



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea Triennale in Fisica

Tesi di Laurea

Prestazioni della versione finale del dimostratore di  
ENUBET con i fasci del CERN-PS

Relatore

Prof. Andrea Longhin

Correlatore

Dr. Fabio Pupilli

Laureanda

Anna Sofia Moro

Anno Accademico 2022/2023



# Indice

<b>1</b>	<b>La fisica di ENUBET</b>	<b>3</b>
1.1	I neutrini . . . . .	3
1.2	Finalità dell'esperimento ENUBET . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Monitored neutrino beams: ENUBET</b>	<b>5</b>
2.1	Principi di base e linea di fascio . . . . .	5
2.2	Strumentazione della regione di decadimento . . . . .	6
2.2.1	Il photon-veto o $t_0$ -layer . . . . .	6
2.3	Il dimostratore di ENUBET . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Equalizzazione della risposta dei canali con un nuovo metodo</b>	<b>9</b>
3.1	Run misto di pioni e muoni . . . . .	10
3.1.1	Individuazione delle posizioni del picco delle m.i.p. . . . .	10
3.1.2	Confronto con il metodo con fiducializzazione . . . . .	13
3.1.3	Studio della dipendenza dell'equalizzazione dai parametri geometrici . . . . .	14
3.1.4	Calcolo delle correzioni . . . . .	14
3.1.5	Uniformità dei canali . . . . .	15
3.2	Studio della risoluzione energetica tramite run di elettroni . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>24</b>

# Sommario

L'esperimento ENUBET innova l'approccio per produrre fasci di neutrini con una precisione mai raggiunta finora. Il nuovo approccio consiste nel misurare i leptoni carichi associati ai neutrini nel momento del decadimento dei mesoni instabili da cui derivano, sfruttando in particolare i decadimenti semi-leptonici dei mesoni  $K$ . In questo modo ci si emancipa dalla necessità di affidarsi a simulazioni molto complesse, con grosse incertezze sistematiche. Il progetto ha portato a sviluppare un prototipo di rivelatore per dimostrarne la fattibilità. Si tratta di un oggetto di circa 3.5 tonnellate che riproduce una frazione di 90 gradi di un "tunnel di decadimento" strumentato. Il rivelatore è stato esposto a fasci di pioni, muoni ed elettroni da 0.5 a 5 GeV/c presso l'area T9 del CERN-PS.

Questa tesi prevede un lavoro di analisi dei dati raccolti recentemente (Agosto 2023) presso l'acceleratore PS del CERN con il nuovo rivelatore. Si studia un nuovo metodo per la calibrazione, che non richieda informazioni delle tracce ricostruite nei silici. Successivamente se ne verifica la performance andando ad analizzare la risoluzione energetica degli elettroni.

# Capitolo 1

## La fisica di ENUBET

### 1.1 I neutrini

I neutrini costituiscono una delle particelle più interessanti, elusive del nostro universo e ancora non molto comprese nel quadro della fisica delle alte energie. Il neutrino è una particella neutra dotata di massa estremamente piccola, non ancora misurata, presente naturalmente in grande abbondanza: dal Sole ne riceviamo più di sessanta miliardi per centimetro quadrato di superficie, ma nonostante ciò è difficile da osservare perchè interagisce molto raramente con la materia.

L'esistenza del neutrino fu proposta nel 1930 da Pauli per spiegare le osservazioni sperimentali relative al decadimento  $\beta$  dei nuclei atomici: tali osservazioni richiedevano che durante il decadimento fosse prodotta una particella neutra di massa molto piccola, all'epoca non rivelabile, che portasse con sé l'energia mancante. Enrico Fermi elaborò ulteriormente questa ipotesi e conì il nome di questa nuova ipotetica particella. Il neutrino fu osservato per la prima volta nel 1956 dai fisici Cowan e Reines nei pressi del reattore nucleare a fissione del Savannah River negli Stati Uniti.

Si conoscono tre famiglie o sapori del neutrino detti neutrino elettronico,  $\nu_e$ , neutrino muonico,  $\nu_\mu$  e neutrino tau,  $\nu_\tau$ , associati rispettivamente alle particelle elettrone, muone e tau. Questi tre sapori del neutrino sono soggetti al fenomeno chiamato "oscillazione di sapore" secondo cui, sotto alcune condizioni, si verifica che i neutrini si trasformano l'uno nell'altro. Grazie all'esperimento Super-Kamiokande, analizzando le interazioni dei neutrini prodotti dai raggi cosmici nell'atmosfera, è stato possibile osservare questo fenomeno, deducendo così che i neutrini fossero dotati di massa (Premio Nobel per la Fisica 2015).

Data la rarità delle interazioni dei neutrini con la materia risulta necessario costruire rilevatori con massa dell'ordine di decine di migliaia di tonnellate e per diminuire al massimo il rumore di fondo è necessario porli in un ambiente di "silenzio cosmico", in cui i disturbi dovuti alla presenza di flussi di altre particelle siano limitati: sotto notevoli km di roccia come i Laboratori Nazionali del Gran Sasso o l'osservatorio di Kamioka in Giappone.

Una parte della comunità scientifica internazionale della fisica subnucleare è attualmente impegnata nella costruzione di ambiziosi esperimenti in Giappone e negli Stati Uniti, rispettivamente Hyper-Kamiokande e DUNE, per studiare con elevata precisione le possibili asimmetrie nel comportamento dei neutrini e degli antineutrini (in particolare nei canali  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e, \nu_e \rightarrow \nu_\mu$ ). L'osservazione della violazione della simmetria di CP per i leptoni diventerebbe fondamentale nello spiegare lo squilibrio di materia e antimateria nel nostro universo, come conseguenza dei comportamenti dei neutrini primordiali prodotti dal Big Bang.

## 1.2 Finalità dell'esperimento ENUBET

ENUBET (Enhanced NeUtrino BEams from kaon Tagging), mira a ridefinire la qualità delle attuali sorgenti di neutrini artificiali, studiando e producendo fasci di neutrini artificiali in cui il sapore, il flusso e l'energia dei neutrini prodotti siano noti con una precisione superiore rispetto agli standard. Lo scopo dell'esperimento, progetto finanziato dall'ERC (Consiglio Europeo della Ricerca, G.A. N.681647), è quello di sviluppare il concetto di fasci di neutrini monitorati (*monitored neutrino beams*), ovvero fasci la cui produzione di neutrini viene monitorata in modo diretto misurando il numero dei leptoni prodotti nel tunnel di decadimento. Facendo leva sul progresso ottenuto negli ultimi anni nel campo dei foto-sensori al Silicio, i SiPM, molto compatti, e sulla tecnologia dei fasci instabili di particelle cariche, è diventato realistico poter studiare i prodotti dell'interazione delle particelle cariche associate ai decadimenti che producono i neutrini.

In ENUBET i neutrini sono prodotti concentrando i mesoni carichi in un tunnel di decadimento strumentato, dove i leptoni carichi prodotti dal decadimento dei mesoni possono essere studiati singolarmente. Infatti, i rilevatori sono in grado di ricostruire i leptoni carichi ad ampio angolo prodotti nel tunnel e possono quindi fornire una stima diretta del flusso di neutrini alla sorgente. I fasci monitorati sono perciò un candidato ideale per misure ad alta precisione del flusso dei neutrini e come conseguenza per misure di alta precisione della sezione d'urto dei neutrini, su scala dei GeV, offrendo un controllo superiore sulla sistematica del fascio rispetto alle strutture già esistenti [1] [2].

Proprio per quanto riportato precedentemente, il progetto è concentrato nell'identificazione dei positroni provenienti dal decadimento semileptonico a tre corpi dei kaoni  $K_{e3}$ :  $K^+ \rightarrow e^+ \nu_e \pi^0$ , e anche più recentemente nel monitoraggio dei muoni dal decadimento a due corpi  $K_{\mu2}$ :  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ , a tre corpi  $K_{\mu3}$ :  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \pi^0$  e dal decadimento dei pioni ( $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ). Di conseguenza, l'esperimento, può ricostruire sia l'elettrone sia il muone prodotti nel tunnel di decadimento in modo da poter fornire il flusso dei neutrini dal conteggio dei leptoni carichi (dato che la resa dei neutrini è proporzionale alla resa del corrispondente leptone carico). In esperimenti precedenti questo monitoraggio non era risultato possibile a causa del numero di decadimenti mesonici (in ENUBET, decadimenti dei  $K$ ) necessari per l'applicazione sui neutrini. ENUBET affronta il problema utilizzando un fascio basato sulla estrazione lenta (della durata di alcuni secondi) di protoni dagli acceleratori, senza utilizzare horn magnetici che necessiterebbero di estrazioni pulsate molto rapide. I protoni possono quindi essere estratti in estrazioni di pochi secondi e il tasso di leptoni nel tunnel non supera i 100 kHz/cm<sup>2</sup> [1],

Ulteriore obiettivo primario di ENUBET è la determinazione ad alta precisione delle sezione d'urto dei neutrini  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$ , ovvero la loro probabilità di interazione con la materia. Questa conoscenza sarà utile per gli esperimenti futuri (DUNE, Hyper-Kamiokande). Le sezioni d'urto dei neutrini, attualmente conosciute con precisione limitata, sono fondamentali per lo studio del Modello Standard, ma le loro misure sono limitate dalle incertezze sull'energia e sul flusso iniziale del fascio. L'incertezza che solitamente si può ottenere è maggiore del 10%. Con ENUBET però, con un controllo superiore sul flusso iniziale, sull'energia e sul sapore, grazie a una regione di decadimento completamente strumentata per la diagnostica, sarà possibile ricostruire i neutrini di vari sapori prodotti, giungendo ad una precisione inferiore all'1% per la sezione d'urto, e inferiore al 10% per l'energia dei  $\nu$ .

Purtroppo la misura della sezione d'urto ha più di una fonte di incertezze sistematiche negli esperimenti, che però in ENUBET vengono risolte in modi differenti. La prima riguarda l'incertezza sul flusso di neutrini che viene mitigata col monitoring dei leptoni. L'altra riguarda l'incertezza sull'energia del neutrino, data dalla necessità di ricostruire le particelle nello stato finale; ENUBET aggira il problema avendo un fascio a banda stretta e tramite un metodo chiamato *narrow-band off-axis technique* riesce a fornire informazioni sui neutrini interagenti senza considerare le particelle dello stato finale [2].

## Capitolo 2

# Monitored neutrino beams: ENUBET

### 2.1 Principi di base e linea di fascio

Il setup sperimentale proposto da ENUBET è costituito da una linea di trasferimento lunga 26.7 m, seguita da un tunnel di decadimento di  $\sim 40$  m, visibile in *Figura 2.1*. I kaoni e i pioni, particelle instabili, da cui successivamente è prodotto il fascio di neutrini, vengono a loro volta prodotti dall'interazione di un fascio di protoni da 400 GeV/c con un target di grafite (con dimensioni di 70 cm di lunghezza e 6 cm di diametro). In posizione successiva al target è posto un foglio di tungsteno per eliminare il fondo di  $e^+$  che andrebbero a impattare le pareti del tunnel.

La linea di trasferimento [1] è ottimizzata per il trasporto di kaoni con momento di  $(8.5 \pm 10\%)$  GeV/c, in modo da ottenere un flusso di neutrini con spettro energetico nella regione di interesse dei futuri esperimenti di oscillazione (in particolare DUNE).

Come visibile in *Figura 2.1*, il tunnel di decadimento (giallo in figura) è inclinato di un angolo di circa  $15^\circ$  rispetto al fascio di protoni.

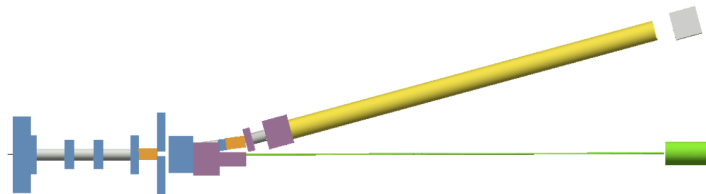


Figura 2.1: Schematica del tunnel di decadimento, dalla simulazione GEANT4. [2]

Al termine del tunnel è presente l'hadron dump (in grigio in *Figura 2.1*), utile a raccogliere e assorbire gli adroni non decaduti, ossia maggior parte dei pioni non decaduti che non hanno colpito le pareti instrumentate e muoni emessi a piccolo angolo provenienti dal decadimento  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ . In generale, una notevole frazione, pari a circa il 50% dei leptoni ( $\mu^+$  o  $e^+$ ) prodotti dai decadimenti dei  $K$  collidono con il tunnel di decadimento instrumentato.

La lunghezza media di decadimento dei  $K$  risulta di  $L = \gamma\beta c\tau \approx 60$  m (con una vita media dei kaoni di  $\tau_K \approx 12.9$  ns): ci si aspetta quindi che buona parte dei decadimenti di  $K^+$  si realizzino nel target. Il flusso dei neutrini elettronici  $\nu_e$  è dato al 97% dal decadimento  $K_{e3}$  e il restante 3% dal decadimento in volo dei muoni, una bassa frazione in quanto il cammino medio dei muoni, con energia all'ordine del GeV, è ben maggiore della lunghezza del tunnel; la produzione del neutrino muonico è invece data sia dal decadimento dei  $K$  carichi (a due corpi,  $K_{\mu2}$  e a tre corpi  $K_{\mu3}$ ) che dei decadimenti a due corpi dei pioni carichi ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ ).

Il tunnel di decadimento instrumentato (*tagger*) è costituito da un calorimetro a campionamento (*Sezione 2.2*) e un veto di fotoni, sistema per l'identificazione e reiezione dei fotoni (*Sezione 2.2.1*). Lo scopo della struttura è la *particle identification*, in particolare di positroni e muoni.

## 2.2 Strumentazione della regione di decadimento

Il calorimetro nell'esperimento è richiesto soprattutto per l'identificazione dei positroni e per la loro separazione dai pioni carichi, la risoluzione richiesta è  $< 25\%/\sqrt{E(\text{GeV})}$  nell'intervallo energetico di interesse di 1-3 GeV. Il calorimetro è a campionamento modulare e l'elemento costitutivo (il modulo calorimetrico) è l'LCM (Lateral Compact Module), che campiona sciami sia elettromagnetici che adronici ogni  $4.3 X_0$  ( $X_0$  lunghezza caratteristica di interazione nel mezzo per sciami elettromagnetico). Come si distingue in *Figura 2.2* è formato da tessere a tre strati (a  $R = 100, 103, 106$  cm nel tunnel) di ferro da  $3 \times 3 \times 1.5 \text{ cm}^3$  intervallate da tessere di scintillatori plastici di pari dimensioni e spessore 0.7 cm. Ciascun LCM copre un angolo azimutale di 31 mrad e a  $z$  fissato, posizione lungo l'asse del tunnel, vi sono 200 LCM per strato. Ogni LCM è letto da 10 fibre WLS (*Wavelength Shifting*), 2 per ogni strato di scintillatore, accoppiate a dei Silicon PhotoMultiplier (SiPM).

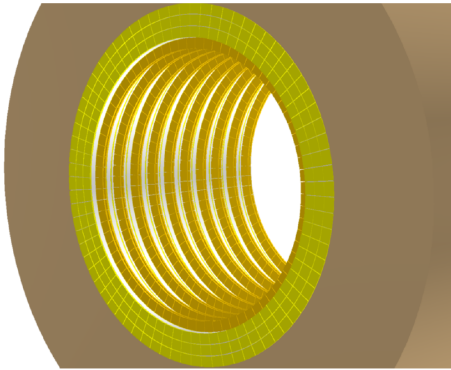


Figura 2.2: Schematica del calorimetro. [1]

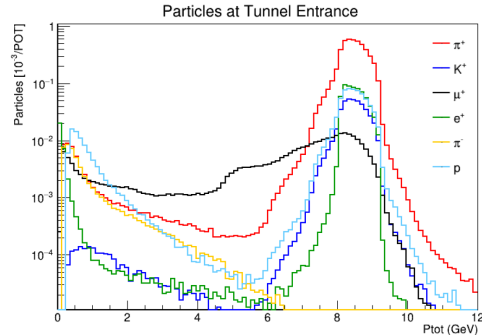


Figura 2.3: Distribuzione della quantità di moto delle particelle all'ingresso del tunnel, ottenuta dalla simulazione GEANT4. [1]

La sezione trasversale del calorimetro è di  $12 \times 9 \text{ cm}^2$  consentendo così il completo contenimento degli sciami elettromagnetici fino a 5 GeV.

