



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Corso di Laurea in Ingegneria dell'Informazione

CONTROLLORI PID E TECNICHE ANTI-WINDUP

Laureando:

Stefano TEDESCO

Relatore:

Prof. Mauro BISIACCO

Indice

1	Introduzione	1
2	Generalità dei controllori PID	2
2.1	Principi di funzionamento	2
2.2	Controllori PID	3
2.3	I controllori PID ideali	4
2.4	Realizzazione causale dei controllori PID	6
3	Termini di controllo	7
3.1	Termine proporzionale P	7
3.2	Termine integrale I	11
3.3	Termine derivativo D	14
4	Tecniche di Anti-Windup	18
4.1	Windup del termine integrale	18
4.2	Ricalcolo del termine integrale	21
4.3	Integrazione condizionata	22
4.4	IMC (Internal Model Control)	24
4.5	Pre-filtraggio del segnale di riferimento	26
	Bibliografia	29

Elenco delle figure

1	Schema di un controllore	2
2	PID ideale	4
3	Tipico andamento del diagramma di $ C_{PID}(s) $	5
4	Risposte in frequenza di un PID reale e uno ideale	7
5	Esempi di Banda proporzionale	8
6	Risposta al gradino di un processo caratterizzato da una coppia di poli gestito tramite un controllore di tipo P	10
7	Risposta integrale al gradino	13
8	Risposta al gradino di un processo contenente due poli gestito tramite un controllore PI	13
9	Risposta al gradino di un processo contenente due poli gestito tramite un controllore PD	15
10	Risposta al gradino di un processo gestito tramite un controllore PID	17
11	Schema a blocchi di un sistema di controllo con limitazione sull'attuatore	18
12	Controllo di un sistema dinamico attraverso un attuatore saturante	20
13	Controllore PID con dispositivo di anti-saturazione del termine integrale mediante ricalcolo del termine integrale	21
14	Schema di anti-saturazione mediante integrazione condizionata	22
15	Controllo di un sistema dinamico con dispositivo di anti-saturazione	23
16	Schema di anti-saturazione mediante IMC	24
17	Schema equivalente di anti-saturazione mediante IMC	25
18	Schema di anti-saturazione mediante pre-filtro	26

1 Introduzione

In questa tesi verranno discusse dapprima le generalità sui controllori PID (Proporzionale-Integrativo-Derivativo), andando a vedere il comportamento di tali controllori nel caso di ingresso solo proporzionale, oppure proporzionale-integrativo, oppure ancora proporzionale-derivativo, e analizzando brevemente il comportamento complessivo; quindi ci si soffermerà poi sulla descrizione di una delle problematiche più comuni nell'utilizzo dei suddetti controllori nel caso in cui il blocco integrale non sia nullo, ovvero il windup, e infine si valuteranno alcune delle possibili soluzioni che si possono adottare per risolvere tale problema.

2 Generalità dei controllori PID

2.1 Principi di funzionamento

Il termine controllo definisce l'azione svolta per portare e mantenere ad un valore prefissato un parametro fisico di un impianto o di un processo (ad esempio, la temperatura di un forno, il livello di un fluido in un serbatoio, la posizione del braccio di un robot, la velocità di rotazione di un motore, ecc.). Indicando con $r(t)$ il valore che si vuole far assumere alla variabile controllata e con $y(t)$ il valore effettivamente assunto da tale grandezza, possiamo introdurre una funzione d'errore definita come: $e(t) = r(t) - y(t)$. Lo scopo dell'azione di controllo è quello di applicare la migliore scelta possibile della funzione $u(t)$ (detta variabile di controllo) che:

- renda il sistema asintoticamente stabile,
- minimizzi il valor medio di $e^2(t)$ oppure di $|e(t)|$,
- riduca al livello minore possibile il tempo di risposta e le fluttuazioni intorno al valore asintotico in concomitanza di transitori di $r(t)$.

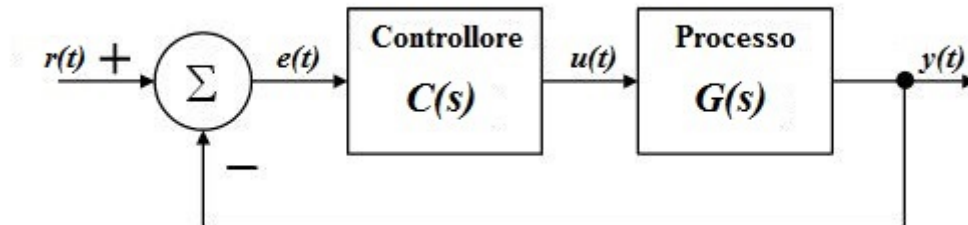


Figura 1: Schema di un controllore

Passando alla trasformata di Laplace, le principali componenti del sistema sono: il rivelatore di errore $E(s) = R(s) - Y(s)$, il controllore che ha il compito di trasformare il segnale d'errore in un segnale $U(s)$ che agisce sul processo sottoposto a controllo, un sensore posto all'interno del processo che misura la grandezza fisica da controllare fornendo il segnale $Y(s)$. Supponiamo che sia il controllore sia il processo possano essere schematizzati come sistemi lineari e stazionari caratterizzati da una funzione di trasferimento che varrà, rispettivamente, $C(s)$ e $G(s)$.

Va detto che lo schema mostrato in Figura 1 è semplificato perché non mostra le sorgenti di rumore interne al sistema e le altre perturbazioni esterne che si sommano ai vari segnali.

Una caratteristica essenziale di un buon controllore è quella di possedere una elevata “robustezza” rispetto alle fluttuazioni del sistema, mantenendo la grandezza controllata al valore desiderato anche in presenza di eventuali piccole variazioni della funzione di trasferimento che caratterizza il processo. Utilizzando la ben nota relazione dei sistemi reazionati, scriviamo la funzione di trasferimento del sistema ad anello chiuso:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

Il problema generale del controllo si riduce quindi a determinare, per una certa funzione di trasferimento del processo $G(s)$, la migliore funzione di trasferimento del controllore $C(s)$ che ottimizza la $W(s)$.

2.2 Controllori PID

Una classe di controllori molto utilizzata nelle applicazioni industriali sono i controllori PID (o controllori standard). Essi elaborano il segnale di errore in ingresso attraverso tre blocchi (uno ad azione proporzionale, uno ad azione integrativa e uno ad azione derivativa), i cui guadagni sono i gradi di libertà in fase di progetto del controllore (Figura 2).

Tra le ragioni di questo vasto utilizzo dei regolatori PID nell’automazione industriale, ricordiamo:

- semplicità di realizzazione in diverse tecnologie (elettronica, idraulica, pneumatica);
- efficacia per la regolazione di un’ampia gamma di processi industriali;
- standardizzazione con i relativi vantaggi in termini di affidabilità e economicità;
- semplicità di taratura dei parametri, con possibilità di taratura automatica, per mezzo di semplici esperimenti;
- buon rapporto efficacia/costi, infatti, in presenza di inevitabili rumori o calibrazioni errate, la legge di controllo di controllori più complessi decade, rendendoli così, a parità di prestazioni, solamente più dispendiosi rispetto ad un PID.

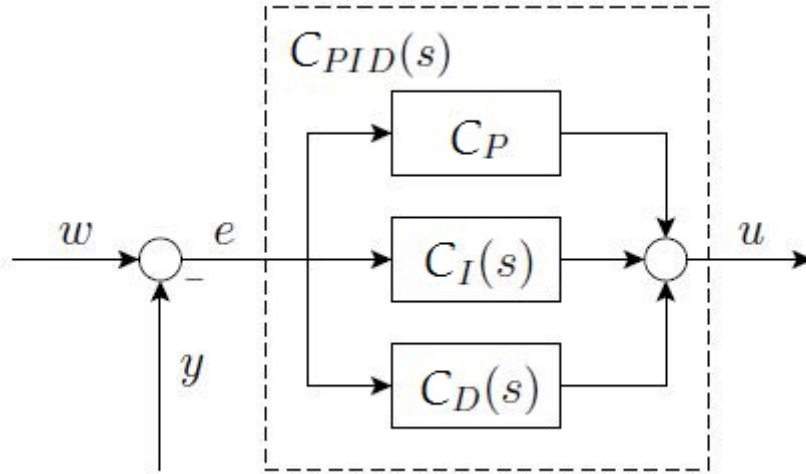


Figura 2: PID ideale

2.3 I controllori PID ideali

Il segnale di uscita di un controllore PID ideale è dato dalla somma di tre termini di controllo:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

rispettivamente chiamati termine proporzionale, P , termine integrale, I e termine derivativo, D , dipendenti dai parametri

$$K_P, K_I, K_D \geq 0$$

rispettivamente guadagno proporzionale, guadagno integrale, guadagno derivativo.

