



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Ingegneria Industriale DII

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

“Modellizzazione della conducibilità termica equivalente per diverse configurazioni di conduttori all'interno di motori elettrici”

Relatore: Prof.ssa Giovanna Cavazzini

Correlatore: Ing. Francesco Nascimben

Laureando: Riccardo Ferrigo

Matricola: 2056038

Anno Accademico 2023/2024

INDICE

ABSTRACT.....	7
CAPITOLO 1- INTRODUZIONE ALLE MACCHINE ELETTRICHE ROTANTI.....	9
1.1. ROTORI.....	10
1.2. STATORI.....	15
1.3. CLASSI D'ISOLAMENTO.....	17
1.4. MODELLI TEORICI PER IL CALCOLO DELLA CONDUCEBILITA' TERMICA DEGLI AVVOLGIMENTI.....	19
1.5. MODELLI NUMERICI.....	21
1.6. OBIETTIVI E FASI DEL PROGETTO DI TESI.....	22
CAPITOLO 2- ASPETTI TEORICI.....	23
2.1. SCAMBIO TERMICO PER CONDUZIONE.....	24
2.1.1. CASO PARTICOLARE: CONDUZIONE ATTRAVERSO UNA PARETE PIANA.....	28
2.1.2. CASO PARTICOLARE: CONDUZIONE ATTRAVERSO UNA PARETE CILINDRICA.....	31
2.1.3. ANALOGIA ELETTRICA: RESISTENZE TERMICHE E RETI TERMICHE.....	34
2.2. SCAMBIO TERMICO PER CONVEZIONE.....	38
2.3. SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO.....	42
CAPITOLO 3- CONDUTTORI 'A PIATTINA'.....	45
3.1. MODELLAZIONE ANALITICA.....	45
3.2. MODELLAZIONE IN AMBIENTE ANSYS®.....	49
3.2.1. GEOMETRIA.....	50
3.2.2. MESH.....	50
3.2.3. MODELLO NUMERICO.....	52
3.2.4. DEFINIZIONE DEI MATERIALI.....	52
3.2.5. CONDIZIONI AL CONTORNO.....	53
3.2.6. ANALISI DI SENSITIVITA' DELLA MESH.....	53
3.3. ANALISI DEI RISULTATI.....	54

CAPITOLO 4- CONDUTTORI CIRCOLARI.....	59
4.1. CONFIGURAZIONE QUADRANGOLARE.....	59
4.1.1. GEOMETRIA.....	59
4.1.2. MESH.....	60
4.1.3. MODELLO NUMERICO.....	61
4.1.4. DEFINIZIONE DEI MATERIALI.....	62
4.1.5. CONDIZIONI AL CONTORNO.....	62
4.1.6. ANALISI DI SENSITIVITA' DELLA MESH.....	63
4.1.7. ANALISI DEI RISULTATI.....	63
4.2. CONFIGURAZIONE QUADRANGOLARE.....	74
4.2.1. GEOMETRIA.....	74
4.2.2. MESH.....	75
4.2.3. MODELLO NUMERICO.....	77
4.2.4. DEFINIZIONE DEI MATERIALI.....	77
4.2.5. CONDIZIONI AL CONTORNO.....	78
4.2.6. ANALISI DI SENSITIVITA' DELLA MESH.....	79
4.2.7. ANALISI DEI RISULTATI.....	80
CAPITOLO 5- CONCLUSIONI.....	91
BIBLIOGRAFIA.....	95

ABSTRACT

Al giorno d'oggi, la grande richiesta di elettrificazione della mobilità ha portato ad un enorme incremento nella ricerca e sviluppo di motori elettrici.

Tali dispositivi, dovendo smaltire grandi quantità di calore generate negli avvolgimenti, richiedono modelli termici (reti termiche) che restituiscano in maniera veloce informazioni accurate per poter prevedere la distribuzione delle temperature all'interno del motore e scegliere i parametri di funzionamento che massimizzino le prestazioni.

In tal senso, risulta di vitale importanza definire la conducibilità termica equivalente agli avvolgimenti.

Il presente lavoro si prefigge di proporre e validare, tramite l'utilizzo di simulazioni termiche, modelli semplici e generali per il calcolo della conducibilità equivalente per diverse configurazioni di avvolgimenti solitamente adottate all'interno di motori elettrici.

Tali relazioni permetteranno in futuro il calcolo veloce di tale proprietà all'interno di reti termiche parametriche.

CAPITOLO 1 – INTRODUZIONE ALLE MACCHINE ELETTRICHE ROTANTI

Questo lavoro di Tesi Magistrale s'inquadra all'interno di un progetto avente lo scopo di studiare e proporre modelli per il calcolo semplificato della conducibilità termica equivalente di agglomerati di conduttori statorici e rotorici di macchine elettriche. La stima accurata di tale parametro permette innanzitutto la possibilità di ridurre notevolmente la complessità del sistema e in secondo luogo la costruzione di reti termiche che siano in grado di prevedere le temperature massime di esercizio che possono svilupparsi all'interno degli avvolgimenti a causa delle perdite Joule generate dal passaggio di corrente.

I motori o generatori elettrici essi siano, sono macchine elettriche rotanti la cui architettura costruttiva è scomponibile macroscopicamente in due macro-componenti: lo statore (per via della sua stazionarietà) e il rotore (organo rotante) solidale all'albero di macchina; tali macchine elettriche si differenziano ulteriormente in campo elettrotecnico in macchine asincrone e macchine sincrone: tale classificazione deriva dal fatto che le prime sono caratterizzate da velocità di rotazione del rotore e del campo elettrico che lo alimenta non sincronizzate tra loro, mentre nel secondo il rotore ruota alla stessa velocità del campo elettrico (campo induttore e indotto sono in sincronia).

Alcune differenze costruttive possono ritrovarsi anche nella disposizione degli avvolgimenti; infatti se nelle macchine asincrone gli avvolgimenti induttori si trovano allo statore e gli avvolgimenti indotti si trovano al rotore, nelle macchine elettriche sincrone avviene solitamente il contrario, in quanto troviamo tipicamente gli avvolgimenti induttori al rotore e quelli indotti allo statore.

Mentre i motori sincroni possono raggiungere potenze nominali dell'ordine dei gigavoltampere (GVA) quelli asincroni, vanno da pochi Watt a diversi Megawatt (MW) di potenza [9]. Il sincronismo caratteristico delle macchine rotanti sincrone rende tuttavia critico l'avviamento di queste: ciò avviene in quanto tale tipologia di motore elettrico è in grado di esprimere una coppia all'albero solo quando quest'ultimo raggiunge la velocità di sincronismo data da:

$$n = \frac{60 \cdot f}{p} \quad (1)$$

dove f è la frequenza della corrente d'eccitazione della rete (fissata in Europa a 50 Hz e nelle Americhe a 60 Hz) e p è il numero di coppie polari della macchina elettrica. Si noti che a parità di frequenza, all'aumentare del numero di poli il regime di rotazione del motore diminuisce. In ragione di ciò, nel caso di alcuni impianti idroelettrici, dove le velocità di rotazione sono dell'ordine delle

centinaia di giri al minuto, non è raro vedere generatori elettrici (alternatori) dotati di un elevato numero di poli.

È chiaro quindi, che in termini di avviamento di un motore di questi, avente velocità di rotazione ω nulla, e sicuramente non corrispondente alla velocità n imposta dalla frequenza (velocità di sincronismo), tale motore non sarà in grado di partire autonomamente in quanto velocità nulla (fermo) e velocità di sincronismo non corrispondono.

Per far fronte a questo problema in passato si è fatto largo uso di collegamenti meccanici con motori asincroni o motori ausiliari in grado di portare il motore sincrono alla velocità di sincronismo n (imposta dalla rete a cui lo stesso è collegato) oppure, nel caso di generatori operanti in ambito idroelettrico, si sfruttava la stessa turbina d'impianto per l'avviamento del motore stesso.

Oggigiorno le pratiche poco efficienti appena descritte sono state soppiantate dall'utilizzo di appropriati inverter, strumenti elettronici in grado di convertire una corrente continua in ingresso in una corrente alternata in uscita a cui è possibile modificare la frequenza, modulando quindi la frequenza da zero (motore fermo) sino alla frequenza desiderata. È pertanto possibile il raggiungimento della velocità operativa del motore alla frequenza stabilita. L'utilizzo di tali dispositivi permette anche di migliorare il comportamento della macchina elettrica a motore avviato: potendo infatti regolare la frequenza è possibile variare il regime del motore, ottenendo le coppie motrici desiderate a diverse velocità; con tale soluzione si ottiene quindi una macchina elettrica dotata di grande flessibilità di funzionamento trovando applicazioni ad esempio nella trazione ferroviaria [9] (figura [1]).

1.1 ROTORI

Le macchine elettriche sincrone si differenziano solitamente in base al tipo di rotori con cui sono state equipaggiate: tipicamente possono essere lisci o a poli salienti.



Figura [1]: Macchina elettrica rotante: sincrona (sx) e asincrona (dx) [15]-[28]

Come si nota dalla figura [2], la macchina con rotore liscio possiede un traferro, ovvero lo spazio d'aria fra statore e rotore, di dimensione costante lungo tutta la circonferenza della macchina, mentre la macchina a poli salienti possiede un traferro variabile in direzione circonferenziale. Tale variabilità è insita all'architettura del rotore stesso, in quanto esso presenta quelle che sono chiamate scarpe polari, parti terminali a forma di settore circolare facenti parte del nucleo polare del rotore (cfr. figura [3]). In particolare, in figura [2] sono rappresentate configurazioni di rotore a due coppie polari: tale informazione risulta molto importante in quanto il numero delle coppie polari influenza direttamente la velocità di rotazione del motore tramite la (1) (insieme alla f).

La struttura della parte rotorica è generalmente costruita con materiali ferromagnetici dotati di elevata permeabilità magnetica, proprietà molto utile specialmente al nucleo polare (figura [3]) ove si vuole massimizzare l'intensità radiale del campo magnetico nei pressi del traferro. L'impiego di materiali massicci al rotore è dovuta al fatto che essendo il campo magnetico costante non vi saranno fenomeni di correnti parassite, tipologia di fenomeno che sopraggiunge quando generalmente un conduttore è investito da un campo magnetico variabile o quando lo stesso conduttore è in movimento rispetto ad un campo magnetico fisso o variabile: direttamente collegato alle correnti parassite vi è la generazione di un campo magnetico, che per la legge di Lenz, è di verso opposto a quello iniziatore delle correnti parassite stesse, provocando il riscaldamento del conduttore stesso per effetto della perdita di energia (Effetto Joule) e diminuendo quindi l'efficienza globale di macchina. Il campo magnetico, nel caso che si sta trattando, risulta essere costante perché per i motori sincroni l'insieme di avvolgimenti (bobina) collegati in serie, sono percorsi da corrente continua che, per le conoscenze derivanti dalla nota legge di *Biot-Savart* e dall'esperienza di *Oersted*, generano un campo magnetico direttamente legato alla corrente di eccitazione.

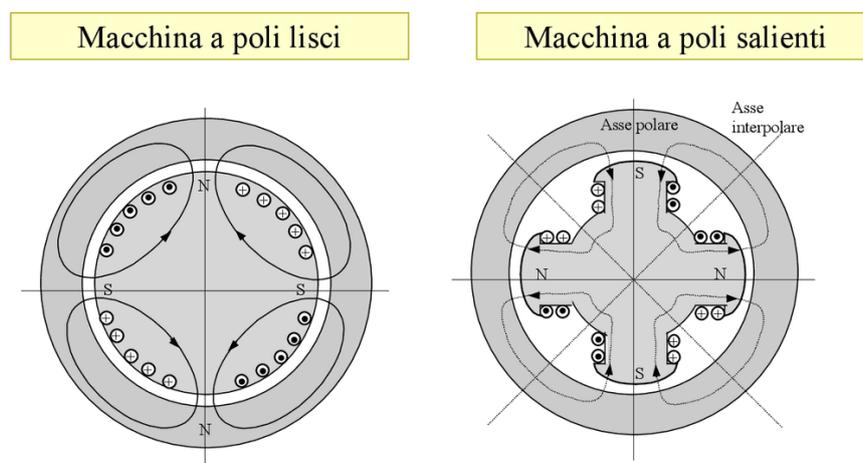


Figura [2]: Architettura macchine elettriche a rotore liscio (sx) e poli salienti (dx) [17]

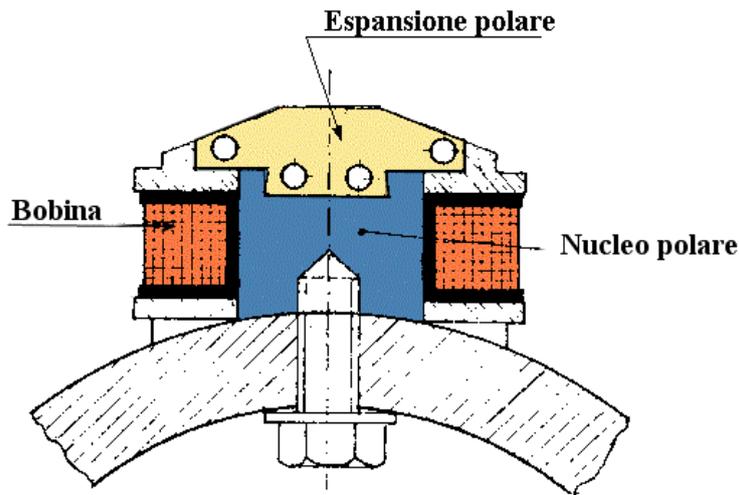


Figura [3]: Dettaglio scarpa polare – macchina elettrica sincrona a poli saliente [29]

Per entrambi i casi, gli avvolgimenti di rotore appena citati (detti anche ‘avvolgimenti di eccitazione’), sono alimentati da corrente continua generata da un apposito generatore (dinamo eccitatrice) calettato all’albero di macchina, mediante il contatto strisciante di due anelli (tecnicamente chiamati ‘spazzole’). In alcuni motori, che prendono il nome di *brushless*, non vi è la necessità di avere degli avvolgimenti di eccitazione in quanto il campo magnetico rotante generato dal rotore risulta essere prodotto mediante utilizzo magneti permanenti opportunamente posizionati all’interno del rotore [9].

Nel caso dei rotor a poli salienti la forma della scarpa polare determina l’andamento sinusoidale dell’induzione a traferro: si noti che la forma del settore circolare della scarpa polare ha un raggio di curvatura minore rispetto il raggio di curvatura della forma cilindrica dello statore per far sì che la corrente d’eccitazione che percorre gli avvolgimenti rotorici avvolti attorno a ciascun nucleo polare, generi un’induzione magnetica B al traferro che abbia la forma più vicina possibile ad una sinusoide (figura [4]).

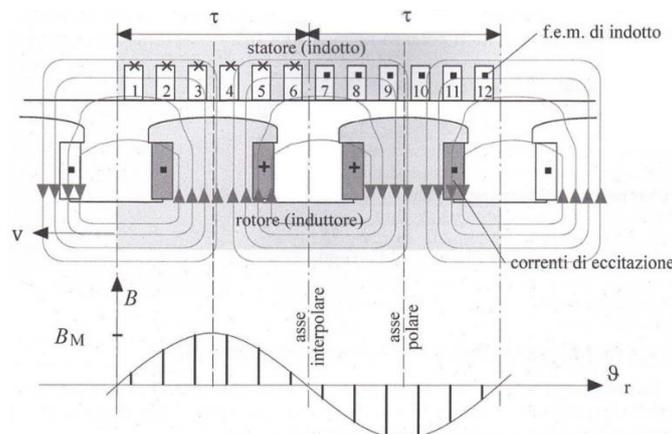


Figura [4]: Andamento induzione magnetica $-B-$ su macchina elettrica a poli salienti [9]

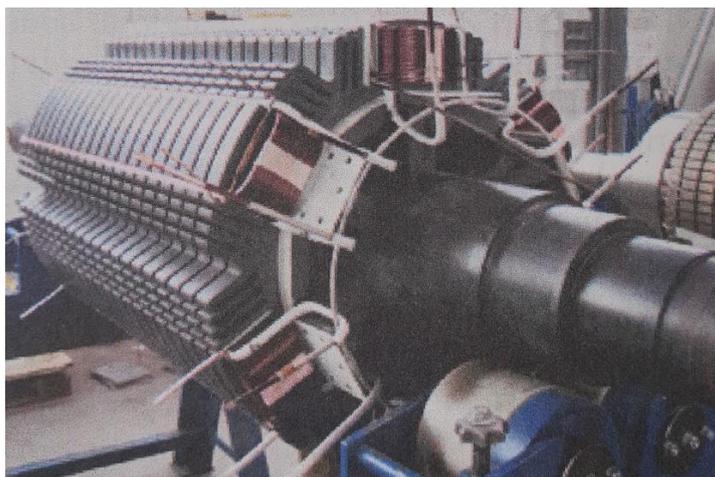


Figura [5]: Rotore a poli salienti-macchina elettrica sincrona [9]

Come si nota dalla figura [4], l'ampiezza dell'induzione B è alternata e massima in corrispondenza degli assi polari (ovvero gli assi coincidenti al minimo traferro) mentre risulta nulla in corrispondenza degli assi interpolarari (dove si verifica il traferro di massima estensione); le dimensioni del traferro in ambito degli alternatori installati nelle centrali idroelettriche hanno dimensioni di $10 \div 15$ mm, con dimensioni che possono aumentare all'aumentare delle dimensioni complessive di macchina (figura [5]).

L'altra tipologia di rotore che si può trovare in una macchina sincrona è il rotore liscio (figura [6]): esso è di sezione cilindrica con un traferro, come anticipato in precedenza, di dimensioni costanti in direzione circonferenziale.

Questa configurazione di rotore può possedere un numero molto basso di coppie polari, potendo raggiungere infatti anche configurazioni di una/due coppie polari (pertanto massimo 4 poli). In ragione di quanto già detto, essendo vincolati da una frequenza di linea di 50/60 Hz, le macchine sincrone risultano spesso dotate di un basso numero di poli a parità di condizioni operative, e ciò comporta la realizzazione di motori caratterizzati da elevate velocità di rotazione: questa tipologia di rotore viene spesso utilizzata quando le velocità di rotazione vanno dai 1500 giri/minuto sino ai 3000 giri/minuto.

Le velocità raggiungibili fanno comprendere come l'impiego di queste macchine differisca fortemente dagli impieghi delle stesse macchine aventi rotori a poli salienti adoperabili nel range di rotazione delle centinaia di giri al minuto (i rotori lisci sono infatti adoperati nelle centrali di turbinaggio di gas o vapore). In questo caso non dovendo ricorrere alle scarpe polari, gli avvolgimenti di eccitazione sono disposti longitudinalmente lungo l'asse della macchina entro apposite cave e sono connessi tra loro alle due testate di macchina [9].

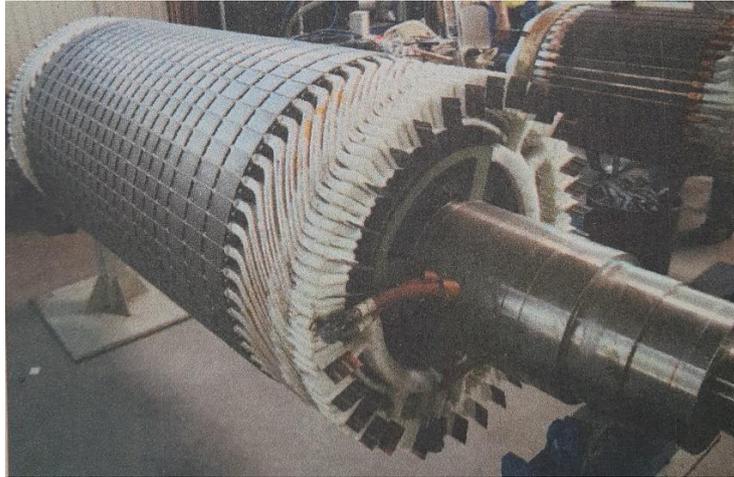


Figura [6]: Rotore liscio-macchina elettrica sincrona [9]

L'andamento dell'induzione magnetica B è sostanzialmente analogo a quello già visto per i rotori a poli salienti, come rappresentato in figura [7].

Com'è facilmente intuibile dalle elevate velocità in gioco, questa tipologia di macchine è adatta alla produzione di grandi potenze e costruttivamente presentano un ingombro radiale limitato per contenere il più possibile gli sforzi centrifughi, mentre assialmente possono avere lunghezze di svariati metri. Per portare alcuni esempi, le macchine aventi velocità di rotazione di 3000 giri/minuto possiedono solitamente un rotore di diametro pari a circa un metro mentre se si analizzano applicazioni a potenze più elevate (- da 1000 MVA in poi – ambito di produzione nucleare) dove le velocità sono di circa 1500 giri/minuti, si trovano rotori aventi diametro doppio rispetto al caso precedente. Le dimensioni del traferro variano anch'esse in base alla potenza e alla dimensione del motore.

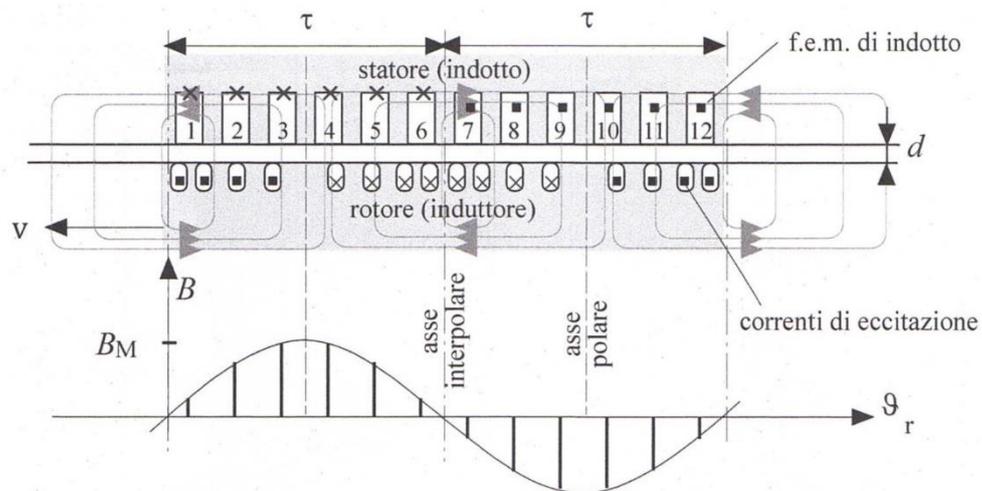


Figura [7]: Andamento induzione magnetica $-B-$ su macchina elettrica a rotore liscio [9]

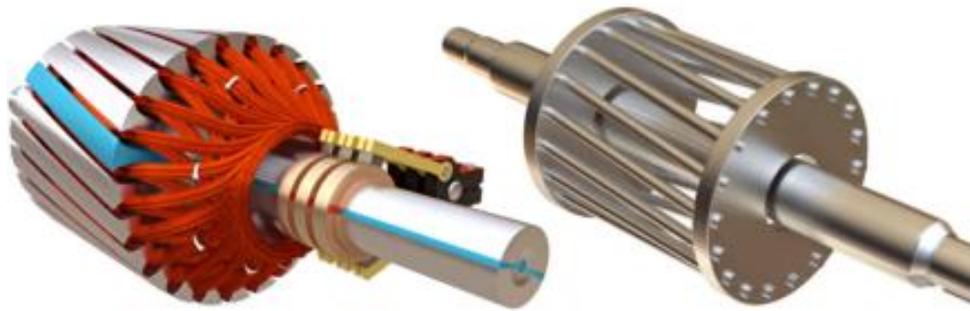


Figura [8]: Macchine elettriche asincrone-rotore avvolto (sx) e 'a gabbia di scoiattolo' (dx) [30]

Per dare un'idea, si hanno traferri con dimensioni comprese fra $30 \div 40$ mm per impieghi di potenze comprese fra $40 \div 80$ MVA, passando per circa 60 mm per impieghi compresi fra $200 \div 300$ MVA per giungere fino ai $90 \div 100$ mm per le grandi potenze prodotte nelle centrali nucleari.

Per le macchine elettriche asincrone esistono invece due diverse tipologie di rotori (figura [8]): il rotore avvolto e il rotore 'a gabbia di scoiattolo'. Tipicamente i motori elettrici asincroni presentano al rotore gli avvolgimenti d'indotto (a differenza di quelli sincroni che in tale posizione presentano solitamente gli avvolgimenti induttori): tali avvolgimenti, nei rotori avvolti sono contenuti entro apposite cave (che nel caso di macchina trifase sono tre) e avente lo stesso numero di poli presenti allo statore.

Nel caso del rotore 'a gabbia di scoiattolo' invece, ogni cava alloggia un conduttore (o *sbarra*) di rame o alluminio pressofuso: tutte le sbarre sono infine collegate permanentemente in cortocircuito alle estremità mediante degli anelli; quest'ultima tipologia di rotore è particolarmente preferita rispetto alla configurazione avvolta del rotore per la semplicità costruttiva e per la sua leggerezza [9].

1.2 STATORI

Lo statore è la parte fissa della macchina, ha solitamente forma di cilindro cavo (figura[9]), atto all'alloggiamento al suo interno del rotore ed è costituita da materiale ferromagnetico atto a chiudere le linee del campo magnetico generato dal rotore (dallo statore nel caso di macchine asincrone).

Lo statore è costituito da una moltitudine di cave che alloggiano gli avvolgimenti di indotto nel caso di macchine sincrone (avvolgimenti d'induttore per macchine asincrone); tali cave sono disposte longitudinalmente ed equi-spaziate tra loro attorno alla circonferenza statorica con i terminali degli avvolgimenti, che sono collegati alle estremità di macchina ad una rete sinusoidale che può essere trifase o monofase [9].

Gli avvolgimenti che si possono trovare allo statore possono essere suddivisi in due tipologie principali: avvolgimenti con conduttori a sezione circolare (*round windings*) o conduttori a sezione rettangolare *hairpin* o piattine, quest'ultime trattate all'interno di questo lavoro (figura [10]).

Oggigiorno l'utilizzo dei conduttori più tradizionali di sezione circolare (figura [11]), ove possibile, viene abbandonata in favore di conduttori piani tipo *hairpin* di sezione rettangolare. Quest'ultima tipologia presenta numerosi vantaggi tra i quali riuscire ad occupare maggiormente lo spazio delle cave di statore rispetto ai conduttori tradizionali che, non riescono ad ottenere entro la cava una disposizione così compatta a causa dei numerosi interstizi non colmabili da una geometria di questo tipo (figura [10]).

Una disposizione compatta porta vantaggi ulteriori quali, l'aver un campo magnetico più intenso all'interno della cava (che si traduce in maggior potenza) ed anche una maggiore efficienza nella dissipazione del calore grazie all'aumento delle superfici di contatto (e quindi di scambio) [35]. Si può quindi concludere che avere avvolgimenti di tipo *hairpin* allo statore consente di ottenere un motore globalmente più compatto e più performante rispetto all'aver avvolgimenti di tipo tradizionale. Tuttavia, tale tipologia porta con sé anche notevoli svantaggi legati al dimensionamento e alla produzione che necessitano di macchinari all'avanguardia nonché un numero di passaggi nella catena manifatturiera per ottenere gli avvolgimenti finali sagomati opportunamente e connessi tra loro. La saldatura fra tutte le estremità degli avvolgimenti *hairpin* avviene mediante un fascio laser (figura [12]): tale è un passaggio molto importante per ottenere degli avvolgimenti che siano resistenti e che siano in grado di mantenere l'elevata conducibilità elettrica appartenente al rame, materiale con cui tipicamente sono realizzati.



Figura [9]: Statore macchina elettrica [31]

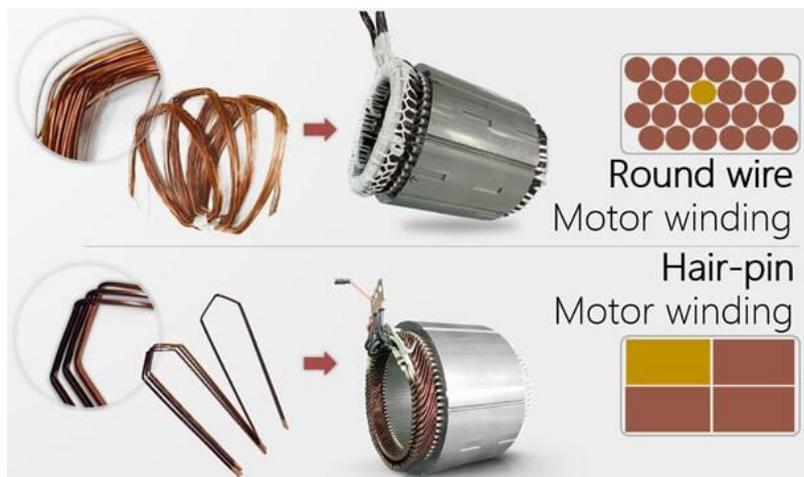


Figura [10]: Differenza fra conduttori a sezione circolare e 'hairpin' [32]



Figura [11]: Estremità testata statorica con avvolgimenti circolari [34]



Figura [12]: Estremità saldate avvolgimenti statorici hairpin [33]

I conduttori infine, prima di essere inseriti entro le cave statoriche impregnate di un film di materiale plastico e fibre sintetiche (aramidiche), sono avvolti da un materiale termo-plastico per far sopportare loro le alte temperature cui il motore deve far fronte [35].

