

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Progettazione di un sistema di controllo “Lane Assist” per un modello di veicolo monotraccia

Relatore

Prof. Maria Elena Valcher

Laureando

Vittorio Albertin

ANNO ACCADEMICO 2023-2024

Data di laurea 19/07/2024

*“Siccome la magia non la possiamo portare via, speriamo che la magia porti via noi.
Oh magia oh magia, siccome non ti posso portare via con me, oh magia oh magia,
portami via, fammi volare, sopra le nuvole,
fammi volare.
Magia!”*

Franchino

Abstract

Lo scopo di questa tesi è quello di analizzare un sistema fisico, rappresentarlo tramite un modello matematico e progettare per esso un adeguato sistema di controllo. Il sistema in questione è un veicolo a 4 ruote a trazione anteriore al quale viene richiesto di seguire una traiettoria rettilinea mantenendosi al centro della corsia di marcia e di cambiare autonomamente corsia.

Per effettuare una analisi viene ricavato il modello matematico del sistema che risulta essere non lineare. Si procede quindi con la linearizzazione di quest'ultimo attorno al punto di equilibrio corrispondente alla traiettoria descritta dalla linea immaginaria posta al centro della corsia.

Viene garantita la stabilità del sistema retroazionato tramite un primo controllore stabilizzante e si inserisce in cascata un ulteriore controllore in modo tale da soddisfare le specifiche richieste circa il tempo di assestamento, l'errore a regime, la massima sovraelongazione e la robustezza del sistema a disturbi ed errori di misura.

Si confrontano quindi le simulazioni dei sistemi di controllo sia sul modello lineare che su quello reale.

Indice

Introduzione	1
1 Modello fisico	3
1.1 Descrizione del sistema	3
1.2 Modellizzazione	4
1.2.1 Equazioni del modello	4
1.3 Modello semplificato	5
1.3.1 Linearizzazione	5
1.3.2 Funzione di trasferimento	6
2 Analisi di stabilità	7
2.1 Stabilità di $G(s)$ in retroazione	7
2.2 Controllore stabilizzante	8
3 Progetto del controllore C_2	11
3.1 Specifiche di progetto	11
3.2 Sintesi per tentativi	12
3.2.1 Considerazioni preliminari	13
3.2.2 Analisi dinamica	14
4 Simulazione tramite Simulink	17
4.1 Simulazione modello linearizzato	17
4.1.1 Cambio di corsia	17
4.2 Simulazione del modello reale	18
4.2.1 Cambio di corsia	19
Conclusioni	21
Bibliografia	23

Elenco delle figure

1.1	Modello del veicolo	3
2.1	Schema del controllo in retroazione di $KG(s)$	7
2.2	Luogo delle radici di $G(s)$	8
2.3	Diagramma di Bode di $G(s)$	8
2.4	Schema a blocchi di $P(s)$	9
2.5	Luogo delle radici di $C_1'(s)G(s)$	9
2.6	Diagramma di Bode del sistema stabilizzato in catena aperta	10
3.1	Schema a blocchi per il controllo di $P(s)$	11
3.2	Diagramma di Bode di $\frac{1}{s}P(s)$ e risposta al gradino di $W'(s)$	14
3.3	Diagramma di Bode di $C_2(s)P(s)$ e risposta al gradino di $W(s)$	16
4.1	Schema Simulink per la simulazione del controllo del modello linearizzato . . .	17
4.2	Simulazione del sistema con modello linearizzato	18
4.3	Rappresentazione in Simulink del modello reale del veicolo	19
4.4	Schema Simulink per la simulazione del controllo del modello reale	19
4.5	Simulazione del sistema con modello reale	20

Introduzione

Il sistema di controllo “lane assist” consente ad un veicolo di mantenersi autonomamente al centro della corsia di marcia agendo sulla rotazione delle ruote anteriori. Lo stesso sistema di controllo può essere usato per consentire un cambio di corsia, modificando il riferimento da seguire.

In questa tesi si vuole ricreare un sistema simile, ricorrendo ad un controllo in retroazione che, seppur funzionante, non è paragonabile ad altre tipologie di controllo all'avanguardia e più efficaci per questo tipo di problema, le quali però si discostano dallo scopo di questa trattazione.

Nel primo capitolo viene presentato il sistema fisico del veicolo per il quale si determina un modello matematico che viene poi linearizzato per consentire l'implementazione di un sistema di controllo in retroazione, utilizzando le conoscenze apprese nel corso di “Controlli automatici”.

Si procede con l'analisi della stabilità nel secondo capitolo, che viene garantita con l'inserimento di un controllore stabilizzante.

Il terzo capitolo riprende il problema del controllo: vengono elencate le richieste circa l'andamento del sistema in regime sia transitorio che permanente e si progetta un controllore, attraverso il metodo della sintesi per tentativi, adatto a soddisfarle.

Si conclude verificando, con l'ausilio di Simulink, che le specifiche di cui sopra siano rispettate anche per il modello reale non linearizzato.

Capitolo 1

Modello fisico

1.1 Descrizione del sistema

Si consideri la rappresentazione schematica del veicolo in figura 1.1

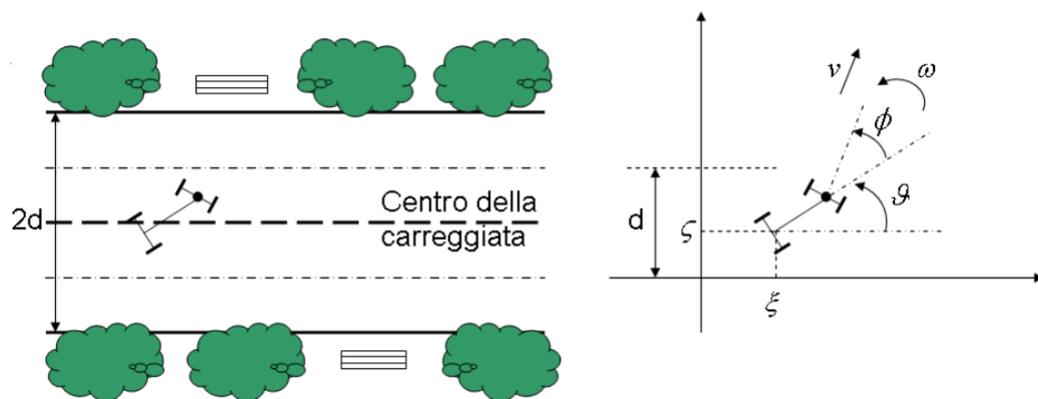


Figura 1.1: Modello del veicolo

Il sistema cartesiano di riferimento si posiziona con l'asse x delle ascisse sovrapposto alla retta immaginaria posta lungo il centro della corsia di marcia, con valori crescenti verso destra e l'asse y delle ordinate perpendicolare a quest'ultima, con valori crescenti verso l'alto.