### 2.2.1 Il photon-veto o $t_0$ -layer

Oltre al calorimetro, ENUBET è dotato di un rivelatore (*photon-veto* o  $t_0$ -layer), finalizzato a sopprimere il fondo di fotoni ed a misurare in modo preciso il *timing* di arrivo delle particelle nel tunnel di decadimento. Al fine di soddisfare i requisiti del progetto, è richiesta una efficienza di reiezione dei fotoni del 99% ed una risoluzione temporale minore del ns.

Tale rivelatore è composto da un doppietto di scintillatori plastici organici, del tutto analoghi a quelli della parte calorimetrica, aventi dimensioni di  $3 \times 3 \times 0.7 \text{ cm}^3$  montati fuori dagli assorbitori di ferro, come strato più interno e posizionate in coincidenza delle prime due tessere di ogni LCM, in modo che i positroni provenienti dai decadimenti dei  $K$  attraversino in media cinque doppietti. Ciascuna tessera del doppietto viene letta separatamente, cosicché a seconda dei segnali si può comprendere la natura delle particelle rilevate: in caso di nessun segnale in nessuna tessera del doppietto si può porre il veto sui fotoni, oppure ai fotoni convertiti in caso di due segnali simili compatibili con quelli di una mip (particella al minimo di ionizzazione, ossia particella il cui tasso medio di rilascio di energia attraverso la materia è vicino al minimo) in una o due tessere del doppietto, mentre le particelle cariche hanno un segnale *mip-like* in ciascun componente del doppietto.

Nei test preliminari del fascio nel 2018 al CERN, è stata studiata la capacità del  $t_0$ -layer di separare una da due mip: ogni singola tessera ha la capacità di selezionare il segnale dovuto ad una singola



mip con un'efficienza dell'87%, con un rigetto dell'ipotesi di due mip all'89%.

Negli studi preliminari sopra citati, è stata misurata una risoluzione temporale di  $\sim 400$  ps, in linea con le specifiche previste. [2]

## 2.3 Il dimostratore di ENUBET

I rivelatori sviluppati per l'esperimento sono caratterizzati da un elevato grado di compattezza, che consente di monitorare in modo uniforme per diverse decine di metri la produzione dei leptoni associati ai decadimenti dei neutrini. La soluzione prevede l'utilizzo di un calorimetro segmentato longitudinalmente composto da assorbitori di ferro e scintillatori plastici organici. I positroni vengono assorbiti in maniera efficace dal ferro, al contrario di altre particelle come i muoni.

Le principali idee sviluppate sono due, che differiscono per il modo in cui la luce prodotta dal passaggio delle particelle viene portata ai sensori (SiPM) che la convertono in segnali elettrici: uno, più compatto, rischia di esporre i sensori ad un rischio maggiore, mentre l'altro, più sicuro, ha un'impostazione più tradizionale. Il layout utilizzato, quello in cui la luce viene portata ai SiPM che sono lontani e protetti da 30 cm di polietilene borato, è il più innovativo: implementa infatti, il concetto di convertire la luce prodotta nel passaggio delle particelle direttamente dopo i positroni vengono assorbiti nel ferro. Per questo, i SiPM, sono posti direttamente davanti alle fibre ottiche che intrappolano la luce emessa dagli scintillatori plastici. [5]

Il dimostratore rappresenta una sezione del tunnel di decadimento. Il layout del dimostratore è riportato in *Figura 2.4*. Esso è lungo 1.65 m longitudinalmente e ha un'estensione angolare azimutale di 90 gradi. È composto da 75 strati di ferro di spessore 15 mm e 75 strati di scintillatori di spessore 7 mm. La parte in ferro si estende radialmente di 11 cm e i restanti 30 cm sono riempiti da lastre spesse 22.5 mm di Polietilene Borato al 5% di Boro (riportate in verde in figura) per proteggere i *Silicon Photomultipliers* (SiPM) dall'irradiazione neutronica nel tunnel. La struttura è estendibile ad un angolo di  $2\pi$ , tramite l'unione di quattro simili rivelatori. I canali totali ora instrumentati sono:  $8(z) \times 10(\phi) + 7(z) \times 25(\phi) = 255$  concentratori: ciascuno ha 3 strati di moduli calorimetrici (LCM) in  $R$  e  $2 t_0$ , per cui il numero di canali è  $255 \times 5 = 1275$ . [3]

Il rivelatore, il cui peso ammonta a circa 3 t, è posto su una struttura meccanica dedicata che permette di variare l'inclinazione rispetto al fascio (tramite 4 gambe estensibili) e la posizione orizzontale attraverso lo scorrimento su due rotaie (vedi *Figura 2.4* e *2.5*).

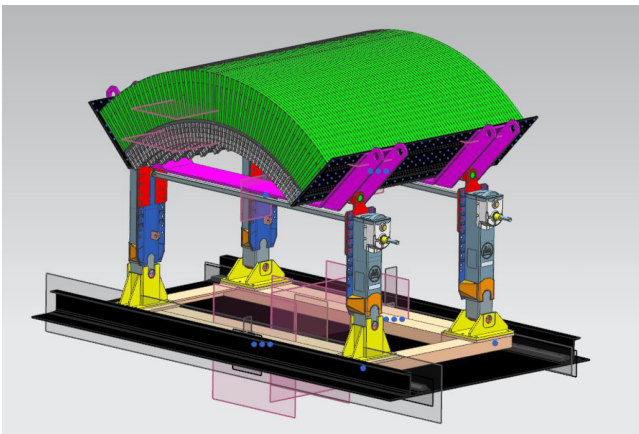


Figura 2.4: Rendering 3D del dimostratore. [2]

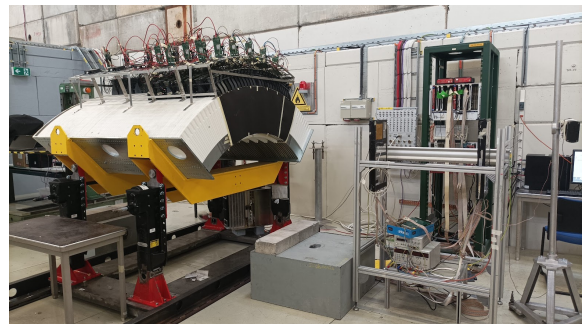


Figura 2.5: Dimostratore di ENUBET al fascio T9 del CERN.

Lo schema di lettura è rappresentato in *Figura 2.6*, ciascuna tessera è di forma trapezoidale, e può essere costituita da tre o quattro elementi, a seconda della posizione longitudinale nel dimostratore, in cui l'elemento più vicino al centro del fascio (minore  $R$ ) è detto  $t_0$  - layer, descritto nella *Sezione 2.2.1*. Ciascuno strato è collegato a due scanalature di 1.2 mm, in cui sono incollate tramite colla ottica le fibre, destinate a raccogliere la luce del singolo strato ("scanalature di lettura"), e presentano nel lato opposto anche le scanalature per le fibre provenienti dagli strati inferiori ("scanalature di transito"), che sono ricoperte da uno strato di vernice bianca a base di ossido di Titanio ( $\text{TiO}_2$ ) al fine di renderle otticamente opache e per diffondere la luce raccolta internamente. La colla ottica presenta un indice di rifrazione simile allo scintillatore plastico, in questo modo aumenta la frazione della luce prodotta nello scintillatore che viene catturata nella fibra. Le fibre sono di tipo Wavelength-shifting ovvero spostano la frequenza media della luce di scintillazione (nell'UV) verso le frequenze del verde, dove i SiPM utilizzati sono più sensibili, la parte della luce che incide sulle fibre viene riemessa all'interno della fibra a  $\lambda \sim 440$  nm e trasportata all'esterno del calorimetro per essere registrata nel fotomoltiplicatore al Silicio (SiPM). [1]

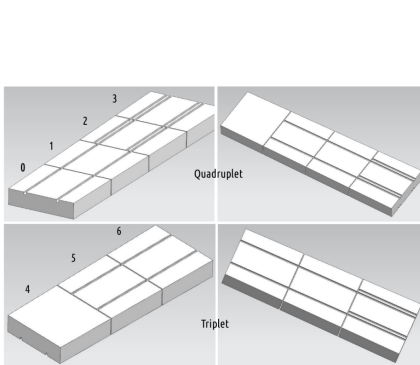


Figura 2.6: Configurazione delle scanalature in una tessera. [2]

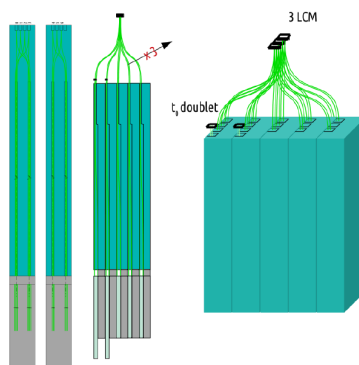


Figura 2.7: Schema di raccoglimento delle fibre ottiche. [2]

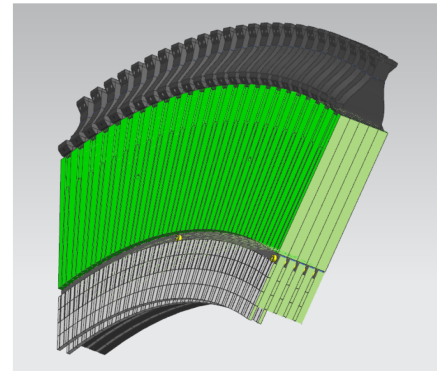


Figura 2.8: Schema di raccoglimento delle fibre ottiche. [3]

Lo schema di raccolta delle fibre, raffigurato in *Figura 2.7*, è stato ottimizzato e validato dalle simulazioni ottiche, contenute nel pacchetto di simulazione GEANT4<sup>1</sup>. Esso prevede che le dieci fibre WLS appartenenti allo stesso LCM vengano raggruppate al termine delle scanalature in un SiPM (Silicon Photomultiplier) di area  $4 \times 4 \text{ mm}^2$ , mentre le fibre del  $t_0$ -layer vengono lette da due SiPM indipendenti. [2] Il segnale in uscita del SiPM è collegato a delle schede di lettura (CAEN FERS A5202) che restituiscono l'ampiezza ed il tempo del picco del segnale su due range dinamici diversi, denominati "high gain" e "low gain".

Il dimostratore è stato esposto nell'agosto 2023 al fascio T9, prodotto dall'acceleratore PS del CERN e composto per lo più da pioni, muoni ed elettroni. Il momento del fascio è stato variato tra 0.5 e 5 GeV/c, di modo da testare la risposta del calorimetro nell'intervallo operativo di ENUBET. A completare il setup sperimentale, sono stati utilizzati due tracciatori al silicio (visibili in *Figura 2.5* a destra) allo scopo di determinare il punto di impatto delle particelle sul calorimetro con precisione sub-millimetrica.

L'analisi e i risultati presentati in questo lavoro sono basati sui dati raccolti durante questo testbeam.

<sup>1</sup>GEANT4 è un software di simulazione utilizzato per simulare l'interazione delle particelle con i materiali. Esso, prevedendo tutta la descrizione dell'apparato e del materiale, registra la deposizione di energia dalle particelle che entrano nel calorimetro: l'output della simulazione traccia le particelle durante il decadimento e le interazioni nel tunnel oltre che all'ingresso. La deposizione di energia registrata viene convertita nel numero di fotoelettroni (p.e.) per SiPM, utilizzando i dati raccolti da test effettuati al CERN.

## Capitolo 3

# Equalizzazione della risposta dei canali con un nuovo metodo

In precedenza la calibrazione dei canali era stata effettuata selezionando solo gli eventi in cui la proiezione della traccia ricostruita dai rivelatori al silicio cadeva in una regione fiduciale centrata sulla tile di scintillatore. Questo metodo garantisce delle distribuzioni delle ampiezze dei segnali molto pulite che si possono fittare con un modello di Landau. Tuttavia per i canali più profondi (alto  $z$ ) la presenza di una notevole quantità di ferro rende difficile avere una proiezione affidabile a causa degli effetti legati allo scattering coulombiano multiplo. Abbiamo quindi esplorato un nuovo approccio in cui abbiamo cercato il picco prodotto dalle m.i.p. senza la fiducializzazione, cercando la posizione del massimo.

L'acquisizione dati in ENUBET è strutturata in *runs*, ognuno dei quali viene eseguito ad una determinata energia e posizione dei tracciatori al silicio, ciascuno con un numero di eventi variabile a seconda dello scopo. Sono stati presi *runs* arricchiti in particelle al minimo di ionizzazione per l'equalizzazione dei canali e altri in cui si è preso un fascio arricchito in elettroni per misurare l'andamento delle risoluzioni energetica con l'energia. Sono inoltre stati presi dati con un fascio misto di pioni, muoni ed elettroni per studiare la *particle-identification* e *runs*, in cui il calorimetro è stato esposto a diversi angoli di incidenza rispetto al fascio.

I dati dei singoli *run* sono memorizzati sotto forma di *Tree*, analizzabile dal programma *Root*, sviluppato dal CERN. Ogni *Tree* presenta al suo interno 9 differenti *Branches*, contenenti rispettivamente: le coordinate  $x$  e  $y$  delle tracce dei due tracciatori al Silicio (`xSi1i`), variabili contenenti la massima ampiezza dei segnali digitalizzati del digitalizzatore CAEN (`digiPH`), variabili per il tempo del massimo segnale all'interno della finestra temporale di acquisizione (`digiTime`), il contatore progressivo del numero di eventi a singola traccia (`NeventSi`), il tempo dell'evento in unix time (`unixTime`) ed infine le variabili riferite ai segnali, segnali in *low gain*, per segnali grandi (`fersLG`) e convertito in modalità *high gain* (`fersHG`), secondo un rapporto specifico di costruzione, il contatore progressivo del numero di eventi nel dimostratore (`fersEventNumber`) e il tempo dell'evento in unix time (`fersTimeStamp`). I concentratori del dimostratore sono  $8z \times 10\phi + 7z \times 25\phi$  per un totale di 255, ogni concentratore ha tre SiPM  $4 \times 4 \text{ mm}^2$  (tre layers) e due SiPM  $3 \times 3 \text{ mm}^2$  relativi ai  $t_0$  - layers, per un totale quindi di 1275 canali.

Di seguito si è proceduto a studiare l'uniformità dei canali non per i singoli *run* ma per uno composto da *run* combinati, in cui si sono sommati e si è tenuto conto dello spostamento del detector tra un *run* e l'altro.

Si rimanda alla *Figura 2.3*, in cui sono mostrate le proiezioni delle tracce all'entrata del calorimetro.

## 3.1 Run misto di pioni e muoni

Questo run copre la metà destra del rivelatore ed è composto da un fascio misto di pioni e muoni. Le distribuzioni dei segnali contengono quindi un contributo legato ai muoni e ai pioni prima dell'interazione, che ha caratteristiche del rilascio di particelle al minimo di ionizzazione (m.i.p.). Questo rilascio dovrebbe essere uguale per tutti i canali in quanto dipende sostanzialmente solo dallo spessore dello scintillatore. Possiamo quindi usarlo per equalizzare la risposta dei canali.

### 3.1.1 Individuazione delle posizioni del picco delle m.i.p.

Per trovare le posizioni dei picchi dei segnali da m.i.p. dei 480 canali si è proceduto in primo luogo a differenziare i canali: ogni cinque canali, i primi tre relativi al calorimetro (0, 1, 2 oppure 4, 6, 7) e i successivi relativi ai  $t_0$  - layers (3, 4 oppure 8, 9). Questa differenziazione è necessaria per adattare i limiti dell'istogramma delle ampiezze da analizzare, i segnali dai canali relativi a  $t_0$  infatti, hanno un'ampiezza di circa un quinto rispetto a quelli calorimetrici.