1.3 CLASSI DI ISOLAMENTO

I conduttori utilizzati all'interno delle macchine elettriche, per il solo fatto di essere percorsi da correnti elettriche, generano calore per effetto Joule, il quale deve essere smaltito per non portare le temperature dei conduttori e dei relativi isolanti a raggiungere temperature troppo elevate in esercizio.

Nell'ambito delle macchine elettriche esiste una classificazione per i vari sistemi d'isolamento stabilita dall'Associazione statunitense *NEMA (National Electrical Manufacturer Association)*, il quale scopo è definire uno standard comune in materia di componenti elettrici.

Tale Associazione ha stabilito quattro diverse classi d'isolamento corrispondenti alle temperature massime che possono stabilirsi negli avvolgimenti elettrici: tale classificazione è proposta in figura [13] e spiegata di seguito.

NEMA Motor Insulation Temperature Ratings		Temperature Rise			
		1.0SF Motors			1.15SF Motors
Class	Temp.	Ambient	Hotspots	Rise@1.0	Rise@1.15
A	105	+40	+5	60	70
B	130	+40	+10	80	90
F	155	+40	+10	105	115
H	180	+40	+15	125	not defined

Figura [13]: Classificazione d'isolamento NEMA [36]

Le temperature per ciascuna classe sono calcolate dalla somma una temperatura ambientale di riferimento imposta a 40°C (comune a tutte le classi), un innalzamento di temperatura extra (raggiungimento condizione limite di 'hot spot' degli avvolgimenti) a cui si somma un innalzamento di temperatura variabile con la condizione operativa del motore ($SF = \text{'service factor'}$).

Il *service factor* è un indicatore della percentuale di sovraccarico che il motore può gestire per brevi periodi di tempo quando funziona entro la tensione nominale corretta stabilita dal produttore. In altre parole, la condizione di *service factor* pari a 1.0 significa che il motore è in un regime nominale di funzionamento mentre, nel caso che tal valore sia 1.15, significa che il motore (o in generale la generica macchina elettrica) è in grado di erogare, in condizioni di sovraccarico, una potenza superiore del 15% rispetto al valore nominale (solo per un per un breve periodo) [37].

Prendendo ad esempio una macchina elettrica avente una classe d'isolamento *NEMA* coincidente alla lettera B, la temperatura massima ammissibile per gli avvolgimenti di tale macchina è calcolata, per un *service factor* 1.0, sommando i 40°C della temperatura ambientale, l'extra temperatura di 10°C e un innalzamento di temperatura di 80°C per tale condizione operativa (per una condizione di *service factor* 1.15 è permesso un innalzamento di 90°C che porta ad una temperatura massima accettata di 140°C per un breve periodo temporale).

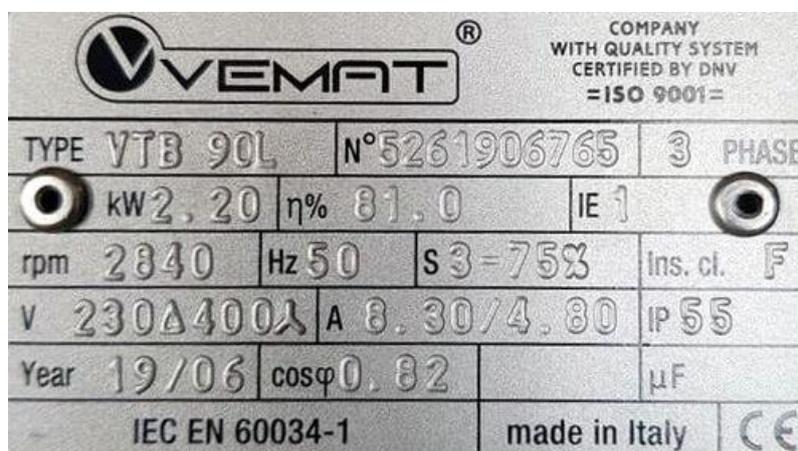


Figura [14]: Targa motore trifase Vemat® - classe d'isolamento F [38]

Una precisazione ulteriore riguarda il legame fra la vita del motore e la sua classe d'isolamento: infatti se il motore si trova nella condizione di operare a temperature superiori a quelle consentite, ad esso è associata una diminuzione della sua vita a causa del deterioramento del trattamento di isolamento ad esso applicato. In particolare, viene stimato che se un motore elettrico con classe d'isolamento F (esempio – figura [14]), la cui temperatura operativa accettabile è di 155 °C ha una vita stimata di 20 000 ore operando entro le temperature massime, nel caso in cui vada ad operare a temperature di 165°C (per molto tempo) la sua vita stimata risulta dimezzata, e quindi pari a 10 000 ore: la stima di vita del motore si dimezza ogni 10°C superati rispetto alla temperatura massima ammissibile (*service factor* 1.0).

1.4 MODELLI TEORICI PER IL CALCOLO DELLA CONDUCIBILITA' TERMICA DEGLI AVVOLGIMENTI

Alcuni dei modelli ritrovati in letteratura per il calcolo della conducibilità equivalente degli avvolgimenti ha fondamento principalmente sull'omogeneizzazione e semplificazione analitica del problema. Una relazione molto importante nel campo dei conduttori circolari, trattata da diversi autori è quella di *Hashin e Shtrikman [1]*: essa prevede il calcolo della conducibilità equivalente tramite la (2):

$$\lambda_{eq} = \lambda_{resin} \cdot \frac{(1 + v_{cond})\lambda_{cond} + (1 - v_{cond})\lambda_{resin}}{(1 - v_{cond})\lambda_{cond} + (1 + v_{cond})\lambda_{resin}} \quad (2)$$

dove λ_{eq} , λ_{cond} , λ_{resin} sono rispettivamente le conducibilità termiche equivalente, del conduttore e della resina (che, come già visto avvolge tutti i conduttori) e v_{cond} è il volume specifico dei conduttori (ovvero il rapporto tra i volumi complessivi dei conduttori - V_{tot_cond} - entro il dominio analizzato e il volume totale del dominio - V_{tot} - secondo la (3)).

$$v_{cond} = \frac{V_{tot_cond}}{V_{tot}} \quad (3)$$

Tuttavia, nella realtà si opera con tre materiali (conduttore, isolante del conduttore e resina) e non solamente con il conduttore e la resina come propone la (2). Viene proposta pertanto un'approssimazione alla formula di *Hashin e Shtrikman [1]* che tenga conto della presenza di tre materiali tramite una relazione che calcoli una prima conducibilità equivalente λ_a pesata sulla presenza dei componenti di isolante del conduttore (λ_{isol}) e resina (λ_{resin}) tramite la (4):

$$\lambda_a = \lambda_{resin} \cdot \frac{v_{resin}}{(v_{isol} + v_{resin})} + \lambda_{isol} \cdot \frac{v_{isol}}{(v_{isol} + v_{resin})} \quad (4)$$

ove v_{resin} e v_{isol} sono i volumi specifici rispettivamente di resina e di isolante in analogia a quanto visto prima nella (3) in cui bisognerà sostituire a numeratore rispettivamente i volumi complessivi di resina e isolante contenuti all'interno dell'agglomerato. Una volta ricavata la conducibilità λ_a è quindi possibile ricavare la conducibilità equivalente globale che tiene conto della presenza di tutti i materiali tramite la (5):

$$\lambda_{eq} = \lambda_a \cdot \frac{(1 + v_{cond})\lambda_{cond} + (1 - v_{cond})\lambda_a}{(1 - v_{cond})\lambda_{cond} + (1 + v_{cond})\lambda_a} \quad (5)$$

i quali volumi specifici di ciascun materiale devono rispettare, in quanto tali, la relazione (6):

$$v_{cond} + v_{isol} + v_{resin} = 1 \quad (6)$$

Un altro modello, molto simile a quello proposto dall'approssimazione di *Hashin e Shtrikman [1]*, è quello proposto in [6]: esso prevede come in precedenza due omogeneizzazioni del dominio di conduttori in primo passaggio dove si calcola opportunamente una conducibilità equivalente fra il conduttore e il suo isolamento e in secondo passaggio dove si ricava la conducibilità termica globale.

Il primo passaggio riguarda quindi il calcolo della conducibilità equivalente fra il conduttore e il suo isolamento (e non fra l'isolamento del conduttore e la resina come in *Hashin e Shtrikman [1]* – relazione (4)) mediante la relazione (7):

$$\lambda_{eq_I} = \lambda_{isol} \cdot \frac{(1 + \chi)\lambda_{cond} + (1 - \chi)\lambda_{isol}}{(1 - \chi)\lambda_{cond} + (1 + \chi)\lambda_{isol}} \quad (7)$$

dove χ è esprimibile mediante la (8):

$$\chi = \left(\frac{r_{cond}}{r_{cond} + l_{isol}} \right)^2 \quad (8)$$

in cui r_{cond} e l_{isol} sono rispettivamente il raggio del conduttore e lo spessore dell'isolamento che lo avvolge. La conducibilità globale si ottiene quindi tramite la (9) che dà il contributo legato alla presenza della resina nel dominio:

$$\lambda_{eq_{tot}} = \lambda_{resin} \cdot \frac{(1 + pf)\lambda_{eq_I} + (1 - pf)\lambda_{resin}}{(1 - pf)\lambda_{eq_I} + (1 + pf)\lambda_{resin}} \quad (9)$$

in cui il *packing factor* (pf) è definito secondo la (10):

$$pf = \frac{area_{cond+isol}}{area_{tot_domain}} \quad (10)$$

in cui a numeratore si trova la somma delle aree delle sezioni di conduttore comprendente lo spessore del suo isolante e a denominatore l'area totale del domino di conduttori analizzato. In particolare, il valore del *packing factor* assume valore costante secondo le formule (11) e (12) di seguito espresse per la disposizione 'quadrangolare' e 'triangolare':

$$pf = \frac{\pi(2r_{cond} + 2l_{isol})^2}{4} / (2r_{cond} + 2l_{isol})^2 = \frac{\pi}{4} \quad (11)$$

$$pf = \frac{\pi(2r_{cond} + 2l_{isol})^2}{8} / (2r_{cond} + 2l_{isol})^2 \frac{\pi}{\sqrt{3} \cdot 4} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \quad (12)$$

La bontà di quest'ultimo modello è stata analizzata confrontando i risultati ottenuti dal suo utilizzo con i dati derivanti da simulazioni termiche condotte per analoghe condizioni geometriche.

1.5 MODELLI NUMERICI

In questa sezione vengono passate in rapida rassegna le equazioni differenziali che vengono risolte dal solutore Ansys Fluent® utilizzato per condurre le simulazioni termiche analizzate a partire dal capitolo 3 per i conduttori 'a piattina' e per i conduttori tradizionali a sezione circolare nelle loro diverse disposizioni (capitolo 4). Trattando la risoluzione di un problema termico su materiali allo stato solido, nelle simulazioni è necessario rendere attiva la risoluzione del problema mediante l'equazione dell'energia (13) su Fluent®, la quale presenta la seguente forma:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}\rho h) = \nabla \cdot (k\nabla T) + S_h \quad (13)$$

dove ρ è la densità del materiale, k è la conducibilità del materiale, T è la temperatura, ∇ è l'usuale simbolo per definire il gradiente (nelle coordinate x,y e z) e h è l'entalpia sensibile definita in (14):

$$h = \int_{T_{rif}}^T c_p dT \quad (14)$$

dove c_p è il calore specifico a pressione costante e T_{rif} in Fluent® è pari a 298.15 K (Kelvin).

Per meglio comprendere la (13) si precisa che il secondo termine a primo membro tiene conto del trasferimento di energia per conduzione nel caso di movimenti particellari rotazionali e traslazionali entro il solido (termine non imposto nel caso delle analisi trattate in questo lavoro) mentre i termini a secondo membro tengono conto rispettivamente al flusso di calore per conduzione ($\nabla \cdot (k\nabla T)$) e

per sorgenti volumetriche di calore (S_h - termine non imposto nel caso delle analisi trattate in questo lavoro).

1.6 OBIETTIVI E FASI DEL PROGETTO DI TESI

Gli obiettivi che si prefigge questo lavoro di Tesi Magistrale consistono nella definizione e validazione di modelli che permettano di stimare velocemente ed in maniera accurata la conducibilità termica di avvolgimenti in sezione in diverse direzioni e per diverse configurazioni di conduttori ('a piattina', circolare 'quadrangolare' e 'triangolare') in funzione della dimensione dei conduttori e dello spessore d'isolante. Questo permetterà in futuro di modellare, dal punto di vista termico, gli avvolgimenti come un meta-materiale con conducibilità equivalente data dai modelli proposti, semplificando di molto la trattazione. Di seguito sono descritte le varie sezioni in cui è stato suddiviso il presente elaborato.

Nel primo capitolo è presentato lo stato dell'arte riguardante i motori elettrici e i loro componenti di base, con particolare attenzione agli avvolgimenti conduttori che caratterizzano il funzionamento tali macchine. In aggiunta a ciò, ulteriori approfondimenti riguardanti le classi di isolamento, i modelli analitici per la stima della conducibilità equivalente di agglomerati di conduttori e i modelli numerici utilizzati all'interno delle simulazioni termiche sono stati riportati.

Nel secondo capitolo sono stati invece descritti gli aspetti teorici riguardanti la trasmissione del calore, ponendo particolare attenzione all'analisi dei fenomeni conduttivi e alla teoria riguardante le reti termiche.

All'interno del terzo capitolo, invece, si sono analizzati i fenomeni di trasmissione di calore per conduzione prendendo in considerazione una configurazione di conduttore a piattina. Inizialmente si è proceduto alla descrizione del modello analitico proposto per il calcolo semplificato della conducibilità equivalente. In seconda battuta, si è descritta la procedura numerica utilizzata per ottenere dati utili alla validazione del modello proposto in precedenza. Infine, i risultati derivanti dalle due procedure sono stati analizzati e confrontati per verificare il livello di scostamento.

Nel quarto capitolo, la stessa procedura descritta all'interno del capitolo precedente è stata applicata per conduttori tradizionali a sezione circolare, considerando due differenti disposizioni ('quadrangolare' e 'triangolare'). I dati ottenuti dalle simulazioni termiche sono stati quindi analizzati e confrontati con un modello analitico già presente in letteratura, trovando alcune discrepanze.

Infine, all'interno del quinto ed ultimo capitolo, sono state presentate le conclusioni e le osservazioni derivanti dalle precedenti analisi, presentando anche possibili sviluppi futuri derivanti dal presente lavoro di tesi.

CAPITOLO 2 – ASPETTI TEORICI

Lo scambio termico, o trasmissione di calore, entra in gioco quando è presente una differenza di temperatura fra le estremità di un corpo, le cui regioni comprese possono essere di natura solida o fluida; in particolare, per il Secondo Principio della Termodinamica, il calore fluisce dalla superficie a temperatura maggiore a quella con temperatura minore.

Una spiegazione più approfondita della trasmissione di calore affonda le sue radici nella natura particellare della materia: il calore, infatti, non è altro che una delle modalità attraverso cui l'energia viene scambiata tra corpi caratterizzati da livelli di energia differenti.

Andando ad osservare il fenomeno da un punto di vista microscopico, la temperatura risulta quindi essere l'indicatore dell'energia cinetica, ossia del grado di agitazione che ogni atomo manifesta per il solo fatto di oscillare in maniera più o meno ampia attorno ad una propria posizione di equilibrio.

Più grandi risultano essere l'intensità e la frequenza di tali oscillazioni, maggiore sarà la temperatura del corpo. La temperatura è quindi una grandezza fisica che rappresenta il livello di energia cinetica molecolare posseduta dagli atomi costituenti un corpo e definisce la possibilità di trasferire/ricevere energia (termica) ad/da altri corpi tramite meccanismi di scambio di calore.

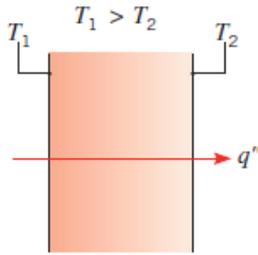
Per il Sistema Internazionale (S.I.), la temperatura viene misurata considerando la scala assoluta. L'unità di misura ufficiale della temperatura è quindi il Kelvin (K). A causa del retaggio storico e dell'utilizzo intensivo nella vita di tutti i giorni, comunque, scale termometriche alternative, come la scala Celsius (scala centigrada molto diffusa soprattutto in Europa la cui unità di misura è il grado Celsius (°C)) e la scala Fahrenheit (scala molto diffusa negli Stati Uniti la cui unità di misura è il grado Fahrenheit (°F)) sono ancora largamente utilizzate, anche in ambito scientifico.

Per quanto riguarda il calore e l'energia termica, l'unità di misura prevista dal Sistema Internazionale per tali grandezze è il Joule (J) (stessa unità di misura prevista per il lavoro meccanico) anche se un'altra unità di misura, la caloria (cal), risulta essere ancora utilizzata estensivamente in vari ambiti. La caloria (cal), definita come la quantità di energia termica necessaria per aumentare di 1°C Celsius (da 14.5°C a 15.5°C) la temperatura di 1 grammo di acqua pura, corrisponde quindi a:

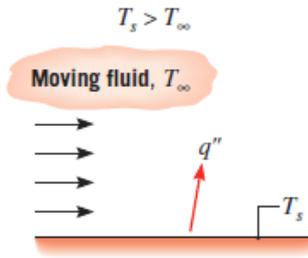
$$1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J} \quad (15)$$

La natura solida o fluida della regione interposta tra le due regioni a temperature differenti, interessata quindi da un gradiente di temperatura, determina il meccanismo attraverso cui avviene lo scambio termico.

CONDUZIONE



CONVEZIONE



IRRAGGIAMENTO

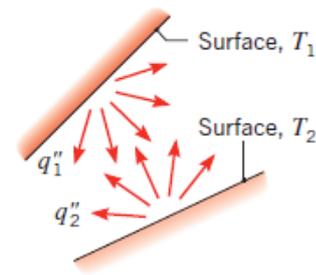


Tabella [1]: Tipologie scambio di calore [23]

Esso può essere principalmente di tre diverse tipologie: conduzione, convezione e irraggiamento. Tali meccanismi saranno trattati più nel dettaglio nei prossimi paragrafi, ponendo particolare attenzione al meccanismo di conduzione termica.

2.1 SCAMBIO TERMICO PER CONDUZIONE

La prima modalità di scambio termico che si va a trattare è quella della conduzione. La conduzione è la modalità di scambio termico che interessa quei corpi che presentano una differenza di temperatura fra i capi di una superficie o volume, solido, o fluido che possa essere ritenuto a buon titolo stazionario (si tratta quindi di un fluido confinato in spazi ridotti in cui si escludono rimescolamenti o apprezzabili movimenti relativi fra le particelle); questo processo prevede il trasporto di energia attraverso la materia e quindi è necessario vi sia un corpo continuo oppure due o più corpi, anche di diverso materiale, in mutuo contatto fra loro (figura [15]).

Una volta riportate le condizioni in cui tale meccanismo avviene, risulta essere utile definire anche la trattazione teorica delle leggi che regolano tale modalità di trasmissione del calore. A tal proposito, di seguito, si ripropone il postulato formulato nel 1822 dal matematico e fisico francese Jean Baptiste Fourier nel suo trattato "Theorie Analytique de la Chaleur" [7].

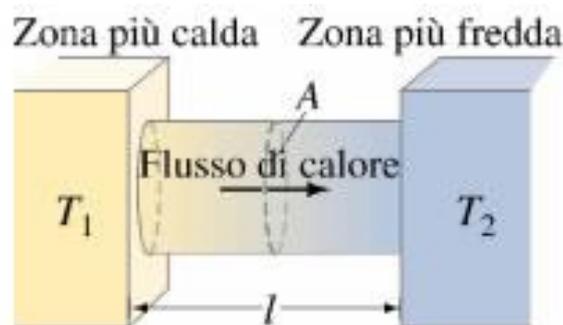


Figura [15]: Conduzione fra due corpi [25]

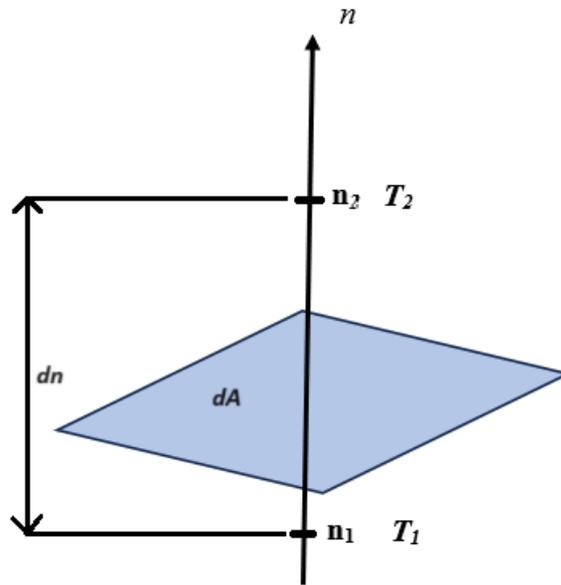


Figura [16]: Superficie infinitesima fra due temperature finite – postulato di Fourier

Considerata una superficie infinitesima dA (figura [16]) entro la regione materiale interessata dalla conduzione termica (zona di scambio) e individuata la retta normale a tale superficie, si possono quindi definire i punti spaziali n_1 e n_2 ($n_2 = n_1 + dn$) a cavallo della superficie caratterizzati dalle rispettive temperature T_1 e T_2 ($T_2 = T_1 + dT$).

Il postulato di Fourier afferma che la quantità di calore infinitesima dQ che attraversa tale superficie nell'intervallo di tempo infinitesimo dt è pari a:

$$dQ = -\lambda \cdot dA \cdot \frac{dT}{dn} dt \quad (16)$$

dove λ rappresenta la conducibilità termica del materiale costituente la regione di scambio ed è una proprietà termo-fisica caratteristica di ciascun materiale la cui misura è esprimibile in [W/mK] (anche se da qui in poi la stessa verrà espressa in [W/m°C] per comodità).

Tale proprietà quantifica l'inclinazione alla conduzione termica di un dato materiale: infatti, come si può evincere dall'analisi della relazione (16), a parità di gradiente di temperatura e di area di scambio, un materiale con conducibilità termica elevata riuscirà a trasmettere una quantità di calore maggiore rispetto ad un materiale con conducibilità termica più bassa nello stesso lasso di tempo.

Conducendo la stessa analisi considerando fissa la quantità di calore passante attraverso la stessa superficie, si può inoltre intuire come materiali ad alta conducibilità termica riescano ad elaborare la stessa quantità di calore avvalendosi di gradienti di temperatura più contenuti rispetto a materiali caratterizzati da valori di conducibilità termica inferiori.

MATERIALE	λ [W/m°C]
diamante	2300
rame	398
alluminio	202.4
ferro	80.2

MATERIALE	λ [W/m°C]
vetro	0.78
legno	0.17
gomma	0.13
fibra di vetro	0.043
polistirene espanso	0.036

Tabella [2]: Differenza di proprietà conduttive per alcuni materiali [14]

I materiali caratterizzati da elevate conducibilità termiche vengono solitamente definiti come materiali conduttori e generalmente la loro scelta ricade all'interno della cerchia dei metalli. Materiali caratterizzati da valori contenuti di conducibilità termica sono invece detti materiali isolanti e la loro scelta ricade spesso all'interno dei materiali plastici e delle gomme. Alcuni esempi di valori tipici per la conducibilità termica sono riportati all'interno della Tabella [2].

La relazione (16) in realtà rappresenta solo un punto di partenza per lo studio alla conduzione in quanto è necessaria la conoscenza del gradiente spaziale delle temperature sulla superficie dT/dn , per far sì che tale formula risulti utilizzabile al fine dell'ottenimento della quantità di calore mediante operazioni di integrazione.

Per riuscire ad ottenere risultati utili occorre quindi operare uno step aggiuntivo: si consideri un cubetto infinitesimo di materiale avente lati dx , dy e dz . Tale cubetto avrà un volume pari a $dV = dx dy dz$ e la corrispondente massa infinitesima $dm = \rho dV$ dove ρ indica la densità del materiale.

Si opera poi l'assunzione del tutto generale che la temperatura appartenente al cubo sia definita come funzione delle tre coordinate spaziali e quella temporale, ottenendo così:

$$T=f(x,y,z,t) \quad (17)$$

Ricorrendo a nozioni fondamentali della Fisica Tecnica quali il bilancio energetico, si può esprimere la seguente relazione applicando il Primo Principio della Termodinamica:

$$\Sigma Q = dU_i + dU_c + dU_n + dI(dV_u - dV_e) dt + dL \quad (18)$$

cui si può considerare lavoro dL ragionevolmente nullo in quanto si ipotizza il cubo fermo e indeformabile. La variazione di energia interna al sistema, si può rielaborare come segue:

$$dU_i = \rho dV c_v dT \quad (19)$$

dove c_v indica il calore specifico a volume costante. Il secondo, il terzo e il quarto termine a secondo membro della relazione (18) possono essere inclusi in una scrittura più compatta introducendo il termine di generazione interna di calore H [W/m^3] (esprimibile come una densità volumica di energia termica) che va a conglobare i contributi di variazione di energia chimica, nucleare e di potenziale elettrico.

La formulazione che si viene ad ottenere tenuto conto delle considerazioni appena fatte è:

$$\Sigma Q = \rho \cdot dV \cdot c_v - H dV dt \quad (20)$$

Dove dt definisce l'istante temporale infinitesimo preso in considerazione. Resta infine da esplicitare il termine a primo membro: esso rappresenta il bilancio dei flussi termici entranti e uscenti dalle facce del volume infinitesimo considerato. Applicando la convenzione secondo cui i contributi di calore entrante vengano considerati come positivi e quelli uscenti negativi, la (18) può essere riscritta nella seguente forma:

$$dQ_x + dQ_y + dQ_z - dQ_{x+dx} - dQ_{y+dy} - dQ_{z+dz} = \rho \cdot dV \cdot c_v - H dV dt \quad (21)$$

Considerando ora la generica coordinata, ciascun contributo uscente (negativo) può essere riscritto come:

$$dQ_{n+dn} = dQ_n + \frac{\partial Q_n}{\partial n} \cdot dn \quad (22)$$

Operando le opportune semplificazioni e applicando il postulato di Fourier (16) si ottiene la seguente:

$$\lambda_x dA_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx dt + \lambda_y dA_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dy dt + \lambda_z dA_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} dz dt = \rho \cdot dV \cdot c_v - H dV dt \quad (23)$$

Esplicitando poi all'interno di (23) l'area delle superfici laterali del volume infinitesimo come $dA_x = dydz$, $dA_y = dx dz$ e $dA_z = dx dy$, si può procedere ad una notevole semplificazione con i termini dV a secondo membro ottenendo quella che viene chiamata *equazione generale della conduzione*:

$$\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + H = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} \quad (24)$$

la quale può essere ulteriormente semplificata grazie all'ipotesi molto spesso coerente con la pratica ingegneristica di materiale isotropo ($\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z$), ottenendo pertanto:

$$\frac{\lambda}{\rho c_v} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{H}{\rho c_v} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (25)$$

La (25) rappresenta un'equazione differenziale alle derivate parziali, la cui variabile indipendente è rappresentata dalla temperatura T. La risoluzione dell'equazione (25) porta alla conoscenza della distribuzione della temperatura all'interno del corpo. È quindi possibile, a valle della soluzione di tale equazione, determinare in ogni punto la corrispondente temperatura, definite le coordinate e l'istante temporale.

Una volta ottenuto questo importante risultato si può ricorrere nuovamente all'utilizzo della formula data dal postulato di Fourier per la conoscenza dello scambio termico in gioco. La complessità del problema non permette però l'ottenimento di una soluzione analitica generale in grado di dar risposta a qualsiasi problema termico. Questo comporta la necessità di operare ulteriori semplificazioni, ottenendo soluzioni valide ed utilizzabili solamente in casi particolari e circostanziati.

I casi particolari per i quali sono disponibili soluzioni analitiche riguardano il caso della parete piana e quello della parete cilindrica in regime stazionario, comprendenti anche un'eventuale generazione interna di calore. Per ragioni legate alla finalità di questa trattazione, si andranno a trattare tali situazioni singolarmente, trascurando la presenza di generazione interna.

2.1.1 CASO PARTICOLARE: CONDUZIONE ATTRAVERSO UNA PARETE PIANA

Come anticipato in precedenza, si prenda ora in considerazione il caso di parete piana in regime stazionario, monodimensionale e nel caso particolare in cui non vi sia generazione interna. Si precisa che l'ipotesi di monodimensionalità del problema conduttivo alla base del postulato, deriva dalla considerazione che la lastra piana abbia le dimensioni lungo y e z molto maggiori rispetto alla dimensione della stessa lungo la direzione x (dello spessore) e in ragione di ciò, si può pertanto considerare il gradiente di temperatura che viene a stabilirsi come funzione del solo spessore della parete stessa.

Per rendere più intuitiva la trattazione, si prenda a riferimento la rappresentazione schematica riportata in figura [17]: il dominio considerato sia caratterizzato da uno spessore L, da facce con superficie pari ad A e sia costituito da un materiale avente la generica conducibilità λ (che a seguire verrà espressa come λ_x per le considerazioni fatte sulla monodimensionalità del problema).

