
Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

***Relazione per la prova finale
Identificazione Satelliti Starlink tramite l'effetto
Doppler***

Relatore: Prof. Stefano Tomasin
Correlatore: Prof. Francesco Ardizzon

Laureando: Diego Chiesurin
Matricola n.: 2111553

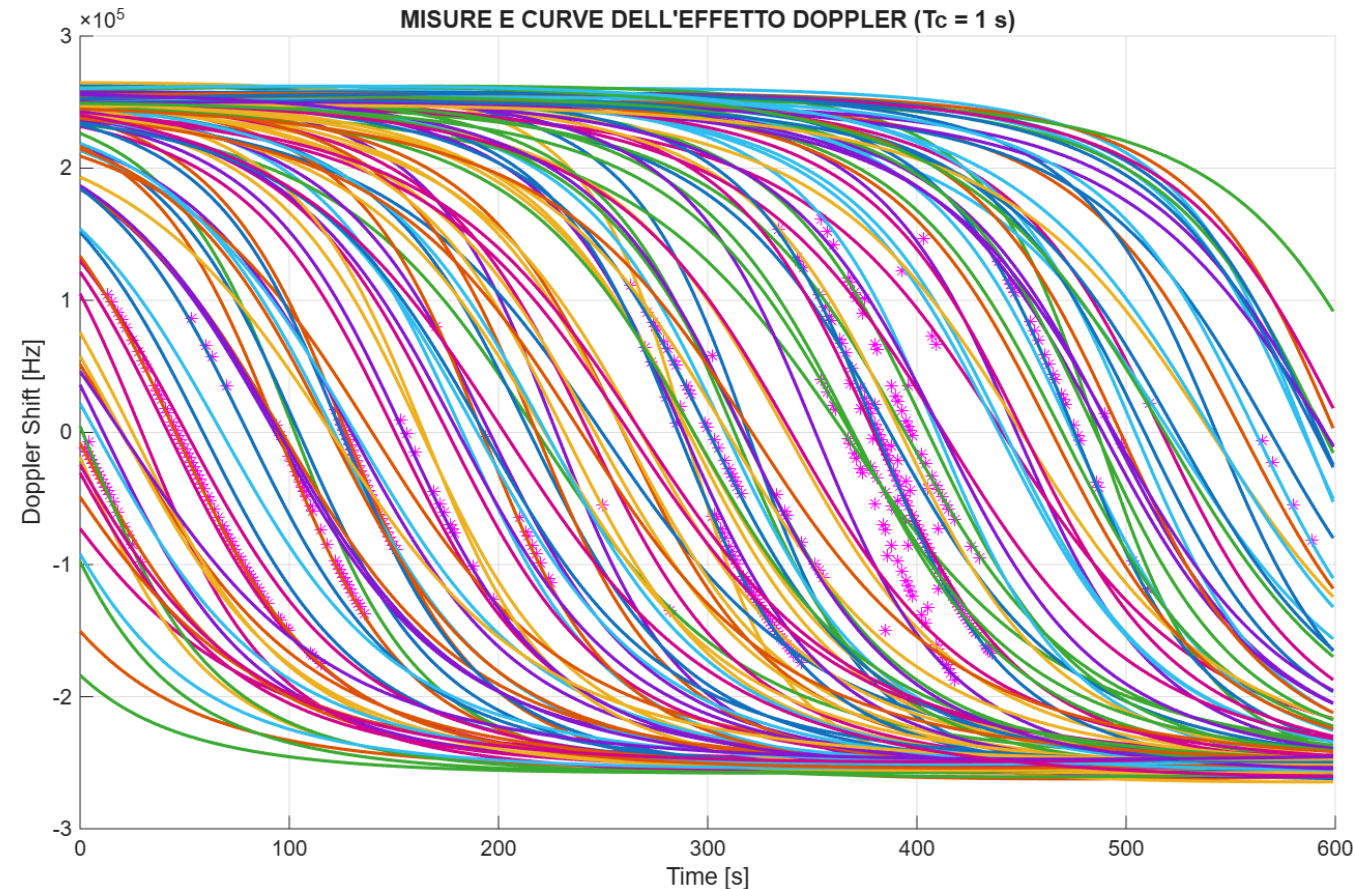
Padova, 21/7/2026

DATI A DISPOSIZIONE

Si ha a disposizione la seguente immagine contenente misure e curve di effetto Doppler. Sull'asse x il tempo [s], mentre sull'asse y il valore di Doppler shift [Hz].

Le misure (*) sono calcolate da un ricevitore terrestre che ascolta i segnali (banda Ku) provenienti dai satelliti Starlink, mentre le curve colorate, una per ogni satellite, sono generate a partire dai file TLE, impostando l'orario di inizio cattura al 13 gennaio 2026 alle 15:39:56.121 UTC per un totale di 600s, una stima iniziale della posizione del ricevitore (che chiameremo ipotesi iniziale, sulla posizione del ricevitore), un tempo di campionamento $T_c = 1s$ e un angolo di mascheramento minimo di 40° sull'orizzonte. Tutti questi valori rimarranno gli stessi per il resto dell'analisi, ad eccezione dell'ipotesi iniziale.

In totale ci sono 442 misure.



GLI OBIETTIVI

1. Associare correttamente e automaticamente ogni misura a un satellite Starlink grazie alla sua curva teorica
2. Utilizzare le associazioni per calcolare la posizione del ricevitore terrestre tramite un algoritmo dei minimi quadrati inizializzato sull'ipotesi iniziale

Le tecniche analizzate per effettuare l'associazione automatica sono:

1. Nearest Neighbor dei singoli punti con Validation Gate (TH) e Ambiguity Gate (AMB)
2. Nearest Neighbor dei cluster di punti usando come metriche la somma delle distanze assolute dei punti del cluster alla curva (detta distanza geometrica), oppure la distanza di Fréchet discreta