Per i canali relativi al  $t_0$  - layer si è implementato un algoritmo per individuare la posizione sull'asse delle ascisse relativa al picco della distribuzione. L'algoritmo, memorizzando il valore sull'asse delle ordinate trova innanzitutto il massimo assoluto, sempre localizzato all'inizio e dovuto al piedistallo, e dal bin relativo a questo massimo, l'algoritmo scorre verso destra e si blocca al primo minimo individuato. Successivamente, a partire dall'ascissa relativa a questo minimo, e nello specifico dal numero del bin corrispondente, viene individuato il massimo assoluto nel nuovo intervallo (dal bin relativo al minimo fino al termine dell'istogramma) tramite un ciclo `for` che scorre verso destra ed un `if` che controlla il valore sull'asse delle  $y$  di ogni bin del sottointervallo. Il nuovo massimo individuato, corrisponderà al corretto picco, e di esso, viene memorizzata la posizione sull'asse delle  $x$ . Si riporta in *Appendice* la parte di codice utilizzata, in linguaggio C++.

Per garantire un buon funzionamento dell'algoritmo si è cercato un compromesso tra la scelta della larghezza del binning. Bin più grandi riducono l'effetto delle fluttuazioni statistiche ma introducono un'incertezza sistematica sulla posizione del massimo. Di seguito in *Figura 3.1* si riportano gli istogrammi di un canale preso per esempio (canale 39), in cui si mostrano gli istogrammi dei segnali in *high gain* e *low gain* con diversi numeri di bin. Seppur il segnale rappresentato dall'istogramma a destra possa risultare più nitido e preciso, il numero elevato di bin può indurre l'algoritmo in errore. I possibili errori riscontrati sono principalmente due: con un numero elevato di bin può verificarsi qualche fluttuazione dei dati e l'algoritmo quindi potrebbe identificare un minimo diverso da quello assoluto, ma nella maggior parte dei casi, l'altezza del bin individuato non correttamente è comunque minore del massimo ricercato e perciò l'algoritmo riesce comunque a restituire il massimo corretto. D'altra parte, con un alto numero di bin può verificarsi che il bin correttamente selezionato dall'algoritmo, ossia con altezza maggiore, non sia perfettamente centrato rispetto al centroide della curva che si otterrebbe con un diverso tipo di fit.

Perciò per la successiva parte di analisi il numero di bin scelto è stato di 100, numero intermedio tra i due valori riportati in *Figura 3.1*. Come intervallo nell'asse delle  $x$ , in modo da riuscire sempre ad individuare correttamente il picco, è stato scelto l'intero spettro ([0:8000]) per i segnali in *high gain*, mentre per i segnali in *low gain* è stato scelto un ottavo di spettro ([0:1000]), per consentire che tutti i picchi fossero contenuti nell'intervallo, ma comunque consentendo che fossero visibili ed individuabili con il medesimo numero di bin scelto per gli altri segnali in *high gain*.

Non per tutti i canali relativi agli strati  $t_0$  sono stati ritrovati i picchi in *low gain*, alcuni infatti sono risultati apparentemente vuoti. I canali relativi a  $t_0$  di cui non è stato possibile memorizzare la posizione del picco sono i seguenti, si indicano con  $N$  gli indici del vettore `fersLG`, contati a partire da 0:

$N = 43, 54, 64, 68, 69, 83, 84, 88, 89, 108, 109, 133, 134, 154, 158, 169, 209, 223, 224, 269, 303, 309, 349, 458$

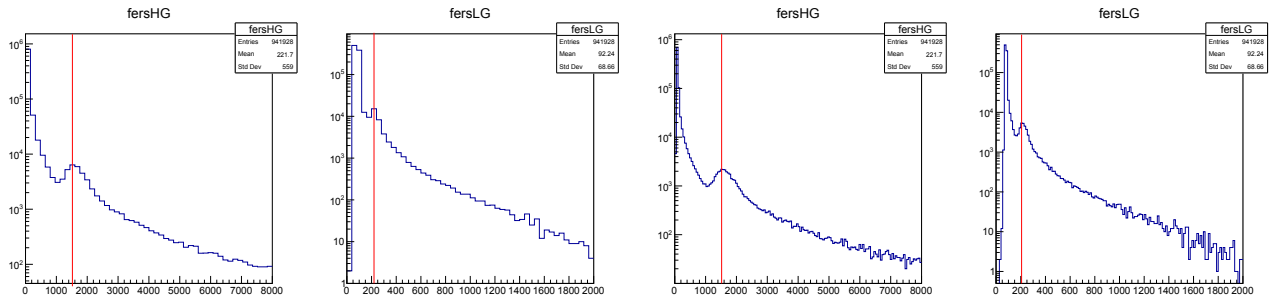


Figura 3.1: Canale 39: istogrammi *high gain* e *low gain* con rispettivamente 50 bin a sinistra e 150 bin a destra.

Di seguito in *Figura 3.2* si riporta l'esempio per il canali canale 68 in cui non è stato possibile determinare il picco della mip, in quanto probabilmente non direttamente illuminato dal fascio.

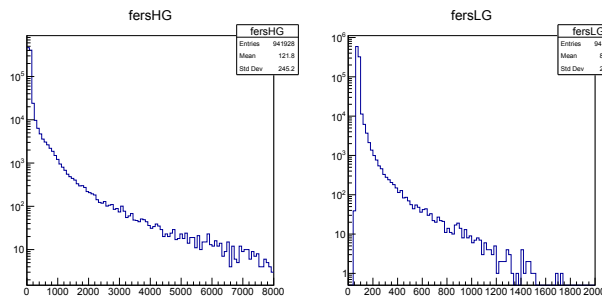


Figura 3.2: Istogrammi *high gain* e *low gain* del canale 68, rappresentati con intervallo nell'asse delle ascisse medesimo alle figure precedenti, e con un numero di bin pari a 100.

Si riportano di seguito i risultati ottenuti dell'analisi dei 192 canali relativi a  $t_0$ . Si sono studiate le distribuzioni dei valori delle posizioni dei picchi, che presentano delle strutture discrete che potrebbero essere dovute alla larghezza dei bin. Sulla distribuzione si effettua un fit di tipo gaussiano, i risultati ottenuti sono riportati in *Tabella 3.1* e in *Figura 3.3*. Si riportano inoltre i grafici in *Figura 3.4* relativi alla distribuzione della posizione del picco in funzione del numero del canale, sia per i segnali in *low gain* che in *high gain*.

	<i>high gain</i>	<i>low gain</i>
media fit gauss.	$1213 \pm 63$	$170 \pm 4$
media aritm.	$1231 \pm 19$	$169 \pm 2$

Tabella 3.1

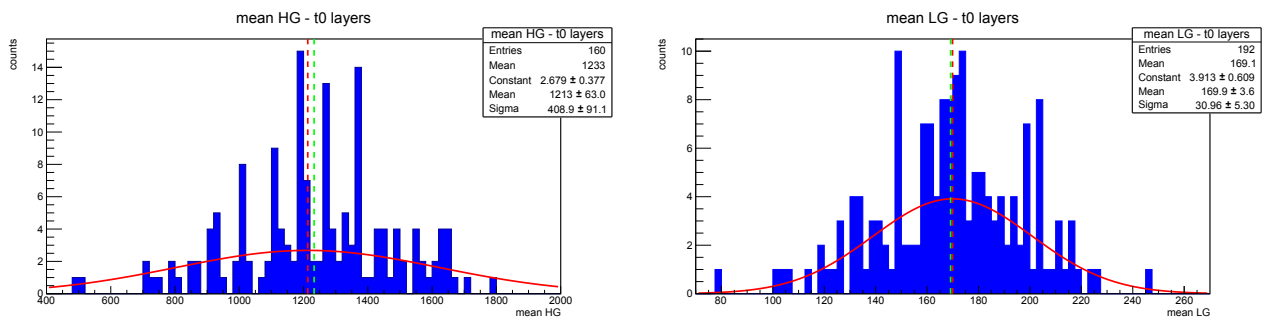


Figura 3.3: Istogrammi *high gain* e *low gain* della distribuzione dei valori della posizione del picco, in rosso il fit gaussiano e in linea tratteggiata il valore centrale del fit gaussiano e in verde il valore della media della distribuzione.

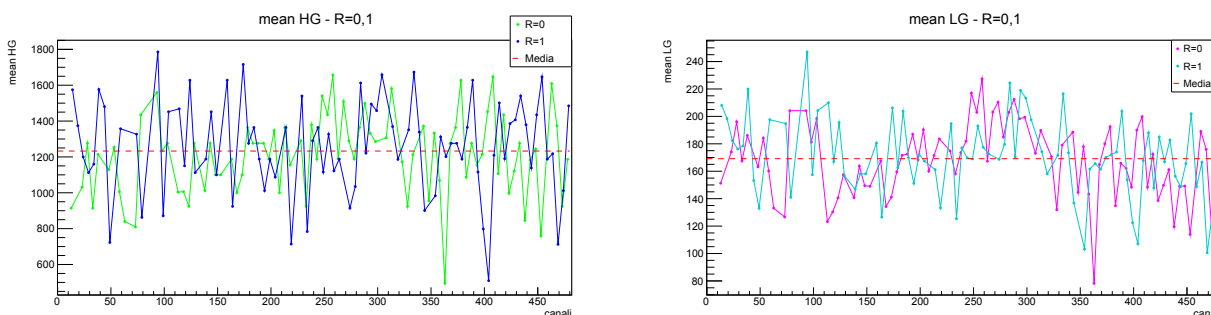


Figura 3.4: Sinistra: posizioni dei massimi per gli *high gain* separati per  $R = 0$  (verde) e  $R = 1$  (blu). Destra: posizione dei massimi per i *low gain* separati per  $R = 0$  (magenta) e  $R = 1$  (azzurro)

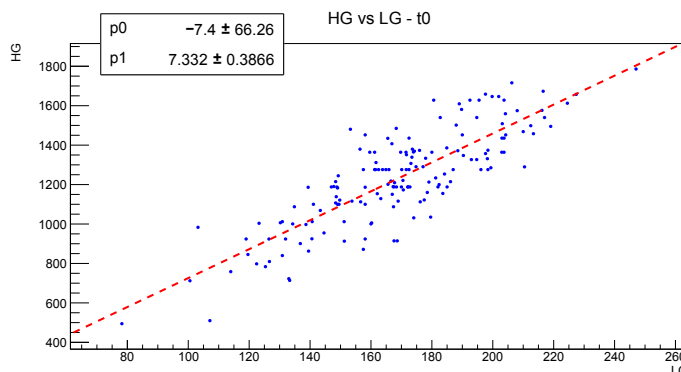


Figura 3.5: Scatter plot dei valori della posizione dei picchi *high gain* e *low gain*, uno in funzione dell'altro. Il valore del coefficiente angolare della retta data dall'interpolazione lineare dei punti risulta inoltre perfettamente compatibile con il valor medio dei rapporti *high gain* su *low gain* per i singoli canali.

In *Figura 3.5* si riporta il grafico relativo al confronto tra posizione del picco in *high gain* vs *low gain*. I punti riportati per i due assi sono stati acquisiti dall'algorithm con intervalli diversi e quindi con diverse precisioni (100 bin in  $[0:1000]$  per *low gain* e 100 bin in  $[0:8000]$  per *high gain*), inficiando così sulla precisione del seguente grafico. Come atteso, la correlazione lineare tra i punti è presente, dato che il rapporto tra il *gain* relativo per questi due canali di elettronica è impostato a priori nelle impostazioni dell'acquisizione, in base alla documentazione fornita dal costruttore (CAEN) per le schede FERS A5202. Ciò nonostante è presente un evidente *spread* non indifferente, dato dalla diversa precisione nell'utilizzo dell'algorithm.

Il coefficiente angolare dell'interpolazione lineare risulta  $7.3 \pm 0.4$ , che porta una compatibilità di  $\rho = 0.15$  con il valore medio dei rapporti tra *high gain* e *low gain* dei singoli canali ( $7.27 \pm 0.06$ ).

Dopo aver analizzato i canali relativi a  $t_0$  ci si è concentrati sui rimanenti canali, relativi al calorimetro. Per memorizzare la posizione del picco si è utilizzato il medesimo algorithm descritto precedentemente, con l'accortezza di allargare il dominio del segnale in *low gain* in quanto i picchi sono localizzati più a destra: da un intervallo  $[0:1000]$  si allarga a  $[0:2000]$ . Per i canali calorimetrici i picchi *high gain* risultano fuori scala, non è stato quindi possibile localizzarli e memorizzarli, per l'analisi si utilizzeranno quindi esclusivamente quelli in *low gain*. Affinché l'algorithm funzionasse correttamente per tutti i canali il numero di bin scelto è stato di 80.

Di seguito in *Figura 3.6* si riportano due canali di esempio (canale 1 e canale 11). I canali invece, per i quali non è stato possibile ottenere una misura sono i seguenti.

$$N = 155, 240, 241$$

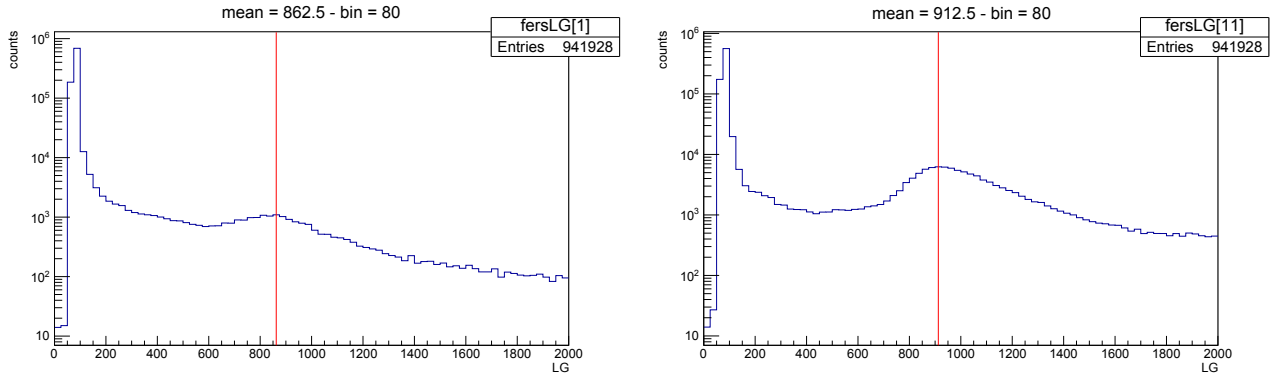
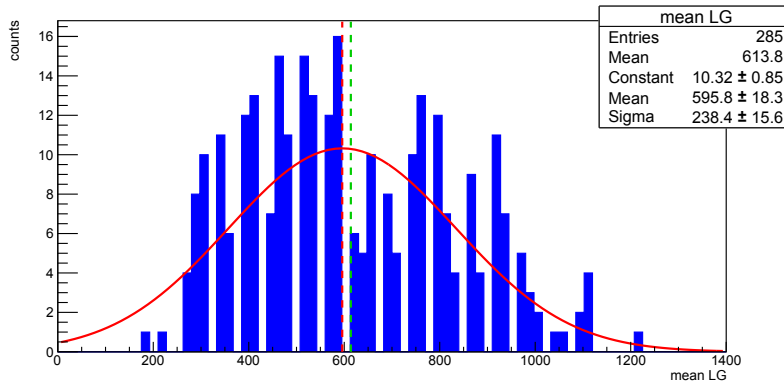


Figura 3.6: Istogrammi *low gain* relativi ai canali 1 (a sinistra) e 11 (a destra).

Come prima, si è calcolata la media dei valori ottenuti e la loro distribuzione è stata confrontata con un fit gaussiano, i risultati sono rappresentati in *Figura 3.7*.



	<i>low gain</i>
media fit gauss.	$596 \pm 18$
media aritm.	$614 \pm 13$

Figura 3.7: Istogramma *low gain* della distribuzione dei valori della posizione del picco, in rosso il fit gaussiano e il linea tratteggiata il valore della media relativa al fit gaussiano e in verde il valore della media aritmetica. Come si vede i valori non seguono bene una distribuzione gaussiana.

