



Università degli Studi di Padova

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria dell'Informazione

TESI DI LAUREA TRIENNALE

Controllo del rollio di un natante

Candidato:
Matteo Vanin
Matricola 578527

Relatore:
Prof. Mauro Bisiacco

Indice

1	Modello fisico	2
1.1	Forze di gravità e di galleggiamento	2
1.1.1	Stato di quiete	2
1.1.2	Coppia raddrizzante	4
1.2	Equazione di equilibrio delle coppie	6
1.3	Motore e coppia di controllo	7
1.4	Valore dei parametri	8
2	FDT e schema a blocchi	10
2.1	Funzioni di trasferimento del sistema	10
2.2	Schema a blocchi	12
3	Controllo	16
3.1	Obiettivi del controllo	16
3.2	Progetto del controllore	17
3.2.1	Diagrammi di Bode e di Nyquist	17
3.2.2	Specifiche del controllore	22
3.2.3	Considerazioni sulla frequenza del disturbo	44
	Bibliografia	46

Capitolo 1

Modello fisico

In questo capitolo vengono descritti il modello preso in considerazione per il natante e ricavate le equazioni che lo definiscono. Inoltre, si caratterizza il motore utilizzato per il controllo del rollio e lo si integra al modello: natante e motore formano un sistema globale, sul quale verrà in seguito attuato il controllo.

1.1 Forze di gravità e di galleggiamento

Si ipotizza inizialmente che il natante sia sottoposto alla sola azione della forza di gravità e delle spinte di galleggiamento. I risultati che si ottengono verranno utilizzati nella sezione 1.2 per ricavare l'equazione di equilibrio delle coppie che descrive il sistema.

1.1.1 Stato di quiete

L'imbarcazione è rappresentata in figura 1.1 nello stato di quiete, ovvero nella condizione in cui l'angolo di rollio è nullo. Le forze in gioco sono la

forza di gravità e la forza di galleggiamento (o spinta idrostatica), regolata dal Principio di Archimede.¹

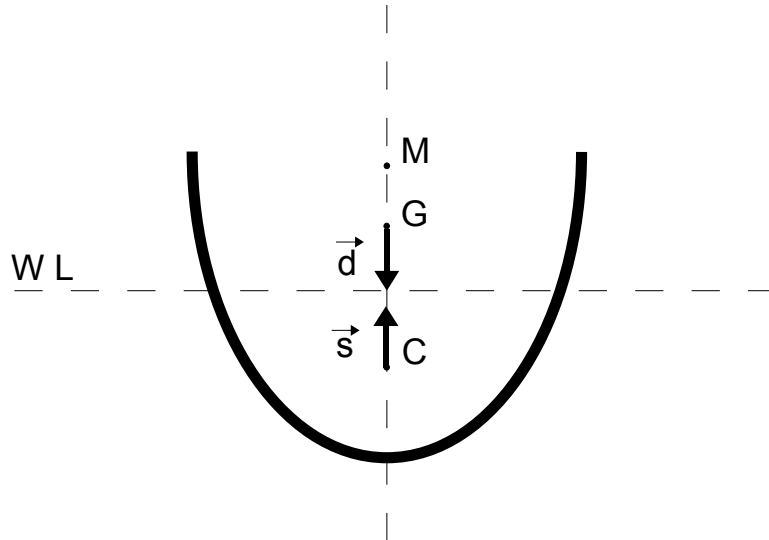


Figura 1.1 – Natante in stato di quiete, in cui è evidenziato l’asse longitudinale di simmetria. I vettori \vec{d} e \vec{s} hanno risultante nulla.

La forza di gravità viene rappresentata in figura dal vettore \vec{d} ed ha modulo mg , in cui m è il dislocamento² del natante. Tale forza è applicata nel baricentro G ed è diretta verticalmente, verso il basso. Il baricentro (o centro di massa) è un punto fisso, proprio della geometria dell’imbarcazione, quindi non cambia posizione a seconda dell’angolo di rollio.

Le spinte di galleggiamento agiscono su tutta la carena³, ma si può considerare la loro risultante \vec{s} (spinta idrostatica) applicata in un unico punto C denominato centro di carena, o centro di spinta, il quale varia di posizione a seconda della porzione di imbarcazione immersa in acqua, e dunque a seconda dell’angolo di rollio. Il vettore \vec{s} agisce verso l’alto, lungo

¹Principio di Archimede: “[Un corpo immerso in un fluido] riceve una spinta verso l’alto [...] pari al peso del volume di fluido spostato”. (cfr. [3, p. 268])

²Il *dislocamento* è la massa del natante e del suo contenuto

³La *carena* è la parte di scafo immersa in acqua.

la direzione perpendicolare alla linea d'acqua (o linea di galleggiamento) e, per il Principio di Archimede, ha modulo mg come la forza di gravità.