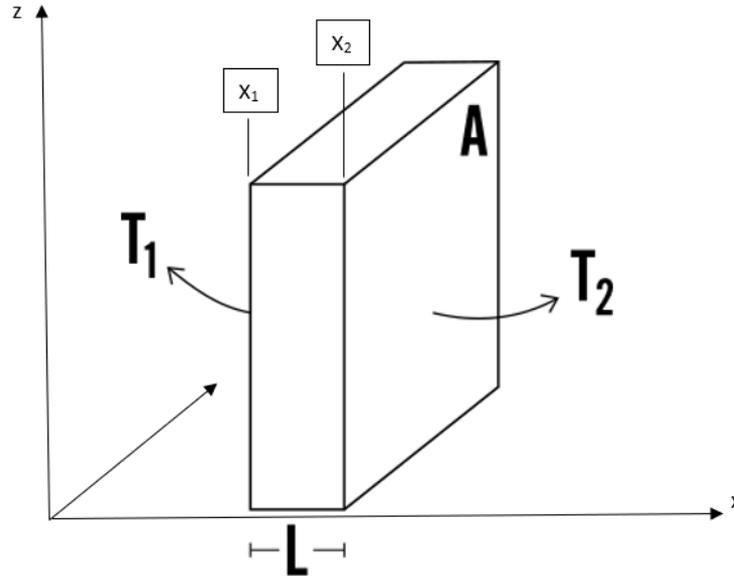


Figura [17]: Conduzione su parete piana [22]

Tali superfici siano caratterizzate da normali la cui direzione risulta parallela a quella di sviluppo dello spessore della piastra (in questo caso corrispondente all'asse delle ascisse). Siano T_1 e T_2 rispettivamente le temperature uniformemente distribuite delle superfici identificate dalle coordinate x_1 ed x_2 . Ricordando le assunzioni di monodimensionalità (flusso termico solo lungo la direzione dello spessore della lastra), stazionarietà e generazione interna nulla, si ottengono le seguenti ulteriori condizioni da considerare durante la risoluzione del problema:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \\ \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \\ H = 0 \end{cases} \quad (26)$$

Tali condizioni devono essere applicate congiuntamente all'equazione generale della conduzione (25), la quale, per il problema in esame, si semplifica nella seguente maniera:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (27)$$

Tale equazione differenziale, una volta integrata due volte lungo la coordinata dello spessore (x in questo caso), porta all'ottenimento della relazione che esprime la temperatura T in funzione delle due costanti a e b , derivanti dalla doppia integrazione:

$$T = ax + b \quad (28)$$

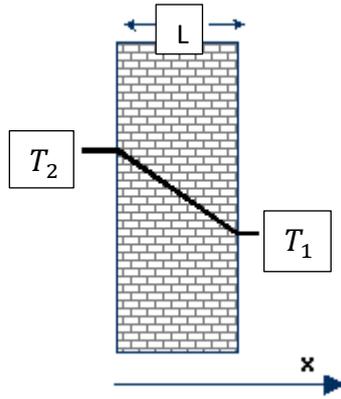


Figura [18]: Andamento delle temperature per conduzione su parete piana [20]

Le costanti a e b si possono ora ricavare applicando le condizioni al contorno definite alle facce della lastra in posizione x_1 e x_2 , ovvero rispettivamente le temperature T_1 e T_2 . Perciò:

$$T_1 = ax_1 + b \quad (29)$$

$$T_2 = a(x_1 + L) + b \quad (30)$$

Da cui si ricavano i valori delle costanti:

$$a = \frac{T_2 - T_1}{L} \quad (31)$$

$$b = T_1 - ax_1 \quad (32)$$

Sostituendo (31) e (32) in (28), si perviene quindi alla relazione finale che definisce la distribuzione di temperatura lungo la coordinata x all'interno dello spessore della lastra (figura [18]):

$$T = \frac{T_2 - T_1}{L}(x - x_1) + T_1 \quad (33)$$

Ciò che si nota dalla relazione ottenuta è che l'andamento della temperatura all'interno della lastra è lineare; tale risultato è molto importante in quanto consente l'applicazione del postulato di Fourier (16) infatti è solo ora che si è finalmente in grado di stabilire il valore esatto della derivata della temperatura richiesta da tale formula. È quindi possibile determinare il valore del flusso di calore attraverso la lastra:

$$q = -\lambda_x A \frac{\partial T}{\partial x} \quad (34)$$

Osservando la (34), risulta ora chiaro come il valore della derivata della temperatura in x risulti coincidere con il valore della costante a ricavata in precedenza. Il flusso termico risulta quindi essere pertanto pari a:

$$q = -\lambda_x A \cdot \frac{T_2 - T_1}{L} \quad (35)$$

che una volta rielaborata integrando il segno e rendendo quindi la grandezza complessivamente positiva:

$$q = \lambda_x A \cdot \frac{T_1 - T_2}{L} \quad (36)$$

Quest'ultima espressione risulta essere utile qualora T_1 risulti essere superiore T_2 : in tal caso, il flusso di calore q sarà concorde alla direzione delle ascisse positive x^+ . Viceversa, nel caso in cui T_2 risulti essere maggiore rispetto a T_1 , il flusso termico risulterà essere concorde alla direzione delle x^- .

2.1.2 CASO PARTICOLARE: CONDUZIONE ATTRAVERSO UNA PARETE CILINDRICA

Si analizzi ora il secondo caso particolare, ossia la conduzione termica in regime stazionario attraverso una parete cilindrica. Considerando dunque una parete cilindrica caratterizzata da temperature diverse nelle superfici interna ed esterna; si operi in analogia al caso precedente, l'ipotesi di regime stazionario, con un flusso monodimensionale e senza generazione interna. In analogia per quanto visto per la conduzione della parete piana, il problema è assunto quindi monodimensionale lungo la direzione radiale r perché avente lo spessore lungo tale direzione di dimensione molto più piccola rispetto alla dimensione longitudinale (L) della parete stessa (figura [19]).

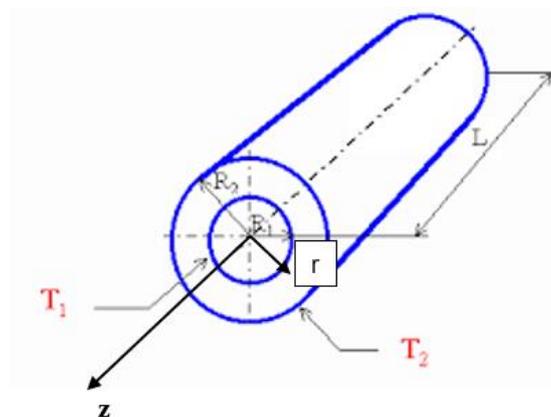


Figura [19]: Conduzione su parete cilindrica [39]

Prendendo a riferimento la rappresentazione schematica riportata in figura [20] si può rielaborare esprimendo l'equazione generale della conduzione non più in coordinate cartesiane, bensì in coordinate cilindriche che meglio si adattano alla geometria del caso in esame. Ponendo quindi l'asse z coincidente con quello della geometria, e ricordando le relazioni che legano le coordinate cartesiane a quelle cilindriche:

$$x = r \cos \varphi \quad (37)$$

$$y = r \sin \varphi \quad (38)$$

$$z = z \quad (39)$$

Si può pertanto riscrivere la suddetta relazione in coordinate cilindriche:

$$\frac{\lambda}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{H}{\rho c} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (40)$$

la quale, una volta tenuto conto delle ipotesi fatte in precedenza, si può semplificare nella seguente:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (41)$$

In analogia a quanto fatto in precedenza, tale equazione differenziale può essere integrata due volte sino ad ottenere la soluzione che esprime la temperatura in funzione delle due costanti d'integrazione c e d :

$$T = c \cdot \ln r + d \quad (42)$$

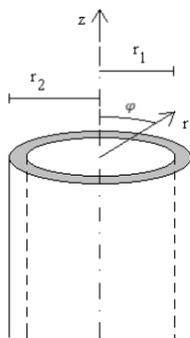


Figura [20]: Riferimenti cartesiani conduzione su parete cilindrica [40]

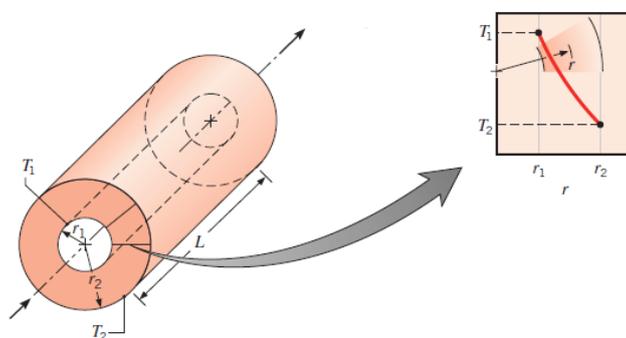


Figura [21]: Andamento delle temperature per conduzione su parete cilindrica [23]

Imponendo ora il sistema di condizioni al contorno al raggio interno r_1 e al raggio esterno r_2 :

$$\begin{cases} T = T_1 & \text{per } r = r_1 \\ T = T_2 & \text{per } r = r_2 \end{cases} \quad (43)$$

che fissa le temperature in corrispondenza delle superfici interna (r_1) ed esterna (r_2) della parete cilindrica. Ciò che si ottiene sostituendo in (42) le condizioni al contorno sono i valori delle costanti c e d :

$$c = \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (44)$$

$$d = T_1 - \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \ln(r_1) \quad (45)$$

che portano alla conoscenza dell'andamento della temperatura per il caso della parete cilindrica:

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) \quad (46)$$

L'andamento della temperatura, come si nota da (46) è logaritmico ed è rappresentato in figura [21]

Nota la distribuzione di temperatura lungo lo spessore della parete cilindrica, ora è possibile ottenere il flusso termico ricorrendo al postulato di Fourier, anch'esso da riportare in coordinate cilindriche:

$$q = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \quad (47)$$

Nella quale si può esplicitare l'area di scambio al generico raggio r per la lunghezza L lungo z della parete, ottenendo:

$$q = -\lambda(2\pi rL) \frac{\partial T}{\partial r} \quad (48)$$

Andando a integrare la (48) in funzione del raggio, si giunge alla formulazione finale che regola lo scambio termico:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{\lambda \cdot 2\pi L} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (49)$$

2.1.3 ANALOGIA ELETTRICA: RESISTENZE TERMICHE E RETI TERMICHE

Nello studio alla risoluzione di problemi termici più articolati risulta molto importante rifarsi a quella che viene chiamata analogia elettrica nei problemi termici. Per analogia elettrica si fa riferimento alla relazione che in ambito elettrico, lega tra loro la differenza di potenziale e la corrente mediante una costante che prende il nome di resistenza elettrica. Questa dipendenza è espressa dalla seguente relazione:

$$\Delta V = R \cdot i \quad (50)$$

Visto che l'intensità di corrente i è legata strettamente alla differenza di potenziale elettrico

$$V_1 - V_2 = \Delta V \quad (51)$$

tra i due capi di un conduttore e dalle caratteristiche elettriche insite in ciascun materiale (resistenza R); così anche il flusso di calore che si sviluppa attraverso un corpo è legato alla differenza fra le temperature agli estremi di un corpo:

$$T_1 - T_2 = \Delta T \quad (52)$$

e dalle caratteristiche termiche proprietà di ciascun materiale presente in natura. Appare quindi chiaro che l'analogia è mantenuta se si associa l'intensità di corrente i al flusso termico q e la differenza di potenziale ΔV alla differenza di temperatura ΔT (figura [22]).

$$q = \frac{\Delta T}{R} \Rightarrow R = \frac{\Delta T}{q} \quad (53)$$

$$i = \frac{\Delta V}{R} \Rightarrow R = \frac{\Delta V}{i} \quad (54)$$

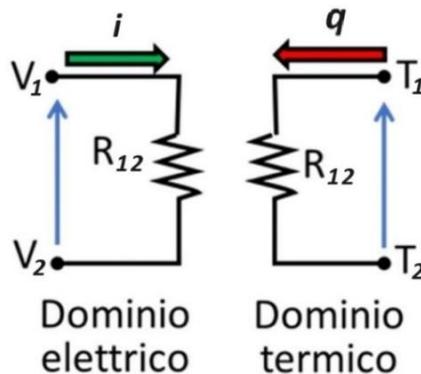


Figura [22]: Analogia elettrica su problemi termici [41]

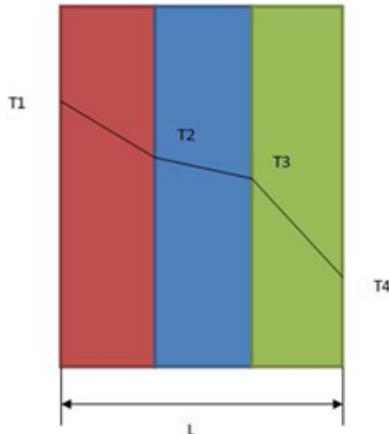


Figura [23]: Andamento delle temperature per conduzione su parete piana multistrato [18]

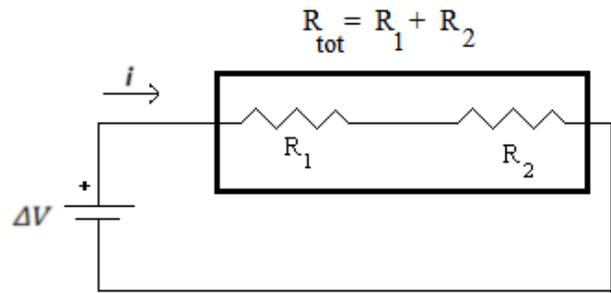


Figura [24]: Circuito con resistori in serie [41]

Se prendiamo quindi i risultati ottenuti nel caso particolare di lastra piana, il flusso di calore q può essere riformulato come:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R_x} \quad (55)$$

dove R_x è la resistenza termica (esprimibile in [K/W], ma comunemente riportata anche in [°C/W]) il cui il pedice x indica la direzione del flusso di calore. Unendo quindi le relazioni (55) e (36) si ottiene la formula per il calcolo della resistenza termica nella configurazione di lastra piana:

$$R_x = \frac{L}{\lambda_x A} \quad (56)$$

Se fino ad ora, per gli esempi fatti, l'utilità di tale analogia elettrica non risulta essere tangibile, lo è sicuramente quando si parla di pareti multistrato: il vantaggio nell'utilizzo di questo approccio risulta proprio nei casi in cui si hanno più pareti costituite da materiali diversi (caratterizzate quindi da diversi valori per il coefficiente di conducibilità termica - figura [23]) in cui sono note come condizioni al contorno le temperature delle pareti più esterne del sistema.

Tuttavia, prima di addentrarsi entro il procedimento per comprendere la gestione di problemi di questo tipo, è utile fare un ulteriore approfondimento nell'ambito dell'analogia elettrica per affrontare i problemi termici.

Avendo già visto un'analogia tra le resistenze termiche ed elettriche, tale si estende anche per quanto riguarda le configurazioni elettriche per le resistenze in serie e in parallelo. In particolare, una disposizione di resistenze in serie su un circuito elettrico consiste in resistori che sono attraversati

dalla medesima intensità di corrente e con la differenza di potenziale del circuito pari alla somma delle differenze di potenziale ai capi di ogni resistenza appartenente al circuito (figura [24]).

A tal circuito è possibile abbinare la cosiddetta resistenza equivalente, ovvero una resistenza fittizia che renda ragione della presenza del numero di resistori, in questo caso in serie, presenti nel circuito. Tale resistenza è calcolabile analiticamente tenendo presente delle caratteristiche elettriche associate ad una disposizione di questo tipo oltre alle formule fondamentali alla base dell'Elettrotecnica. Riprendendo infatti la (50), si può trovare la resistenza equivalente R_{eq} mediante:

$$\Delta V = R_{eq} \cdot i \quad (57)$$

e per quanto già detto circa l'intensità di corrente e la differenza di potenziale per queste tipologie di circuito si può scrivere:

$$R_{eq} = \frac{\Delta V}{i} = \frac{V_1}{i} + \frac{V_2}{i} = R_1 + R_2 \quad (58)$$

La resistenza equivalente R_{eq} di un circuito avente le resistenze disposte in serie è pertanto la loro somma, qualunque sia il loro numero, purché valgano le condizioni già dette.

La disposizione di resistenze in parallelo (figura [25]) entro un circuito elettrico ha invece la caratteristica che tali resistori abbiano ai loro capi la medesima differenza di potenziale e con intensità di corrente (non più in ugual valore come nelle resistenze in serie) che varia attraverso le diverse resistenze. In particolare, passerà meno corrente attraverso le resistenze di maggior valore (perché la corrente incontra più resistenza) e viceversa ne passerà di più attraverso resistenze di minor valore: in ragion di ciò, mantenendosi costante la differenza di potenziale, l'intensità di corrente all'uscita dal parallelo di resistenze sarà la somma delle intensità di corrente che attraversano ciascuna resistenza del parallelo.

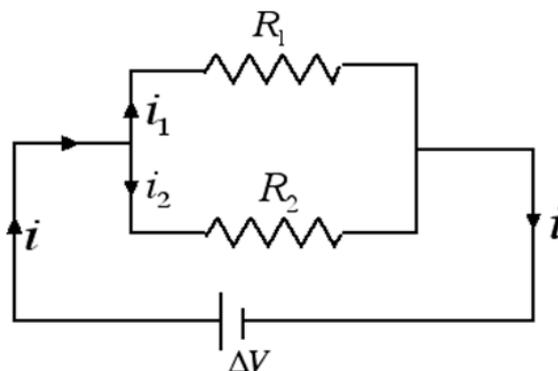


Figura [25]: Circuito con resistori in parallelo [41]

Traducendo in formule quanto appena considerato si può calcolare anche in questo caso una resistenza equivalente secondo la (57) ed applicando quanto appena detto risulterà per il caso di figura [25]:

$$R_{eq} = \frac{\Delta V}{i} = \frac{\Delta V}{i_1 + i_2} \quad (59)$$

che elaborata ulteriormente porta alla:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{i_1 + i_2}{\Delta V} = \frac{i_1}{\Delta V} + \frac{i_2}{\Delta V} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (60)$$

Prendendo a riferimento la figura [23] si nota che in base alla disposizione dei materiali esso risulta essere ascrivibile ad un sistema di resistenze in serie, in quanto attraverso tale disposizione passerà il medesimo flusso di calore (che per l'analogia elettrica sarà la stessa intensità di corrente). In questo tipo di sistemi sono solitamente note, nella maggioranza delle applicazioni, le temperature T_1 e T_4 , le caratteristiche dei materiali che costituiscono il multistrato (quindi il coefficiente di conducibilità di ciascuna parete) e l'estensione di ciascuna parete; non sono invece note a priori le temperature all'interfaccia fra una parete e l'altra. Facendo ricorso a tale analogia elettrica, illustrata sino ad ora a livello teorico, ed associando a ciascuna parete una resistenza termica si può risalire al flusso termico che attraversa le t pareti sfruttando le seguenti:

$$q = \frac{T_1 - T_2 + T_2 - T_3 + \dots + T_t - T_{t+1}}{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_t} \quad (61)$$

$$q = \frac{T_1 - T_{t+1}}{\sum R} \quad (62)$$

dove la $\sum R$ è la somma totale della resistenza di ciascuna parete e $T_1 - T_{t+1}$ sia la differenza fra le temperature delle superfici più esterne della parete multistrato. Una volta noto il flusso termico q , il valore di ciascuna resistenza, e tenendo conto delle temperature al contorno, si possono ottenere a cascata le temperature presenti all'interno della parete multistrato seguendo la scaletta riportata come esempio:

$$\begin{aligned} T_2 &= T_1 - qR_1 \\ T_3 &= T_2 - qR_2 \\ &\dots \\ T_t &= T_{t-1} - qR_{t-1} \end{aligned} \quad (63)$$

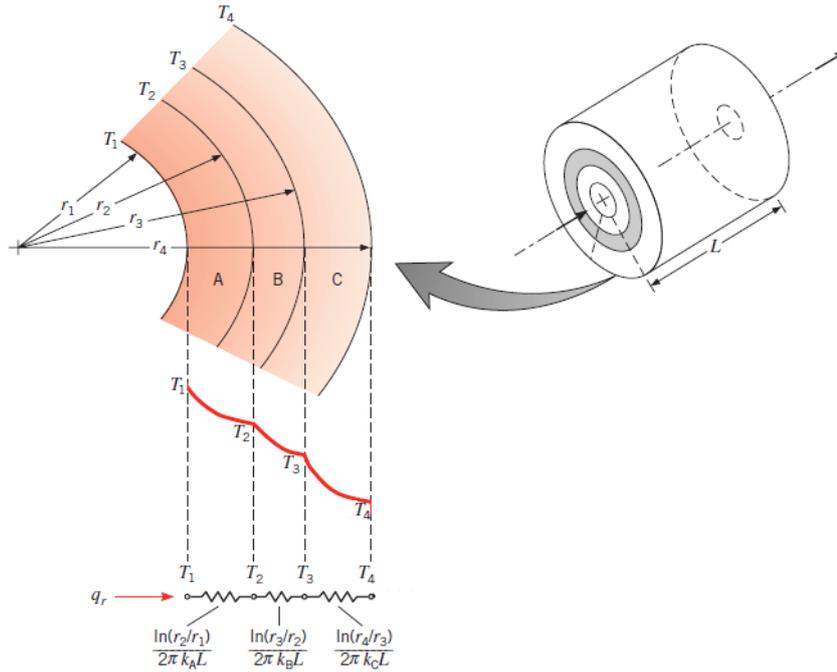


Figura [26]: Parete cilindrica multistrato con resistenze di parete [23]

In analogia a quanto visto per la parete piana si può ripetere per la parete cilindrica: infatti ricordando la (49), si può riscrivere il flusso termico ottenendo:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2\pi L \cdot \lambda} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \frac{T_1 - T_2}{R} \quad (64)$$

ove R è la resistenza termica relativa ad una singola parete cilindrica e definita come segue:

$$R = \frac{1}{\frac{1}{2\pi L \cdot \lambda} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (65)$$

Per l'applicazione della (65) alle pareti cilindriche multistrato si può far riferimento alla figura [26] rimandando alla precedente trattazione fatta per le pareti piane multistrato: la procedura per ricavare le temperature intermedie di parete risulta analoga.

2.2 SCAMBIO TERMICO PER CONVEZIONE

La seconda modalità di scambio termico osservabile in natura è la convezione (figura [27]). Essa riguarda tipicamente i processi di scambio termico al quale sono associati spostamenti di materia, solitamente riscontrabili all'interno dei fluidi. Questa tipologia di scambio termico si differenzia dalla precedente in quanto tale scambio avviene tra una superficie solida e un fluido.

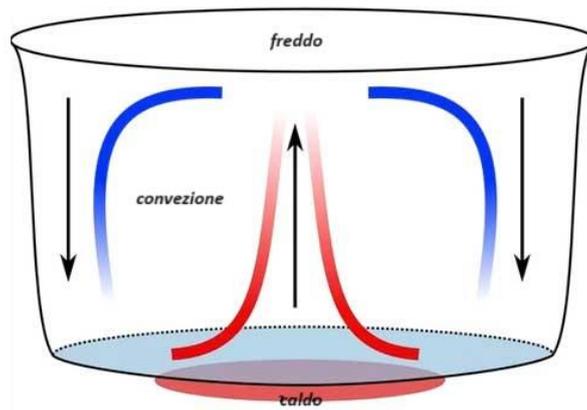


Figura [27]: Meccanismo di scambio termico per convezione [42]

Il processo di scambio convettivo prevede tuttavia un'ulteriore classificazione in ambito tecnico: si parla infatti di convezione naturale quando il campo di moto è direttamente influenzato dai fenomeni di scambio termico intercorsi fra i sistemi in gioco.

In particolare, s'instaurano moti convettivi che si sviluppano in seno al fluido che, in ragione della diminuzione della densità del fluido che si riscalda, questo tenderà a migrare verso la regione fluida più fredda e quindi più densa, che andrà a riscaldarsi via via grazie al mescolamento fra regioni di fluido a diversa densità. Un esempio quotidiano di questo scambio termico è quello di una pentola piena d'acqua riscaldata dal fuoco in una cucina domestica: il calore derivante dal fuoco va ad innalzare la temperatura della parte inferiore della pentola che, essendo a contatto con l'acqua, andrà a riscaldare quest'ultima.

Dall'innalzamento della temperatura dell'acqua andranno pertanto a verificarsi la catena di fenomeni già descritti in precedenza. Dalla convezione naturale si distingue poi la convezione forzata che, come facilmente intuibile, prevede che un organo esterno faccia da forzante al moto del fluido stesso. Tale forzante esterna può essere esercitata sul sistema mediante ventilatori (in caso di fluidi aeriformi) o pompe (in caso di liquidi) (figura [28]).

L'espressione in grado di quantificare lo scambio termico che intercorre fra una superficie solida e una fluida che scambiano per convezione, fu proposta nel 1701 da Isaac Newton [7], il quale suggerì di valutare il flusso convettivo come proporzionale all'area di scambio A e alla differenza di temperatura che intercorre fra la superficie solida e la regione fluida del sistema, quest'ultima agente da 'forza motrice' del fenomeno convettivo. L'espressione del flusso termico per uno scambio termico di natura convettiva può dunque essere espresso secondo la seguente:

$$|q| = \alpha_c A |T_p - T_f| \quad (66)$$

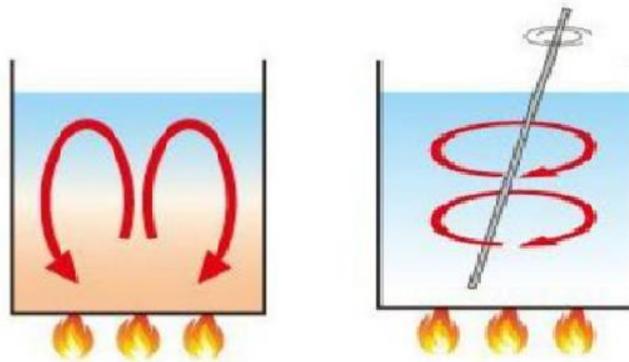


Figura [28]: Differenza tra meccanismi di convezione naturale (sx) e forzata (dx)

dove T_p e T_f sono rispettivamente le temperature di parete all'interfaccia solida e la temperatura media della regione fluida; si noti che l'espressione è regolata anche dal fattore α_c che viene chiamato *coefficiente di scambio convettivo* ed è espresso tipicamente in $[W/m^2 K]$ ed cui alcuni valori di fluidi noti sono espressi in tabella [3]. In analogia con quanto trattato per lo scambio di tipo conduttivo, anche in questo caso è possibile rielaborare l'espressione appena definita di flusso termico, facendo comparire nella scrittura una resistenza termica R :

$$|q| = \frac{|T_p - T_f|}{R} \quad (67)$$

mediante confronto di (66) con (67) si ricava la forma generale per la resistenza termica in convezione naturale/forzata, definita come:

$$R = \frac{1}{\alpha_c A} \quad (68)$$

la quale è espressa in $[K/W]$.

CONVEZIONE	FLUIDO	$\alpha_c [W/m^2 K]$
naturale	aria	1 ÷ 20
forzata	aria	10 ÷ 200
forzata	acqua	300 ÷ 11000
naturale	acqua	80 ÷ 1000
/	acqua condensata a film	4000 ÷ 17000
/	acqua condensata a gocce	30000 ÷ 140000

Tabella [3]: Differenza fra coefficienti convettivi [7]

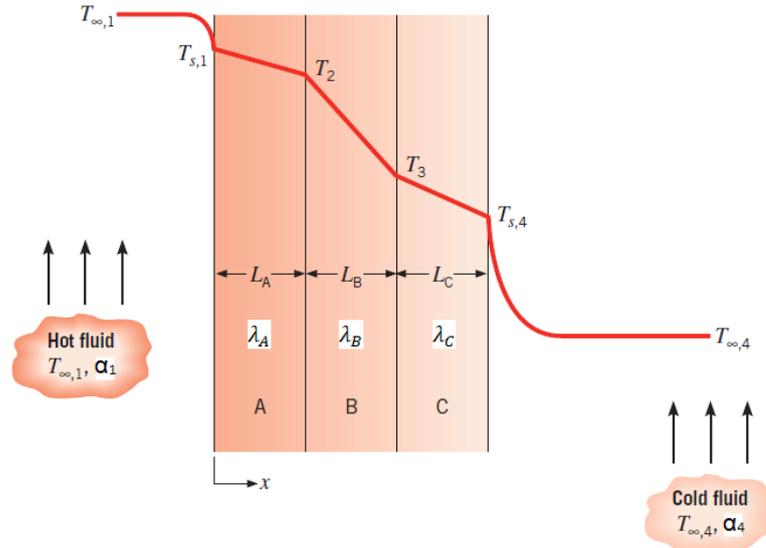


Figura [29]: Sistema composto da scambio di calore conduttivo e convettivo [23]

Una volta definita quella che è l'analogia elettrica per i problemi termici e aver trattato il concetto di resistenza termica per gli scambi sia di natura conduttiva che di natura convettiva, è ora possibile mettere insieme i due concetti illustrando sistemi di reti termiche di una complessità crescente rispetto a quelli visti in precedenza. Prendendo infatti a riferimento l'illustrazione sottostante, essa presenta tre pareti solide dei generici materiali A, B, C, aventi le rispettive conducibilità termiche λ_A , λ_B e λ_C ; tale parete multistrato è lambita sia a sinistra che a destra da due regioni fluide caratterizzate da due diversi valori di temperatura $T_{\infty,1}$ e $T_{\infty,2}$, da considerare però uniformi e costanti all'interno dello stesso fluido. Tra le due interfacce fluide e solide vengono quindi a stabilirsi fenomeni di scambio per convezione e, in ragion di ciò, ciascuna regione sarà caratterizzata da un coefficiente di convezione (rispettivamente α_1 e α_4) (figura [29]).