### 3.1.2 Confronto con il metodo con fiducializzazione

Confrontiamo i nostri risultati per i canali calorimetrici con quelli ottenuti attraverso il metodo di fiducializzazione precedentemente descritto, in cui le distribuzioni sono state fittate con una Funzione di Landau e un'esponenziale. È perciò possibile presentare un confronto dei vari valori per ogni canale ottenuti nei due differenti metodi, vedasi *Figura 3.8*. È possibile notare la presenza di un bias dei valori ottenuti dall'algorithm ed analizzati in questo lavoro (in colore blu) e quelli già studiati precedentemente (in colore verde), bias medio di circa 70 ADC counts, che ammonta quindi ad un effetto del circa 10%, causato molto probabilmente da un errore legato alla grandezza dei bin: essendo 80 bin in un dominio di [0:2000] la larghezza di un singolo bin è di 25 unità, e stante che l'algorithm restituisce il valore centrale, è possibile ottenere al massimo una cifra decimale. Il fatto che i nostri valori siano sistematicamente più bassi inoltre, potrebbe derivare dal fatto che il picco siede su un fondo molto grande che ha un comportamento decrescente. Questo porta a spostare a sinistra la posizione del picco rilevato.

Sarebbe possibile prevedere una correzione fissa ai nostri valori ma per semplicità decidiamo di non correggerli e vedere nel seguito se riescono a migliorare ugualmente la risoluzione sull'energia degli elettroni.

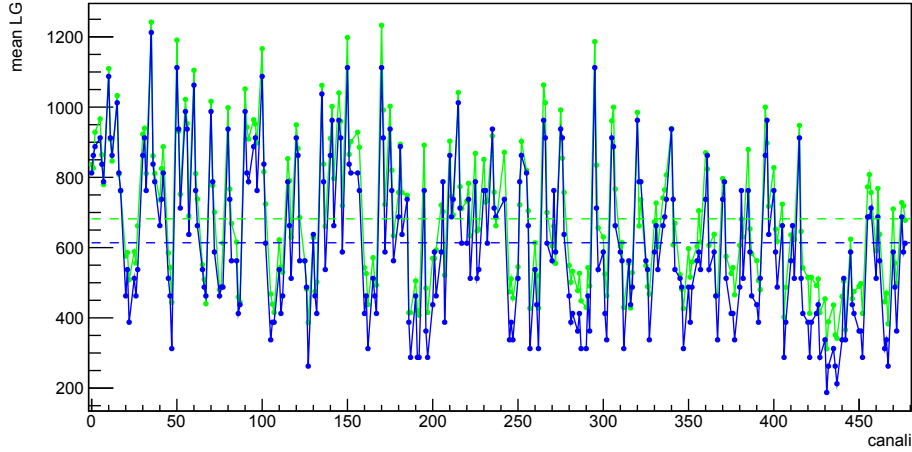


Figura 3.8: In colore blu, valori delle posizioni ottenuti tramite l’algoritmo, e in linea tratteggiata la media aritmetica, in colore verde, i valori ottenuti da metodi terzi, e in linea tratteggiata la media aritmetica.

### 3.1.3 Studio della dipendenza dell’equalizzazione dai parametri geometrici

Cerchiamo quindi di capire se esistono particolari correlazioni tra i valori della risposta dei canali e la posizione dei canali all’interno del calorimetro in termini di  $R$ ,  $z$  e  $\phi$ . Tramite l’header file `MappingScript.h` fornito, è stato possibile assegnare ai canali le coordinate del calorimetro  $(R, z, \phi)$ .

Vi sono 8 board, ognuna contenente 60 anodi, e il numero del canale associato si ottiene tramite la seguente relazione:  $canale = board \times 60 + anode$ . Infatti i valori  $anode$  e  $board$  si ottengono prendendo rispettivamente quoziente e resto dalla divisione per 60 del numero del canale.

Si è proceduto in questo modo per tutti i 480 canali, ottenendo così la mappatura totale. I possibili valori assunti da  $R$  sono  $R = 0, 1, 2, 3, 4$  in cui  $R = 0, 1$  sono riferiti ai canali  $t_0$  e  $R = 2, 3, 4$  ai restanti canali del calorimetro, la coordinata  $z$  è un numero intero e assume i valori da 5 a 17, e  $\phi$  varia da 6 a 14.

$$R = 0, 1, 2, 3, 4 \quad 5 \leq z \leq 17, z \in \mathbb{Z} \quad 6 \leq \phi \leq 14$$

### 3.1.4 Calcolo delle correzioni

A seguito dell’assegnazione delle coordinate è possibile calcolare le correzioni per ogni canale da applicare per effettuare la calibrazione. La formula utilizzata è la seguente, calcolata in modo che ogni valore di posizione del picco trovato, se moltiplicato per la sua correzione, restituisca il valor medio.

$$corr_i = \frac{mean}{value_i} \quad (3.1)$$

È stato fatto un calcolo differente per i canali relativi agli strati  $t_0$  e per quelli relativi al calorimetro, e i valori medi utilizzati sono i seguenti:

$$mean_{cal} = (614 \pm 13) \quad mean_{t_0} = (169 \pm 2)$$

in cui l’errore è calcolato come deviazione standard della media. Di seguito in *Figura 3.9* si riportano i grafici della distribuzione delle correzioni per canale.



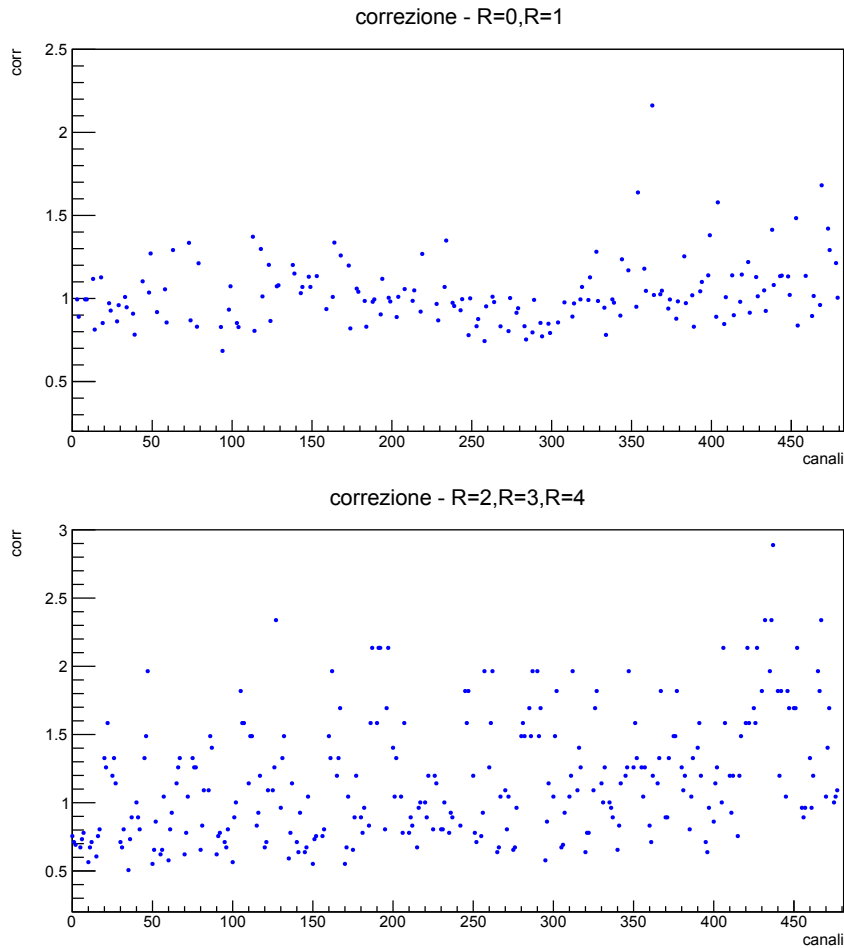


Figura 3.9: Correzioni applicate ad ogni canale, a sinistra le correzioni relative ai canali  $t_0$ , a destra, relative ai canali del calorimetro.

È interessante notare come l'uniformità sia migliore per i canali  $t_0$  che corrispondono ad una singola *tile* di scintillatore letta da due fibre.

### 3.1.5 Uniformità dei canali

L'analisi è proseguita effettuando diversi tipi di grafici delle correzioni calcolate precedentemente, variando le coordinate  $R$ ,  $z$  e  $\phi$ , per controllare il comportamento delle correzioni per i vari canali in funzione della posizione nel tracciatore.

Di seguito, in *Figura 3.10* si riportano gli istogrammi tridimensionali a  $R$  fissato, con  $\phi$  e  $z$  negli assi rispettivamente  $x$  ed  $y$  e le correzioni nell'asse delle  $z$ . I bin bianchi corrispondono ai canali vuoti o spenti, per cui non è risultato possibile trovare il picco.

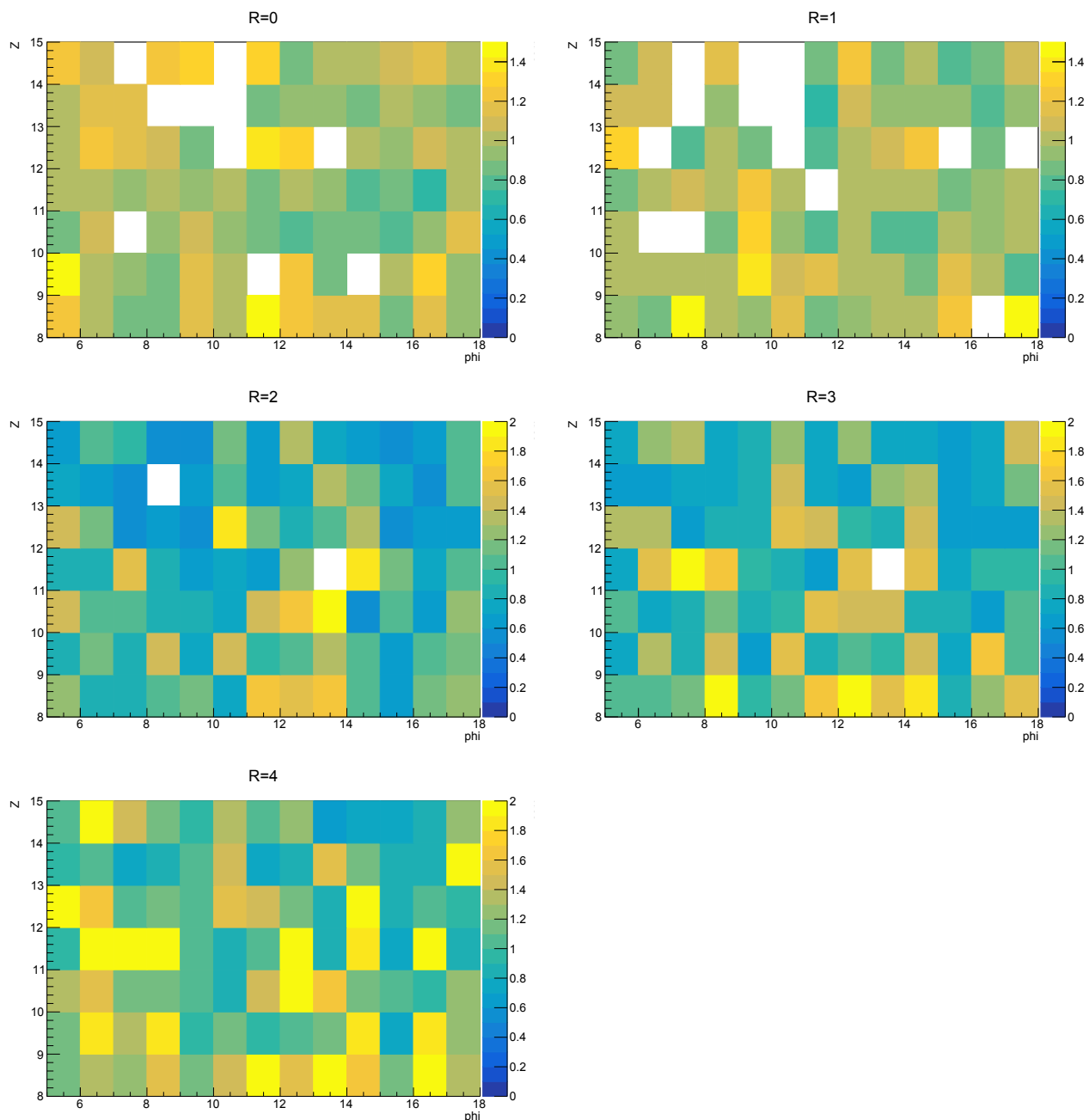


Figura 3.10: Istogrammi tridimensionali per la variazione delle correzioni al variare delle coordinate, valore di  $R$  fissato.

Ciò che è possibile notare è che per i canali del  $t_0$ -layers, quindi riscontrabili in  $R = 0, 1$ , la distribuzione appare abbastanza uniforme tra i due grafici, e scorrelata tra  $R = 0$  e  $R = 1$ . Per i canali relativi a  $R = 2, 3, 4$  invece, sembra che la correzione aumenti con  $R$ . A supporto di questa ipotesi, si riportano in *Figura 3.11* due grafici di esempio a due diversi valori di  $z$  fissati (seppur si sia verificato per tutti i valori di  $z$ ): si riportano le correzioni per  $R = 2, 3, 4$  ( $z = 9, z = 14$ ). In *Tabella 3.2*, inoltre, si riportano le medie delle correzioni divise a seconda del valore di  $R$ , si può infatti notare come le medie per  $R = 0, 1$  siano molto simili e ottimamente compatibili, mentre le medie relative a  $R = 2, 3, 4$  crescano progressivamente.

Si riportano anche in *Figura 3.12* le correzioni, distinguendo i tre valori di  $R$ .

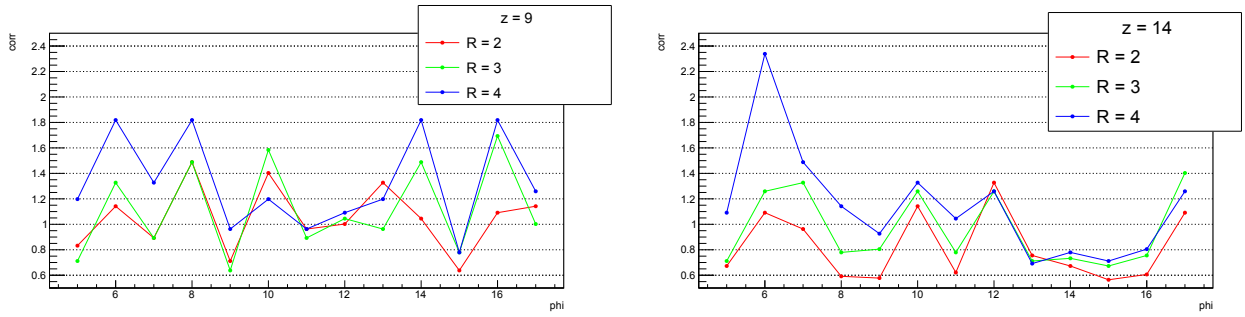


Figura 3.11: Scatter plot delle correzioni per  $R = 2, 3, 4$ , a  $z$  fissato,  $z = 9$  nel grafico a sinistra e  $z = 14$  nel grafico a destra. Nell'asse delle ascisse vi è  $\phi$ .

$R = 0$	$1.04 \pm 0.02$	$R = 2$	$1.03 \pm 0.04$
$R = 1$	$1.02 \pm 0.02$	$R = 3$	$1.15 \pm 0.05$
	$\rho_{01} = 0.8$	$R = 4$	$1.35 \pm 0.05$

Tabella 3.2: Media delle correzioni per ogni  $R$ . Per  $R = 0, 1$  è riportato anche l'indice di compatibilità.