La funzione di trasferimento di un PID ideale è:

$$C_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \quad (2)$$

Una forma alternativa più utilizzata in pratica è la seguente:

$$C_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = K_P \left(\frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s} \right) \quad (3)$$

dove si è definito:

- $T_I = \frac{K_P}{K_I}$ costante di tempo integrale (o di reset),
- $T_D = \frac{K_D}{K_P}$ costante di tempo derivativa.

Analizzando la funzione di trasferimento (2) si nota che essa può essere scritta anche nel seguente modo:

$$C_{PID}(s) = \frac{K_I}{s} \left(1 + \frac{K_P}{K_I}s + \frac{K_D}{K_I}s^2 \right) = \frac{K_I}{s} (1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2) \quad (4)$$

Da questa equazione si riconosce che il PID ideale presenta un polo nell'origine e 2 zeri di cui si può variare il valore a seconda delle caratteristiche desiderate.

Prendendo di nuovo in considerazione l'espressione scritta per $C_{PID}(s)$ nell'equazione (3) si riconosce che al variare di T_I e T_D gli zeri del regolatore possono essere reali o complessi e coniugati. In effetti si trova che i 2 zeri si trovano in:

$$z_{1,2} = \frac{-T_I \pm \sqrt{T_I(T_I - 4T_D)}}{2T_I T_D}$$

Come si è detto, i due zeri possono essere complessi, reali distinti o reali coincidenti (se $T_I = 4T_D$). Imponendo la presenza di due zeri reali e distinti, naturalmente nel semipiano sinistro affinché risultino stabili, il diagramma di Bode del modulo di C assumerà l'andamento tipico riportato in figura 3:

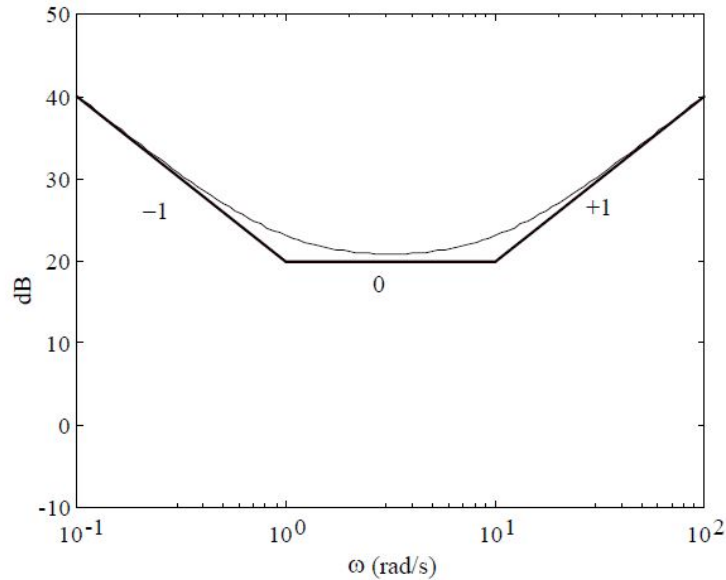


Figura 3: Tipico andamento del diagramma di $|C_{PID}(s)|$

2.4 Realizzazione causale dei controllori PID

Poichè le funzioni di trasferimento (2) e (3) non sono proprie, risultano irrealizzabili in pratica. Per ottenere una funzione di trasferimento propria si aggiunge un polo ad alta frequenza al blocco derivatore:

$$C_D = \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s}$$

In tal modo si ottiene la funzione di trasferimento complessiva:

$$C_{PID}^r(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s} \right) = K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{1 + \frac{K_D}{K_P N} s} \quad (5)$$

La costante positiva N stabilisce la posizione del polo aggiuntivo s , essa va scelta in modo tale che questo polo sia sufficientemente lontano dalla banda del controllo. D'altra parte però, dato che, al crescere di N , $C_{PID}^r(s) \rightarrow C_{PID}(s)$ e $|R_{PID}(i\omega)| \rightarrow \infty$ per $\omega \rightarrow \infty$, abbiamo l'esigenza di moderare l'amplificazione alle alte frequenze, per cui il valore di N dev'essere preso il più piccolo possibile (tipicamente $N = 5 \div 20$).

Riprendendo la funzione di trasferimento (3) con l'aggiunta del polo in alta frequenza si ha:

$$C_{PID}^r(s) = K_I \frac{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}{s(1 + s\tau_3)} \quad (6)$$

dove, se N è scelto opportunamente: $\tau_3 < \tau_1$ e $\tau_3 < \tau_2$.

In Figura 4 possiamo vedere le risposte in frequenza delle funzioni di trasferimento di un PID ideale e reale. Si può notare che grazie all'aggiunta del polo in alta frequenza la risposta del sistema reale non tende più a crescere all'infinito ma si stabilizza e rimane costante e finita dopo aver superato la pulsazione di tale polo.

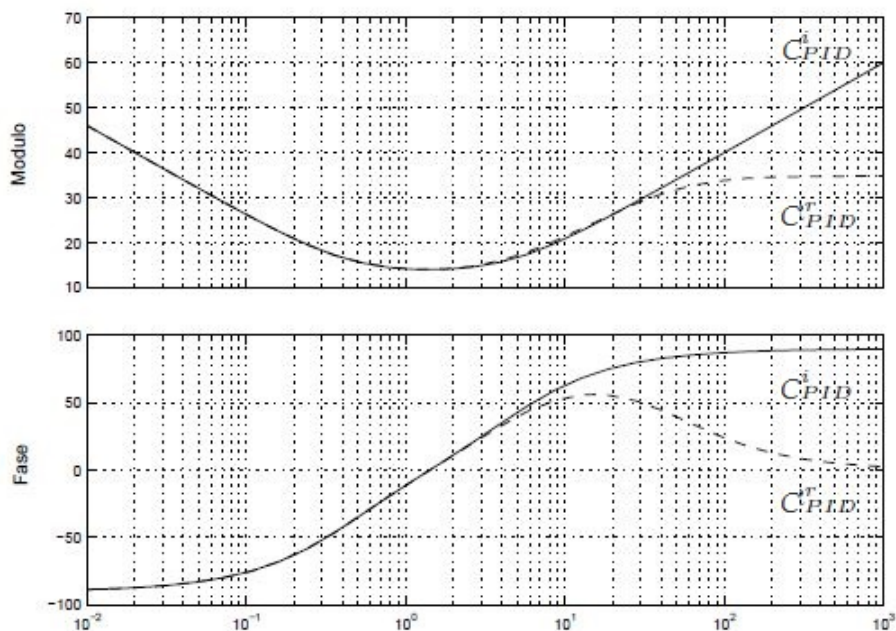


Figura 4: Risposte in frequenza di un PID reale e uno ideale

3 Termini di controllo

Andiamo ora ad analizzare più in dettaglio i vari componenti che formano il controllore PID.

3.1 Termine proporzionale P

Quando parliamo di azione proporzionale significa che l'ingresso $e(t)$ e l'uscita $u(t)$ del controllore sono legati algebricamente da un coefficiente K_P , detto guadagno proporzionale. Ponendo $K_I = 0$ e $K_D = 0$ l'equazione (1) si riduce a: $u(t) = K_P e(t)$. Il contributo dovuto a K_P è appunto proporzionale all'errore e diminuisce man mano che l'errore si avvicina a zero.

Il termine proporzionale è quindi dato da:

$$u_P(t) = K_P e(t)$$

che in frequenza conduce alla seguente funzione di trasferimento:

$$C_P(s) = K_P$$

In queste condizioni ($K_I = K_D = 0$ oppure $T_I \rightarrow \infty$ e $T_D = 0$) il regolatore provoca l'attuazione di una correzione proporzionale all'errore $e(t)$ in funzione di K_P , aumenta la velocità di risposta del sistema e, con guadagno elevato, diminuisce la stabilità aumentando le oscillazioni.

Il significato dell'azione proporzionale sta nel fatto che maggiore sarà l'errore $e(t)$ all'ingresso del controllore e maggiore sarà l'azione di controllo svolta dallo stesso regolatore.

