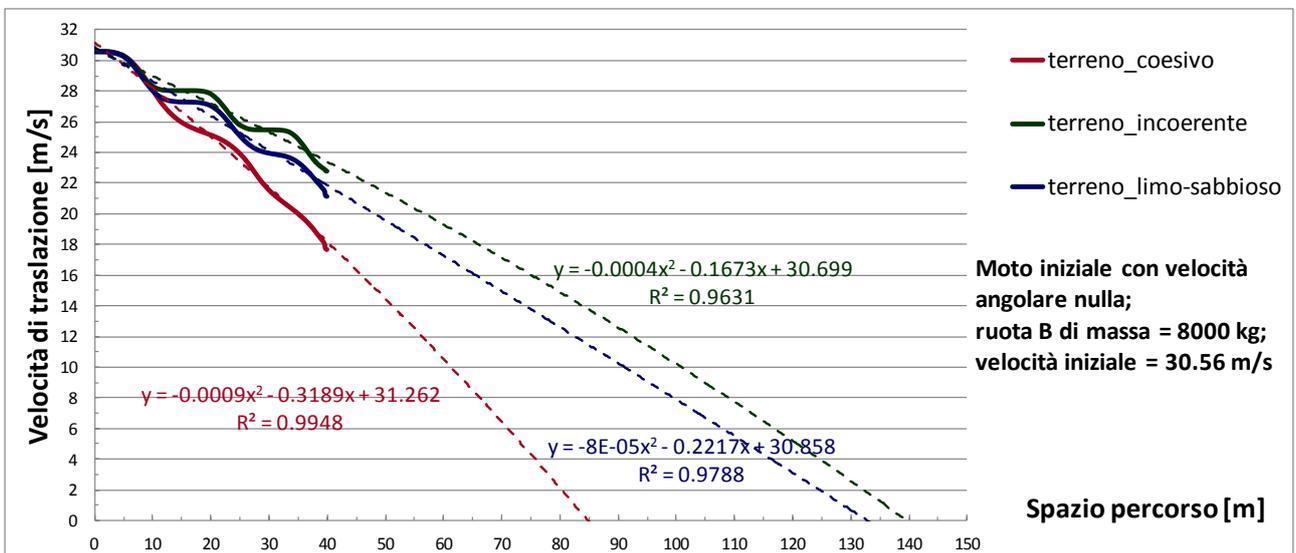


Figura 34 Andamenti della velocità traslazionale per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

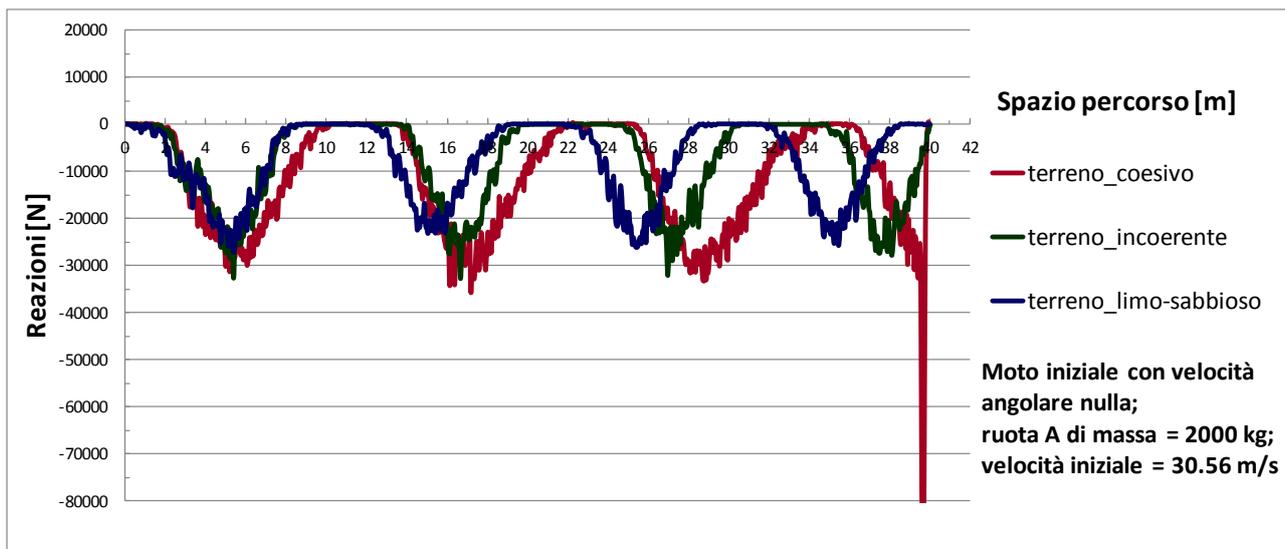


Figura 35 Confronto tra le reazioni lungo  $x$  per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

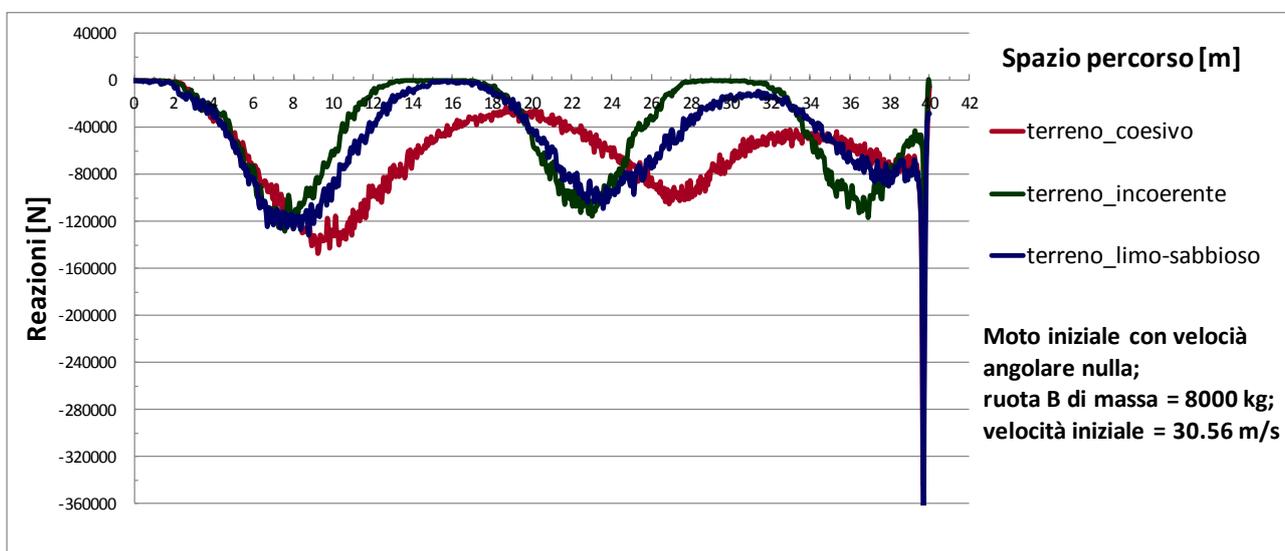


Figura 36 Confronto tra le reazioni lungo  $x$  per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

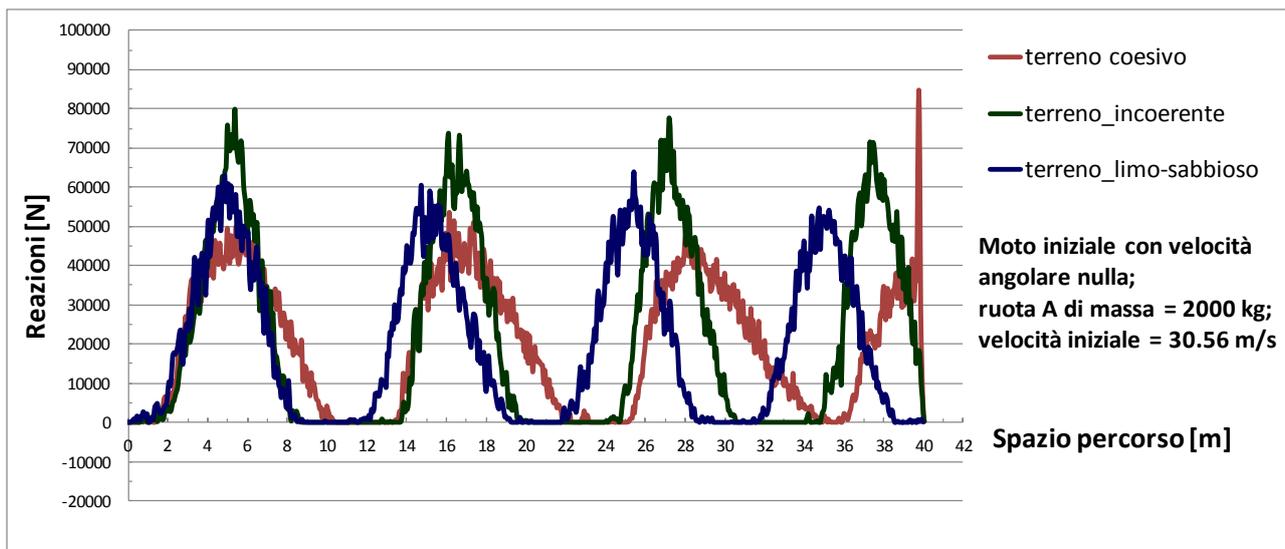


Figura 37 Confronto tra le reazioni lungo  $z$  per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

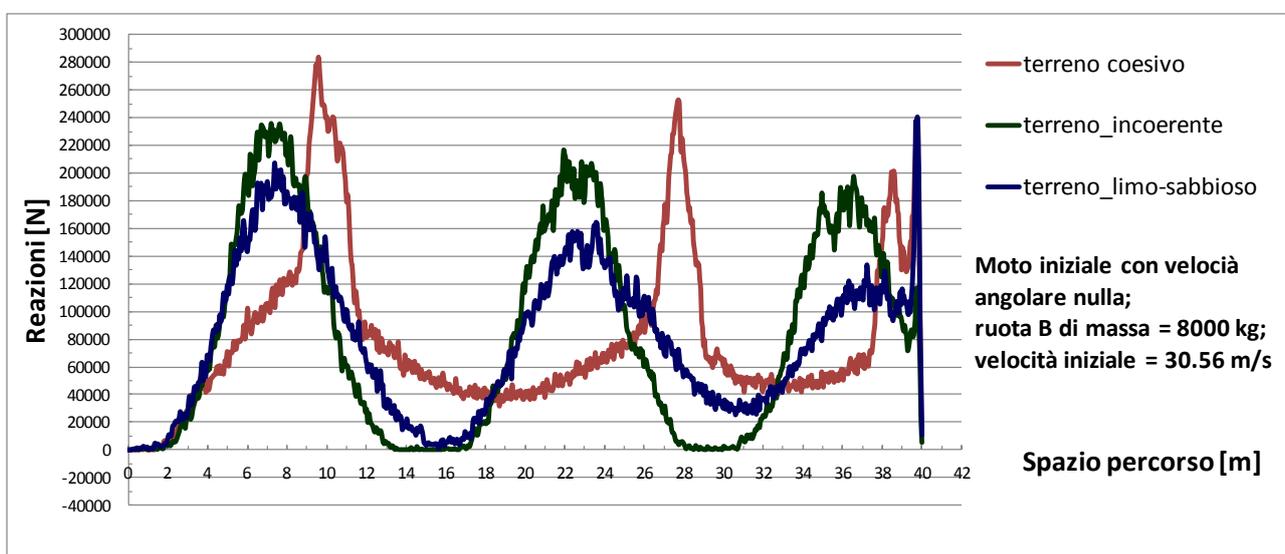


Figura 38 Confronto tra le reazioni lungo  $z$  per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

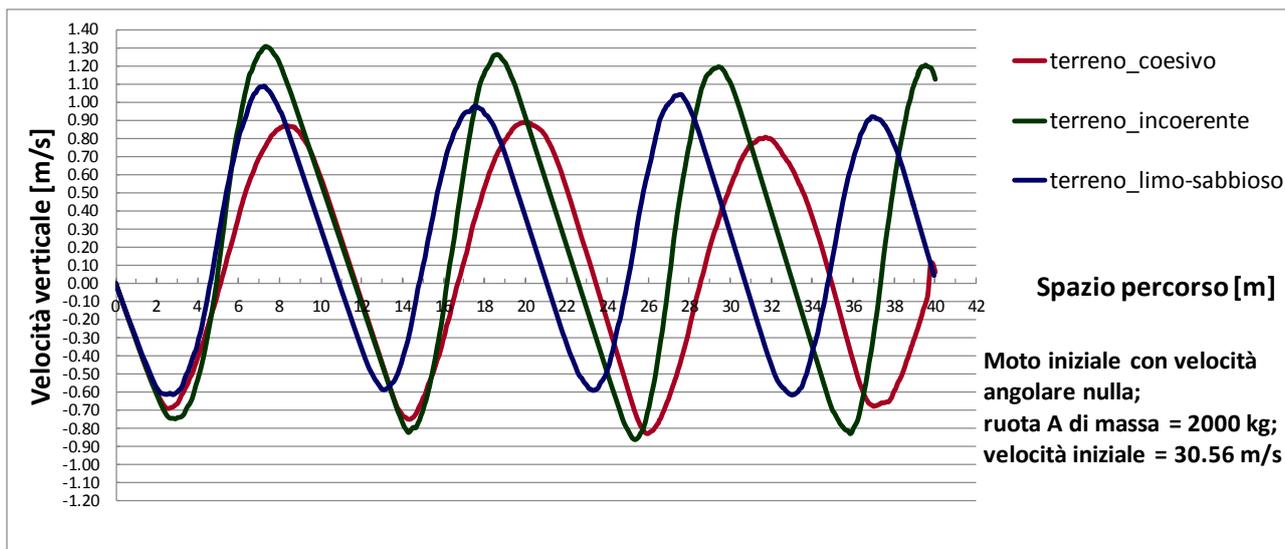


Figura 39 Andamenti delle velocità verticali per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

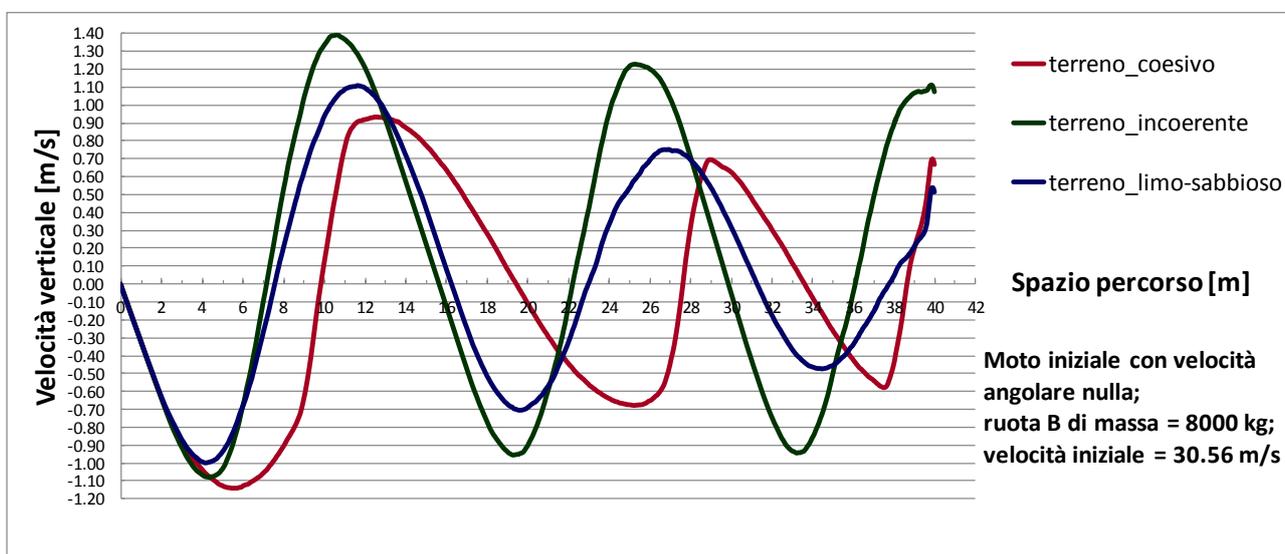


Figura 40 Andamenti delle velocità verticali per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s)