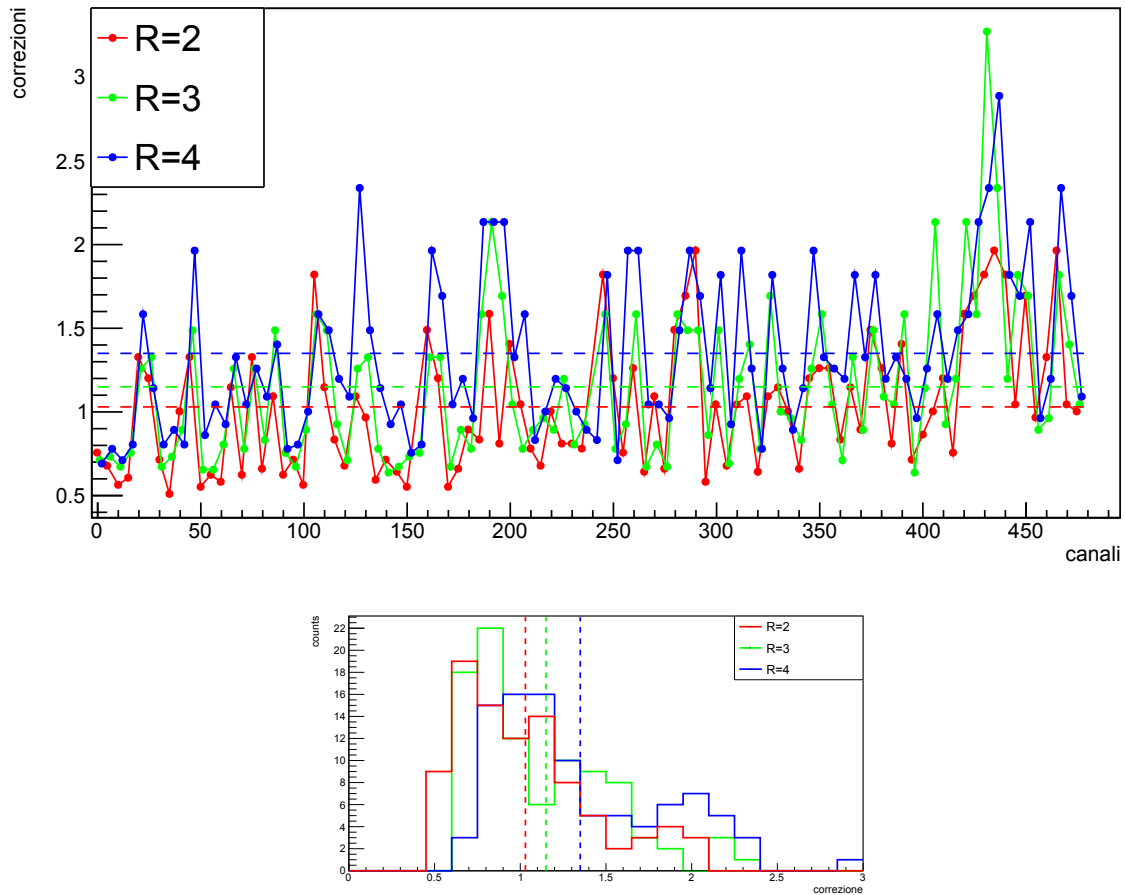


Figura 3.12: Correzioni per  $R = 2, 3, 4$ , a sinistra scatter plot con le tre diverse medie in linea tratteggiata e a destra sotto forma di istogramma.

Sono stati effettuati anche altri plot tridimensionali a  $\phi$  e  $z$  fissati per ogni loro valore. Si riportano di seguito in *Figura 3.13* e *Figura 3.14* solamente due valori per ciascuno, mentre gli altri sono riportati in *Appendice*.

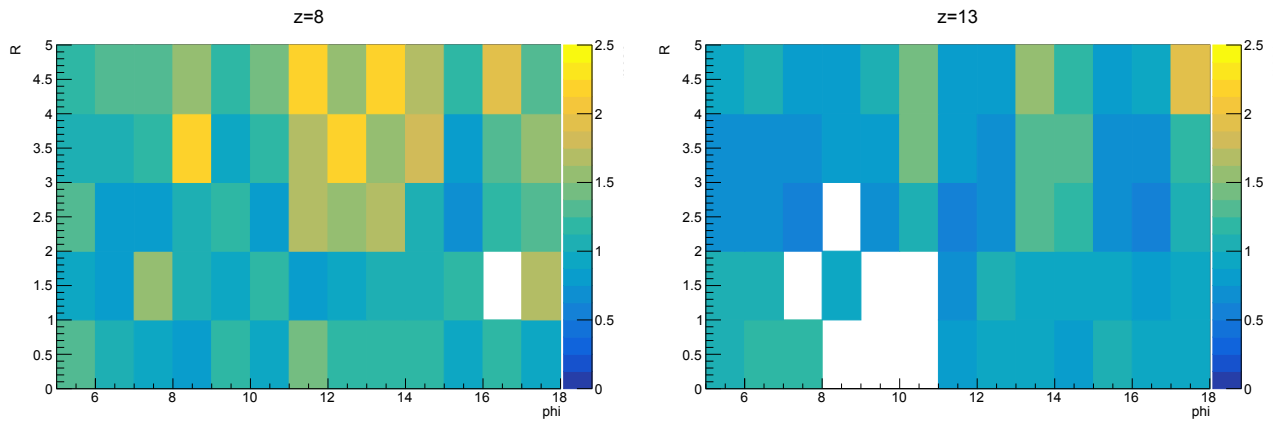


Figura 3.13: Istogrammi tridimensionali per la variazione delle correzioni al variare delle coordinate, valore di  $z$  fissato.

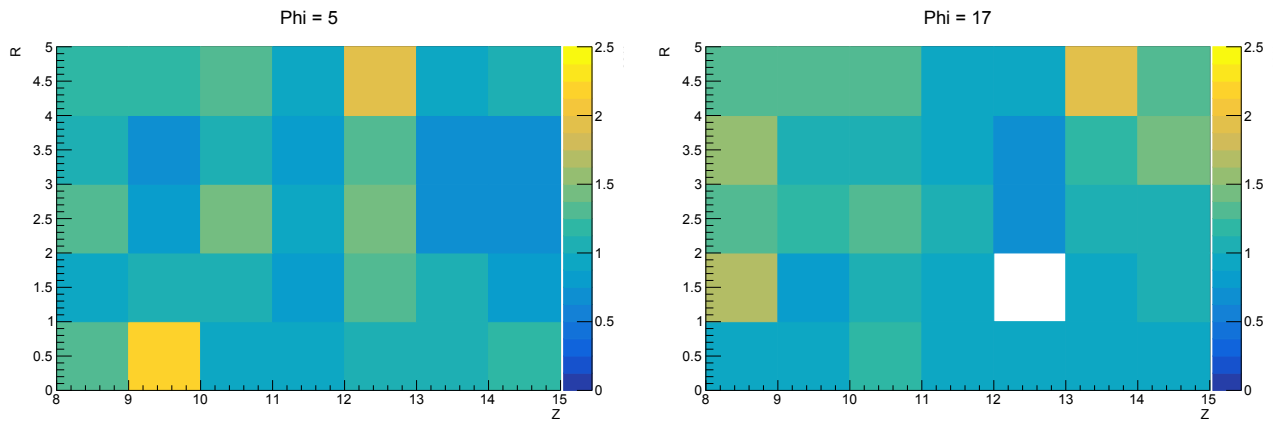


Figura 3.14: Istogrammi tridimensionali per la variazione delle correzioni al variare delle coordinate, valore di  $\phi$  fissato.

Ulteriori risultati molto interessanti sono pervenuti mettendo in relazione le correzioni a differenti  $R$ , avendo fissato  $\phi$  e  $z$ , guardando la dipendenza lineare due a due. Per le coppie 0-2, 0-3, 0-4, 1-2, 1-3, 1-4, i risultati non sono apparsi essere correlati. Nemmeno la coppia 0-1 appare avere correlazione, mentre le coppie relative ai canali del calorimetro, 2-3, 2-4, 3-4, presentano una correlazione significativa.

Si riportano di seguito in *Figura 3.15* gli scatter plot per le coppie 0-1, 2-3, 2-4, 3-4, ed in *Tabella 3.3* i valori delle correlazioni lineari per i differenti  $R$ .

$\rho_{linear}$	0	1	2	3	4
0	1	-0.001	-0.02	0.01	0.08
1	-0.001	1	0.17	0.14	0.20
2	-0.02	0.17	1	0.74	0.70
3	0.01	0.14	0.74	1	0.79
4	0.08	0.20	0.70	0.79	1

Tabella 3.3: Indice di correlazione lineare di Pearson per le varie coppie a differenti  $R$ .

Questi dati forniscono delle indicazioni molto utili per capire l'origine fisica di questo effetto. L'interpretazione è tuttavia ancora in corso. Si prevede un'ispezione visuale delle fibre sul calorimetro.

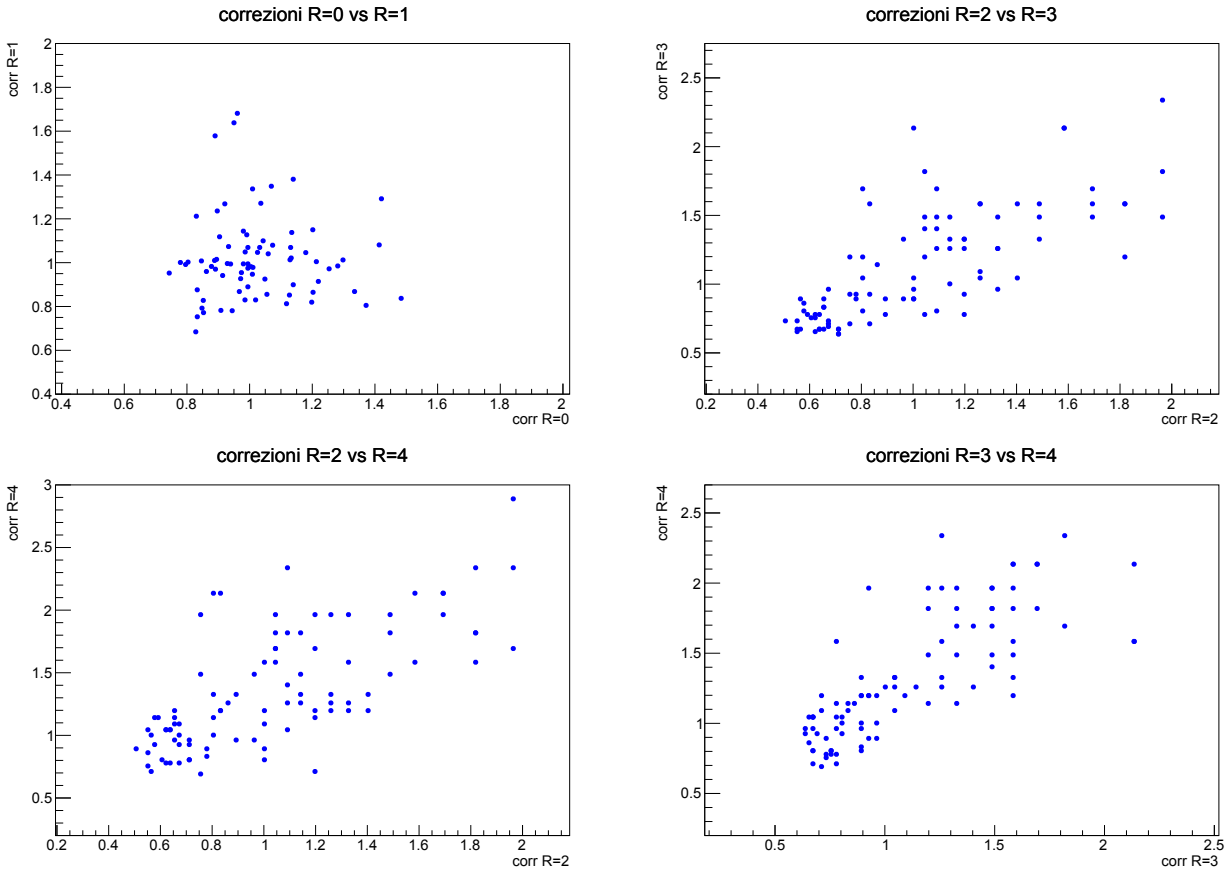


Figura 3.15: Scatter plot per le diverse coppie di  $R$ .

### 3.2 Studio della risoluzione energetica tramite run di elettroni

Andiamo ora a testare l'efficacia della calibrazione che abbiamo sviluppato andando a vedere come cambia la risoluzione energetica per gli elettroni a diverse energie. Si procede applicando le correzioni calcolate ai singoli *runs* di elettroni a varie energie: si leggono da file le correzioni calcolate precedentemente per ogni singolo canale, e si applicano ai *run* di elettroni. I *run* scelti per ogni energia sono i seguenti.

0.5 GeV	run1597.root	3 GeV	run1589.root
1 GeV	run1593.root	4 GeV	run1587.root
2 GeV	run1591+1595.root	5 GeV	run1585.root

Tabella 3.4: Dati utilizzati per l'analisi.

Per ogni energia a cui corrisponde un *run* di elettroni si crea l'istogramma dato dalla somma di tutti i valori dei 480 canali chiamato `hEne_raw`, si crea un ulteriore istogramma a partire dal precedente in cui però ogni canale è pesato secondo la propria correzione, chiamato `hEne_eq` ed infine si effettua un taglio fiduciale, per accertarsi che l'elettrone sia contenuto nel calorimetro e che quindi non ci siano effetti per cui l'energia dello sciame esce dalla regione attiva, l'istogramma ripulito porta il nome di `hEne_cut`.

Per calcolare la risoluzione energetica si procede nel seguente modo: si effettua un fit gaussiano dell'istogramma dell'energia su cui è stato fatto il taglio fiduciale e la risoluzione sarà data da:

$$R = \frac{\sigma}{\mu} \quad (3.2)$$

in cui  $\sigma$  e  $\mu$  sono rispettivamente la deviazione standard e la media della distribuzione gaussiana, in questo caso ottenuti dal fit dell'istogramma. L'errore associato, è calcolato secondo la propagazione

degli errori, in cui la covarianza dipende dal fit, come:

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_\sigma}{\mu}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{\mu^2}\sigma_\mu\right)^2 - 2\frac{\sigma}{\mu^3}\text{cov}(\mu, \sigma)} \quad (3.3)$$

I risultati dei fit gaussiani per le due calibrazioni (originale e nuova) assieme alle singole risoluzioni per ogni energia, sono riportati in *Tabella 3.5* e *Tabella 3.6*.

	$\mu$	$\sigma$	$R$ [%]
0.5 GeV	4200 ± 61	668 ± 52	15.9 ± 1.3
1 GeV	6208 ± 70	964 ± 63	15.5 ± 1.1
2 GeV	11,129 ± 19	1102 ± 15	9.9 ± 0.1
3 GeV	15,206 ± 48	1305 ± 36	8.6 ± 0.2
4 GeV	18,974 ± 40	1494 ± 27	7.9 ± 0.1
5 GeV	22,537 ± 46	1696 ± 33	7.5 ± 0.1

Tabella 3.5: Valori dei fit gaussiani e della risoluzione percentuale per ogni valore di energia. Calibrazione originale.

	$\mu$	$\sigma$	$R$ [%]	compatibilità
0.5 GeV	4049 ± 56	663 ± 44	16.4 ± 1.3	0.3
1 GeV	5850 ± 66	850 ± 50	14.5 ± 0.9	0.7
2 GeV	10,704 ± 19	1,121 ± 15	10.5 ± 0.1	2.7
3 GeV	14,732 ± 49	1,329 ± 36	9.0 ± 0.2	1.2
4 GeV	18,466 ± 42	1,541 ± 29	8.3 ± 0.2	2.1
5 GeV	21,994 ± 48	1,778 ± 37	8.1 ± 0.2	2.6

Tabella 3.6: Valori dei fit gaussiani e della risoluzione percentuale per ogni valore di energia. Calibrazione nuova.

Per trovare la risoluzione finale, si effettua infine un fit delle varie risoluzioni trovate ad ogni energia. Il fit della risoluzione è effettuato tramite la seguente relazione:

$$y = \sqrt{\frac{S^2}{x} + C^2} \quad (3.4)$$

in cui  $y = \frac{\sigma}{E}$  la risoluzione e  $x = E$ ; i risultati sono riportati qui di seguito, in *Tabella 3.7* e in *Figura 3.16*. Nella colonna più a destra si riporta anche le compatibilità tra i valori  $S$  e  $C$  dei due fit, le quali risultano ottime.

	$S$	$C$	compatibilità
calibrazione originale	11.9 ± 0.4	5.2 ± 0.3	$\rho_S = 0.3$
nuova calibrazione	12.1 ± 0.4	5.9 ± 0.3	$\rho_C = 1.5$

Tabella 3.7: Risultati dei fit per la risoluzione.