Supponiamo sin da ora che nel prosieguo della nostra analisi del termine proporzionale, quando non diversamente definito, considereremo il comportamento di un processo caratterizzato da una funzione di trasferimento contenente un polo singolo (con costante tempo τ) quando sia gestito tramite un controllore di tipo proporzionale. Cioè supporremo:

$$C_{PID}(s) = K_P$$

$$G(s) = \frac{A_0}{1 + \tau s}$$

dove A_0 è il guadagno di processo.

Il parametro caratteristico dell'azione proporzionale, cioè il guadagno proporzionale K_P , ha una definizione prettamente teorica. Infatti nella realtà industriale, al posto di quest'ultimo, si fa riferimento ad un'altra grandezza, chiamata Banda Proporzionale ed indicata con il simbolo B_P . Essa è definita come la minima variazione dell'ingresso $e(t)$ (espressa in percentuale) che porta l'uscita $u(t)$ dal valore minimo al suo valore di fondo scala.

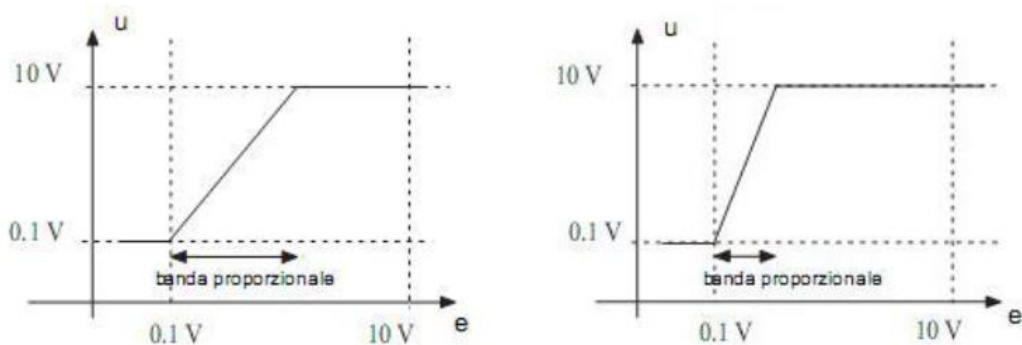


Figura 5: Esempi di Banda proporzionale

In Figura 5 sono evidenziati due esempi nei quali si ha un campo di valori uguale per ingresso ed uscita del PID. Possiamo vedere infatti come nel dia-

gramma di sinistra la percentuale di variazione dell'ingresso $e(t)$ che provoca il raggiungimento da parte dell'uscita $u(t)$ del suo valore di fondo scala sia del 50% mentre nel diagramma di destra sia del 25%. Avviene la medesima variazione nei due casi ma con valori di banda proporzionale diversi.

Quando K_P è espresso come rapporto tra i segnali normalizzati ai rispettivi valori di fondo scala, cioè espresso nel seguente modo:

$$K_P = \frac{u(t)/u_{fondoscala}}{e(t)/e_{fondoscala}}$$

allora si può usare la seguente relazione tra B_P e K_P :

$$K_P = \frac{100}{B_P}$$

dalla quale si deduce che riducendo la banda proporzionale si ottiene una maggior precisione dello strumento in quanto è sufficiente una minore variazione dell'errore in ingresso perché questa porti ad un significativo cambiamento in uscita.

Dunque riducendo la banda proporzionale il guadagno aumenta e la precisione migliora (cioè aumenta la velocità di risposta del sistema), inoltre ad un aumento del guadagno corrisponde anche un aumento del valore raggiunto all'uscita del blocco P (proporzionale). Tale valore si discosterà sempre di meno dal valore originario del segnale $r(t)$ senza però raggiungerlo a causa dell'errore a regime. Il contributo dovuto a K_P è appunto proporzionale all'errore e diminuisce man mano che l'errore si avvicina a zero.

All'aumento del guadagno c'è però un limite dovuto al fatto che oltre un certo valore il sistema entra in uno stato di auto-oscillazione, cioè di instabilità.

In altre parole, aumentando K_P , il valore asintotico dell'uscita sarà sempre più vicino al valore costante richiesto e si osserva una contemporanea riduzione del tempo necessario per arrivare a tale livello asintotico. Tuttavia l'uscita non arriverà mai esattamente al valore richiesto, a meno di non far tendere K_P all'infinito. Il valore asintotico dell'errore di regime permanente viene anche detto offset.

L'azione proporzionale del controllore ha l'effetto di ridurre il tempo di salita t_r (parametro che caratterizza la prontezza del sistema), incrementare le sovraelongazioni e ridurre, ma non eliminare, l'errore a regime permanente.

L'errore a regime al gradino, nel caso di un controllore puramente proporzionale, è espresso da:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \frac{1}{1 + K_P \cdot A_0} \quad (7)$$

Da ciò si evince che per eliminare definitivamente l'errore a regime (offset) bisogna che il termine K_P tenda all'infinito, operazione idealmente realizzabile ma nella realtà di difficile implementazione.

Finora abbiamo ipotizzato di considerare dei processi caratterizzati da funzioni di trasferimento contenenti un polo singolo, ma abbiamo altresì detto che il termine proporzionale causa pure un incremento delle sovraelongazioni, cosa che finora non abbiamo ancora notato.

Affinchè la risposta del sistema generi delle forti sovraelongazioni all'aumentare del guadagno proporzionale K_P dobbiamo considerare un processo che sia caratterizzato da una funzione di trasferimento $G(s)$ del secondo ordine e priva di zeri. L'errore di regime permanente al gradino viene espresso nella stessa forma vista in precedenza, ottenendo la medesima espressione trovata in (7). Analogamente a quanto visto per un processo con un polo del primo ordine, anche in questo caso si osserva la presenza di un offset che diminuisce all'aumentare di K_P . Tuttavia, se andiamo ad analizzare l'espressione della funzione di trasferimento del sistema ad anello chiuso $W(s)$, notiamo che, all'aumentare di K_P , il transitorio che segue rapide variazioni di $r(t)$ è caratterizzato da oscillazioni di frequenza sempre più elevata e meno smorzate. Questo effetto è evidenziato a titolo d'esempio in Figura 6.

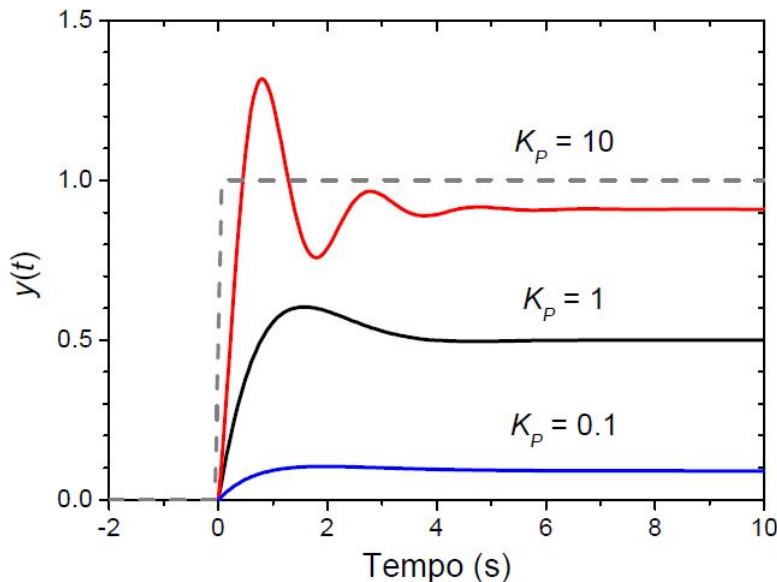


Figura 6: Risposta al gradino di un processo caratterizzato da una coppia di poli gestito tramite un controllore di tipo P .

In Figura 6 sono riportati dei grafici che raffigurano gli effetti di una banda

proporzionale eccessivamente piccola (blu), adeguata (nero) ed eccessivamente grande (rosso). Si noti che per $K_P = 10$ si riduce l'effetto dell'offset, ma la risposta al transitorio è caratterizzata da forti oscillazioni.

In conclusione possiamo dire che utilizzando un controllore esclusivamente proporzionale per un sistema privo di poli nell'origine si produce una differenza (offset) tra il valore costante richiesto a regime e quello effettivamente ottenuto. Tale differenza può essere ridotta aumentando il guadagno proporzionale K_P del controllore. Tuttavia, se il processo da controllare possiede coppie di poli, l'aumento del guadagno proporzionale è accompagnato da un corrispondente aumento delle oscillazioni generate a seguito di rapidi transitori.