Dal momento che, in assenza di rollio, i vettori \vec{d} e \vec{s} agiscono, in verso opposto e con ugual modulo, sull'asse baricentrico longitudinale, la loro risultante è nulla.

1.1.2 Coppia raddrizzante

Ipotizziamo ora che il natante sia inclinato secondo un certo angolo α , come in figura 1.2.

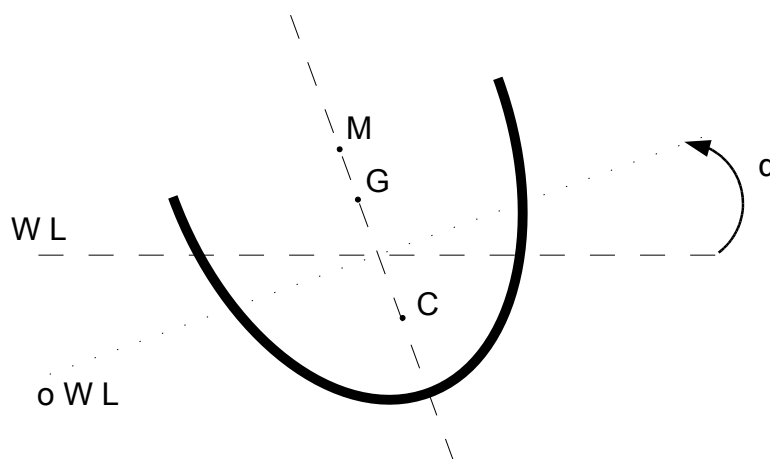


Figura 1.2 – Natante inclinato di un angolo α .

WL (*waterline*) indica la linea d'acqua; oWL (*old waterline*) indica la posizione che avrebbe la linea d'acqua se questa ruotasse solidalmente con il natante.

Per quanto riguarda le forze in gioco, si nota che in questa situazione la loro risultante non è più nulla. La forza di gravità risulta sempre applicata al baricentro, il quale non cambia posizione rispetto al natante, è rivolta perpendicolarmente alla linea d'acqua ed ha modulo mg . La spinta idrostatica mantiene anch'essa il verso e il modulo che possiede in condizione di quiete. Tuttavia, ora il centro di spinta si muove rispetto all'asse baricentrico longitudinale, poiché varia la porzione di scafo immersa in acqua (C si

sposta dalla parte di scafo che si immerge). Esso, tuttavia, cade sempre sulla perpendicolare alla linea d'acqua passante per il punto M , che è denominato metacentro (vedi figura 1.3).

Il metacentro è un punto, fisso per angoli di rollio ridotti, situato all'intersezione tra la verticale su cui giace il vettore \vec{s} , innalzata dal centro di spinta C' , e l'asse longitudinale di simmetria. Quindi si può affermare che, al variare dell'angolo di inclinazione, la linea d'azione della forza di galleggiamento ruota attorno al metacentro.

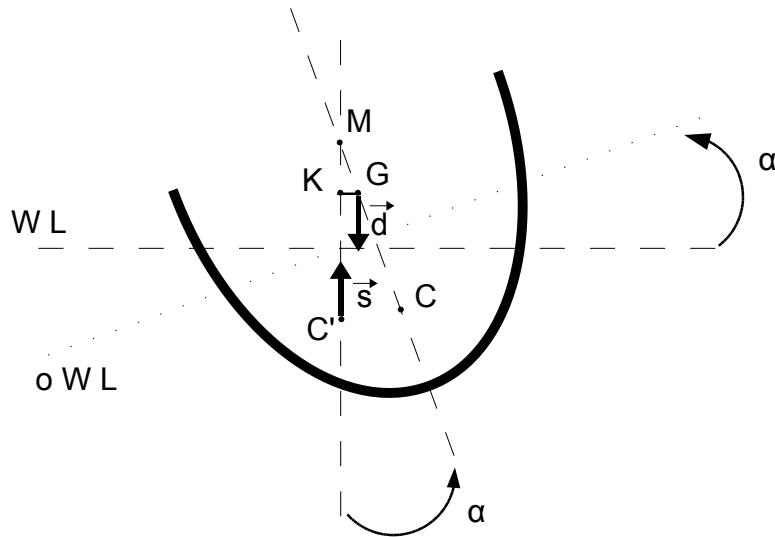


Figura 1.3 – Forze agenti quando l'angolo di inclinazione è non nullo. \vec{s} e \vec{d} danno luogo ad una coppia che tende a raddrizzare il natante.

