



**Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea Triennale in Astronomia**

Concordanze e discordanze cosmiche: tensioni con la costante di Hubble.

Relatore:

Prof. Nicola Bartolo

Correlatore:

Dott. Giampaolo Benevento

Laureanda:

Marta Stentella

Anno Accademico 2019/2020

Sommario

Lo scopo di questa tesi è quello di fornire una breve revisione su quelli che sono gli aspetti riguardanti la tensione attuale sulle misure della costante di Hubble: da una parte vi è il valore di H_0 fornito dall'analisi delle anisotropie della radiazione cosmica di fondo (CMB), dall'altra quello delle misure locali a basso redshift delle Supernovae di tipo Ia. Nello sviluppo di questo lavoro verranno elencate alcune proposte volte ad attenuare la portata di queste discrepanze, e verrà analizzato il modello che prevede l'inserimento di una componente di energia oscura primordiale, *Early Dark Energy* nel periodo immediatamente precedente alla ricombinazione. Questo non è in grado di risolvere la tensione ma può alleviarla apportando un cambiamento al valore di H_0 derivato dalla CMB.

Abstract

The aim of this thesis is to provide a brief overview of some of the main aspects concerning the present tension on the measurements of the Hubble constant: on one side there is the value inferred from the Cosmic Microwave Background anisotropies, and on the other side there is the local low-redshift measurements of Supernovae Ia. Developing this work, proposals to relieve this tension will be listed, and, the one featuring an Early Dark Energy, in the shape of Acoustic Dark Energy, just before recombination, will be considered in a more specific way. It will be shown that, even if the resulting higher value of H_0 can not be a solution of the problem it can ease the tension.

Indice

1	Alle basi della Cosmologia	3
1.1	Il principio cosmologico	3
1.2	Le componenti dell'Universo	4
1.3	La legge di Hubble	5
1.4	La metrica di Robertson-Walker	6
1.5	L'equazione di Friedmann e i parametri cosmologici	7
1.5.1	Le equazioni per la dinamica cosmica	7
1.6	Osservabili cosmologici	10
1.6.1	Redshift cosmologico	10
1.6.2	Distanza di luminosità	11
1.6.3	Le supernovae Ia e la Costante Cosmologica	12
1.7	Il modello cosmologico Λ CDM	13
1.7.1	I parametri cosmologici	16
2	La fisica della CMB	20
2.1	La radiazione cosmica di fondo	20
2.1.1	Caratteristiche generali	20
2.1.2	L'epoca della ricombinazione e l'origine della CMB	21
2.2	Anisotropie della radiazione cosmica di fondo	22
2.2.1	Formazione delle anisotropie	23
2.2.2	Lo spettro di potenza	27

2.3	I parametri cosmologici e la CMB	29
2.3.1	Parametri cosmologici e costante di Hubble	33
3	La misura della costante di Hubble	36
3.1	La storia di H_0	36
3.2	Tensioni con la misura di H_0	38
3.2.1	Proposte per risolvere la tensione	40
3.3	Acoustic Dark Energy	43
	Appendice	53
	Bibliografia	59

Capitolo 1

Alle basi della Cosmologia

Si scrive questo capitolo con lo scopo di mostrare una panoramica di quelli che sono alcuni degli strumenti matematici e delle condizioni fisiche, che forniscono il contesto di partenza per lo sviluppo dei modelli cosmologici attuali volti ad alleviare la tensione sulla costante di Hubble.

1.1 Il principio cosmologico

Il principio cosmologico nasce, come denominazione, con Milne, nel 1935. Si parte da una trattazione di tipo filosofico, basata sul fatto che senza di esso le leggi fisiche elaborate al nostro tempo e nel nostro spazio non sarebbero accettabili nel caso di condizioni fisiche differenti. Einstein lo utilizza nel 1917 quando descrive il primo modello di universo. Non c'è motivo per pensare che ci sia un punto dello spazio che si trova in un sistema privilegiato rispetto ad un altro. Il principio consente di affermare che ogni osservatore fondamentale, solidale con il substrato locale, vede l'universo uguale in qualsiasi punto, quest'ultimo gode cioè delle proprietà di isotropia, (fissata un'epoca cosmica esso appare uguale in tutte le direzioni) e di omogeneità, (un osservatore fondamentale, in funzione del tempo, vede la stessa distribuzione di intensità). Una di queste due caratteristiche non implica necessariamente l'altra. L'universo appare quindi lo stesso in tutte le direzioni a tutti gli osservatori fondamentali che si trovano ad osservare al medesimo tempo cosmico (vedi, per esempio, [13]). Grazie a questo principio possiamo utilizzare misure effettuate nel nostro sistema di riferimento come se venissero da un osservatorio fondamentale, senza la necessità di raccoglierne di nuove da altri sistemi. Allo

stesso tempo, è proprio lo studio delle deviazioni da questa omogeneità uno dei più grandi argomenti di ricerca della cosmologia moderna.

1.2 Le componenti dell'Universo

Per comprendere il più a fondo possibile la dinamica dell'universo è necessario conoscere la natura delle sue componenti, questo permette di sapere se la particella in questione si muove relativisticamente o meno e, di conseguenza, il suo contributo energetico.

- **Barioni:** Sono le particelle composte da tre quarks, che a loro volta formano i protoni e i neutroni. Sono solitamente compresi nella categoria anche gli elettroni. Essendo l'Universo complessivamente neutro si ipotizza l'esistenza di un elettrone per ogni protone. A livello di massa gli elettroni vengono quasi sempre trascurati essendo una minuscola frazione di quella dei protoni. I barioni si muovono generalmente in modo non relativistico, questo porta di solito a considerare l'energia di massa più che quella cinetica.
- **Radiazione:** Nella trattazione quanto-meccanica essa è composta da pacchetti di energia: i fotoni, che si propagano alla velocità della luce. I fotoni possono interagire con gli elettroni e i barioni tramite ionizzazione o scattering di Thomson o di Compton.
- **Neutrini:** Derivano solitamente da decadimento radioattivo, sono molto difficilmente rilevabili a causa del tipo di interazione con le altre particelle; l'interazione nucleare debole, e si muovono a velocità relativistiche. Nel modello standard l'Universo contiene un flusso di neutrini in tre forme: elettronico, muonico e tauonico, prodotti nella fase iniziale di espansione. Si prevedono 1000 neutrini a fronte di 400 fotoni/cm³. La loro presenza influenza sia formazione che evoluzione di strutture cosmiche.
- **Antimateria:** se questa fosse presente in grandi quantità, tra le superfici dei volumi di materia e antimateria si verificherebbero enormi rilasci di energia, non essendo stato osservato questo fenomeno si pensa che essa sia presente solo in piccola percentuale. Durante la fase espansiva iniziale è previsto lo stesso numero di particelle e antiparticelle, poi, a causa di un'asimmetria tra le due componenti e alle successive annichilazioni si è giunti all'attuale universo dominato da materia.

- **Materia oscura:** composta da particelle che non sono parte del Modello Standard o di teorie delle particelle. È materia non barionica, essa non interagisce con il campo elettromagnetico e con le altre particelle se non in modo gravitazionale. Si stima che essa costituisca circa l'80 % della materia gravitante.
- **Energia oscura:** se ne evince la presenza dalle osservazioni; è necessaria per giustificare l'espansione dell'Universo, quest'ultima infatti, invece che rallentare a causa dell'attrazione gravitazionale, accelera. Essa viene interpretata, nell'ambito del modello cosmologico standard, come un termine di costante cosmologica Λ che può essere associato alla densità di energia del vuoto.
- **Radiazione gravitazionale:** le onde gravitazionali consistono in perturbazioni della metrica spazio-temporale, esse possono essere generate da fenomeni esplosivi alla fine della vita di una stella, da coalescenza di sistemi binari formati ad esempio da buchi neri o stelle di neutroni e da scontri di galassie. Un'altra alternativa che giustificerebbe il fondo composto da queste onde è quella di vederle prodotte durante il Big Bang e di vedere il loro effetto nello stato di polarizzazione dei fotoni.

1.3 La legge di Hubble

Al fine di comprendere al meglio la struttura 3D dell'Universo è necessario stabilire quali siano le distanze degli oggetti osservati. Per tale scopo è fondamentale conoscere la legge di Hubble che lega la distanza di una galassia al suo redshift, che può essere misurato piuttosto facilmente. Gli spostamenti delle righe spettrali in lunghezza d'onda sono infatti indicatori dei moti relativi che gli oggetti hanno rispetto al nostro sistema di riferimento. Questi slittamenti delle righe spettrali in lunghezza d'onda vengono descritti dall'effetto Doppler, presentato per la prima volta in Relatività Ristretta. La lunghezza d'onda dei fotoni soggetti a moti relativi viene modificata secondo la seguente relazione:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} \lambda \quad (1.1)$$

dove λ e λ_0 sono la lunghezza d'onda emessa e quella osservata. Quando $v \ll c$ si scrive:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda} = \frac{\nu_e - \nu_0}{\nu_0} \equiv z = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} - 1 \simeq \frac{v}{c} \quad (1.2)$$

Nel caso in cui la velocità sia negativa, cioè la sorgente si avvicina all'osservatore si parla di blueshift mentre in caso contrario di redshift. Hubble trovò che tra la quantità appena definita e la distanza della sorgente esiste una relazione lineare: $z = \text{costante} \cdot d$. Questa legge è valida su scale cosmologiche, una volta sottratto l'effetto dovuto ai moti peculiari. Non si tratta comunque di una relazione esatta, ma di una approssimazione lineare di una legge più generale che lega distanze e redshift e che dipende dal modello cosmologico assunto. Nel caso in cui si interpreti il redshift come conseguenza del moto si afferma che:

$$v \simeq zc \simeq H_0 \cdot d \quad (1.3)$$

Dove H_0 è conosciuta come costante di Hubble.

In cosmologia la legge di Hubble è utilizzata per calcolare il tasso di espansione attuale dell'universo (H_0), partendo da misure precise e indipendenti di distanza e redshift.

1.4 La metrica di Robertson-Walker

Stabilito il Principio Cosmologico bisogna porlo come base per un modello che descriva l'universo esistente. Il primo passo consiste nell'indagare le proprietà geometriche dello spazio omogeneo ed isotropo. Ogni punto dello spazio può essere descritto dalle coordinate x^α , prendendo il tempo proprio come un parametro $t = x^0$ misurato da un osservatore che si muove con il fluido che rappresenta l'universo. Le tre coordinate spaziali sono invece x^1, x^2, x^3 . Esse sono quindi comoventi.

La più generica metrica di uno spazio-tempo in cui vale il Principio è della seguente forma:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (1.4)$$

scritta in coordinate polari e dove k , è il parametro di curvatura e può assumere qualunque valore mentre a è il fattore di scala cosmico o parametro di espansione, definito come $a(t) = \frac{R(t)}{R_0}$ e viene, per convenzione, fissato ad 1 al tempo attuale. Esso rappresenta l'evoluzione delle

distanze proprie con il tempo cosmico. I tre valori di k corrispondono rispettivamente ad un universo piatto ($k = 0$), chiuso sferico ($k = +1$) e aperto iperbolico ($k = -1$). L'intervallo spazio-temporale ds^2 può essere scritto in funzione del tensore metrico g_{ik} che determina tutte le proprietà geometriche, in particolare la curvatura dello spazio che è proporzionale al campo di gravità.

$$ds^2 = g_{ik}(x)dx^i dx^k \quad (i, k = 0, 1, 2, 3) \quad (1.5)$$

Se vale il Principio Cosmologico allora si può trovare un'espressione per il tensore metrico anche per una via che non necessita dalla teoria della gravità.

1.5 L'equazione di Friedmann e i parametri cosmologici

1.5.1 Le equazioni per la dinamica cosmica

La metrica di RW descrive le proprietà geometriche generali dell'universo ma non fornisce informazioni su come esse evolva nel tempo e su quale sia la sua curvatura. L'espansione dell'universo può essere descritta con l'equazione di Friedmann, essa risulta avere la stessa forma sia derivandola con una trattazione Newtoniana della gravità che con una relativistica. L'equazione, risolta sotto differenti ipotesi riguardanti la struttura dell'Universo, permette di descriverne la dinamica.

Essa si può derivare ad esempio, a partire da semplici relazioni, per via Newtoniana, sfruttando il teorema di Gauss per il quale la forza che agisce su una massa di prova appartenente ad una shell sferica dipende solo dalla quantità di materia gravitante in essa contenuta. La formula

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

rappresenta la forza esercitata da un oggetto di massa M su uno di massa m a distanza r , e, unita alla nota relazione tra massa e volume $M = 4\pi r^3 \rho / 3$ fornisce:

$$F = \frac{4\pi G \rho r m}{3}.$$

La stessa particella di prova avrà un'energia potenziale gravitazionale pari a:

$$V = -\frac{GMm}{r} = -\frac{4\pi G \rho r^2 m}{3}.$$

L'energia cinetica è invece data da:

$$T = \frac{1}{2}m\dot{r}^2,$$

imponendo che l'energia totale della particella, U data dalla somma di quella cinetica e quella potenziale sia conservata, si può scrivere:

$$U = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - \frac{4\pi}{3}G\rho r^2 m. \quad (1.6)$$

Si vuole ora passare alle coordinate comoventi, ovvero quelle il cui valore non varia con il progredire dell'espansione. Chiamando la distanza reale o fisica, r e quella comovente x si scrive

$$r = a(t)x \quad (1.7)$$

dove $a(t)$ è il fattore di scala. Esso misura il tasso di espansione dell'Universo e dipende solo dal tempo grazie al principio di omogeneità. Inserendo quindi l'equazione (1.7) nella (1.6) si ottiene

$$U = \frac{1}{2}m\dot{a}^2 x^2 - \frac{4\pi}{3}G\rho a^2 x^2 m$$

nella quale, chiamando $kc^2 = -2U/mx^2$ si arriva all'equazione di Friedmann:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2}. \quad (1.8)$$

k è una costante che non varia né con il tempo né con lo spazio e descrive la curvatura dell'universo, risultato che si ottiene dalla relatività generale, infatti k è coincidente con la costante di curvatura della RW.

Un'altra equazione che descrive la dinamica cosmica è quella dell'accelerazione (vedi, per esempio, [9]), essa si ricava utilizzando l'equazione di Friedmann e quella dei fluidi. La prima infatti viene completata da una descrizione di come la densità varia con il passare del tempo, il che dipende dalla pressione diversa associata a materiali diversi. Si scrive la prima legge della termodinamica

$$dE + pdV = TdS$$

e, considerando un volume di raggio a si calcolano le variazioni di energia ($E = 4\pi a^3 \rho c^2/3$) e di volume. Rispettivamente:

$$\frac{dE}{dt} = 4\pi a^2 \rho c^2 \frac{da}{dt} + \frac{4\pi}{3} a^3 \frac{d\rho}{dt} c^2 \quad e \quad \frac{dV}{dt} = 4\pi a^2 \frac{da}{dt}. \quad (1.9)$$

Imponendo $dS = 0$ per una trasformazione reversibile si ottiene la seguente equazione di continuità dei fluidi:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) = 0. \quad (1.10)$$

L'equazione di stato è data da: $p = p(\rho)$ e afferma che vi è una sola possibile pressione associata ad ogni densità. Inoltre non vi è nessuna pressione associata a particelle non relativistiche. Unendo le equazioni 1.8 e 1.10 si ottiene, dopo qualche passaggio matematico, una seconda equazione per la dinamica cosmica:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) \quad (1.11)$$

Ci sono due importanti osservazioni riguardo a questa equazione: la prima è che la costante che descrive la geometria dell'universo k non compare, e la seconda è che nel caso di presenza di pressione, questa va ad incrementare la forza gravitazionale.

Le equazioni precedenti risolte per la materia e la radiazione portano a conclusioni fondamentali, (si utilizza $k = 0$) :

- **Materia:** caratterizzata da $p = 0 \Rightarrow \rho \propto \frac{1}{a^3}$, che, in coordinate comoventi fornisce $\rho = \frac{\rho_0}{a^3}$.

L'equazione di Friedmann, integrata porta ad $a \propto t^{2/3}$, soluzione che descrive un universo che può espandersi per sempre ma la cui espansione diminuisce al passare del tempo.

- **Radiazione:** la pressione varia al variare della densità come $p = \frac{\rho c^2}{3}$, cioè, nell'equazione dei fluidi; $\rho \propto \frac{1}{a^4}$. L'integrazione della Friedmann porta a $a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/2}$.