Per porre rimedio a questo problema è necessario aggiungere al termine proporzionale un termine aggiuntivo che elimini a priori la presenza dell'offset, e questa azione è svolta dal blocco integrale.

3.2 Termine integrale I

Il contributo di questo termine è proporzionale all'integrale dell'errore $e(t)$ (e quindi proporzionale al suo valor medio) e il coefficiente dell'azione integrale K_I definisce la costante di tempo integrale $T_I = \frac{K_P}{K_I}$ (chiamata anche tempo di reset):

$$u(t) = K_I \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Ciò deriva dalla formula generale, assumendo $K_D = 0$ e $K_P = 0$ nell'espressione (1).

La funzione principale del termine integrale consiste nell'annullare l'errore a regime. Infatti tale termine integra l'errore nel tempo e quindi un errore costante provoca un incremento dell'azione di controllo fino a che l'errore non si è completamente annullato.

L'azione integrale quindi è particolarmente importante nelle applicazioni, perché assicura un errore nullo a regime per variazioni a gradino del riferimento $r(t)$. L'errore rimane nullo anche in presenza di variazioni del guadagno del processo, purché sia preservata la stabilità del sistema in anello chiuso. Quindi, l'introduzione del termine integrale nell'anello di controllo deve essere accuratamente valutata. In particolare se il sistema da controllare è di tipo 1 (funzione di trasferimento con un polo nell'origine), il termine integrale non deve essere utilizzato, in quanto l'errore a regime per un ingresso di riferimento a gradino del sistema chiuso in retroazione è già automaticamente annullato, e la sua introduzione peggiorerebbe solamente i margini di stabilità del sistema.

In generale l'azione integrale è associata all'azione proporzionale in modo tale da realizzare i cosiddetti controllori *PI*, i quali permettono di ottenere una maggiore precisione senza peggiorare il grado di stabilità del sistema, unita ad una maggiore velocità di risposta.

Controllori *PI*

I controllori *PI* vengono utilizzati quando è richiesto un errore a regime di modesta entità (praticamente nullo) unito ad una buona velocità di risposta alle variazioni della sollecitazione; pertanto vengono inseriti soprattutto nei sistemi in cui le variazioni di carico avvengono lentamente.

Essi sono caratterizzati da una relazione ingresso/uscita del tipo:

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau \right)$$

che nel dominio di Laplace conduce a:

$$U(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) E(s)$$

dove la funzione di trasferimento ora è data da:

$$C_{PI}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$$

La taratura della costante di integrazione è legata alle sovraelongazioni ed alle oscillazioni che si possono innescare. Infatti cambiamenti improvvisi di carico possono portare il sistema verso l'instabilità, quando il coefficiente K_I dell'azione integrale non è scelto in modo opportuno. In ambito industriale oltre il 90% dei controllori è di questo tipo.

Nel caso di un segnale di riferimento $r(t)$ a gradino, per esempio, l'integrale crescerà sempre più, come evidenziato in Figura 7.

Quando aggiungiamo l'azione integrale al blocco proporzionale eliminiamo a priori la presenza dell'offset. È evidente che in presenza di un offset costante il contributo integrale è destinato a crescere indefinitamente nel tempo e questo ci permette di attivare una efficace azione correttiva. Inoltre, con l'azione integrale, un piccolo errore positivo $e(t)$ condurrà sempre ad un incremento del segnale di controllo $u(t)$, ed un errore negativo darà un decremento del segnale di controllo a prescindere dal fatto di quanto sia piccolo l'errore.

Per il blocco integrale, la variabile da tarare in base al sistema con cui si ha a che fare è la costante di tempo integrale T_I ; da essa infatti dipende l'effetto di integrazione che è tanto più importante quanto più T_I è piccola.

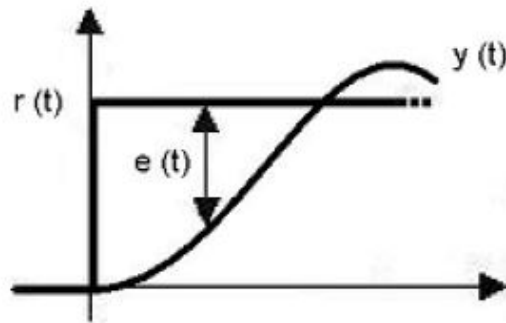


Figura 7: Risposta integrale al gradino

A questo riguardo, è necessario notare come riducendo il tempo di reset, l'integrale dell'errore salirà più velocemente verso il valore $r(t)$ in ingresso al blocco pagando però questa velocità di salita con delle forti oscillazioni che richiedono tempo prima di stabilizzarsi. Viceversa, aumentando T_I e facendolo tendere ad infinito, si ha come conseguenza l'eliminazione dell'effetto dell'integrale. Possiamo vedere un esempio di questo comportamento in Figura 8.

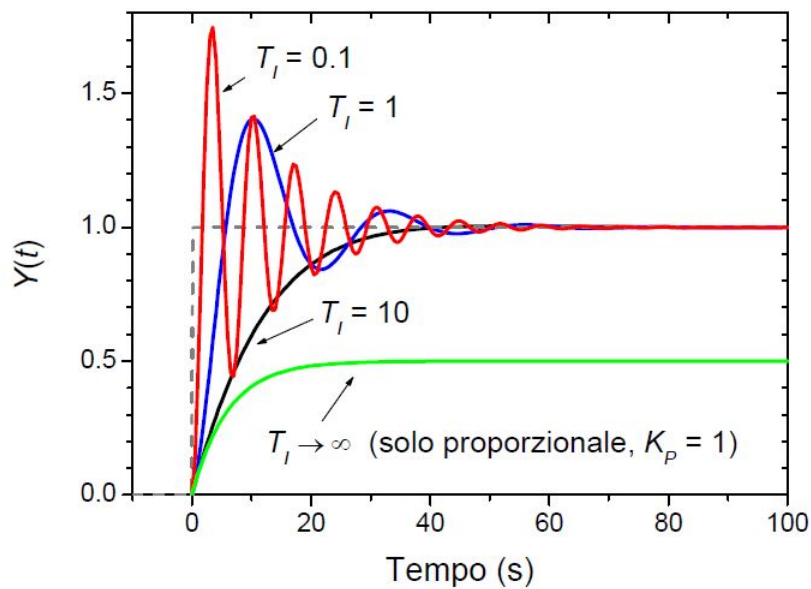


Figura 8: Risposta al gradino di un processo contenente due poli gestito tramite un controllore PI

3.3 Termine derivativo D

L'azione derivativa di un controllore PID fornisce in uscita la derivata rispetto al tempo dell'errore $e(t)$. In questo caso abbiamo la presenza del coefficiente dell'azione derivativa K_D che definisce la costante di tempo derivativa $T_D = \frac{K_D}{K_P}$.

$$u(t) = K_D \frac{de(t)}{dt}$$

Anche qui queste considerazioni derivano dall'osservazione della formula generale (1) in cui è stato assunto $K_P = 0$ e $K_I = 0$.

Un controllore derivativo viene chiamato anche controllore di velocità, oppure anticipatore. Il suo comportamento è marcatamente diverso da quello dei controllori proporzionale e integrale. L'uscita di un controllore derivativo non dipende dall'errore presente o passato, ma dalla velocità con cui varia l'errore. Inoltre l'azione derivativa è complementare all'azione integrale perché fornisce un anticipo di fase di 90° (in quanto porta all'introduzione di uno zero nell'origine).

Per comprendere qualitativamente l'importanza dell'anticipo di fase, consideriamo un sistema in cui vi sia un forte ritardo di fase nell'azione in catena aperta. In tal caso una variazione della variabile di errore determina, attraverso il meccanismo di controllo in retroazione, una variazione della variabile controllata con un certo ritardo. Quindi, intuitivamente, è come se il controllore agisse "in ritardo" rispetto alle variazioni dell'errore.

Il parametro appunto che governa questo blocco è la costante di tempo dell'azione derivativa T_D , il cui valore determina la velocità di salita del segnale di controllo. In questo caso rispetto ai due blocchi visti precedentemente la stabilità peggiora sia aumentando sia diminuendo il valore di T_D , per questo motivo l'utilizzo del solo blocco derivativo non è mai considerato.

Per capire meglio l'effetto indotto dal contributo derivativo, oltre che qualitativamente anche per mezzo di formule matematiche, studiamo il comportamento di un controllore PD .