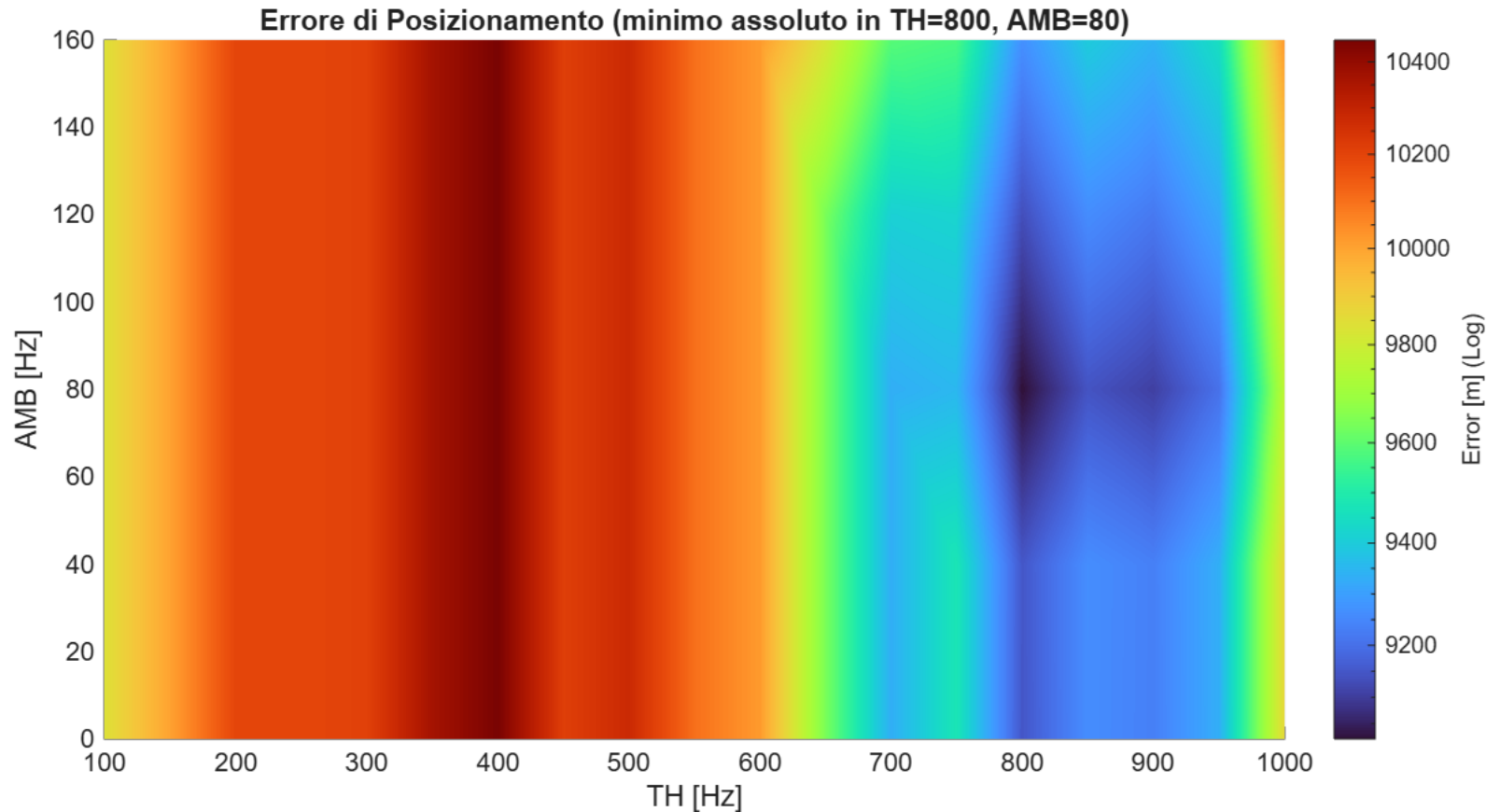
Algoritmo NN Con Validation e Ambiguity Gate

1. Si misura la distanza di ciascun punto da ciascuna curva come la differenza di Doppler nello stesso istante di tempo
2. Validation Gate (TH): vengono scartati i punti che hanno una distanza dalla curva più vicina maggiore di una soglia
3. Ambiguity Gate (AMB): vengono scartati i punti la cui differenza tra le distanze delle due migliori alternative risulta inferiore ad una soglia
4. Si associano i punti rimanenti alla curva più vicina
5. Si esegue l'algoritmo di posizionamento

ERRORE DI POSIZIONAMENTO IN FUNZIONE DI TH E AMB (ip. in. 10000m Nord)

Il grafico mostra l'errore di posizionamento finale in funzione dei valori dei filtri TH e AMB , impostando l'ipotesi iniziale a 10000m Nord rispetto alla posizione del ricevitore. Si nota che:

1. il minimo assoluto si trova nelle coordinate (800,80) e il valore in quel punto è 9020m
2. La soglia AMB non influisce drasticamente sul risultato finale
3. Gli spostamenti, sia migliorativi che peggiorativi, sono marginali rispetto ai 10000m iniziali.