L'universo è quindi soggetto ad un'espansione più lenta in caso sia la radiazione a dominare tra le due componenti. Il motivo per cui la densità varia con l'inverso della quarta potenza invece che della terza come nel caso della materia è dovuto al redshift sulla lunghezza d'onda dei fotoni.

Nel caso in cui siano presenti sia la radiazione che la materia allora $\rho = \rho_{\text{mat}} + \rho_{\text{rad}}$, si può però assumere come equazione quella in cui è presente solo la componente dominante. L'evolversi in maniera differente della densità e il fatto che attualmente l'universo è dominato da materia porta ad affermare che deve esserci stato un momento in cui le due densità dovevano essere equivalenti, ovvero il loro rapporto uguale ad 1 e, questo momento è chiamato **epoca**

dell'equivalenza, avvenuta intorno a redshift $z = 3000$. Prima di questo momento la densità della radiazione superava quella della materia.

L'equazione di Friedmann aiuta a completare il discorso sulla costante di Hubble. Si scrive la velocità di recessione utilizzando la relazione 1.7

$$\mathbf{v} = \frac{|\dot{\mathbf{r}}|}{|\mathbf{r}|} \mathbf{r} = \frac{\dot{a}}{a} \mathbf{r}.$$

Unendo quindi l'espressione per la velocità 1.3 con un H ad un tempo t generico si ottiene:

$$H = \frac{\dot{a}}{a}. \quad (1.12)$$

Il valore al tempo cosmico attuale lo si chiama con il pedice "0". Il valore di H è quindi costante nello spazio per il principio cosmologico ma non lo è nel tempo. Si può scrivere l'equazione 1.8 come evoluzione di $H(t)$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2}.$$

1.6 Osservabili cosmologici

La cosmologia osservativa si basa su come appaiono gli oggetti studiati. Questo dipende profondamente dal modello cosmologico utilizzato e dalla geometria utilizzata. Nel caso in cui si consideri la propagazione della luce per coppie di osservatore-sorgente sufficientemente lontane bisogna tenere presente la descrizione non Euclidea che utilizza la metrica di Robertson Walker (RW) per descrivere l'effetto di curvatura. Quest'ultima, insieme con l'equazione della dinamica fornisce la possibilità di indagare in modo rigoroso.

1.6.1 Redshift cosmologico

Si parta dalla metrica RW (1.4), scrivendo $a(t) = R(t)/R_0$ e si considerino due eventi (Q,P) collegati tra loro da un segnale luminoso, quindi da un intervallo spazio-temporale nullo tale che $ds^2 = 0$. Mantenendo costanti gli angoli θ_0 e ϕ_0 tra la sorgente e chi riceve il segnale elettromagnetico, l'intervallo sopracitato assume la seguente forma semplificata:

$$ds^2 = 0 = dt^2 - \frac{1}{c^2} \frac{R(t)^2}{R_0(t)^2} \frac{dr^2}{1 - kr^2}, \quad (1.13)$$

$$\frac{cR_0 dt}{R(t)} = -\frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}. \quad (1.14)$$

Si può ora procedere integrando lungo la coordinata radiale comovente *tra i due punti Q e O* :

$$\int_0^{r_0} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = \int_{t_e}^{t_0} \frac{cR_0 dt}{R(t)}. \quad (1.15)$$

Essendo la sorgente ancora alla stessa distanza comovente anche dopo un tempo infinitesimo, per un secondo segnale si può riscrivere l'integrale di sinistra della (1.15) nello stesso modo mentre quello di destra tra i due estremi $(t_e + dt_e)$ e $(t_0 + dt_0)$. Eguagliando le due espressioni:

$$\int_{t_e}^{t_e+dt_e} \frac{cR_0 dt}{R(t)} + \int_{t_e+dt_e}^{t_0} \frac{cR_0 dt}{R(t)} = \int_{t_e+dt_e}^{t_0} \frac{cR_0 dt}{R(t)} + \int_{t_0}^{t_0+dt_0} \frac{cR_0 dt}{R(t)}. \quad (1.16)$$

Essendo valida l'approssimazione

$$\frac{dt_e}{R(t_e)} = \frac{dt_0}{R(t_0)}$$

si può scrivere

$$\frac{\nu_e}{\nu_0} = \frac{dt_0}{dt_e} = \frac{R(t_0)}{R(t_e)} \quad e \quad \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu_e - \nu_0}{\nu_0} = z$$

ottenendo quindi l'espressione per il redshift cosmologico:

$$\frac{dt_0}{dt_e} = \frac{\nu_e}{\nu_0} = \frac{R(t_0)}{R(t_e)} = 1 + z. \quad (1.17)$$

Un universo in espansione porta ad un redshift generale dato dall'aumento del fattore di scala che avviene dal momento dell'emissione al momento della ricezione. Esso tiene quindi conto della curvatura dello spazio-tempo dato dalla metrica di RW. Questo effetto non va confuso con l'effetto Doppler generato dal moto osservatore-sorgente su piccole scale. (Vedi, per esempio, [13]).

1.6.2 Distanza di luminosità

La distanza di luminosità è quella a cui l'oggetto "appare" all'osservatore, essa non coincide quindi con quella reale e non dipende dall'inverso della distanza al quadrato; infatti la geometria dell'Universo non può essere considerata piatta in senso generale ed è soggetta ad espansione.

La luminosità L di un oggetto è definita come l'energia emessa per unità di angolo solido, (angolo solido totale pari a π steradiani). La densità di flusso S è invece l'energia ricevuta per

unità di area per secondo.

La distanza di luminosità è $d_{\text{lum}}^2 = \frac{L}{S}$.

Si supponga di osservare un oggetto al centro di una sfera di raggio comovente r_0 dalla sua superficie. Il raggio fisico è $r_0 a_0$, quindi la superficie totale, integrando l'elemento d'area $r_0^2 \sin \theta d\theta d\phi$ sui due angoli, risulta essere $4\pi a_0^2 r_0^2$. L'espansione dell'universo influisce sulla propagazione dei fotoni in due modi: il singolo fotone infatti perde energia $\propto (1+z)$ ed arriva con una frequenza minore $\propto (1+z)$. Il flusso diventa quindi

$$S = \frac{L}{a_0^2 r_0^2 (1+z)^2} \quad (1.18)$$

e quindi anche la distanza di luminosità risulta essere

$$d_{\text{lum}} = a_0 r_0 (1+z) \quad (1.19)$$

Essendo la distanza fortemente dipendente dal modello cosmologico utilizzato, essa si può utilizzare per verificare quale sia il miglior modello che descrive l'Universo. Si inseriscono in un grafico i dati relativi alla distanza di luminosità e al redshift. Per conoscere la prima è necessario sapere la luminosità assoluta della sorgente, questo è piuttosto difficile nella maggior parte dei casi, soprattutto per oggetti lontani.

1.6.3 Le supernovae Ia e la Costante Cosmologica

Le supernovae di tipo Ia, hanno origine dalle nane bianche, costituite da nuclei di Carbonio e Ossigeno che, a temperature estremamente elevate, nel momento in cui sorpassano il limite di massa di Chandrasekhar collassano per poi esplodere in una deflagrazione. La curva di luminosità prodotta dall'evento, non varia particolarmente da oggetto ad oggetto, partendo dalla stessa massa infatti generano la stessa quantità di energia. Per questo motivo esse vengono utilizzate come indicatori di distanza standard. Si ricavano la luminosità e il flusso massimo, per poi trovare il modulo di distanza in magnitudini e, di conseguenza la distanza di luminosità. Hanno una curva di luce il cui periodo è noto grazie all'osservazione del fenomeno a bassi redshift e la loro brillantezza massima è legata al tempo in cui il fenomeno si esaurisce. Esse possono quindi essere descritte con curve di luce dello stesso tipo con l'accortezza, da parte dell'osservatore, di aumentarne il periodo di un fattore $(1+z)$.

Inserendo in un grafico la magnitudine apparente in ordinate e il redshift in ascisse si osserva che nessun modello riesce a spiegare la curva di luminosità se non in presenza di una **costante cosmologica** aggiuntiva Λ . I dati delle supernovae a basso redshift forniscono una stima della costante di Hubble e quelli con $z > 0.5$ vincolano gli altri parametri cosmologici. Si osserva che per il valore di $\Omega_m = 1$ e anche per quello limite di $\Omega_m = 0$, i valori medi delle magnitudini osservate risultano maggiori del previsto e, questo corrisponde a flussi minori e di conseguenza, distanze di luminosità maggiori. (Figura 1.1). Non potendo diminuire a piacimento il valore del parametro di densità e, richiedendone le osservazioni un valore negativo si trova come condizione quella di un Universo in espansione accelerata (vedi, per esempio, [13]). Questo nuovo termine viene interpretato correntemente come l'energia del vuoto ed è indipendente dal fattore di scala.

La costante cosmologica deve quindi apparire all'interno dell'equazione di Friedmann, già Einstein aveva trovato una forma che concedesse la presenza di questo termine aggiuntivo coerente con la relatività generale.

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.20)$$

L'effetto dato sull'accelerazione si può poi osservare meglio nell'equazione dinamica

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.21)$$

dove una costante cosmologica dà un contributo positivo all'accelerazione, agendo quindi come una forza repulsiva che, se sufficientemente elevata può vincere sulla forza di attrazione gravitazionale. Si possono riscrivere le equazioni del paragrafo 1.7.1 come:

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}; \quad \Omega + \Omega_\Lambda - 1 = \frac{k}{a^2H^2}. \quad (1.22)$$

Nel caso di un universo piatto, $k = 0$, $\Omega + \Omega_\Lambda = 1$.

1.7 Il modello cosmologico Λ CDM

Il modello cosmologico Λ CDM rappresenta un universo in cui dominano le componenti di energia oscura (Λ) e di materia oscura fredda (*Cold Dark Matter*). Risulta essere fin'ora quello

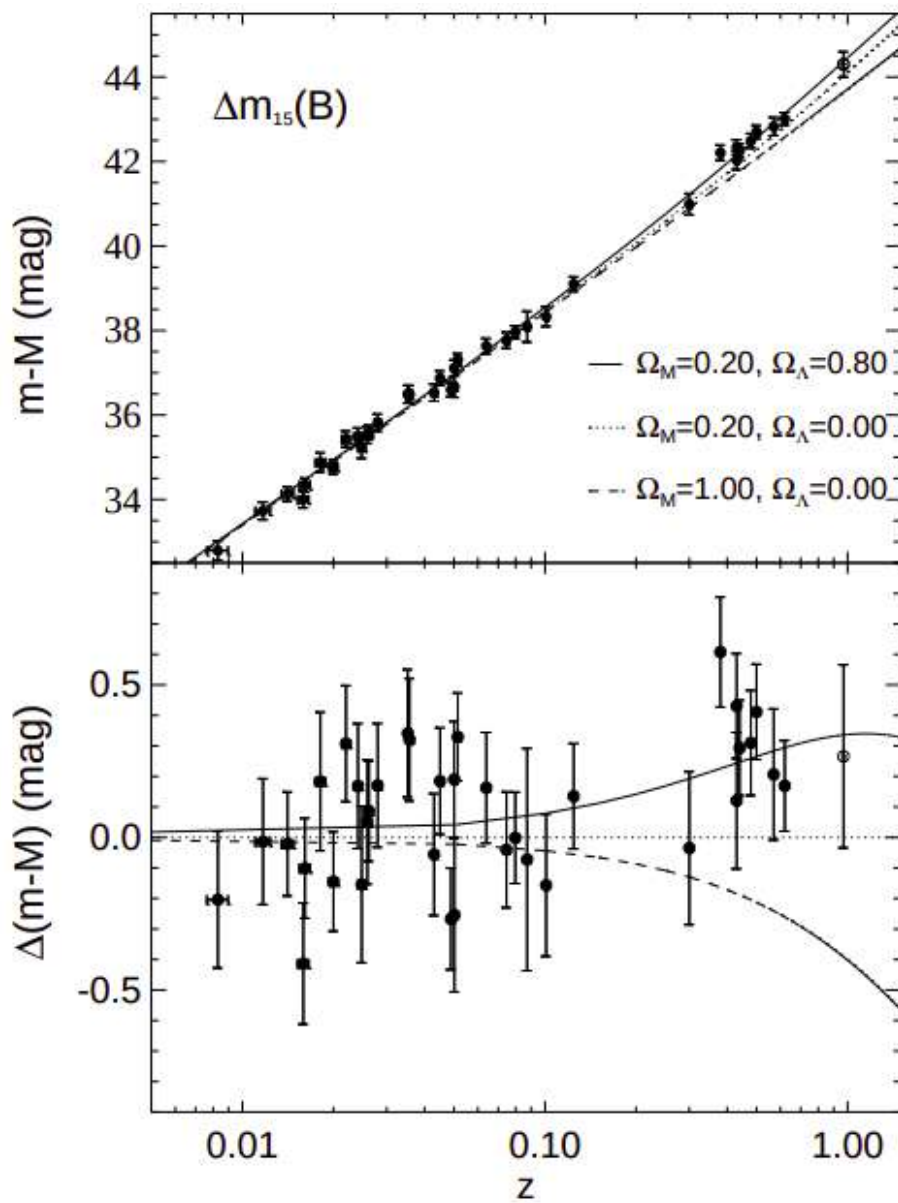


Figura 1.1: Diagramma di Hubble di un campione di Supernovae Ia che rappresenta l'evidenza osservativa di un universo in espansione accelerata e di una costante cosmologica. Credit: arXiv 9805201v1, 15 May 1998

più coerente con le osservazioni effettuate. L'elaborazione di questo modello è stata possibile grazie alla teoria della relatività e alle soluzioni delle equazioni che portano ad affermare che, andando indietro nel tempo, si trova un universo in condizioni di maggiore densità e a temperature molto più elevate.

- L'universo è in espansione ed essa è governata dal fattore di scala a che si evolve nel tempo. È inoltre caratterizzato dal parametro geometrico k . Entrambi questi valori sono legati all'energia grazie alle relazioni della relatività generale.

Nelle prime fasi di vita dell'universo era la radiazione a dominare mentre ora la maggior parte dell'energia è data da materia non relativistica. In tempi più recenti si è osservata un'accelerazione nell'espansione, segnale, tra gli altri, di una possibile presenza di un'ulteriore energia che sembra assumere importanza crescente con il passare del tempo. Una prova di questa componente aggiuntiva viene dalle supernove e, le relazioni matematiche richiedono l'utilizzo di una quantità costante nel tempo, la costante cosmologica.

- Un universo molto più denso e caldo non lasciava spazio al formarsi di atomi e nuclei. Conoscendo le condizioni iniziali e la sezione d'urto delle particelle è possibile capire quali elementi sono stati formati nella *nucleosintesi del Big Bang*, calcolarne l'abbondanza nell'universo primordiale e la relativa densità.
- La radiazione cosmica di fondo, (si veda capitolo 2), è uno strumento fondamentale e in grado di accreditare la teoria del Big Bang rispetto a quella di un universo statico. Essa presenta delle anisotropie, prova del fatto che l'Universo primordiale non era completamente omogeneo. Per questo motivo è stato necessario introdurre ulteriori elementi nella discussione.
- Dalle osservazioni della CMB e dalla modalità di formazione delle strutture cosmiche si evincono prove dell'esistenza della materia oscura, che, in quanto non barionica non andava a scontrarsi con le predizioni date dalla teoria della nucleosintesi. Questo tipo di materia dovrebbe essersi formato nei primi istanti del Big Bang. Oggi essa è necessaria anche per spiegare l'evoluzione della struttura dell'universo.

- Si pensa che l'universo si sia espanso in maniera esponenziale quando aveva circa 10^{-35} s. Questo processo è chiamato *inflazione*. La peculiarità di questa teoria è che essa può predire lo schema delle anisotropie della CMB.

La teoria che include il modello standard, la materia oscura e l'inflazione viene chiamata Cold Dark Matter, è necessario che la materia oscura sia fredda perché, in caso contrario, ad alte temperature sarebbero corrisposte alte pressioni e, di conseguenza non sarebbe stato possibile il formarsi degli "agglomerati" di materia nell'universo primordiale. (Vedi, per esempio, [17]).

1.7.1 I parametri cosmologici

I parametri cosmologici rappresentano uno dei mezzi che si utilizzano per descrivere la dinamica e i modelli cosmologici.