Controllori PD

I controllori PD sono caratterizzati da una relazione ingresso/uscita del tipo:

$$u(t) = K_P \left(e(t) + T_D \frac{de(t)}{dt} \right)$$

Passando alla trasformata di Laplace si trova la seguente funzione di tra-

sferimento per un controllore PD :

$$C_{PD}(s) = K_P(1 + sT_D)$$

Se andiamo ancora a considerare, come già fatto per i blocchi precedenti, un processo che sia caratterizzato da una funzione di trasferimento $G(s)$ del secondo ordine, priva di zeri, si nota che la presenza del termine derivativo introduce uno zero ed inoltre aumenta il coefficiente di s nel polinomio di II grado posto al denominatore. Ambedue questi effetti producono una riduzione delle oscillazioni che si verificano in occasione dei transitori contribuendo a stabilizzare il sistema. L'offset è lo stesso che si ha con il solo controllo proporzionale, ma come abbiamo visto precedentemente, questo effetto può essere eliminato utilizzando un opportuno contributo integrale.

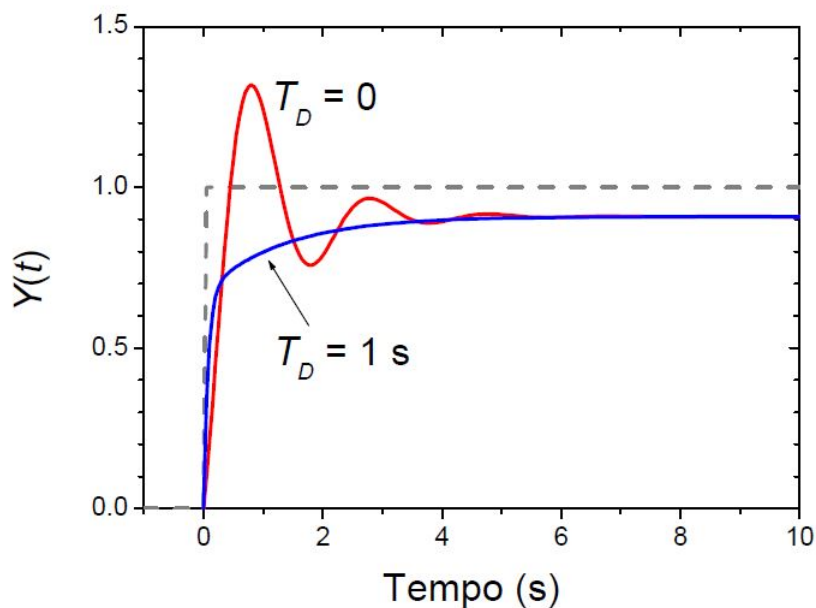


Figura 9: Risposta al gradino di un processo contenente due poli gestito tramite un controllore PD

In Figura 9 è presentato il grafico di un processo caratterizzato da una funzione di trasferimento del secondo ordine che risponde ad un ingresso a gradino, dal quale si può apprezzare l'azione anticipatrice del blocco derivatore e la sua correzione sulle oscillazioni attorno al valore desiderato. L'offset è lo stesso che si ha con il solo controllo proporzionale e lo si può eliminare utilizzando un opportuno contributo integrale. Si conferma dunque la non incidenza di questo controllo sull'offset esistente tra $y(t)$ e $r(t)$.

In altre parole si può quindi notare che, nel transitorio iniziale della risposta ad un ingresso a gradino, si hanno delle sovraelongazioni causate dal termine proporzionale, l'azione derivativa opera in modo da abbattere il contributo di quella proporzionale più in fretta, poiché se l'errore è positivo ma decresce l'azione derivativa è negativa. Quindi, in termini intuitivi, l'azione derivativa può servire a togliere più in fretta l'effetto di quella proporzionale dopo che essa ha dato il suo contributo rendendo pronta nei primi istanti l'azione di controllo. Usata così, pertanto, essa è utile per evitare o ridurre le sovraelongazioni della variabile controllata.

Riassumendo, il contributo derivativo permette di ridurre le oscillazioni spurie del sistema, evitando che questo oscilli attorno al valore asintotico. D'altro canto, in presenza di un forte rumore esterno, il contributo derivativo tende ad amplificare l'effetto del rumore producendo una instabilità addizionale del sistema.

Controllori *PID*

E' importante osservare che l'azione proporzionale è diversa da zero se e solo se lo è l'errore: pertanto, idealmente, a regime è nulla. Viceversa, tale azione è assolutamente pronta a reagire non appena si manifesta un errore, e questa sua caratteristica è fondamentale per ottenere una risposta veloce. Essa dà il suo contributo nelle fasi iniziali dei transitori; poi, quando l'errore diviene piccolo, finisce per non contare più nulla.

L'azione derivativa invece è la più pronta a reagire (anche ai rumori di misura, purtroppo) e aiuta solo se la predizione è buona, ossia se T_D non è troppo grande rispetto alle dinamiche temporali dell'errore. Il termine derivativo quindi, come quello proporzionale, è idealmente nullo a regime, ove in realtà però segue e tende ad amplificare il rumore di misura; aiuta pertanto solo nelle fasi iniziali dei transitori dove smorza le sovraelongazioni prodotte dal termine proporzionale. Può essere di grande aiuto ma è anche pericoloso, soprattutto se la misura della variabile controllata è rumorosa.

Il compito dell'azione integrale invece è quello di annullare l'errore a regime. Tutto ciò che abbiamo detto finora quindi vuol dire anche che se si riesce ad andare a regime, cioè ad annullare l'errore, il controllo alla fine sarà fatto soltanto dall'azione integrale. Quasi sempre è l'azione integrale che governa in maniera predominante il modo in cui il sistema va a regime. L'azione integrale invece non fa "salti" e pertanto è la meno pronta a reagire. Perciò non aiuta quasi per nulla nelle fasi iniziali dei transitori, che saranno dominate dalle altre due azioni.

Usando correttamente quindi un controllore PID in cui siano presenti e agiscano tutte e tre le azioni di controllo, e unendo le loro azioni si otterrà una

risposta più fedele all'ingresso dato, ad esempio con un ingresso a gradino si otterrà la risposta riportata in Figura 10.

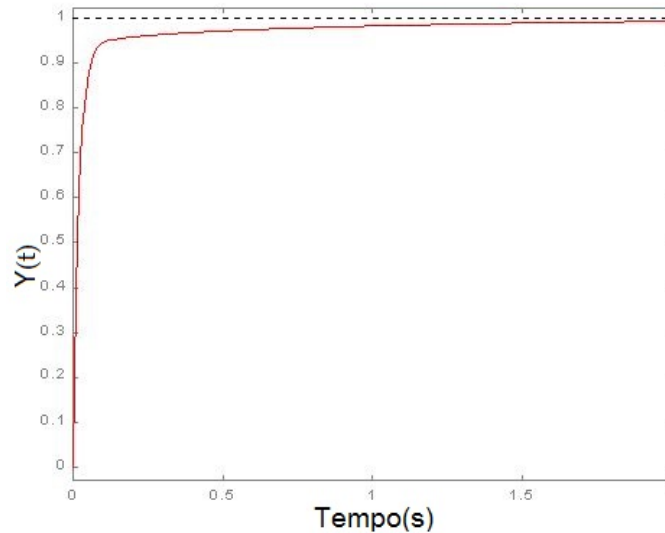


Figura 10: Risposta al gradino di un processo gestito tramite un controllore *PID*

In figura si può notare come si sia ottenuta una risposta che non ha oscillazioni, ha un basso tempo di salita ed ha un errore nullo in regime permanente.

In conclusione, nella costruzione di un controllore PID per un sistema dato, quindi, saranno necessari i seguenti passi per ottenere la risposta desiderata in funzione dell'ingresso designato:

1. Ottenere la risposta a ciclo aperto e determinare le caratteristiche che devono essere corrette.
2. Aggiungere un controllore proporzionale per migliorare il tempo di salita.
3. Aggiungere un controllore ad azione derivativa per diminuire le oscillazioni.
4. Aggiungere un controllore ad azione integrale per eliminare l'errore a regime.
5. Ricavare per tentativi i guadagni K_P , K_I e K_D finché non si ottiene la risposta desiderata.