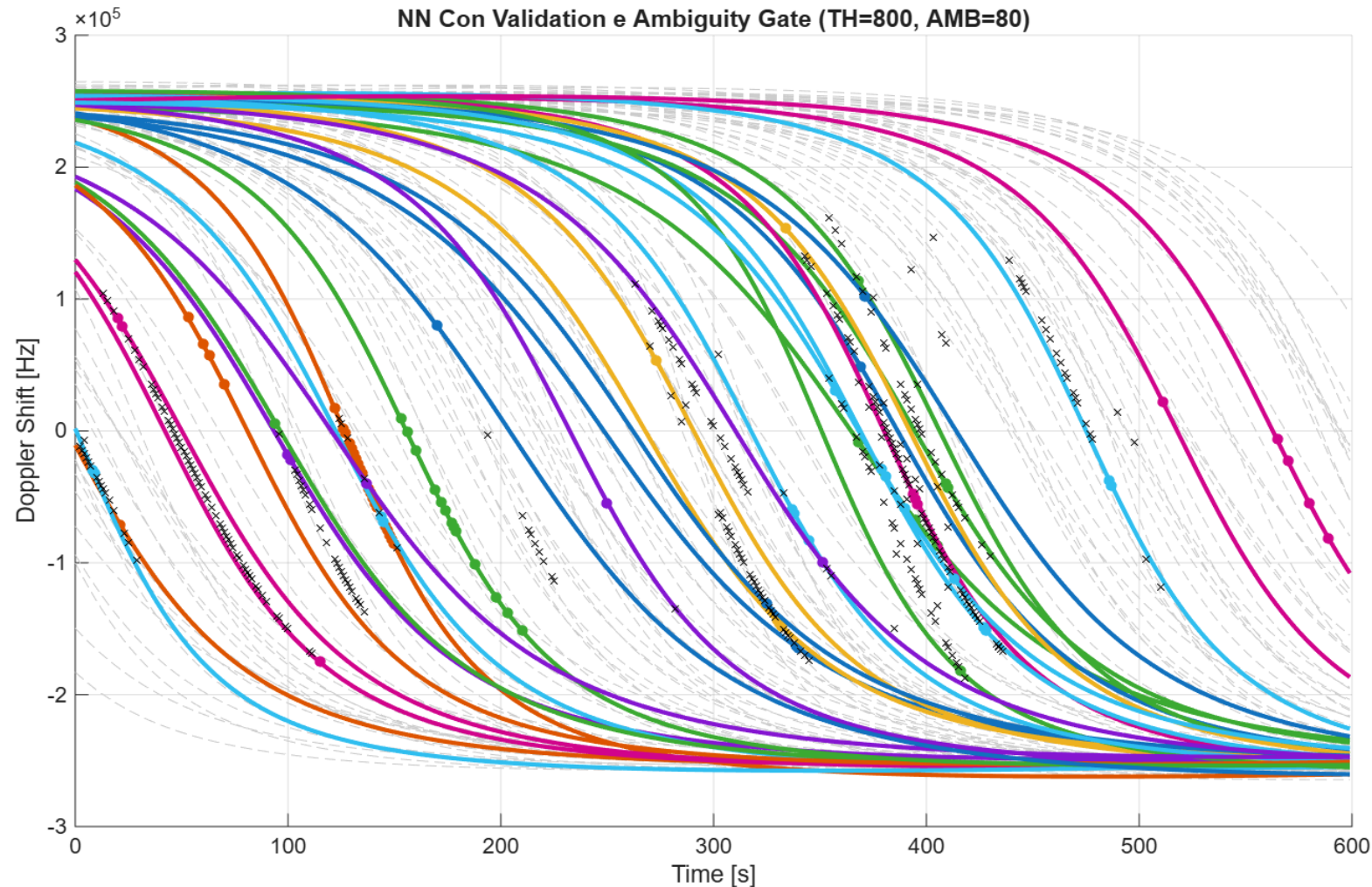


ASSOCIAZIONI (ip. in. 10000m Nord)

L'immagine rappresenta le associazioni effettuate mantenendo gli stessi parametri dell'immagine precedente e impostando le soglie TH e AMB al minimo assoluto.

Ogni misura, rappresentata da un pallino, ha lo stesso colore della curva a cui è associata, mentre le misure non associate sono rappresentate da una croce nera. Le curve non utilizzate per alcuna associazione diventano tratteggiate.

La soglia TH assume la funzione di rimuovere gli outlier, cioè le misure con alto errore, mentre la soglia AMB serve a rimuovere quelle misurazioni che sono contese tra due satelliti, come succede negli incroci delle curve.



Esistono sempre delle soglie che permettono di avvicinarsi alla posizione corretta, ma:

- Si tratta di un miglioramento marginale (e.g. da $10000m$ a $9020m$)
- Non è possibile definire valori delle soglie ottimi in comune a tutte le ipotesi iniziali
- I valori ottimi dei filtri dipendono quindi dall'ipotesi iniziale
- Tendenzialmente si nota che quanto più l'ipotesi iniziale è distante dalla posizione corretta, tanto più permissive devono essere le soglie
- Non esiste però una metrica che quantifichi l'errore dell'ipotesi iniziale
- La tecnica non è in grado di associare automaticamente le misure in maniera corretta