Le variabili e i parametri utili alla descrizione del modello sono:

- $L = 2[m]$ - distanza tra gli assi delle ruote
- $v = 10[m/s]$ - velocità longitudinale dell'asse anteriore, considerata costante
- $d = 4[m]$ - larghezza di una corsia
- ω - velocità angolare di sterzata

- ϕ - angolo di sterzata
- θ - angolo tra l'asse longitudinale e l'asse delle ascisse
- ζ - ascissa del punto medio dell'asse posteriore
- ξ - ordinata del punto medio dell'asse posteriore

1.2 Modellizzazione

Il sistema consiste in una semplificazione di un veicolo a 4 ruote con trazione anteriore, costituito da due unicycli, di cui quello posteriore vincolato a seguire quello anteriore al quale è fissato, senza possibilità di ruotare attorno al proprio asse. L'unicyclo anteriore invece è orientabile.

Vengono naturalmente fatte alcune approssimazioni per avere un modello matematico semplificato sul quale effettuare un'azione di controllo:

- la carreggiata si suppone priva di imperfezioni e perfettamente pianeggiante;
- si trascurano le forze aerodinamiche, l'attrito dell'aria e la massa del veicolo;
- le ruote compiono un moto di puro rotolamento senza strisciare e si ignora l'attrito volvente tra ruote e asfalto;
- la velocità v si considera costante per l'intera durata del moto.

Modelli più completi richiedono metodi di controllo più complessi di quelli presentati, i quali si discostano dagli scopi di questa trattazione.

1.2.1 Equazioni del modello

Il moto descritto dal punto (ξ, ζ) si può scomporre nelle sue componenti cartesiane e, in seguito a semplici passaggi goniometrici, si ottengono le seguenti equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \cos \theta \sin \phi \\ \dot{\zeta} = v \sin \theta \cos \phi \\ \dot{\theta} = \frac{\sin \phi}{L} v \\ \dot{\phi} = \omega \end{cases} \quad (1.1)$$

dove ω rappresenta l'ingresso del sistema e ζ la sua uscita, ovvero viene rilevata la distanza lungo l'asse y tra il centro dell'asse posteriore del veicolo e la traiettoria desiderata.

1.3 Modello semplificato

L'equazione $\dot{\xi} = v \cos \theta \sin \phi$ rappresenta la componente parallela alla traiettoria desiderata del moto del veicolo. Siccome il controllore agisce esclusivamente sulla misura di ζ , la prima equazione di (1.1) risulta superflua nella relazione ingresso-uscita.

Nel seguito si considera allora il modello ridotto a:

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \sin \theta \cos \phi \\ \dot{\theta} = \frac{\sin \phi}{L} v \\ \dot{\phi} = \omega \end{cases} \quad (1.2)$$

Ponendo ingresso nullo ($\omega = 0$) si cercano i punti di equilibrio del sistema ad ingresso costante azzerando tutte le sue equazioni differenziali.

$$\begin{cases} v \sin \theta \cos \phi = 0 \\ \frac{\sin \phi}{L} v = 0 \\ \dot{\phi} = \omega = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

Le soluzioni sono del tipo $\phi = k\pi$ e $\theta = h\pi$ (per $\omega = 0$). Per periodicit  si pu  limitare θ all'intervallo $(-\pi, +\pi)$ e, supponendo che l'asse anteriore non possa ruotare oltre ai 60° , si limita ϕ all'intervallo $(-\pi/3, +\pi/3)$.

L'unico possibile punto di equilibrio risulta essere l'origine $(\hat{\zeta}, \hat{\theta}, \hat{\phi}) = (0, 0, 0)$.

1.3.1 Linearizzazione

Vengono introdotte le variabili di stato $x_1(t) = \zeta(t)$, $x_2(t) = \theta(t)$, $x_3 = \phi(t)$ e la variabile di ingresso $u(t) = \omega(t)$. L'uscita $y(t)$ del sistema   $y(t) = \zeta(t) = x_1(t)$ e quindi   una delle componenti dello stato.

Omettendo la dipendenza dal tempo t , il sistema riscritto nelle nuove variabili  :

$$\dot{x} = f(x, u) \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x, u) = v \sin x_2 \cos x_3 \\ \dot{x}_2 = f_2(x, u) = \frac{\sin x_3}{L} v \\ \dot{x}_3 = f_3(x, u) = u \end{cases} ; \quad y = h(x, u) = x_1 \quad (1.4)$$

Si vuole trovare la linearizzazione di tale sistema in un intorno del suo punto di equilibrio (x_{eq}, u_{eq}) con $x_{eq} = \mathbf{0}_3$ e $u_{eq} = 0$.

Sviluppando le funzioni $f_1(x, u)$, $f_2(x, u)$, $f_3(x, u)$ in serie di Taylor in un intorno del punto di equilibrio $(x_{eq}, u_{eq}) = (\mathbf{0}_3, 0)$ e troncando al primo ordine, si ha:

$$\begin{cases} f_1(x, u) \simeq f_1(\mathbf{0}_3, 0) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\mathbf{0}_3, 0) x_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\mathbf{0}_3, 0) x_2 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3}(\mathbf{0}_3, 0) x_3 + \frac{\partial f_1}{\partial u}(\mathbf{0}_3, 0) u \\ f_2(x, u) \simeq f_2(\mathbf{0}_3, 0) + \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\mathbf{0}_3, 0) x_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\mathbf{0}_3, 0) x_2 + \frac{\partial f_2}{\partial x_3}(\mathbf{0}_3, 0) x_3 + \frac{\partial f_2}{\partial u}(\mathbf{0}_3, 0) u \\ f_3(x, u) \simeq f_3(\mathbf{0}_3, 0) + \frac{\partial f_3}{\partial x_1}(\mathbf{0}_3, 0) x_1 + \frac{\partial f_3}{\partial x_2}(\mathbf{0}_3, 0) x_2 + \frac{\partial f_3}{\partial x_3}(\mathbf{0}_3, 0) x_3 + \frac{\partial f_3}{\partial u}(\mathbf{0}_3, 0) u. \end{cases} \quad (1.5)$$

Siccome $f(\mathbf{0}_3, 0) = 0$ per definizione di punto di equilibrio, si possono definire le matrici

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix}_{(\mathbf{0}_3, 0)} = \begin{bmatrix} 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v}{L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u} \end{bmatrix}_{(\mathbf{0}_3, 0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

con le quali si può rappresentare il sistema linearizzato come

$$\dot{x} = Fx + Gu = \begin{bmatrix} 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v}{L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u. \quad (1.7)$$

Infine, si possono definire le matrici

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad J = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

ed esprimere l'uscita nella forma

$$y = Hx + Ju = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \quad (1.9)$$

1.3.2 Funzione di trasferimento

La rappresentazione in spazio di stato rende agevole il calcolo della funzione di trasferimento del sistema. Ricavando la trasformata di Laplace della (1.7) e sostituendo la $X(s)$ appena trovata in $Y(s) = FX(s) + GU(s)$ si ottiene la nota formula

$$G(s) = Y(s)/U(s) = H(sI - F)^{-1}G + J \quad (1.10)$$

dove $G(s)$ è la funzione di trasferimento del sistema. Sostituendo nella precedente espressione le matrici prima indicate si ricava

$$G(s) = \frac{v^2}{Ls^3} = \frac{50}{s^3}. \quad (1.11)$$

Capitolo 2

Analisi di stabilità

Nel seguito si studia la stabilità BIBO (Bounded Input Bounded Output) del precedente sistema SISO (Single Input Single Output). Garantire la stabilità è fondamentale ancor prima di impostare il problema del controllo. Gli strumenti utilizzati per l'analisi sono i diagrammi di Bode e il luogo delle radici.