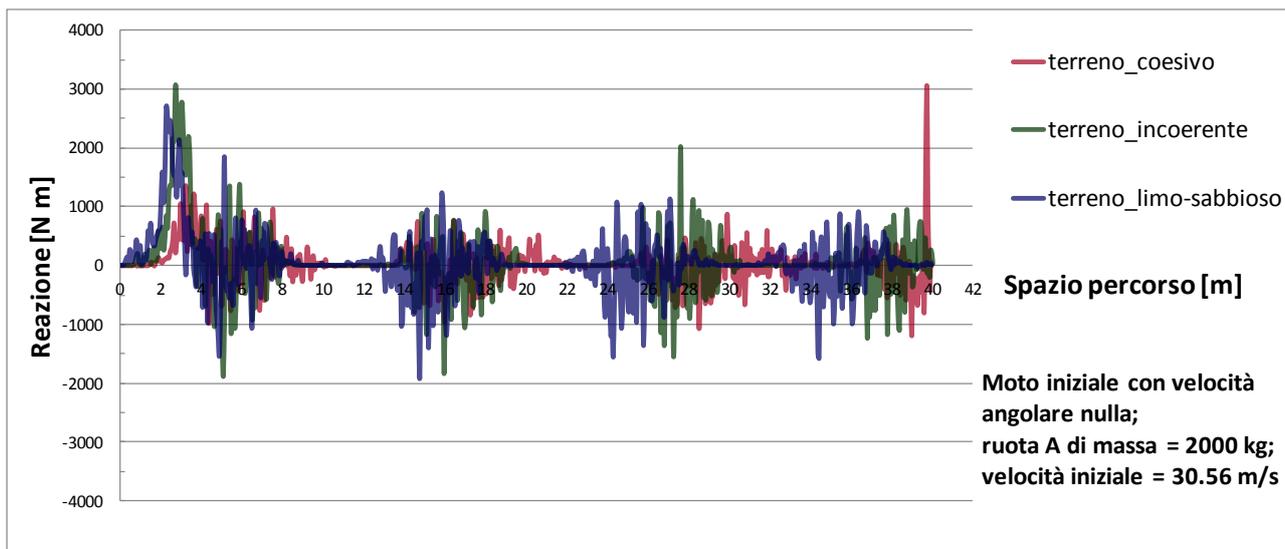


Figura 41 Confronto tra le reazioni torcenti per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )

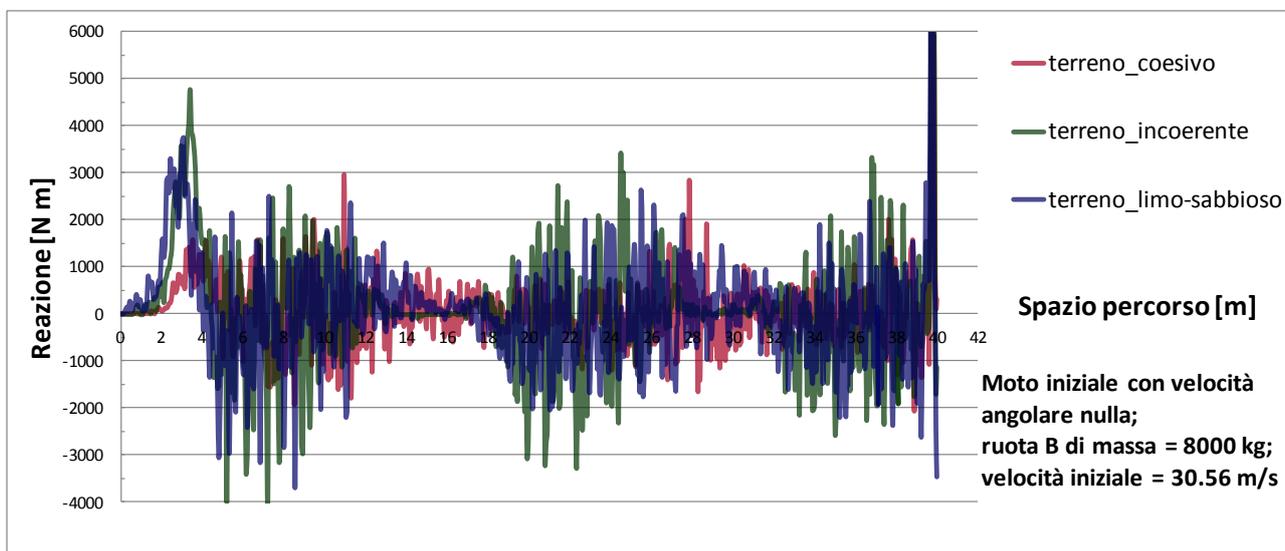


Figura 42 Confronto tra le reazioni torcenti per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56 \text{ m/s}$ )



Figura 43 Andamenti delle velocità angolari per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s) e velocità angolari di puro rotolamento



Figura 44 Andamenti delle velocità angolari per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 30.56$  m/s) e velocità angolari di puro rotolamento

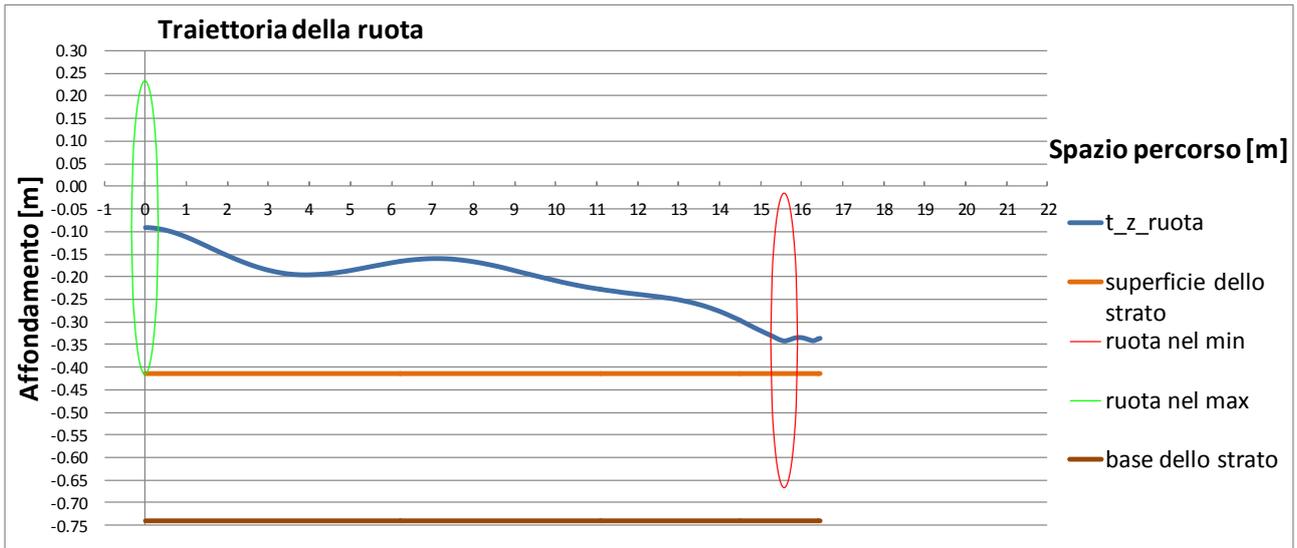


Figura 45 Terreno coesivo: ruota A in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

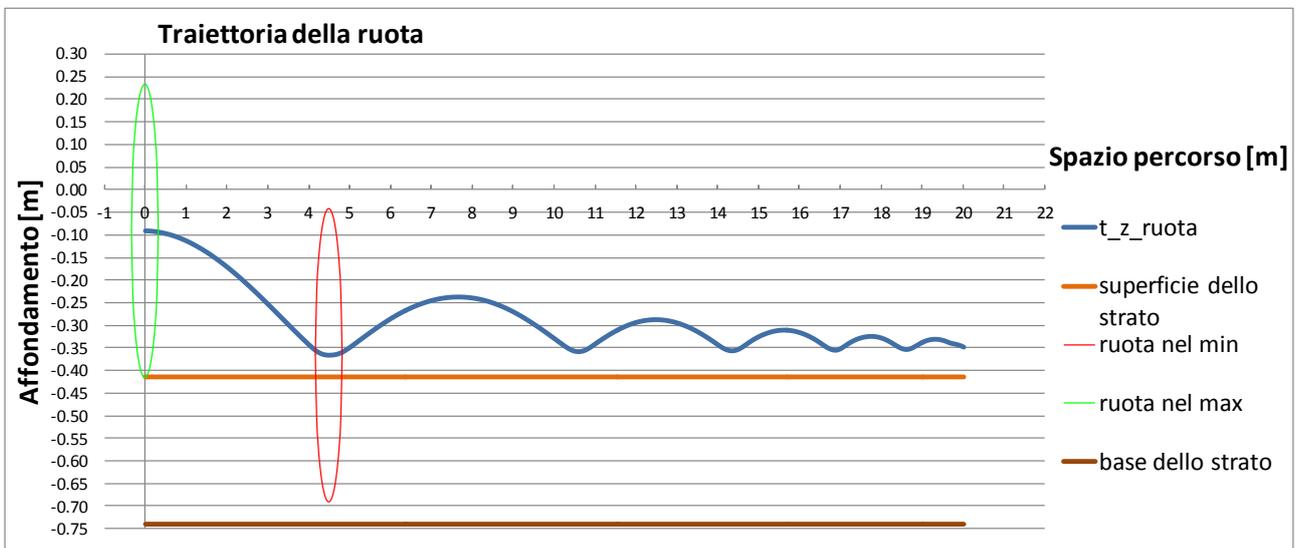


Figura 46 Terreno coesivo: ruota B in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

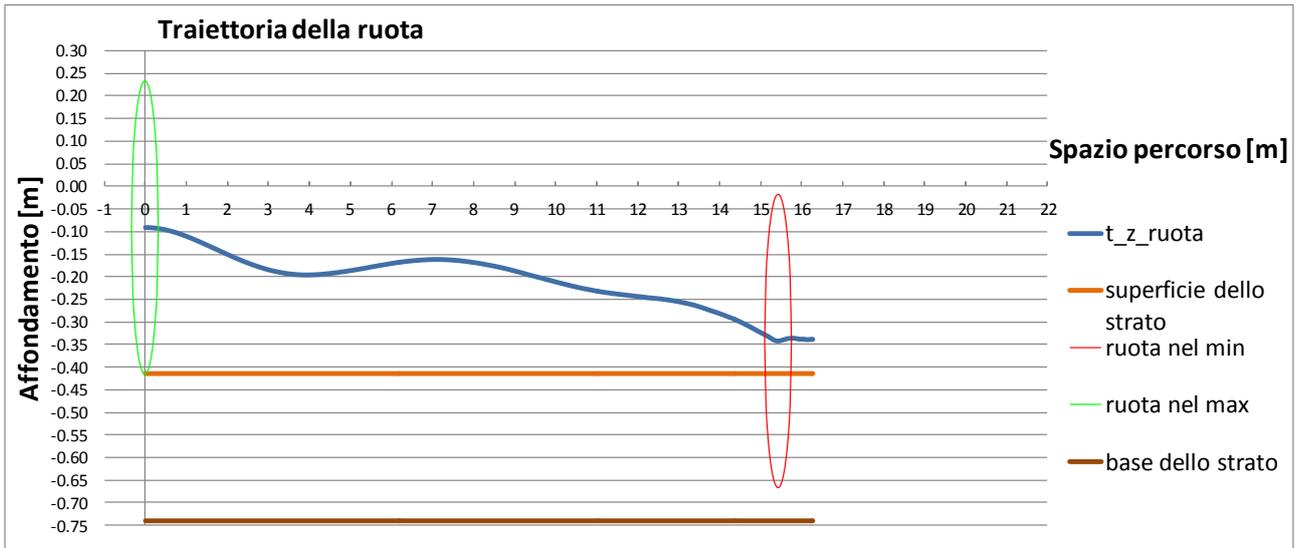


Figura 47 Terreno coesivo: ruota A in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

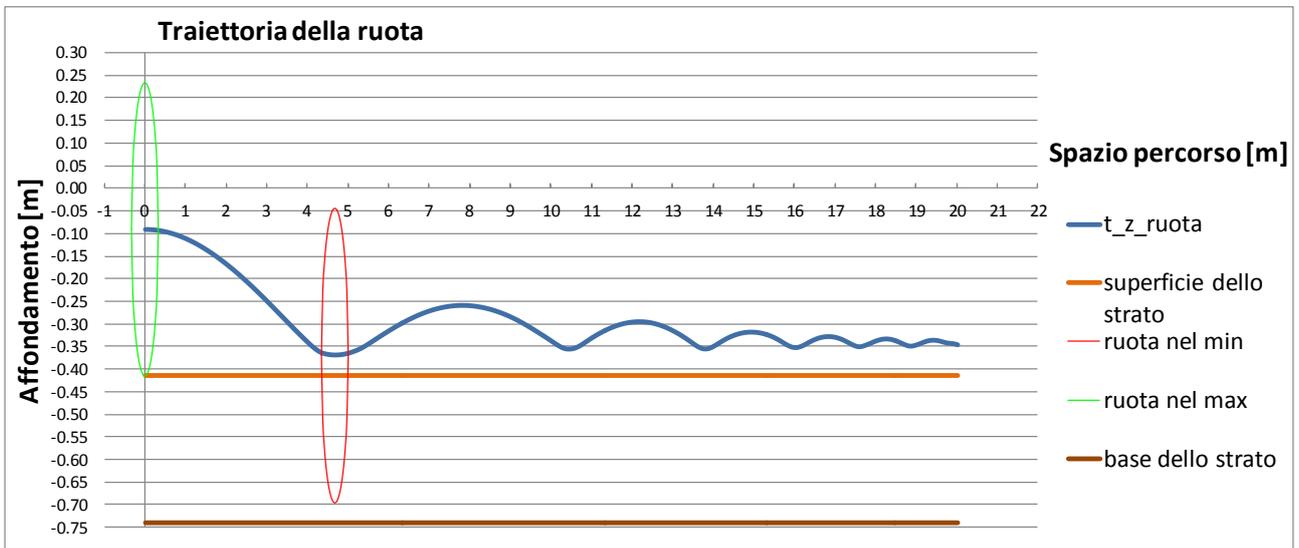


Figura 48 Terreno coesivo: ruota B in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

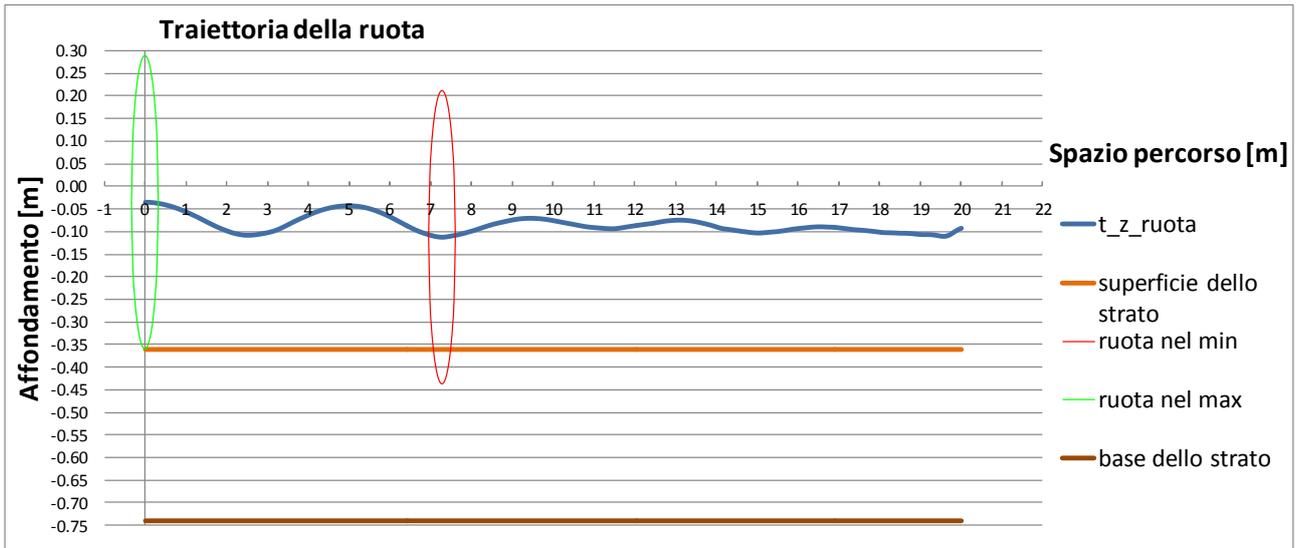


Figura 49 Terreno incoerente: ruota A in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28$  m/s)