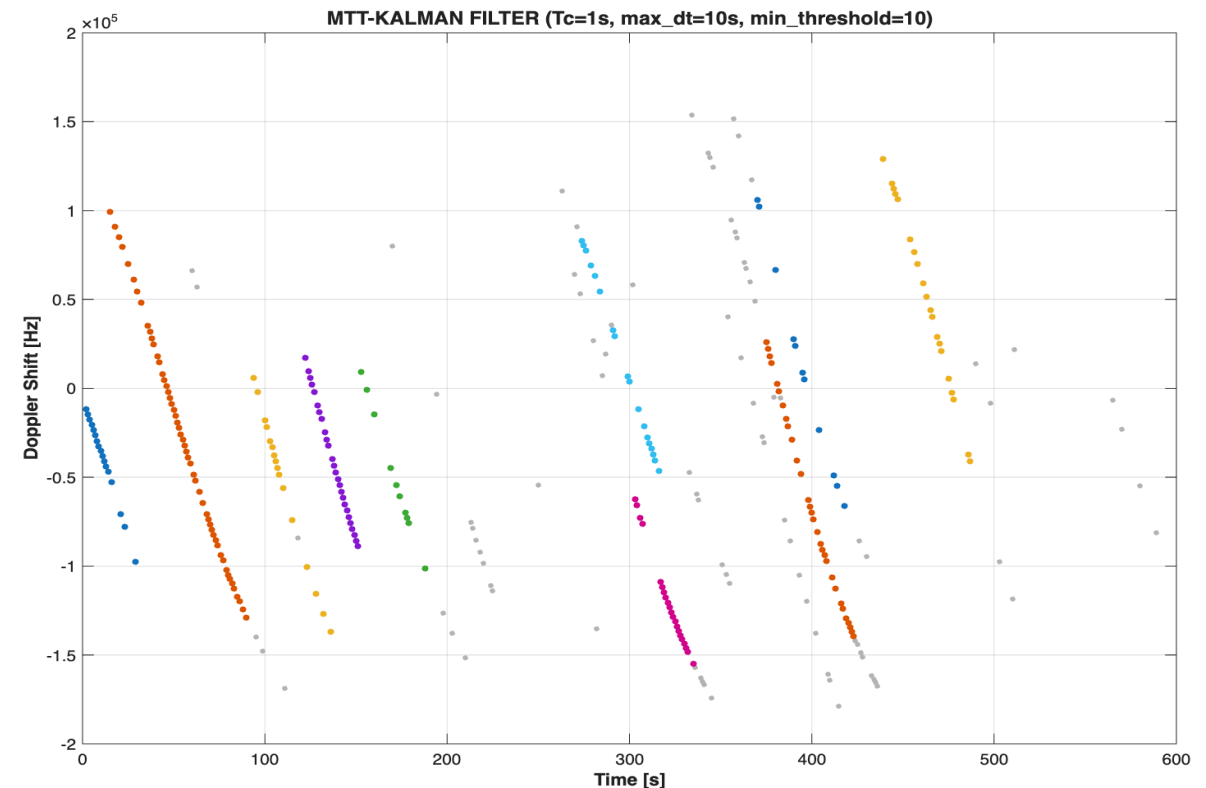
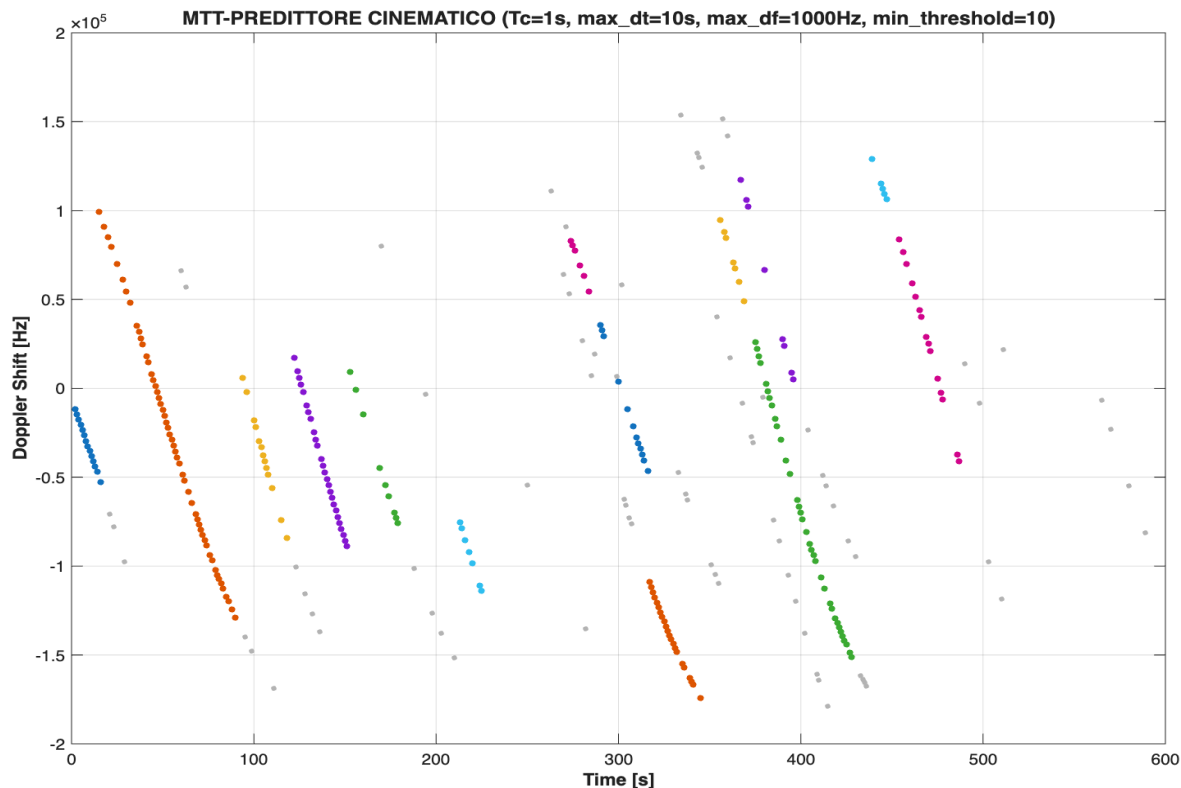
Per generare i cluster (o tracce) di punti sono stati utilizzati due algoritmi di Multi-Target Tracking:

1. Predizione cinematica deterministica con aggiornamento della pendenza pesata: si crea un cono predittivo lineare di validazione a partire dall'ultimo punto del cluster usando la pendenza stimata della curva. Si aggiunge il punto al cluster che ha il minor errore di predizione
2. Filtro di Kalman: il quale, al contrario del primo algoritmo, è in grado di aggiornare le tolleranze ogni volta che si aggiunge un punto alla traccia. In questo modo il predittore diventa sempre più selettivo al crescere del cluster ma rimane molto permissivo inizialmente. Si aggiunge il punto al cluster con distanza di Mahalanobis (errore di predizione pesato sull'incertezza) minore

Per entrambi gli algoritmi i parametri sono stati trovati empiricamente e variano in base al tempo di campionamento.