Questa tipologia di sistema termico si sposa bene con la definizione di una rete termica: infatti in un sistema così configurato solitamente si conoscono le due temperature degli ambienti fluidi, ma non sono note a priori le temperature intermedie ($T_{s,1}$, T_2 , T_3 , $T_{s,4}$). Associando a questa configurazione un'equivalente rete elettrica fatta di resistenze termiche conduttive e convettive si riescono ad ottenere le temperature incognite con il procedimento (63) illustrato in precedenza all'interno del paragrafo 2.1.3 relazione (62) sull'analogia delle reti elettriche nel caso della conduzione.

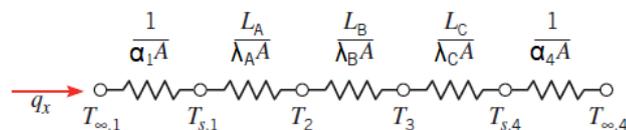


Figura [30]: Analogia elettrica per problemi di scambio termico conduttivo e convettivo [23]

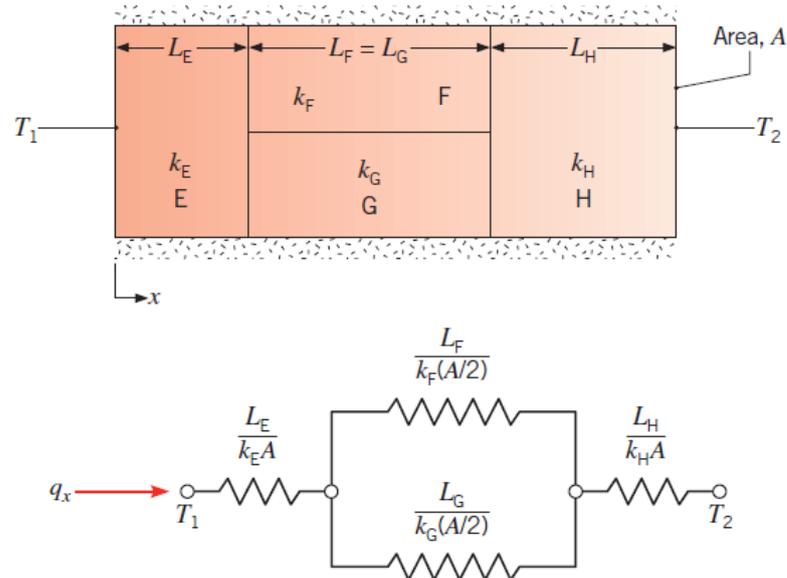


Figura [31]: Sistema e schema di resistenze termiche per scambio termico conduttivo [23]

Nell'impostazione dell'equivalente rete elettrica bisogna sempre considerare quelle che sono le condizioni al contorno rispetto all'andamento del flusso di calore: infatti per una configurazione come quella riportata in figura [30] le resistenze termiche saranno disposte in serie:

Una variante del caso precedente può essere rappresentata dal sistema riportato in figura [31] in cui i materiali non sono disposti in maniera consecutiva rispetto alla direzione del flusso: infatti la resistenza termica equivalente corrispondente ai blocchetti materiali centrali F e G dovrà essere determinata come parallelo delle due diverse resistenze termiche corrispondenti a tali domini solidi. Tale resistenza equivalente andrà poi sommata alle altre resistenze termiche, completando così la serie di resistenze termiche.

Si noti che in quest'ultimo caso si è fatto riferimento solamente alle resistenze termiche di tipo conduttivo, con condizioni al contorno del sistema le temperature uniformi e costanti T_1 e T_2 . È chiaro che se si fosse configurato il sistema appena riportato in maniera analoga a quello della figura [29], la rete termica sarebbe cambiata in quanto si sarebbero dovute considerare ulteriori due resistenze, in serie, dovute all'eventuale convezione considerata ai capi del sistema.

2.3 SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO

La terza modalità di scambio termico possibile fra due corpi a diversa temperatura è l'irraggiamento (figura [32]). Questa modalità di scambio termico è leggermente diversa a quelle precedentemente descritte in quanto non vi è la stretta necessità di un contatto diretto o trasporto di materia fra le superfici (infatti può esserci irraggiamento anche nel vuoto), bensì prevede che lo scambio venga per mezzo della radiazione elettromagnetica associata alle temperature delle date superfici, in particolare

di quella a temperatura maggiore che corrisponderà il maggiore apporto energetico contenuto nelle onde elettromagnetiche emesse verso la superficie che solitamente ha temperatura molto minore alla prima.

La legge che esprime il flusso di calore per questa modalità di scambio è data dalla:

$$\frac{dq}{dt} = k \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (69)$$

ove le temperature alla quarta potenza devono essere espresse in gradi Kelvin (K). Il σ rappresenta la costante di Stefan-Boltzmann [7] è pari a:

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^{-2} \text{ K}^4 \quad (70)$$

$$k = f(\mathcal{E}, A, F_{1-2}) \quad (71)$$

dove \mathcal{E} rappresenta l'emissività di una superficie (ovvero la bontà di emissione di energia di un corpo rispetto all'idealità), A l'estensione della superficie che irradia energia e infine F_{1-2} è il fattore di forma, un parametro che dipende dalla posizione reciproca tra la superficie che emette e quella che riceve la radiazione elettromagnetica, in quanto non tutta la radiazione emessa verrà catturata dalla superficie ricevente.

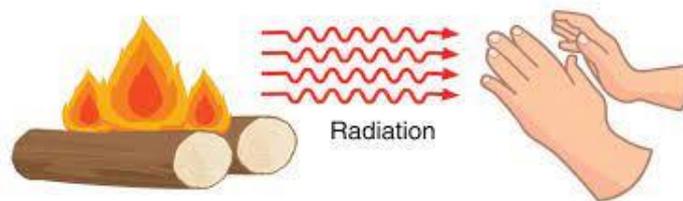


Figura [32]: Esempio scambio termico per irraggiamento [43]

CAPITOLO 3 – CONDUTTORI “A PIATTINA”

Dopo aver condotto una panoramica sulle macchine elettriche e dopo aver ripreso in mano gli aspetti teorici riguardanti lo scambio di calore, è venuto ora il momento di approfondire il comportamento termico degli avvolgimenti conduttori all'interno delle macchine elettriche.

La trattazione, in questa sezione, si concentrerà sulla modellazione termica dei conduttori di statore, con lo scopo di proporre un modello per la stima della conducibilità termica equivalente in funzione delle dimensioni del conduttore e delle proprietà dei materiali.

A tale scopo, è stata presa in considerazione una configurazione di conduttore “a piattina” di forma rettangolare, con l'intenzione di modellare e riprodurre con buona accuratezza il comportamento termico degli avvolgimenti di testa di organi statorici realizzati mediante tecnologia ad hair – pin, solitamente costituiti da conduttori a sezione rettangolare

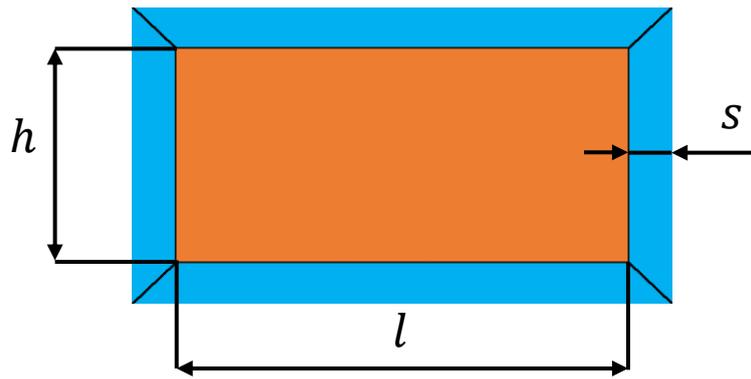
Nelle applicazioni all'interno di motori elettrici, i conduttori, costituiti da rame (materiale caratterizzato da una bassa resistività elettrica), sono avvolti da un primo rivestimento di materiale isolante per poi essere “impregnati” mediante l'applicazione di un ulteriore strato di resina protettiva: tali rivestimenti sono applicati primariamente al fine di isolare elettricamente gli avvolgimenti tra loro e per garantire contemporaneamente anche una protezione di base dall'attacco da parte di agenti esterni potenzialmente in grado di intaccare le funzionalità degli avvolgimenti nel tempo.

All'interno di questa sezione, verrà inizialmente descritto il modello analitico sviluppato per la stima della conducibilità termica equivalente in direzione orizzontale e verticale per conduttori a piattina. Successivamente, la metodologia utilizzata per le simulazioni numeriche verrà descritta in ogni suo componente, partendo dalla geometria, passando per la mesh e finendo con l'impostazione del problema all'interno di Fluent.

Infine, verrà presentata l'analisi dei risultati numerici, messi a confronto con quelli restituiti dal modello analitico semplificato.

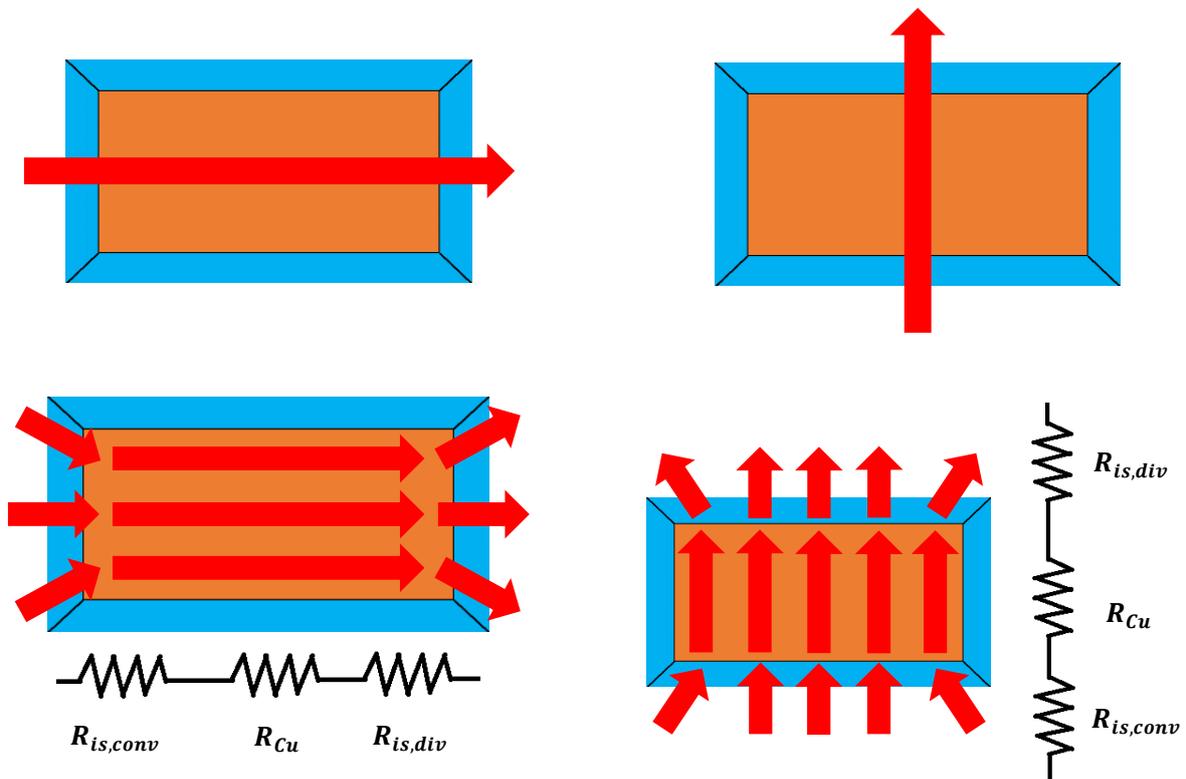
3.1 MODELLAZIONE ANALITICA

Per prima cosa, si è lavorato ad una proposta di modello analitico generale per il calcolo delle conducibilità equivalenti nella configurazione di conduttori a piattina, con l'obiettivo di ottenere espressioni in grado di restituire una stima accurata della conducibilità equivalente in direzione orizzontale e verticale note le dimensioni del conduttore e lo spessore di isolante applicato.



Figura[33]: Dimensioni notevoli piattina

Osservando il modello di piattina, riportato all'interno della figura [33], si è proceduto ipotizzando che la totalità del calore smaltito dal sistema passi totalmente attraverso il dominio di rame, senza ricorrere anche al path termico che potrebbe venirsi a creare attraverso in parallelo l'isolante.



(a) Flusso di calore in direzione orizzontale

(b) Flusso di calore in direzione verticale

Figura [34]: Linee termiche per costituzione modello: a) ipotesi di linee termiche per il modello di conducibilità in direzione orizzontale, b) ipotesi di linee termiche per il modello di conducibilità in direzione verticale

In questo modo, il flusso di calore fluirebbe attraverso l'isolante seguendo una geometria di forma convergente/trapezoidale, venendo convogliato totalmente verso il dominio di rame. Una volta attraversata poi la piattina, il calore fluirebbe nuovamente attraverso l'isolante, seguendo anche in questo caso un una geometria di forma divergente/trapezoidale. Tale ipotesi è stata schematizzata per una migliore comprensione all'interno della figura [34]. La resistenza totale corrispondente a questo percorso termico risulta quindi essere la serie di tre resistenze consecutive: la prima resistenza, relativa alla conduzione attraverso il tratto di isolante "convergente", la seconda resistenza, relativa alla conduzione attraverso il tratto di rame ed la terza resistenza relativa alla conduzione attraverso il tratto di isolante "divergente".

La seconda resistenza è facilmente ricavabile sfruttando la teoria relativa alla conduzione termica attraverso lastre piane, mentre il calcolo delle resistenze relative ai due tratti di isolante necessitano di una trattazione teorica specifica, Per poter fare ulteriori considerazioni su questo nuovo modello, è necessario ricavare a livello teorico la resistenza data dallo spessore d'isolamento di forma trapezoidale. A supporto si consideri la figura [35] che va a seguire. Come visto in precedenza la forma di una resistenza termica attraverso una parete di spessore infinitesimo può essere scritta come:

$$dR = \frac{dx}{\lambda A} \quad (72)$$

dove dx denota lo spessore infinitesimo della lastra e a denominatore sono riportate la conducibilità termica λ , proprietà del materiale e l'area frontale A relativa alla lastra di spessore infinitesimo, ortogonale alla direzione di deflusso del calore.

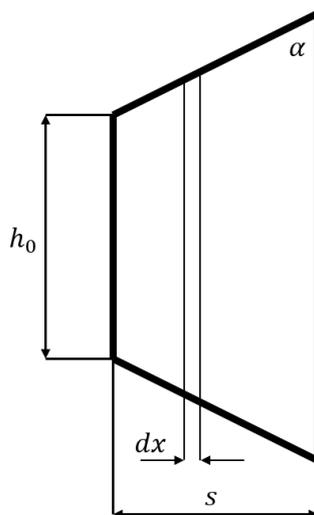


Figura [35]: Parte isolante trapezoidale

Per poter ora trovare la resistenza termica complessiva si deve ricorrere all'integrazione lungo la direzione che fa riferimento allo spessore d'isolante:

$$R = \int_0^s dR = \int_0^s \frac{dx}{\lambda A} \quad (73)$$

Dove

$$A = (h_0 + 2\Delta h)w \quad (74)$$

E

$$\tan \alpha = \frac{x}{\Delta h} \quad (75)$$

sostituendo quindi all'interno della relazione iniziale le grandezze appena esplicitate si ottiene l'integrale:

$$R = \int_0^s \frac{dx}{\lambda w \left(h_0 + 2 \cdot \frac{x}{\tan \alpha} \right)} \quad (76)$$

La soluzione dell'integrale dato dalla (76) restituisce la seguente formula:

$$R = \frac{\tan \alpha}{2\lambda w} \ln \left(1 + \frac{2}{\tan \alpha} \frac{s}{h_0} \right) \quad (77)$$

L'espressione ha carattere del tutto generale, e tiene conto anche della possibilità di differenze di spessori di isolante lungo i lati della piattina tramite la definizione dell'angolo α . Considerando una profondità di dominio w unitaria e ipotizzando che lo spessore d'isolante sia costante attorno a tutta la piattina (α pari a 45°), la resistenza termica resistenza termica risulterà essere pari a:

$$R = \frac{1}{2\lambda} \ln \left(1 + \frac{2s}{h_0} \right) \quad (78)$$

Prendendo a riferimento una generica piattina modellizzata (figura [33]), la resistenza equivalente data dalla serie di tre resistenze (due attraverso l'isolante e una attraverso il rame) sarà calcolabile utilizzando i due modelli seguenti, in base alla direzione in cui il calore viene trasmesso:

$$R_{eq,or} = \frac{1}{\lambda_{is}w} \ln\left(1 + \frac{2s}{h}\right) + \frac{l}{\lambda_{Cu}hw} \quad (79)$$

$$R_{eq,vert} = \frac{1}{\lambda_{is}w} \ln\left(1 + \frac{2s}{l}\right) + \frac{h}{\lambda_{Cu}lw} \quad (80)$$

Equiparando ora il sistema proposto ad una piattina aventi lati pari a quelli esterni del dominio analizzato e costituita da un meta-materiale omogeneo, è possibile calcolarne le proprietà termiche equivalenti di conducibilità nelle due direzioni di possibile scambio termico utilizzando le seguenti relazioni:

$$R_{eq,or} = \frac{l + 2s}{\lambda_{eq,or}(h + 2s)w} \Rightarrow \lambda_{eq,or} = \frac{l + 2s}{h + 2s} \frac{1}{\left(\frac{1}{\lambda_{is}} \ln\left(1 + \frac{2s}{h}\right) + \frac{l}{\lambda_{Cu}h}\right)} \quad (81)$$

$$R_{eq,vert} = \frac{h + 2s}{\lambda_{eq,vert}(l + 2s)w} \Rightarrow \lambda_{eq,vert} = \frac{h + 2s}{l + 2s} \frac{1}{\left(\frac{1}{\lambda_{is}} \ln\left(1 + \frac{2s}{l}\right) + \frac{h}{\lambda_{Cu}l}\right)} \quad (82)$$

3.2 MODELLAZIONE IN AMBIENTE ANSYS®

Una volta trovato un possibile modello analitico per il calcolo della conducibilità equivalente lungo le due possibili direzioni di flusso termico considerando una configurazione di conduttori a piattina, è stato poi necessario verificare la bontà del modello tramite confronto con i risultati derivanti da simulazioni termiche eseguite in ambiente Ansys®. In questa sezione verranno illustrati in maniera dettagliata i passaggi principali eseguiti all'interno dei vari software utilizzati. In figura [36] è riportato il work-flow sviluppato all'interno di Workbench, con l'utilizzo di DesignModeler per la riproduzione della geometria, di Ansys Meshing per le operazioni di creazione della mesh e di Fluent per l'effettuazione delle simulazioni termiche) durante l'analisi numerica. Alla fine del paragrafo saranno poi confrontati i dati ottenuti con il modello analitico proposto in precedenza.

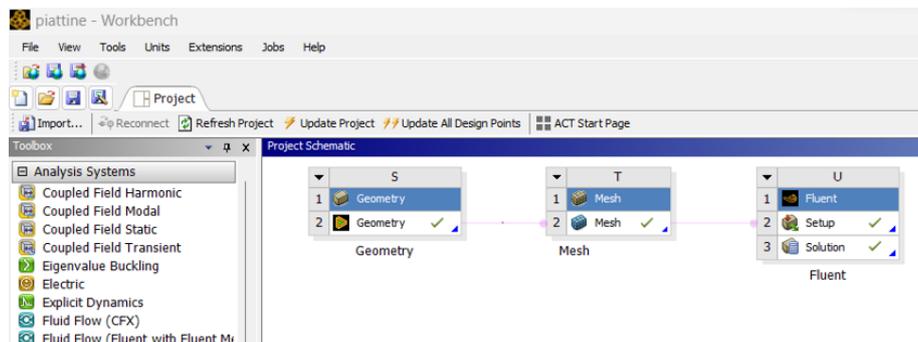


Figura [36]: Ansys Workbench® – link tra Geometry, Mesh e Fluent

3.2.1 – GEOMETRIA

Per far sì che le condizioni al contorno non impattassero sui risultati derivanti dalla simulazione termica, è stato deciso di definire un dominio comprendente più di una singola piattina. In particolare, si è deciso di riprodurre una serie di 16 piattine totali, disposte su quattro righe e quattro colonne. Tale configurazione è riportata in figura [37] per il caso relativo al calcolo delle conducibilità equivalenti orizzontale e verticale per un'altezza di piattina pari a 5 mm, una larghezza di piattina pari a 10 mm e uno spessore di isolante pari a 1 mm.

3.2.2 – MESH

Dopo aver ricostruito la geometria, il passo successivo è consistito nella discretizzazione del dominio in esame. La suddivisione nei vari sottodomini della geometria ha facilitato molto le operazioni di mesh e ha permesso di ottenere una griglia di tipo strutturato in tutte le configurazioni studiate. Questo anche grazie al fatto di aver specificato il numero di suddivisioni (il cui schema è stato riportato in maniera schematica per una singola piattina all'interno della figura [38] dei vari lati della geometria.

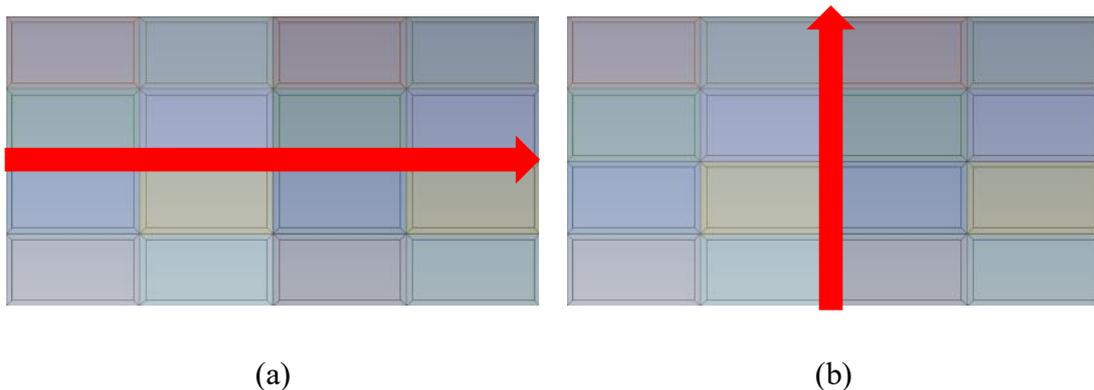


Figura [37]: Piattine con flusso di calore orizzontale (a) e verticale (b)

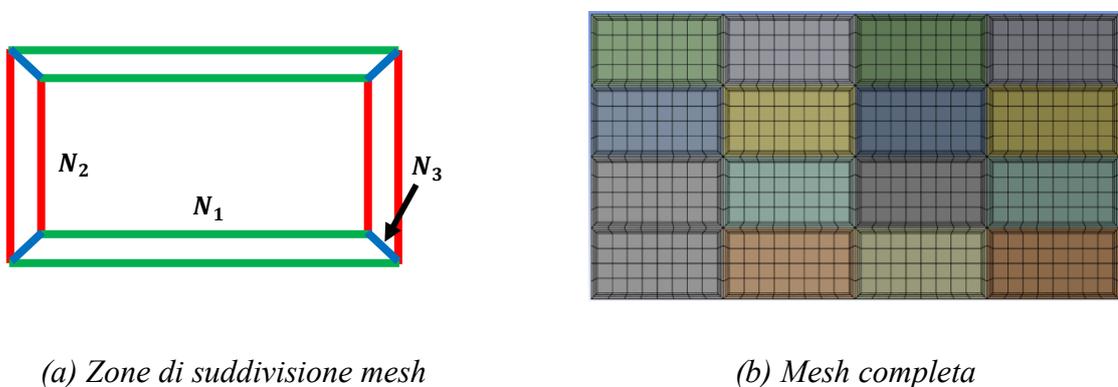


Figura [38]: Mesh su geometria- Ansys® mesh

Un esempio di mesh, ottenuto per il caso relativo al calcolo delle conducibilità equivalenti orizzontale e verticale per un'altezza di piattina pari a 5 mm, una larghezza di piattina pari a 10 mm e uno spessore di isolante pari a 1 mm.

Per ogni configurazione studiata, sono state riprodotte quattro differenti mesh, denominate 'coarse', 'medium', 'fine', 'really fine' in base al corrispondente numero di celle. Tale operazione è stata indispensabile per procedere poi all'analisi di sensitività della mesh, i cui risultati saranno presentati in una delle sezioni successive. Il numero di suddivisioni adottato in ognuno dei lati e le caratteristiche corrispondenti ad ognuna delle quattro configurazioni di mesh sono riportate in dettaglio all'interno della tabella [4].

Dall'osservazione della figura [39], la quale riporta un dettaglio della mesh relativo alla metodologia di suddivisione applicata per il dominio di isolante, si può inoltre apprezzare anche l'utilizzo del *bias*, il quale consente di modificare l'estensione delle varie suddivisioni lungo il lato selezionato.

Configurazione	N_1	N_2	N_3	n°elementi
'Very fine'	46	24	3	24384
'Fine'	30	16	3	10624
'Medium'	12	8	3	2816
'Coarse'	6	3	3	576

Tabella [4]: Piattine orizzontali n°16 - 5x10 mm – 0,5 mm isolante – $\Delta T=50^\circ\text{C}$ – caratteristiche mesh

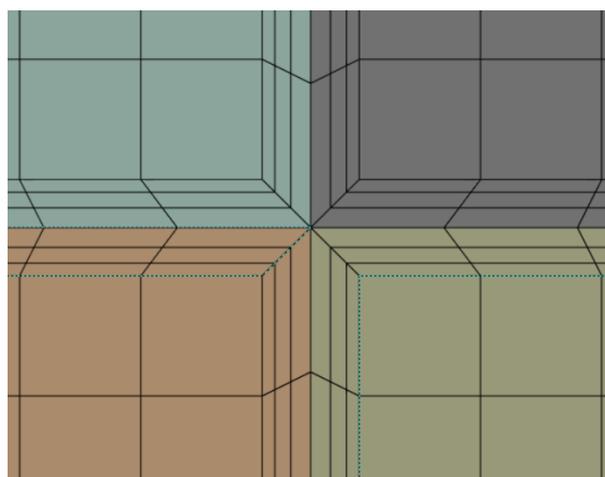


Figura [39]: Ansys® mesh – Sizing con bias

<i>MATERIALE</i>	ρ	c_p	λ
	[kg/m ³]	[J/kgK]	[W/mK]
rame	8900	385	398
isolante	900	1400	0.1

Tabella [5]: Proprietà dei materiali definite all'interno delle simulazioni termiche

<i>Named Selection</i>	<i>Boundary Conditions</i>
upper_wall	0 W (parete adiabatica)
lower_wall	0 W (parete adiabatica)
left_wall	100 °C
right_wall	50 °C

Tabella [6]: Boundary conditions del problema termico

Questo passaggio ha permesso di rendere più raffinata la mesh in corrispondenza del passaggio dal dominio del rame a quello dell'isolante, in cui si prevedeva l'insorgenza di gradienti di temperatura importanti.

3.2.3 – MODELLO NUMERICO

Avendo a che fare con una simulazione termica stazionaria, all'interno del software Ansys Fluent è stata attivata la parte relativa al modello energetico, definito dall'equazione (78) inserita all'interno del paragrafo 3.1. Si sono mantenuti attivi anche i modelli relativi alla fluidodinamica, ma essendo i domini in gioco costituiti solamente da materiali solidi, tali equazioni sono state automaticamente escluse dal set di equazioni da risolvere durante la simulazione dal software stesso.

Per ogni simulazione condotta, è stato considerato un limite di residui da raggiungere pari a 1.e-16. Parallelamente si è anche verificato il raggiungimento del bilancio termico tra i flussi termici entranti ed uscenti dal dominio, che risulteranno utili poi in un secondo momento per il calcolo della conducibilità termica equivalente ottenuta numericamente. L'inizializzazione del dominio è stata fatta imponendo come condizioni iniziali di temperatura quelle definite alla parete sinistra, con temperatura pari a 100°C.

3.2.4 – DEFINIZIONE DEI MATERIALI

Per quanto riguarda i domini solidi relativi a rame e isolante, sono state poi specificate le proprietà dei rispettivi materiali in gioco, i cui valori sono riportati in tabella [5]. In particolare, le proprietà

richieste dal set – up numerico sono risultate essere la densità del materiale ρ , il calore specifico c_p e la conducibilità termica λ .