4 Tecniche di Anti-Windup

4.1 Windup del termine integrale

Gran parte dello studio dei sistemi dinamici viene condotta utilizzando l'approssimazione di linearità del sistema in esame, sia pure in un certo intervallo di un punto di lavoro. Una delle principali cause di non linearità consiste nella limitazione fisica degli attuatori: ad esempio la coppia fornita da un motore elettrico è limitata, oppure una valvola non può essere più che completamente chiusa o più che completamente aperta.

Gli attuatori utilizzati nei sistemi di controllo hanno quindi dei vincoli sull'ampiezza delle uscite, che non possono superare dei valori massimi e minimi. Quando si utilizza un regolatore con azione integrale, è possibile che l'uscita del controllore raggiunga i suddetti vincoli; in tal caso l'azione dell'attuatore non può crescere, anche se l'errore di regolazione $e(t)$ non è nullo.

Questo tipo di non linearità può incidere profondamente sul comportamento del controllore PID. Assumendo di avere un compensatore puramente integrale I del tipo $\frac{K_I}{s}$, a causa della saturazione dell'attuatore il valore in uscita dall'integratore $u(t)$ può essere differente dal valore della variabile di controllo $m(t)$. Questa saturazione sul valore della variabile di controllo può venire espressa dalla relazione:

$$m(t) = \begin{cases} U_M, & \text{se } u(t) > U_M \\ u(t), & \text{se } |u(t)| \leq U_M \\ -U_M, & \text{se } u(t) < -U_M \end{cases}$$

dove U_M e $-U_M$ sono i limiti fisici imposti dall'attuatore.

La situazione reale che spesso si incontra quindi è quella riportata in Figura 11.

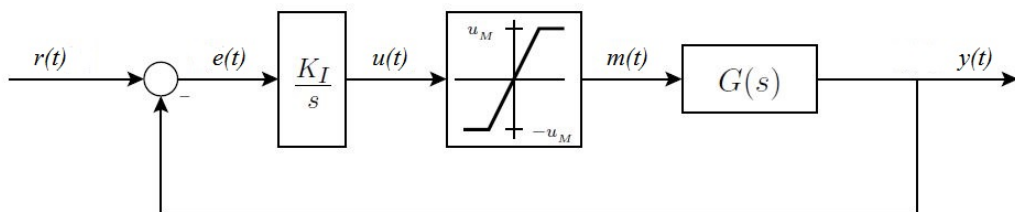


Figura 11: Schema a blocchi di un sistema di controllo con limitazione sull'attuatore

Quando accade questa saturazione il circuito di retroazione è interrotto e il sistema funziona come un anello aperto perché l'attuatore resterà al suo limite (U_M o $-U_M$) indipendentemente dal processo di uscita. Ciò significa che in presenza di saturazione si ha in uscita dall'attuatore un valore inferiore, in modulo, al valore che lo stesso attuatore presenta in ingresso.

Per capire come la saturazione dell'attuatore influisce sull'azione di controllo del sistema, consideriamo il seguente caso: supponiamo che il sistema si trovi in uno stato di equilibrio (errore nullo). Ad un certo istante viene applicato un gradino al segnale di riferimento $r(t)$, che sollecita il controllore a fornire una rampa al segnale in uscita dall'integratore $u(t)$. A causa della saturazione il segnale di controllo $m(t)$ è più basso di $u(t)$, dunque incide meno sulla correzione di $r(t)$ e perciò fa aumentare il tempo nel quale l'errore viene inseguito e raggiunto. Per colpa della ridotta velocità della diminuzione del segnale di errore, il termine integrale aumenta molto di più rispetto al caso privo di limitazione. Quando poi l'errore tende ad annullarsi, il segnale di controllo rimane alto a causa dell'elevato valore dell'integrale, causando quindi una elevata sovraelongazione ed un tempo di assestamento più elevato. Questo fenomeno viene chiamato windup del PID.

Esempio 1: Saturazione del controllore

Supponiamo di voler controllare il sistema $G(s) = \frac{1}{s}$ con un PI standard avente i parametri $K_P = 1$ e $T_I = 1$. Il sistema in anello aperto ha come funzione di trasferimento:

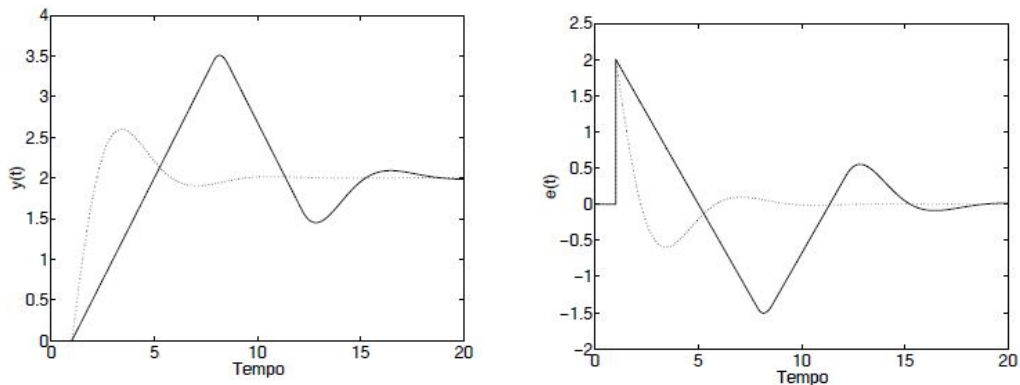
$$H(s) = C(s)G(s) = \frac{s+1}{s^2}$$

mentre il sistema in anello chiuso ha come funzione di trasferimento:

$$H_c(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1}$$

e quindi il sistema risulta asintoticamente stabile, avendo due poli a parte reale negativa: $\lambda_{1,2} = -0.5 \pm i0.86$.

Supponiamo ora che l'attuatore del sistema di controllo saturi al valore $U_M^+ = 0.5$ e $U_M^- = -0.5$. La non linearità introdotta dall'attuatore produce una saturazione esagerata del termine integrale del controllore, portando a oscillazioni accentuate della variabile controllata (si veda la Figura 12).



(a) Uscita del sistema nel caso di attuatore ideale (linea tratteggiata) e attuatore con saturazione (linea continua).

(b) Errore di inseguimento nel caso di attuatore ideale (linea tratteggiata) e attuatore con saturazione (linea continua).

Figura 12: Controllo di un sistema dinamico attraverso un attuatore saturante

Dal grafico di Figura 12(a) si nota che, con l'attuatore ideale, l'uscita del sistema ha una forma d'onda che segue l'andamento dell'integrale come già visto in precedenza (linea tratteggiata), mentre se l'attuatore ha dei limiti di saturazione si ottiene l'indesiderata sovraelongazione (linea continua).

Nella Figura 12(b) invece viene rappresentato l'errore di inseguimento, che all'inizio cresce istantaneamente (nel momento di applicazione del gradino in ingresso), ma successivamente assume due diversi andamenti. Anche qui la linea tratteggiata sta a significare il comportamento in presenza di attuatore ideale, con il quale l'errore di inseguimento viene presto eliminato e si torna ad una situazione di normalità; con la linea continua, invece, si mette in evidenza la presenza di un attuatore reale con saturazione con il quale si aumenta il ritardo di correzione (causato dal minore potere correttivo della retroazione) ed inoltre si va a finire su valori negativi per la lunga durata della sovraelongazione.

Riassumendo, quando l'errore $e(t)$ si mantiene dello stesso segno per un certo periodo, $u(t)$ cresce in modulo anche se l'effettiva variabile di ingresso al processo $m(t)$ raggiunge il suo valore massimo $|U_M|$. Quindi se l'attuatore è in saturazione e l'errore $e(t)$ cambia di segno, è necessario attendere che $u(t)$ torni ad assumere valori in modulo inferiori a $|U_M|$, cioè che l'azione integrale si scarichi. Sarebbe più opportuno che la variabile di controllo abbandonasse il valore di saturazione non appena l'errore cambia di segno.

Nel seguito verranno quindi mostrati alcuni schemi per attenuare il problema della saturazione del termine integrale (dispositivi di anti-windup).

4.2 Ricalcolo del termine integrale

Il problema del windup può essere evitato interrompendo l'azione integrale non appena l'uscita del controllore raggiunge il livello di saturazione dell'attuatore.

Questa tecnica di correzione introduce un segnale di compensazione che viene riportato all'ingresso del blocco integrale e sottratto al valore dell'errore $e(t)$.

Questo segnale viene generato prendendo il valore della grandezza di interesse misurata all'uscita dell'attuatore e confrontandolo con il valore che la stessa grandezza presenta all'ingresso, si tratta infatti di $e_s(t) = u(t) - m(t)$.