CONFRONTO DEI DUE ALGORITMI DI TRACKING

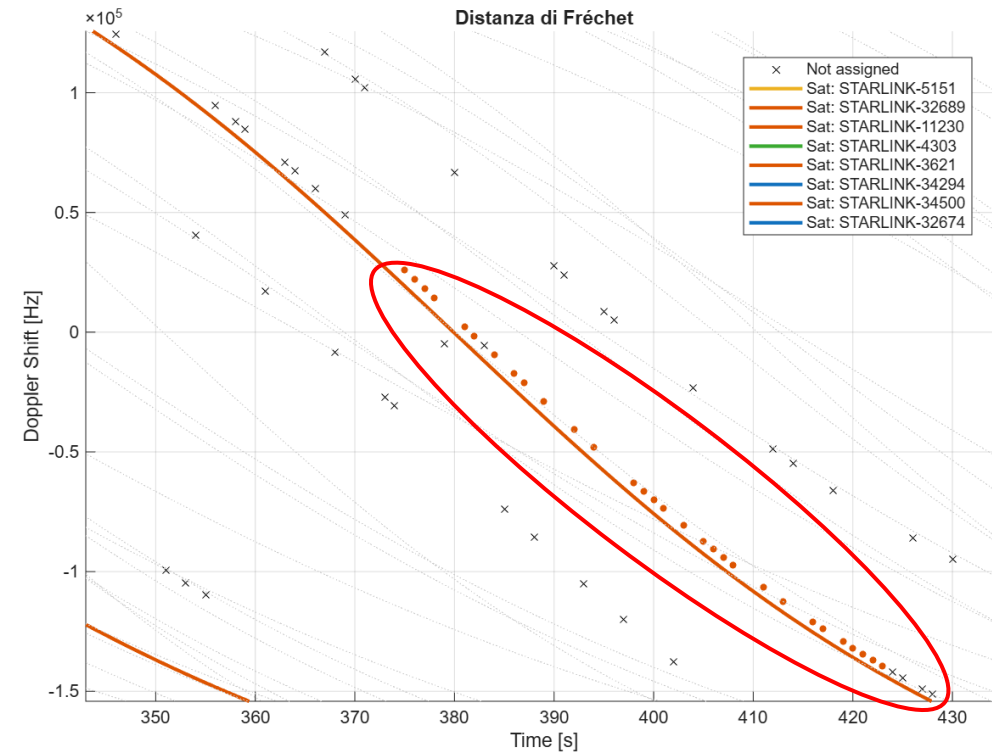
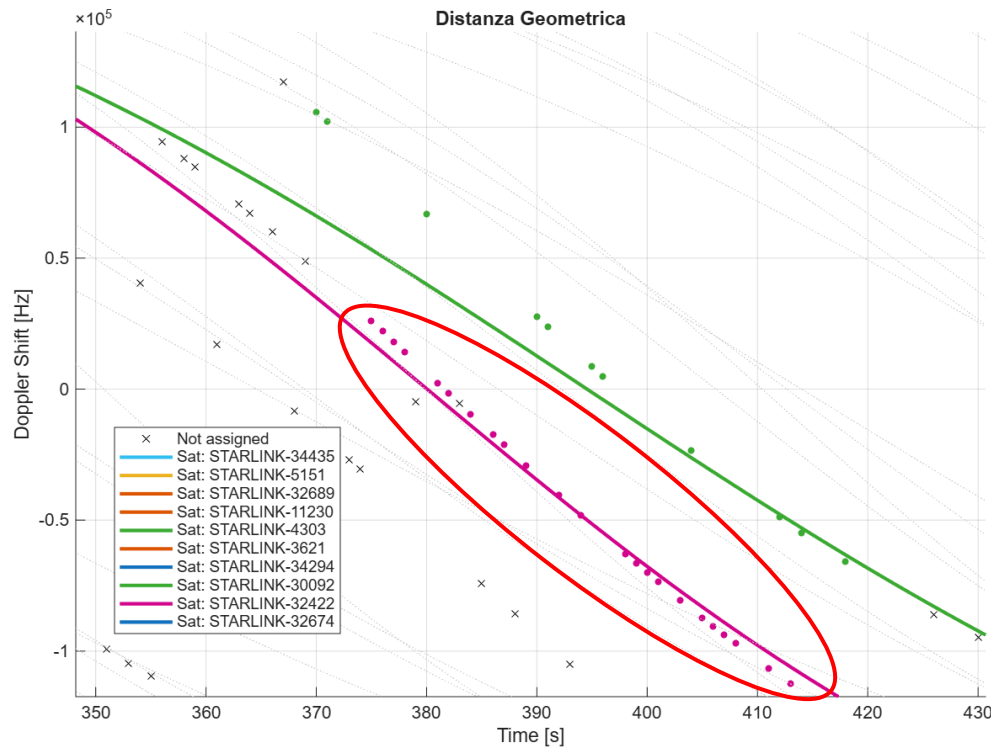
Confronto dei due algoritmi di tracking, predittore cinematico a sinistra e filtro di Kalman a destra. Ogni colore rappresenta un cluster. Il secondo algoritmo dimostra una migliore capacità di tracciamento e necessita di un solo parametro. Il parametro max_dt indica quanti secondi, rispetto all'ultimo punto della traccia, possono passare prima di considerare la stessa inattiva, non potendoci quindi più aggiungere ulteriori punti; max_df indica la soglia di tolleranza base, in Hz , dalla quale calcolare il cono di validità sull'effetto Doppler (solo predittore cinematico); $min_threshold$ non è un parametro interno ai tracker, ma si usa per escludere tutti i cluster con cardinalità inferiore a tale soglia, eliminando così gli outlier e le tracce molto brevi.



Algoritmo NN dei Cluster

1. Si impostano i parametri per l'algoritmo di tracking
2. Si effettua il clustering dei punti, scartando i cluster che hanno cardinalità minore di *min_threshold*
3. Si calcolano le distanze dei cluster da ogni curva utilizzando una delle due seguenti metriche:
 - I. Somma delle distanze assolute dei punti nel cluster dalla curva, chiamata distanza geometrica
 - II. Distanza discreta di Fréchet
4. Si scartano i cluster con distanza minima maggiore di una soglia (e.g. *frechet_threshold*)
5. Si associa il cluster (tutti i suoi punti) alla curva con distanza minima
6. Si effettua il posizionamento