Verranno maggiormente utilizzati in questa tesi quelli che si misurano in maniera diretta con la radiazione cosmica di fondo e che caratterizzano il modello cosmologico standard, il quale, ne richiede sei indipendenti. Questi, vengono solitamente scelti in modo da evitare degenerazioni relative ai dati estratti dalla CMB. Si veda 2.3. (Nella discussione si assumerà $h = H_0/100$.)

$\Omega_c h^2$, rappresenta la densità di materia oscura ad oggi, ne viene stimato il valore grazie allo studio della radiazione cosmica di fondo. ($\Omega_c h^2 = 0.1198 \pm 0.0012$ da Planck 2018).

$\Omega_b h^2$, la densità di materia barionica oggi. Essa può essere determinata in due modi: con misurazioni dell'ampiezza del primo e secondo picco dello spettro di potenza della CMB (2.2.2), oppure con l'abbondanza di deuterio primordiale (D/H) unita alla teoria della nucleosintesi del Big Bang. ($\Omega_b h^2 = 0.02233 \pm 0.00015$ da Planck 2018).

La frazione in densità di massa Ω_m , non viene utilizzata come uno dei sei parametri fondamentali, essa però include la somma delle frazioni in massa di densità barionica e fotonica e rappresenta circa il 30% della densità di energia totale dell'universo. Con la missione Planck il valore stimato è ($\Omega_m h^2 = 0.1428 \pm 0.0011$ da Planck 2018).

θ rappresenta la scala angolare dell'orizzonte cosmologico cioè quella delle fluttuazioni della CMB e si chiama *scala sonora*. Essa dipende dalla posizione dei picchi ma non dalla

loro ampiezza. Si ottiene un valore di questo parametro preciso sulla base delle osservazioni e poi si applica il modello per trovare i parametri di espansione. Spesso infatti al suo posto si utilizza il parametro derivato di Hubble o l'orizzonte sonoro, descritti successivamente. ($100\theta_{MC} = 1.04089 \pm 0.00031$ da Planck 2018).

Vi sono poi altri tre parametri che contribuiscono alla descrizione completa del modello standard. Essi sono:

τ : è la profondità ottica dovuta allo scattering di Thomson di elettroni liberi prodotti alla re-ionizzazione. Esso agisce smorzando le ampiezze dei picchi acustici di un fattore $e^{-2\tau}$.

n_s l'indice spettrale. Le perturbazioni scalari dello spettro della CMB sono caratterizzate da una potenza proporzionale a k^{n_s-1} . Esso è quindi un parametro indice dell'intensità delle anisotropie.

A_s è l'ampiezza delle fluttuazioni scalari; rappresenta la distribuzione di materia, lo spettro della distribuzione di materia può essere parametrizzato a partire dalle fluttuazioni lineari descritte da questo valore.

Si elencano ora altri parametri che possono essere derivati dai precedenti grazie al modello Λ CDM.

- H_0 . La costante di Hubble è uno dei parametri più importanti. Essa si ricava dalla misura di distanze e di velocità. Le ultime vengono misurate con il redshift e, l'errore che può essere commesso deriva dal fatto che le galassie possiedono velocità peculiari lungo direzioni distribuite casualmente e non è possibile separare queste componenti da quella dovuta all'espansione. Osservando oggetti a grandi scale la velocità di espansione domina su quelle peculiari, per una corretta stima di questo parametro diventa quindi necessario misurare accuratamente la distanza, che, in caso di oggetti così lontani non è più ottenibile tramite parallasse. Si utilizzano per questo scopo "Candele Standard", quali ad esempio le stelle variabili Cefeidi o le Supernovae Ia. (Si veda il paragrafo 1.6.3). Nei paragrafi successivi verranno descritti alcuni metodi che permettono di derivare il parametro di Hubble a partire da misure a redshift più

alti. ($H_0 = 67.66 \pm 0.42$ da Planck 2018).

- Considerando l'equazione di Friedmann, per un dato valore di H c'è un particolare valore di densità tale che la geometria dell'universo sia piatta, ovvero $k = 0$, conosciuto come densità critica ρ_c , dato da:

$$\rho_c(t) = \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (1.23)$$

Questo, evolve nel tempo come quello della costante di Hubble. Conoscendo la stima attuale di H_0 si può calcolare la densità critica al tempo attuale $\rho_0 = \rho_c \simeq 10^{-29}$ grammi per centimetro cubo.

Al posto che fornire il valore di densità critica si utilizza il parametro di densità

$$\Omega(t) \equiv \frac{\rho}{\rho_c}$$

la quale è sempre in funzione tempo. Si può riscrivere la Friedmann come:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_c\Omega - \frac{k}{a^2} = H^2\Omega - \frac{k}{a^2} \Rightarrow \Omega - 1 = \frac{k}{a^2H^2}. \quad (1.24)$$

Nel caso del modello standard $k = 0$ si ottiene $\Omega = 1$, valore che deve rimanere fisso nel tempo. Si può associare il parametro di densità alla curvatura nel seguente modo:

$$\Omega_k = -\frac{k}{a^2H^2} = 0 \quad \text{in } \Lambda\text{CDM}$$

- q_0 Parametro di decelerazione. Come spiegato precedentemente l'universo si sta espandendo con un tasso di espansione in continua evoluzione. In seguito ad uno sviluppo di Taylor del fattore di scala si ottiene un'approssimazione

$$\frac{a(t)}{a(t_0)} = 1 + H_0[t - t_0] - \frac{q_0}{2}H_0^2[t - t_0]^2 + \dots, \quad (1.25)$$

avendo definito q_0 come parametro di decelerazione:

$$q_0 = -\frac{\ddot{a}(t_0)}{a(t_0)} \frac{1}{H_0^2} = -\frac{a(t_0)\ddot{a}(t_0)}{\dot{a}^2(t_0)}. \quad (1.26)$$

Questo parametro è inoltre legato a quello di densità nel seguente modo: $\Omega(t) = 2q(t)$. Se si conoscessero completamente le proprietà della materia non sarebbe necessario quello di decelerazione, sarebbero sufficienti i primi due. q_0 può essere determinato con misure su larga

scala, infatti definisce quale doveva essere la misura dell'universo precedentemente.

- Ω_Λ rappresenta un ulteriore parametro derivato, la frazione di densità di energia della materia oscura. All'interno del modello standard vale la relazione $\Omega_c + \Omega_b + \Omega_\Lambda \simeq 1$. ($\Omega_\Lambda = 0.6889 \pm 0.0056$ da Planck 2018).

Capitolo 2

La fisica della CMB

2.1 La radiazione cosmica di fondo

2.1.1 Caratteristiche generali

La scoperta della radiazione cosmica di fondo nelle Microonde, anche chiamata radiazione fossile o CMB avvenne in maniera casuale nel 1965 da parte di due tecnici che gestivano antenne radio per le telecomunicazioni dell'epoca: Robert Wilson e Arno Penzias. Nel segnale da loro rilevato c'era un eccesso di temperatura di circa 3°K. Eccesso, che rimase inalterato nonostante gli sforzi fatti per schermarlo. L'osservazione della radiazione mostrò che essa arrivava alla Terra da ogni direzione e con la missione COBE si stabilì che l'emissione era quella di corpo nero sulla temperatura di

$$T_0 = 2.725 \pm 0.001K. \quad (2.1)$$

Risale al 1992 la prima rilevazione delle fluttuazioni del fondo cosmico di microonde e fu effettuata dal team di COBE. Si pensa che queste fluttuazioni siano dovute alle variazioni di densità presenti nel momento della ricombinazione. L'obbiettivo seguente fu quello di costruire modelli teorici che spiegassero l'origine di queste fluttuazioni, e qui, fu fondamentale introdurre una materia diversa da quella barionica: la materia oscura. Nell'esperimento si osservarono le lunghezze d'onda comprese tra 0.5cm e 1cm e come risultato si ebbe lo spettro di corpo nero più preciso mai osservato e si rivelarono deviazioni dall'isotropia per circa $(1/100000)$ in $\Delta T/T$.

2.1.2 L'epoca della ricombinazione e l'origine della CMB

L'universo appare oggi trasparente, questa condizione però non è sempre stata vera, infatti la contrazione che lo spazio subisce andando indietro nel tempo porta ad uno stato di opacità dovuto all'aumento della densità e dell'energia dei fotoni con il progredire del redshift. Gli atomi di idrogeno vengono ionizzati intorno ai 3000°K, ci deve quindi essere un momento in cui si passa da una fase caratterizzata dalla presenza di gas primordiale neutro, ad uno stato precedente ricco di elettroni liberi e in cui, quindi, la sezione d'urto è quella di Thomson e il cammino libero medio molto breve. Queste particelle, (nuclei ed elettroni liberi) collidono con urti molto frequenti dando origine al plasma ionizzato. Questo passaggio all'opacità avviene gradualmente ma intorno a redshift 1100 ed è chiamato *Ricombinazione* o *Disaccoppiamento*. Quest'epoca risulta quindi essere la superficie di ultimo scattering, oltre la quale una visione diretta dell'universo non è possibile ed oltre la quale gli urti sono così frequenti da creare un completo equilibrio tra radiazione e materia.

La densità di energia fotonica è data da:

$$\rho_\gamma = \frac{8\pi}{c^3} \int_0^\infty \frac{h\nu^3 d\nu}{[\exp(h\nu/kT_\gamma) - 1]} \propto T_\gamma^4$$

dove la seconda espressione è scritta come funzione di Planck per il corpo nero. Si può quindi facilmente dedurre che

$$\rho_\gamma \propto \frac{1}{a^4} \quad e \quad \rho_\gamma \propto T_\gamma^4 \quad \Rightarrow \quad T_\gamma \propto \frac{1}{a}.$$

Relazione da cui si evince che l'universo espandendosi si raffredda. Essendo oggi a circa 3K, precedentemente doveva essere molto più caldo. Evolvendo la temperatura dovrebbe cambiare anche la distribuzione della densità di energia ma essendo che:

- la frequenza si riduce con l'inverso del fattore di scala e al denominatore sono presenti entrambe le quantità (ν, T) quindi le rispettive riduzioni vengono assorbite
- al numeratore la frequenza alla terza scala come il volume esattamente allo stesso modo della densità di energia

⇒ Allora la distribuzione rimane quella di corpo nero anche con l'abbassarsi della temperatura.

Nel caso del processo di espansione dell'universo le interazioni tra le particelle di materia si possono considerare trascurabili, il loro numero varia quindi in maniera proporzionale all'in-

verso del volume ($n \propto 1/a^3$) così come anche la densità varia come $\rho \propto 1/a^3$. Il rapporto tra i fotoni e i barioni di conseguenza rimane conservato con l'evolversi del tempo, è un'invariante cosmica e vale:

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \simeq 10^{-9}.$$

Proprio il grande numero di fotoni rispetto ai barioni influisce sul calcolo del momento in cui è avvenuta la ricombinazione; essa avviene a redshift inferiori rispetto a quelli richiesti se il numero delle due componenti fosse paragonabile, vi è infatti un numero sufficiente di fotoni anche nella coda della distribuzione di Planck con energia sufficiente per ionizzare gli atomi. Dopo aver risolto il sistema di Boltzmann si arriva alla temperatura di disaccoppiamento sopracitata di circa 3000K, che corrisponde ad un universo di dimensione circa mille volte minore rispetto all'attuale, ($a_{dec} \simeq 1/1000$, assumendo $a(t_0) = 1$). Si osservi che quando i fotoni fuggirono dalla superficie di ultimo scattering avevano una temperatura di 3000K, quindi una frequenza molto maggiore rispetto a quella attuale, e la radiazione prodotta non apparteneva allo spettro delle microonde. (Vedi, per esempio, [9]).

2.2 Anisotropie della radiazione cosmica di fondo

Le prime anisotropie ad essere rilevate nella radiazione cosmica di fondo furono quelle del 1992 con il satellite COBE. La mappa creata in questo processo mostrava solo le variazioni di temperatura più evidenti, non nel dettaglio, a causa del rumore di fondo. Fu solo con esperimenti successivi che si riuscì a cogliere la struttura più dettagliata dello spettro di potenza che verrà descritto nel paragrafo 2.2.2. Nel 2003 con la missione WMAP fu possibile ottenere risultati con una precisione fino a 10 arcominuti. Si veda figura 2.1.

Successivamente, grazie alla missione Planck, si sono misurate le anisotropie in temperatura con la miglior precisione che si potrà mai raggiungere, (in pratica quella di una misura ideale), con una risoluzione angolare di circa 5 arcominuti. Si sono inoltre ottenute misure estremamente precise della polarizzazione della CMB. L'ampiezza delle oscillazioni è dell'ordine di 10^{-5} , cioè di circa $30\mu K$ su una base di 3K. (Si veda la figura 2.4).

Si possono dedurre importanti informazioni dallo studio della CMB grazie al fatto che ci sono anisotropie su piccole scale, dove hanno luogo interazioni tra le particelle. Le regioni

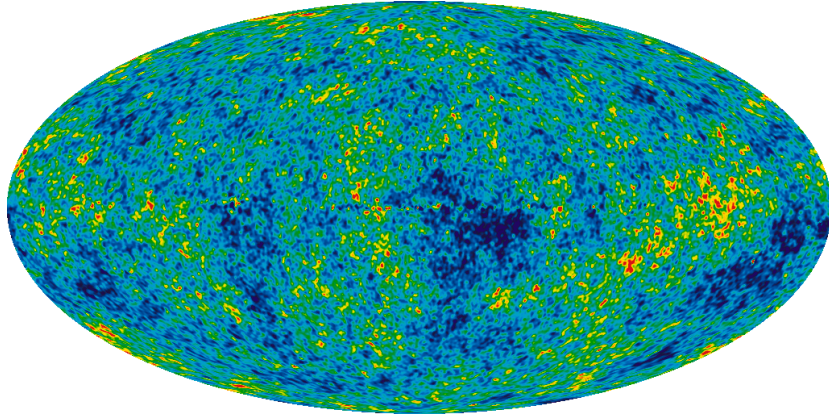


Figura 2.1: NASA, WMAP science team. Nove anni di dati. L'immagine mostra le fluttuazioni di temperatura di 13.77 miliardi di anni fa con colori diversi. L'immagine mostra un range di temperatura di ± 200 microKelvin.

connesse causalmente non sottendono più di un grado di cielo; all'interno dell'area definita da questo orizzonte i fenomeni fisici si combinano a formare uno spettro e, considerando il contributo delle componenti singolarmente si può mostrare come i barioni, la materia oscura, Λ , H_0 o la curvatura dell'universo lo influenzino. È proprio la descrizione statistica di queste anisotropie che è sensibile al variare dei parametri del modello standard Λ CDM. Per una descrizione più completa si veda il paragrafo 2.3. (Vedi, per esempio, [14] e [10]).

2.2.1 Formazione delle anisotropie

Le fluttuazioni della temperatura sono dovute, molto probabilmente a processi quanto-meccanici che hanno avuto luogo nel periodo dell'inflazione. Per il principio di indeterminazione di Heisenberg, infatti, anche in uno spazio apparentemente vuoto ci sono particelle che compaiono per periodi molto brevi, tali che normalmente possono essere trascurate. Durante l'inflazione però, l'espansione ha dilatato ogni fluttuazione e nel corso di questo processo altre, di dimensioni minori, si sono formate continuamente per poi essere estese. In seguito l'instabilità gravitazionale è intervenuta nell'evolversi di queste irregolarità. Come introdotto nel paragrafo 2.1.2, prima del redshift cui è avvenuta la ricombinazione i fotoni avevano sufficiente energia per ionizzare l'idrogeno dando origine ad un fluido di barioni e fotoni in cui le interazioni tra questi ultimi e gli elettroni erano date dallo scattering di Compton e quelle tra elettroni

e barioni dalle interazioni elettromagnetiche. I fotoni, una volta formatosi l'idrogeno neutro in seguito al raffreddamento del "fluido", ebbero come superficie di ultimo scattering quella dominata dalle strutture di compressione e rarefazione, (punti caldi e freddi rispettivamente), queste sono chiamate *anisotropie primarie*, causate dalla pressione fotonica che agisce contro l'attrazione gravitazionale della materia dando origine alle onde acustiche.