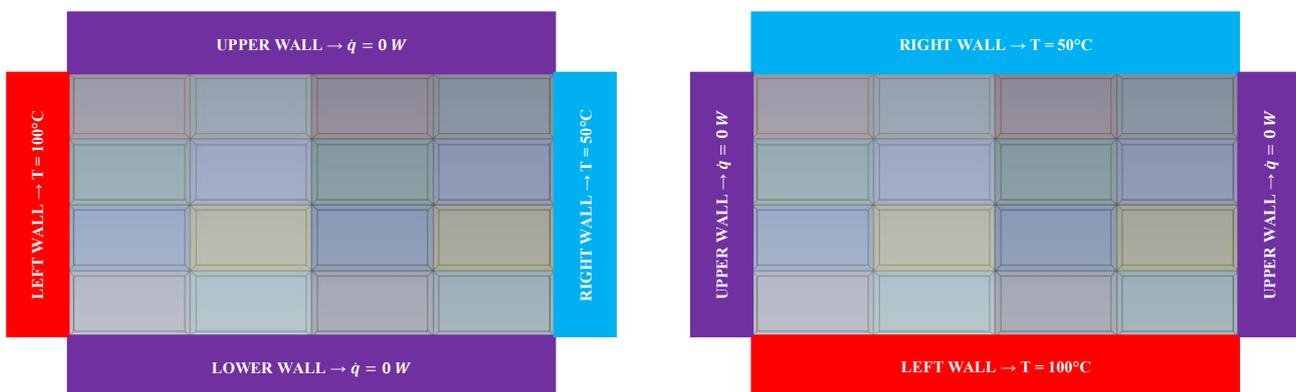
3.2.5 – CONDIZIONI AL CONTORNO

Come condizioni al contorno agli estremi del dominio, riassunte all'interno della tabella [6], sono state specificate quattro condizioni di parete ('wall'). In particolare, le due pareti orizzontali (denominate 'upper wall' e 'lower wall') sono state definite come pareti adiabatiche (flusso termico nullo) per garantire l'unidirezionalità del flusso termico, mentre in corrispondenza delle due pareti verticali sono state fissate le temperature (figura[40]). In questo modo, si sono sempre condotte analisi termiche con salti di temperatura prefissati tra parete sinistra e destra del dominio e pari a 50°C .

3.2.6 – ANALISI DI SENSITIVITÀ DELLA MESH

Come precedentemente accennato, prima di procedere effettivamente all'analisi dei dati ottenuti dalle simulazioni, si è proceduto ad un'analisi di sensitività della mesh. Si è quindi considerato il caso in conduzione orizzontale, con piattine di altezza $h = 5\text{ mm}$, larghezza $l = 10\text{ mm}$ e spessore di isolante pari a $s = 0.5\text{ mm}$ e si sono confrontati i valori di flusso termico q uscente dal lato denominato 'right wall' ottenuti per le varie configurazioni di mesh adottate.

Dalla lettura della tabella [7] e dall'osservazione del grafico riportato in figura [41] si può apprezzare come la configurazione di mesh 'Fine' sia stata in grado di raggiungere la convergenza con un numero di celle ridotto rispetto alla configurazione 'Very Fine'. Da ora in poi, i risultati riportati in seguito sono da considerare come ottenuti a partire dalle simulazioni termiche relative alla configurazione di mesh 'Fine'.



(a) Flusso di calore in direzione orizzontale

(b) Flusso di calore in direzione verticale

Figura [40]: Schematizzazione delle condizioni al contorno per le configurazioni di conducibilità termica orizzontale (a) e verticale (b)

3.3 - ANALISI DEI RISULTATI

Dopo aver concluso l'analisi di sensitività della mesh, è stato finalmente possibile procedere con l'analisi dei risultati. Per prima cosa, sono stati analizzati i campi di temperatura ottenuti dalle analisi termiche, i cui contour plot per le configurazioni in conduzione orizzontale e verticale sono stati riportati in figura [42].

Configurazione	n°elementi	q [W]	Variazione relativa [%]
'Very fine'	24384	28.42	+0.35
'Fine'	10624	28.32	+1.07
'Medium'	2816	28.02	+3.55
'Coarse'	576	27.06	-

Tabella [7]: Analisi di sensitività della mesh per la configurazione in conduzione orizzontale con $h = 5 \text{ mm}$, $l = 10 \text{ mm}$ e $s = 0.5 \text{ mm}$

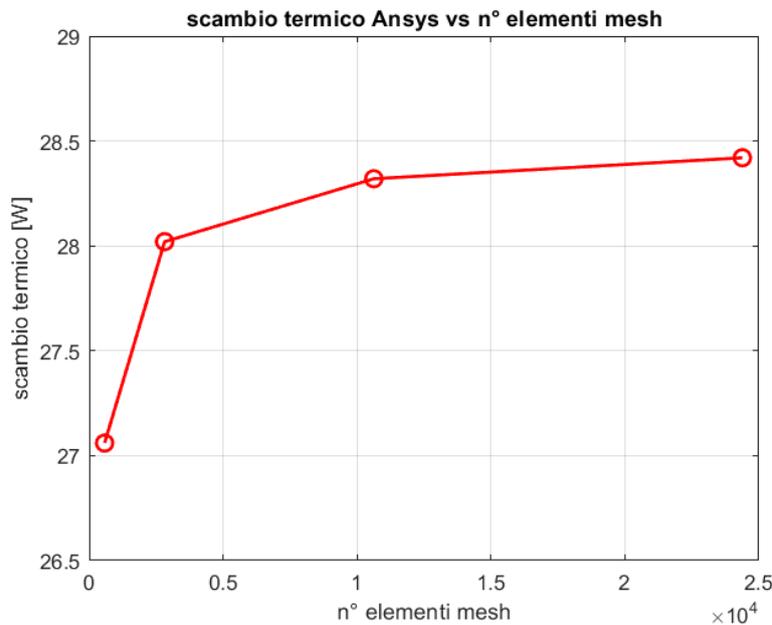


Figura [41]: Piattina orizzontale $5 \times 10 \text{ mm} - 0.5 \text{ mm}$ isolamento- conducibilità equivalente vs elementi mesh

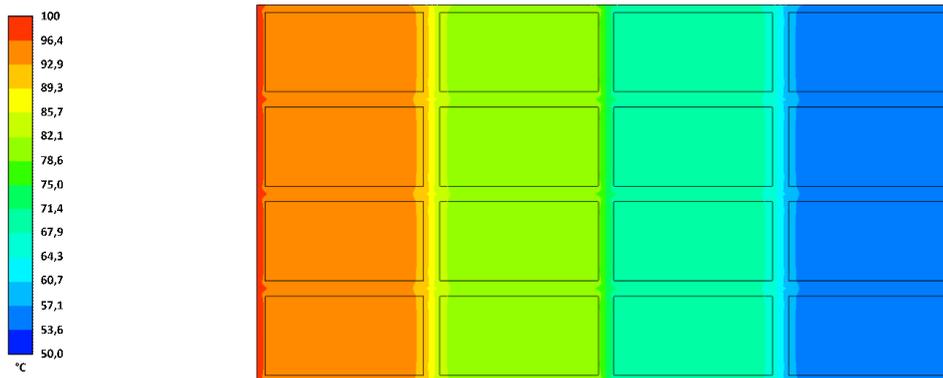
Dall'osservazione di tali figure si può notare come i gradienti di temperatura più elevati siano situati all'interno dell'isolante, mentre i domini composti da rame sono caratterizzati da temperature pressoché omogenee, dovute all'alta conducibilità del materiale che le costituisce.

Si può inoltre notare come entrambi i campi di temperatura risultino essere caratterizzati da bande parallele tra loro (verticali nel primo caso, orizzontali nel secondo), fatto riconducibile alla direzionalità del flusso di calore in direzione rispettivamente orizzontale e verticale.

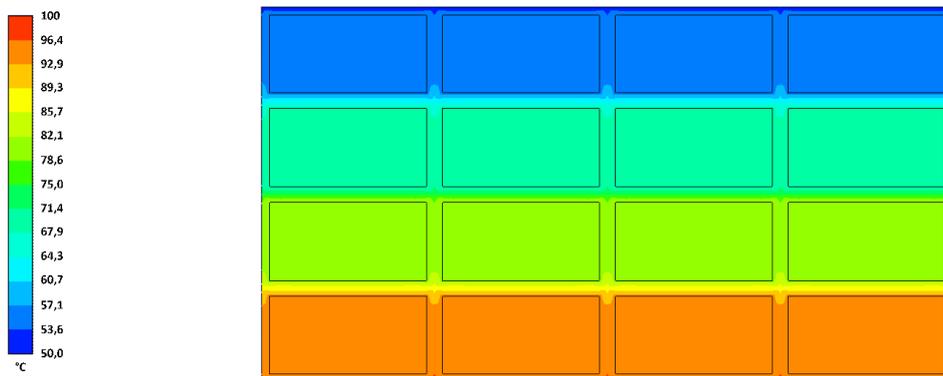
Si può anche notare come le pareti più calda e più fredda del dominio risultino essere effettivamente in corrispondenza delle relative condizioni al contorno imposte in fase di definizione del set – up numerico.

A partire dai dati ottenuti, relativi al flusso di calore uscente dal dominio attraverso la parete denominata ‘right wall’, è stato possibile ricavare la resistenza termica equivalente del dominio di piattine tramite la seguente relazione, noto il salto di temperatura imposto ai due lati opposti del dominio e pari a 50 °C:

$$R_{eq,SIM} = \frac{\Delta T}{q} \quad (83)$$



(a) Flusso di calore in direzione orizzontale



(b) Flusso di calore in direzione verticale

Figura [42]: Contour plot Ansys® per piattine con flusso di calore orizzontale (a) e verticale (b)

Una volta note tali resistenze equivalenti, è stato possibile equiparare il sistema di piattine ad una piastra di altezza pari a:

$$h_{TOT} = n_{RIGHE}(h + 2s) \quad (84)$$

(dove n_{RIGHE} è il numero di righe di piattine considerate all'interno delle simulazioni) e di spessore pari a:

$$s_{TOT} = n_{COLONNE}(l + 2s) \quad (85)$$

(dove $n_{COLONNE}$ è il numero di colonne di piattine considerate all'interno delle simulazioni), la cui resistenza termica dev'essere uguale a quella ottenuta dal precedente calcolo definito dalla relazione (84).

Sfruttando la relazione della conduzione attraverso una lastra piana, è stato possibile determinare quindi il valore di conducibilità equivalente da assegnare al meta-materiale con caratteristiche termiche equivalenti a quelle dell'intero dominio considerato:

$$\lambda_{eq,SIM} = \frac{s_{TOT}}{R_{eq,SIM} \cdot h_{TOT}} \quad (86)$$

I risultati di conducibilità equivalente ottenuti sono poi stati confrontati con i dati derivanti dal modello analitico sviluppato in precedenza, sulla base della definizione di un parametro di scostamento percentuale calcolabile utilizzando la seguente formula:

$$\varepsilon_{REL} = \frac{\lambda_{eq,SIM} - \lambda_{eq,MODEL}}{\lambda_{eq,SIM}} * 100 \quad (87)$$

Tutti i dati ottenuti sono stati raccolti all'interno della tabella riassuntiva riportata qui di seguito. Si può notare come lo scostamento massimo ottenuto (pari a 11.27%) risulti comunque contenuto e permetta di considerare il modello proposto come un modello accurato, data anche la sua semplicità di utilizzo.

Si osserva, inoltre, che tale scostamento cresce all'aumentare del rapporto tra spessore di isolante e altezza di piattina nella direzione in cui avviene il fenomeno di conduzione.

Tale comportamento è da imputare, probabilmente, al fatto che, più aumenta tale rapporto, e meno probabile risulta il totale passaggio del calore attraverso il solo dominio di rame, come ipotizzato dal modello analitico proposto.

s	l	h	$\lambda_{OR-MODEL}$	λ_{OR-SIM}	ϵ_{REL-OR}	$\lambda_{VER-MODEL}$	$\lambda_{VER-SIM}$	$\epsilon_{REL-VER}$
[mm]	[mm]	[mm]	[W/m°C]	[W/m°C]	[%]	[W/m°C]	[W/m°C]	[%]
0.5	10	5	1.003	1.038	3.43	0.572	0.582	1.81
1	10	5	0.509	0.548	7.20	0.320	0.333	3.88
0.5	15	8	1.503	1.540	2.38	0.870	0.881	1.25
0.5	8	3	0.780	0.831	6.14	0.377	0.387	2.65
0.8	8	3	0.487	0.535	8.82	0.263	0.273	3.80
1	8	3	0.391	0.441	11.27	0.224	0.235	4.87

Tabella[8]: Riepilogo risultati per diverse configurazioni di piattine

Per bassi rapporti di questo genere, infatti, la partecipazione al fenomeno conduttivo da parte delle due bande di isolante che affiancano la piattina è praticamente trascurabile (tali bande sono infatti caratterizzate da un'alta resistenza termica). Questo fa sì che l'ipotesi di flusso termico completamente passante all'interno del rame risulti essere corretta. Il rame, grazie alla propria conducibilità termica elevata, in questi casi definisce una via preferenziale di smaltimento del calore.

Quando invece il rapporto descritto in precedenza assume valori più elevati, la via di smaltimento del calore attraverso il rame non risulta più essere la più conveniente per la trasmissione del calore e le due bande laterali riacquistano significato all'interno del fenomeno conduttivo, costituendo due possibili vie di conduzione in parallelo alternative a quella centrale come mostrato dal confronto proposto schematicamente all'interno della figura [43].

Lo spessore dell'isolante, comunque, risulta molto spesso essere piccolo a confronto con le dimensioni delle piattine utilizzate nelle applicazioni nei motori elettrici.

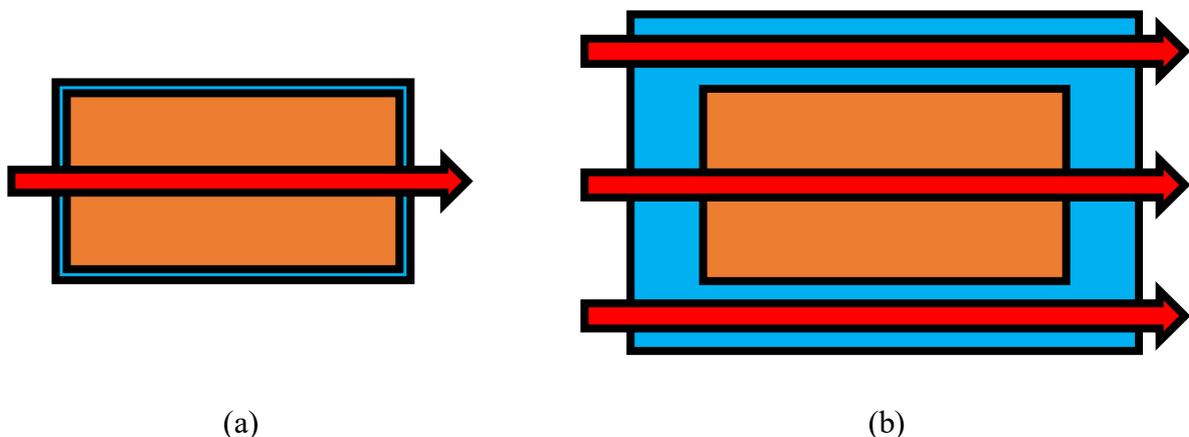


Figura [43]: Andamenti flussi di calore nella piattina a parità di rame con basso spessore d'isolante (a) e elevato spessore d'isolante (b)

Questo ragionamento rafforza ancora di più la validità del modello proposto, il quale risulta essere effettivamente applicabile con l'obiettivo di semplificare ulteriormente le reti termiche in ambito motoristico.

CAPITOLO 4 – CONDUTTORI CIRCOLARI

Una volta conclusa la trattazione sui conduttori a sezione rettangolare detti ‘a piattina’, il lavoro è proseguito andando ad analizzare il comportamento termico dei conduttori a sezione circolare; in particolare sono state analizzate le tipologie di conduttore a sezione circolare con due diverse disposizioni: ‘quadrangolare’ e ‘triangolare’ per via delle geometrie elementari che vengono a formarsi unendo idealmente i centri dei conduttori inseriti all’interno del reticolo.

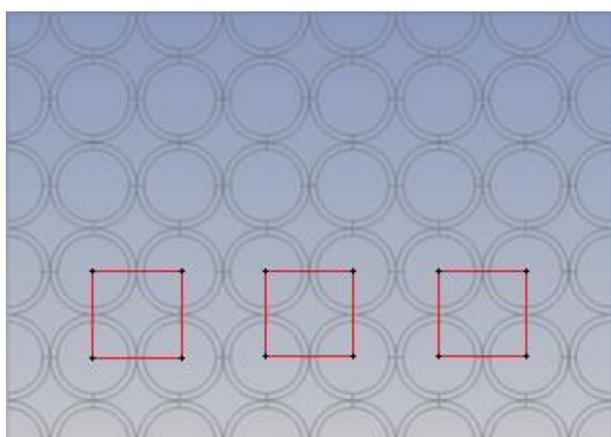
Di seguito è stata descritta la procedura (del tutto simile a quella del caso precedente, relativo alle piattine) applicata alle due casistiche sopracitate. Per semplicità l’analisi è stata suddivisa in due sezioni, una relativa alla configurazione quadrangolare e una relativa alla configurazione triangolare.

4.1 – CONFIGURAZIONE QUADRANGOLARE

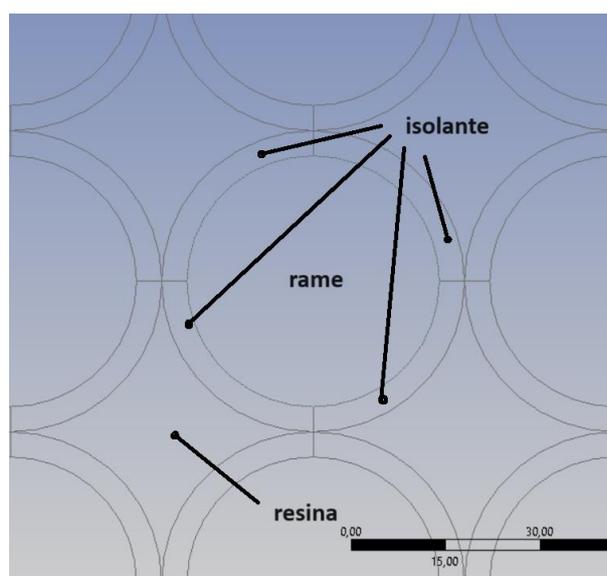
4.1.1 – GEOMETRIA

La disposizione ‘quadrangolare’ prevede che i conduttori siano disposti su file parallele adiacenti l’un l’altra e che ciascun conduttore sia tangente con quelli adiacenti in quattro punti, come rappresentato in figura [44]. Il sistema è composto in particolare: dall’usuale conduttore di rame, avvolto da uno strato di isolante, mentre gli interstizi sono stati considerati come riempiti di resina (figura [44]).

All’interno delle analisi numeriche, sono state prese in analisi quattro configurazioni geometriche, le quali differiscono tra loro per il rapporto tra spessore d’isolante (s) e diametro del conduttore (D). I casi studiati sono riportati all’interno della tabella [9].



(a)



(b)

Figura [44]: Configurazione ‘quadrangolare’ dei conduttori circolari (a) e dettaglio riguardante la disposizione dei materiali in tale configurazione (b)

D	s	s/D
[mm]	[mm]	[%]
40	4	10
40	2	5
40	1	2.5
40	0.4	1

Tabella [9]: Proprietà geometriche dei conduttori

Ancora una volta, per ridurre al minimo l'influenza sui risultati dovuta alle condizioni al contorno, per ogni configurazione è stata riprodotta una matrice di conduttori costituita da 5 righe e 7 colonne totali. Data la disposizione simmetrica dei conduttori, il comportamento termico del sistema, a differenza di quanto osservato per le piattine, risulterà essere isotropo in direzione verticale e orizzontale. L'analisi dei risultati restituirà quindi un solo valore di conducibilità termica equivalente per la configurazione in esame, funzione dei parametri geometrici dell'agglomerato di conduttori e delle proprietà dei materiali utilizzati.

4.1.2 – MESH

Dopo aver ricostruito la geometria, il passo successivo è consistito nella discretizzazione del dominio in esame. La suddivisione nei vari sottodomini della geometria ha facilitato molto le operazioni di mesh e ha permesso di ottenere una griglia di tipo strutturato all'interno dell'isolante. Questo anche grazie al fatto di aver specificato il numero di suddivisioni nella direzione dello spessore e in direzione circonferenziale, specificando in quest'ultimo caso il numero di suddivisioni per ogni quarto di circonferenza.

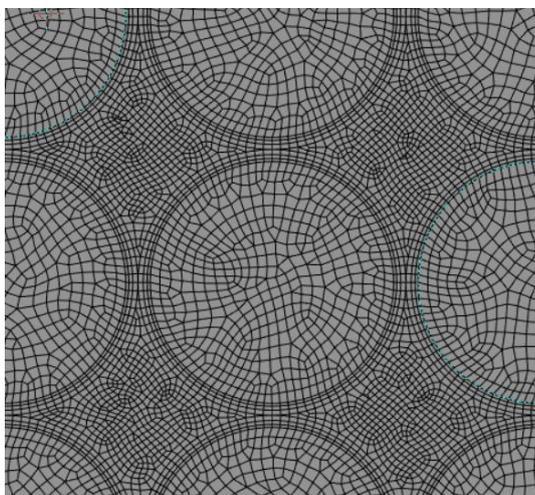


Figura [45]: Dettaglio della mesh 'Fine' – disposizione 'quadrangolare' dei conduttori

Un esempio di mesh, ottenuto per il caso relativo al calcolo delle conducibilità equivalente per rapporto s/D pari al 10% è riportato in figura [45].

Per ognuna delle configurazioni studiate sono state costruite due diverse proposte di mesh ('coarse' e 'fine'), differenziabili in base al numero di elementi e quindi in base al grado di raffinamento. Tale operazione è stata indispensabile per procedere poi all'analisi di sensitività della mesh, i cui risultati saranno presentati in una delle sezioni successive.

Le caratteristiche dei raffinamenti ed il numero di suddivisioni adottate per ognuna delle configurazioni descritte nei lati corrispondenti sono riportate all'interno della tabella [10].

4.1.3 – MODELLO NUMERICO

Avendo a che fare con una simulazione termica stazionaria, all'interno del software Ansys Fluent® è stata attivata la parte relativa al modello energetico, definito dall'equazione (9) inserita all'interno del paragrafo 1.4. Si sono mantenuti attivi anche i modelli relativi alla fluidodinamica, ma essendo i domini in gioco costituiti solamente da materiali solidi, tali equazioni sono state automaticamente escluse dal set di equazioni da risolvere durante la simulazione dal software stesso.

Per ogni simulazione condotta, è stato considerato un limite di residui da raggiungere pari a $1.e-16$. Parallelamente si è anche verificato il raggiungimento del bilancio termico tra i flussi termici entranti ed uscenti dal dominio, che risulteranno utili poi in un secondo momento per il calcolo della conducibilità termica equivalente ottenuta numericamente.

s/D	Denominazione mesh	Element size	Resin Size	Numero di suddivisioni in direzione circonferenziale	Numero di suddivisioni in direzione radiale (isolante)	Numero di elementi
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[-]	[-]
10 %	'Coarse'	2	n.d.	n.d.	1	23775
	'Fine'	2	1.15	24	3	38869
5 %	'Coarse'	2	n.d.	n.d.	1	20577
	'Fine'	2	0.95	24	3	41068
2.5 %	'Coarse'	2	n.d.	n.d.	1	33246
	'Fine'	2	0.8	24	3	45062
1 %	'Coarse'	2	n.d.	n.d.	1	49465
	'Fine'	2	0.65	30	3	60622

Tabella [10]: Analisi di sensitività su mesh 'Fine' e 'Course'

L'inizializzazione del dominio è stata fatta imponendo come condizioni iniziali di temperatura quelle definite alla parete sinistra, con temperatura pari a 100°C.

4.1.4 – DEFINIZIONE DEI MATERIALI

Per quanto riguarda i domini solidi relativi a rame, isolante, e resina sono state poi specificate le proprietà dei rispettivi materiali in gioco, i cui valori sono riportati in tabella [11].

In particolare, le proprietà richieste dal set – up numerico sono risultate essere la densità del materiale ρ , il calore specifico c_p e la conducibilità termica λ .

La colonna relativa a quest'ultima proprietà riporta più valori per isolante e resina in quanto, come si vedrà in seguito, è stata indagata anche l'influenza della variabilità di tali parametri sulla conducibilità termica equivalente.

4.1.5 – CONDIZIONI AL CONTORNO

Come condizioni al contorno agli estremi del dominio, riassunte all'interno della tabella (), sono state specificate quattro condizioni di parete ('wall'). In particolare, le due pareti orizzontali (denominate 'upper wall' e 'lower wall') sono state definite come pareti adiabatiche (flusso termico nullo) per garantire l'unidirezionalità del flusso termico, mentre in corrispondenza delle due pareti verticali sono state fissate le temperature (tabella [12] -figura [46]). In questo modo, si sono sempre condotte analisi termiche con salti di temperatura prefissati tra parete sinistra e destra del dominio e pari a 50°C.

<i>MATERIALE</i>	ρ	c_p	λ
	[kg/m ³]	[J/kgK]	[W/mK]
rame	8900	385	398
isolante	900	1400	0.06 – 0.1 – 0.25 – 0.46
resina	1400	1000	0.3 – 0.4 – 0.5 – 0.7 – 0.9

Tabella [11]: Proprietà dei materiali definite all'interno delle simulazioni termiche

<i>Named Selection</i>	<i>Boundary Conditions</i>
upper_wall	0 W (parete adiabatica)
lower_wall	0 W (parete adiabatica)
left_wall	100 °C
right_wall	50 °C

Tabella [12]: Boundary conditions del problema termico

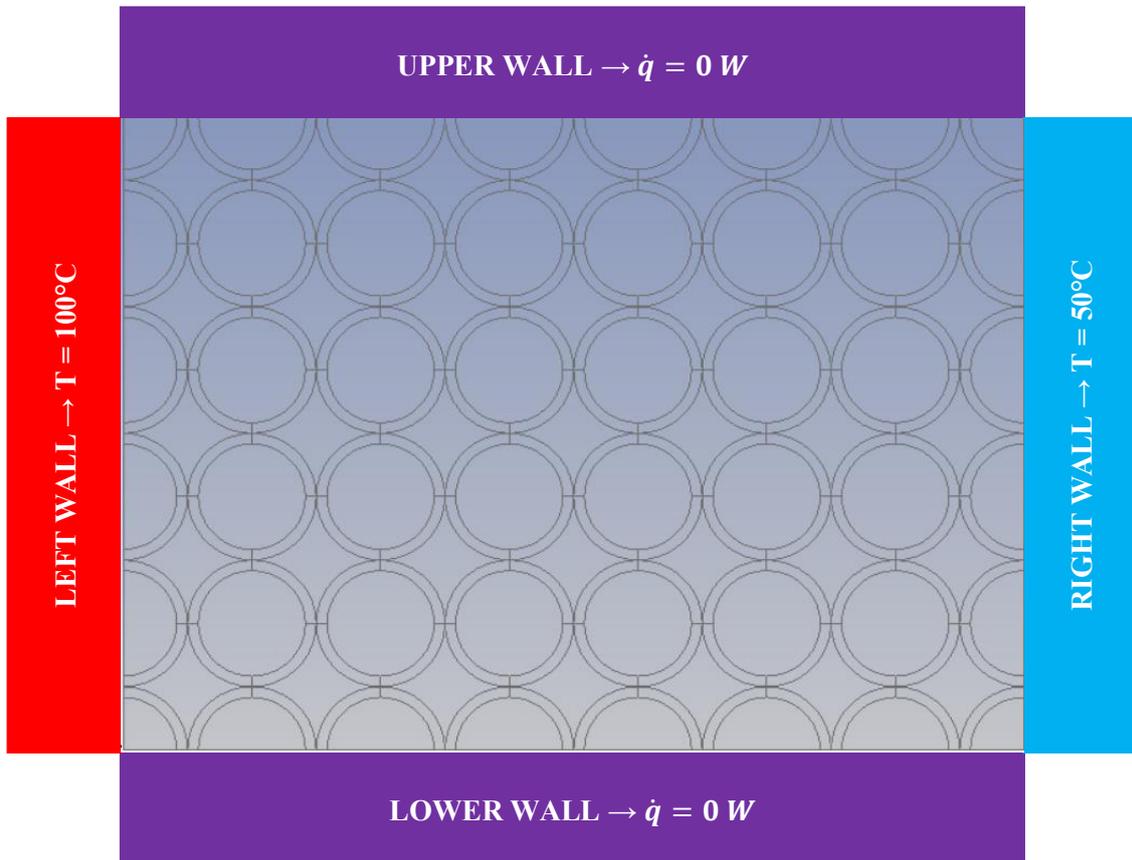


Figura [46]: Schematizzazione delle condizioni al contorno per la configurazione di conducibilità termica per conduttori cilindrici a disposizione quadrangolare

4.1.6 – ANALISI DI SENSITIVITÀ DELLA MESH

Come precedentemente accennato, prima di procedere effettivamente all'analisi dei dati ottenuti dalle simulazioni, si è proceduto ad un'analisi di sensitività della mesh. Per ognuna delle configurazioni prese in considerazione si sono confrontati i valori di flusso termico q uscente dal lato denominato 'right wall' ottenuti per le varie configurazioni di mesh adottate.