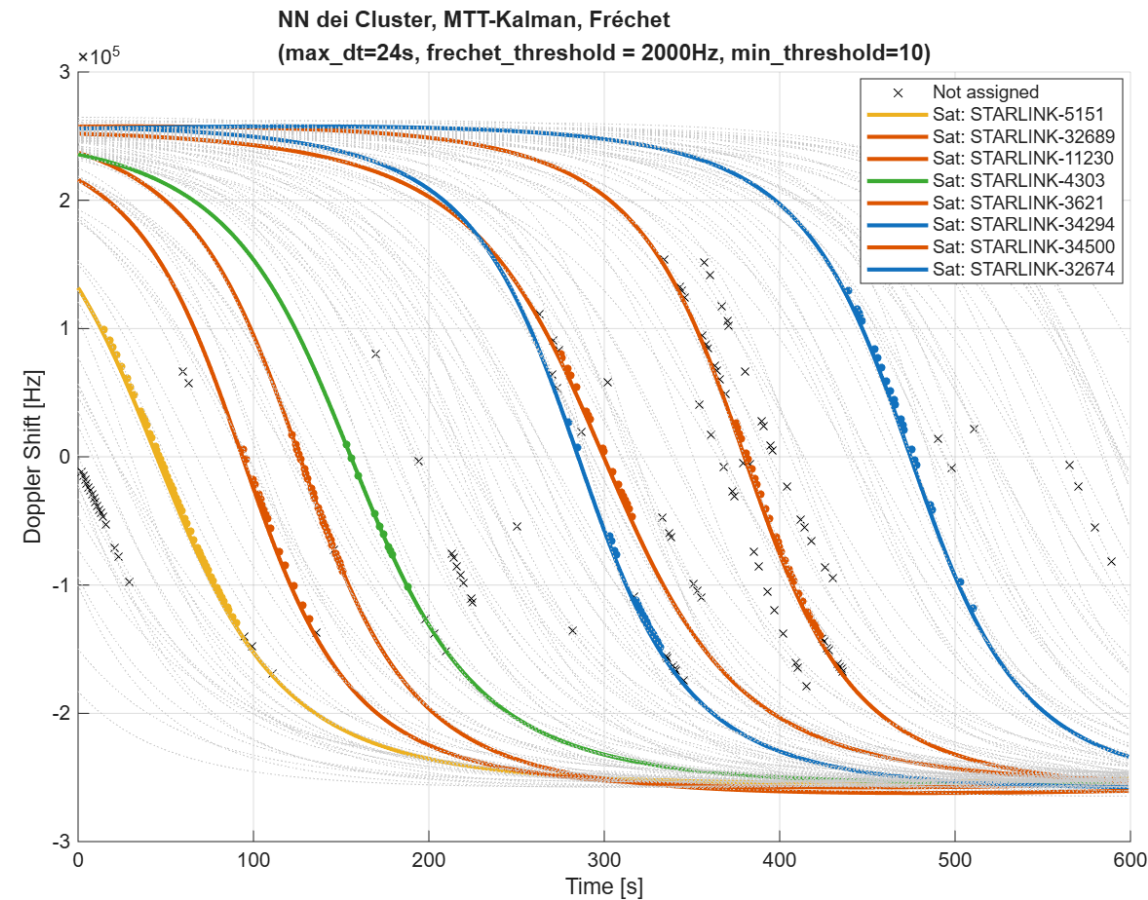
CONFRONTO DISTANZA GEOMETRICA vs FRÉCHET



A sinistra l'associazione utilizzando la distanza geometrica, a destra la distanza di Fréchet. È facile notare come la distanza di Fréchet favorisca la forma del cluster anziché la semplice distanza.

ASSOCIAZIONI (ip. in. 10000m Nord)

Associazioni ottenute posizionandosi a 10000m nord della posizione corretta con la tecnica di clustering. L'errore finale di posizionamento è di 3620m.



La tecnica risulta più robusta ai cambi di posizione rispetto alla prima, ma è più fragile in caso di associazioni non corrette.

In compenso si può affermare che la distanza di Fréchet è migliore rispetto alla distanza geometrica, infatti a parità di ipotesi iniziale e parametri di clustering, l'algoritmo che utilizza la distanza di Fréchet ottiene un posizionamento nettamente migliore (e.g. *da 10000m a 3620m al posto di 18464m*).

All'aumentare della distanza dalla posizione corretta è inoltre necessario effettuare uno spostamento delle curve sull'asse temporale per non invalidare il calcolo della distanza di Fréchet, ma anche in questo caso non esistono metriche che suggeriscano la stima di questo errore.

Al fine di confrontare i risultati dell'associazione automatica con la ground truth si è proceduto manualmente all'associazione dei cluster ai satelliti opportuni fino ad ottenere il miglior risultato di posizionamento.

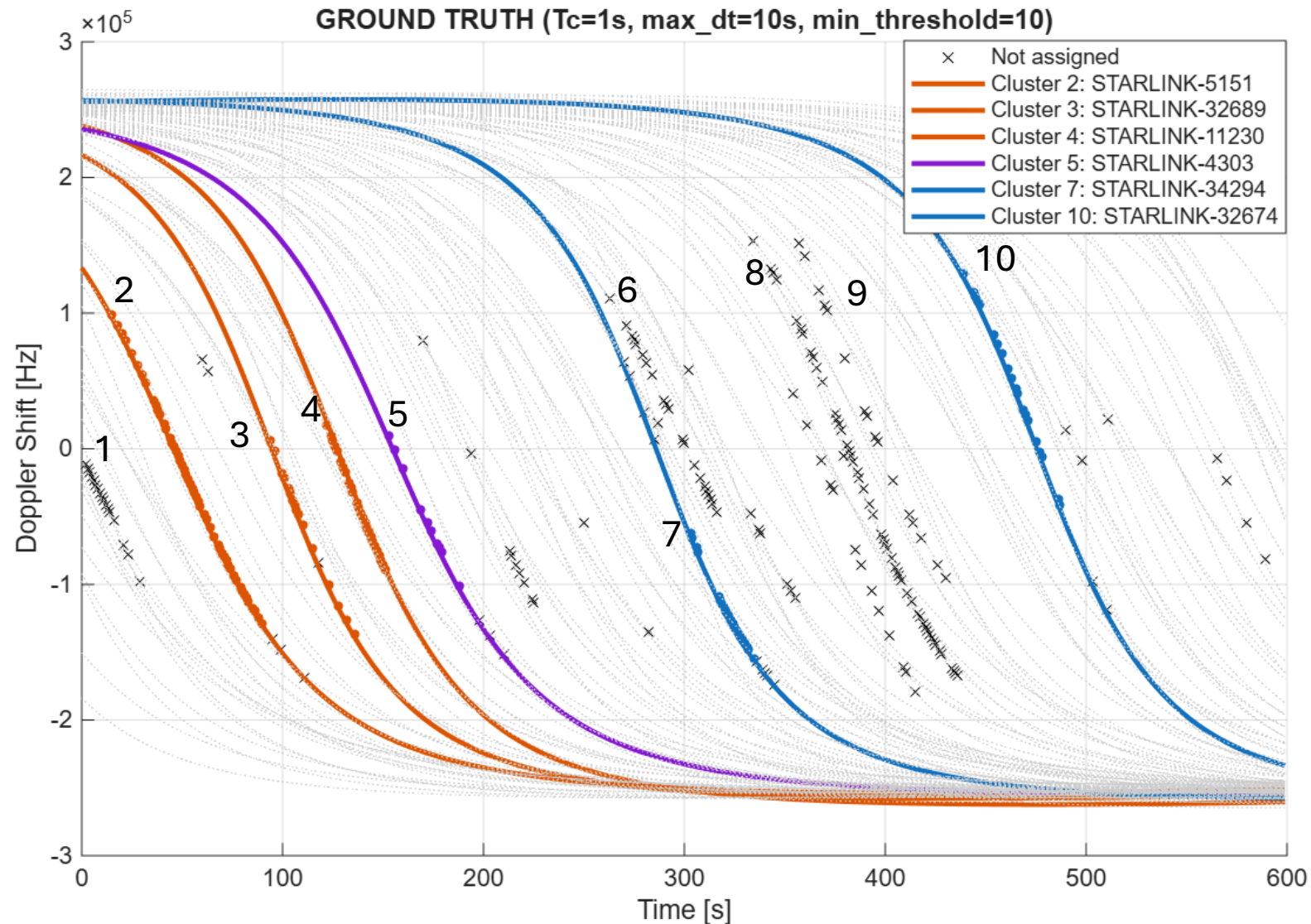
Dall'analisi effettuata si può concludere che:

- Si può ottenere un errore di posizionamento con $T_c = 1s$ di $1349m$ costante anche a distanze molto elevate e in tutte le direzioni, fintanto che i satelliti utilizzati sono visibili
- Esistono dei cluster che non hanno un satellite visibile corrispondente oppure le misure hanno troppo errore, questi rimangono non associati
- Anche con una sola associazione sbagliata il posizionamento peggiora drasticamente (e.g. associando il cluster 4 a STARLINK-32156 al posto di STARLINK-11230 si ottiene un errore di $22007m$)
- Esistono delle situazioni in cui due satelliti creano curve molto simili e molto ravvicinate (e.g. STARLINK-32156 e STARLINK-11230)

GROUND TRUTH

Il cluster 1 non è associato perché il satellite corrispondente non è presente.

I cluster 6, 8 e 9 non sono associati perché peggiorano il risultato di posizionamento; questo è dovuto al grande errore sulle misure comprese nell'intervallo temporale [300, 450] della cattura, di cui non si conosce la causa.

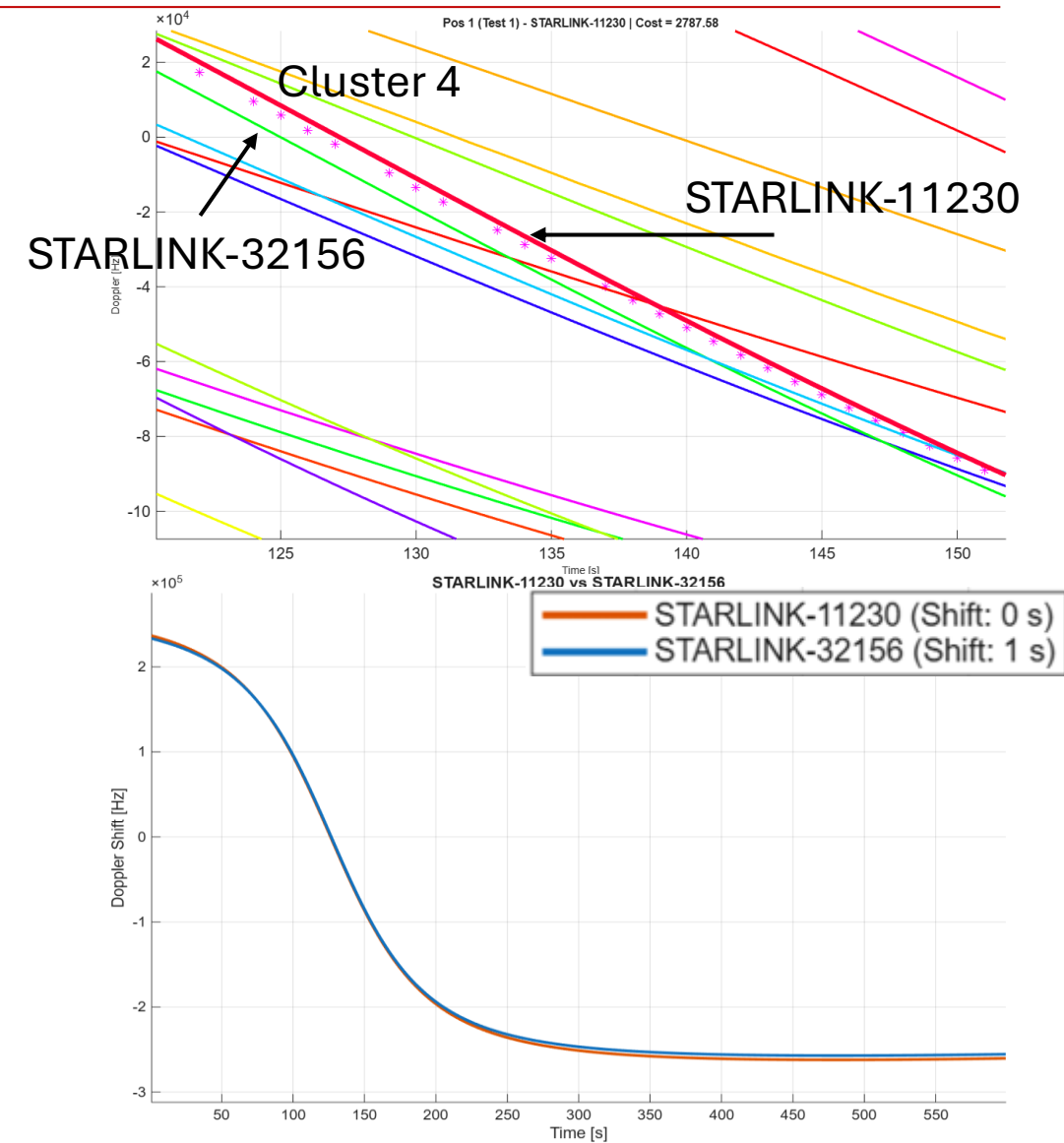


CONFLITTO STARLINK-11230 CON STARLINK-32156

Viene analizzato il caso di conflitto tra STARLINK-11230 e STARLINK-32156. Come mostrato nei grafici (ip. in. nella posizione corretta), le curve generate dai due satelliti risultano particolarmente prossime e sovrapponibili (traslando temporalmente di 1s una delle curve).