La rapida espansione ha poi portato queste disomogeneità ad assumere dimensioni cosmiche. Nel momento in cui la radiazione venne rilasciata, non vi fu più la pressione di radiazione che permetteva le oscillazioni tra compressione e rarefazione e, di conseguenza, gli atomi iniziarono il loro collasso. Con il passare del tempo la materia "cadde" nei punti di attrazione gravitazionale maggiori dando origine agli oggetti più pesanti e alla struttura che noi oggi osserviamo nella disposizione delle galassie.

Fluttuazioni spaziali su superfici molto distanti vengono proiettate, sul piano del cielo, come anisotropie dipendenti dalla distanza di diametro angolare e dalla curvatura dell'universo. È utile ricordare, per lo studio della proiezione di queste disomogeneità, che la curvatura è pari a: $K = -H_0^2 \Omega_k / c^2$ con $\Omega_k = 1 - \Omega_0 - \Omega_\Lambda$. Si veda figura 2.2.

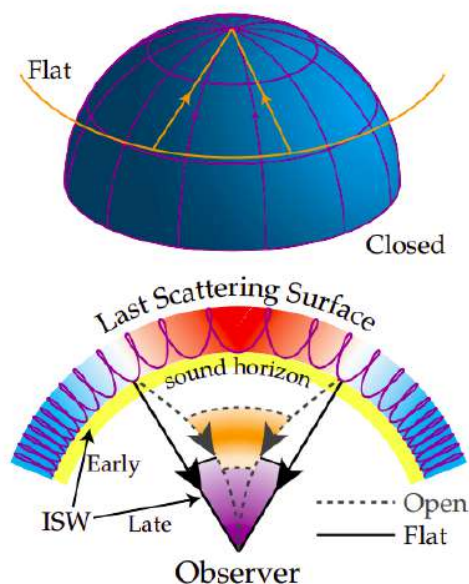


Figura 2.2: Dipendenza della dimensione angolare dell'anisotropia dalla geometria dell'universo. A parità di distanza una scala più piccola sottende lo stesso angolo nel caso di universo chiuso. Immagine presa da [14].

Ad oggi, nel modello standard si utilizza una descrizione con $k = 1$ che, una volta fissato permette un'interpolazione migliore con i dati della CMB.

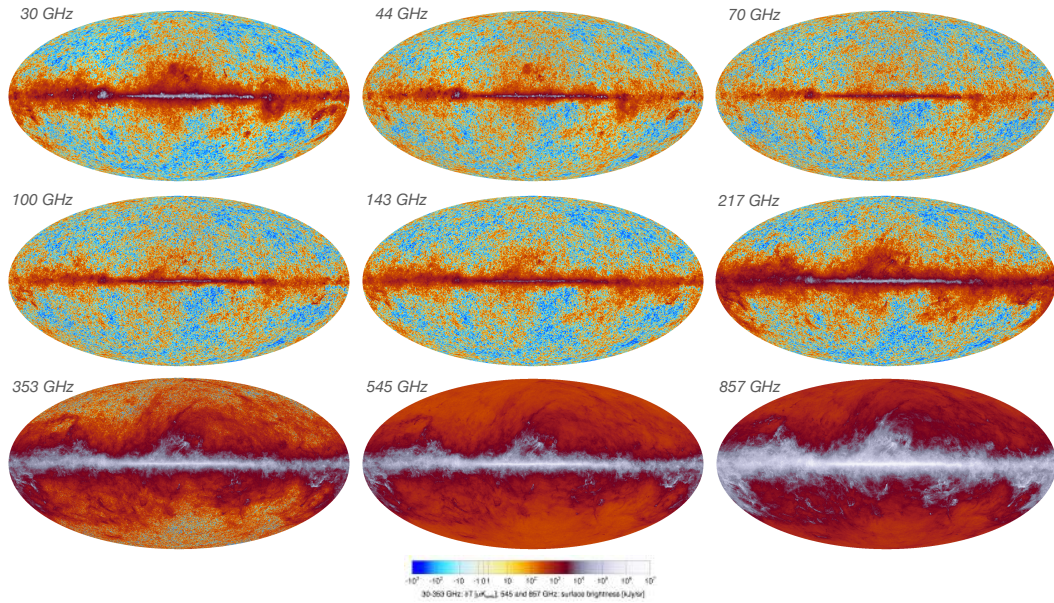
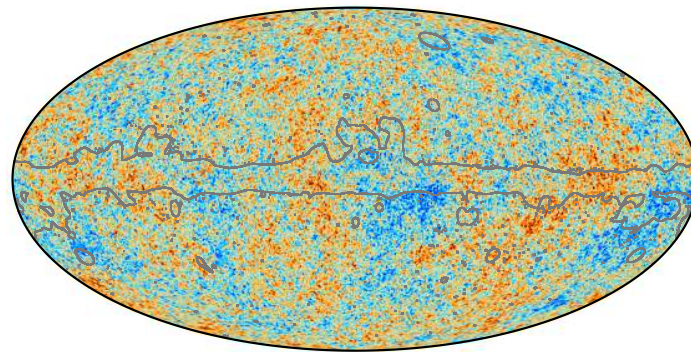
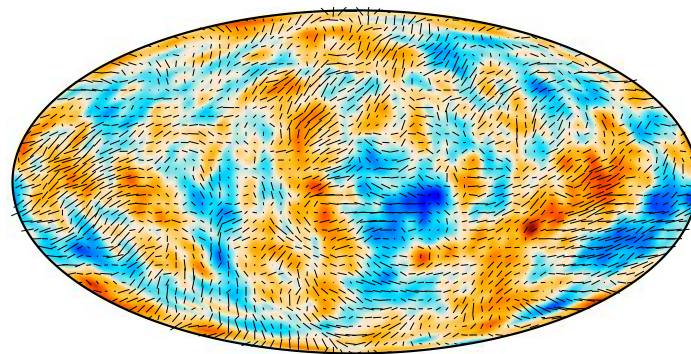


Figura 2.3: Fondo cosmico di microonde osservato da Planck in un intervallo di frequenze tra 30 e 850GHz. (Luglio 2018). Nelle mappe si possono osservare le anisotropie della CMB. *Esa and the Planck Collaboration.*



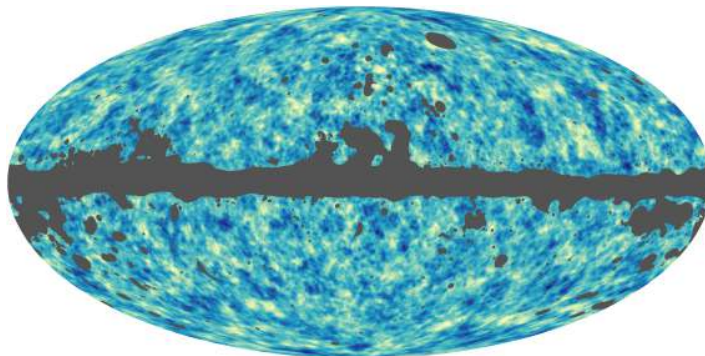
-300 300 μK

(a)



0.41 μK -160 160 μK

(b)



-0.0016 0.0016

(c)

Figura 2.4: L'immagine mostra la mappa piú recente di Planck della CMB, in particolare, il pannello superiore (a) rappresenta la mappatura della temperatura effettuata da SMICA nel 2018, quello centrale (b) rappresenta la polarizzazione sovrapposta alle anisotropie di temperatura; e, quello inferiore (c), mostra gli angoli di deflessione della radiazione dovuti al fenomeno di lensing. *Esa and the Planck Collaboration.*

2.2.2 Lo spettro di potenza

Lo studio della CMB viene effettuato in base alla temperatura che il fondo assume in una particolare direzione del cielo. Una statistica delle fluttuazioni della radiazione viene effettuata attraverso un'espansione con le armoniche sferiche ($Y_m^l(\theta, \phi)$) della temperatura.

$$\frac{\Delta T(\theta, \phi)}{T} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=+l} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (2.2)$$

dove a_{lm} esprime la misura della dimensione dell'anisotropia. Nello studio, il coefficiente effettivamente utilizzato però è C_ℓ , lo spettro di potenza angolare

$$C_\ell = \langle |a_{lm}|^2 \rangle. \quad (2.3)$$

La differenza che questo parametro assume nella regione di Universo considerata e la media su tutto il cielo prende il nome di varianza cosmica.

La scala fisica viene convertita in una angolare che ha come angolo fondamentale quello di un grado sul piano del cielo. Il multipolo ℓ è l'inverso ed è espresso in radianti, quello fondamentale è circa $\ell = 200$.

Un piccolo valore di ℓ corrisponde ad una grande scala angolare e viceversa. La quantità $|a_{lm}|^2$, infatti, fornisce la dimensione delle anisotropie su una scala di circa $180^\circ/\ell$. Solitamente le mappe della CMB rappresentano i valori di ℓ che vanno da due a qualche migliaio; $\ell = 1$ viene sottratto perché rappresenta il dipolo, deriva quindi dal moto della Terra nello spazio. Dal quadrupolo ($\ell = 2$), invece, le anisotropie possono aver avuto origine al momento della ricombinazione o successivamente, fino a t_0 .

Si ha un errore di precisione associato al numero finito di a_{lm} che si osservano per ogni ℓ e questo determina un'incertezza teorica che si chiama varianza cosmica.

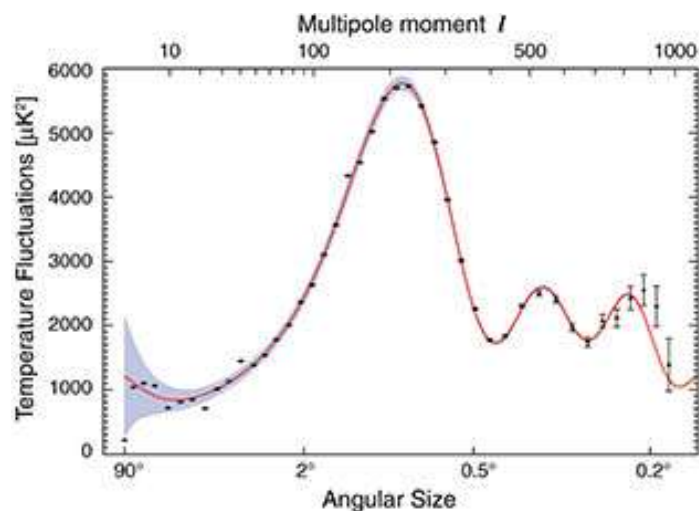


Figura 2.5: Spettro angolare delle fluttuazioni nella WMAP. Mostra le differenze in temperatura delle anisotropie vs. la dimensione delle stesse ed è basato su 5 anni di dati. La linea rossa mostra la migliore interpolazione per il modello cosmologico considerato. L'area colorata indica l'incertezza statistica data dalla varianza cosmica. Credit: NASA / WMAP Science Team.

Si può osservare, in figura 2.5, che, su larga scala, (a piccoli ℓ), il valore $\ell(\ell + 1)C_\ell$ rimane costante a causa dell'effetto Sachs-Wolfe. Esso consiste in variazioni di potenziale gravitazionale per le quali vi sono modifiche della metrica che portano a cambiamenti di frequenza dei fotoni che le attraversano. (Si immagina la radiazione che passa in una buca di potenziale subendo l'effetto del redshift). Spostandosi su scale minori a circa 1° , $\ell \simeq 200$ si trova un picco piuttosto largo, seguito poi da picchi di ampiezza minore.

A grandi scale non c'è stato abbastanza tempo per l'Universo di evolversi, in questo modo lo spettro ci mostra le condizioni iniziali. Dalla stessa figura (2.5) si evince che il modello cosmologico testato segue in maniera molto fedele l'andamento dei dati, stando entro il limite della loro incertezza. Sono proprio le osservazioni della CMB a stabilire quali debbano essere i requisiti sul modello cosmologico. (Vedi, per esempio, [14] e [9]).

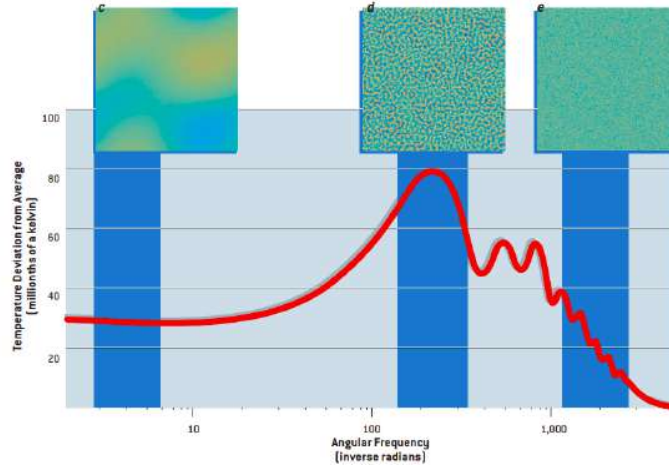


Figura 2.6: Spettro di potenza CMB. Immagine che descrive il variare delle dimensioni delle anisotropie su diverse scale angolari. Immagine presa da [16].

2.3 I parametri cosmologici e la CMB

Il primo parametro cosmologico ad essere dedotto in seguito allo studio della radiazione di fondo fu la densità di energia totale, stimato grazie alla misura del primo picco dello spettro delle anisotropie su grande scala estratto da COBE. Con il passare del tempo, affinando lo studio per liberarsi dalle degenerazioni si sono trovati i mezzi per capire quali anisotropie sono sottoposte a cambiamenti nel momento in cui si variano i parametri cosmologici.

Dal punto di vista matematico si scompone il sistema in oscillatori indipendenti, la perturbazione della temperatura evolve infatti come un oscillatore armonico fino al momento della ricombinazione.

Si scrive una perturbazione della temperatura come $\Theta = \Delta T/T$ e se ne scrive l'evoluzione con l'equazione dell'oscillatore armonico

$$m_{eff}\ddot{\Theta} + k^2 c^2 \frac{\Theta}{3} \simeq m_{eff}g \quad (2.4)$$

considerando $m_{eff} = 1 + R$ con $R \simeq \frac{3\rho_b}{4\rho_\gamma}$. La frequenza di oscillazione sarà invece data da $\omega = kc_s$ con c_s velocità del suono, cioè un numero di lunghezze d'onda la velocità del suono. La lunghezza d'onda è uguale a π diviso per la distanza che il suono può percorrere alla ricombinazione, il *sound horizon*, r_s che viene utilizzato come "regolo standard" perché

definisce la scala di distanza della CMB.

L'accelerazione è descritta dalla gravità quindi

$$g = -k^2 c^2 \frac{\Psi}{3} - \ddot{\Phi} \quad (2.5)$$

- Φ è il potenziale gravitazionale Newtoniano
- $\Phi \simeq -\Psi$ è la perturbazione della curvatura.

Le quantità appena descritte sono in relazione attraverso l'equazione di Poisson che descrive l'azione gravitazionale.

- La *geometria spaziale* può essere dedotta dallo studio della posizione del **primo picco** dello spettro di potenza. Esso corrisponde ad una perturbazione che ha occupato il tempo giusto di una sola oscillazione, quello di Hubble (H^{-1}), cioè il tempo di vita dell'Universo stimato al momento della Ricombinazione. Assumendo la velocità del suono praticamente pari a quella della luce si può scrivere la lunghezza di Hubble pari a cH^{-1} . Il primo picco corrisponde quindi alla scala fisica di questa oscillazione che prende il nome di orizzonte sonoro, *sound Horizon* (r_s). Con il diminuire della curvatura dell'Universo il picco si muove ad angoli minori, quindi a multipoli più alti, se si trascura la presenza di energia oscura, in caso contrario, la curvatura dello spazio non modifica eccessivamente il dislocamento del primo picco, anzi esso viene traslato leggermente verso sinistra a causa delle modifiche sulla distanza che la luce percorre imposte dalla costante stessa. La quantità considerata costante nel ragionamento precedente è proprio la densità della materia, ($\Omega_m h^2$, avendo considerato $H_0 = 100h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ e $h = 0.7$), non la frazione di densità critica Ω_m , H infatti è parte integrante della definizione di quest'ultima. Nel caso venga commesso un errore nella stima della densità fissata, esso si ripercuote sul calcolo della velocità del suono e di conseguenza la distanza che esso poteva percorrere alla ricombinazione. Sono proprio questi parametri a variare la forma dei picchi dello spettro di potenza. (Vedi, per esempio, [15]). Si veda figura 2.7.