Dato un sistema a riposo per il quale valga $y(t)=0$ per $u(t)=0$, si ha stabilità BIBO se, applicando un ingresso limitato $|u(t)| < M_u$, l'uscita $y(t)$ rimane limitata $|y(t)| < M_y$. Questo accade quando tutti i poli della funzione di trasferimento del sistema sono a parte reale negativa. Nel caso della $G(s)$ in esame, con funzione di trasferimento (1.11), è presente un polo triplo nell'origine che rende instabile il sistema.

2.1 Stabilità di $G(s)$ in retroazione

Si considera ora la possibilità di stabilizzare il sistema $G(s)$ tramite un controllo in retroazione inserendo in serie un controllore proporzionale K come in figura 2.1 Il sistema così ottenuto ha funzione di trasferimento $P'(s) = \frac{KG(s)}{1+KG(s)}$.

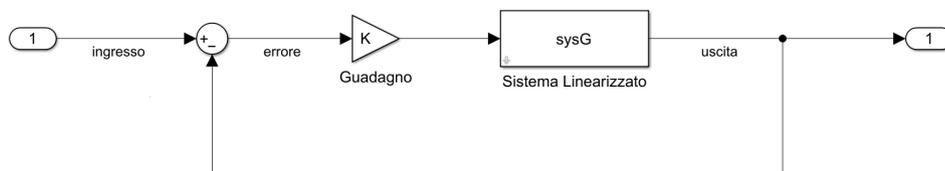


Figura 2.1: Schema del controllo in retroazione di $KG(s)$

Osservando in figura 2.2 il luogo delle radici di $G(s)$, attraverso cui si determinano se e quali valori di K garantiscono la stabilità del sistema $P'(s)$, siccome sono presenti due semirette completamente interne al semipiano a parte reale positiva, si conclude constatando che un controllo puramente proporzionale non è sufficiente a stabilizzare il sistema.

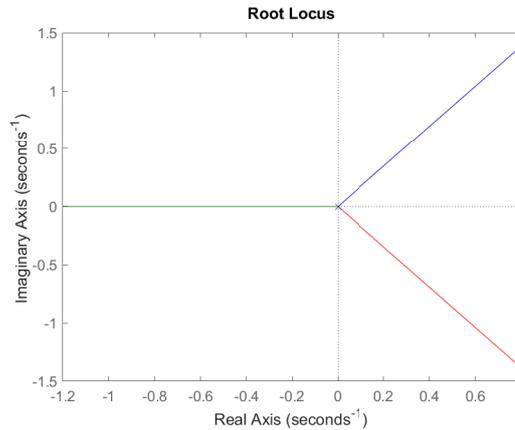


Figura 2.2: Luogo delle radici di $G(s)$

La stessa conclusione si trae osservando il diagramma di Bode della FdT $KG(s)$ in figura 2.3 (nel grafico $K = 1$): la fase è costante e pari a -270° e il margine di fase risulta negativo ($\phi_m = -90^\circ$) indipendentemente dal guadagno K che agisce solo sul valore delle ampiezze.

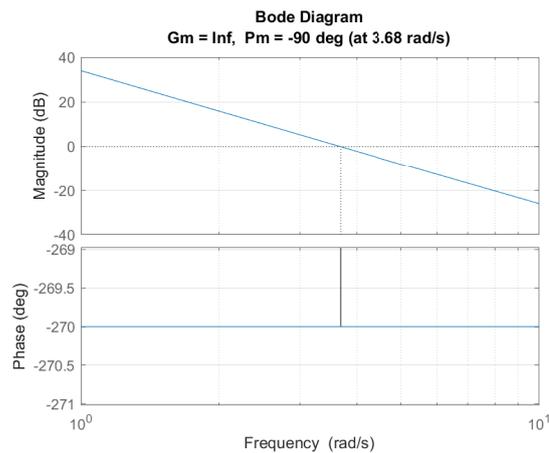


Figura 2.3: Diagramma di Bode di $G(s)$

2.2 Controllore stabilizzante

Per garantire la stabilità BIBO del sistema retroazionato bisogna aggiungere un controllore $C_1(s)$, al posto del solo guadagno K , che permetta di aumentare il margine di fase della funzione di trasferimento in catena aperta $C_1(s)G(s)$ fino a renderlo almeno positivo, o alternativamente che permetta di richiamare i rami del luogo delle radici di $G(s)$ nel semipiano a parte reale negativa. Lo schema rappresentativo del sistema $P(s)$ appena descritto è in figura 2.4.

Come appurato nel paragrafo precedente, la fase di $G(s)$ è costante e pari a -270° ; per avere margine di fase positivo, bisogna riuscire ad aumentarla a valori maggiori di -180° . Ricordando

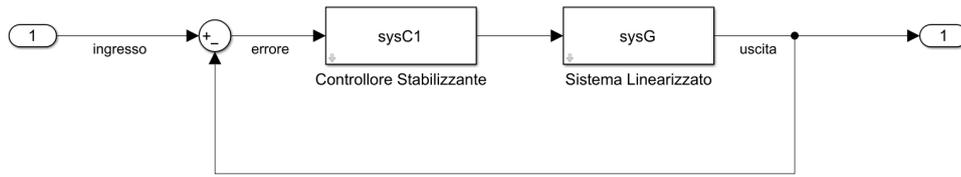
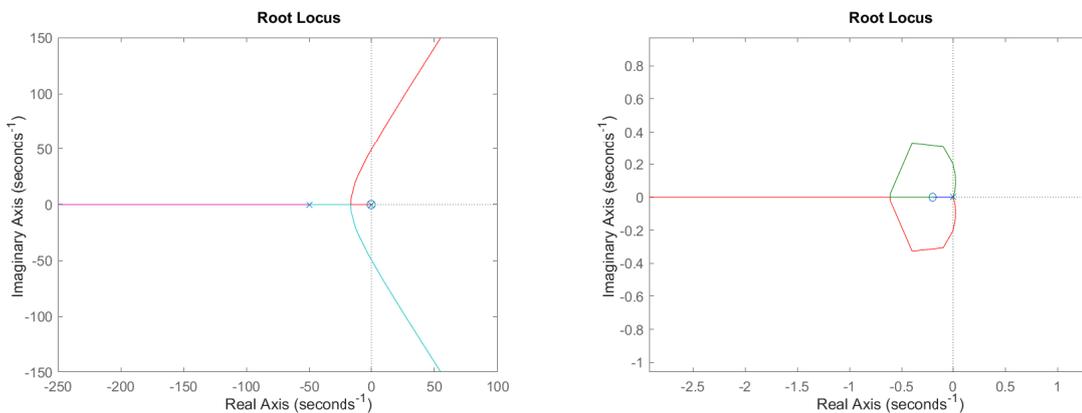


Figura 2.4: Schema a blocchi di $P(s)$

che l'inserimento di un zero stabile permette di sfasare positivamente di 90° , è evidente che ne servono almeno due per raggiungere la stabilità.