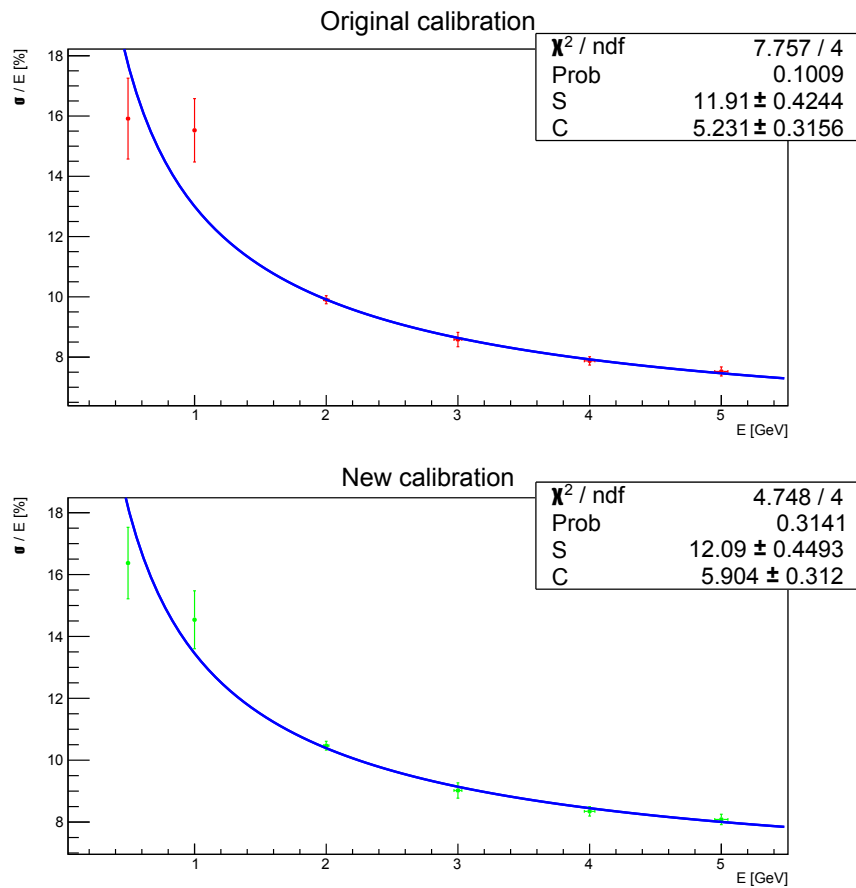


Figura 3.16: Grafici della risoluzione dell'energia per le due calibrazioni.

Si riporta di seguito un esempio di lavoro effettuato, descritto sopra, per l'energia a 4 GeV, in *Figura 3.17* con la calibrazione originale e in *Figura 3.18* con la calibrazione qui calcolata.

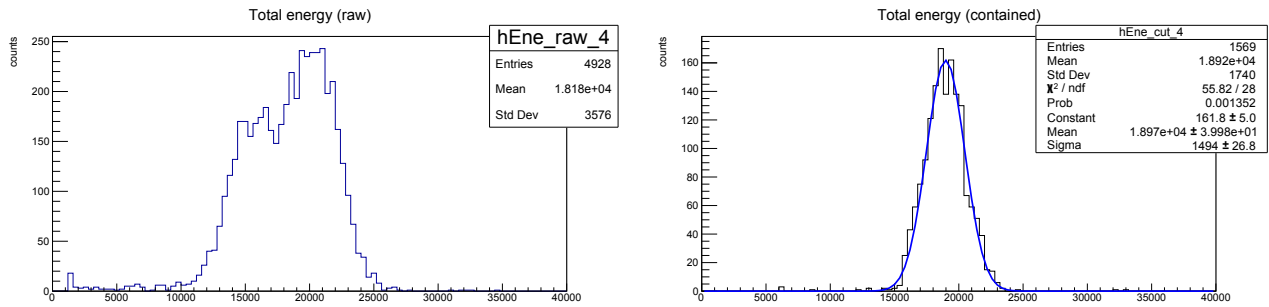


Figura 3.17: Energia *raw* a sinistra e energia a seguito del taglio fiduciale a destra, con fit gaussiano, i cui risultati sono riportati in *Tabella 3.5*. Calibrazione originale per 4 GeV.

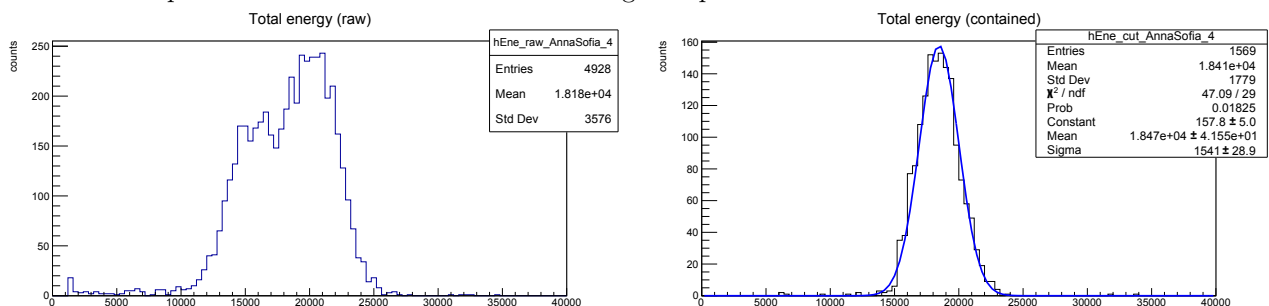


Figura 3.18: Energia *raw* a sinistra e energia a seguito del taglio fiduciale a destra, con fit gaussiano, i cui risultati sono riportati in *Tabella 3.6*. Nuova calibrazione per 4 GeV.

Si ottengono gli istogrammi relativi agli elettroni a varie energie quasi sovrapposti, con un piccolo shift nell'asse delle  $x$ , e i parametri delle distribuzioni gaussiane  $\mu$  e  $\sigma$  risultano ottimamente compatibili uno ad uno. Una possibile spiegazione potrebbe risiedere nel fatto che le correzioni effettuate per i due metodi di calibrazione risultano differenti del 10%, come era visibile anche in *Figura 3.8*, dove era anche appunto visibile uno shift dei valori dei singoli picchi trovati. Essendo quindi le medie delle posizioni per i canali differenti nei due casi, le correzioni risultano differenti, e quindi anche gli istogrammi dell'energia di conseguenza rispecchiano simili ma differenti distribuzioni gaussiane.

Si riportano di seguito in *Figura 3.19* gli istogrammi alla varie energie, rispettivamente in ordine, energia *raw*, energia equalizzata ed energia dopo il taglio.

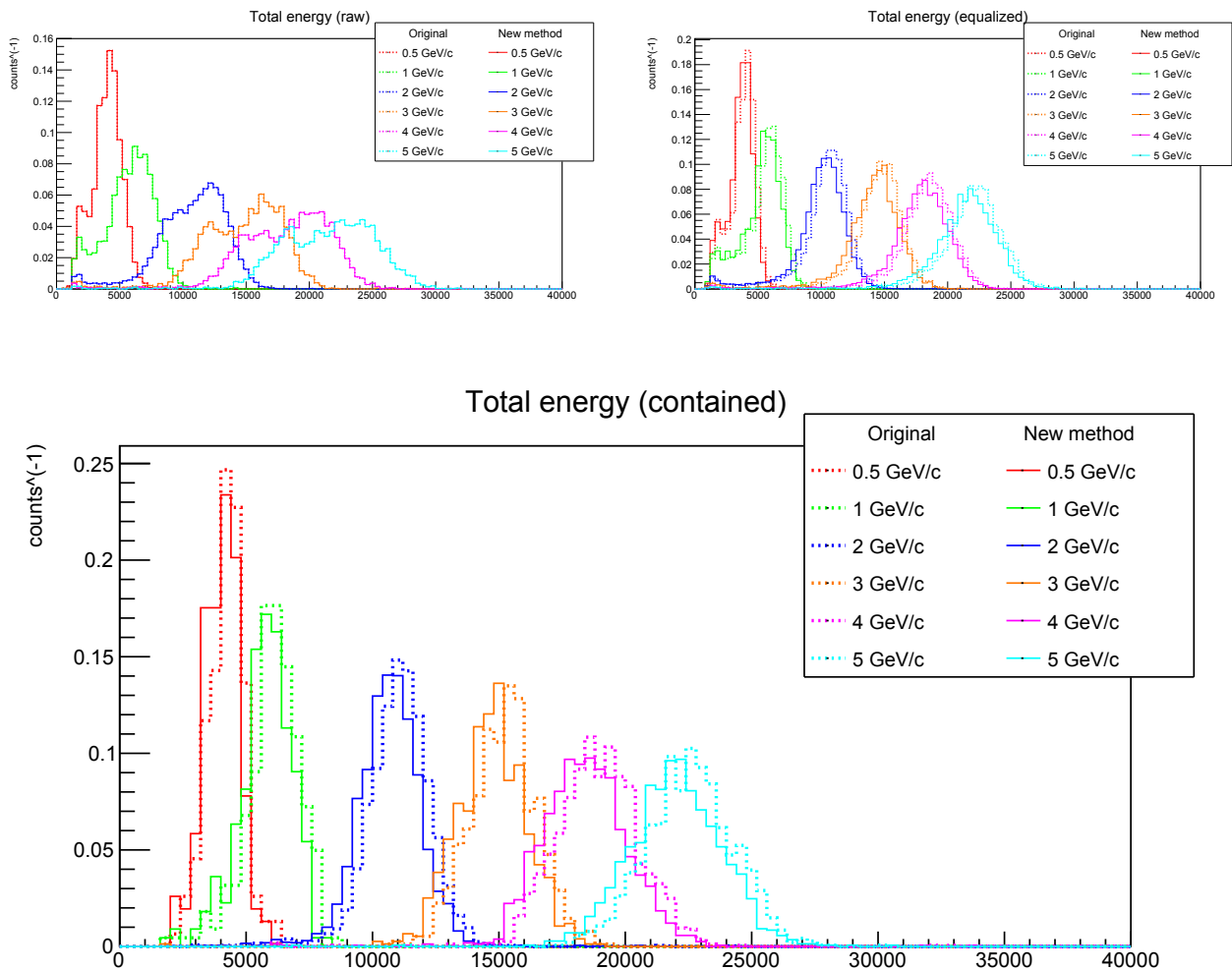


Figura 3.19: Istogrammi delle energie degli elettroni con correzioni calcolate nel seguente lavoro in linea continua e in linea tratteggiata gli istogrammi provenienti dalla calibrazione originale.



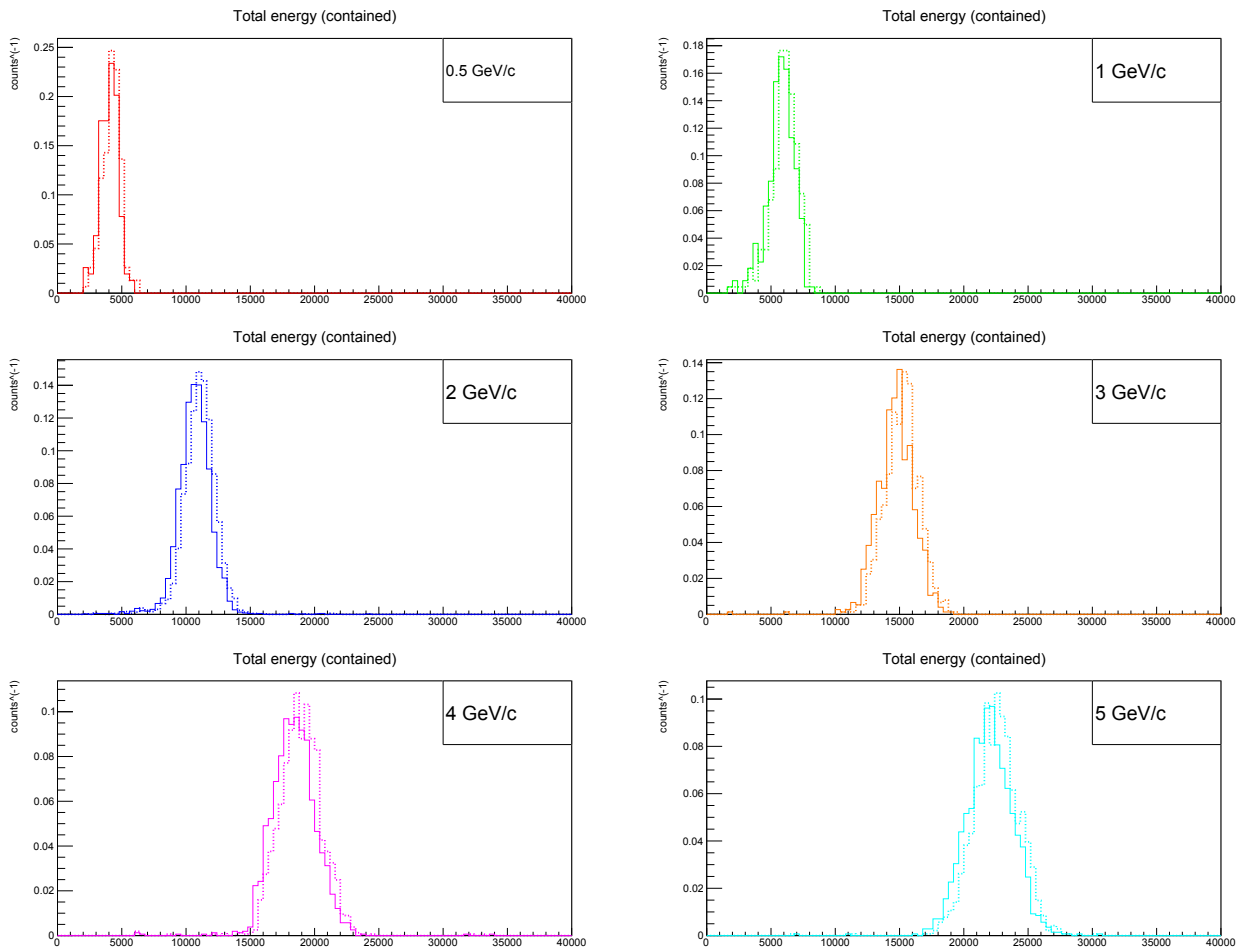


Figura 3.20: Istogrammi dell'energia a seguito dei tagli, con correzioni calcolate nel seguente lavoro in linea continua, e calibrazione originale in linea tratteggiata.

## Capitolo 4

# Conclusioni

Lo scopo della tesi è stato lo sviluppo di un nuovo metodo per l'equalizzazione dei canali del dimostratore di ENUBET, sfruttando i dati raccolti al CERN-PS nell'Agosto del 2023, che andasse ad utilizzare per l'analisi solamente la posizione del picco nella distribuzione dell'energia depositata in ognuno dei 1200 canali prodotto dalle particelle al minimo di ionizzazione. Per il momento l'analisi si è concentrata in una metà del detector ma si può estendere facilmente all'intero setup. Questo approccio aiuta a bypassare i problemi riscontrati nei layers del calorimetro più *downstream*, dove l'estrapolazione della traccia, necessaria al metodo originale per la calibrazione, basato sulla definizione di una regione fiduciale per ripulire lo spettro delle ampiezze dei segnali da eventi spuri, funziona meno a causa dello scattering coulombiano multiplo negli strati di assorbimento in ferro del calorimetro.

Per stimare le posizioni dei picchi delle m.i.p. ho sviluppato un algoritmo, che sfrutta la forma della distribuzione e ricerca un massimo su una distribuzione decrescente di forma approssimativamente esponenziale. L'analisi tratta separatamente i canali calorimetrici e del  $t_0$  - *layer* adattandosi al range dei segnali che varia, per costruzione, di un fattore circa 5. Ho verificato attraverso un'ispezione visuale che il metodo individuasse correttamente le posizioni dei picchi dei vari canali, tramite un confronto con la calibrazione originale, effettuata utilizzando per ogni canale solo i depositi associati a tracce che intercettavano una regione fiduciale utilizzando l'informazione del tracciante al silicio. Ho verificato che le correzioni ottenute con il nuovo metodo riproducessero il pattern di quelle ottenute con il metodo precedente, entro circa il 10% con un effetto sistematico legato molto probabilmente alla forma del fondo che decresce molto rapidamente con l'energia.