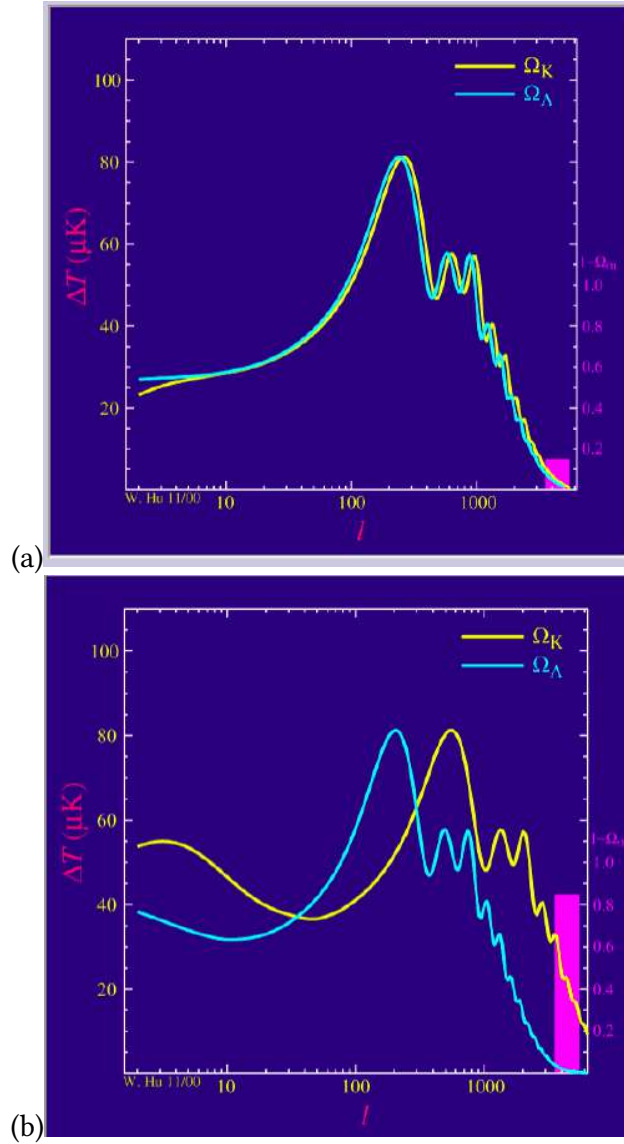


Figura 2.7: Con il passaggio dalla condizione (a) alla condizione (b) il picco della curva gialla si muove a multipoli più alti preservando la sua forma, mentre inserendo la componente di energia oscura, curva blu, esso subisce una traslazione minore. Immagine presa da [15].

I dati osservati da WMAP forniscono un risultato di

$$\Omega_m + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda = 1.02 \pm 0.002,$$

che sembra confermare che l'universo sia piatto con una precisione di qualche percento. (Vedi, per esempio, [9]).

- Il **secondo picco** è un'armonica della scala fondamentale dato da una lunghezza d'onda $k_2 = 2k_1$ e, anch'esso, si osserva grazie alla formazione delle onde acustiche che si generano per la presenza del potenziale gravitazionale. Il parametro da cui viene maggiormente influenzata l'altezza del picco è la densità di barioni, essi costituiscono infatti la massa inerziale del sistema oscillante. Le oscillazioni acustiche descritte in precedenza infatti erano caratterizzate da oscillazioni di materia e radiazione simmetriche rispetto al punto di equilibrio, (*Baryonic Acoustic Oscillations*, BAO). Nel caso in cui non si possa trascurare l'abbondanza di barioni le compressioni diventano dominanti sulle rarefazioni e questo effetto è descritto come *Baryon drag*. Mentre i picchi dispari misurano la profondità a cui il plasma può arrivare nelle buche di potenziale, quelli pari rappresentano la capacità che esso ha di uscirne nuovamente una volta che il moto di compressione viene invertito dalla pressione; con l'aumento del numero di barioni il primo picco tende quindi a dominare sul secondo. Un'altra conseguenza di quest'ultimo incremento è quella di diminuire la frequenza di oscillazione spostando i picchi verso multipoli più alti. La stima attuale della densità di barioni è $\Omega_b h^2 = 0.02$. Trovando lo stesso parametro attraverso la teoria della nucleosintesi si ottiene la prova dell'assenza di una quantità di barioni che può essere giustificata con l'esistenza di barioni oscuri, *dark barions*.
- I **picchi acustici più alti** rispecchiano il rapporto tra la densità di energia della materia oscura e della radiazione. Conoscendo la quantità di radiazione dalla misura della temperatura della CMB, l'andamento dello spettro diventa sensibile esclusivamente alla variazione di densità di materia oscura. Nel caso in cui la radiazione domini sulla densità di materia, cosa che succede nell'universo primordiale, allora il potenziale gravitazionale non può più essere considerato costante come assunto fino ad adesso ma diventa dipendente dal tempo. Nel momento in cui la pressione impedisce alla compressione della radiazione di proseguire, le fluttuazioni di densità si stabilizzano, il potenziale gravitazionale decade così con l'espandersi dell'universo. Avvenendo il decadimento prima della compressione totale, l'ampiezza delle oscillazioni aumenta, soprattutto se la frequenza dell'oscillazione forzata combacia con quella naturale. Questo effetto viene descritto come *Driving Effect* e non è rilevabile nel caso in cui domini la materia oscura.

Il comportamento dello spettro causato dalla presenza di materia oscura diventa distinguibile da quello dei barioni solo dopo i primi tre picchi, essa infatti domina sulla materia barionica nel plasma se il terzo picco supera il secondo. Una misura della densità di materia oscura, inoltre, aiuta nello stimare la curvatura dell'Universo.

- Per i **picchi acustici ad alti multipoli** avviene un processo di appiattimento dovuto al fatto che le fluttuazioni sono di dimensioni paragonabili al cammino libero medio dei fotoni alla ricombinazione. Durante la fase di disaccoppiamento infatti i fotoni collidono con i barioni provocando così un mescolamento tra fotoni a frequenze, temperature, diverse. (*Diffusion damping*). Nel momento in cui la densità di barioni diventa preponderante, diminuisce il cammino libero medio della radiazione, fatto che porta l'effetto di smorzamento ad incidere sempre meno sullo spettro. Nel modello Λ CDM la distanza dipende da: parametro di curvatura, densità di barioni e materia oscura; quantità che possono essere dedotte dalle posizioni dei picchi dello spettro della CMB. L'effetto damping può quindi essere una prova del modello standard e può fornire indicazioni sull'età dell'universo, aumentando la densità di materia, la ricombinazione avviene ad epoche più tarde, incrementando la scala angolare a cui avviene l'appiattimento.

La precisione dei parametri cosmologici è fortemente legata alla loro degenerazione, che può essere eliminata grazie ad informazioni aggiuntive quali la polarizzazione della CMB o lo studio di anisotropie secondarie. Queste ultime si formano nel periodo che va dalla ricombinazione fino al presente e possono essere dovute ad effetti gravitazionali di distorsione della metrica, o dovute a nuovi scattering dati da ionizzazioni successive. Soprattutto su larghe scale però si presenta il problema di avere un solo cielo a disposizione per compiere misure, cosa che rende più difficile effettuare una media precisa con cui fare i confronti.

2.3.1 Parametri cosmologici e costante di Hubble

Si può riassumere il legame che questi parametri hanno con la determinazione della costante di Hubble a partire dalla CMB in tre passaggi fondamentali:

- Si determina la densità di barioni e della materia per calcolare r_s .

- Si definisce Θ_s come la dimensione angolare proiettata dell'orizzonte sonoro, esso dipende dalla distanza tra i picchi acustici. Si definisce poi il diametro angolare comovente di ultimo scattering $D_a = r_s/\Theta_s$.
- Si vincola il parametro di energia oscura in modo da specificare la relazione $D_A = \int_0^z dz/H(z)$.

Le quantità r, Θ, D_A, z si riferiscono alla superficie di ultimo scattering della CMB.

Nello specifico:

$$r_s = \int_0^t \frac{dt}{a(t)} c_s(t) = \int_z^\infty \frac{dz}{H(z)} c_s(t) \quad (2.6)$$

(Riferendosi appunto alla superficie di ultimo scattering il redshift e il tempo sono quelli del momento in cui la profondità ottica diventa pari ad 1). Questa grandezza è quella che compare nello spettro di potenza mentre per le oscillazioni barioniche acustiche (BAO) si utilizzano i tempi e i redshift, leggermente successivi, della *Baryon Drag epoch* cioè del momento in cui i barioni non subiscono più l'interazione con i fotoni. Le dipendenze non trascurabili nell'equazione (3.4) sono da c_s e $H(z)$. La velocità del suono dipende dal rapporto di densità tra barioni e fotoni, il parametro di Hubble invece dalle densità medie quali: la densità dei neutrini, che dipende dalla temperatura dei fotoni; la densità della materia e quella associata a Λ che però non influisce in questo calcolo.

Anche l'intervallo spaziale tra due picchi successivi dello spettro dipende dal rapporto

$$\rho_{materia}/\rho_{radiazione}.$$

Si scrive la soluzione generica per l'era dominata dalla materia come:

$$\delta(k, \nu) \propto \cos kr_s(\nu) + \delta\phi(k). \quad (2.7)$$

Nell'istante iniziale, il cambiamento di fase è nullo infatti il decadimento del potenziale non ha ancora avuto modo di fare effetto. Per descrivere la posizione dei picchi p^{th} in due dimensioni con valori che vanno da k a $\ell = kD_A$ si scrive:

$$\ell_p = k_p D_A = p(\pi - \delta\phi(k_p)) D_A / r_s \quad (2.8)$$

che, approssimando $\delta\phi(k_p) = \delta\phi(k_{p+1})$ e definendo $\Delta\ell = \ell_{p+1} - \ell_p$ permette di trovare:

$$\theta_s = \frac{\pi}{\Delta\ell}. \quad (2.9)$$

In prima approssimazione, l'ampiezza angolare di r_s può essere dedotta dalla spaziatura presente tra i picchi dello spettro della CMB. A questo punto si trova il valore di ω_Λ sapendo che $D_A = r_s/\theta_s$ e che

$$D_A = \int_0^{z_s} \frac{dz}{H(z)} = 2.998 \text{ Mpc} \int_0^{z_s} \frac{dz}{\sqrt{\omega_\Lambda + \omega_m(1+z)^3 + \omega_\gamma(1+z)^4 + \omega_\nu(z)}}. \quad (2.10)$$

(Nell'equazione (2.10) la lettera ω si riferisce alla densità di energia delle varie componenti).

Risulta quindi completamente definito il valore di H_0 per $z = 0$. (Vedi, per esempio, [7]).

Capitolo 3

La misura della costante di Hubble

3.1 La storia di H_0

Intorno al 1929 il modo di studiare l'Universo è cambiato totalmente grazie alla scoperta che afferma che esso è in espansione. Questa rivoluzione fu possibile grazie alle osservazioni condotte dal fisico Edwin Hubble sulle galassie dell'universo vicino: per bassi redshift, la proporzionalità tra la velocità di recessione e la loro distanza definisce la costante di Hubble, (si veda equazione 1.3), che, da quel momento è diventata un parametro centrale nella descrizione della dinamica ed evoluzione dell'Universo. In particolare determinarne un valore corretto rappresenta una delle modalità a nostra disposizione per porre dei vincoli sulle caratteristiche che il modello che si utilizza per descrivere l'universo deve possedere. H_0 viene inoltre sfruttato per determinare dimensione ed età dell'universo osservabile. La prima stima effettuata da Hubble ed il suo team fu di $H_0 = 500 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

Il valore di H_0 viene calcolato a partire da osservazioni dell'universo locale attraverso i diagrammi di Hubble (magnitudine-redshift delle Supernovae Ia). Questo metodo richiede la calibrazione della magnitudine assoluta delle supernovae utilizzando la scala delle distanze astronomica, in cui l'indicatore primario è dato dalla parallasse e quello intermedio dalle Cefeidi. Questa scala viene costruita utilizzando la geometria per calibrare la luminosità dei due oggetti sopra citati. Questi vengono solitamente osservati a distanze elevate a cui, quindi, non è possibile usare metodi di calcolo delle distanze puramente geometrici come la parallasse. Le Cefeidi sono sorgenti di cui la luminosità è nota grazie alla relazione che c'è tra essa e il periodo

di pulsazione della stella, avendo calibrato la scala su stelle a distanze minori note grazie al metodo della parallasse. Sia per le stelle variabili che per le Supernovae Ia (si veda paragrafo 1.6.3), si calcolano distanza e redshift per poi ottenere la stima del parametro di Hubble.

Di seguito viene riportato un elenco di alcuni tra i principali esperimenti dedicati alla determinazione di $H(t)$.

- **HOLiCOW**, (H_0 Lenses in COSMOGRAIL's Wellspring), ha misurato l'espansione dell'universo attraverso lo studio di quasars visti per mezzo di lenti gravitazionali forti, fornendo un valore di $H_0 = 73.3 \pm 1.8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. (Dato preso da [21]).
- Il valore è stato poi ristretto all'interno dell'intervallo $(50 - 100) \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. In particolare fu fondamentale l'utilizzo del telescopio spaziale **HST** (Hubble Space Telescope) che ha portato il gruppo di *Hubble Key Project Freedman* nel **2001** a determinare $H_0 = 72 \pm 2(\text{statistica}) \pm 7(\text{sistematica}) \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (dato preso da [22]). Questa misura è rimasta da quel momento praticamente costante, ciò che invece è stato in continua evoluzione è l'errore ad essa associato, che, con lo specializzarsi delle missioni è stato ridotto fino a raggiungere, nel **2019** un'incertezza inferiore al 2%, si veda infatti l'ultima stima pari a $67.66 \pm 0.42 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (dato preso da [19]). HST è stato utilizzato per rendere sempre più precise le misure astrofisiche utilizzate per definire la scala di distanze.
- **SHOES** (Supernovae H_0 for the equation of state): è un progetto che ha aumentato la precisione con cui vengono calibrate le distanze di supernove grazie all'utilizzo di Cefeidi. Esso ha fornito un valore di $H_0 = 74.03 \pm 1.42 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (dato preso da [7]).
- **ESA Planck Satellite** ha misurato una delle mappe più precise della CMB a partire dal **2016**, portando a valori che identificano il parametro di Hubble nel valore sopracitato e l'età dell'universo pari a: 13.8 ± 0.02 miliardi di anni (dato preso da [19]). Esso rappresenta l'ultima mappatura effettuata dopo **COBE** e **WMAP**.

Una decina di metodi differenti vengono utilizzati per misure locali di H_0 ed essi forniscono dati tra $72.8 \pm 1.1 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ e $74.3 \pm 1.0 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, mostrando una tensione da 4.5σ a 6.3σ con la stima calcolata dalla missione Planck. Questi dati mostrano misure locali che

superano in maniera non trascurabile quelle dell'universo primordiale. (Vedi, per esempio, [2] e [18]).

3.2 Tensioni con la misura di H_0

Il modello cosmologico Λ CDM descrive molti dei fenomeni osservati tra cui l'espansione accelerata, la formazione delle strutture, la nucleosintesi primordiale, la geometria, le fluttuazioni e la ricombinazione. La versione di questo modello che descrive il periodo pre-ricombinazione viene utilizzata per trovare la dimensione delle fluttuazioni del plasma, comparando ciò che esso propone con le osservazioni effettuate, si possono infatti determinare i parametri liberi. Si vedano i paragrafi 1.7,2.3. Una verifica dell'attendibilità dei valori ottenuti viene effettuata equiparando la scala di distanza ottenuta con il modello dell'universo primordiale, (dimensione del sound horizon) con quella ottenuta con le misure locali. L'universo infatti deve possedere un'unica scala. Il problema che persiste, anzi, diventa sempre più incisivo con l'aumentare della precisione delle misure, è che l'espansione dell'universo è maggiore di quella prevista. Il modello Λ CDM sembra quindi fallire nel conciliare le misure di distanza-redshift, quando devono essere coerenti con i risultati della CMB dell'universo primordiale, con quelle invece ancorate alla scala di distanza a bassi redshift. Questa discrepanza tra i valori non può essere ignorata, essa potrebbe suggerire una "nuova fisica" per descrivere il cosmo oppure potrebbe segnalare la presenza di errori sistematici sconosciuti nella calibrazione delle distanze. Tra le soluzioni adottate vi è l'ipotesi che il nostro sistema si trovi in un punto particolarmente "vuoto" dell'universo, fatto che potrebbe causare un'espansione eccessivamente accelerata. Di questo non si sono trovate prove e sembra poco probabile. Un'altra possibilità suggerita è una modifica dell'equazione di stato dell'energia oscura che la porterebbe a causare un'espansione maggiore di quella del vuoto. Fatto che si scontra con osservazioni di oggetti a medio redshift. Può essere modificata la composizione fisica dell'universo appena prima del periodo della ricombinazione inserendo una nuova tipologia di neutrino, o un campo scalare sotto forma di energia oscura primordiale (Early Dark Energy, EDE), al fine di incrementare la velocità di espansione, cosa che porta la stima del valore di H ad aumentare. Tra queste due ultime soluzioni, quella che prevede l'inserimento di nuove particelle nel modello può causare dei

contrasti con la teoria che descrive la CMB mentre quella che prevede episodi di EDE sembra rispettarla. Un'altra soluzione proposta in maniera ricorrente è una modifica alla teoria della gravità. Qualunque nuova fisica deve influenzare il periodo prima della ricombinazione per non modificare i dati del periodo successivo che seguono già in modo preciso le previsioni del modello. Non si deve trascurare inoltre il fatto che ad un più elevato valore del parametro di Hubble corrisponde un'età dell'universo maggiore. (Vedi, per esempio, [18]). La discrepanza tra i valori dell'universo primordiale e di quello più tardo non dipende inoltre dalla tecnica utilizzata per calcolare il valore di H_0 . (Vedi, per esempio, [6]).