Dalla lettura della tabella [13] si può apprezzare come i risultati restituiti dalle due configurazioni di mesh 'Fine' e 'Coarse' siano molto vicini tra loro. Questo permette di poter considerare come raggiunta la convergenza della mesh.

Da ora in poi, i risultati riportati in seguito sono da considerare come ottenuti a partire dalla simulazioni termiche relative alla configurazione di mesh 'Fine'.

4.1.7 - ANALISI DEI RISULTATI

Dopo aver concluso l'analisi di sensitività della mesh (tabella [13]), è stato finalmente possibile procedere con l'analisi dei risultati. Per prima cosa, sono stati analizzati i campi di temperatura ottenuti dalle analisi termiche, ed un esempio di contour plot è stato riportato in figura [47].

s/D	Denominazione mesh	Numero di elementi	q	Variazione relativa
[-]	[-]	[-]	[W]	[%]
10 %	'Coarse'	23775	17.135	-
	'Fine'	38869	17.158	0.13
5 %	'Coarse'	20577	27.326	-
	'Fine'	41068	27.417	0.33
2.5 %	'Coarse'	33246	43.339	-
	'Fine'	45062	43.404	0.15
1 %	'Coarse'	49465	76.926	-
	'Fine'	60622	77.069	0.14

Tabella [13]: Analisi di sensitività della mesh per le configurazioni prese in esame per la disposizione 'quadrangolare'

Dall'osservazione di tale figura si può notare come i gradienti di temperatura più elevati siano situati all'interno dell'isolante, mentre i domini composti da rame sono caratterizzati da temperature pressoché omogenee, dovute all'alta conducibilità del materiale che le costituisce.

Analogamente al caso delle piattine, a partire dalla conoscenza del flusso di calore uscente dal dominio si sono potute determinare in successione la resistenza equivalente e la conducibilità equivalente ottenuta numericamente, utilizzando le formule (84) e (85) precedentemente utilizzate per il caso delle piattine, sostituendo alle formule (88) e (89) le seguenti:

$$h_{TOT} = n_{RIGHE}(D + 2s) \quad (88)$$

$$s_{TOT} = n_{COLONNE}(D + 2s) \quad (89)$$

Dove D è il diametro del conduttore, s è lo spessore di isolante, n_{RIGHE} e $n_{COLONNE}$ sono rispettivamente il numero di righe e colonne intere di conduttori considerate durante la simulazione all'interno del dominio. I risultati di conducibilità equivalente ottenuti sono poi stati confrontati con i dati derivanti dal modello analitico proposto da [6] presentato al paragrafo 1.4 tramite la relazione (9), sulla base della definizione di un parametro di scostamento percentuale calcolabile utilizzando la seguente formula:

$$\varepsilon_{REL} = \frac{\lambda_{eq,SIM} - \lambda_{eq,MODEL}}{\lambda_{eq,SIM}} * 100 \quad (90)$$

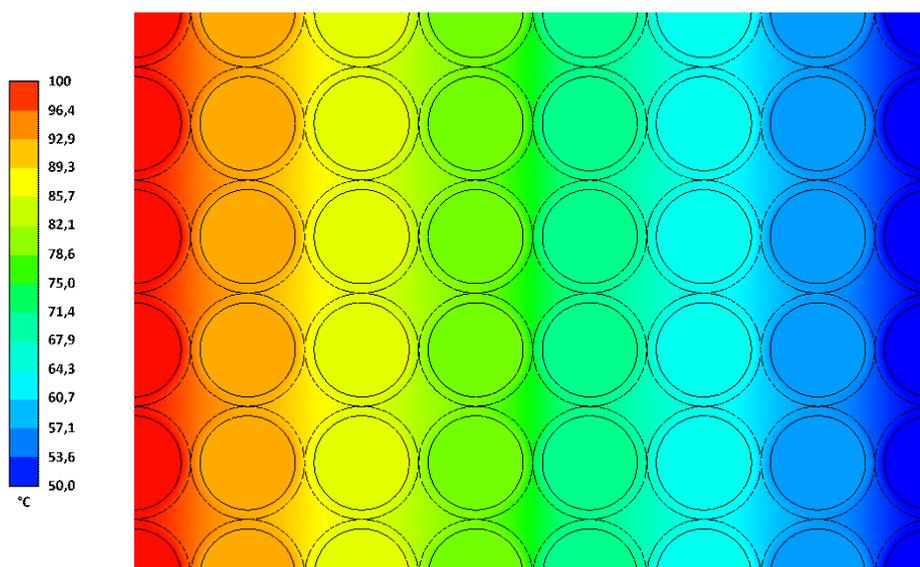


Figura [47]: Contour plot di conduttori circolari in disposizione ‘quadrangolare’

Tutti i dati ottenuti sono stati raccolti all’interno delle tabelle riassuntive riportate di seguito, nelle quali sono stati inseriti anche tutti i dati relativi a simulazioni con diverse conducibilità termiche assegnate a isolante e resina (tabella [14]- tabella [21]).

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq, SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.1	0.3	1.675	2.158	77.069	22.38
1.5	398	0.1	0.3	1.447	1.683	60.102	14.02
2	398	0.1	0.3	1.275	1.403	50.119	9.12
2.5	398	0.1	0.3	1.143	1.215	43.404	5.93
3.75	398	0.1	0.3	0.912	0.931	33.254	2.04
5	398	0.1	0.3	0.764	0.768	27.417	0.5
6.25	398	0.1	0.3	0.662	0.660	23.581	-0.3
7.5	398	0.1	0.3	0.586	0.584	20.840	-0.3
8.75	398	0.1	0.3	0.528	0.526	18.777	-0.38
10	398	0.1	0.3	0.483	0.480	17.158	-0.6
12.5	398	0.1	0.3	0.415	0.414	14.781	-0.24

Tabella [14]: Configurazione ‘quadrangolare’ di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.1 W/mK) e resina (0.3 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq, SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.06	0.3	1.376	1.562	55.803	11.90
1.5	398	0.06	0.3	1.133	1.204	42.989	5.89
2	398	0.06	0.3	0.967	0.995	35.524	2.80
2.5	398	0.06	0.3	0.845	0.855	30.547	1.17
3.75	398	0.06	0.3	0.649	0.647	23.102	-0.31
5	398	0.06	0.3	0.531	0.529	18.883	-0.38
6.25	398	0.06	0.3	0.454	0.452	16.136	-0.44
7.5	398	0.06	0.3	0.398	0.397	14.189	-0.25
8.75	398	0.06	0.3	0.357	0.356	12.731	-0.28
10	398	0.06	0.3	0.325	0.325	11.594	0 %
12.5	398	0.06	0.3	0.279	0.278	9.936	-0.36

Tabella [15]: Configurazione 'quadrangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.06 W/mK) e resina (0.3 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq, SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.25	0.3	2.069	3.633	129.742	43,00
1.5	398	0.25	0.3	1.918	2.902	103.649	33.90
2	398	0.25	0.3	1.788	2.463	87.976	27.40
2.5	398	0.25	0.3	1.677	2.163	77.254	22.47
3.75	398	0.25	0.3	1.455	1.702	60.782	14.5
5	398	0.25	0.3	1.291	1.429	51.031	9.66
6.25	398	0.25	0.3	1.163	1.246	44.509	6.66
7.5	398	0.25	0.3	1.062	1.114	39.774	4.66
8.75	398	0.25	0.3	0.979	1.013	36.174	3.36
10	398	0.25	0.3	0.911	0.932	33.300	2.25
12.5	398	0.25	0.3	0.804	0.813	29.048	1.10

Tabella [16]: Configurazione 'quadrangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.25 W/mK) e resina (0.3 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq,SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.46	0.3	2.233	5.024	179.432	55.55
1.5	398	0.46	0.3	2.134	4.068	145.283	47.54
2	398	0.46	0.3	2.044	3.487	124.543	41.38
2.5	398	0.46	0.3	1.963	3.086	110.218	36.40
3.75	398	0.46	0.3	1.788	2.469	88.172	27.58
5	398	0.46	0.3	1.646	2.097	74.889	21.50
6.25	398	0.46	0.3	1.528	1.846	65.942	17.22
7.5	398	0.46	0.3	1.429	1.663	59.387	14.07
8.75	398	0.46	0.3	1.345	1.523	54.387	11.69
10	398	0.46	0.3	1.272	1.409	50.335	9.72
12.5	398	0.46	0.3	1.153	1.241	44.338	7.09

Tabella [17]: Configurazione 'quadrangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.46 W/mK) e resina (0.3 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq,SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.1	0.4	2.015	2.405	85.906	19.07
1.5	398	0.1	0.4	1.695	1.863	66.528	9.01
2	398	0.1	0.4	1.466	1.545	55.190	5.11
2.5	398	0.1	0.4	1.295	1.333	47.601	2.85
3.75	398	0.1	0.4	1.010	1.014	36.197	0.40
5	398	0.1	0.4	0.835	0.831	29.695	-0.48
6.25	398	0.1	0.4	0.716	0.712	25.443	-0.56
7.5	398	0.1	0.4	0.631	0.628	22.420	-0.47
8.75	398	0.1	0.4	0.566	0.564	20.152	-0.35
10	398	0.1	0.4	0.516	0.515	18.378	-0.19
12.5	398	0.1	0.4	0.443	0.442	15.783	-0.22

Tabella [18]: Configurazione 'quadrangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.1 W/mK) e resina (0.4 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq,SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.1	0.5	2.295	2.608	93.126	12.00
1.5	398	0.1	0.5	1.891	2.008	71.716	5.83
2	398	0.1	0.5	1.612	1.659	59.251	2.83
2.5	398	0.1	0.5	1.409	1.426	50.944	1.19
3.75	398	0.1	0.5	1.082	1.079	38.520	-0.28
5	398	0.1	0.5	0.886	0.882	31.483	-0.45
6.25	398	0.1	0.5	0.756	0.753	26.901	-0.40
7.5	398	0.1	0.5	0.664	0.662	23.653	-0.30
8.75	398	0.1	0.5	0.595	0.594	21.222	-0.17
10	398	0.1	0.5	0.542	0.541	19.328	-0.18
12.5	398	0.1	0.5	0.464	0.464	16.562	0

Tabella [19]: Configurazione 'quadrangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.1 W/mK) e resina (0.5 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq,SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.1	0,7	2.732	2.927	104.543	6.66
1.5	398	0.1	0,7	2.182	2.235	79.813	2.37
2	398	0.1	0,7	1.825	1.835	65.543	0.55
2.5	398	0.1	0,7	1.573	1.571	56.093	-0.13
3.75	398	0.1	0,7	1.184	1.178	42.069	-0.51
5	398	0.1	0,7	0.961	0.958	34.201	-0.31
6.25	398	0.1	0,7	0.816	0.815	29.107	-0.12
7.5	398	0.1	0,7	0.715	0.714	25.515	-0.14
8.75	398	0.1	0,7	0.640	0.639	22.835	-0.16
10	398	0.1	0,7	0.583	0.581	20.756	-0.34
12.5	398	0.1	0,7	0.500	0.497	17.732	-0.60

Tabella [20]: Configurazione 'quadrangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.1 W/mK) e resina (0.7 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq, SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.1	0,9	3.058	3.176	113.425	3.72
1.5	398	0.1	0,9	2.392	2.409	86.046	0.71
2	398	0.1	0,9	1.975	1.970	70.343	-0.25
2.5	398	0.1	0,9	1.689	1.680	60.002	-0.54
3.75	398	0.1	0,9	1.257	1.253	44.741	-0.32
5	398	0.1	0,9	1.015	1.014	36.224	-0.01
6.25	398	0.1	0,9	0.861	0.852	30.435	-1.06
7.5	398	0.1	0,9	0.755	0.753	26.898	-0.27
8.75	398	0.1	0,9	0.676	0.673	24.032	-0.45
10	398	0.1	0,9	0.616	0.611	21.814	-0.82
12.5	398	0.1	0,9	0.531	0.521	18.599	-1.92

Tabella [21]: Configurazione ‘quadrangolare’ di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.1 W/mK) e resina (0.9 W/mK)

In figura [49] – [52] e [55] – [58] sono invece riportati i grafici relativi agli andamenti della conducibilità termica equivalente ottenuti a partire dalle simulazioni termiche e dal modello analitico in funzione del rapporto s/D per varie combinazioni di conducibilità termica di isolante e resina.

Dalla lettura di tali grafici si evince come, per bassi valori di conducibilità termica dell’isolante, il modello analitico restituisca risultati in buon accordo con i risultati derivanti dalle simulazioni termiche condotte a parità di configurazione. Infatti, le configurazioni con conducibilità termica dell’isolante pari a 0.06 W/mK sono risultate essere quelle per cui il modello analitico restituisce valori di conducibilità termiche equivalenti con errori relativi dell’ordine del 10% circa.

Si può inoltre osservare che, per tutte le configurazioni in esame, il divario tra i risultati restituiti dal modello analitico e quelli numerici risulta sempre in crescita al diminuire del rapporto s/D. Tale osservazione porta quindi a consigliare l’utilizzo del modello analitico semplificato per rapporti s/D maggiori dell’un per cento. Si è osservato inoltre che con l’aumentare della conducibilità termica dell’isolante e con l’avvicinarsi di questa a quella della resina, i risultati del modello analitico risultano essere per la quasi totalità delle situazioni indagate ben distanti dai valori di conducibilità termica ottenuti a dalle simulazioni termiche. Questo fatto è da imputare probabilmente al fatto che il modello analitico tratta il problema di conduzione attraverso un agglomerato di conduttori

utilizzando un approccio di media pesata sul volume delle proprietà dei materiali, considerando il fenomeno di conduzione come isotropo.

I flussi termici, però, tendono a scorrere sempre lungo le direzioni in cui la resistenza termica risulta minore. Nel caso in esame, quindi, il flusso di calore tenderà a scorrere attraverso i punti di contatto tra gli isolanti che avvolgono i conduttori, in quanto tali punti sono quelli in cui lo spessore che divide due conduttori adiacenti è minore. Tale fenomeno è schematizzato all'interno della figura [48].

Questo rende la conduzione fortemente disomogenea e di conseguenza anisotropa e viene accentuato proprio per rapporti s/D ridotti. Inoltre, l'aumento della conducibilità dell'isolante provoca un miglioramento della conduzione attraverso tali punti di contatto, portando il fenomeno conduttivo ad assumere comportamenti sempre più distanti da quelli ipotizzati dal modello analitico proposto da [6].

Per alti valori di conducibilità termica della resina, invece, i risultati numerici e analitici risultano essere quasi sovrapposti, sottolineando come il modello analitico proposto sembri risultare valido quando la conducibilità termica dell'isolante e quella della resina differiscono tra loro di almeno un ordine di grandezza. Le figure [54] e [59] sottolineano infine come, all'aumentare della conducibilità termica rispettivamente di isolante e della resina, vi sia un aumento generale anche della conducibilità termica equivalente globale del pacco di conduttori considerando una disposizione quadrangolare.

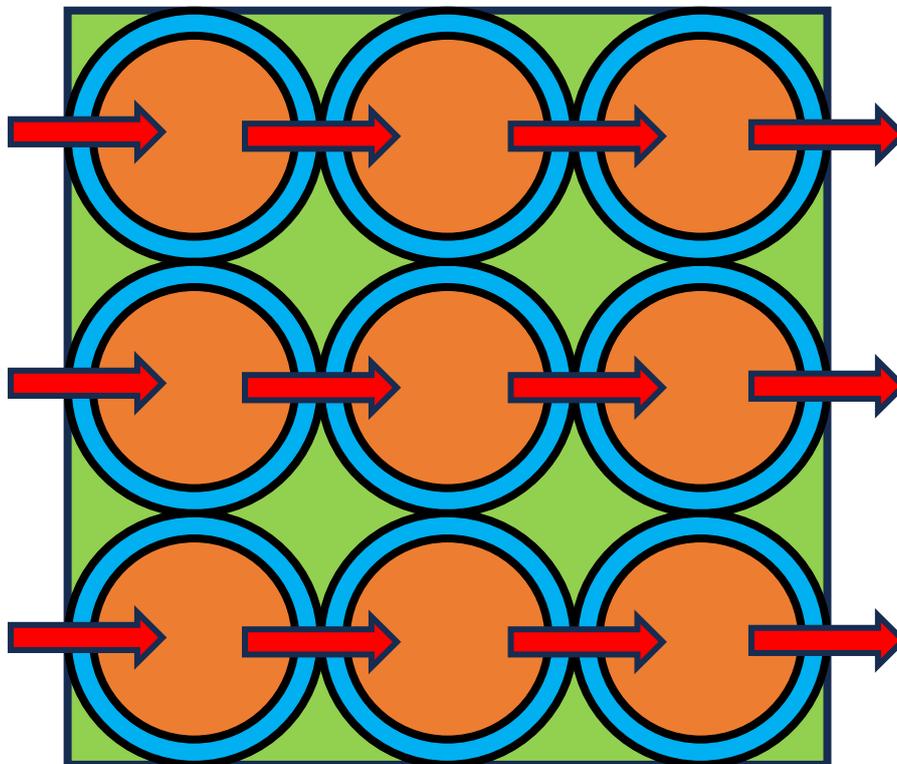


Figura [48]: Flusso di calore direzionato ai punti di contatto per vicinanza dei conduttori

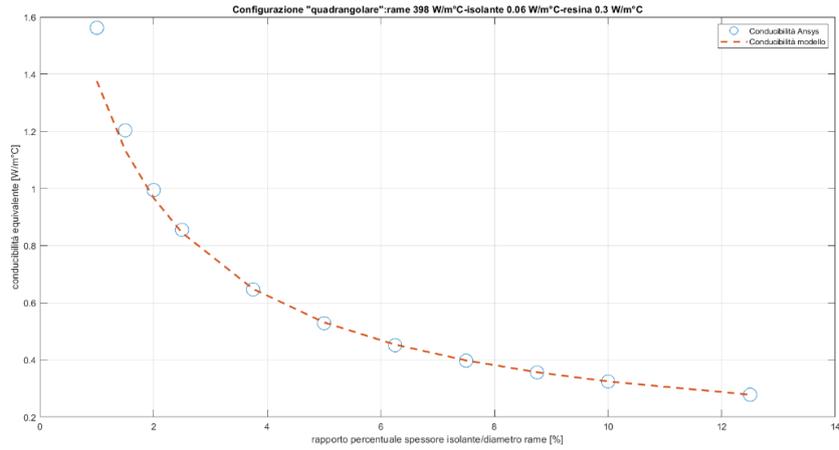


Figura [49]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione 'quadrangolare' dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.06 W/m°C), resina (0.3 W/m°C)

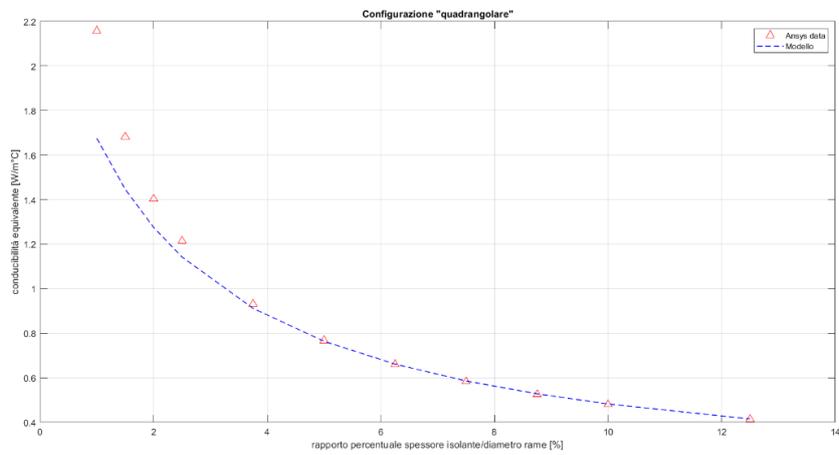


Figura [50]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione 'quadrangolare' dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.1 W/m°C), resina (0.3 W/m°C)

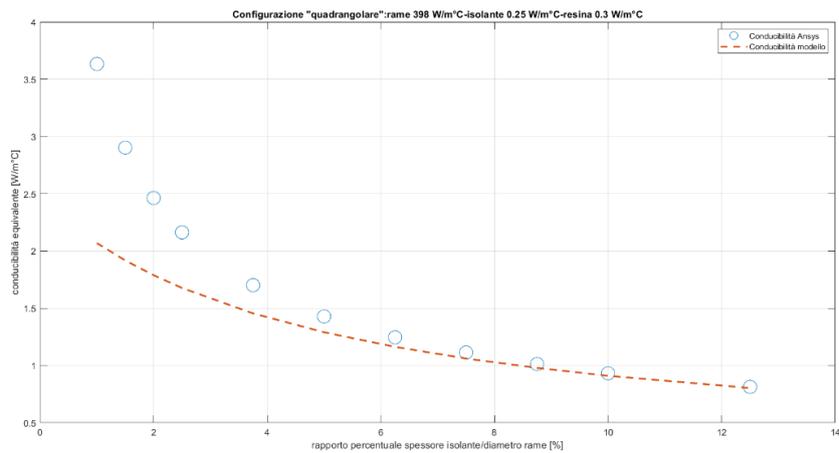


Figura [51]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione 'quadrangolare' dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.25 W/m°C), resina (0.3 W/m°C)

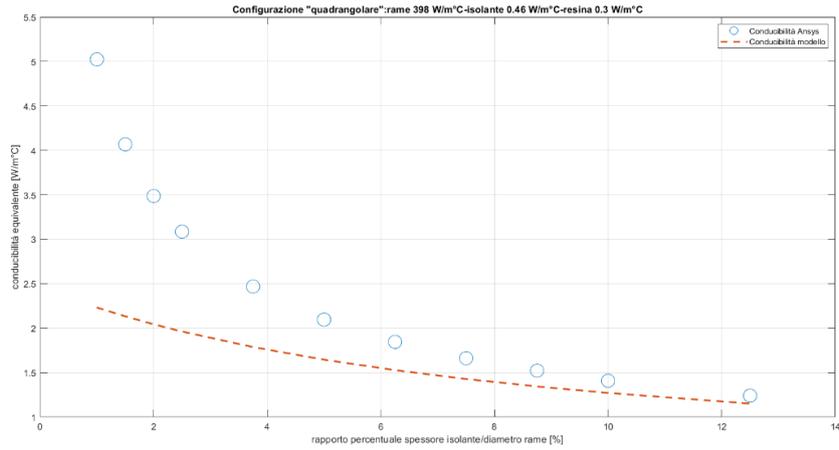


Figura [52]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione 'quadrangolare' dei conduttori – rame(398 W/m°C), isolante (0.46 W/m°C), resina (0.3 W/m°C)

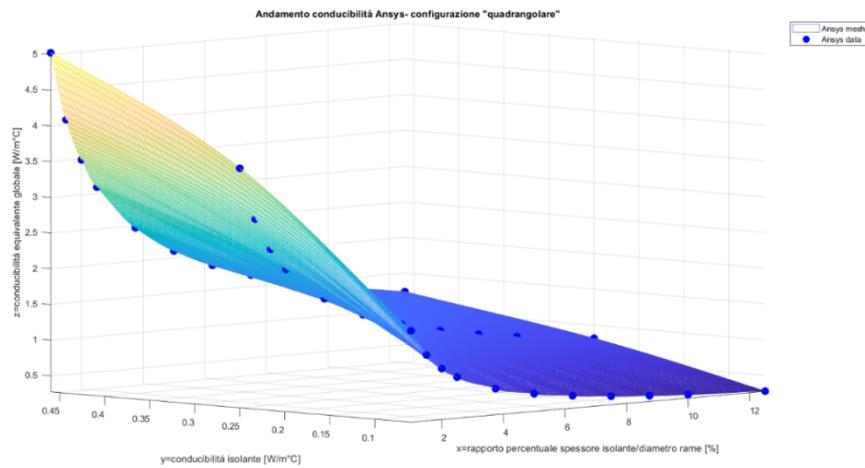


Figura [53]: Confronto conducibilità equivalente globale Ansys® al variare dell'isolante - configurazione 'quadrangolare' dei conduttori

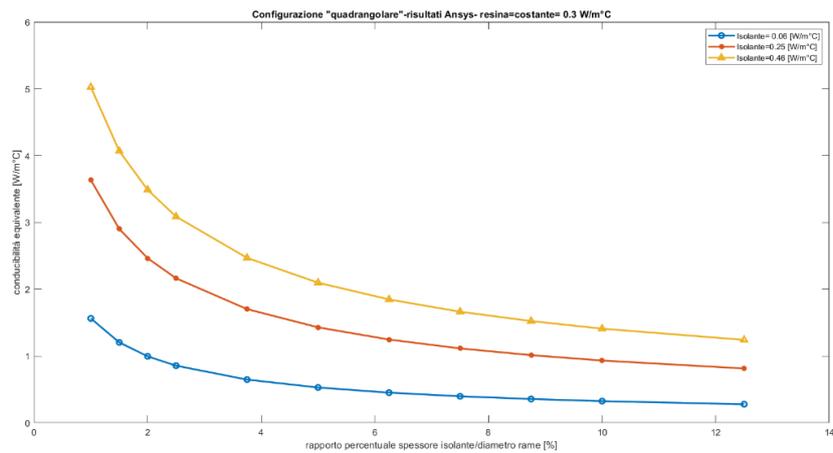


Figura [54]: Andamento parametrico della conducibilità equivalente globale al variare della conducibilità dell'isolante- configurazione 'quadrangolare' dei conduttori

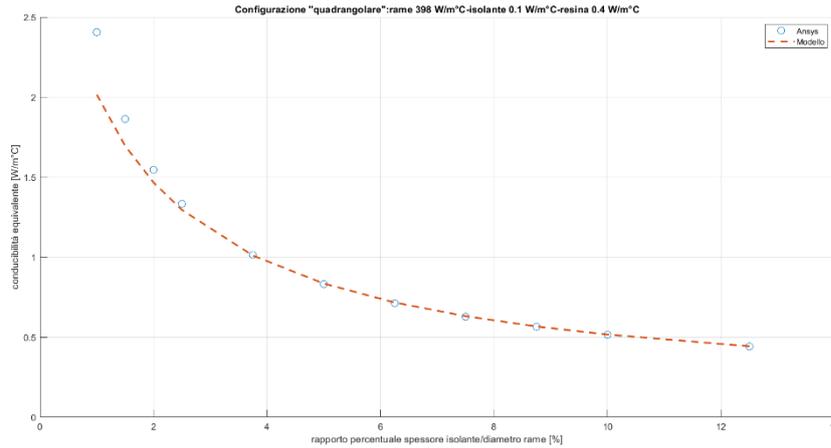


Figura [55]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione 'quadrangolare' dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.1 W/m°C), resina (0.4 W/m°C)

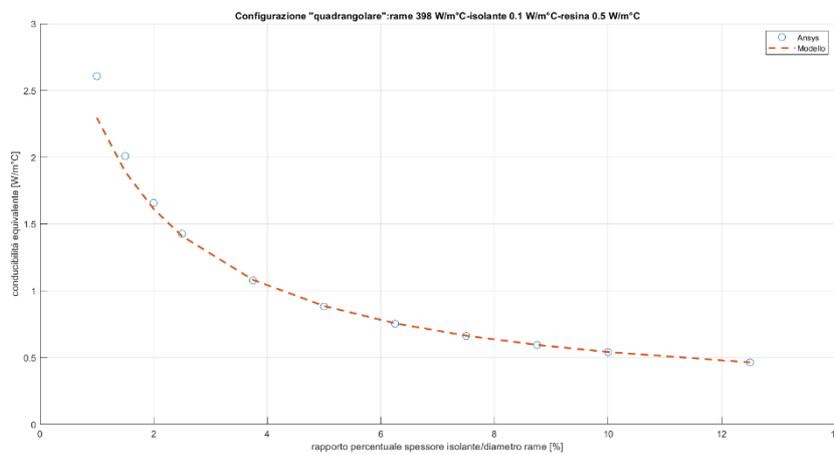


Figura [56]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione 'quadrangolare' dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.1 W/m°C), resina (0.5 W/m°C)

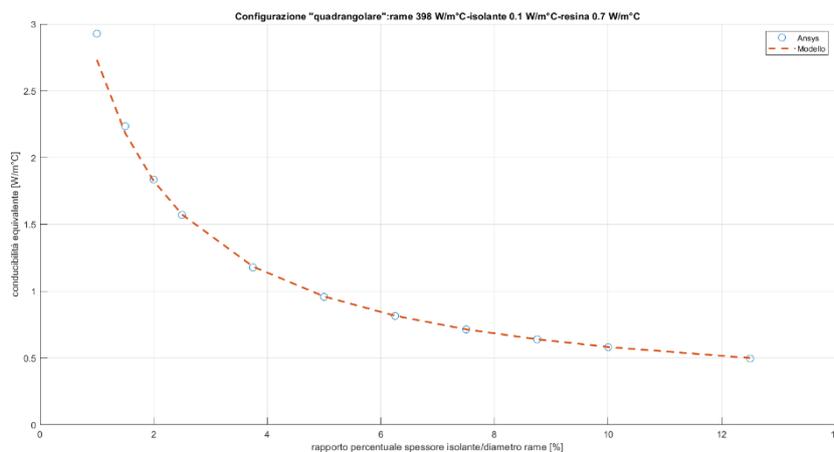


Figura [57]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione 'quadrangolare' dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.1 W/m°C), resina (0.7 W/m°C)