Ho ottenuto inoltre degli interessanti risultati nello studio della dipendenza dell'equalizzazione dai parametri geometrici. Ho verificato una dipendenza significativa dal parametro  $R$  (posizione radiale): le medie delle correzioni relative a  $R$  diversi crescono progressivamente, e se messe in relazione tra loro risultano correlate in maniera apprezzabile.

Per i canali relativi a  $t_0$ , anche se non è stato possibile effettuare un confronto con la calibrazione originale, ho riscontrato che i canali hanno una distribuzione molto più uniforme tra loro, rispetto ai canali calorimetrici, e perciò anche le correzioni sono risultate molto più stabili. È interessante ricordare che i canali  $t_0$  corrispondono ad una singola tessera di scintillatore letta da due fibre.

Ho applicato infine, le mie calibrazioni e valutato l'effetto del miglioramento sulla risoluzione energetica per elettroni da 0.5 GeV a 5 GeV, ottenendo una risoluzione compatibile con i risultati precedenti:

$$\frac{\sigma}{E} = \sqrt{\frac{(12.2 \pm 0.5)^2}{E} + (5.9 \pm 0.3)^2} \quad (4.1)$$

Un primo studio del nuovo metodo proposto risulta così esaustivo: esso risulta consistente con la risoluzione dei problemi legati al metodo classico per effettuare la calibrazione e presenta anche un margine di miglioramento, nell'individuazione del picco delle m.i.p. e perciò anche nella risoluzione energetica per gli elettroni. L'algoritmo è raffinabile migliorando la precisione nell'individuazione della

posizione, ossia aumentando il numero di bin nell'istogramma ma andando a lavorare canale per canale. Un'ulteriore direzione di miglioramento, che va oltre lo scopo originale di questo lavoro, potrebbe essere quella di effettuare dei fit con una funzione di Landau opportunamente affiancata da un modello per il fondo, per esempio di tipo esponenziale. Infine, lo studio sulla dipendenza dell'equalizzazione dai parametri geometrici del calorimetro ha fornito degli spunti di indagine per capire l'origine di questo effetto. Si prevedono nelle prossime settimane delle ispezioni visuali sull'apparato per capire se l'origine dell'effetto può essere legato a qualche imperfezione nella realizzazione dell'apparato (accoppiamento ottico tra fibre e SiPM, rottura di fibre, non perfetto contenimento di alcuni *bundles* di fibre nell'area di raccolta del SiPM).

# Bibliografia

- [1] F Acerbi, I Angelis, L Bomben, et al. Design and performance of the ENUBET monitored neutrino beam. *Eur. Phys. J. C*, 83(10):964, 2023.
- [2] F. Acerbi et al. The ENUBET positron tagger prototype: construction and testbeam performance. *Journal of Instrumentation*, 15(08):P08001, aug 2020.
- [3] F Acerbi et al. NP06/ENUBET Annual Report 2022 for the SPSC. Technical report, CERN, Geneva, 2022. co-spokesperson F. Terranova.
- [4] ROOT Collaboration et al. ROOT user's guide. <https://root.cern.ch/root/html/doc/guides/users-guide/ROOTUsersGuideA4.pdf>, 2018.
- [5] INFN Sezione di Padova. About ENUBET. <https://www.pd.infn.it/eng/enubet/about-enubet/>. Accessed: 2023-10-15.

# Appendice

Si riporta la parte di codice utilizzata nell'algoritmo implementato, per trovare la posizione del picco delle m.i.p.

```
for(int j=0; j<number_channels; j++){
maxLG[j]=0.;
for(int i=1; i<number_bin; i++){
if (hfersLG[j]->GetBinContent(i) > maxLG[j]){
maxLG[j]=hfersLG[j]->GetBinContent(i); bin_max_LG[j]=i;}
}
for(int i=bin_max_LG[j]; i<number_bin; i++){
if ((hfersLG[j]->GetBinContent(i))>(hfersLG[j]->GetBinContent(i+1))) continue;
if ((hfersLG[j]->GetBinContent(i))<(hfersLG[j]->GetBinContent(i+1))) {
bin_min_LG[j]=i; break;}
}
maxLG[j]=0.;
for(int i=bin_min_LG[j]; i<number_bin; i++){
if (hfersLG[j]->GetBinContent(i) > maxLG[j]){
maxLG[j]=hfersLG[j]->GetBinContent(i); bin_max_LG[j]=i;}
}
xmaxLG[j] = hfersLG[j]->GetXaxis()->GetBinCenter(bin_max_LG[j]);
} [4]
```

<i>canale</i>	<i>mean LG</i>	<i>board</i>	<i>anode</i>	<i>R</i>	<i>z</i>	$\phi$	<i>canale</i>	<i>mean LG</i>	<i>board</i>	<i>anode</i>	<i>R</i>	<i>z</i>	$\phi$
0	812.5	0	0	2	13	14	40	612.5	0	40	2	13	12
1	862.5	0	1	3	13	14	41	687.5	0	41	3	13	12
2	887.5	0	2	4	13	14	42	762.5	0	42	4	13	12
3	170	0	3	0	13	14	43	0	0	43	0	13	12
4	190	0	4	1	13	14	44	153.25	0	44	1	13	12
5	912.5	0	5	2	14	14	45	462.5	0	45	2	14	12
6	837.5	0	6	3	14	14	46	412.5	0	46	3	14	12
7	787.5	0	7	4	14	14	47	312.5	0	47	4	14	12
8	170	0	8	0	14	14	48	163.225	0	48	0	14	12
9	170	0	9	1	14	14	49	133.025	0	49	1	14	12
10	1087.5	0	10	2	15	14	50	1112.5	0	50	2	15	12
11	912.5	0	11	3	15	14	51	937.5	0	51	3	15	12
12	862.5	0	12	4	15	14	52	712.5	0	52	4	15	12
13	151.25	0	13	0	15	14	53	184.15	0	53	0	15	12
14	208	0	14	1	15	14	54	0	0	54	1	15	12
15	1012.5	0	15	2	16	14	55	987.5	0	55	2	16	12
16	812.5	0	16	3	16	14	56	937.5	0	56	3	16	12
17	762.5	0	17	4	16	14	57	587.5	0	57	4	16	12
18	150	0	18	0	16	14	58	160.22	0	58	0	16	12
19	198.5	0	19	1	16	14	59	197.625	0	59	1	16	12
20	462.5	0	20	2	13	13	60	1062.5	1	0	2	9	14
21	487.5	0	21	3	13	13	61	762.5	1	1	3	9	14
22	387.5	0	22	4	13	13	62	662.5	1	2	4	9	14
23	174.05	0	23	0	13	13	63	130.9	1	3	0	9	14
24	182.375	0	24	1	13	13	64	0	1	4	1	9	14
25	512.5	0	25	2	14	13	65	537.5	1	5	2	10	14
26	462.5	0	26	3	14	13	66	487.5	1	6	3	10	14
27	537.5	0	27	4	14	13	67	462.5	1	7	4	10	14
28	196.1	0	28	0	14	13	68	0	1	8	0	10	14
29	176.175	0	29	1	14	13	69	0	1	9	1	10	14
30	862.5	0	30	2	15	13	70	987.5	1	10	2	11	14
31	912.5	0	31	3	15	13	71	787.5	1	11	3	11	14
32	762.5	0	32	4	15	13	72	587.5	1	12	4	11	14
33	167.575	0	33	0	15	13	73	126.65	1	13	0	11	14
34	178.5	0	34	1	15	13	74	194.725	1	14	1	11	14
35	1212.5	0	35	2	16	13	75	462.5	1	15	2	12	14
36	837.5	0	36	3	16	13	76	487.5	1	16	3	12	14
37	687.5	0	37	4	16	13	77	487.5	1	17	4	12	14
38	186.125	0	38	0	16	13	78	203.7	1	18	0	12	14
39	216.15	0	39	1	16	13	79	139.5	1	19	1	12	14

<i>canale</i>	<i>mean LG</i>	<i>board</i>	<i>anode</i>	<i>R</i>	<i>z</i>	$\phi$	<i>canale</i>	<i>mean LG</i>	<i>board</i>	<i>anode</i>	<i>R</i>	<i>z</i>	$\phi$
80	937.5	1	20	2	9	13	130	637.5	2	10	2	7	14
81	737.5	1	21	3	9	13	131	462.5	2	11	3	7	14
82	562.5	1	22	4	9	13	132	412.5	2	12	4	7	14
83	0	1	23	0	9	13	133	0	2	13	0	7	14
84	0	1	24	1	9	13	134	0	2	14	1	7	14
85	562.5	1	25	2	10	13	135	1037.5	2	15	2	8	14
86	412.5	1	26	3	10	13	136	787.5	2	16	3	8	14
87	437.5	1	27	4	10	13	137	537.5	2	17	4	8	14
88	0	1	28	0	10	13	138	140.7	2	18	0	8	14
89	0	1	29	1	10	13	139	147	2	19	1	8	14
90	987.5	1	30	2	11	13	140	862.5	2	20	2	5	13
91	812.5	1	31	3	11	13	141	962.5	2	21	3	5	13
92	787.5	1	32	4	11	13	142	662.5	2	22	4	5	13
93	204.15	1	33	0	11	13	143	163.8	2	23	0	5	13
94	247.05	1	34	1	11	13	144	158.1	2	24	1	5	13
95	862.5	1	35	2	12	13	145	962.5	2	25	2	6	13
96	912.5	1	36	3	12	13	146	912.5	2	26	3	6	13
97	762.5	1	37	4	12	13	147	587.5	2	27	4	6	13
98	181.25	1	38	0	12	13	148	149.5	2	28	0	6	13
99	157.5	1	39	1	12	13	149	158.1	2	29	1	6	13
100	1087.5	1	40	2	9	12	150	1112.5	2	30	2	7	13
101	687.5	1	41	3	9	12	151	837.5	2	31	3	7	13
102	612.5	1	42	4	9	12	152	812.5	2	32	4	7	13
103	198.4	1	43	0	9	12	153	149	2	33	0	7	13
104	204.25	1	44	1	9	12	154	0	2	34	1	7	13
105	337.5	1	45	2	10	12	155	0	2	35	2	8	13
106	387.5	1	46	3	10	12	156	812.5	2	36	3	8	13
107	387.5	1	47	4	10	12	157	762.5	2	37	4	8	13
108	0	1	48	0	10	12	158	0	2	38	0	8	13
109	0	1	49	1	10	12	159	180.6	2	39	1	8	13
110	537.5	1	50	2	11	12	160	412.5	2	40	2	5	12
111	412.5	1	51	3	11	12	161	462.5	2	41	3	5	12
112	412.5	1	52	4	11	12	162	312.5	2	42	4	5	12
113	123.25	1	53	0	11	12	163	167.5	2	43	0	5	12
114	210	1	54	1	11	12	164	126.5	2	44	1	5	12
115	737.5	1	55	2	12	12	165	512.5	2	45	2	6	12
116	662.5	1	56	3	12	12	166	462.5	2	46	3	6	12
117	512.5	1	57	4	12	12	167	362.5	2	47	4	6	12
118	130.25	1	58	0	12	12	168	134.3	2	48	0	6	12
119	167	1	59	1	12	12	169	0	2	49	1	6	12
120	912.5	2	0	2	5	14	170	1112.5	2	50	2	7	12
121	862.5	2	1	3	5	14	171	912.5	2	51	3	7	12
122	562.5	2	2	4	5	14	172	587.5	2	52	4	7	12
123	140.6	2	3	0	5	14	173	141.1	2	53	0	7	12
124	195.5	2	4	1	5	14	174	206.25	2	54	1	7	12
125	562.5	2	5	2	6	14	175	937.5	2	55	2	8	12
126	487.5	2	6	3	6	14	176	687.5	2	56	3	8	12
127	262.5	2	7	4	6	14	177	512.5	2	57	4	8	12
128	157.5	2	8	0	6	14	178	159.6	2	58	0	8	12
129	156.6	2	9	1	6	14	179	162.5	2	59	1	8	12

<i>canale</i>	<i>mean LG</i>	<i>board</i>	<i>anode</i>	<i>R</i>	<i>z</i>	$\phi$	<i>canale</i>	<i>mean LG</i>	<i>board</i>	<i>anode</i>	<i>R</i>	<i>z</i>	$\phi$
180	687.5	3	0	2	5	11	230	762.5	3	50	2	9	10
181	787.5	3	1	3	5	11	231	762.5	3	51	3	9	10
182	637.5	3	2	4	5	11	232	612.5	3	52	4	9	10
183	171.6	3	3	0	5	11	233	158.1	3	53	0	9	10
184	203.7	3	4	1	5	11	234	125.35	3	54	1	9	10
185	737.5	3	5	2	6	11	235	787.5	3	55	2	10	10
186	387.5	3	6	3	6	11	236	662.5	3	56	3	10	10
187	287.5	3	7	4	6	11	237	687.5	3	57	4	10	10
188	172.5	3	8	0	6	11	238	173.6	3	58	0	10	10
189	170	3	9	1	6	11	239	177.1	3	59	1	10	10
190	387.5	3	10	2	7	11	240	0	4	0	2	13	11
191	287.5	3	11	3	7	11	241	0	4	1	3	13	11
192	287.5	3	12	4	7	11	242	737.5	4	2	4	13	11
193	187	3	13	0	7	11	243	182	4	3	0	13	11
194	151.2	3	14	1	7	11	244	169.75	4	4	1	13	11
195	762.5	3	15	2	8	11	245	337.5	4	5	2	14	11
196	362.5	3	16	3	8	11	246	387.5	4	6	3	14	11
197	287.5	3	17	4	8	11	247	337.5	4	7	4	14	11
198	168.35	3	18	0	8	11	248	217	4	8	0	14	11
199	172.2	3	19	1	8	11	249	168.925	4	9	1	14	11
200	437.5	3	20	2	5	10	250	512.5	4	10	2	15	11
201	587.5	3	21	3	5	10	251	787.5	4	11	3	15	11
202	462.5	3	22	4	5	10	252	862.5	4	12	4	15	11
203	190.35	3	23	0	5	10	253	203	4	13	0	15	11
204	167.4	3	24	1	5	10	254	192.975	4	14	1	15	11
205	587.5	3	25	2	6	10	255	812.5	4	15	2	16	11
206	787.5	3	26	3	6	10	256	662.5	4	16	3	16	11
207	387.5	3	27	4	6	10	257	312.5	4	17	4	16	11
208	160	3	28	0	6	10	258	227.4	4	18	0	16	11
209	0	3	29	1	6	10	259	177.5	4	19	1	16	11
210	787.5	3	30	2	10	11	260	487.5	4	20	2	12	11
211	687.5	3	31	3	10	11	261	387.5	4	21	3	12	11
212	737.5	3	32	4	10	11	262	312.5	4	22	4	12	11
213	171.5	3	33	0	10	11	263	167.3	4	23	0	12	11
214	161.2	3	34	1	10	11	264	172.8	4	24	1	12	11
215	912.5	3	35	2	9	11	265	962.5	4	25	2	11	11
216	637.5	3	36	3	9	11	266	912.5	4	26	3	11	11
217	612.5	3	37	4	9	11	267	587.5	4	27	4	11	11
218	183.6	3	38	0	9	11	268	203.125	4	28	0	11	11
219	133.3	3	39	1	9	11	269	0	4	29	1	11	11
220	612.5	3	40	2	7	10	270	562.5	4	30	2	15	10
221	687.5	3	41	3	7	10	271	762.5	4	31	3	15	10
222	512.5	3	42	4	7	10	272	587.5	4	32	4	15	10
223	0	3	43	0	7	10	273	210.425	4	33	0	15	10
224	0	3	44	1	7	10	274	168.625	4	34	1	15	10
225	762.5	3	45	2	8	10	275	937.5	4	35	2	16	10
226	512.5	3	46	3	8	10	276	912.5	4	36	3	16	10
227	537.5	3	47	4	8	10	277	637.5	4	37	4	16	10
228	174.8	3	48	0	8	10	278	185	4	38	0	16	10
229	194.75	3	49	1	8	10	279	179.6	4	39	1	16	10