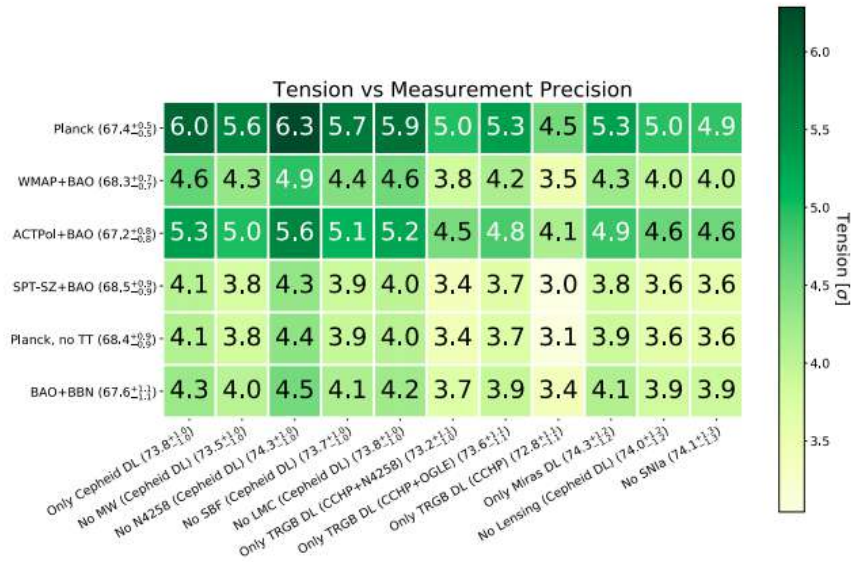


Figura 3.1: Valori della misura del parametro di Hubble e relative incertezze, calcolati con diverse metodologie vs tensione. Figura presa da [18].

I valori di H_0 calcolati basandosi sull'astrofisica o sulla fisica dell'universo primordiale sono indipendenti gli uni dagli altri eppure concordi entro il 10%, le barre di errore però non si sovrappongono. Al momento non sono stati trovati effetti sistematici che spieghino la differenza. Si veda figura 3.2. Se si vuole alleviare questa tensione si deve tenere in considerazione che ad alti redshift si ha come punto di riferimento il sound horizon (r_s) della CMB, i picchi del suo spettro di potenza, infatti, testati con il modello Λ CDM calibrano la velocità del suono e le densità di energia determinando la scala fisica di r_s . Sono infatti le misure della sua scala

angolare a fissare il parametro di Hubble. A bassi redshift invece i limiti sono dati dalle misure delle oscillazioni barioniche acustiche (BAO) e delle Supernove Ia. (Vedi, per esempio, [5]).

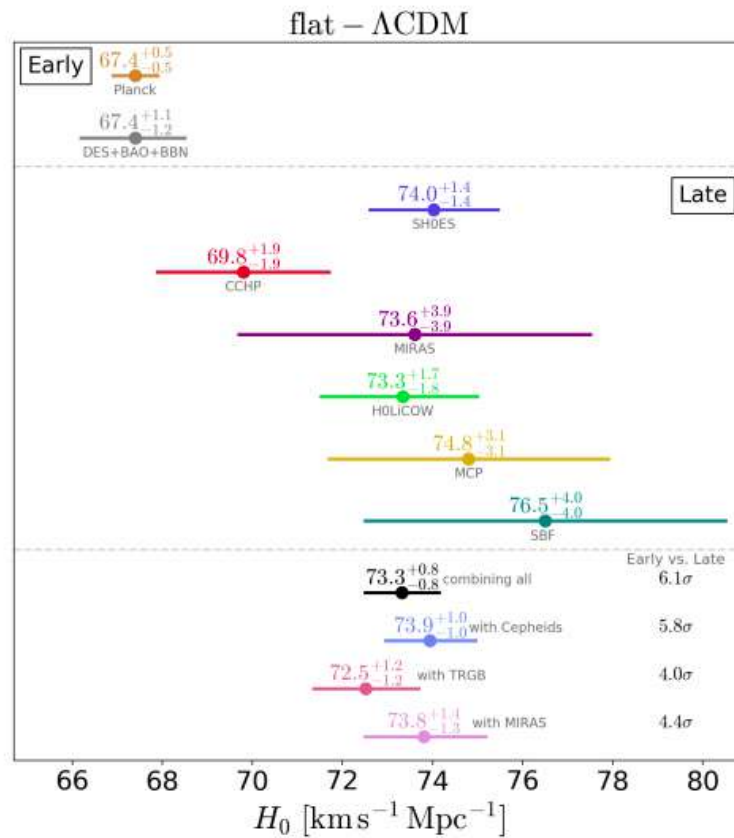


Figura 3.2: Predizioni del valore della costante di Hubble. Due di esse sono basate su modelli di universo primordiale, (in alto a sinistra), mentre altre, su misurazioni effettuate sull'universo locale, (al centro). Figura presa da [6].

3.2.1 Proposte per risolvere la tensione

Vengono di seguito presentate, in maniera generale alcune idee proposte per risolvere la tensione descritta nel paragrafo precedente.

1. Nell'articolo [1] si affronta il problema modificando inizialmente la cosmologia dell'universo primordiale lasciando invariata quella più tarda e poi viceversa. Nel primo caso la tensione viene ridotta aggiungendo un parametro in più, la dipendenza del modello da più parametri infatti diminuisce le restrizioni sulla costante di Hubble. Il numero di specie

relativistiche N_{eff} cambia la densità di energia e di conseguenza la storia dell'espansione. Inserendo una maggiore componente di neutrini si ottiene un valore di H_0 , dedotto dalla CMB, maggiore cioè più vicino a quello misurato localmente, nel rispetto delle costrizioni imposte dallo spettro di potenza. L'effetto di queste particelle è quello di modificare la velocità del suono e la viscosità. Si passa poi alla situazione opposta cioè alla variazione della cosmologia più recente, operazione che deve essere compiuta analizzando la CMB in modo che sia sensibile solo ai parametri dell'universo primordiale. Utilizzando i dati osservativi di candele standard e oscillazioni acustiche si trova $H(z)$ che, sulla base del modello scelto, può essere convertito nell'equazione di stato dell'energia oscura. Nonostante le modifiche imposte sulla cosmologia primordiale il valore della costante di Hubble rimane significativamente più basso delle misure locali. Per quanto riguarda i bassi redshift, invece, la storia espansiva è così legata al modello che le deviazioni proposte permettono di considerare un'incertezza sul valore di H_0 intorno all'1%, comunque non sufficiente per risolvere la tensione che oscilla tra il 5-7%.

2. Nell'articolo [7] vengono esaminati i punti di forza e quelli a sfavore di soluzioni che coinvolgono la decade del fattore di scala di espansione precedente la ricombinazione, soluzioni giudicate dagli autori tra le più probabili. Si analizzano, quindi, i redshift a cui è necessario uscire dal tracciato del modello Λ CDM.

Una delle prime proposte è quella di aumentare la densità della materia per diminuire il sound horizon, operazione che necessita di diminuire ω_Λ , (la densità di energia oscura), e ha come risultato un aumento di $H(z)$ nel periodo dominato dalla materia, e, una diminuzione dello stesso in quello dominato dall'energia oscura. Questo modo di agire però non si concilia con i dati previsti dal modello standard.

Vi è poi un'altra modifica apportata a redshift locali che prevede un aumento dei gradi di libertà nel modello Λ CDM, oppure una che rivede la nota relazione tra distanza e luminosità e un'altra che prevede la variazione dell'equazione di stato dell'energia oscura. Ancora, viene proposta la possibilità di un ulteriore fattore di forza che andrebbe a modificare la relazione periodo-luminosità nelle Cefeidi o, un'evoluzione delle BAO tra ricombinazione e tempo attuale, attraverso nuova fisica come, ad esempio, la gravità

modificata.

Per quanto concerne invece i cambiamenti ad alti redshift sono state proposte: la possibilità di una ricombinazione ad alte temperature, (che provoca una diminuzione del valore dell'orizzonte sonoro ma troppo basso per alleviare la tensione), un abbassamento del valore di r_s per mezzo di una perdita di energia, da parte dei fotoni, più veloce che in una trasformazione adiabatica e modelli che prevedono componenti aggiuntive relativistiche o campi scalari. Questi ultimi, tendenzialmente non arrivano ad avere misure completamente consistenti di H_0 ma riducono la tensione aumentandone l'incertezza.

Anche da questo resoconto di proposte ad alti e bassi redshift non emergono soluzioni convincenti che evitino di generare incertezze di altro tipo. Si prenda ad esempio la soluzione che prevede delle interazioni nuove tra i fotoni con lo scopo di aumentare la luminosità delle Supernovae Ia più lontane; essa trova difficoltà nello spiegare la forma che la funzione distanza-redshift assume in relazione al modello cosmologico standard. Un altro ostacolo che si riscontra invece quando si vuole diminuire il valore dell'orizzonte sonoro è quello di non riuscire a contenere le modifiche su θ_s , distanza angolare comovente, parametro invece conosciuto con alta precisione dalle osservazioni.

3. Nell'articolo [4] si prova ad alleviare la tensione proponendo un'energia oscura primordiale che viene smorzata con l'espandersi dell'universo con lo stesso ritmo della radiazione o addirittura più velocemente. Questa aumenta la dimensione del fattore di espansione primordiale al momento della ricombinazione, concedendo alla radiazione di fondo di fornire un valore più elevato della costante di Hubble. Dal punto di vista fisico essa viene rappresentata con due forme diverse di campi scalari, descritti il primo come *oscillating scalar field* e il secondo come *slowly rolling field*. L'evoluzione delle equazioni che li descrivono viene trattata con la dinamica dei fluidi. All'energia oscura primordiale vengono quindi associati parametri di densità che evolvono nel tempo ed un'equazione di stato. Entrambi questi nuovi modelli si trovano in accordo con le misure fornite dalle standard candle come con il modello Λ CDM. L'obiettivo della ricerca è quello di determinare con precisione la dimensione dei picchi acustici dello spettro di potenza della CMB analizzando la crescita e l'evoluzione delle perturbazioni delle

fluttuazioni. La soluzione più probabile con questo modello prevede una EDE, (*Early Dark Energy*), che contribuisce per circa il 5% della densità di energia totale a redshift $z \simeq 5000$ per poi essere diluita nel tempo. Anche in questo caso le soluzioni sono in grado di alleviare la tensione ma senza riuscire a risolverla completamente.

4. Nell'articolo [5] viene proposto invece un modello di energia oscura che va sotto il nome di *Acoustic Dark Energy* per via dell'effetto gravitazionale che ha sulle oscillazioni acustiche. Essa viene trattata come un fluido, la cui presenza diventa incisiva attorno all'epoca dell'equivalenza tra materia e radiazione e consente un miglioramento nell'interpolazione dei dati provenienti dalla CMB. Intorno a questo redshift quindi, il fluido campo scalare, con due parametri liberi inizia a convertire il suo potenziale in energia cinetica per poi essere diluito dal redshift. Sarà proprio la velocità del suono a variare in maniera coerente con la conversione del potenziale in energia cinetica. L'inserimento dell'ADE oltre ad abbassare il valore di r_s modificando la calibrazione delle distanze misurate con la CMB modifica anche quella delle distanze misurate attraverso le oscillazioni acustiche e le Supernove. Nei casi studiati, la tensione sul parametro di Hubble viene allentata inserendo un contributo di ADE dell'8% della densità di energia totale all'epoca dell'equivalenza. Questo presuppone l'inserimento di due ulteriori parametri all'interno del modello Λ CDM: l'equazione di stato asintotica w_f e la velocità del suono c_s^2 .

3.3 Acoustic Dark Energy

Assumendo che la tensione su H_0 non sia il prodotto di sistematiche non ancora comprese, ci sono in principio due strade per risolverla attraverso una modifica del modello cosmologico. Una è quella di modificare l'espansione dell'Universo ad epoche recenti, ad esempio con modelli di Energia Oscura non standard. Questo tipo di soluzioni sono fortemente vincolate dai dati di Supernovae Ia, Baryon Acoustic Oscillations e CMB. (Si veda, per esempio, [7] e [3]). D'altra parte le più efficaci soluzioni teoriche proposte finora coinvolgono una modifica dell'espansione dell'Universo a tempi primordiali, prima dell'epoca della ricombinazione. Questa, consentirebbe di abbassare il valore di H_0 inferito dai dati della CMB.

In [3] si dimostra come il modo migliore per alleviare la tensione sia modificare l'espansione prima della ricombinazione, essendo l'espansione a tardi tempi fortemente vincolata dai dati e in accordo con Λ CDM, come mostrato nella figura 3.3.

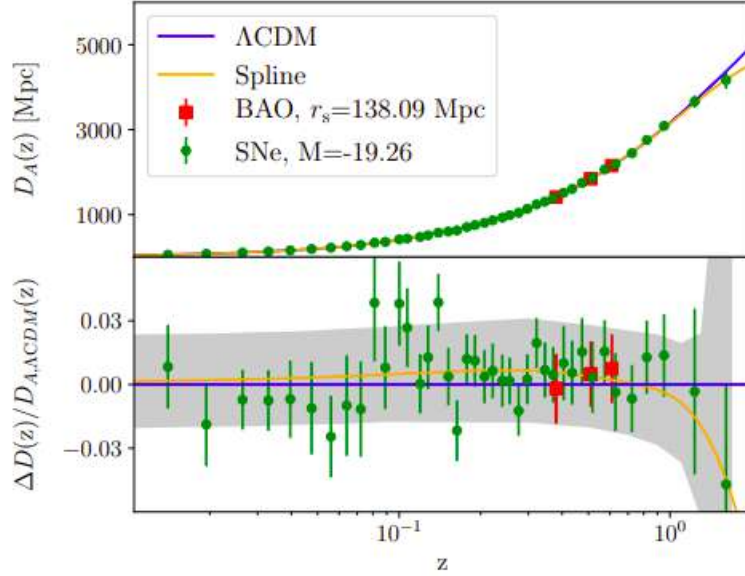


Figura 3.3: Misure della distanza di diametro angolare comovente $D_A(z)$, riconvertite a partire dai dati di Supernove e BAO. $D_{A,\Lambda\text{CDM}}$ rappresenta la distanza di diametro angolare per la migliore interpolazione del modello standard. Figura presa da [3].

Tra le possibilità più semplici per cambiare il tasso di espansione $H(z)$ prima della ricombinazione c'è quella di aggiungere nuove specie relativistiche, come ad esempio i neutrini. Aumentare le specie di queste particelle attraverso il parametro N_{eff} non costituisce però una soluzione valida, a causa del peggioramento del fit con i dati della CMB. Si veda figura 3.4.