Un possibile controllore con queste caratteristiche ha due zeri negativi vicini all'origine e due poli negativi sufficientemente lontani. Questi ultimi sono necessari a garantire la realizzabilità fisica del controllore.

Scegliendo arbitrariamente gli zeri in -0.2 e i poli in -50 , la funzione di trasferimento del controllore è del tipo $C_1(s) = K_1 C'_1(s)$ con $C'_1(s) = \frac{(s+0.2)^2}{(s+50)^2}$ e si può analizzare il luogo delle radici della catena $C_1(s)G(s)$ in figura 2.5a con un dettaglio in figura 2.5b.



(a) Luogo delle radici di $C'_1(s)G(s)$

(b) Dettaglio del Luogo delle radici di $C'_1(s)G(s)$

Figura 2.5: Luogo delle radici di $C'_1(s)G(s)$

Tutti i rami del luogo delle radici hanno, per alcuni valori da determinare del guadagno K_1 , una loro parte contenuta nel semipiano a parte reale negativa. Si ricava empiricamente $K_1 = 187.5$, valore che, oltre a garantire un margine di fase positivo, lo rende anche particolarmente elevato: $\phi_m \simeq 75$ deg, come si può vedere in figura 2.6b.

Il controllore così costruito è

$$C_1(s) = 187.5 \frac{(s + 0.2)^2}{(s + 50)^2} \quad (2.1)$$

e la funzione di trasferimento in catena aperta, riscritta in forma di Bode è

$$C_1(s)G(s) = \frac{0.15 \left(1 + \frac{s}{0.2}\right)^2}{s^3 \left(1 + \frac{s}{50}\right)^2} \quad (2.2)$$

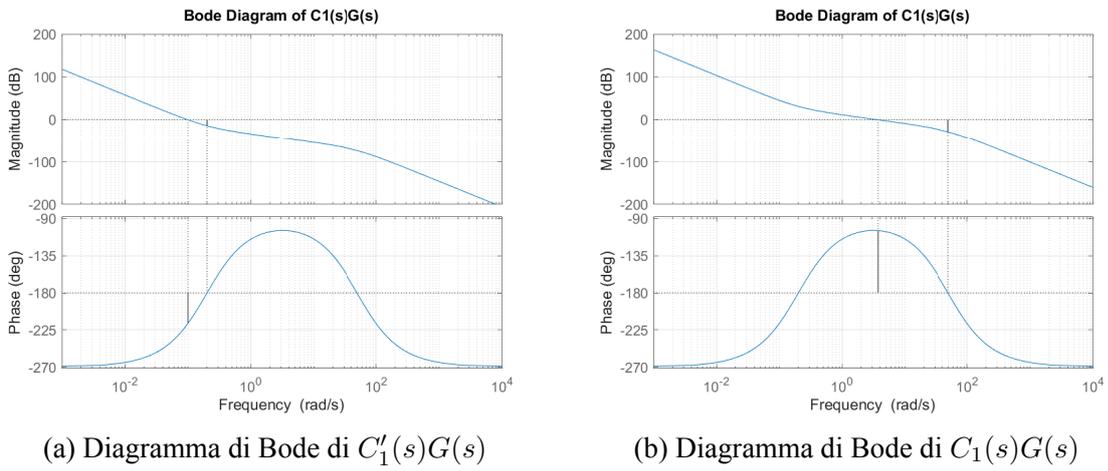


Figura 2.6: Diagramma di Bode del sistema stabilizzato in catena aperta

Il sistema complessivo in retroazione è BIBO stabile e ha funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{C_1(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s)} = 9375 \frac{(s + 0.2)^2}{(s + 62.23)(s + 33.33)(s + 3.998)(s + 0.2734)(s + 0.1654)} \quad (2.3)$$

Capitolo 3

Progetto del controllore C_2

Nel seguente capitolo si vuole sintetizzare un controllore $C_2(s)$ per il sistema $P(s)$ appena ricavato (2.3) che permetta al veicolo in figura 1.1 di mantenersi al centro della carreggiata o, a seconda del riferimento imposto, di spostarsi dalla corsia di marcia a una adiacente. Il controllore viene posto in cascata al sistema stabilizzato e viene chiuso l'anello di retroazione come in figura 3.1.

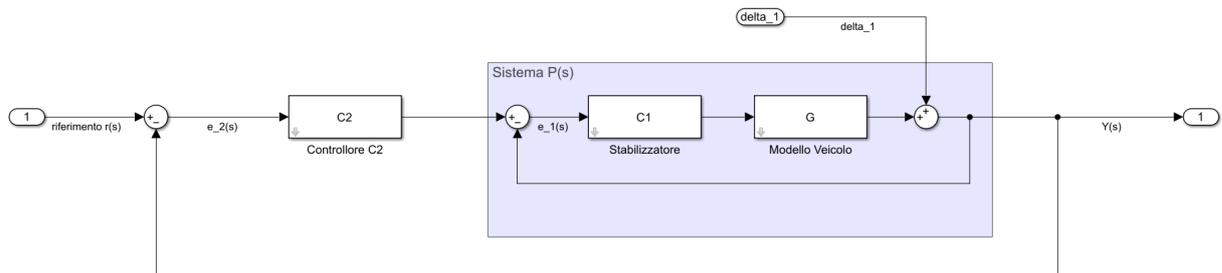


Figura 3.1: Schema a blocchi per il controllo di $P(s)$

3.1 Specifiche di progetto

Con riferimento alla figura 1.1 si consideri il problema di cambiare autonomamente corsia. Supponendo di procedere con moto rettilineo uniforme al centro della corsia a destra, si vuole che il veicolo, ad un certo istante di tempo, si sposti nella corsia di sinistra e, dopo un periodo transitorio, riprenda il moto rettilineo uniforme al centro della nuova corsia.