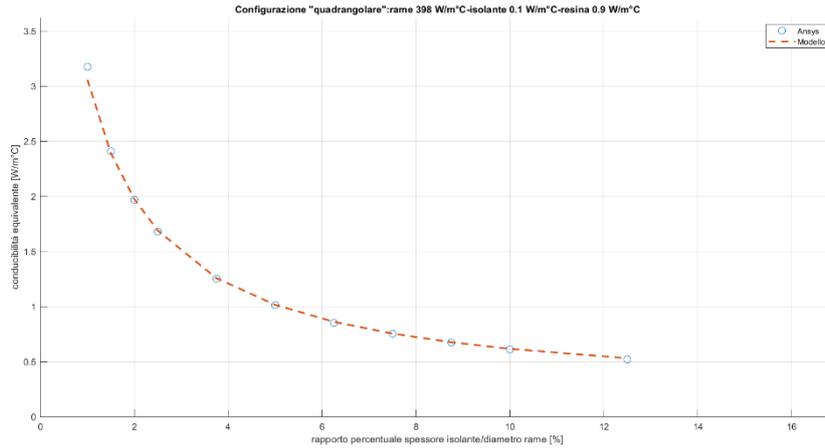
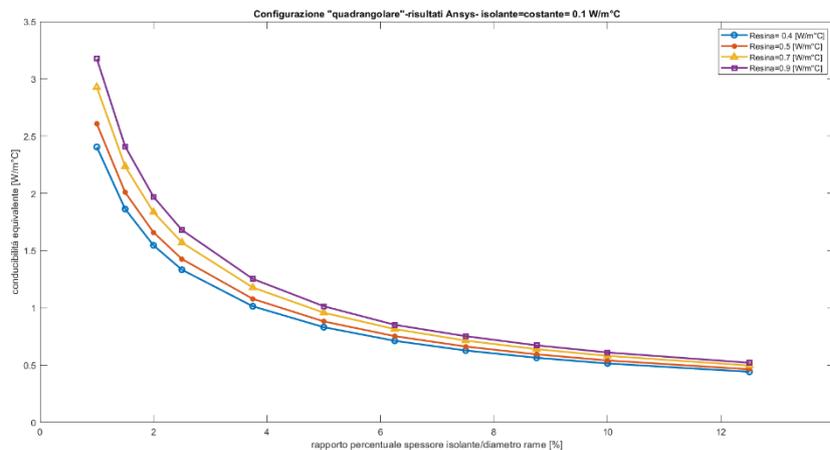


Figura [58]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione 'quadrangolare' dei conduttori – rame ($398 \text{ W/m}^\circ\text{C}$), isolante ($0.1 \text{ W/m}^\circ\text{C}$), resina ($0.9 \text{ W/m}^\circ\text{C}$)



Figura[59]: Andamento parametrico della conducibilità equivalente globale al variare della conducibilità della resina- configurazione 'quadrangolare' dei conduttori

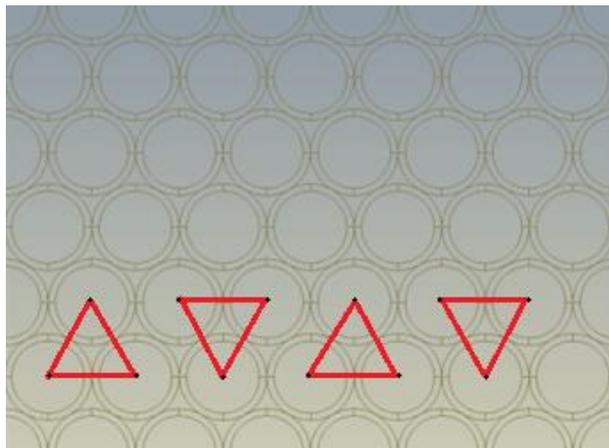
4.2 – CONFIGURAZIONE TRIANGOLARE

4.2.1 – GEOMETRIA

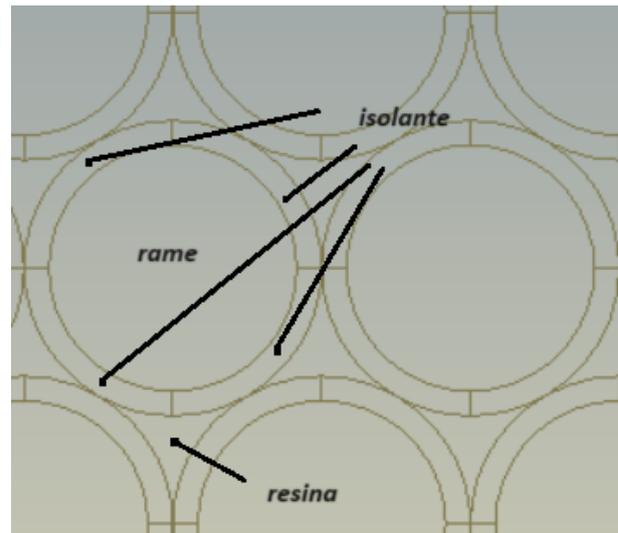
La disposizione 'triangolare' si contrappone dalla precedente per il fatto di avere i centri dei conduttori non più disposti secondo un reticolo la cui cella di base è costituita da un quadrato, ma bensì da un triangolo. I conduttori, in tal modo, risultano ancora una volta disposti su file parallele, incrementando maggiormente la densità, idealmente a contatto su sei punti di tangenza (figura [60]).

Il sistema è composto in particolare: dall'usuale conduttore di rame, avvolto da uno strato di isolante, mentre gli interstizi sono stati considerati come riempiti di resina (figura [60b]).

All'interno delle analisi numeriche, sono state prese in analisi quattro configurazioni geometriche, le quali differiscono tra loro per il rapporto tra spessore d'isolante (s) e diametro del conduttore (D). I casi studiati sono riportati all'interno della tabella [22].



(a)



(b)

Figura [60]: Configurazione 'triangolare' dei conduttori circolari (a) e dettaglio riguardante la disposizione dei materiali in tale configurazione (b)

Ancora una volta, per ridurre al minimo l'influenza sui risultati dovuta alle condizioni al contorno, per ogni configurazione è stata riprodotta una matrice di conduttori costituita da 6 righe e 7 colonne totali. Data la disposizione simmetrica dei conduttori, il comportamento termico del sistema, a differenza di quanto osservato per le piattine, risulterà essere isotropo in direzione verticale e orizzontale. L'analisi dei risultati restituirà quindi un solo valore di conducibilità termica equivalente per la configurazione in esame, funzione dei parametri geometrici dell'agglomerato di conduttori e delle proprietà dei materiali utilizzati.

4.2.2 – MESH

Dopo aver ricostruito la geometria, il passo successivo è consistito nella discretizzazione del dominio in esame. La suddivisione nei vari sottodomini della geometria ha facilitato molto le operazioni di mesh e ha permesso di ottenere una griglia di tipo strutturato all'interno dell'isolante.

D	s	s/D
[mm]	[mm]	[%]
40	4	10
40	2	5
40	1	2.5
40	0.4	1

Tabella [22]: Proprietà geometriche dei conduttori

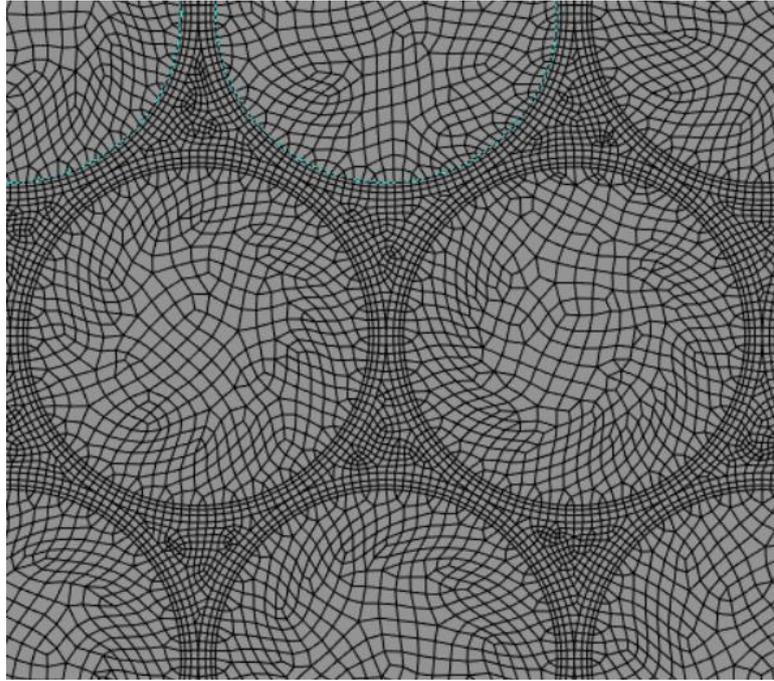


Figura [61]: Dettaglio della mesh 'Fine' – disposizione 'triangolare' dei conduttori

Questo anche grazie al fatto di aver specificato il numero di suddivisioni nella direzione dello spessore e in direzione circonferenziale, specificando in quest'ultimo caso il numero di suddivisioni per ogni quarto di circonferenza. Un esempio di mesh, ottenuto per il caso relativo al calcolo delle conducibilità equivalente per rapporto s/D pari al 10% è riportato in figura [61].

Per ognuna delle configurazioni studiate sono state costruite due diverse proposte di mesh ('coarse' e 'fine'), differenziabili in base al numero di elementi e quindi in base al grado di raffinamento.

s/D	Denominazione mesh	Element size	Resin Size	Numero di suddivisioni in direzione circonferenziale	Numero di suddivisioni in direzione radiale (isolante)	Numero di elementi
[-]	[-]	[mm]	[mm]	[-]	[-]	[-]
10 %	'Coarse'	2	n.d.	n.d.	1	25861
	'Fine'	2	1.15	24	3	49965
5 %	'Coarse'	2	n.d.	n.d.	1	24817
	'Fine'	2	0.95	24	3	50355
2.5 %	'Coarse'	2	n.d.	n.d.	1	36095
	'Fine'	2	0.8	24	3	70482
1 %	'Coarse'	2	n.d.	n.d.	1	45519
	'Fine'	2	0.65	30	3	82107

Tabella [23]: Analisi di sensitività della mesh per conduttori circolari con disposizione 'triangolare'

Tale operazione è stata indispensabile per procedere poi all'analisi di sensitività della mesh, i cui risultati saranno presentati in una delle sezioni successive. Le caratteristiche dei raffinamenti ed il numero di suddivisioni adottate per ognuna delle configurazioni descritte nei lati corrispondenti sono riportate all'interno della tabella [23].

4.2.3 – MODELLO NUMERICO

Avendo a che fare con una simulazione termica stazionaria, all'interno del software Ansys Fluent è stata attivata la parte relativa al modello energetico, definito dall'equazione (9) inserita all'interno del paragrafo 1.4. Si sono mantenuti attivi anche i modelli relativi alla fluidodinamica, ma essendo i domini in gioco costituiti solamente da materiali solidi, tali equazioni sono state automaticamente escluse dal set di equazioni da risolvere durante la simulazione dal software stesso.

Per ogni simulazione condotta, è stato considerato un limite di residui da raggiungere pari a $1.e-16$. Parallelamente si è anche verificato il raggiungimento del bilancio termico tra i flussi termici entranti ed uscenti dal dominio, che risulteranno utili poi in un secondo momento per il calcolo della conducibilità termica equivalente ottenuta numericamente.

L'inizializzazione del dominio è stata fatta imponendo come condizioni iniziali di temperatura quelle definite alla parete sinistra, con temperatura pari a 100°C .

4.2.4 – DEFINIZIONE DEI MATERIALI

Per quanto riguarda i domini solidi relativi a rame, isolante, e resina sono state poi specificate le proprietà dei rispettivi materiali in gioco, i cui valori sono riportati in tabella [24].

In particolare, le proprietà richieste dal set – up numerico sono risultate essere la densità del materiale ρ , il calore specifico c_p e la conducibilità termica λ .

La colonna relativa a quest'ultima proprietà riporta più valori per isolante e resina in quanto, come si vedrà in seguito, è stata indagata anche l'influenza della variabilità di tali parametri sulla conducibilità termica equivalente.

<i>MATERIALE</i>	ρ	c_p	λ
	[kg/m ³]	[J/kgK]	[W/mK]
rame	8900	385	398
isolante	900	1400	0.06 – 0.1 – 0.25 – 0.46
resina	1400	1000	0.3 – 0.4 – 0.5 – 0.7 – 0.9

Tabella [24]: proprietà dei materiali definite all'interno delle simulazioni termiche

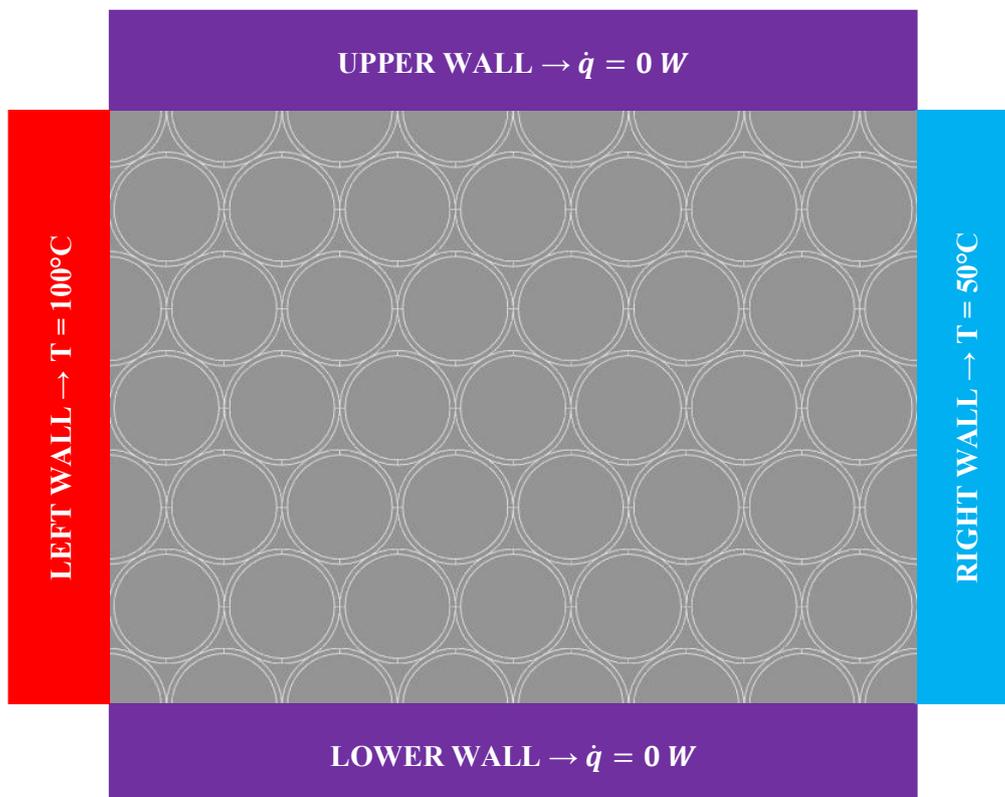
4.2.5 – CONDIZIONI AL CONTORNO

Come condizioni al contorno agli estremi del dominio, riassunte all'interno della tabella [25], sono state specificate quattro condizioni di parete ('wall').

In particolare, le due pareti orizzontali (denominate 'upper wall' e 'lower wall') sono state definite come pareti adiabatiche (flusso termico nullo) per garantire l'unidirezionalità del flusso termico, mentre in corrispondenza delle due pareti verticali sono state fissate le temperature (figura [62]). In questo modo, si sono sempre condotte analisi termiche con salti di temperatura prefissati tra parete sinistra e destra del dominio e pari a 50°C.

<i>Named Selection</i>	<i>Boundary Conditions</i>
upper_wall	0 W (parete adiabatica)
lower_wall	0 W (parete adiabatica)
left_wall	100 °C
right_wall	50 °C

Tabella [25]: Boundary conditions del problema termico



Figura[62]: Schematizzazione delle condizioni al contorno per la configurazione di conducibilità termica per conduttori cilindrici a disposizione 'triangolare'

s/D	Denominazione mesh	Numero di elementi	q	Variazione relativa
[-]	[-]	[-]	[W]	[%]
10 %	'Coarse'	25861	19.570	-
	'Fine'	49965	19.659	0.45
5 %	'Coarse'	24817	33.403	-
	'Fine'	50355	33.549	0.44
2.5 %	'Coarse'	36095	57.712	-
	'Fine'	70482	57.935	0.39
1 %	'Coarse'	45519	113.000	-
	'Fine'	82107	113.659	0.58

Tabella[26]: Analisi di sensitività della mesh per le configurazioni prese in esame per la disposizione 'triangolare'

4.2.6 – ANALISI DI SENSITIVITÀ DELLA MESH

Come precedentemente accennato, prima di procedere effettivamente all'analisi dei dati ottenuti dalle simulazioni, si è proceduto ad un'analisi di sensitività della mesh. Per ognuna delle configurazioni prese in considerazione si sono confrontati i valori di flusso termico q uscente dal lato denominato 'right wall' ottenuti per le varie configurazioni di mesh adottate. Dalla lettura della tabella 26 si può apprezzare come i risultati restituiti dalle due configurazioni di mesh 'Fine' e 'Coarse' siano molto vicini tra loro.

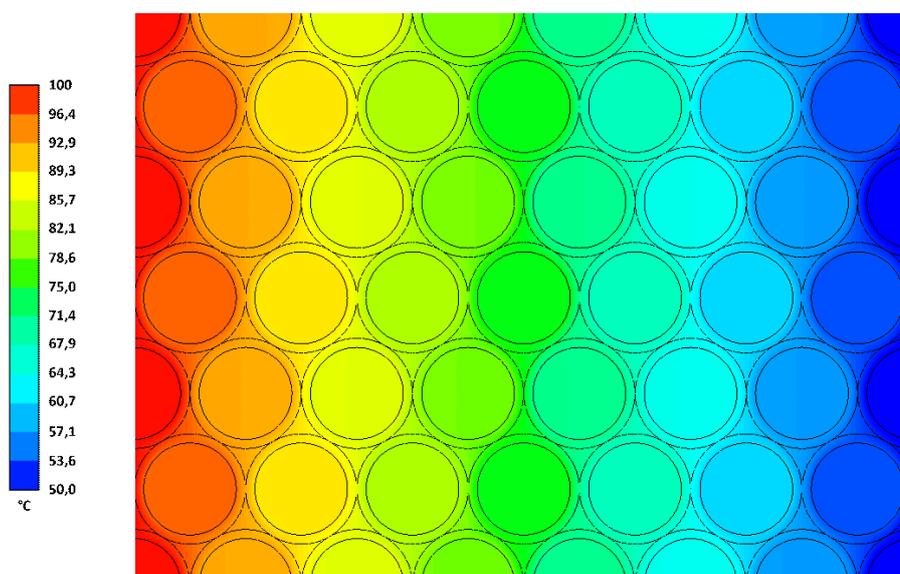


Figura [63]: Contour plot di conduttori circolari con disposizione 'triangolare'

Questo permette di poter considerare come raggiunta la convergenza della mesh. Da ora in poi, i risultati riportati in seguito sono da considerare come ottenuti a partire dalle simulazioni termiche relative alla configurazione di mesh 'Fine'.

4.2.7 - ANALISI DEI RISULTATI

Dopo aver concluso l'analisi di sensitività della mesh, è stato finalmente possibile procedere con l'analisi dei risultati. Per prima cosa, sono stati analizzati i campi di temperatura ottenuti dalle analisi termiche, ed un esempio di contour plot è stato riportato in figura [63].

Dall'osservazione di tale figura si può notare come i gradienti di temperatura più elevati siano situati all'interno dell'isolante, mentre i domini composti da rame sono caratterizzati da temperature pressoché omogenee, dovute all'alta conducibilità del materiale che le costituisce.

Analogamente ai casi precedenti, a partire dalla conoscenza del flusso di calore uscente dal dominio si sono potute determinare in successione la resistenza equivalente e la conducibilità equivalente ottenuta numericamente, utilizzando le formule (84) e (85) precedentemente utilizzate per il caso delle piattine, sostituendo alle formule (91) e (92) le seguenti:

$$h_{TOT} = \frac{\sqrt{3}}{2} n_{RIGHE} (D + 2s) \quad (91)$$

$$s_{TOT} = n_{COLONNE} (D + 2s) \quad (92)$$

Dove D è il diametro del conduttore, s è lo spessore di isolante, n_{RIGHE} e $n_{COLONNE}$ sono rispettivamente il numero di righe e colonne intere di conduttori considerate durante la simulazione all'interno del dominio.

I risultati di conducibilità equivalente ottenuti sono poi stati confrontati con i dati derivanti dal modello analitico di [6] presentato al paragrafo 1.4 tramite la relazione (9), sulla base della definizione di un parametro di scostamento percentuale calcolabile utilizzando la seguente formula:

$$\varepsilon_{REL} = \frac{\lambda_{eq,SIM} - \lambda_{eq,MODEL}}{\lambda_{eq,SIM}} * 100 \quad (93)$$

Tutti i dati ottenuti sono stati raccolti all'interno delle tabelle riassuntive riportate di seguito, nelle quali sono stati inseriti anche tutti i dati relativi a simulazioni con diverse conducibilità termiche assegnate a isolante e resina.

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq,SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.1	0.3	2.761	3.062	113.659	9.83
1.5	398	0.1	0.3	2.180	2.291	85.038	4.85
2	398	0.1	0.3	1.805	1.847	68.562	2.27
2.5	398	0.1	0.3	1.543	1.561	57.935	1.15
3.75	398	0.1	0.3	1.139	1.137	42.183	-0.18
5	398	0.1	0.3	0.909	0.904	33.549	-0.55
6.25	398	0.1	0.3	0.760	0.756	28.043	-0.53
7.5	398	0.1	0.3	0.657	0.653	24.241	-0.61
8.75	398	0.1	0.3	0.580	0.577	21.432	-0.52
10	398	0.1	0.3	0.521	0.519	19.281	-0.39
12.5	398	0.1	0.3	0.437	0.436	16.183	-0.23

Tabella [27]: Configurazione 'triangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.1 W/mK) e resina (0.3 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq,SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.06	0.3	2.019	2.098	77.885	3.77
1.5	398	0.06	0.3	1.526	1.542	57.224	1.04
2	398	0.06	0.3	1.230	1.229	45.597	-0.08
3.75	398	0.06	0.3	0.742	0.738	27.374	0.54
6.25	398	0.06	0.3	0.485	0.483	17.927	-0.41
8.75	398	0.06	0.3	0.367	0.366	13.599	-0.27
10	398	0.06	0.3	0.329	0.329	12.204	0
12.5	398	0.06	0.3	0.275	0.275	10.211	0

Tabella [28]: Configurazione 'triangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.06 W/mK) e resina (0.3 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq,SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.25	0.3	4.056	5.541	205.650	26.80
1.5	398	0.25	0.3	3.504	4.303	159.725	18.57
2	398	0.25	0.3	3.089	3.558	132.049	13.18
3.75	398	0.25	0.3	2.200	2.321	86.136	5.21
6.25	398	0.25	0.3	1.582	1.607	59.634	1.56
8.75	398	0.25	0.3	1.251	1.256	46.619	0.40
10	398	0.25	0.3	1.137	1.139	42.258	0.18
12.5	398	0.25	0.3	0.969	0.967	35.903	-0.21

Tabella [29]: Configurazione 'triangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.25 W/mK) e resina (0.3 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq,SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.46	0.3	4.749	7.936	294.537	40.16
1.5	398	0.46	0.3	4.316	6.292	233.523	31.40
2	398	0.46	0.3	3.959	5.274	195.752	24.93
3.75	398	0.46	0.3	3.088	3.577	132.750	13.67
6.25	398	0.46	0.3	2.376	2.554	94.793	6.97
8.75	398	0.46	0.3	1.951	2.036	75.569	4.17
10	398	0.46	0.3	1.798	1.858	68.975	3.23
12.5	398	0.46	0.3	1.562	1.598	59.303	2.25

Tabella [30]: Configurazione 'triangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.46 W/mK) e resina (0.3 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq, SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.1	0.4	3.112	3.313	122.966	6.07
1.5	398	0.1	0.4	2.394	2.453	91.036	2.41
2	398	0.1	0.4	1.951	1.964	72.892	0.66
3.75	398	0.1	0.4	1.198	1.191	44.196	-0.59
6.25	398	0.1	0.4	0.789	0.784	29.115	-0.64
8.75	398	0.1	0.4	0.598	0.597	22.150	-0.17
10	398	0.1	0.4	0.537	0.536	19.896	-0.19
12.5	398	0.1	0.4	0.450	0.449	16.662	-0.22

Tabella [31]: Configurazione 'triangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.1 W/mK) e resina (0.4 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq, SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.1	0.5	3.370	3.503	130.017	3.80
1.5	398	0.1	0.5	2.546	2.573	95.484	1.05
2	398	0.1	0.5	2.051	2.049	76.063	-0.01
3.75	398	0.1	0.5	1.238	1.230	45.648	-0.65
6.25	398	0.1	0.5	0.808	0.805	29.889	-0.37
8.75	398	0.1	0.5	0.612	0.611	22.670	-0.16
10	398	0.1	0.5	0.549	0.548	20.344	-0.18
12.5	398	0.1	0.5	0.459	0.459	17.021	0

Tabella [32]: Configurazione 'triangolare' di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.1 W/mK) e resina (0.5 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq,SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.1	0,7	3.726	3.778	140.206	1.38
1.5	398	0.1	0,7	2.747	2.742	101.783	-0.18
2	398	0.1	0,7	2.183	2.169	80.508	-0.65
3.75	398	0.1	0,7	1.290	1.284	47.667	-0.47
6.25	398	0.1	0,7	0.836	0.834	30.972	-0.24
8.75	398	0.1	0,7	0.631	0.631	23.406	0
10	398	0.1	0,7	0.566	0.565	20.983	-0.18
12.5	398	0.1	0,7	0.474	0.472	17.525	-0.42

Tabella [33]: Configurazione ‘triangolare’ di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.1 W/mK) e resina (0.7 W/mK)

s/D	λ_{Rame}	λ_{is}	λ_{resin}	$\lambda_{\text{eq, model}}$	$\lambda_{\text{eq,SIM}}$	q _{SIM}	ϵ_{REL}
[%]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W/mK]	[W]	[%]
1	398	0.1	0,9	3.960	3.971	147.373	0.27
1.5	398	0.1	0,9	2.876	2.860	106.142	-0.56
2	398	0.1	0,9	2.267	2.251	83.562	-0.71
3.75	398	0.1	0,9	1.325	1.322	49.055	-0.23
6.25	398	0.1	0,9	0.856	0.855	31.725	-0.12
8.75	398	0.1	0,9	0.647	0.645	23.924	-0.31
10	398	0.1	0,9	0.580	0.578	21.435	-0.35
12.5	398	0.1	0,9	0.487	0.482	17.889	-1.04

Tabella [34]: Configurazione ‘triangolare’ di conduttori circolari – rame (398W/mK), isolante (0.1 W/mK) e resina (0.9 W/mK)

In figura [64]–[66] e [69]–[72] sono invece riportati i grafici relativi agli andamenti della conducibilità termica equivalente ottenuti a partire dalle simulazioni termiche e dal modello analitico in funzione del rapporto s/D per varie combinazioni di conducibilità termica di isolante e resina.

Dalla lettura di tali grafici si evince come, in completa analogia con la configurazione quadrangolare, per bassi valori di conducibilità termica dell’isolante, il modello analitico restituisca risultati in buon accordo con i risultati derivanti dalle simulazioni termiche condotte a parità di configurazione. Infatti,

le configurazioni con conducibilità termica dell'isolante pari a 0.06 W/mK sono risultate essere quelle per cui il modello analitico restituisce valori di conducibilità termiche equivalenti con errori relativi dell'ordine del 10% circa.

In generale, il modello analitico sembra riprodurre con maggiore aderenza i risultati ottenuti dalle simulazioni termiche rispetto a quanto visto nel caso precedente. Va oltretutto sottolineato come i valori di conducibilità termica ottenibili per configurazioni triangolari risultino essere più elevati rispetto a quelli ottenibili dalla configurazione quadrangolare. Tale aspetto è da ricondurre alla maggior densità dei conduttori e dal maggior numero di punti di contatto tra conduttore e conduttore, i quali determinano un numero maggiore di vie termiche attraverso cui può avvenire lo smaltimento del calore a parità di s/D e proprietà dei materiali in gioco.

Si può inoltre osservare che, per tutte le configurazioni in esame, il divario tra i risultati restituiti dal modello analitico e quelli numerici risulta sempre in crescita al diminuire del rapporto s/D . Tale osservazione porta quindi a consigliare l'utilizzo del modello analitico semplificato per rapporti s/D maggiori dell'un per cento.

Si è osservato inoltre che con l'aumentare della conducibilità termica dell'isolante e con l'avvicinarsi di questa a quella della resina, i risultati del modello analitico risultano essere per la quasi totalità delle situazioni indagate ben distanti dai valori di conducibilità termica ottenuti a dalle simulazioni termiche.