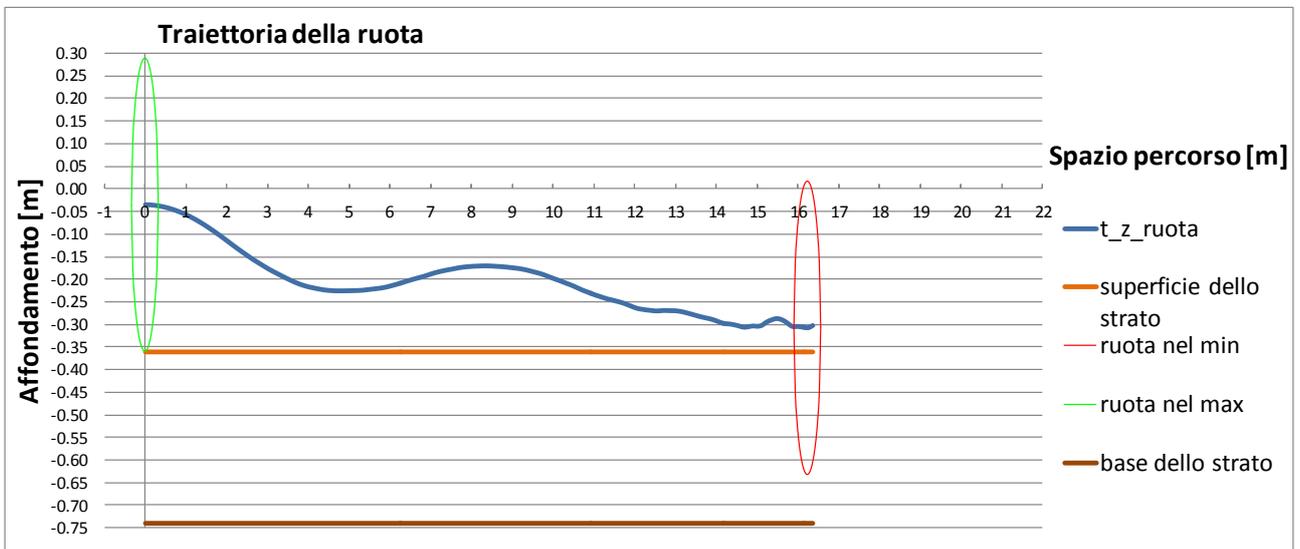


Figura 50 Terreno incoerente: ruota B in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28$  m/s)

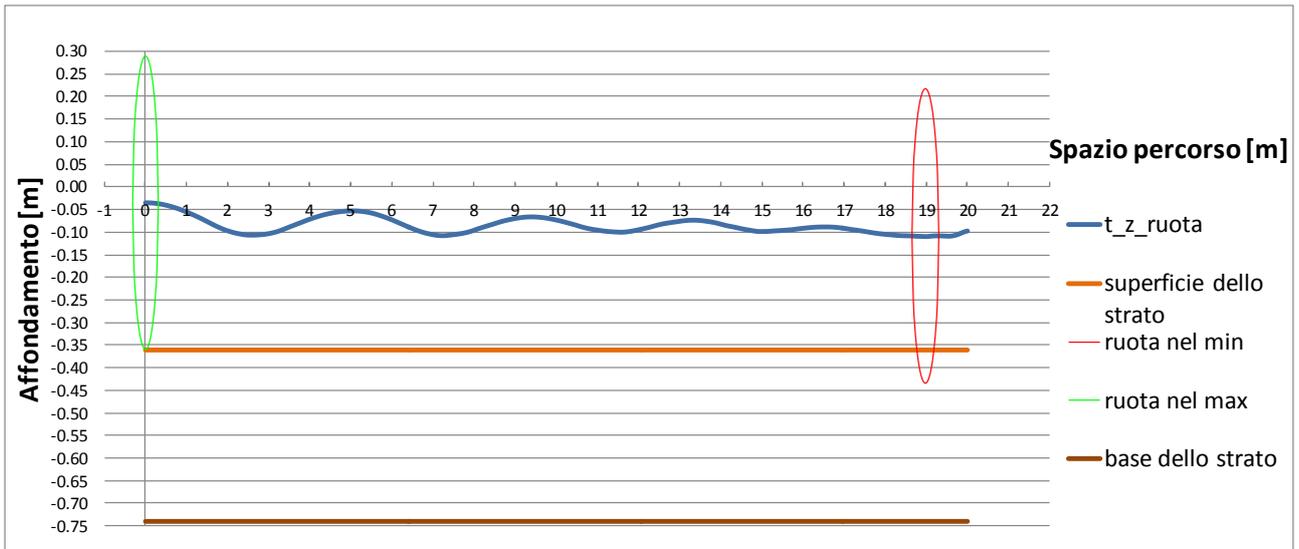


Figura 51 Terreno incoerente: ruota A in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28$  m/s)

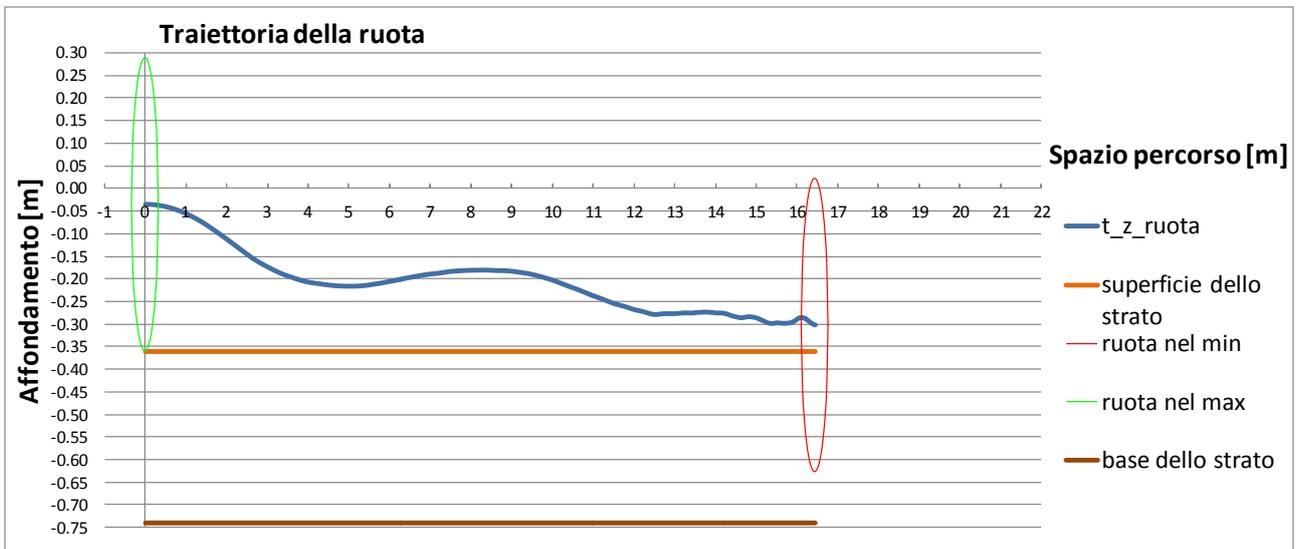


Figura 52 Terreno incoerente: ruota B in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28$  m/s)

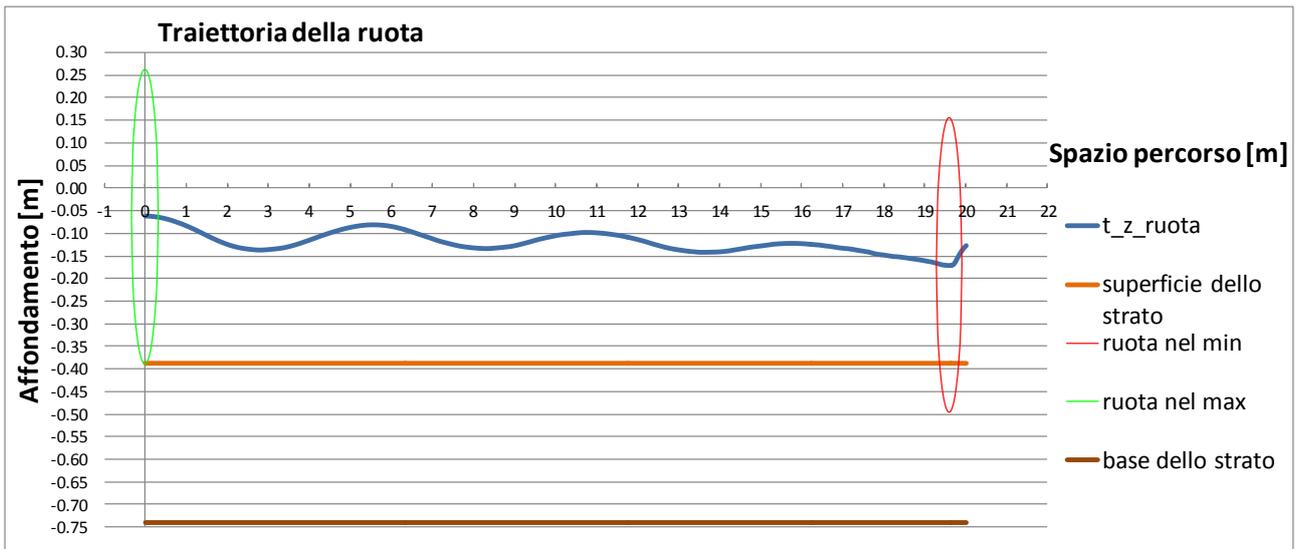


Figura 53 Terreno limo-sabbioso: ruota A in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

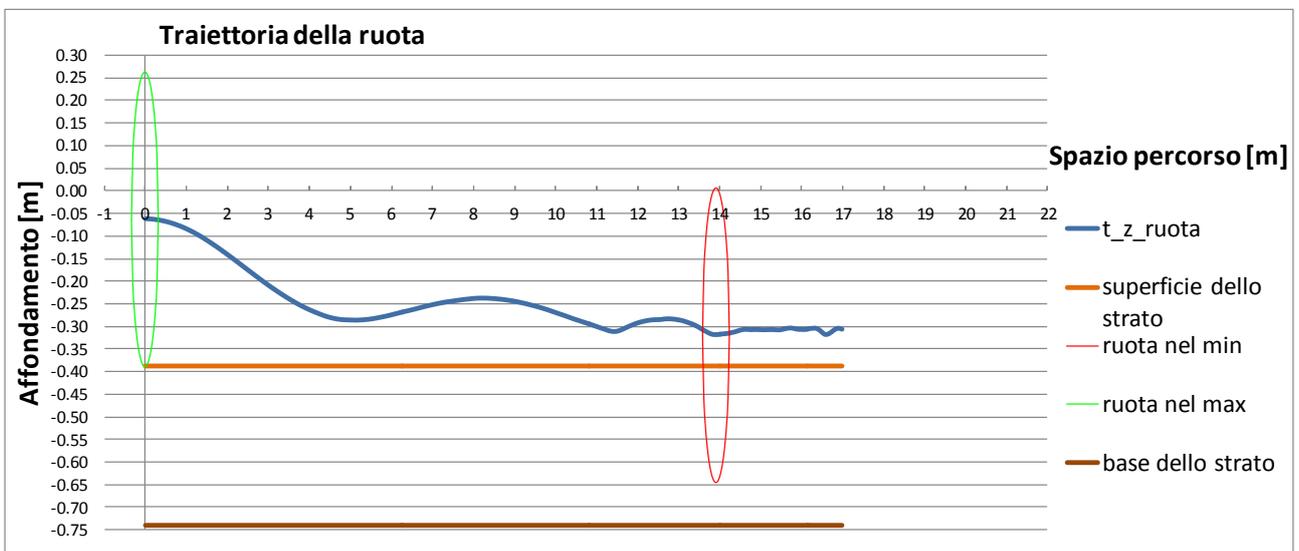


Figura 54 Terreno limo-sabbioso: ruota B in moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

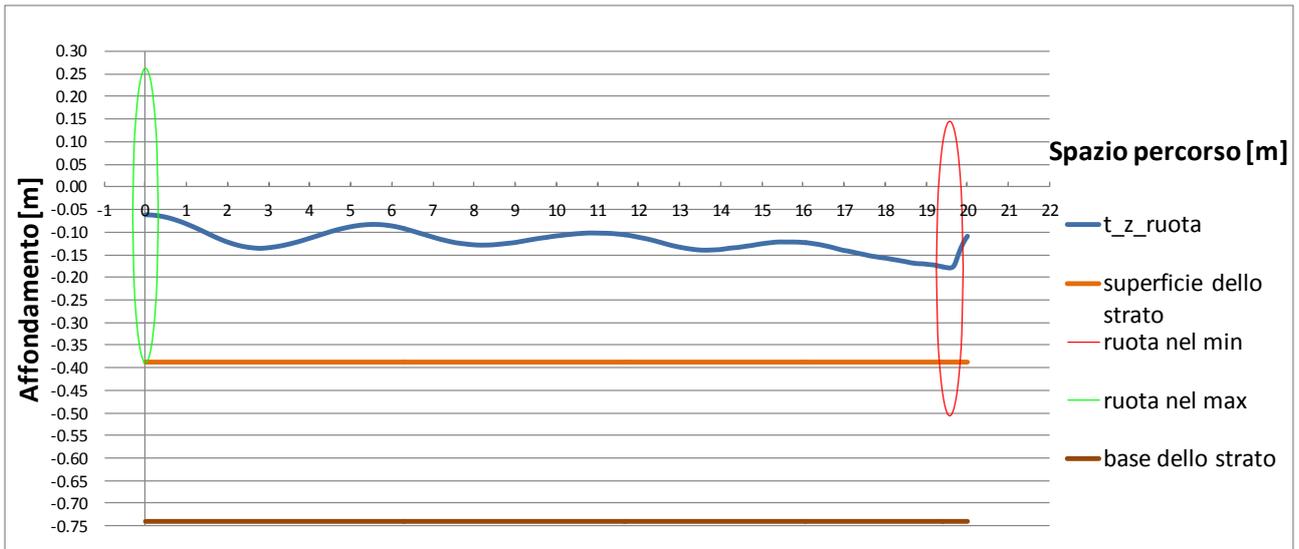


Figura 55 Terreno limo-sabbioso: ruota A in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28$  m/s)