Vengono imposte alcune richieste e alcuni vincoli in modo da garantire un cambio di corsia efficace e sicuro:

- L'influenza di un termine di deriva laterale, dovuto a forze aerodinamiche sulle uscite della forma $\delta_1(t) = At$, deve essere inferiore a $0.1A$.

- L'errore a regime nel cambio di corsia deve essere nullo.
- In seguito al cambio di corsia, la posizione misurata rispetto al centro della corsia deve assestarsi in un intorno di ampiezza $\pm 20[\text{cm}]$ della linea di mezzzeria della corsia entro 2 secondi.
- Durante la manovra, il veicolo non deve allontanarsi troppo dal centro della corsia di destinazione, viene imposto come limite al valore massimo di scostamento $|\zeta - d| = \frac{1}{4}d$, equivalente al 25% della larghezza della corsia.

Il calcolo della funzione di trasferimento del sistema è immediato. Si noti che:

$$Y(s) = \Delta_1(s) + G(s)C_1(s)E_1(s)$$

dove

$$E_1(s) = C_2(s)E_2(s) - Y(s)$$

e

$$E_2(s) = R(s) - Y(s)$$

sostituendo le ultime due relazioni nella prima e ricavando $Y(s)$ si ottiene

$$Y(s) = \frac{C_2(s)C_1(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s) + \frac{C_2(s)C_1(s)G(s)}{1}} R(s) + \frac{1}{1 + C_1(s)G(s) + C_2(s)C_1(s)G(s)} \Delta_1(s) \quad (3.1)$$

dove $\Delta_1(s) = \frac{A}{s^2}$ è la trasformata di una rampa, mentre il controllore è della forma $C_2(s) = \frac{K_B(C_2)}{s^i} C'_2(s)$ con $C'_2(0) = 1$.

3.2 Sintesi per tentativi

Uno dei metodi per trovare la funzione di trasferimento del controllore adatto a soddisfare determinate specifiche è la “sintesi per tentativi”. L’ipotesi non troppo restrittiva richiesta per poter procedere con tale metodo è di avere un processo lineare tempo-invariante con funzione di trasferimento $P(s)$ razionale propria e con tutti i poli nel semipiano a parte reale negativa, tranne al più un polo nell’origine di molteplicità arbitraria.

Nel nostro caso $P(s)$ rispetta le ipotesi: è razionale propria e sono presenti solo poli negativi. Per poterla analizzare agevolmente, la $P(s)$ viene riscritta in forma di Bode

$$P(s) = \frac{K_B(P)}{s^i} P_1(s) = \frac{\left(1 + \frac{s}{0.2}\right)^2}{\left(1 + \frac{s}{62.23}\right) \left(1 + \frac{s}{33.33}\right) \left(1 + \frac{s}{3.998}\right) \left(1 + \frac{s}{0.2734}\right) \left(1 + \frac{s}{0.1654}\right)} \quad (3.2)$$

Si nota quindi che $K_B(P) = 1$ e la molteplicità del polo nell'origine è $i = 0$.

3.2.1 Considerazioni preliminari

Reiezione del disturbo

La prima richiesta prevede l'attenuazione di un disturbo a forma di rampa lineare la cui trasformata è $\Delta_1(s) = \frac{A}{s^2}$. La relazione disturbo-uscita del sistema è data da

$$Y_{\delta_1}(s) = \frac{1}{1 + C_1(s)G(s) + \frac{K_B(C_2)}{s^i}C_2'(s)C_1(s)G(s)} \quad (3.3)$$

Si vuole trovare $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{\delta_1}(t)$ che per il teorema del valore finale vale:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y_{\delta_1}(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s Y_{\delta_1}(s) \Delta_1(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + C_1(s)G(s) + \frac{K_B(C_2)}{s^i}C_2'(s)C_1(s)G(s)} \frac{A}{s^2} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + C_1(s) \frac{v^2}{Ls^3} + \frac{K_B(C_2)}{s^i}C_2'(s)C_1(s) \frac{v^2}{Ls^3}} \frac{A}{s} = \frac{A}{K_B(C_2)C_1(0) \frac{v^2}{L}} \lim_{s \rightarrow 0} s^{i+2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Questo limite è nullo per qualunque $i > -2$, anche per $i = 0$, dunque l'effetto del disturbo a regime viene completamente annullato senza ulteriori modifiche del controllore.

Tipo del sistema

In seguito al cambio di corsia, ovvero osservando la risposta al gradino di ampiezza d , l'errore a regime permanente deve essere nullo. Questo accade se il sistema controllato è di tipo 1 o superiore.

Il segnale d'errore è $E_2(s) = R(s) - Y(s) = \frac{1 + C_1(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s) + C_2(s)C_1(s)G(s)} R(s)$. Ricordando che $R(s) = d/s$ è la trasformata del gradino, come al paragrafo precedente, utilizzando il teorema del valore finale, si ricava

$$\begin{aligned} e_{rp} &= \lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s e_2(s) \frac{d}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1 + C_1(s) \frac{v^2}{Ls^3}}{1 + C_1(s) \frac{v^2}{Ls^3} + \frac{K_B(C_2)}{s^i}C_2'(s)C_1(s) \frac{v^2}{Ls^3}} \frac{d}{s} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^3 + C_1(s) \frac{v^2}{L}}{s^{3+i} + C_1(s) \frac{v^2}{L} s^i + K_B(C_2)C_2'(s)C_1(s) \frac{v^2}{L}} d s^i = \frac{C_1(0) \frac{v^2}{L}}{K_B(C_2)C_1(0) \frac{v^2}{L}} d \lim_{s \rightarrow 0} s^i \end{aligned} \quad (3.5)$$

Il limite appena trovato è nullo per $i \geq 1$, quindi si pone nel controllore C_2 un polo nell'origine. Quest'ultimo è compatibile con la soluzione trovata al paragrafo precedente circa la reiezione del disturbo.

Riassumendo i punti precedenti, il controllore $C_2(s) = \frac{K_B(C_2)}{s}C'_2(s)$ è vincolato ad avere (almeno) un polo nell'origine e non sono state introdotte altre condizioni sul guadagno e su $C'_2(s)$

Sovraelongazione percentuale

Una buona approssimazione della sovraelongazione percentuale M_p in funzione del margine di fase ϕ_m è data da $M_p \approx 100 \cdot e^{\left(-\frac{\pi\phi_m}{180^\circ - \phi_m}\right)}$. Per soddisfare la condizione di sovraelongazione inferiore al 25%, possiamo impostare: $25 \geq 100 \cdot e^{\left(-\frac{\pi\phi_m}{180^\circ - \phi_m}\right)}$ da cui dopo semplici passaggi si ottiene