<i>canale</i>	<i>mean LG</i>	<i>board</i>	<i>anode</i>	<i>R</i>	<i>z</i>	$\phi$	<i>canale</i>	<i>mean LG</i>	<i>board</i>	<i>anode</i>	<i>R</i>	<i>z</i>	$\phi$
280	412.5	4	40	2	11	10	330	537.5	5	30	2	17	9
281	387.5	4	41	3	11	10	331	612.5	5	31	3	17	9
282	412.5	4	42	4	11	10	332	487.5	5	32	4	17	9
283	202.95	4	43	0	11	10	333	179.025	5	33	0	17	9
284	224.5	4	44	1	11	10	334	216.55	5	34	1	17	9
285	362.5	4	45	2	12	10	335	612.5	5	35	2	17	11
286	412.5	4	46	3	12	10	336	637.5	5	36	3	17	11
287	312.5	4	47	4	12	10	337	687.5	5	37	4	17	11
288	212.475	4	48	0	12	10	338	170	5	38	0	17	11
289	170.5	4	49	1	12	10	339	173.45	5	39	1	17	11
290	312.5	4	50	2	13	10	340	937.5	5	40	2	15	8
291	412.5	4	51	3	13	10	341	737.5	5	41	3	15	8
292	362.5	4	52	4	13	10	342	537.5	5	42	4	15	8
293	198.225	4	53	0	13	10	343	188.525	5	43	0	15	8
294	219.025	4	54	1	13	10	344	136.8	5	44	1	15	8
295	1062.5	4	55	2	14	10	345	512.5	5	45	2	16	8
296	712.5	4	56	3	14	10	346	487.5	5	46	3	16	8
297	537.5	4	57	4	14	10	347	312.5	5	47	4	16	8
298	199.375	4	58	0	14	10	348	144.575	5	48	0	16	8
299	213.35	4	59	1	14	10	349	0	5	49	1	16	8
300	587.5	5	0	2	14	9	350	487.5	5	50	2	17	8
301	412.5	5	1	3	14	9	351	387.5	5	51	3	17	8
302	337.5	5	2	4	14	9	352	462.5	5	52	4	17	8
303	0	5	3	0	14	9	353	177.95	5	53	0	17	8
304	197.6	5	4	1	14	9	354	103.2	5	54	1	17	8
305	912.5	5	5	2	17	12	355	487.5	5	55	2	17	10
306	887.5	5	6	3	17	12	356	587.5	5	56	3	17	10
307	662.5	5	7	4	17	12	357	487.5	5	57	4	17	10
308	173.125	5	8	0	17	12	358	143.375	5	58	0	17	10
309	0	5	9	1	17	12	359	161.65	5	59	1	17	10
310	587.5	5	10	2	17	13	360	737.5	6	0	2	5	9
311	512.5	5	11	3	17	13	361	862.5	6	1	3	5	9
312	312.5	5	12	4	17	13	362	512.5	6	2	4	5	9
313	189.75	5	13	0	17	13	363	78.2	6	3	0	5	9
314	174.25	5	14	1	17	13	364	165.6	6	4	1	5	9
315	562.5	5	15	2	17	14	365	537.5	6	5	2	6	9
316	437.5	5	16	3	17	14	366	462.5	6	6	3	6	9
317	487.5	5	17	4	17	14	367	337.5	6	7	4	6	9
318	170	5	18	0	17	14	368	164.9	6	8	0	6	9
319	158.1	5	19	1	17	14	369	161.5	6	9	1	6	9
320	962.5	5	20	2	15	9	370	687.5	6	10	2	7	9
321	787.5	5	21	3	15	9	371	687.5	6	11	3	7	9
322	787.5	5	22	4	15	9	372	462.5	6	12	4	7	9
323	170.625	5	23	0	15	9	373	180	6	13	0	7	9
324	150	5	24	1	15	9	374	170.1	6	14	1	7	9
325	562.5	5	25	2	16	9	375	412.5	6	15	2	8	9
326	362.5	5	26	3	16	9	376	412.5	6	16	3	8	9
327	337.5	5	27	4	16	9	377	337.5	6	17	4	8	9
328	131.95	5	28	0	16	9	378	192.5	6	18	0	8	9
329	171.65	5	29	1	16	9	379	172.05	6	19	1	8	9

<i>canale</i>	<i>mean LG</i>	<i>board</i>	<i>anode</i>	<i>R</i>	<i>z</i>	$\phi$	<i>canale</i>	<i>mean LG</i>	<i>board</i>	<i>anode</i>	<i>R</i>	<i>z</i>	$\phi$
380	487.5	6	20	2	5	8	430	337.5	7	10	2	7	6
381	562.5	6	21	3	5	8	431	187.5	7	11	3	7	6
382	512.5	6	22	4	5	8	432	262.5	7	12	4	7	6
383	134.85	6	23	0	5	8	433	161.2	7	13	0	7	6
384	173.95	6	24	1	5	8	434	182.75	7	14	1	7	6
385	762.5	6	25	2	6	8	435	312.5	7	15	2	6	6
386	587.5	6	26	3	6	8	436	262.5	7	16	3	6	6
387	462.5	6	27	4	6	8	437	212.5	7	17	4	6	6
388	165.9	6	28	0	6	8	438	119.6	7	18	0	6	6
389	203.7	6	29	1	6	8	439	156.4	7	19	1	6	6
390	437.5	6	30	2	10	9	440	337.5	7	20	2	9	7
391	387.5	6	31	3	10	9	441	512.5	7	21	3	9	7
392	512.5	6	32	4	10	9	442	337.5	7	22	4	9	7
393	162.075	6	33	0	10	9	443	149.025	7	23	0	9	7
394	153.75	6	34	1	10	9	444	148.6	7	24	1	9	7
395	862.5	6	35	2	9	9	445	587.5	7	25	2	14	8
396	962.5	6	36	3	9	9	446	337.5	7	26	3	14	8
397	637.5	6	37	4	9	9	447	362.5	7	27	4	14	8
398	148.4	6	38	0	9	9	448	149.26	7	28	0	14	8
399	122.45	6	39	1	9	9	449	165.525	7	29	1	14	8
400	712.5	6	40	2	7	8	450	362.5	7	30	2	11	8
401	537.5	6	41	3	7	8	451	362.5	7	31	3	11	8
402	487.5	6	42	4	7	8	452	287.5	7	32	4	11	8
403	190	6	43	0	7	8	453	113.95	7	33	0	11	8
404	107.1	6	44	1	7	8	454	201.95	7	34	1	11	8
405	612.5	6	45	2	8	8	455	637.5	7	35	2	11	9
406	287.5	6	46	3	8	8	456	687.5	7	36	3	11	9
407	387.5	6	47	4	8	8	457	637.5	7	37	4	11	9
408	199.8	6	48	0	8	8	458	0	7	38	0	11	9
409	167.75	6	49	1	8	8	459	148.825	7	39	1	11	9
410	512.5	6	50	2	9	8	460	462.5	7	40	2	13	9
411	662.5	6	51	3	9	8	461	637.5	7	41	3	13	9
412	512.5	6	52	4	9	8	462	512.5	7	42	4	13	9
413	148.4	6	53	0	9	8	463	189	7	43	0	13	9
414	188	6	54	1	9	8	464	166.55	7	44	1	13	9
415	812.5	6	55	2	10	8	465	312.5	7	45	2	8	7
416	512.5	6	56	3	10	8	466	337.5	7	46	3	8	7
417	412.5	6	57	4	10	8	467	262.5	7	47	4	8	7
418	172.5	6	58	0	10	8	468	175.95	7	48	0	8	7
419	147.8	6	59	1	10	8	469	100.55	7	49	1	8	7
420	387.5	7	0	2	12	8	470	587.5	7	50	2	7	7
421	287.5	7	1	3	12	8	471	437.5	7	51	3	7	7
422	387.5	7	2	4	12	8	472	362.5	7	52	4	7	7
423	138.65	7	3	0	12	8	473	119	7	53	0	7	7
424	184.9	7	4	1	12	8	474	130.9	7	54	1	7	7
425	362.5	7	5	2	13	8	475	612.5	7	55	2	12	9
426	387.5	7	6	3	13	8	476	587.5	7	56	3	12	9
427	287.5	7	7	4	13	8	477	562.5	7	57	4	12	9
428	149.75	7	8	0	13	8	478	139.375	7	58	0	12	9
429	166.875	7	9	1	13	8	479	168.3	7	59	1	12	9

Tabella 4.1: Dati ottenuti dall'analisi descritta nella *Sezione 3.2*.

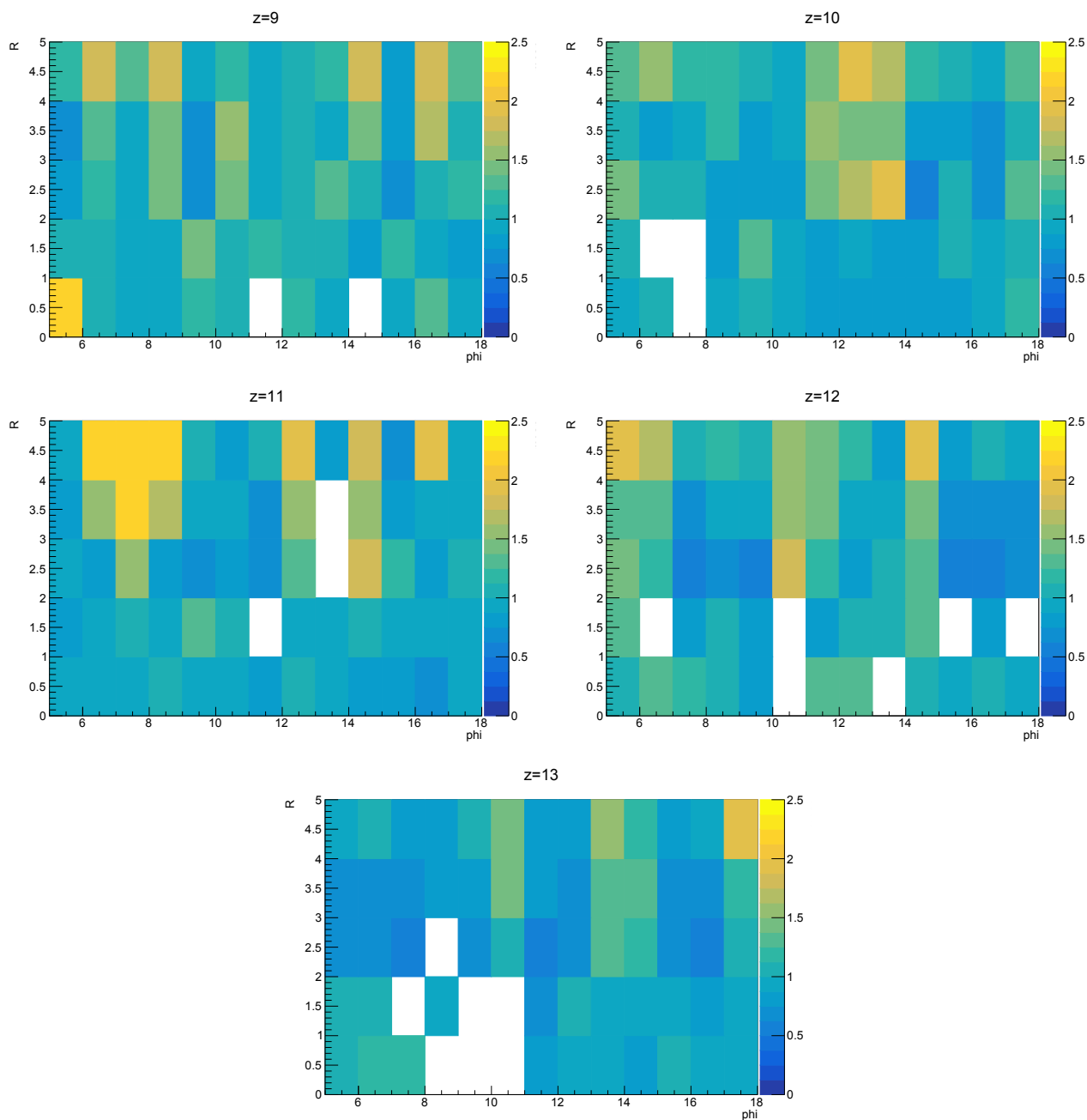


Figura 4.1: Istogrammi tridimensionali della variazione delle correzioni al variare delle coordinate, valore di  $z$  fissato.

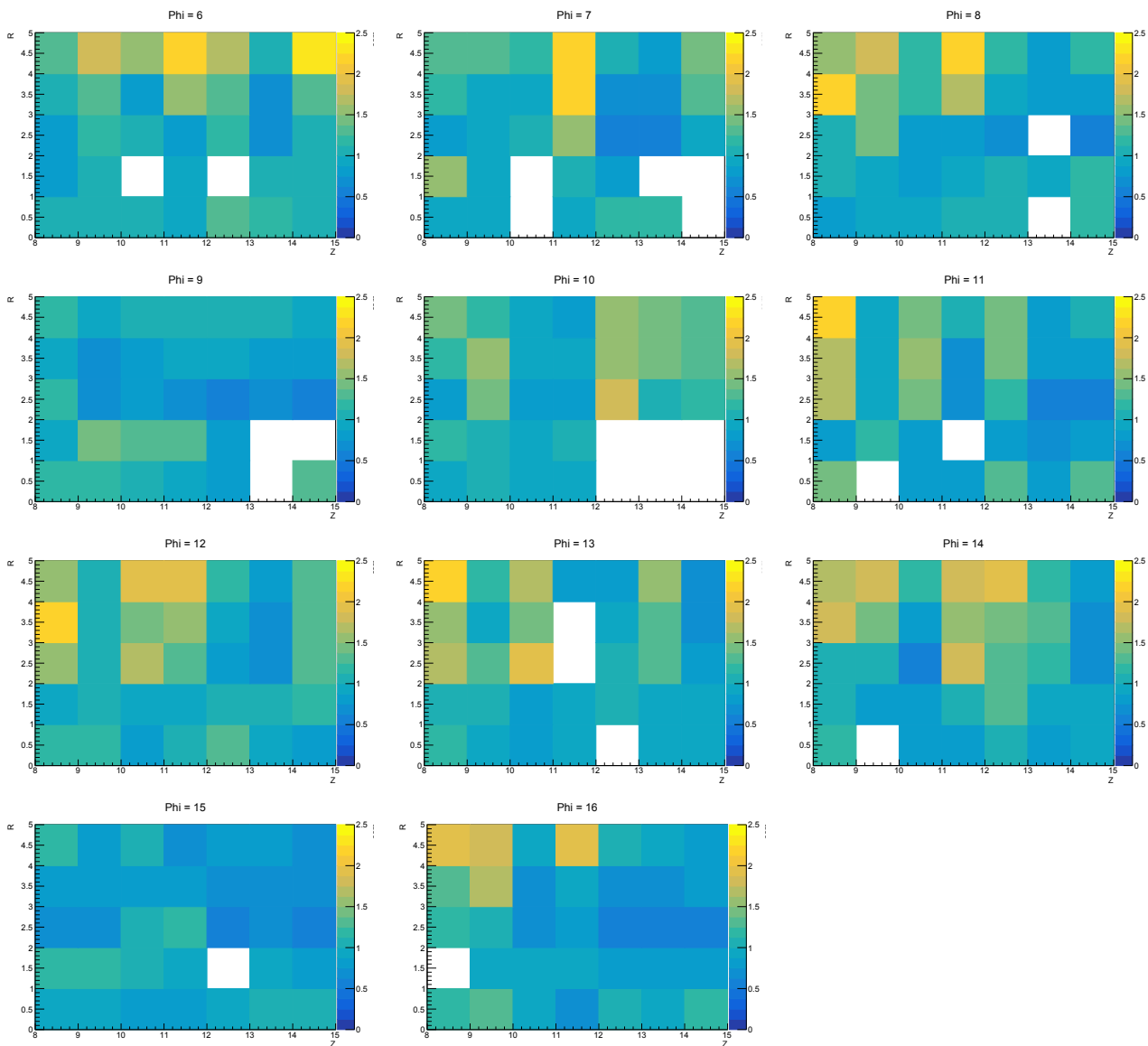


Figura 4.2: Istogrammi tridimensionali della variazione delle correzioni al variare delle coordinate, valore di  $\phi$  fissato.