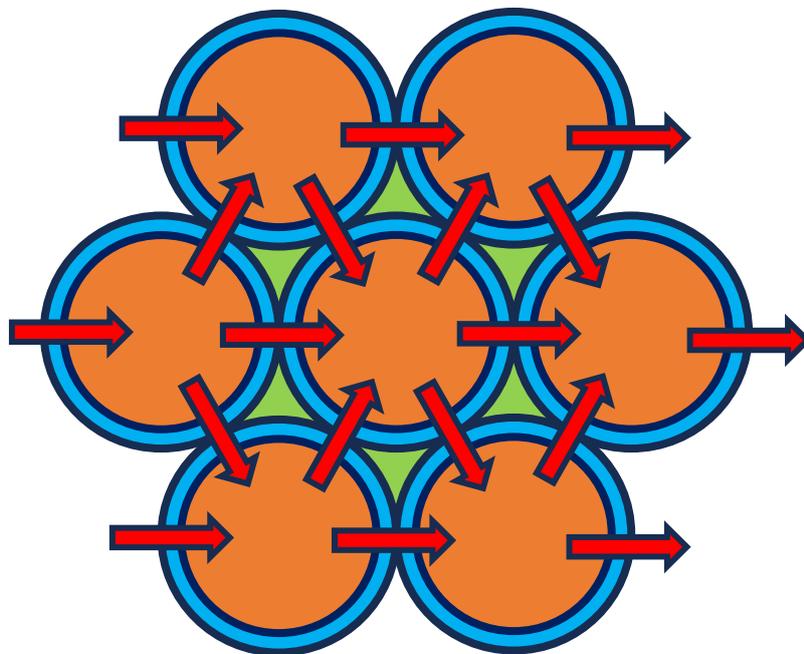


Figura [63]: Flusso direzionato ai punti di contatto per conduttori con disposizione 'triangolare'

Questo fatto è da imputare probabilmente ancora una volta al fatto che il modello analitico tratta il problema di conduzione attraverso un agglomerato di conduttori utilizzando un approccio di media pesata sul volume delle proprietà dei materiali, considerando il fenomeno di conduzione come isotropo.

I flussi termici, però, tendono a scorrere sempre lungo le direzioni in cui la resistenza termica risulta minore. Nel caso in esame, quindi, il flusso di calore tenderà a scorrere attraverso i punti di contatto tra gli isolanti che avvolgono i conduttori, in quanto tali punti sono quelli in cui lo spessore che divide due conduttori adiacenti è minore. Tale fenomeno è schematizzato all'interno della figura [63].

Questo rende la conduzione fortemente disomogenea e di conseguenza anisotropa e viene accentuato proprio per rapporti s/D ridotti. Inoltre, l'aumento della conducibilità dell'isolante provoca un miglioramento della conduzione attraverso tali punti di contatto, portando il fenomeno conduttivo ad assumere comportamenti sempre più distanti da quelli ipotizzati dal modello analitico proposto da [6].

Per alti valori di conducibilità termica della resina, invece, i risultati numerici e analitici risultano essere quasi sovrapposti, sottolineando come il modello analitico proposto sembri risultare valido quando la conducibilità termica dell'isolante e quella della resina differiscono tra loro di almeno un ordine di grandezza.

Le figure [68] e [73] sottolineano infine come, all'aumentare della conducibilità termica rispettivamente di isolante e della resina, vi sia un aumento generale anche della conducibilità termica equivalente globale del pacco di conduttori considerando una disposizione quadrangolare.

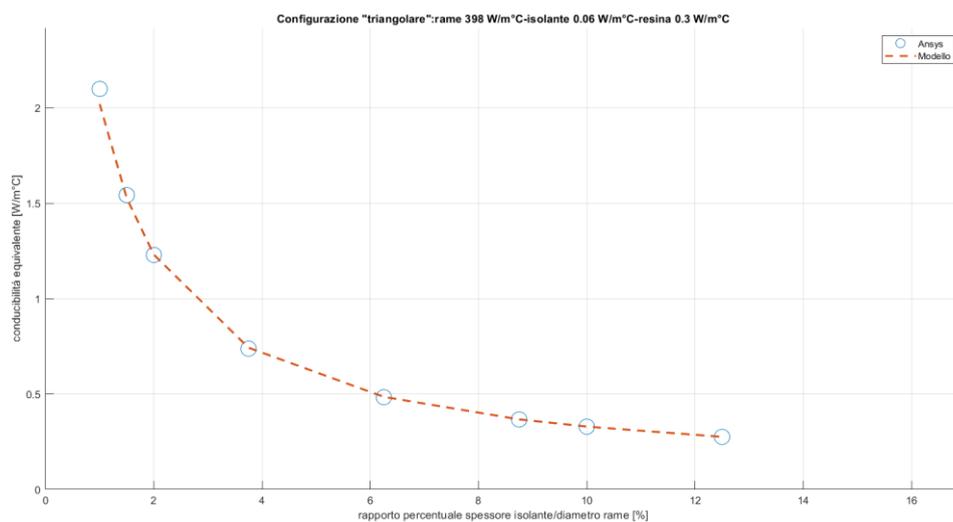


Figura [64]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione 'triangolare' dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.06W/m°C), resina (0.3 W/m°C)

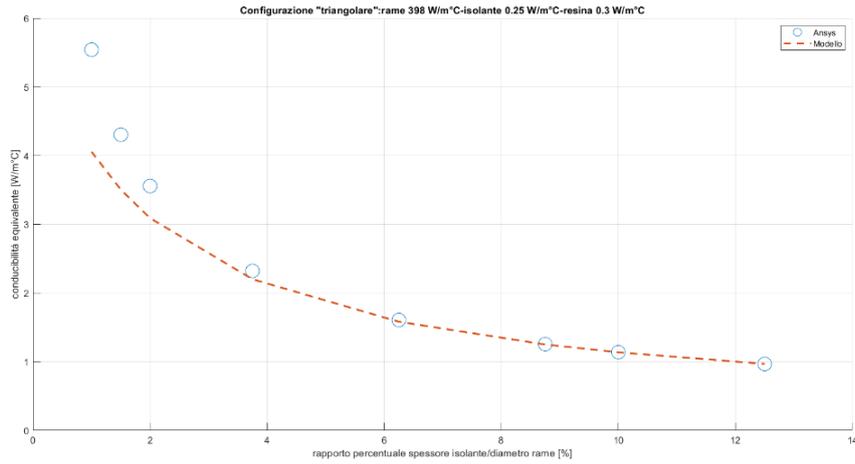


Figura [65]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione ‘triangolare’ dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.25W/m°C), resina (0.3 W/m°C)

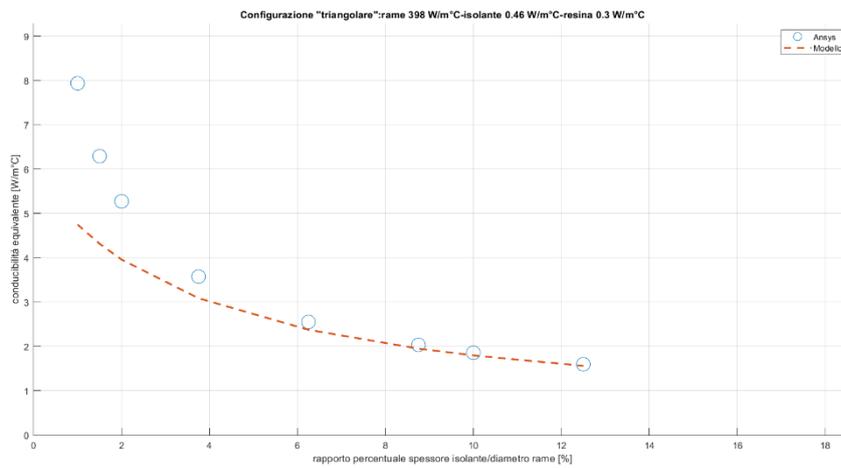


Figura [66]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione ‘triangolare’ dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.46W/m°C), resina (0.3 W/m°C)

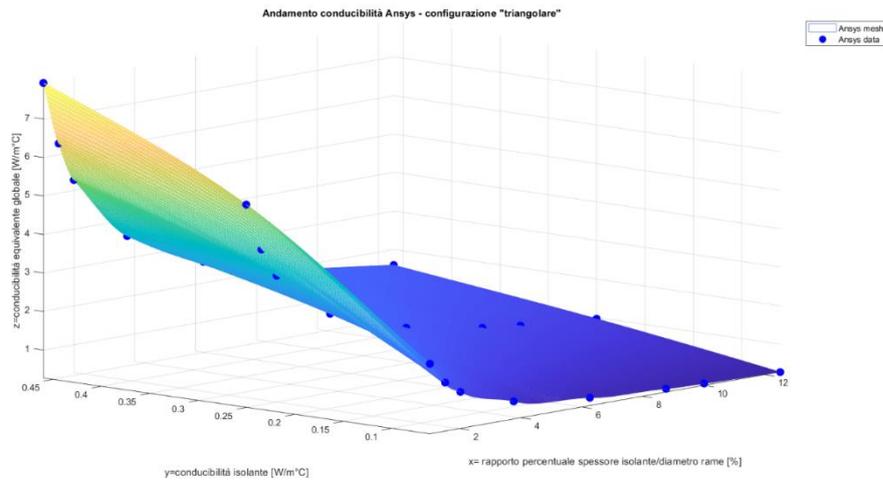
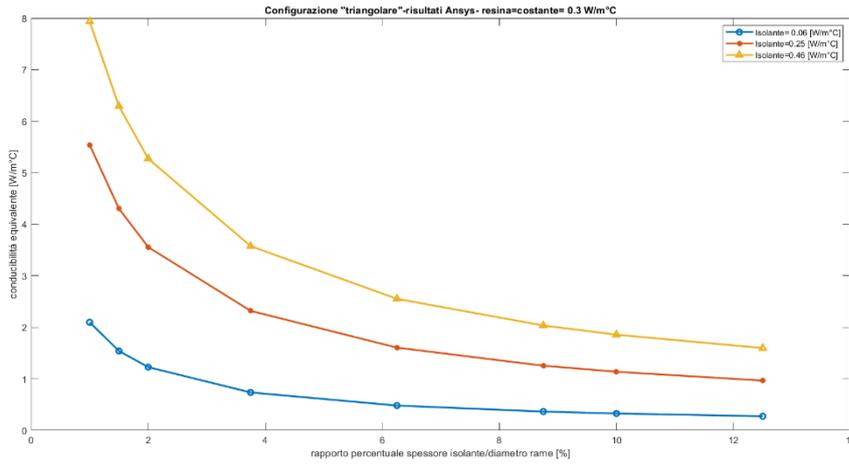


Figura [67]: Andamento conduttività equivalente globale Ansys® al variare dell’isolante - configurazione ‘triangolare’ dei conduttori



Figura[68]: Andamento parametrico della conducibilità equivalente globale al variare della conducibilità dell'isolante- configurazione 'triangolare' dei conduttori

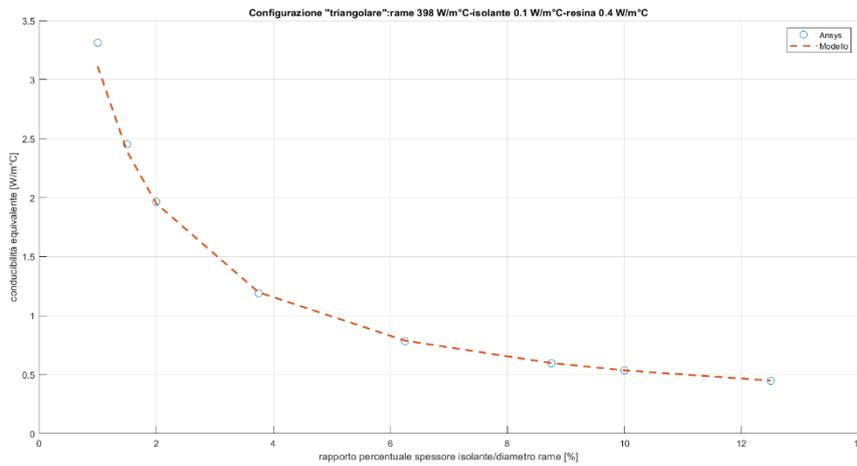


Figura [69]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione 'triangolare' dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.1W/m°C), resina (0.4 W/m°C)

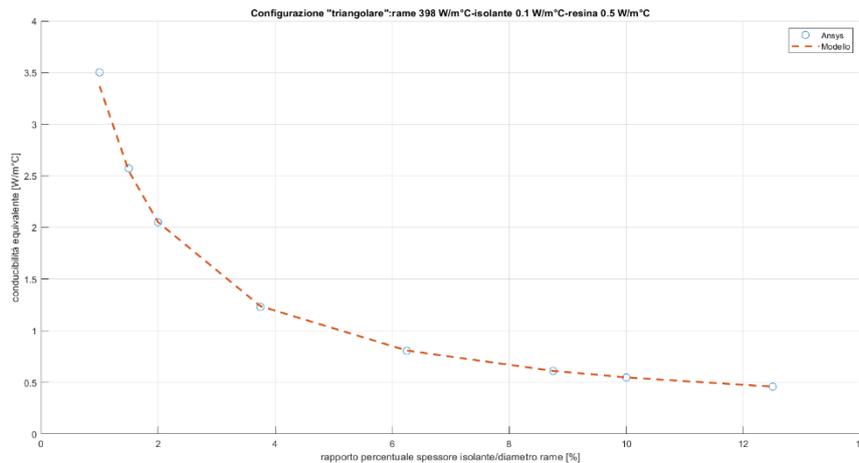


Figura [70]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione 'triangolare' dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.1W/m°C), resina (0.5 W/m°C)

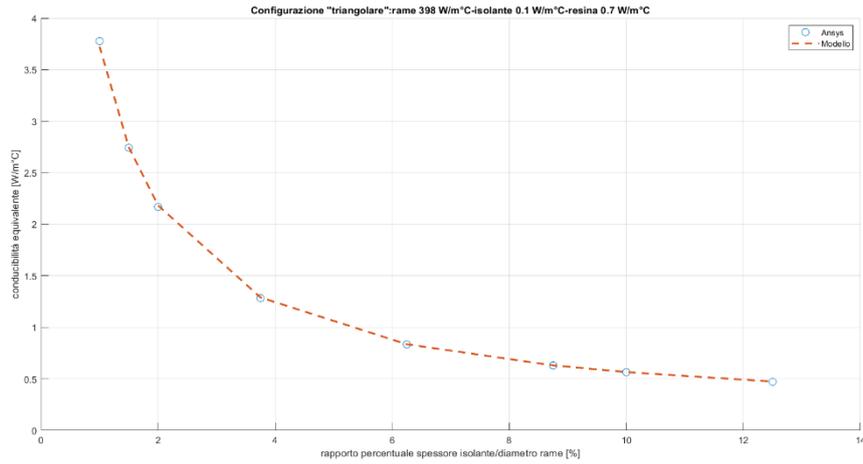


Figura [71]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione ‘triangolare’ dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.1W/m°C), resina (0.7 W/m°C)

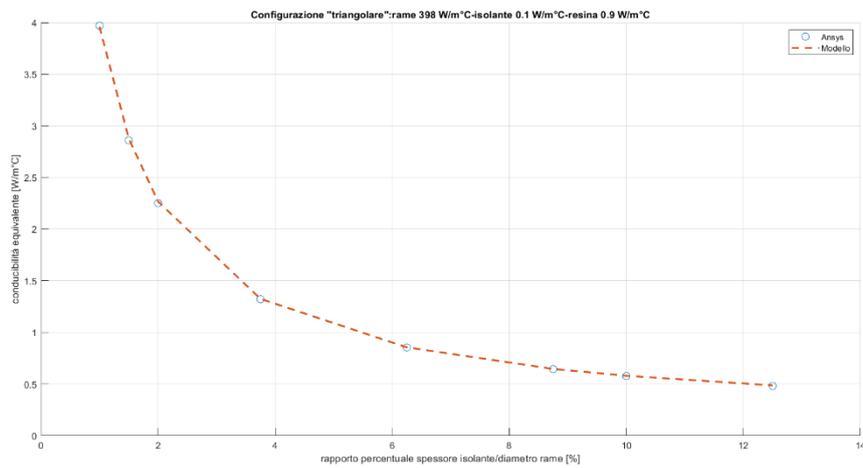
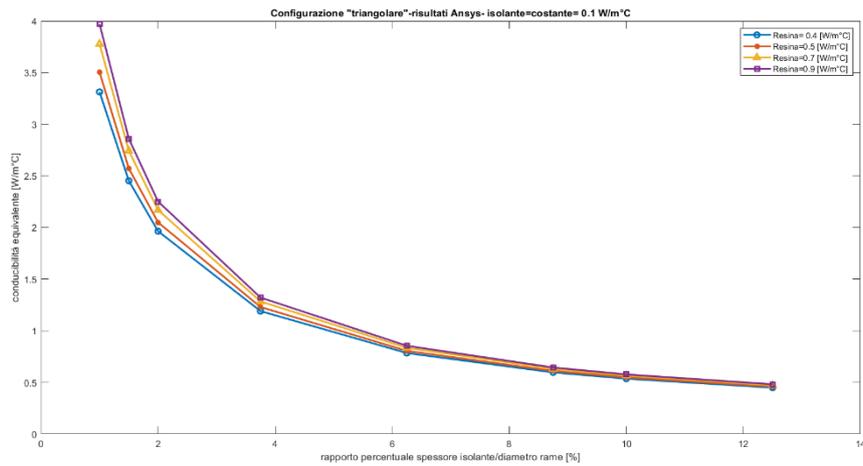


Figura [72]: Confronto risultati Ansys Fluent® vs modello analitico configurazione ‘triangolare’ dei conduttori – rame (398 W/m°C), isolante (0.1W/m°C), resina (0.9W/m°C)



Figura[73]: Andamento parametrico della conducibilità equivalente globale al variare della conducibilità della resina - configurazione ‘triangolare’ dei conduttori

CAPITOLO 5 - CONCLUSIONI

Questa tesi si concentra sulla modellizzazione termica semplificata di diverse configurazioni di avvolgimenti all'interno di motori elettrici, in particolare le disposizioni studiate fanno riferimento a piattine con sezione rettangolare e conduttori a sezione circolare in configurazione 'quadrangolare' e 'triangolare'. Per entrambe le configurazioni geometriche sono stati proposti dei modelli analitici in grado di stimare la conducibilità termica equivalente di tali sistemi i cui risultati sono stati confrontati con quelli derivanti da simulazioni termiche eseguite in ambiente Ansys® al variare dei parametri geometrici e delle proprietà dei materiali.

L'analisi dei risultati eseguita nel caso di conduttori a sezione rettangolare ha evidenziato che:

- Il modello analitico proposto risulta essere in buon accordo con i dati numerici per bassi spessori d'isolante in rapporto alle dimensioni della piattina.
- Il modello restituisce valori di conducibilità inferiori rispetto a quelli ottenibili dalle simulazioni numeriche: questo permette di utilizzare tale modello per ottenere una stima accurata in favore di sicurezza.
- Per spessori elevati d'isolante in rapporto alla geometria della piattina il modello restituisce valori di conducibilità equivalente che si discostano maggiormente da quelli ottenibili tramite simulazioni numeriche con uno scostamento maggiore del 10%, in aumento all'aumentare dello spessore d'isolante (comunque sempre in favore di sicurezza).
- Il modello analitico assume che la totalità del calore venga interamente convogliato all'interno del rame trascurando le vie offerte dalle pareti d'isolante poste in parallelo al flusso di calore. All'aumentare dello spessore, a parità di geometria di piattina, tale assunzione perde di veridicità in quanto la resistenza termica delle sezioni d'isolante prima e dopo la piattina aumentano rendendo il percorso attraverso al rame sempre meno favorevole. Allo stesso tempo, la resistenza termica associata ai percorsi termici attraverso l'isolante in parallelo al flusso di calore diminuisce per via dell'aumento dell'area di passaggio, rendendo tale via meno sfavorevole. In queste condizioni quindi l'assunzione fatta dal modello proposto non è più valida. Questo spiega lo scostamento osservato nel confronto fra modello e simulazione.
- Tuttavia, in generale gli spessori d'isolante sono molto piccoli rispetto alle dimensioni della piattina, quindi il modello proposto risulta essere applicabile nella sua semplicità agli avvolgimenti dei motori elettrici.

L'analisi dei risultati eseguita nel caso dei conduttori circolari, per ambedue le configurazioni 'quadrangolare' e 'triangolare', ha evidenziato che:

- La conducibilità termica equivalente della disposizione 'triangolare' dei conduttori risulta essere sempre superiore a quella della disposizione 'quadrangolare', a parità del rapporto s/D e delle proprietà conduttive dei materiali (λ_{Cu} , λ_{isol} , λ_{resin}). Ciò è dovuto alla presenza di un maggior numero di percorsi termici (punti di contatto) tra i conduttori con disposizione 'triangolare'.
- Il modello analitico proposto evidenzia un generale scostamento nei confronti dei risultati numerici sulle conducibilità termiche equivalenti per piccoli rapporti di s/D a parità delle proprietà conduttive dei materiali.
- All'aumentare della conducibilità termica dell'isolante (a parità delle proprietà conduttive di rame e resina) il modello analitico stima valori sempre inferiori di conducibilità termica equivalente, scostandosi in maniera sempre più evidente al diminuire di s/D , rispetto a quelle dedotte dalle simulazioni termiche condotte su Ansys®.
- All'aumentare della conducibilità termica della resina (a parità delle proprietà conduttive di rame e isolante) il modello analitico stima valori sostanzialmente coincidenti con le simulazioni numeriche. Maggiore è la conducibilità della resina e più accurata è la stima del modello anche per i valori bassi di s/D , generalmente sempre critici.
- Il modello analitico prevede in maniera molto buona la conducibilità termica equivalente qualora le conducibilità, proprietà di ciascun materiale, assumano valori di ordini di grandezza diversi, non confrontabili. Quando i valori di conducibilità di isolante e resina risultano confrontabili, il modello analitico stima valori non coerenti con i risultati dalle simulazioni termiche perché tratta il fenomeno di conduzione presumibilmente in maniera isotropa (pesando le conducibilità sulla quantità del rispettivo materiale) anche nei casi in cui il fenomeno è fortemente anisotropo per vicinanza dei conduttori (quindi basso rapporto s/D): ciò rafforza l'evidenza che per bassi rapporti s/D il modello ha la generale tendenza a perdere in accuratezza. Si osserva pertanto un buon comportamento del modello analitico quando peggiorano le conducibilità dei conduttori nei punti di contatto.
- Il modello proposto riesce molto bene nella stima della conducibilità termica equivalente quando i valori di s/D sono generalmente alti, ed in particolare quando sono accompagnati da una bassa conducibilità dell'isolante e da un rapporto $\lambda_{resin}/\lambda_{isol}$ elevato.

- Tuttavia, si caldeggia comunque l'applicabilità del modello ad avvolgimenti elettrici in quanto lo stato dell'arte prevede l'applicazione dell'isolante per spessori tali da avere un rapporto s/D tra 5 ÷ 10 %, valori in cui le stime di conducibilità del modello risultano essere buone.

Un possibile sviluppo futuro proposto è lo studio di un modello o di una rete termica che sia in grado di restituire velocemente valori di conducibilità termica equivalente più accurati nei casi in cui le conducibilità dei materiali portino ad avere un flusso di calore anisotropo attraverso il sistema di conduttori.

BIBLIOGRAFIA

- [1] N. Simpson, R. Wrobel, P.H. Mellor; *Estimation of Equivalent Thermal Parameters of Impregnated Electrical Windings*, pp. 2505-2515, Nov./Dic. 2013
- [2] A. Zeaiter, M. Fénot, D. Saury; *Numerical Approach to Determining Windings Thermal Conductivity*, 2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM), Set. 2018, pp. 1291-1296
- [3] R. Wrobel, S. Ayat, J.L. Baker; *Analytical Methods for Estimating Equivalent Thermal Conductivity in Impregnated Electrical Windings Formed Using Litz Wire*, Bristol, 2017
- [4] D. Staton, A. Boglietti, A. Cavagnino; *Solving the More Difficult Aspects of Electric Motor Thermal Analysis in Small and Medium Size Industrial Induction Motors*, pp. 620-628, 2005
- [5] S. Sequeira, K. Bennion, J. E. Cousineau, S. Narumanchi, G. Moreno, S. Kumar, Y. Joshi; *Validation and Parametric Investigations of an Internal Permanent Magnet Motor Using a Lumped Parameter Thermal Model*
- [6] H. Liu, S. Ayat, R. Wrobel, C. Zhang; *Comparative Study of Thermal Properties of Electrical Windings Impregnated with Alternative Varnish Materials*, The 9th International Conference on Power Electronics, Machines and Drives , 2018
- [7] P. Brunello; *Lezioni di Fisica Tecnica*
- [8] G. Chitarin, F. Gnesotto, M. Guarnieri, A. Maschio, A. Stella; *Elettrotecnica 1 – Principi*, Bologna, 2017
- [9] G. Chitarin, F. Gnesotto, M. Guarnieri, A. Maschio, A. Stella; *Elettrotecnica 2 – Applicazioni*, Bologna, 2017
- [10] R. Wrobel, S. J. Williamson, J. D. Booker, P. H. Mellor; *Characterizing The in situ Thermal Behavior of Selected Electrical Machine Insulation and Impregnation Materials*, Nov./Dic. , 2016
- [11] S. Ayat, R. Wrobel, J. Goss, D. Drury; *Estimation of Equivalent Thermal Conductivity for Impregnated Electrical Windings Formed from Profiled Rectangular Conductors*
- [12] <http://pcfarina.eng.unipr.it/PublicFisicaTecnica/2014/Dispense/20/lezionebocchiborelli.pdf>
- [13] http://www.barrascarpetta.org/m_04401_pri.htm
- [14] https://www.univpm.it/Entra/Engine/RAServeFile.php/f/P001087/allegati_ins/conduzione.pdf

- [15] https://moodle2.units.it/pluginfile.php/436486/mod_resource/content/1/MACCHINE%20SINCRONE.pdf
- [16] <https://www.docsity.com/it/macchina-sincrona-alternatore-17211414>
- [17] <https://www.edmelectronics.eu/powermotori-elettrici-come-funzionano-e-quali-sono-le-tipologie-piu-comuni>
- [18] <https://www.electroyou.it/paolo.carlizza/wiki/pareti-finestre-pavimenti-e-soffitti-come-il-calore-si-disperde>
- [19] <https://www.ilgiornaledeltermoidraulico.it/irraggiamento>
- [20] https://www.interfred.it/Scuola/Progettare_freddo/Conduzione/Parete_piana.asp
- [21] https://www.unite.it/UniTE/Engine/RAServeFile.php?File_ProfGALLUCCI_748FISICA-TECNICA_3.pdf
- [22] <https://www.youmath.it/lezioni/fisica/termodinamica/3653-legge-di-fourier-conduzione-termica.html>
- [23] T. L. Bergman, A. S. Lavine, F. P. Incropera, D. P. Dewitt; *Introduction to Heat Transfer*, 1981
- [24] P.H. Mellor D. Roberts D.R. Turner; *Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design*, 1991
- [25] <http://www.dacrema.com/fisica/Trasmissione%20calore.htm>
- [26] <http://www.fmboschetto.it/tde/3/Appendice.htm>
- [27] http://www-9.unipv.it/dmae/costruzioni/materiale_didattico/Costruzioni_19.pdf
- [28] <https://www.chtmotor.com/motori-elettrici/motori-asincroni-trifase-ie2-ie3-ie4/>
- [29] http://web.tiscali.it/superiore_iti/Biblioteca/Elettrotecnica/macchineelettriche.htm
- [30] <https://amslaurea.unibo.it/22089/1/Studio%20e%20validazione%20sperimentale%20di%20un%20azionamento%20per%20un%20motore%20a%20induzione%20con%20circuito%20>
- [31] https://www.cadfem.net/fileadmin/user_upload/05-cadfem-informs/resource-library/2021_xue_CADFEM_Techday2_modelling_of_hairpin_winding_in_motorcad.pdf
- [32] <https://www.laserax.com/blog/hairpin-motor>
- [33] <https://lasersystems.ipgphotonics.com/resources/blog/fiber-lasers-best-option-motors-hairpin-solutions>

- [34] <https://metrologicallyspeaking.com/inspection-of-rotor-and-stator-in-under-60-seconds-measurement-platform-inspects-electric-drive-components-in-real-time-and-prevents-production-defects/>
- [35] <https://en.cnhonest.com/news/214.html>
- [36] <https://www.motioncontroltips.com/what-does-motor-insulation-class-specify-and-why-is-it-important/>
- [37] <https://www.emotorsdirect.ca/knowledge-center/article/what-is-service-factor-and-how-is-it-used>
- [38] <https://automazione-plc.it/inverters-automazione-plc.html>
- [39] <http://pcfarina.eng.unipr.it/dispense/98/Pallastrelli113244/Pallastrelli113244.htm>
- [40] <https://www.docenti.unina.it/webdocenti-be/allegati/materiale-didattico/441527>
- [41] <https://farelettronica.it/labc-del-thermal-management-la-gestione-termica/>
- [42] <https://science4fun.info/heat-transfer/>
- [43] <https://letstalkscience.ca/educational-resources/backgrounders/introduction-heat-transfer>