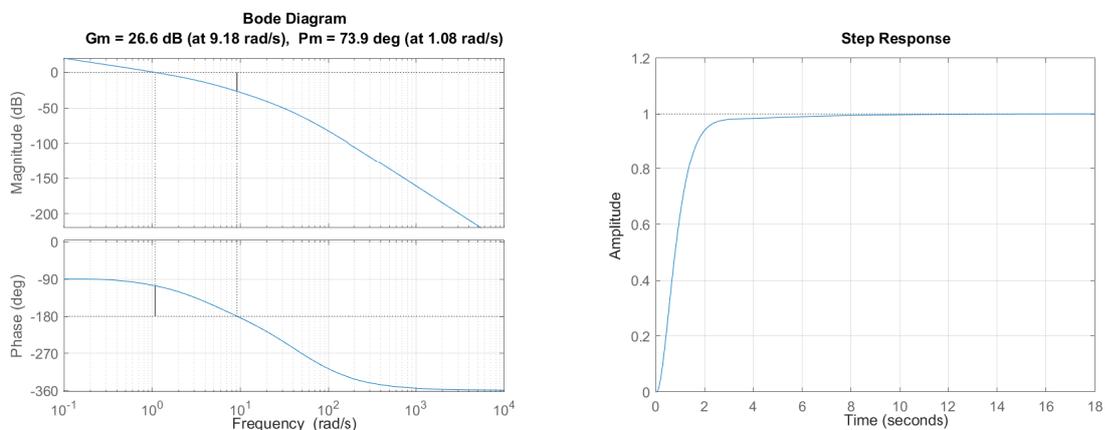
$$\phi_m \geq \frac{180^\circ \cdot \ln(4)}{\pi + \ln(4)} \approx 43.95^\circ \quad (3.6)$$

Si può quindi considerare come margine di fase desiderato $\phi_m^* = 45^\circ$.

Tempo di assestamento

Viene richiesto che, entro 2 secondi dall'inizio della manovra per il cambio della corsia, il veicolo non si discosti di oltre ± 20 [cm] dal riferimento. Siccome 20[cm] corrispondono a $\frac{0.20}{d} = \frac{0.20}{4} = 0.05$, si vuole ottenere un tempo di assestamento al 5%, T_s , inferiore a 6 secondi. In questo caso è difficile trovare una formula per stimare la pulsazione di attraversamento ω_c desiderata. Bisognerà quindi aumentarla ricorsivamente fino a che non viene soddisfatta la specifica su T_s .

3.2.2 Analisi dinamica



(a) Diagramma di Bode di $\frac{1}{s}P(s)$

(b) Risposta al gradino di $W'(s)$

Figura 3.2: Diagramma di Bode di $\frac{1}{s}P(s)$ e risposta al gradino di $W'(s)$

Si esegue ora un'analisi della cascata $\frac{1}{s}P(s)$ il cui diagramma di Bode è riportato in figura 3.2a

Il margine di fase $\phi_m = 73.9^\circ$ è altamente superiore a quello minimo richiesto $\phi_m^* = 45^\circ$, mentre la pulsazione di attraversamento vale $\omega_c = 1.08rad/s$.

La risposta al gradino del sistema retroazionato $W'(s) = \frac{\frac{1}{s}P(s)}{1+\frac{1}{s}P(s)}$, osservabile in figura 3.2b ha i seguenti parametri:

- Tempo di assestamento al 5%: $T_s = 2.101$ secondi
- Sovraelongazione percentuale: $M_p = 0.0113\%$

Seppur di poco, la richiesta sul tempo di assestamento non viene soddisfatta a differenza di quella sulla sovraelongazione. Si procede quindi ad aumentare la pulsazione di attraversamento ω_c , eventualmente abbassando il margine di fase, mantenendolo comunque superiore a quello richiesto. Si prova inizialmente ad aumentare solo il guadagno $K_B(C_2)$ e, se non fosse possibile raggiungere gli obiettivi in questo modo, si prosegue inserendo eventuali poli o zeri stabili in $C_2'(s)$.

Supponendo $K_B(C_2) = 2$ e quindi $C_2(s) = \frac{2}{s}$, il margine di fase e la pulsazione di attraversamento, osservabili in figura 3.3a, valgono rispettivamente $\phi_m = 59.1^\circ > 45^\circ = \phi_m^*$ e $\omega_c = 2.01rad/s$.

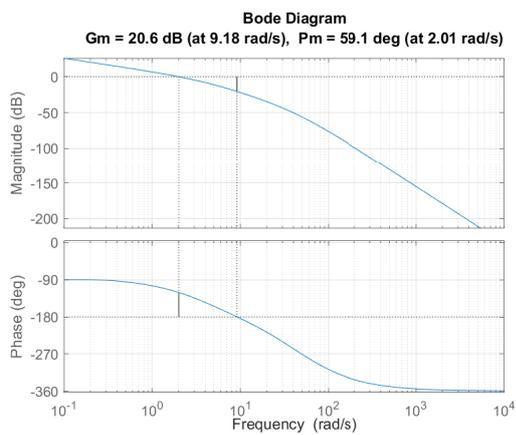
La funzione di trasferimento del sistema retroazionato risulta

$$\begin{aligned}
 W(s) &= \frac{C_2(s)P(s)}{1+C_2(s)P(s)} = \\
 &= \frac{\left(1+\frac{s}{0.2}\right)^2}{\left(1+\frac{s}{62.05}\right)\left(1+\frac{s}{33.98}\right)\left(1+1.994\left(\frac{s}{0.1982}\right)+\left(\frac{s}{0.1982}\right)^2\right)\left(1+1.187\left(\frac{s}{3.008}\right)+\left(\frac{s}{3.008}\right)^2\right)} \quad (3.7)
 \end{aligned}$$

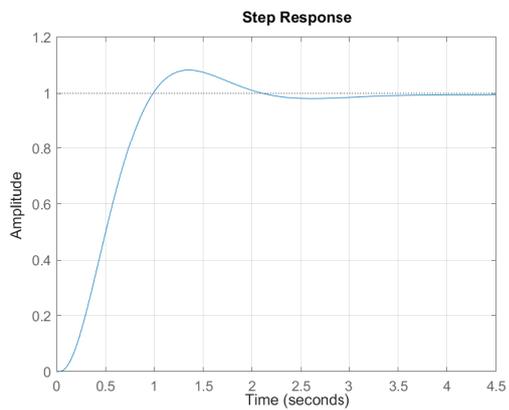
la cui risposta al gradino può essere vista in figura 3.3b. I suoi parametri sono:

- Tempo di assestamento al 5%: $T_s = 1.696$ secondi
- Sovraelongazione percentuale: $M_p = 8.2457\%$

Entrambe le specifiche sono soddisfatte, non è necessario inserire altri termini nel controllore C_2 . Il sistema $W(s)$ è BIBO stabile per il criterio di Bode.



(a) Diagramma di Bode di $C_2(s)P(s)$



(b) Risposta al gradino di $W(s)$

Figura 3.3: Diagramma di Bode di $C_2(s)P(s)$ e risposta al gradino di $W(s)$

Capitolo 4

Simulazione tramite Simulink

Viene ora confrontato il modello linearizzato con quello reale del veicolo. Tutte le simulazioni presenti sono eseguite con il software Simulink.