Così facendo si otterrà un segnale di compensazione nullo (che quindi non influirà in alcun modo nel controllo) nel caso in cui l'attuatore stia lavorando entro i limiti di saturazione, mentre quando questi limiti verranno superati si genererà un valore che aiuterà a diminuire la salita del termine integrale.

Il segnale di compensazione del termine integrale inoltre viene filtrato da una funzione di trasferimento $F(s)$ tramite cui è possibile modulare l'azione di desaturazione. Siccome il termine di compensazione entra in un integratore, solitamente la funzione di trasferimento del filtro $F(s)$ è semplicemente una costante $\frac{1}{T_a}$. Per scegliere correttamente T_a occorre considerare che per T_a molto piccoli l'azione di desaturazione sarà molto veloce, però sarà anche facilmente soggetta all'azione di disturbi, se T_a invece è grande l'azione di desaturazione sarà lenta.

Possiamo vedere uno schema di antisaturazione in Figura 13.

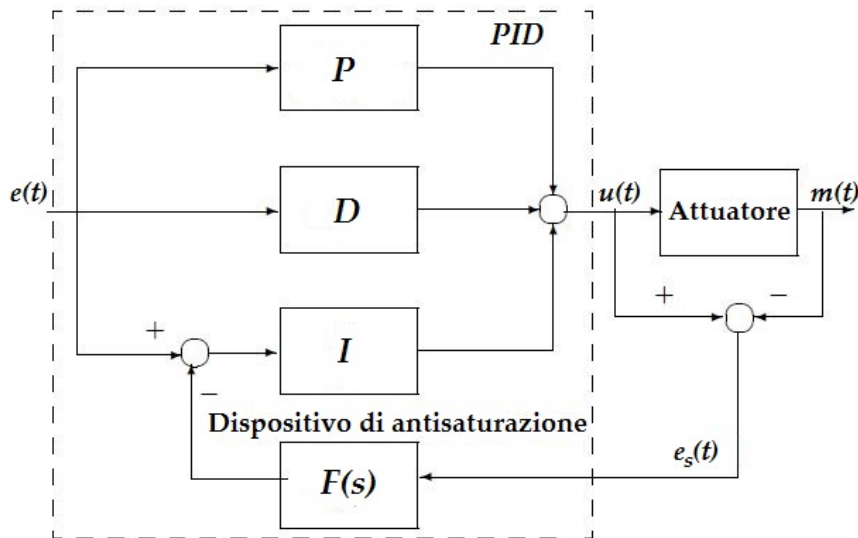


Figura 13: Controllore PID con dispositivo di anti-saturazione del termine integrale mediante ricalcolo del termine integrale

4.3 Integrazione condizionata

Questa soluzione presenta uno schema di principio assai simile a quello visto in precedenza, ma si discosta da esso per la sostituzione del dispositivo di antisaturazione con un comparatore, la cui presenza serve per verificare quando il valore del termine di compensazione $e_s(t)$ assume valori non nulli (si veda la Figura 14).

Più dettagliatamente, con questa tecnica l'ingresso del termine integrale viene azzerato nel caso in cui il segnale di compensazione $e_s(t) = u(t) - m(t)$ sia non nullo. Se chiamiamo $e_I(t)$ il valore di ingresso del termine integrale, allora l'integrazione condizionata si esprime matematicamente come:

$$e_I(t) = \begin{cases} e(t), & \text{se } m(t) = u(t) \\ 0, & \text{se } m(t) \neq u(t) \end{cases}$$

Il vantaggio di questa tecnica consiste nel fatto che, se in uscita dall'integratore si ha un valore troppo alto tale da generare la saturazione dell'attuatore, grazie alla presenza del comparatore che confronta i segnali $m(t)$ ed $u(t)$, il segnale di compensazione $e_s(t)$ andrà ad annullare il segnale di errore $e_I(t)$ in ingresso all'integratore, azzerandone così l'effetto ed impedendogli così di aumentare ulteriormente il valore dell'uscita, riportando l'attuatore in zona di linearità.

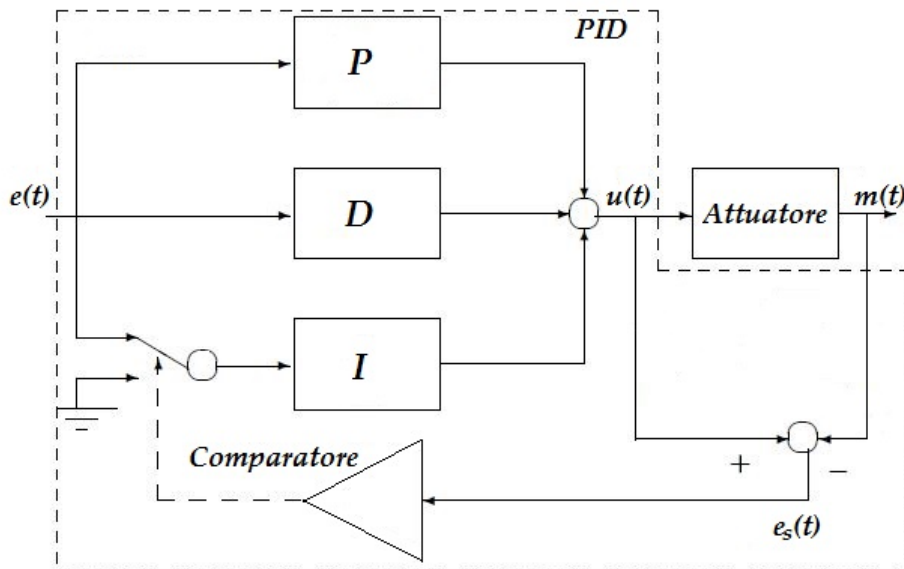
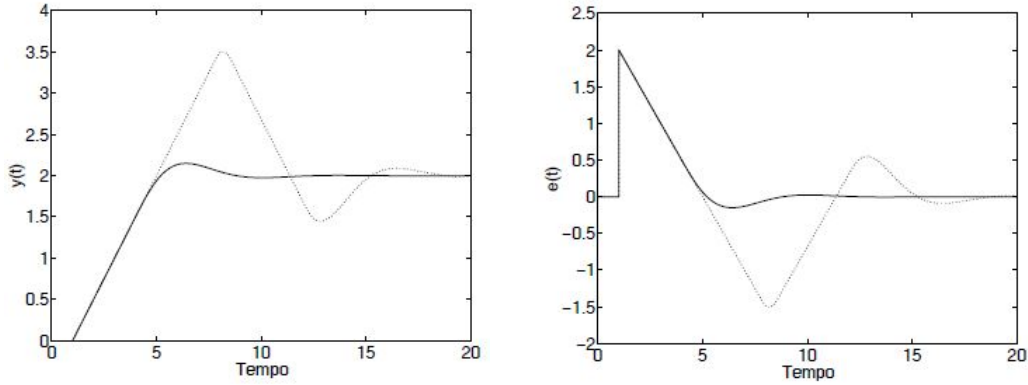


Figura 14: Schema di anti-saturazione mediante integrazione condizionata

Esempio 2: Antisaturazione mediante integrazione condizionata

Riprendendo ancora il caso dell'Esempio 1, utilizziamo lo schema di integrazione condizionata per evitare il fenomeno di “windup” dell'integratore. I risultati ottenuti sono mostrati in Figura 15.



(a) Uscita del sistema per un controllo con dispositivo di antisaturazione (linea continua) e senza (linea tratteggiata).

(b) Errore di inseguimento per un controllo con dispositivo di antisaturazione (linea continua) e senza (linea tratteggiata).

Figura 15: Controllo di un sistema dinamico con dispositivo di anti-saturazione

Dalla Figura 15(a) possiamo notare come il dispositivo di anti-saturazione intervenga non appena il valore dell'uscita supera il valore a regime desiderato, annullando il contributo del blocco integrale ed evitando così grandi sovraelongazioni dell'uscita.

Allo stesso modo, il dispositivo di anti-saturazione evita anche che avvengano brusche oscillazioni dell'errore di ingresso, riportandolo ad un valore nullo dopo il transitorio iniziale grazie allo spegnimento dell'azione integrale (Figura 15(b)).