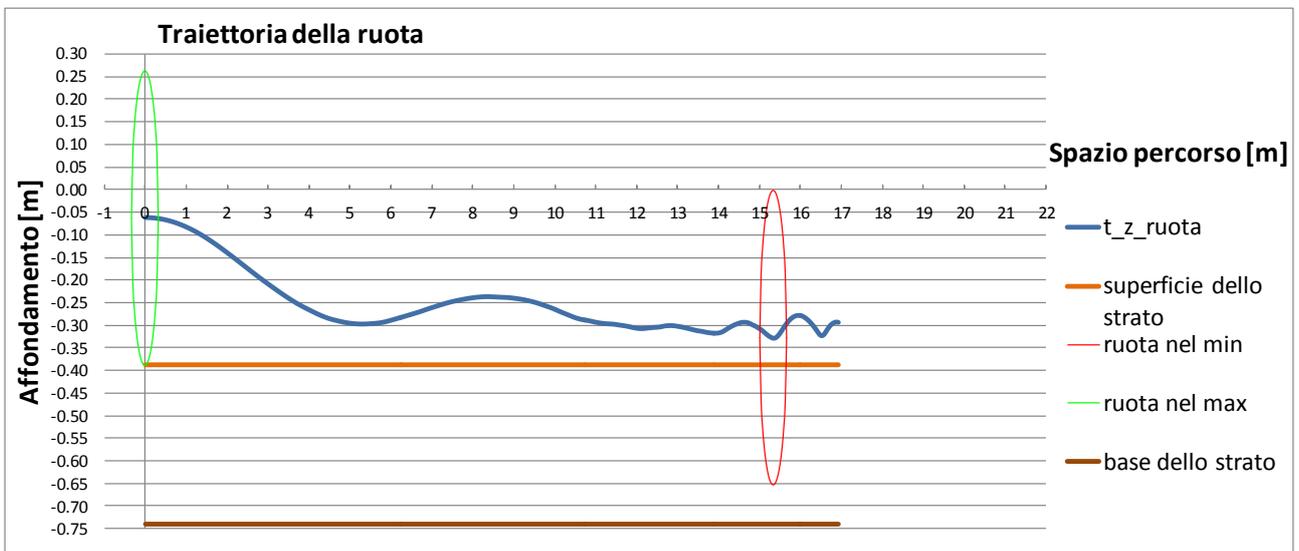


Figura 56 Terreno limo-sabbioso: ruota B in moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28$  m/s)

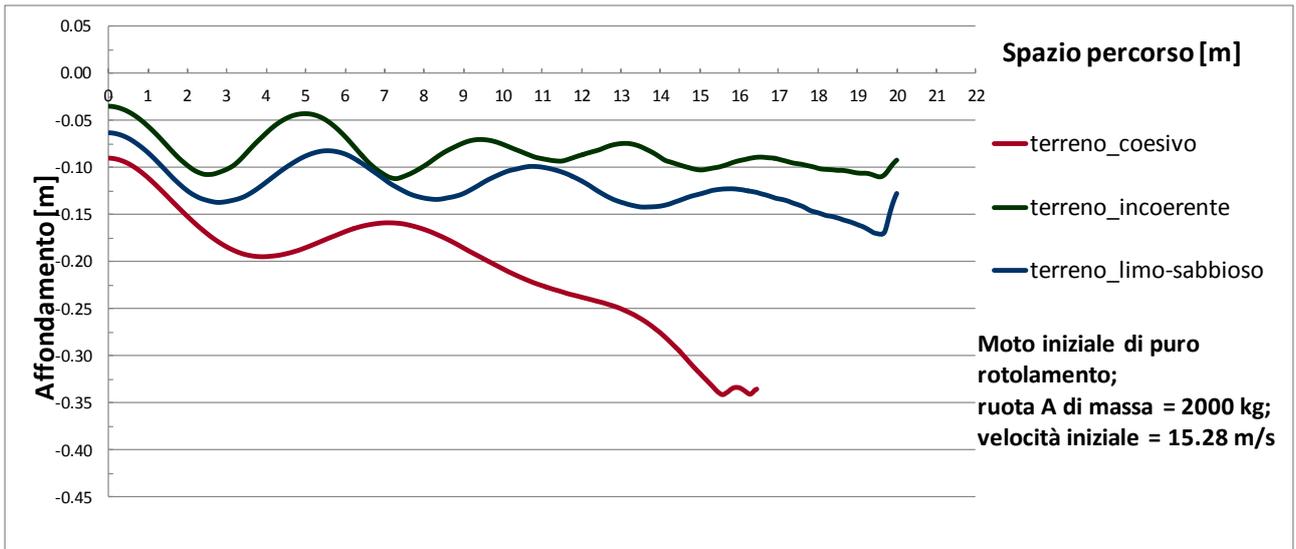


Figura 57 Traiettorie a confronto nel caso di moto iniziale di puro rotolamento per la ruota A ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

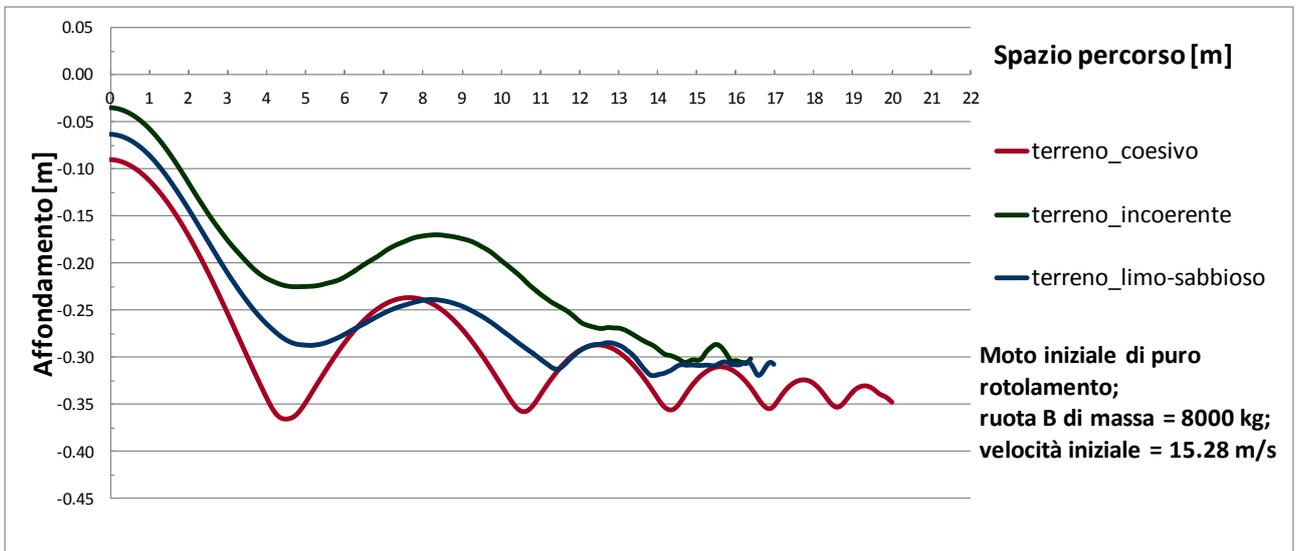


Figura 58 Traiettorie a confronto nel caso di moto iniziale di puro rotolamento per la ruota B ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

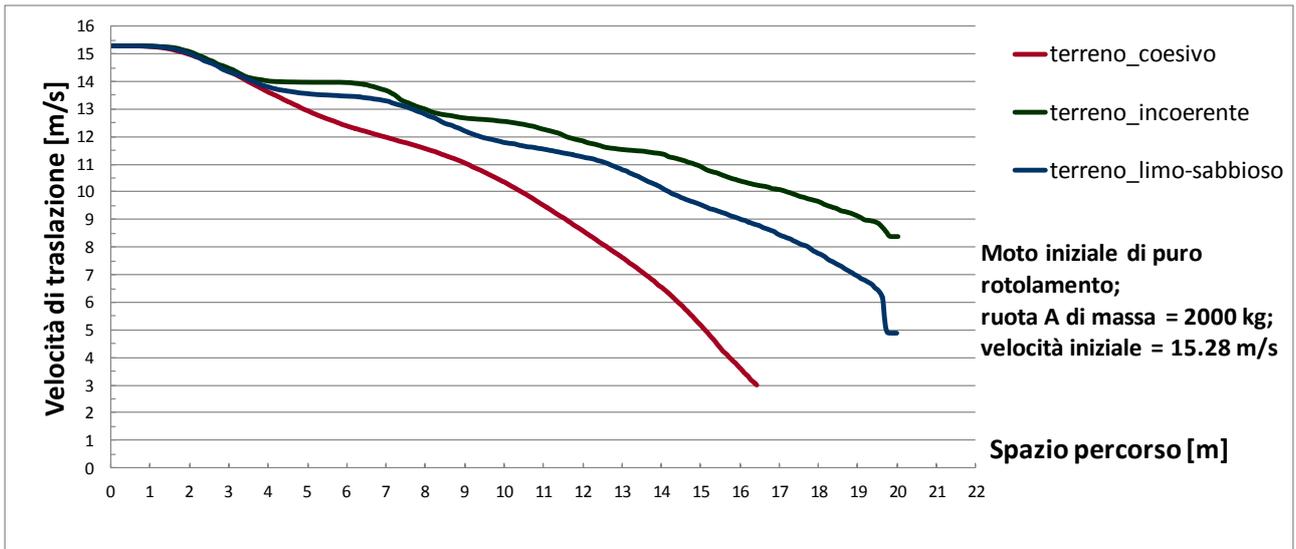


Figura 59 Andamenti della velocità traslazionale per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28$  m/s)

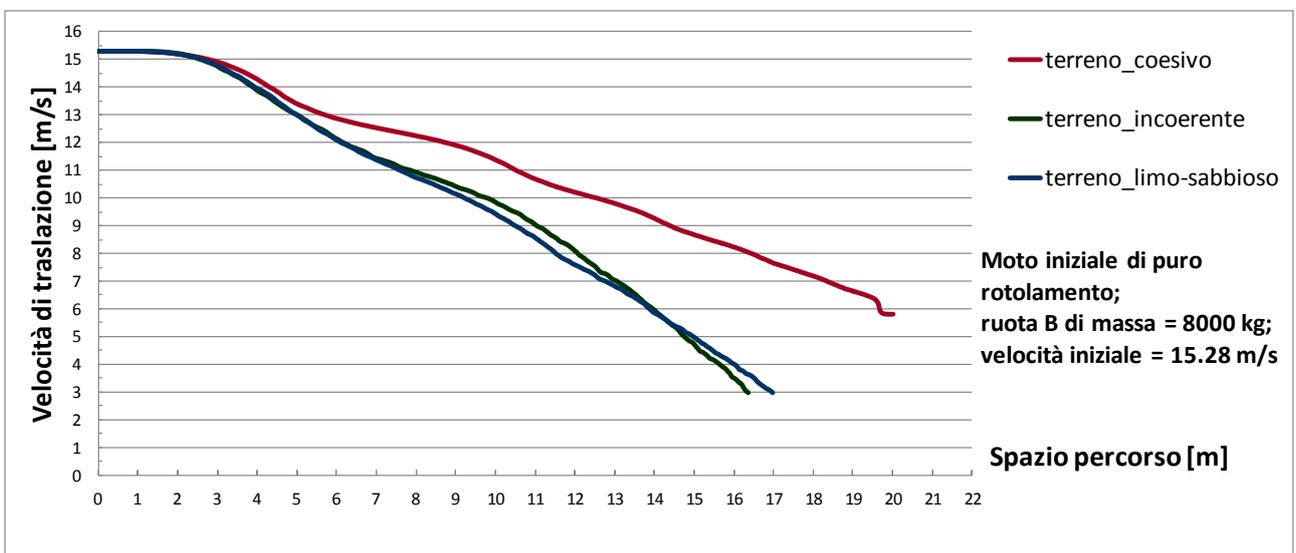


Figura 60 Andamenti della velocità traslazionale per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28$  m/s)

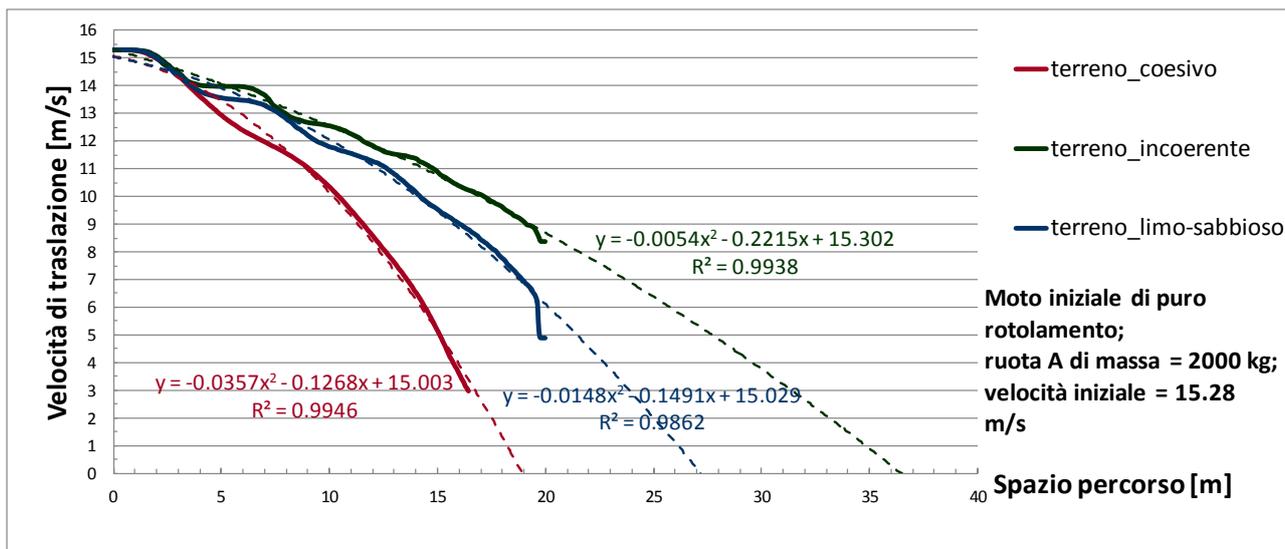


Figura 61 Previsione delle distanze di arresto della ruota A mediante l'interpolazione di secondo grado

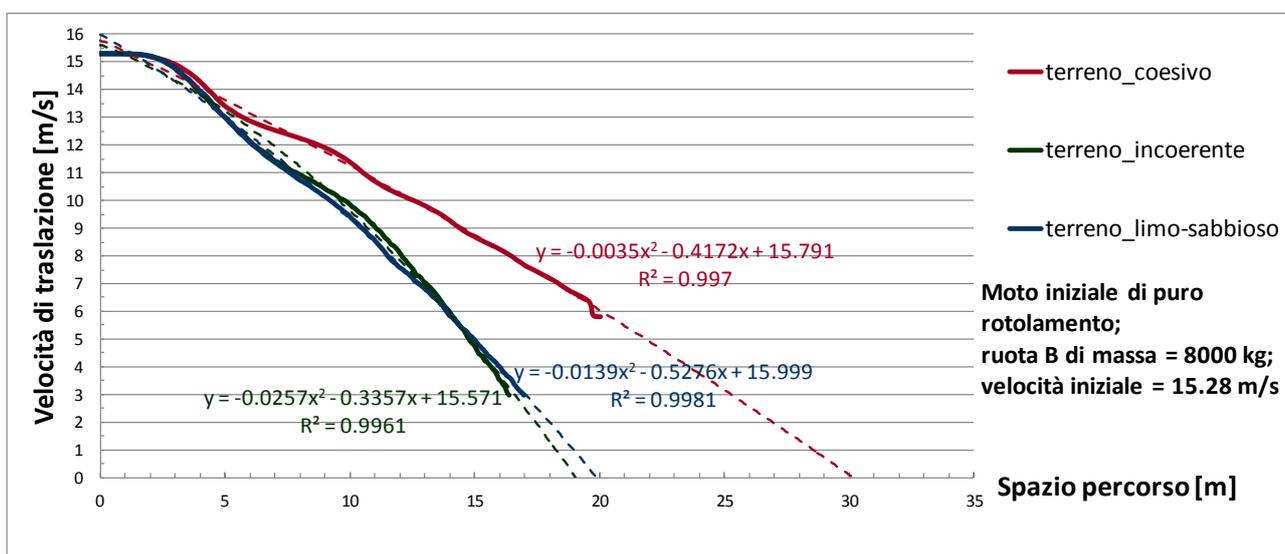


Figura 62 Previsione delle distanze di arresto della ruota B mediante l'interpolazione di secondo grado