Le forze di gravità e di galleggiamento, uguali in modulo e agenti lungo rette parallele, generano una coppia raddrizzante C_r che tende a riportare il natante nella situazione di equilibrio. Il braccio r della coppia di forze, ovvero la distanza tra \vec{d} e \vec{s} , è il segmento \overline{GK} , con K proiezione ortogonale di G sulla retta d'azione di \vec{s} . L'espressione del modulo della coppia raddrizzante è dunque la seguente:

$$C_r = F \cdot r = mg \cdot \overline{GK} = mg \cdot \overline{MG} \sin \alpha = mg(b - a) \sin \alpha, \quad (1.1)$$

in cui si è indicato con a la quota \overline{GC} del baricentro e con b la quota \overline{MC} del metacentro.⁴

1.2 Equazione di equilibrio delle coppie

Nella sezione 1.1 si è ricavata l'espressione della coppia raddrizzante. Introduciamo ora un'ulteriore coppia $d(t)$, la quale è causata dal moto ondoso agente sulle pareti dello scafo, ed avrà ragionabilmente un andamento sinusoidale.

Inoltre, si tiene in considerazione lo smorzamento idrodinamico relativo al rollio attraverso il coefficiente di attrito viscoso f : la coppia $f \frac{d\alpha(t)}{dt}$ agisce in senso tale da contrastare l'aumento dell'angolo α stesso.

Possiamo dunque impostare l'equazione di equilibrio delle coppie, eguagliando il termine $C_{tot}(t) = J \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2}$ con la somma delle coppie agenti sul sistema, tenendo debitamente conto dei segni delle varie componenti. Si ottiene la seguente equazione:

$$J \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} = -mg(b-a) \sin \alpha(t) - f \frac{d\alpha(t)}{dt} + d(t), \quad (1.2)$$

dove il primo termine al secondo membro è la coppia raddrizzante C_r , ricavata nel paragrafo 1.1.2, nella quale si è introdotta la dipendenza dal tempo.

Come già evidenziato nella sezione 1.1, ci si pone nell'ipotesi che l'angolo di rollio sia ridotto. Per α limitati possiamo linearizzare la (1.2), utilizzando lo sviluppo in serie di McLaurin del seno e troncandolo al primo termine,

⁴Il metacentro è un punto fisso per angoli di inclinazione inferiori ai 10°, ed è questo il caso che prendiamo in considerazione. Se l'angolo eccede tale misura, il metacentro reale si allontana dal punto M , quindi cambia l'espressione del braccio della coppia. Per esempio, nel caso di imbarcazioni i cui fianchi, in stato di quiete, sono verticali al di sopra della linea di galleggiamento, tale braccio vale $[(1 + \frac{1}{2} \tan^2 \alpha) b - a] \sin \alpha$. (cfr [4] e [5, sez. 4-1])

vale a dire imponendo l'approssimazione

$$\sin \alpha \simeq \alpha.$$

In questo modo, lasciando al secondo membro il solo termine relativo al moto ondoso, si giunge alla seguente equazione linearizzata:

$$J \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} + f \frac{d\alpha(t)}{dt} + mg(b-a)\alpha(t) = d(t). \quad (1.3)$$

1.3 Motore e coppia di controllo

Il controllo che si vuole progettare viene compiuto attraverso l'introduzione di una ulteriore coppia $C_m(t)$. Tale coppia di controllo è supposta applicata da un motore elettrico in corrente continua, controllato sull'armatura, che consideriamo solidale al natante stesso.

Tale motore è descritto dalla formula (1.4), la quale esplicita, nel dominio delle trasformate di Laplace, la relazione tra tensione d'ingresso $v_a(t)$, coppia motrice $C_m(t)$ e angolo di rotazione dell'asse $\theta(t)$:

$$V_a(s) = \frac{sL_a + R_a}{k_m} C_m(s) + sk_m \theta(s), \quad (1.4)$$

in cui k_m , R_a e L_a sono costanti elettriche (k_m è misurata in N m/A, R_a e L_a sono rispettivamente una resistenza e un'induttanza).

Dal momento che consideriamo il motore solidale con il natante, identifichiamo θ (angolo di rotazione dell'albero motore) con l'angolo di rollio α . Riscriviamo dunque la (1.4) come:

$$V_a(s) = \frac{sL_a + R_a}{k_m} C_m(s) + sk_m \alpha(s). \quad (1.5)$$

La coppia motrice $C_m(t)$ può dunque essere ricavata dalla (1.5), e viene integrata nell'equazione (1.3). Nella fattispecie, il suo contributo viene aggiunto alla risultante delle coppie in gioco, ottenendo la seguente:

$$J \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} + f \frac{d\alpha(t)}{dt} + mg(b-a)\alpha(t) = d(t) + C_m(t). \quad (1.6)$$

Al fine di permettere di ricavare, nel capitolo 2, lo schema a blocchi e le funzioni di trasferimento del sistema, è conveniente riscrivere la (1.6) nel dominio delle trasformate di Laplace:

$$Js^2\alpha(s) + fs\alpha(s) + mg(b-a)\alpha(s) = D(s) + C_m(s), \quad (1.7)$$

in cui chiaramente $\alpha(s)$, $D(s)$ e $C_m(s)$ sono le Laplace-trasformate rispettivamente di $\alpha(t)$, $d(t)$ e $C_m(t)$.