4.4 IMC (Internal Model Control)

Altra tecnica per compensare il fenomeno del windup è la cosiddetta tecnica IMC, il cui acronimo significa:

- Internal: il modello del sistema è interno al controllore;
- Model: è infatti richiesto un modello del processo da controllare;
- Control: il controllore usa il modello per migliorare le prestazioni.

Questa tecnica si affida all'IMP (Internal Model Principle), che afferma che il controllo può essere raggiunto solo se il sistema di controllo incapsula, sia implicitamente sia esplicitamente, una qualche rappresentazione del processo da controllare. In particolare, se il processo di controllo è stato sviluppato sulla base di un modello esatto, allora si avrà un controllo perfetto teoricamente possibile. Nello schema illustrato in Figura 16 notiamo come questa particolare tecnica opera per risolvere il problema del windup.

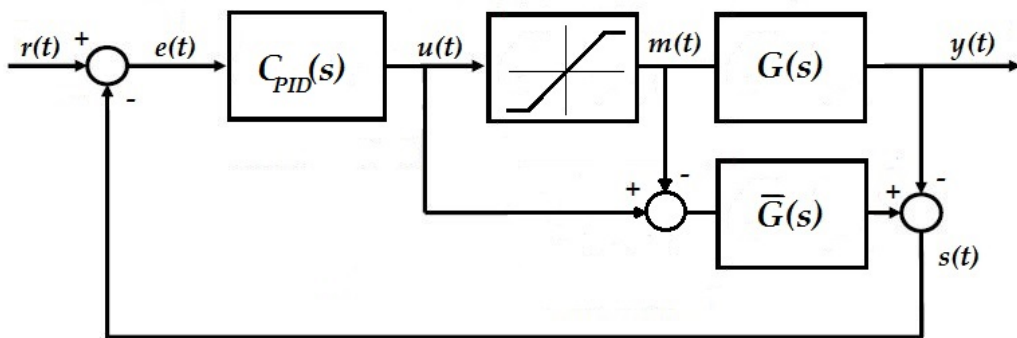


Figura 16: Schema di anti-saturazione mediante IMC

In tale figura si è indicata con $G(s)$ la funzione di trasferimento del sistema controllato e con $\bar{G}(s)$ la funzione di trasferimento di una copia del sistema.

Con alcuni accorgimenti matematici possiamo evidenziare il principio di funzionamento di questa specifica tecnica di compensazione. Calcoliamo l'errore:

$$e = r - s \longrightarrow e = r - [y + \bar{G} \cdot (u - m)] \longrightarrow e = r - Gm - \bar{G}u + \bar{G}m$$

assumendo che $G = \bar{G}$, cioè che la copia del processo controllato sia uguale al processo da controllare (nel caso in cui lo si conosca esattamente), allora la

formula dell'errore si riduce a:

$$e = r - Gu.$$

Da questo risultato si conclude che, grazie alla tecnica di IMC, se si conosce dettagliatamente il processo $G(s)$ da controllare, si giunge ad uno schema retroazionato che però non include più il blocco saturatore all'interno della retroazione, e quindi tutto il sistema può essere rappresentato come in Figura 17.

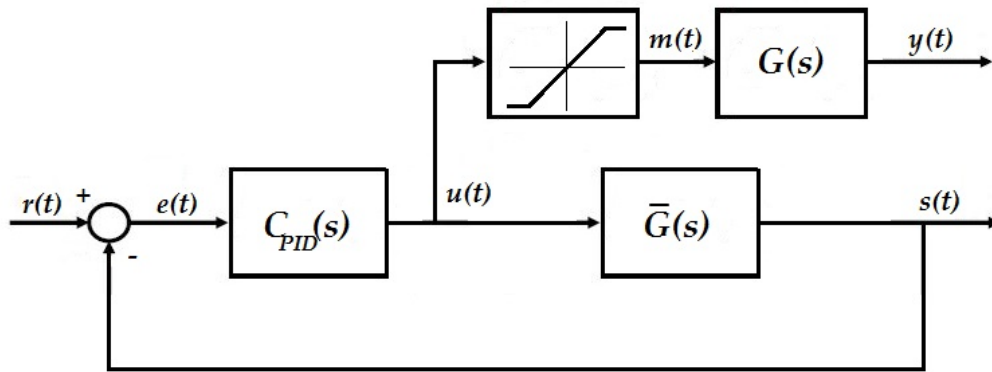


Figura 17: Schema equivalente di anti-saturazione mediante IMC

Da questa figura notiamo come, avendo spostato l'elemento non lineare fuori dall'anello di controllo, si risolvono i problemi legati alle saturazioni che esso provocava.

Da notare quindi come la retroazione non sia necessaria se il processo è conosciuto nei minimi dettagli (cioè come incapsulato nel modello di processo), mentre la retroazione è valida quando il processo è inaccurato o incompleto.

4.5 Pre-filtraggio del segnale di riferimento

Un ultimo possibile schema generale per attenuare il problema delle saturazioni riguarda l'eventuale azione di filtraggio del segnale di riferimento (Figura 18).

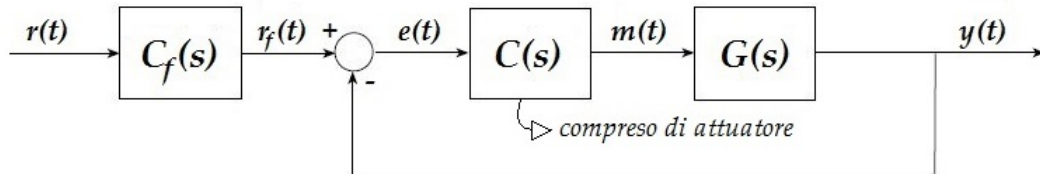


Figura 18: Schema di anti-saturazione mediante pre-filtro

In questo schema $C_f(s)$ può rappresentare sia un trasduttore sia un generico pre-filtro con l'unica condizione che $C_f(s)$ debba essere asintoticamente stabile. Si possono individuare due scopi principali per l'utilizzo del pre-filtro:

- rispetto al legame $r(t) \rightarrow y(t)$, il pre-filtro può essere usato ad esempio per variare il guadagno o per aumentare/diminuire la banda passante del sistema di controllo,
- rispetto al legame $r(t) \rightarrow m(t)$, il pre-filtro è scelto in modo tale da evitare brusche sollecitazioni della variabile di controllo $m(t)$.

Pertanto si possono avere azioni del tipo:

Filtro passa-basso: Se il segnale di riferimento $r(t)$ è di tipo a gradino, spesso si usa un filtro del primo ordine per $C_f(s)$ al fine di sollecitare il sistema di controllo con $r_f(t)$ in modo meno brusco. In questa maniera gli organi di attuazione vengono sottoposti a sollecitazioni minori e si riducono eventuali problemi legati alla presenza di saturazioni. Ovviamente quando la banda passante di $C_f(s)$ è inferiore a quella del sistema tra $r_f(t)$ e $y(t)$, la risposta $r(t) \rightarrow y(t)$ risulterà rallentata.

Filtro passa-alto: A volte il pre-filtro viene invece progettato per velocizzare la risposta del sistema di controllo. Per esempio, si consideri il caso in cui nella sintesi di $C(s)$ sia necessario tener conto di un'elevata incertezza del modello a pulsazioni $\omega > \bar{\omega}$. La robustezza verrà garantita da un'opportuna attenuazione per $\omega > \bar{\omega}$ di $C(i\omega)G(i\omega)$ e cioè garantendo che la pulsazione di attraversamento sia inferiore a $\bar{\omega}$, rallentando così la risposta del sistema di controllo. In questo caso è possibile scegliere $C_f(s)$ come una funzione anticipatrice con lo zero in $\bar{\omega}$ ed il polo in $\omega > \bar{\omega}$. In tal modo la risposta tra $r(t)$ e

$y(t)$ avrà modulo circa unitario fino a $\bar{\omega}$. La stabilità del sistema di controllo non viene influenzata da $C_f(s)$ (purchè essa sia asintoticamente stabile).

Bibliografia

- [1] Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, "Controlli automatici", 11a ed, Pearson Prentice Hall, 2010.
- [2] Giovanni Marro, "Controlli automatici", 5a ed, Zanichelli, 2005.
- [3] Cesare Fantuzzi, "Controllori standard - PID", Gennaio 2004.
- [4] Karl Johan Åström, "Control System Design", Ch. 6, University of California Santa Barbara, 2002.
- [5] A. Visioli, "Modified anti-windup schemes for pid controllers", IEEE Control Theory and Application, 150(1): 49 - 54, January 2003.