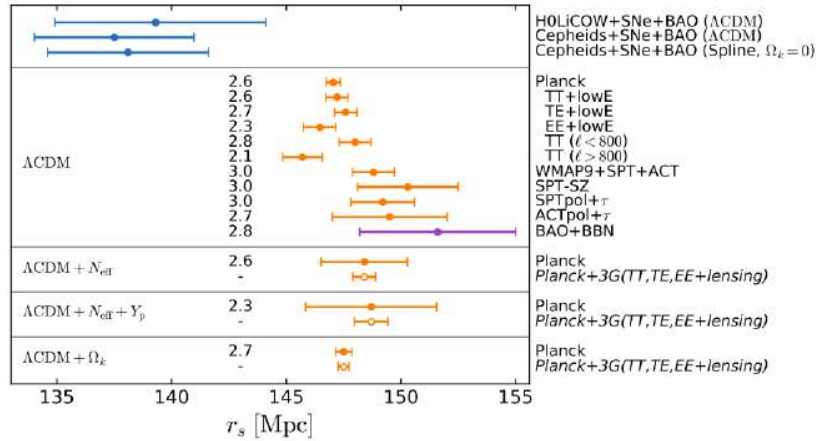


Figura 3.4: La figura mostra misure di r_s derivanti da osservabili cosmologici diversi. Le misure blu non dipendono dal modello a differenza di quelle arancioni. Da questa rappresentazione si evincono due cose: 1) la tensione sulla misura di H_0 è interpretabile anche come una tensione su r_s . 2) I modelli estesi Λ CDM + N_{eff} o Λ CDM + Y non risolvono la tensione. Figura presa da [3].

Eventuali cambiamenti nel modello cosmologico devono avvenire nel periodo localizzato nelle due decadi di evoluzione del fattore di scala prima della ricombinazione. Questo perché nel modello Λ CDM, con la miglior interpolazione dei dati CMB secondo Planck, il contributo all'integrale che definisce r_s è più importante in questo periodo limitato. Consideriamo inoltre θ_{EQ} , come la scala angolare dell'orizzonte cosmologico all'epoca dell'equivalenza. È importante tenere presente, che per avere un buon fit dei dati della CMB, è necessario che il rapporto tra il θ_s e θ_{EQ} resti pressoché invariato. Questo vincola ulteriormente il periodo in cui è possibile cambiare la storia di espansione prima della ricombinazione.

Si vuole ora analizzare in maniera più esaustiva l'ampliamento del modello cosmologico standard con l'inserimento di Acoustic Dark Energy per alleviare la tensione sul parametro di Hubble, in questo caso infatti questa componente rappresenta un cambiamento rispetto a Λ CDM proprio nell'intervallo temporale che rispecchia le condizioni appena descritte.

Ecco quali sono le caratteristiche generali di questo modello.

- La proposta nasce dal fatto che aggiungere ulteriori componenti come un'energia oscura prima della ricombinazione abbassa il valore del sound horizon.

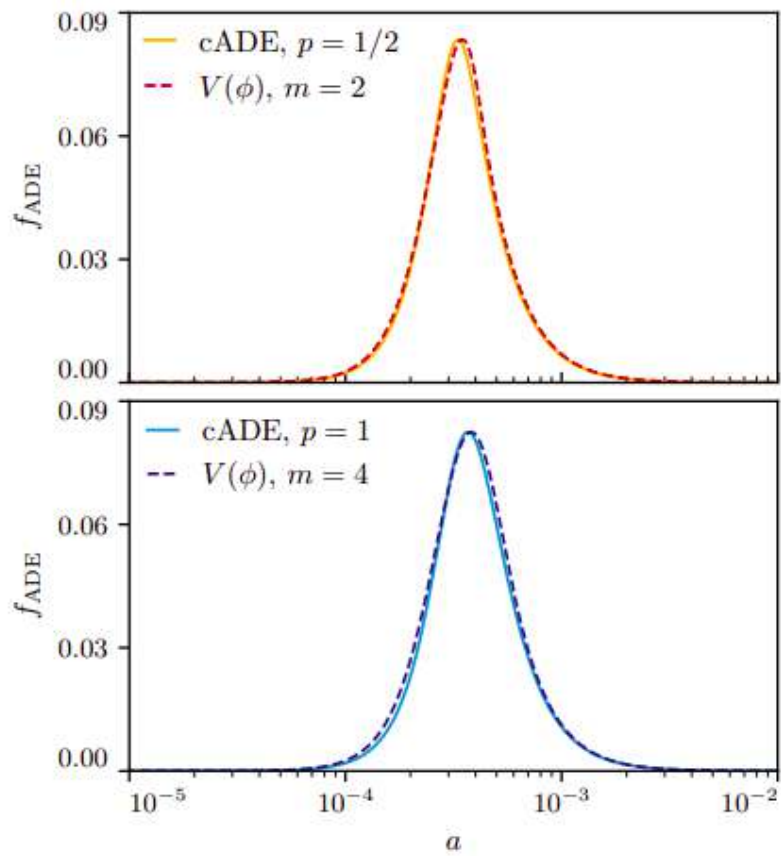


Figura 3.5: Potenziale scalare $V(\phi)$ vs frazione della densità di energia di ADE. Figura presa da [5].

- L' inserimento di una componente di energia oscura a epoche primordiali modifica la scala delle BAO la scala di smorzamento dei picchi acustici più alti, cosa che invece risulta descritta in maniera molto precisa dai dati attuali e che quindi lascerebbe poca possibilità di alzare il valore di H_0 .

Per risolvere questo ultimo problema è necessario che tale componente sia importante in maniera localizzata nel tempo prima della ricombinazione.

- Si può considerare ADE come fluido perfetto con equazione di stato:

$$w_{ADE} = p_{ADE}/\rho_{ADE} \quad (3.1)$$

Si definisce la velocità del suono associata con le perturbazioni di questo fluido come

$$c_s^2 = p_{ADE}/\rho_{ADE}.$$

L'equazione di stato della Acoustic Dark Energy è della seguente forma:

$$1 + w_{ADE}(a) = \frac{1 + w_f}{[1 + (a_c/a)^{3(1+w_f)/p}]^p}; \quad (3.2)$$

dove a_c , w_f e p sono parametri aggiuntivi del modello.

- Il fattore di scala a_c indica il momento in cui l'equazione di stato cambia il suo valore. Essa passa da $w = -1$, equazione tipica delle componenti di Energia Oscura, quindi anche di ADE, a $w = w_f$ dopo questo fattore di scala critico. È proprio grazie a questa caratteristica che si può avere un andamento di densità di energia per questa componente che permette di alleviare la tensione. Si veda figura 3.5.
 - Il parametro p controlla la rapidità dell'evoluzione, il valore assunto nel paper è $p = 1/2$, corrispondente ad un potenziale quadratico semplice di un campo scalare.
- Si può inoltre definire la frazione di densità di energia di ADE rispetto alla densità totale.

$$f_{ADE}(a) = \frac{\rho_{ADE}(a)}{\rho_{tot}(a)} \quad (3.3)$$

con $f_c = f_{ADE}(a_c)$ che rappresenta un ulteriore parametro del modello.

- Il modo in cui evolvono le perturbazioni dipende dalla velocità del suono, che, in questo caso dipende a sua volta dal tempo. Essendo l'impatto sulle osservabili cosmologiche dell'ADE molto localizzato nel tempo allora si può fissare c_s^2 costante con il valore che assume ad a_c . La velocità del suono deve variare in maniera consistente con la conversione del potenziale in energia cinetica. I modelli che permettono una migliore interpolazione dei dati sono quelli che convertono in un intervallo di tempo limitatissimo la quasi totalità di energia potenziale in cinetica ad $a = a_c$ (condizione che permette di porre $c_s^2 = w_f$, operazione che consente di fissare uno dei parametri, rimanendo con tre soli parametri liberi.) La densità di energia di ADE varia rispetto a quella totale nello stesso modo di una funzione delta centrata in a_c , di conseguenza anche il parametro di Hubble $H(a)$ cambia con un simile andamento. Si veda figura 3.5.
- I parametri per il modello descrittivo sono: w_f, a_c, f_C, c_s^2 con p fissato, la tensione viene attenuata anche solo variandone due e lasciando fissati $c_s^2 = w_f = 1$, modello a cui ci si riferisce come cADE.

Model	Λ CDM	cADE	ADE
$100\theta_{MC}$	1.04115 (1.04110±0.00028)	1.04062 (1.04064±0.00031)	1.04072 (1.04081±0.00035)
$\Omega_b h^2$	0.02246 (0.02241±0.00014)	0.02267 (0.02271±0.00022)	0.02270 (0.02263±0.00022)
$\Omega_c h^2$	0.1170 (0.1174±0.0009)	0.1268 (0.1268±0.0032)	0.1274 (0.1242±0.0032)
τ	0.082 (0.075±0.012)	0.064 (0.064±0.012)	0.064 (0.067±0.013)
$\ln(10^{10} A_s)$	3.092 (3.079±0.022)	3.078 (3.078±0.023)	3.080 (3.081±0.023)
n_s	0.9726 (0.9701±0.0039)	0.9833 (0.9833±0.0065)	0.9873 (0.9832±0.0071)
f_c	-	0.082 (0.082±0.025)	0.086 (0.079±0.033)
$\log_{10} a_c$	-	-3.45 (-3.46±0.06)	-3.52 (-3.50±0.15)
w_f	-	1 (fixed)	0.87 (1.89±0.86)
c_s^2	-	1 (fixed)	0.86 (1.07±0.25)
H_0	68.58 (68.35±0.42)	70.57 (70.60±0.85)	70.81 (70.20±0.88)
$\Delta\chi_{tot}^2$	0	-12.7	-14.1

Figura 3.6: Stime dei parametri cosmologici per il modello Λ CDM, per il modello cADE e per quello generico ADE. Tabella presa da [5].

- Questo nuovo tipo di energia oscura è sottoposta ad oscillazioni acustiche diverse dalle altre componenti. Il suo effetto sulle perturbazioni cosmologiche è determinato dai parametri w_f e c_s^2 che possono compensarsi vicendevolmente per determinare un andamento in accordo con le osservazioni. Questo spiega come mai i dati indicano che i valori di questi due parametri siano molto simili.

Si veda figura 3.7.

Essendo il fattore di scala critico a_c , praticamente uguale a quello riferito all'epoca dell'equivalenza a_{eq} , si osserva che ADE diventa importante proprio intorno a quella fase cioè, quando l'effetto della variazione di densità di energia ha la sua massima influenza sullo spettro della CMB. L'effetto di ADE sulle perturbazioni viene anche compensato dalla modifica degli altri parametri cosmologici, in modo da ottenere l'effetto desiderato su H_0 senza modificare eccessivamente l'andamento dei picchi dello spettro di potenza della CMB.

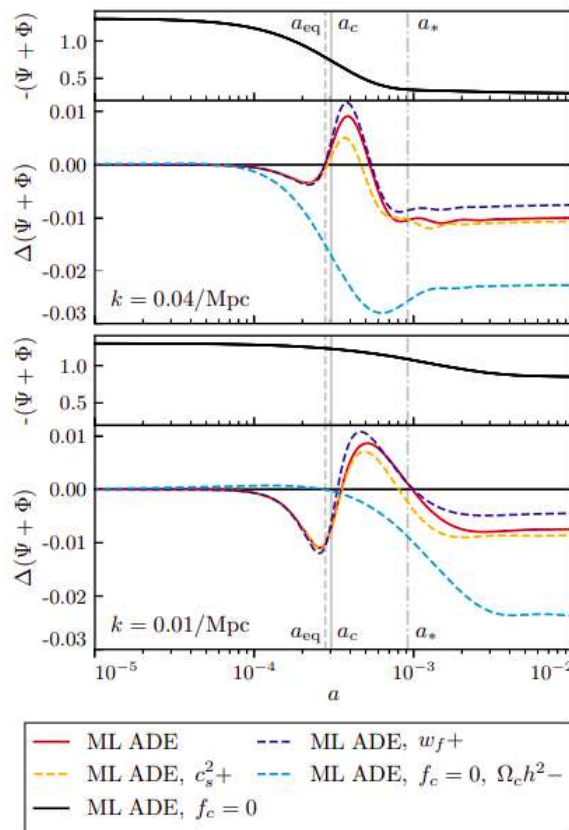


Figura 3.7: L'evoluzione del potenziale di Weyl calcolato utilizzando i risultati della figura 3.6. I grafici mostrano le differenze dell'andamento del potenziale tra il modello ampliato con l'aggiunta di ADE e quello senza. Vengono inoltre mostrate le variazioni dei parametri c_s^2 e w_f . Figura presa da [5].

L'introduzione di Acoustic Dark Energy permette l'abbassamento del valore dell'orizzonte

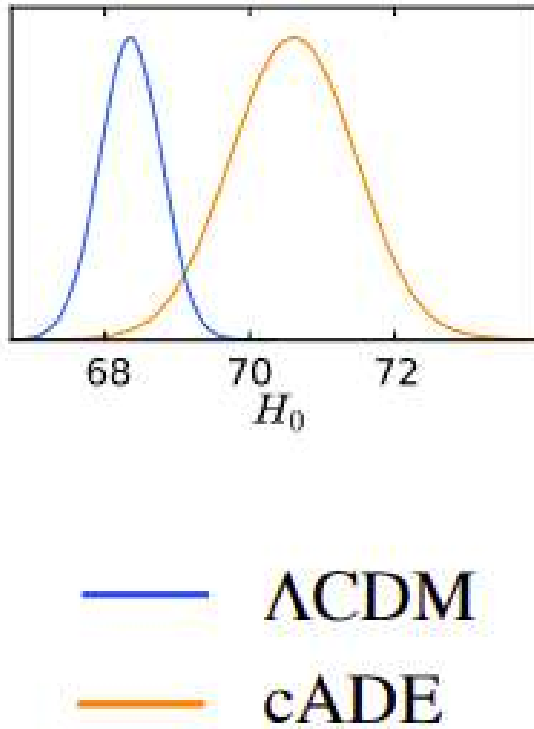


Figura 3.8: Distribuzioni di probabilità marginalizzate del parametro H_0 , per il modello Λ CDM e per quello canonical-ADE ottenute dall’analisi dei dati condotta in [5]. Figura presa da [5].

sonoro con un conseguente innalzamento del parametro di Hubble. Il contributo di questa componente aggiuntiva corrisponde a circa l’8% dell’energia totale presente al momento dell’equivalenza. Una volta posti uguali ad 1 i due parametri che più influenzano le oscillazioni acustiche, c_s^2 e w_f si arriva ad un modello che è comunque in grado, quasi nello stesso modo, di modificare H_0 . L’incremento conduce ad un nuovo valore di $H_0 = 70.60 \pm 0.85$ nel modello cADE e $H_0 = 70.20 \pm 0.88$ in ADE. Si veda figura 3.8.

Conclusioni

In questo paragrafo, si vuole fare un breve resoconto del motivo per cui una tensione, su un parametro così fondamentale nello studio della storia dell'universo, non si possa definire risolta ma soltanto alleviata nonostante i numerosi sforzi dedicati al suo studio e alla sua determinazione.

L'approccio nel calcolo del parametro di Hubble con i metodi che utilizzano la scala di distanza classica calibrata su dati provenienti da osservazioni di Supernove Ia e Cefeidi restituisce un valore maggiore di quello che si calcola a partire dai dati provenienti dalla radiazione cosmica di fondo, elaborati assumendo il modello cosmologico standard (Λ CDM). La discrepanza tra questi due tipi di misure è cresciuta con la maggior precisione raggiunta con i dati raccolti da *Planck* a partire dal 2013 fino a raggiungere, oggi, tensioni di $4-6\sigma$. Per alleviare questa tensione, (sotto l'ipotesi che non ci siano solo errori sistematici), è stata colta l'occasione per proporre "nuova fisica" e numerose soluzioni che prevedono modifiche nella descrizione dell'universo a bassi redshift o di quello primordiale, ad alti redshift. Nessuna di queste si ritiene abbia ancora risolto, però, il problema della discordanza tra le misure del parametro di Hubble.

Per quanto riguarda le misure a bassi redshift, esse lasciano poco margine per agire sui parametri cosmologici. Nel momento in cui si utilizzano i dati provenienti da BAO e SNIa si ottengono limiti sul prodotto $r_s h$ indipendenti dal modello cosmologico anche se sono proprio le Supernovae Ia che non concedono un ampio allontanamento da Λ CDM. I tentativi di modifica della storia espansiva dell'universo sono quindi fortemente limitati dalle misure attuali, la cui incertezza è troppo piccola se paragonata al valore della tensione. (Si veda, per esempio [1]).