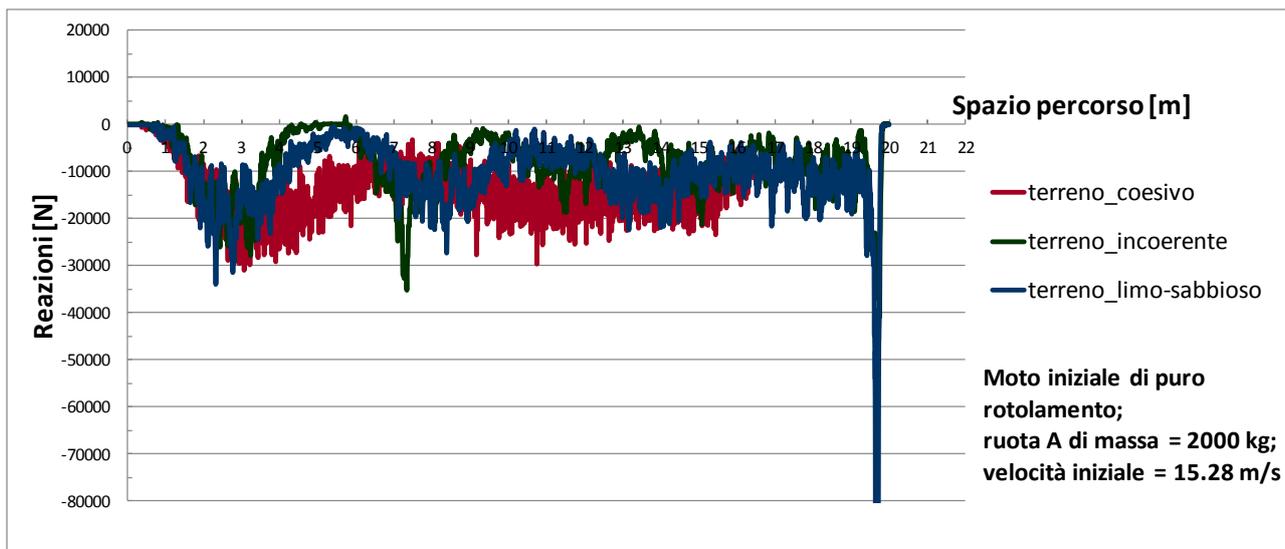


Figura 63 Confronto tra le reazioni lungo  $x$  per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28$  m/s)

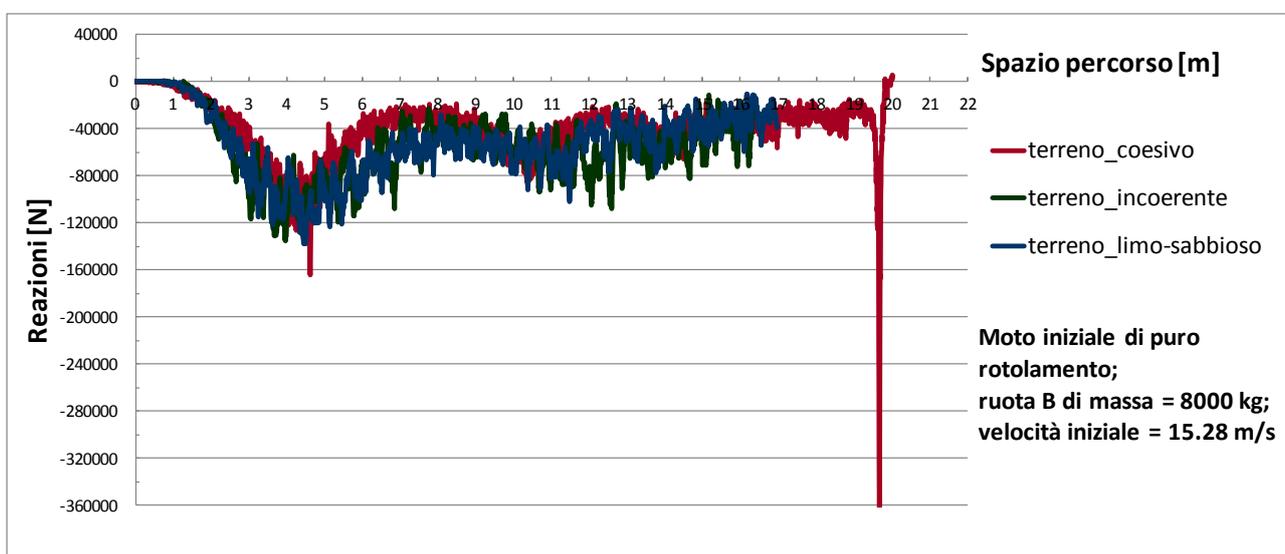


Figura 64 Confronto tra le reazioni lungo  $x$  per la ruota B nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28$  m/s)

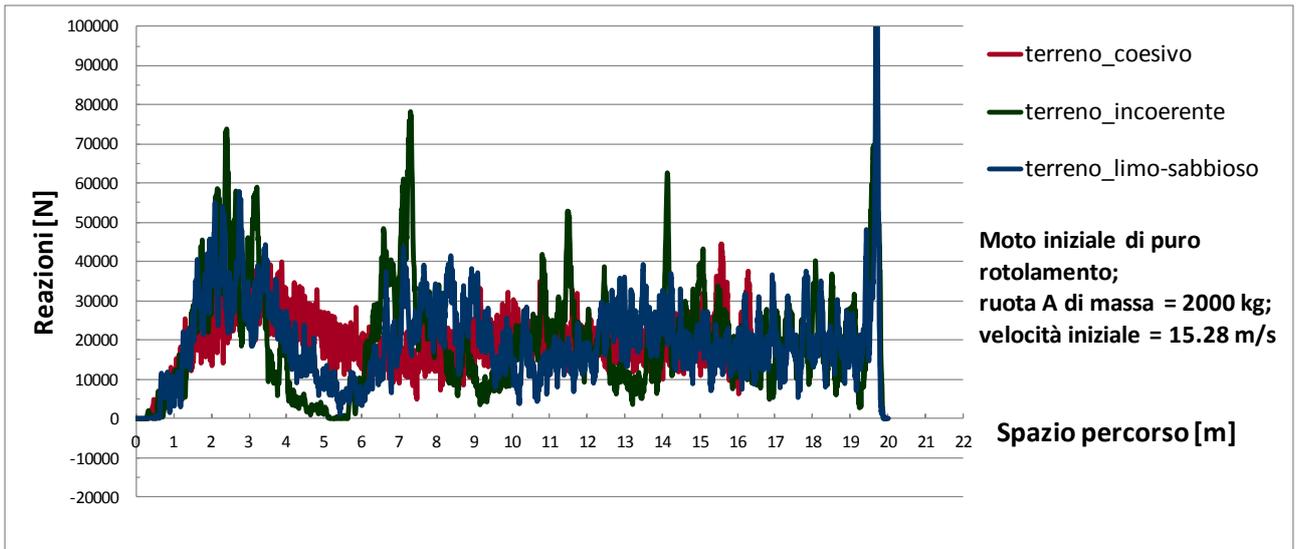


Figura 65 Confronto tra le reazioni lungo  $z$  per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

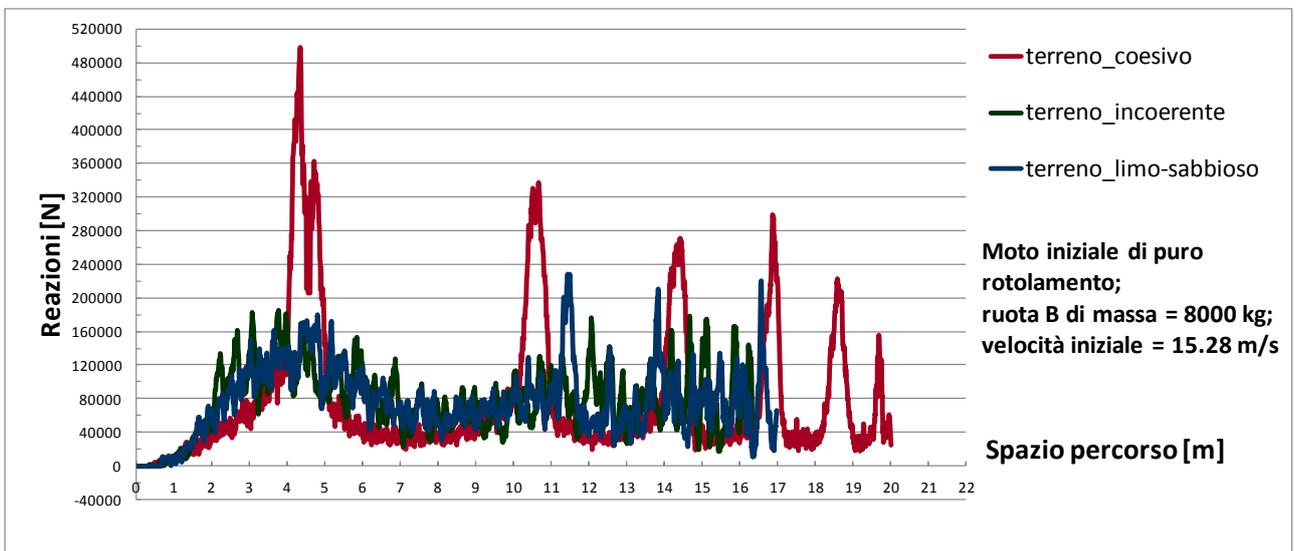


Figura 66 Confronto tra le reazioni lungo  $z$  per la ruota B nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

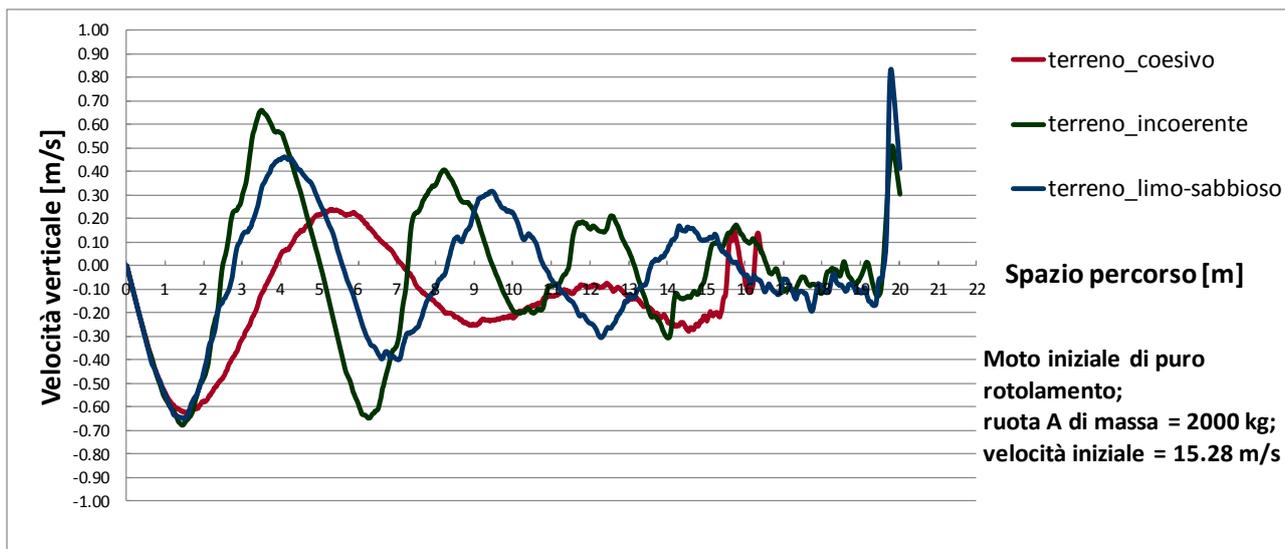


Figura 67 Andamenti delle velocità verticali per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28$  m/s)

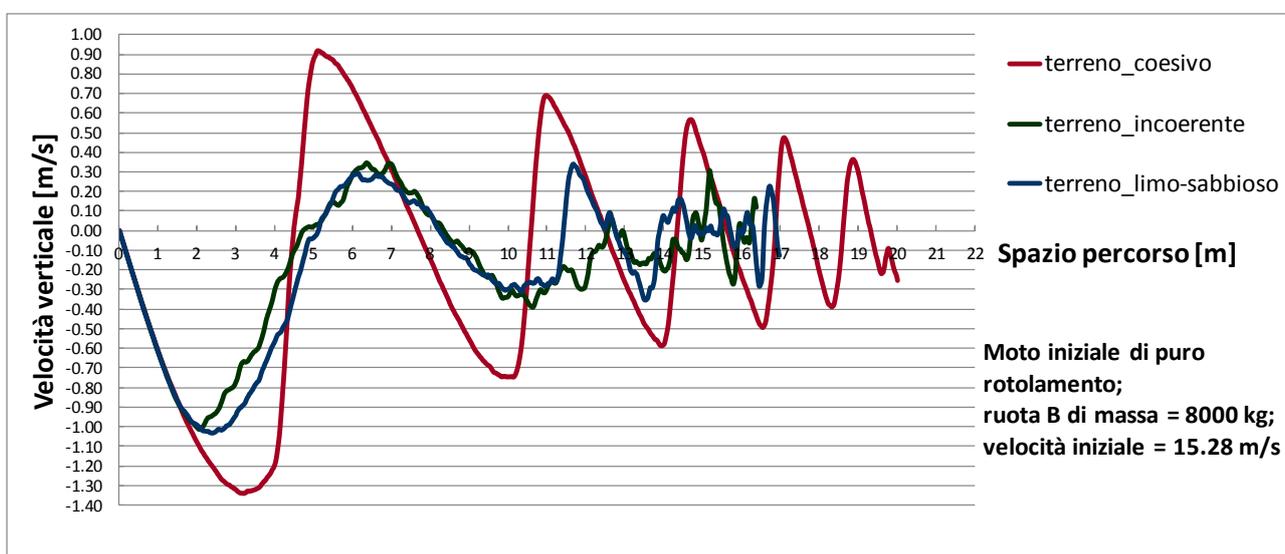


Figura 68 Andamenti delle velocità verticali per la ruota B nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28$  m/s)

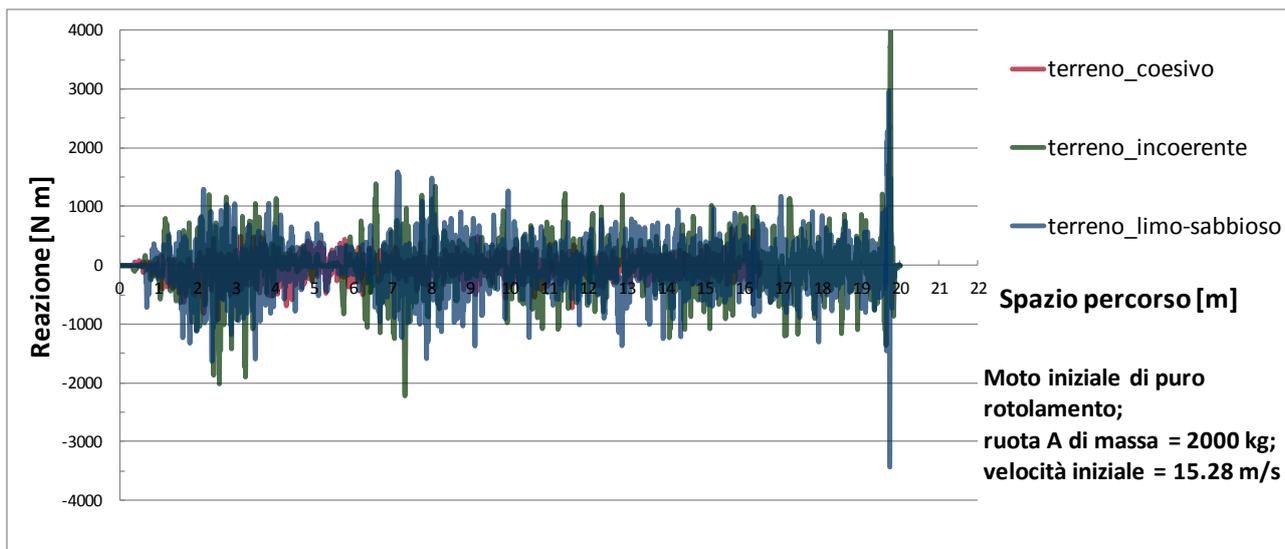


Figura 69 Confronto tra le reazioni torcenti per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28$  m/s)