4.1 Simulazione modello linearizzato

Lo schema a blocchi del doppio anello in retroazione è quello in figura 3.1, viene riportato per comodità quello utilizzato effettivamente per la simulazione, in figura 4.1

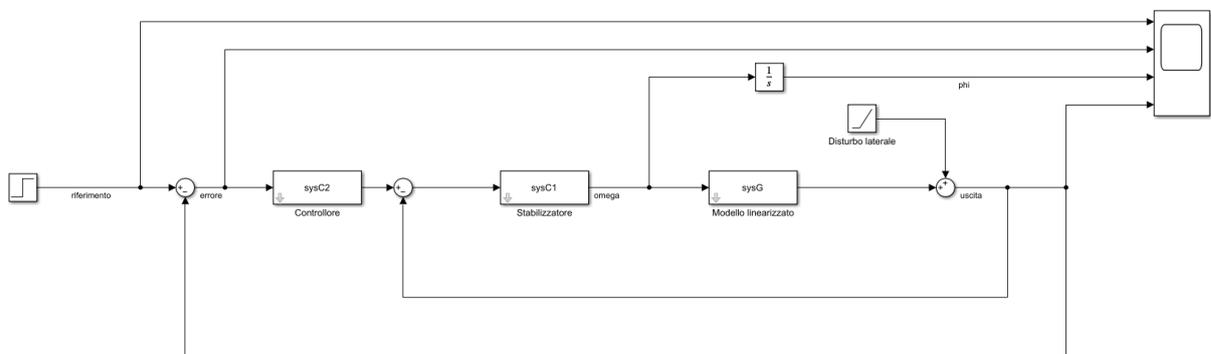


Figura 4.1: Schema Simulink per la simulazione del controllo del modello linearizzato

Il blocco $G(s)$, che rappresenta il modello linearizzato del veicolo, è implementato come funzione di trasferimento (1.11) ricavata dal modello di stato (1.7).

4.1.1 Cambio di corsia

Viene imposto come riferimento un segnale a gradino di ampiezza $d = 4[m]$ che rappresenta la richiesta di spostarsi dalla corsia di marcia fino al centro della corsia adiacente. Il gradino viene applicato dopo un secondo dall'inizio della simulazione.

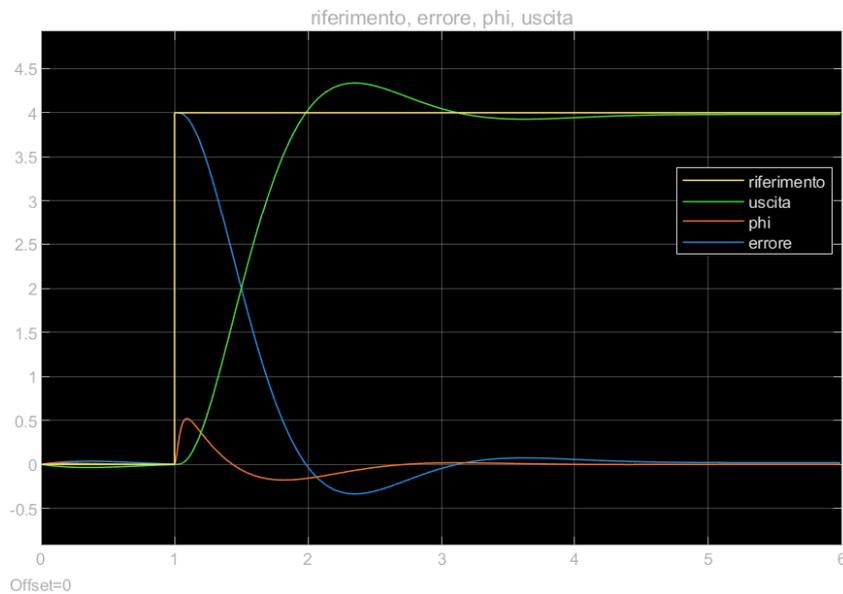


Figura 4.2: Simulazione del sistema con modello linearizzato

Si possono osservare in figura 4.2 i segnali $r(t)$ (riferimento), $e_2(t)$ (errore fra il riferimento e il segnale d'uscita), $\phi(t)$ (angolo di rotazione delle ruote, ricavato come integrale del segnale di controllo $\omega(t)$), $y(t)$ (uscita del sistema).

In accordo con quanto visto per la risposta al gradino di $W(s)$ (figura 3.3b), il segnale d'uscita $y(t)$ si assesta in meno di 2 secondi entro $\pm 20\text{cm}$ dal riferimento con una leggera sovralongazione. Più interessante è analizzare il segnale $\phi(t)$, misurato in radianti, che presenta un picco di circa $0.5\text{rad} \simeq 28.5^\circ$, seguito da un leggero controsterzo.

4.2 Simulazione del modello reale

I controllori progettati nei capitoli precedenti sono stati creati ad hoc per il sistema linearizzato. Si vuole adesso vedere se e quali sono le differenze nel segnale d'uscita $y(t)$ e nel segnale di controllo $\omega(t)$ (guardandone in realtà l'integrale $\phi(t)$) quando al posto del sistema linearizzato si usa quello reale.

Il modello reale descritto dalle equazioni differenziali (1.1) viene costruito su Simulink come in figura 4.3

L'uscita "1" corrisponde a $\zeta(t)$ che misura la distanza del veicolo dal riferimento.

L'uscita "2" è utile per visualizzare l'andamento di ogni parametro del sistema, ma non viene utilizzata in questa simulazione.

Lo schema a blocchi per la simulazione è riportato in figura 4.4. L'unica differenza con quello precedente (4.1) è nel blocco che rappresenta il modello del veicolo.