Le modifiche nell'universo primordiale presentano un margine di cambiamento leggermente maggiore ma comunque molto limitato dalle misure estremamente precise che si hanno del fondo cosmico di microonde. La quantità meglio osservata nello spettro della CMB è la scala angolare sonora θ_s misurata da Planck con una precisione fino allo 0.03%, $100\theta_s = 1.0411 \pm 0.0003$, (si veda, per esempio, [19]). Si desidera quindi apportare modifiche pre-ricombinazione che non vadano a modificare eccessivamente questo valore.

I cambiamenti sulla storia espansiva più accettabili dal punto di vista del fit dei dati sono quelli che agiscono sull'orizzonte sonoro, proprio per il determinarsi di questo parametro nel periodo molto localizzato di evoluzione dell'universo immediatamente precedente la ricombinazione. Questi ampliamenti del modello standard si possono ottenere considerando delle componenti aggiuntive, (come riassunto nel paragrafo 3.3), tuttavia il problema è che devono essere calibrate in modo da evolvere in maniera molto precisa per mantenere praticamente invariata la scala angolare e per arrivare ad essere trascurabili dal punto di vista dinamico prima della ricombinazione con lo scopo di non poter influire su misure a redshift più bassi e perché, se fossero deviazioni successive al disaccoppiamento non potrebbero modificare il valore di r_s . In questo lavoro, dopo una revisione più generica dei modelli proposti ci si è concentrati principalmente su quello che prevede l'inserimento, nell'universo primordiale, di una forma di energia oscura, *Acoustic Dark Energy*, con lo scopo di ridurre l'orizzonte sonoro estrapolato dalla CMB per aumentare il valore di H_0 , portandolo più vicino a quello più alto misurato nell'universo locale.

Una difficoltà comune nelle risposte che prevedono questa componente nel periodo antecedente la ricombinazione è, che nel momento in cui si ottiene un valore più accettabile del parametro di Hubble, si viene a creare una nuova discordanza su un parametro differente, in questo specifico caso, σ_8 cioè la misura delle ampiezze delle fluttuazioni di densità. Un modello generico con una componente di *Early Dark Energy*, EDE, infatti, interpola i dati relativi alla CMB dando origine ad uno spettro di potenza della materia, che, se comparato con quello dato dal modello cosmologico standard mostra delle differenze non trascurabili.

Quello che succede è che, diminuendo l'orizzonte sonoro r_s , per preservare una buona interpolazione con i dati della CMB è necessario che incrementi il valore di densità materia oscura (con conseguente aumento di σ_8), l'indice spettrale e, leggermente anche la densità di barioni.

Questo accade perché nel momento in cui l'energia oscura primordiale agisce per smorzare la crescita delle perturbazioni deve aumentare $\Omega_c h^2$ per far sì che lo spettro rimanga quello della CMB e θ_s resti invariato. (Si veda, per esempio, [23]).

Nonostante l' *Acoustic Dark Energy* rientri nell'insieme dei modelli meno improbabili per risolvere questa tensione non si può considerare una soluzione che spieghi in maniera totale ed esaustiva la discrepanza sui valori di H_0 misurati.

Appendice

Calcolo dell'orizzonte sonoro

In seguito si riporta un calcolo volto a dimostrare che il risultato dell'integrale che descrive il valore dell'orizzonte sonoro, è ridotto, se si assume la presenza della componente di *Acoustic Dark Energy*, (ADE), rispetto a quello ottenuto con i soli parametri del modello Λ CDM.

Si prenda quindi nuovamente in considerazione l'equazione 3.4 che fornisce il valore per l'orizzonte sonoro:

$$r_s = \int_0^t \frac{dt}{a(t)} c_s(t) = \int_z^\infty \frac{dz}{H(z)} c_s(t) \quad (3.4)$$

Essa si può riscrivere in funzione del fattore di scala attraverso il seguente cambio di variabile.

$$a = \frac{1}{1+z}$$

quindi $dz = (-1/a^2) da$ e l'integrale diventa

$$r_s = \int_0^{1/(1+z)} \frac{da c_s}{a^2 H(a)}. \quad (3.5)$$

Per calcolare l'espressione per il parametro di Hubble in funzione del fattore di scala è necessario sapere come si evolvono tutte le densità delle componenti in gioco con l'espandersi dell'Universo. L'energia oscura Λ , in questa epoca cosmica primordiale, si può considerare, per il seguente calcolo, trascurabile. Per le densità fisiche di materia barionica, materia oscura fredda (CDM), densità di energia di ADE ad $a = a_c$, w_f ed a_c si considerano i valori della figura 3.6 e come densità di radiazione il valore $\Omega_r h^2 = 2.47 \cdot 10^{-5}$ preso dalla tabella disponibile in [24]. Si conoscono le dipendenze dal fattore di scala delle densità di materia e di radiazione, la

loro evoluzione è quindi conosciuta. Si veda, a tal proposito, il paragrafo 1.5.1. (La densità di materia decresce con l'inverso della potenza alla terza del fattore di scala mentre la radiazione con l'inverso alla quarta.) Per poter determinare anche l'evoluzione della densità di ADE è invece necessario utilizzare l'equazione di continuità dei fluidi.

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) = 0 \quad (3.6)$$

Essa può essere riscritta utilizzando a come variabile indipendente attraverso la regola della catena per la derivazione parziale. Inoltre, considerata la costante $c = 1$, si può riscrivere l'espressione in funzione dell'equazione di stato per ADE, (si veda l'equazione 3.2, riportata anche in seguito):

$$\frac{\partial \rho}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial t} + 3 \frac{\partial a}{\partial t} \frac{1}{a} \rho (1 + w_{ADE}) = 0 \quad (3.7)$$

con:

$$1 + w_{ADE}(a) = \frac{1 + w_f}{(1 + (a_c/a)^{6(1+w_f)})^{1/2}} \quad (3.8)$$

Si semplifica quindi $(\partial a / \partial t)$ e la soluzione dell'equazione fornisce l'andamento della densità per ADE.

Si mostrano i passaggi risolutivi, tenendo presente la condizione iniziale $\rho_{ADE} = a_c$:

(Nel seguente calcolo $\rho_{ADE} = \rho$).

$$\rho = \rho(a = a_c) \exp\left(-3 \int_{a_c}^a (1 + w_{ADE}) \frac{1}{a} da\right)$$

Si risolve l'integrale, sostituendo l'equazione di stato con $p = 1/2$ e moltiplicando e dividendo per a_c :

$$-3 \int_{a_c}^a \frac{1 + w_f}{1 + (a_c/a)^{6(1+w_f)^{1/2}}} \frac{1}{a} \frac{a_c}{a_c} da =$$

(effettuando un cambio di variabile:

$$s = (a_c/a)^l \quad \text{con} \quad l = 3(1 + w_f).$$

$$\frac{a}{a_c} = s^{-1/l} \quad \frac{da}{a_c} = -\frac{1}{l} s^{-\frac{1+l}{l}} ds)$$

$$\begin{aligned} &= - \int_1^s \frac{1}{\sqrt{1+s^2}} \frac{(-1)}{l} s^{-\frac{1+l}{l}} \frac{a_c s^{1/p}}{a_c} ds = \\ &= \int_1^s \frac{1}{\sqrt{1+s^2}} \frac{1}{s} ds = \end{aligned}$$

(effettuando un ulteriore cambio di variabile:

$$s = 1/t \quad ds = (-1/t^2)dt).$$

$$\begin{aligned} &= \int_1^{1/s} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{t^2}}} t \frac{-1}{t^2} = -\operatorname{arcsinh}(t) \Big|_1^{1/s} = \\ &= -\operatorname{arcsinh}(1/z) + \operatorname{arcsinh}(1). \end{aligned}$$

Quindi:

$$\rho_{ADE} = \exp\left(-\operatorname{arcsinh}((a/a_c)^{3(1+w_f)}) + \operatorname{arcsinh}(1)\right) \rho_{ADE}(a = a_c) \quad (3.9)$$

Si può quindi riscrivere il parametro di Hubble in funzione del fattore di scala. (Si veda, per esempio, [7]).

$$H(a)^2 = \frac{\omega_m a^{-3} + \omega_\gamma a^{-4} + \rho_{ADE}(a)}{2998 \text{ Mpc}} \quad (3.10)$$

Questa espressione è stata scritta trascurando le componenti di energia oscura e quella di neutrini.

A questo punto, considerando il redshift a cui è avvenuta la ricombinazione $z_{rec} = 1090$ si esegue l'integrale 3.5 per i tre modelli Λ CDM, cADE, ADE. Nel primo caso considerando canonicamente solo densità di materia e di radiazione mentre negli altri due tenendo presente anche la densità di ADE all'interno di $H(a)$.

$$r_s = \int_0^{1/(1+z_{rec})} \frac{da c_s}{a^2 \frac{\omega_m a^{-3} + \omega_\gamma a^{-4} + \rho_{ADE}(a)}{2998 \text{ Mpc}}} \quad (3.11)$$

Il valore di c_s considerato nell'espressione precedente (3.11), è una stima calcolata nel seguente modo:

$$c_s^2(a) = \frac{c^2}{3} \frac{4\omega_\gamma a^{-4}}{4\omega_\gamma a^{-4} + 3\omega_m a^{-3}}. \quad (3.12)$$

Il calcolo degli integrali è stato svolto attraverso l'utilizzo del linguaggio Python:

```

import scipy.integrate as integrate
import math
#LCD
zrec=1090.
OmegaM=0.13946
Omeagarad=2.47*10**(-5.)
def cs(a,OmegaM,Omeagarad):
    return (4.*Omeagarad**((3.*(4.*Omeagarad+3.*OmegaM*a))**(-1.))**0.5)
const=2998.
integrand1=lambda a: (const*cs(a,OmegaM,Omeagarad))/(a**2.*(OmegaM*a**(-3.)+Omeagarad*a**(-4.))**0.5)
R1=integrate.quad(lambda a: integrand1(a),0.0,1./(1+zrec))
print(R1[0])

#cADE
OmegaM=0.14951
wf=1.
ac=10**(-3.45)
fc=0.082
def padeac(fc,OmegaM,Omeagarad,ac):
    return fc*(OmegaM*ac**(-3)+Omeagarad*ac**(-4))*(1.-fc)**(-1.)
def pADE(a,wf,ac,padeac):
    return padeac(fc,OmegaM,Omeagarad,ac)*math.exp(-math.asinh((a/ac)**(3*(1+wf)))+math.asinh(1))

integrand2=lambda a: (const*cs(a,OmegaM,Omeagarad))/(a**2.*(OmegaM*a**(-3.)+Omeagarad*a**(-4.)+pADE(a,wf,ac,padeac))**0.5)
R2=integrate.quad(lambda a: integrand2(a),0.0,1./(1+zrec))
print(R2[0])

#ADE
OmegaM=0.1501
wf=0.87
fc=0.086
ac=10**(-3.52)

integrand3=lambda a: (const*cs(a,OmegaM,Omeagarad))/(a**2.*(OmegaM*a**(-3.)+Omeagarad*a**(-4.)+pADE(a,wf,ac,padeac))**0.5)
R3=integrate.quad(lambda a: integrand3(a),0.0,1./(1+zrec))
print(R3[0])

```

Figura 3.9: Script Python per la risoluzione dell'integrale volto a determinare l'orizzonte sonoro per i tre modelli: Λ CDM, cADE, ADE.

Risultati

Il valore conosciuto dell'orizzonte sonoro è circa 145Mpc. La differenza con i valori ottenuti (si veda tabella 3.1), è attribuibile alla stima, non precisa del parametro c_s^2 , (si veda equazione 3.12); i risultati però sono coerenti con le aspettative teoriche. Quello che emerge chiaramente è il fatto che l'*Acoustic Dark Energy* concede a r_s di diminuire per poter aumentare il valore del parametro di Hubble ed alleviare, finalmente, la tensione. Quest'ultima però non può essere totalmente risolta a causa del fatto che la differenza della misura ottenuta con cADE e ADE con il modello standard è poco più del 5% mentre quella necessaria a risolvere il problema delle discrepanze tra i valori di H_0 è dell'8%. (Si veda, per esempio, [7]).

Modello	Sound Horizon (r_s Mpc)
Λ CDM	120.941
cADE	114.972
ADE	114.614

Tabella 3.1: Risultati ottenuti con il calcolo sopra descritto per la stima dell'orizzonte sonoro.

Bibliografia

- [1] José Luis Bernal, Licia Verde, Adam G. Riess " *The trouble of H_0* " arXiv:1607.05617 [astro-ph.CO], 20 Oct 2016
- [2] Wendy L. Friedmann " *Cosmology at a Crossroads: Tension With the Hubble Constant* " arXiv 1706.02739: [astro-ph.CO], 8 Jun 2017
- [3] Kevin Aylor, Mackenzie Joy, Lloyd Knox, Marius Millea, Srinivasan Raghunathan and W.L. Kimmy Wu " *Sounds discordant: classical distance ladder & Λ CDM-based determinations of the cosmological sound horizon* " arXiv 1811.00537 : [astro-ph.CO], 25 Apr 2019
- [4] Vivian Poulin, Tristan L. Smith, Tanvi Karwal, and Marc Kamionkowski " *Early Dark Energy Can Resolve The Hubble Tension* " arXiv 1811.04083: [astro-ph.CO] 11 Jun 2019
- [5] Meng-Xiang Lin, Giampaolo Benevento, Wayne Hu and Marco Raveri " *Acoustic Dark Energy: Potential Conversion of the Hubble Tension* " arXiv 1905.12618: [astro-ph.CO] 30 Oct 2019
- [6] Verde, Licia, Treu, Tommaso, Riess, Adam G. " *Tensions between the Early and the Late Universe* " arXiv 1907.10625: [astro-ph.CO] 24 Jul 2019
- [7] L. Knox and M. Millea " *The Hubble Hunter's Guide* " arXiv 1908.03663: [astro-ph.CO] 10 Aug 2019
- [8] Tristan L. Smith, Vivian Poulin and Mustafa A. Amin " *Oscillating scalar fields and the Hubble tension: a resolution with novel signatures* " , arXiv 1908-06995: [astro-ph.CO] 19 Aug 2019

- [9] A. Liddle *"An introduction to Modern Cosmology"*
- [10] Coles P., Lucchin F. *"Cosmology: The origin and Evolution of Cosmic Structure"*
- [11] Lucchin F. *"Introduzione alla Cosmologia"*
- [12] W.Freedman *"New Hubble Constant measurement adds to mystery of Universe's expansion rate"* 16 Jul 2019 hubblesite.org
- [13] A. Franceschini *"Corso di cosmologia"*
- [14] W. Hu, N.Sugiyama, J.Silk *"The Physics of Microwave Background Anisotropies"*, arXiv:astro-ph/9604166v1 28 Apr 1996
- [15] W.Hu <http://background.uchicago.edu/~whu/index.html>
- [16] W.Hu, M.White *"The cosmic symphony"* Scientific American, February 2004
- [17] Scott Dodelson *"Modern Cosmology"*
- [18] Adam G. Riess *"The Expansion of the Universe is Faster than Expected"*, Nature reviews physics, year in review, 2019, published 12/18/19
- [19] Planck 2018 *"Planck 2018 results.VI.Cosmological parameters"*,arXiv:[astro-ph.CO] 20 Sep 2019
- [20] Planck 2018 *"Planck 2013 results.XVI.Cosmological parameters"*,arXiv:[astro-ph.CO] 20 Mar 2014
- [21] <https://shsuyu.github.io/HOLiCOW/site/>
- [22] Wendy L. Freedman , Barry F. Madore, Brad K. Gibson , Laura Ferrarese, Daniel D. Kelson , Shoko Sakai , Jeremy R. Mould , Robert C. Kennicutt, Jr. , Holland C. Ford , John A. Graham , John P. Huchra, Shaun M.G. Hughes, Garth D. Illingworth, Lucas M. Macri and Peter B. Stetson *"Final results from the Hubble Space Telescope Key Project to measure the Hubble Constant"*, Astrophysical Journal, Volume 553, 2001

[23] Colin Hill, Evan McDonough, Michael W. Toomey, and Stephon Alexander *Early Dark Energy Does not Restore Cosmological Concordance*, arXiv 2003-0735: [astro-ph.CO] 16 Mar 2020

[24] https://ned.ipac.caltech.edu/level5/March04/Lahav/Lahav1_4.html