Nel momento in cui l'ipotesi iniziale si discosta dalla posizione corretta, avviene una traslazione coerente delle curve: nello specifico, muovendosi verso Nord, la curva del primo si sposta verso sinistra, mentre quella del secondo verso destra. Questo comporta che tra i 13000m e i 14000m Nord STARLINK-32156 inizia ad essere più sovrapposto al cluster 4 e ad avere distanza di Fréchet minore.

Questo risulta essere il miglior esempio di fallimento delle tecniche usate.



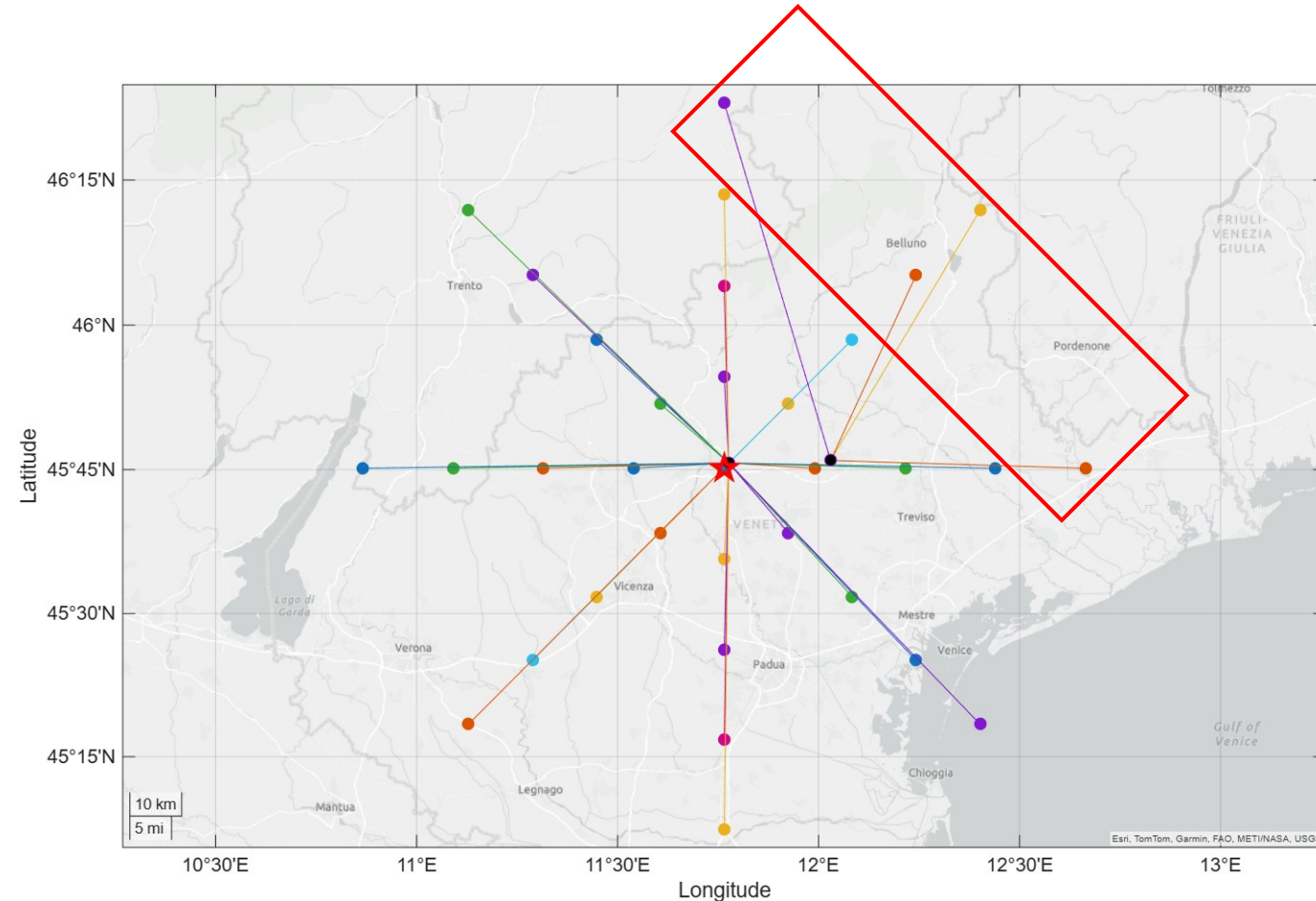
POSIZIONAMENTO CON GROUND TRUTH FINO A 70KM IN TUTTE LE DIREZIONI

Posizionamento con ground truth, usando come ipotesi iniziali una rosa di posizioni in 8 direzioni a diverse distanze:

1. 100m
2. 17575m
3. 35050m
4. 52525m
5. 70000m

La stella rossa rappresenta la posizione corretta mentre i pallini neri sono il risultato del posizionamento finale.

Nelle posizioni all'interno del rettangolo rosso STARLINK-11230 non è visibile, quindi il cluster 4 rimane non associato e l'errore finale è di 20648m. In tutti gli altri casi il posizionamento è il medesimo della ground truth.



- L'elevato numero di satelliti e la somiglianza delle curve Doppler da essi generate rendono impossibile un'associazione automatica corretta in ogni situazione con le tecniche attuali
- Si è provato che è possibile utilizzare questo metodo di posizionamento per ottenere un errore costante di circa $1300m$ anche a grandi distanze nelle stesse condizioni di misurazione