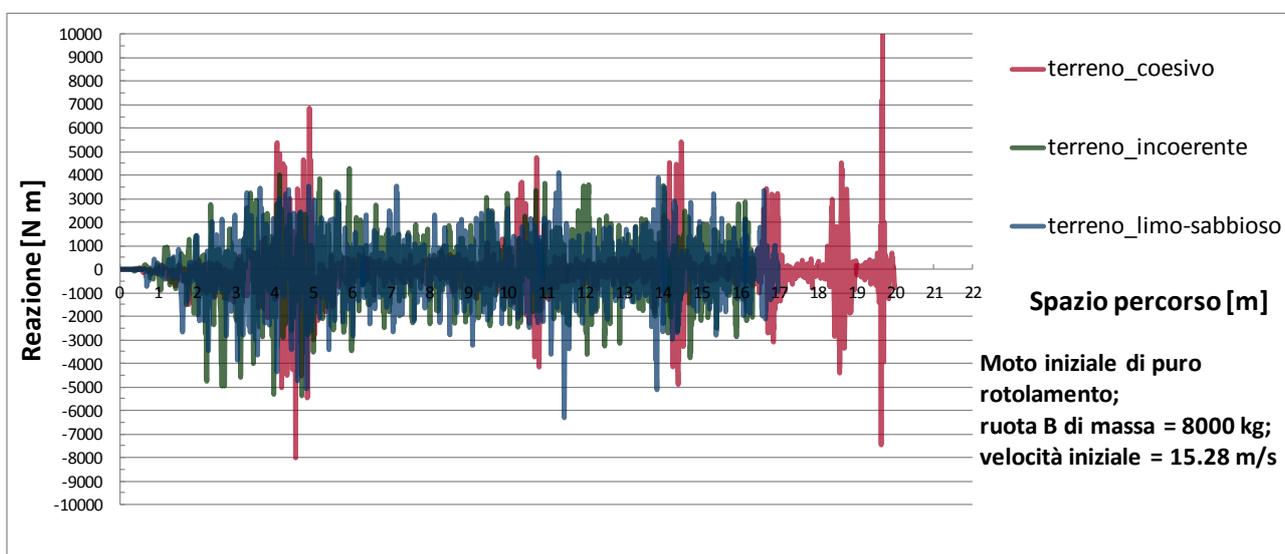


Figura 70 Confronto tra le reazioni torcenti per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.28$  m/s)

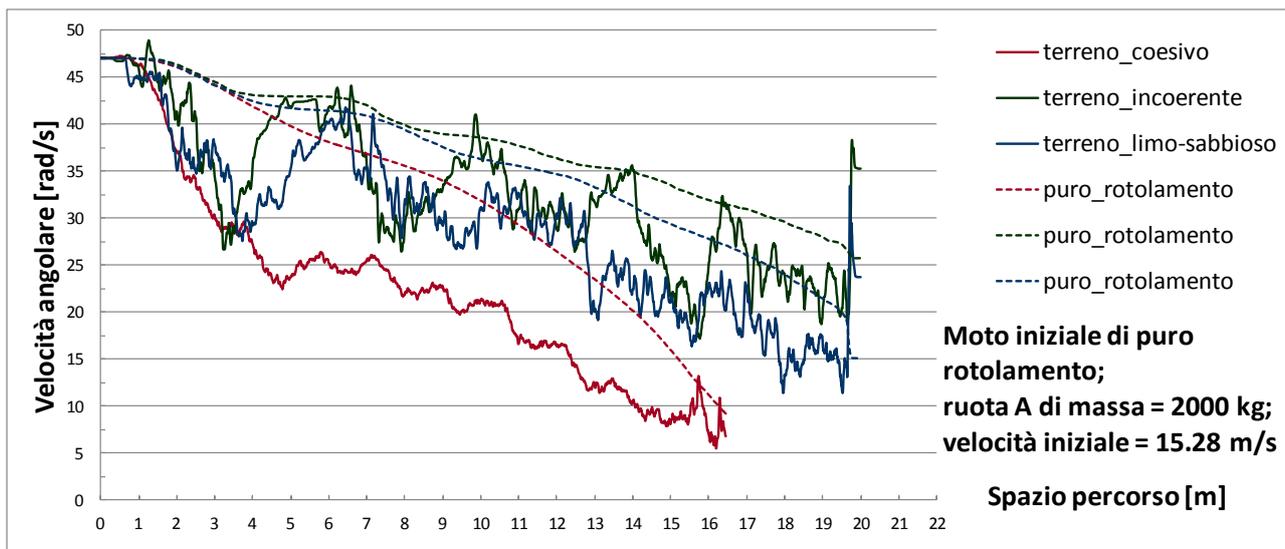


Figura 71 Andamenti delle velocità angolari per la ruota A nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.56 \text{ m/s}$ ) e velocità angolari di puro rotolamento

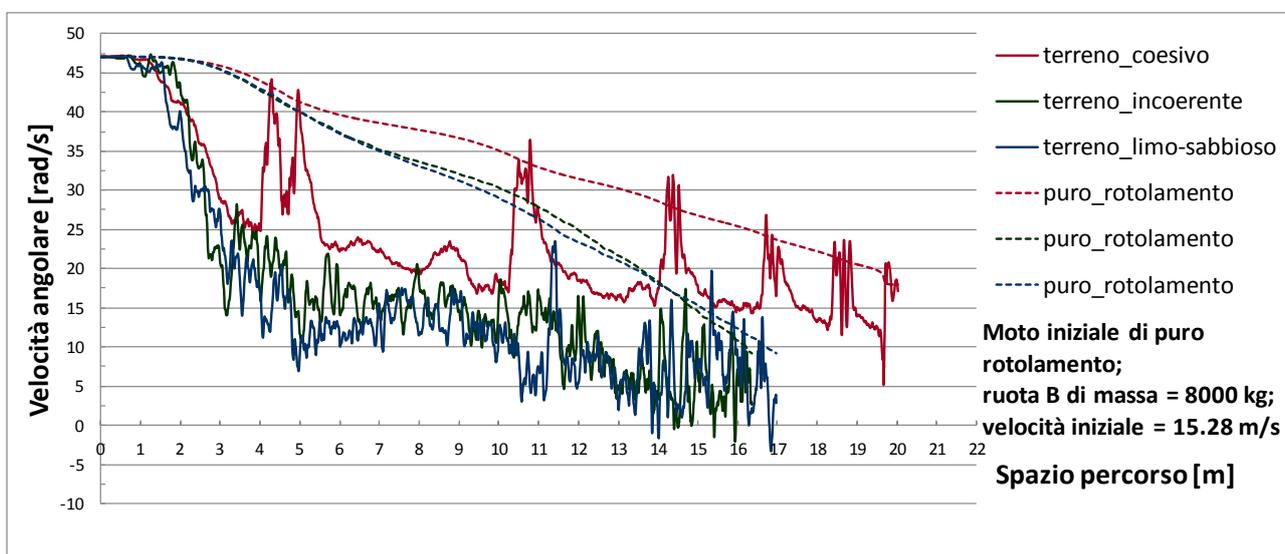


Figura 72 Andamenti delle velocità angolari per la ruota B nel caso di moto iniziale di puro rotolamento ( $v_x = 15.56 \text{ m/s}$ ) e velocità angolari di puro rotolamento

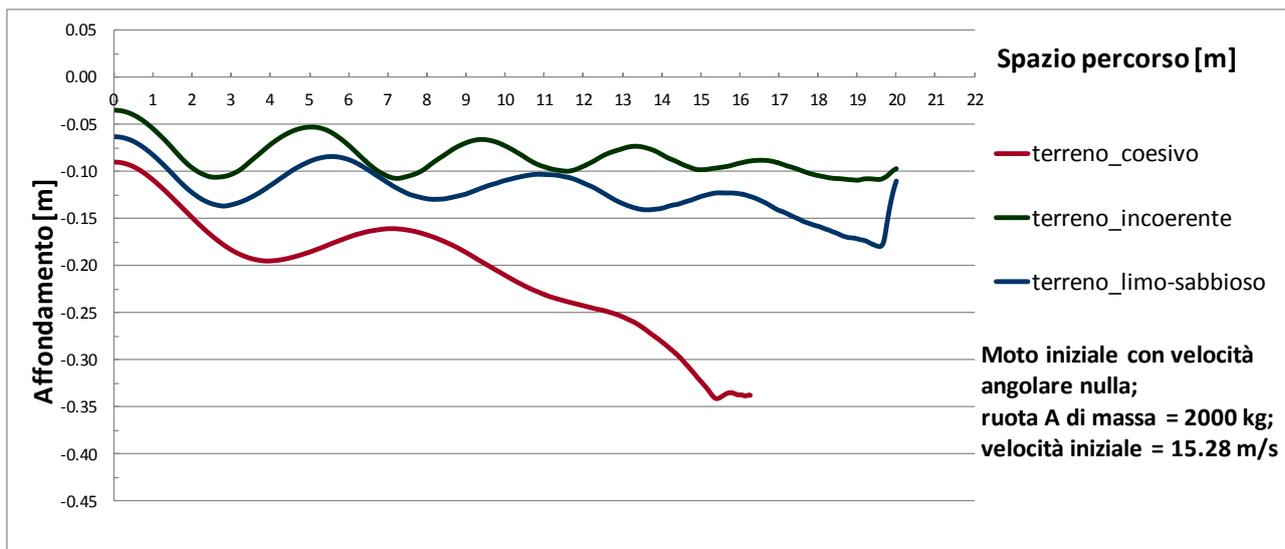


Figura 73 Traiettorie a confronto nel caso di moto iniziale di pattinamento puro per la ruota A ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

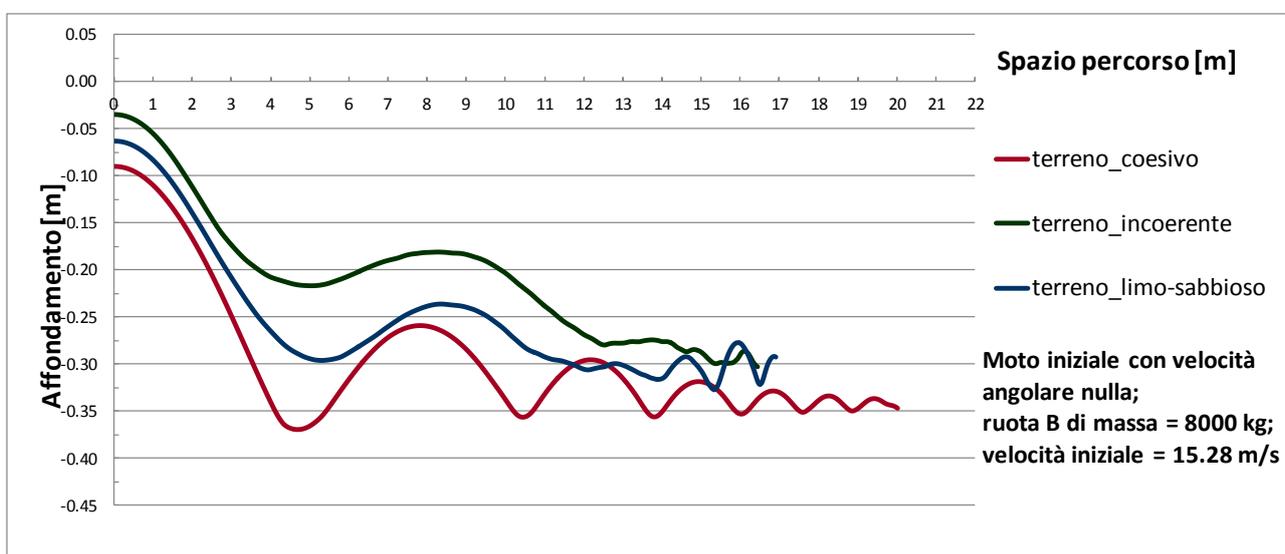


Figura 74 Traiettorie a confronto nel caso di moto iniziale di pattinamento puro per la ruota B ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

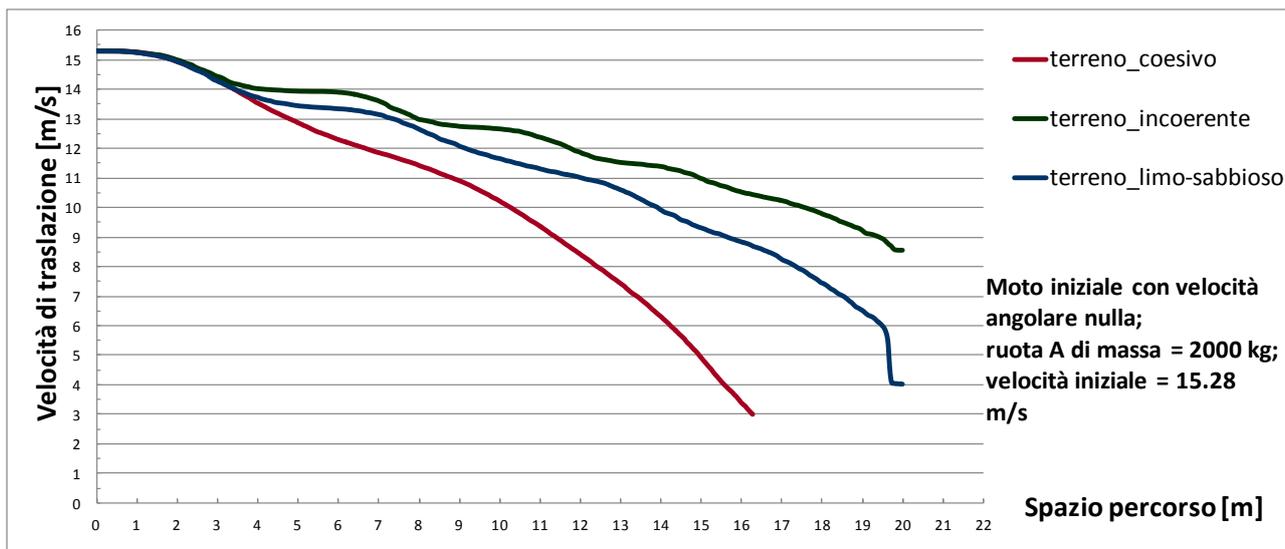


Figura 75 Andamenti della velocità traslazionale per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28$  m/s)

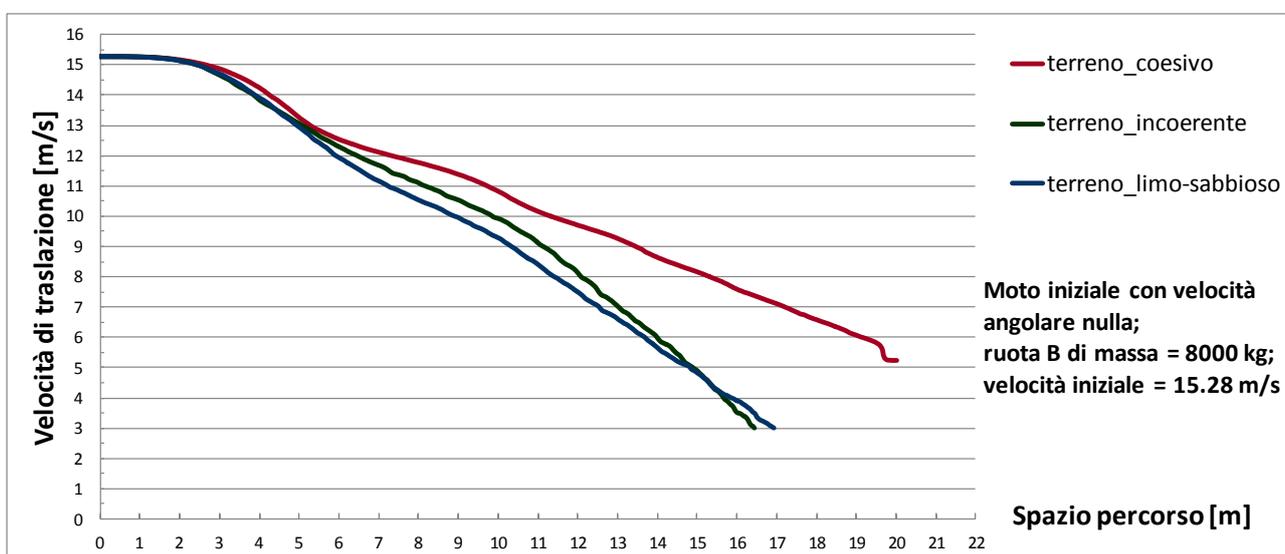


Figura 76 Andamenti della velocità traslazionale per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28$  m/s)