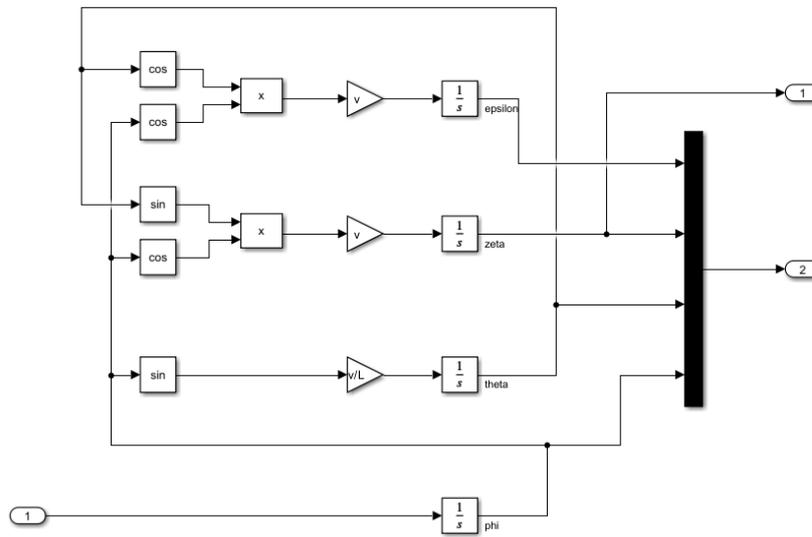


Figura 4.3: Rappresentazione in Simulink del modello reale del veicolo

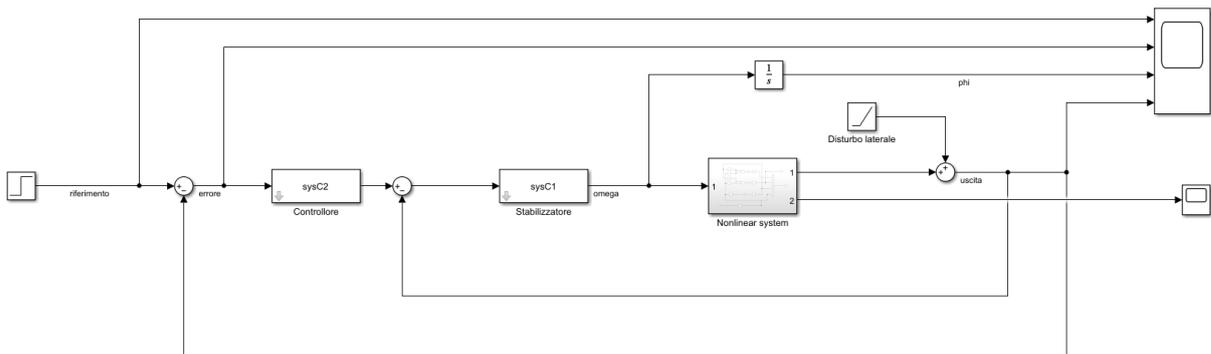


Figura 4.4: Schema Simulink per la simulazione del controllo del modello reale

4.2.1 Cambio di corsia

Applicando come ingresso al sistema lo stesso riferimento usato per il modello linearizzato, si rilevano i segnali in figura 4.4

Rispetto a quanto visto in figura 4.2 per il modello linearizzato, si nota un leggero aumento del valore di picco dell'uscita $y(t)$ e del tempo che impiega ad assestarsi entro il 5% del riferimento. Le richieste espone nel capitolo 3 vengono comunque soddisfatte. In conclusione, il modello linearizzato è un'approssimazione valida e giustificata per il modello reale del veicolo.

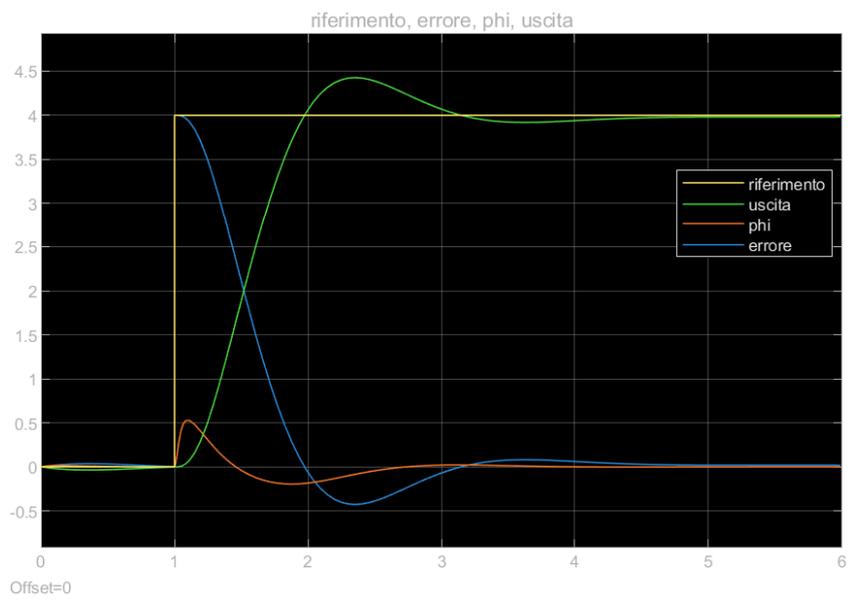


Figura 4.5: Simulazione del sistema con modello reale

Conclusione

È stato presentato uno dei possibili metodi per attuare un sistema di controllo lane assist e di ausilio al cambio di corsia per un modello semplificato di veicolo. È stato implementato un doppio anello di retroazione, il primo con lo scopo di stabilizzare il sistema e il secondo volto a soddisfare le specifiche richieste.

Il veicolo viene stabilizzato con il controllore $C_1(s) = 187.5 \frac{(s+0.2)^2}{(s+50)^2}$, senza il quale potrebbe uscire di strada.

Il controllore $C_2(s) = \frac{2}{s}$ garantisce un cambio di corsia privo d'errore anche in presenza di disturbi ed è sufficientemente rapido, permettendo di concludere la manovra in meno di 2 secondi.

La funzione di trasferimento complessiva, dal segnale di riferimento al segnale d'uscita, è

$$W(s) = \frac{\left(1 + \frac{s}{0.2}\right)^2}{\left(1 + \frac{s}{62.05}\right) \left(1 + \frac{s}{33.98}\right) \left(1 + 1.994 \left(\frac{s}{0.1982}\right) + \left(\frac{s}{0.1982}\right)^2\right) \left(1 + 1.187 \left(\frac{s}{3.008}\right) + \left(\frac{s}{3.008}\right)^2\right)}$$

È stato verificato empiricamente che questa soluzione di controllo è valida anche per il modello reale del veicolo.

Bibliografia

- [1] M. Bisiacco e M. Valcher, *Controlli automatici. Tutto quello che avreste voluto sapere a riguardo ma non avete mai osato chiedere*. Progetto Libreria, 2015, isbn: 9788896477694. indirizzo: <https://books.google.it/books?id=sdQLrgEACAAJ>.
- [2] M. Bisiacco e G. Pillonetto, *Sistemi e Modelli*. Società Editrice Esculapio, 2020, isbn: 9788835802129. indirizzo: <https://books.google.it/books?id=QLDbDwAAQBAJ>.
- [3] G. Marro, *Controlli automatici* (Elettrotecnica elettron. Testi e manuali). Zanichelli, 1997, isbn: 9788808000156. indirizzo: <https://books.google.it/books?id=HYzwPQAACAAJ>.
- [4] «Dinamica e Controllo dei Veicoli Robotici,» Centro Interdipartimentale “Enrico Piaggio”, rapp. tecn. indirizzo: <https://www.centropiaggio.unipi.it/sites/default/files/course/material/Veicoli.pdf>.
- [5] D. Faggian, «Controllo della dinamica di un veicolo monotraccia,» tesi di laurea mag., Università degli studi di Padova, 2017.