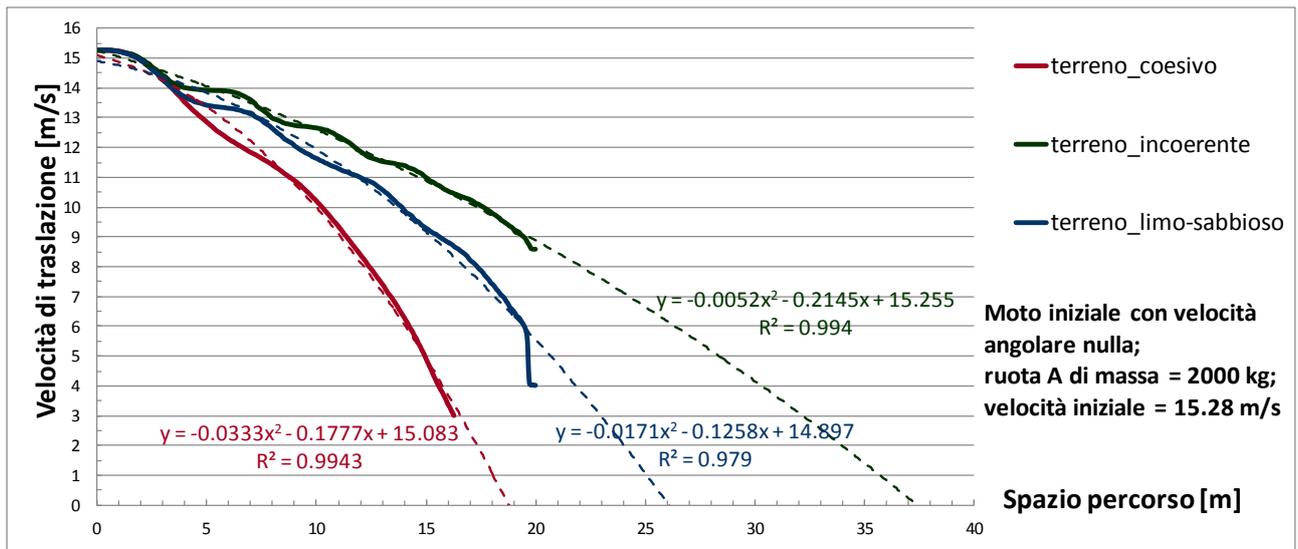


Figura 77 Previsione delle distanze di arresto della ruota A mediante l'interpolazione di secondo grado

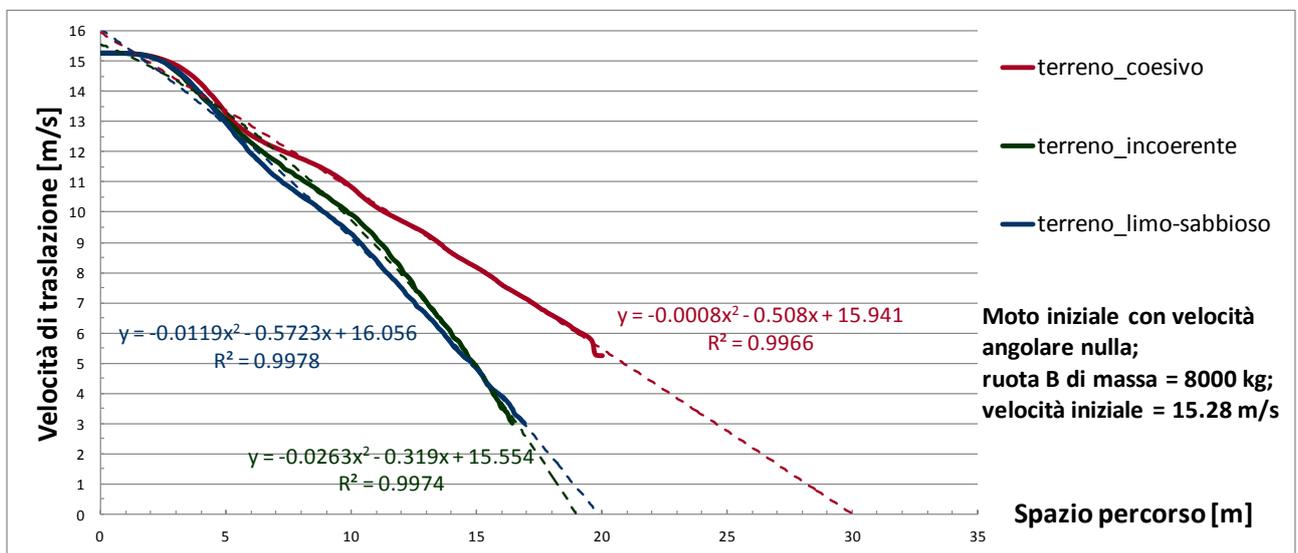


Figura 78 Previsione delle distanze di arresto della ruota B mediante l'interpolazione di secondo grado

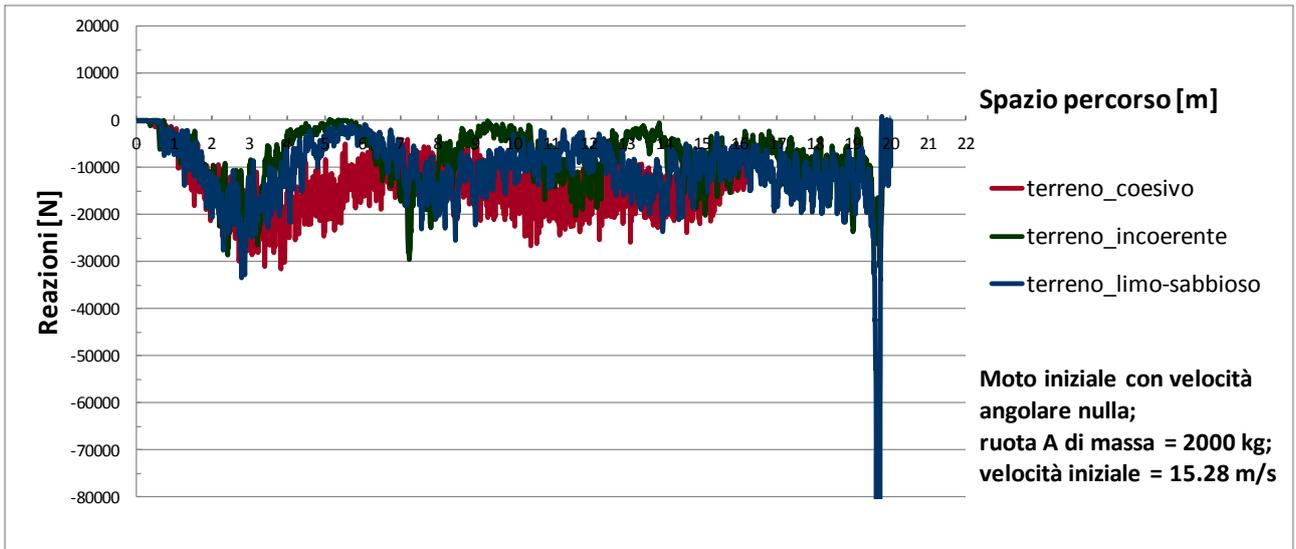


Figura 79 Confronto tra le reazioni lungo x per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

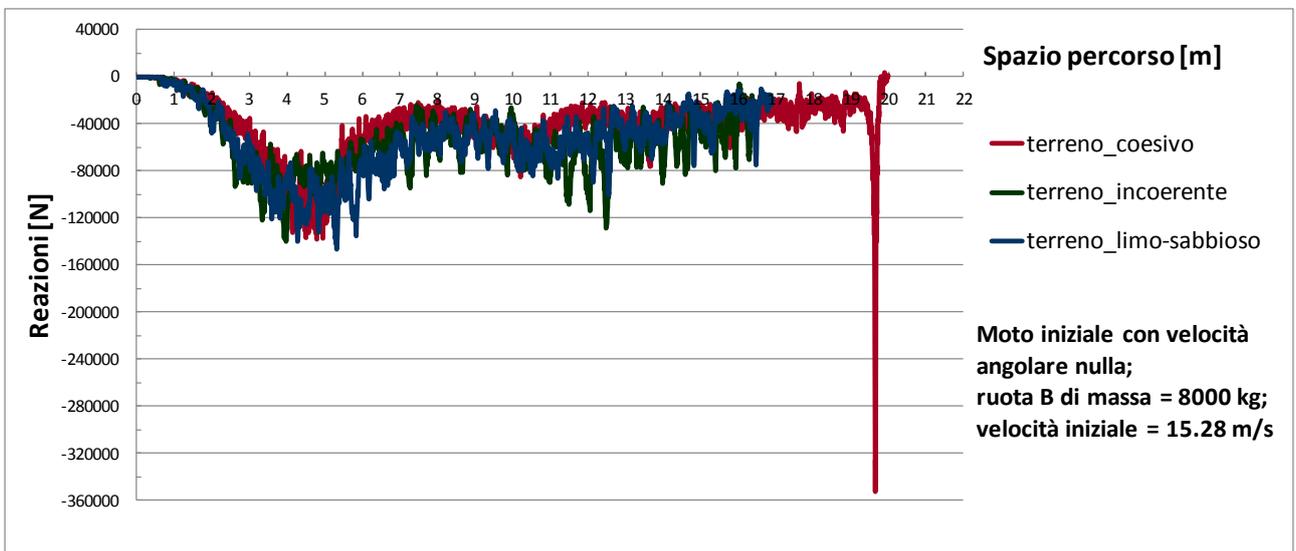


Figura 80 Confronto tra le reazioni lungo x per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

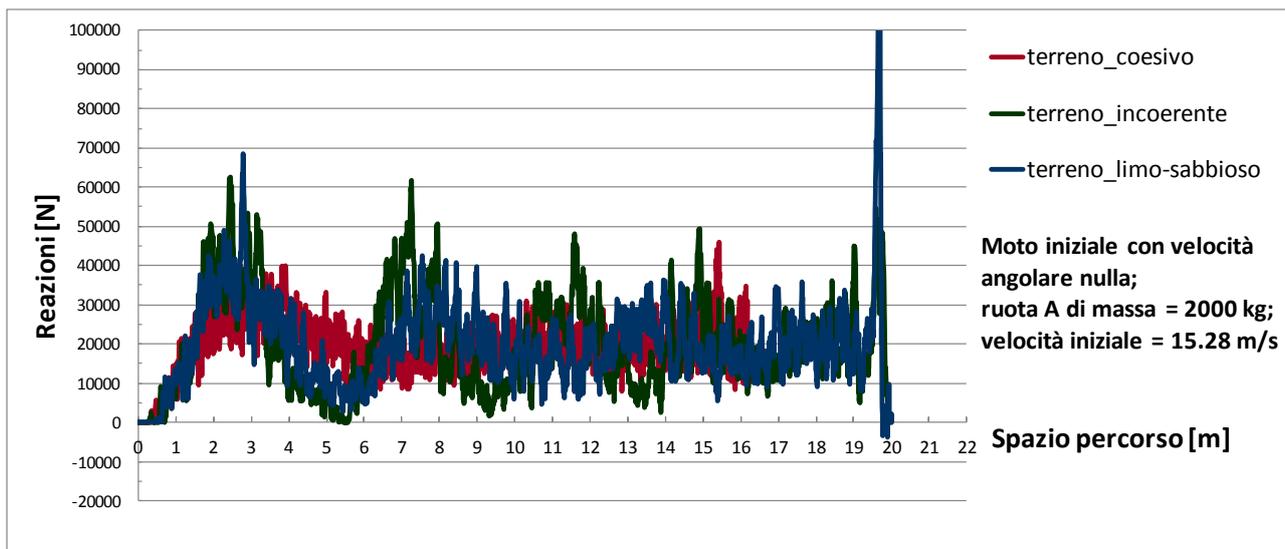


Figura 81 Confronto tra le reazioni lungo  $z$  per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28$  m/s)

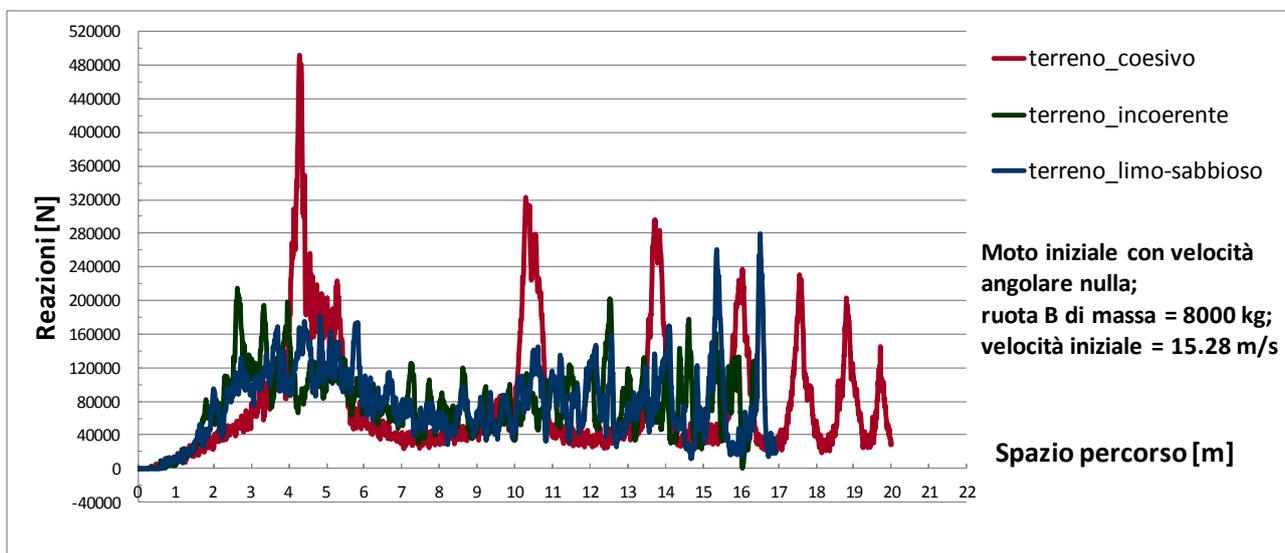


Figura 82 Confronto tra le reazioni lungo  $z$  per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28$  m/s)

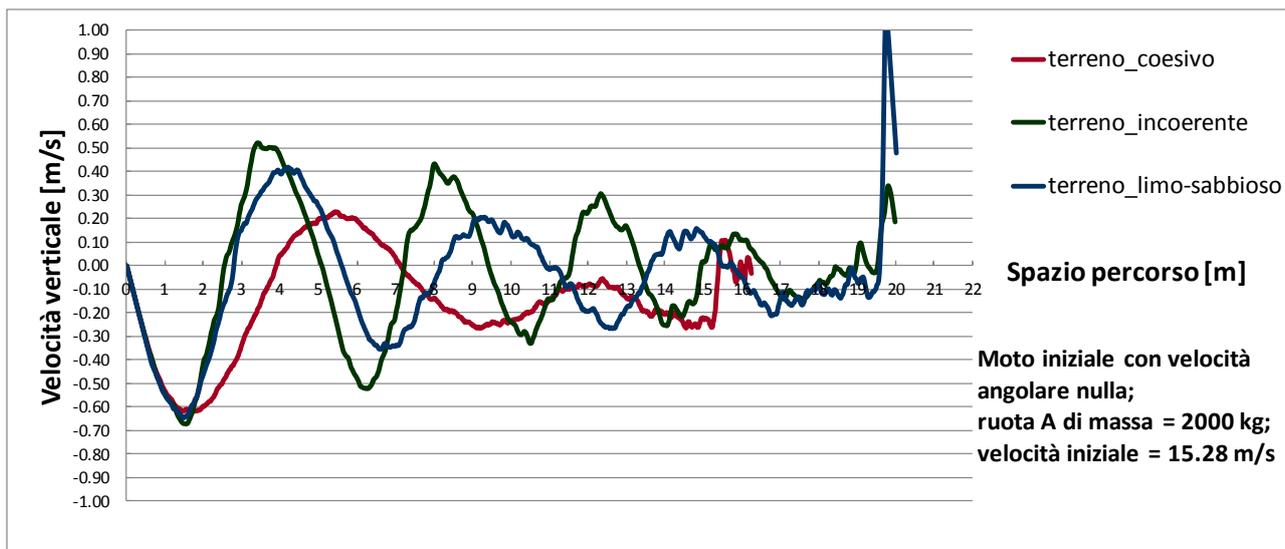


Figura 83 Andamenti delle velocità verticali per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28$  m/s)

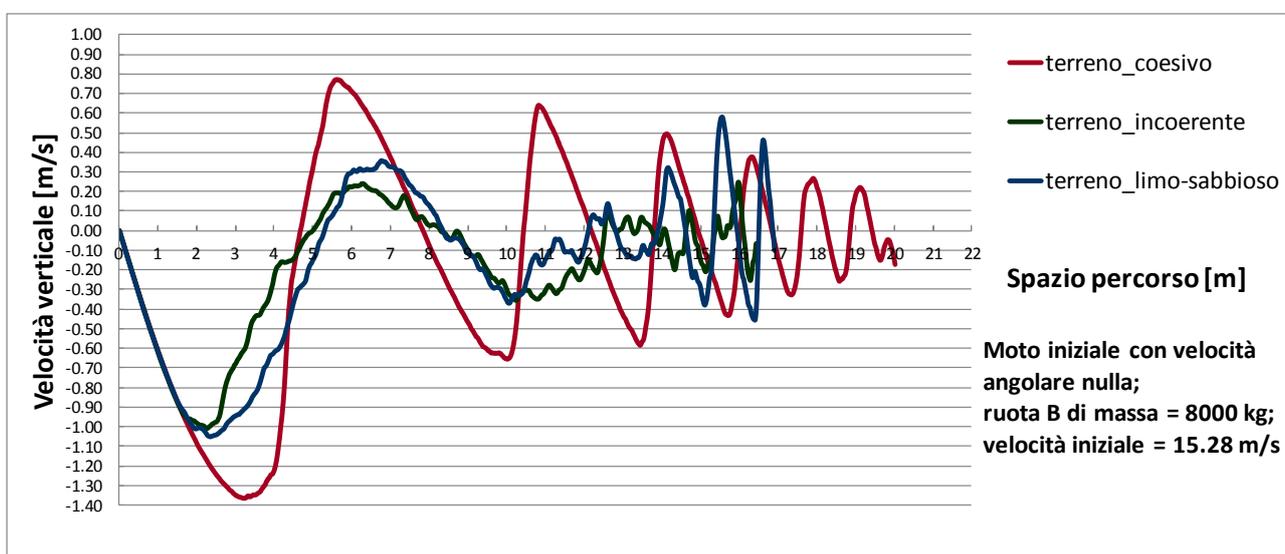


Figura 84 Andamenti delle velocità verticali per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28$  m/s)

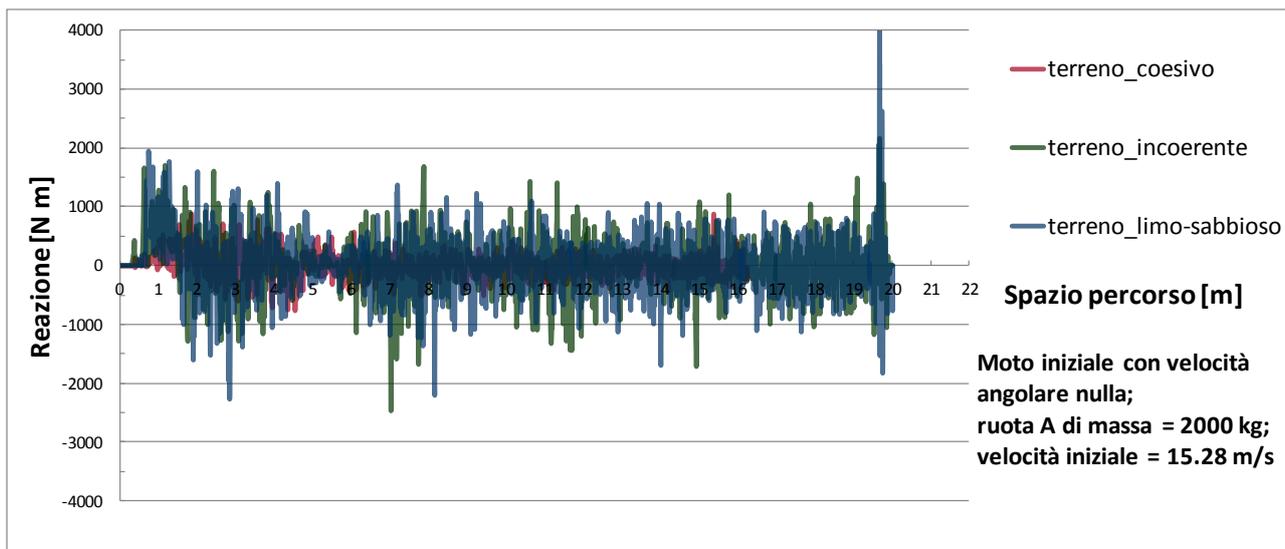


Figura 85 Confronto tra le reazioni torcenti per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

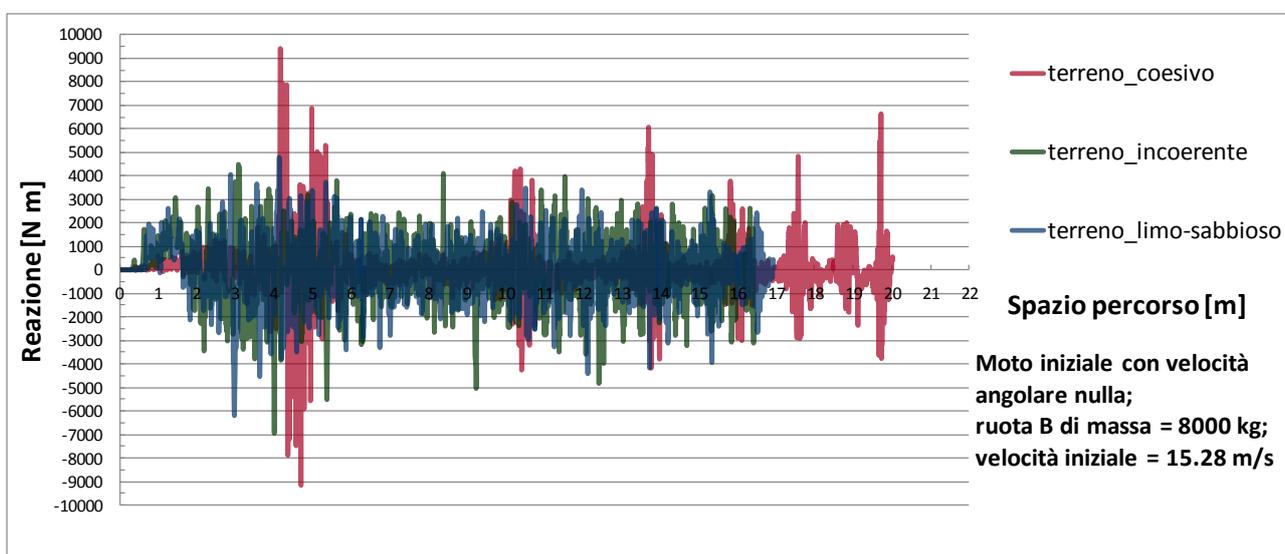


Figura 86 Confronto tra le reazioni torcenti per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.28 \text{ m/s}$ )

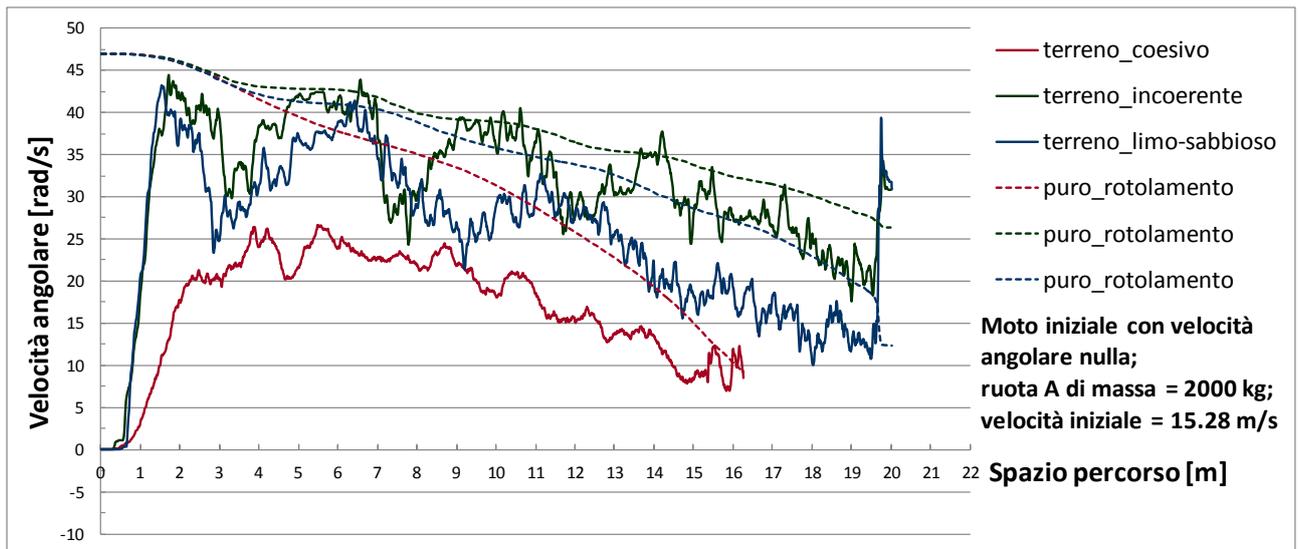


Figura 87 Andamenti delle velocità angolari per la ruota A nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.56$  m/s) e velocità angolari di puro rotolamento

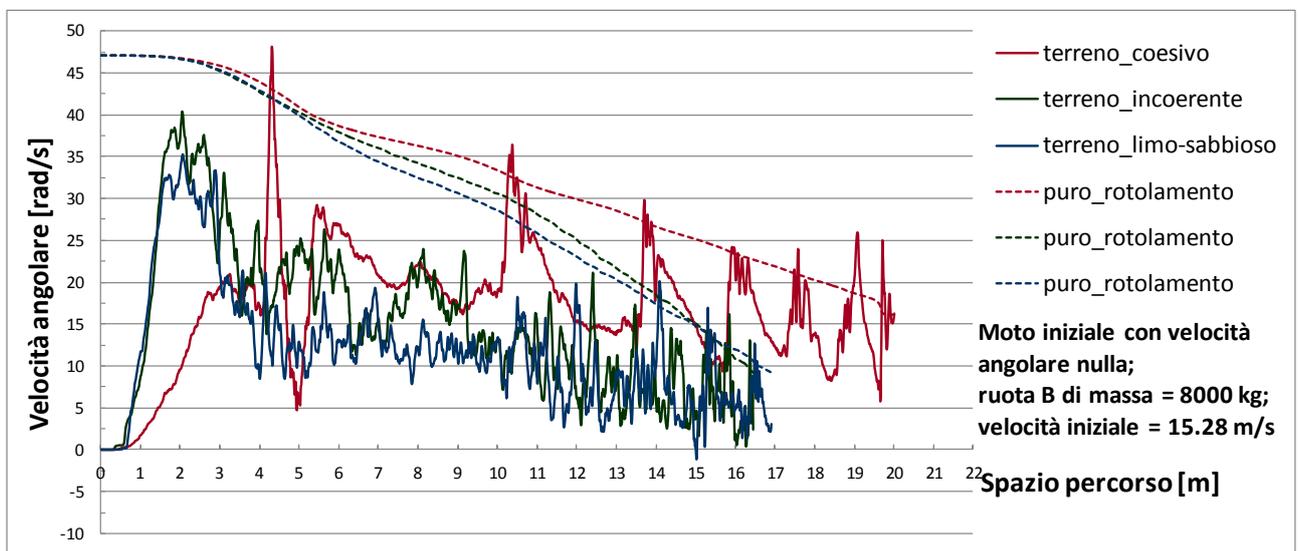


Figura 88 Andamenti delle velocità angolari per la ruota B nel caso di moto iniziale di pattinamento puro ( $v_x = 15.56$  m/s) e velocità angolari di puro rotolamento



## BIBLIOGRAFIA

- [1] ACRP Airport Cooperative Research Program (2009) **Developing Improved Civil Aircraft Arresting Systems**, *Report 29*.
- [2] Bowden, F.P., Tabor, D. (1945) **Friction and lubrication**, *Chem. Soc. Ann. Rep.*, 42, 20.
- [3] Brauer J. (1988) **Finite element analysis**, *Marcel Dekker, New York*.
- [4] Casaenergetica, Professionisti ed Artigiani ecoesperti  
[http://www.casaenergetica.it/info/tecnologia/materiali/calcestruzzo\\_cellulare.html](http://www.casaenergetica.it/info/tecnologia/materiali/calcestruzzo_cellulare.html) Access Date: May 2014.
- [5] Calvetti F. (2003) **Limitations and perspectives of the micromechanical modelling of granular materials**, *Mathematical and Computer Modelling*.
- [6] Cesari F. (2002) **Introduzione al Metodo degli Elementi Finiti**, Pitagora Editrice, Bologna.
- [7] C&G Engineering Service [http://www.calcoli-verifiche.net/calcoli-verifiche\\_fem2.htm](http://www.calcoli-verifiche.net/calcoli-verifiche_fem2.htm) Access date: May 2014.
- [8] Choi S. K. (1992) **Application of the distinct element method for rock mechanics problems**, *Engineering Computations*, vol. 9, pag. 225-233.
- [9] Cundall P. A., Strack O. D. L. (1979) **A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies**, *Geotechnique*, 29, pag. 47–65, 1979.
- [10] FAA Federal Aviation Administration (2014) **Fact Sheet – Engineered Material Arresting Systems (EMAS)**, [http://www.faa.gov/news/fact\\_sheets/news\\_story.cfm?newsId=13754](http://www.faa.gov/news/fact_sheets/news_story.cfm?newsId=13754) Access date: May 2014.
- [11] Faidanoi.it <http://www.faidanoi.it/bioedilizia/materiali-termo-vetro-cellulare.htm> Access Date: May 2014.
- [12] Goodman R. E., Taylor R. L. & Brekke T. L. (1968) **A model for the mechanics of jointed rock**, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, vol. 94, pag. 637-659.
- [13] INGE s.r.l. <http://www.ingesrl.it/index.php?fbl=a3&eng=Area4&idm=3> Access Date: June 2014.
- [14] Jianfeng Yang, Bo Wang, Koji Matsumaru and Kozo Ishizaki (2011) **High Strength**

**Borosilicate Foams by Expansion of Air-Filled Pores and Release of Dissolved Air Gas,**  
*International Conference on Hot Isostatic Pressing, Kobe, Japan.*

[15] Jing L. (2003) **A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering,** *International Journal of Rock & Mining Sciences, vol. 40, pag. 283-353.*

[16] Yade Manual <https://yade-dem.org/doc/Yade.pdf> Access Date: November 2013.