1.4 Valore dei parametri

Nel corso del capitolo 1 sono stati definiti numerosi parametri costanti, sia nella sezione 1.1 in cui è stato delineato il modello fisico del natante, sia nell'equazione (1.5) che descrive il funzionamento del motore.

Nella tabella 1.1 si riportano i valori delle grandezze costanti e le relative unità di misura.

Rileviamo che il fattore $(b-a)$ che compare nell'espressione della coppia raddrizzante, e che esprime la distanza tra baricentro e metacentro, vale $3,74 - 3 = 0,74$ m.

R_a	0,30	Ω	m	1×10^5	kg
L_a	0,025	H	J	$0,16 \times 10^7$	kg m^2
K_m	1	N m/A	f	$0,9 \times 10^5$	N m s/rad
(a) Costanti elettriche.			a	3	m
			b	3,74	m

(b) Costanti meccaniche e metriche.

Tabella 1.1 – Valori dei parametri costanti e relative unità di misura.
I valori di massa e inerzia riportati in tabella si intendono riferiti al sistema comprensivo del motore.

Capitolo 2

FDT e schema a blocchi

In questo capitolo vengono ricavati, a partire dalle equazioni ottenute nel capitolo 1, le funzioni di trasferimento che caratterizzano il sistema e lo schema a blocchi che lo rappresenta. Inoltre, lo schema a blocchi viene manipolato in modo da poterlo utilizzare agevolmente per attuare il controllo.

2.1 Funzioni di trasferimento del sistema

Si vuole ricavare un'espressione per l'angolo di rollio $\alpha(t)$ che lo legghi, attraverso opportune funzioni di trasferimento, alla tensione d'ingresso del motore $v_a(t)$. Utilizziamo a tal fine le equazioni (1.5) e (1.7), riportate nel sistema (2.1), che descrivono nel dominio di Laplace rispettivamente il funzionamento interno del motore e il sistema natante-motore.

$$\begin{cases} V_a(s) = \frac{sL_a + R_a}{k_m} C_m(s) + sk_m \alpha(s) \\ J \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} + f \frac{d\alpha(t)}{dt} + mg(b-a)\alpha(t) = d(t) + C_m(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

Si può riscrivere la prima equazione esplicitando la coppia motrice $C_m(s)$,

ottenendo la seguente:

$$\begin{aligned} C_m(s) &= \frac{k_m}{sL_a + R_a} V_a(s) - \frac{sk_m^2}{sL_a + R_a} \alpha(s) = \\ &= \frac{k_m}{sL_a + R_a} (V_a(s) - sk_m \alpha(s)). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Analogamente, ricaviamo $\alpha(s)$ dall'equazione di equilibrio delle coppie, indicando con h il termine $mg(b-a)$ per semplificare la notazione. L'angolo di rollio vale:

$$\alpha(s) = \frac{D(s) + C_m(s)}{Js^2 + fs + h}. \quad (2.3)$$

Ora, si può sostituire il termine C_m dell'equazione (2.3) con l'espressione ricavata in (2.2) per la coppia motrice. Si ottiene dunque la seguente espressione:

$$\alpha(s) = k_m G'(s) V_a(s) + (sL_a + R_a) G'(s) D(s), \quad (2.4)$$

in cui, per alleggerire l'espressione di $\alpha(s)$, si è definita la funzione di trasferimento $G'(s)$ come

$$\begin{aligned} G'(s) &\triangleq \frac{1}{Js^2 + fs + h} \cdot \frac{1}{sL_a + R_a} = \\ &= \frac{1}{L_a Js^3 + (R_a J + fL_a) s^2 + (R_a f + Lh + k_m^2) s + R_a h}. \end{aligned}$$

Si nota dunque che l'angolo di rollio dipende, secondo funzioni di trasferimento diverse, entrambe di terzo grado, dalla tensione di ingresso del motore e dalla coppia causata dal moto ondoso. Dal momento che il controllo potrà essere effettuato intervenendo solamente sulla $v(t)$, la coppia $d(t)$ relativa al moto ondoso può essere identificata come un disturbo, che interferisce sull'azione di controllo che si vuole attuare attraverso l'uso della coppia $C_m(t)$

comandata dal motore.

Compattiamo ulteriormente l'espressione di $\alpha(s)$, definendo:

- $F_1(s)$ la funzione di trasferimento tra tensione d'ingresso del motore (ingresso) e angolo di rollio (uscita);
- $F_2(s)$ la funzione di trasferimento tra coppia applicata dal motore (disturbo) e angolo di rollio (uscita).

Ovvero:

$$\begin{aligned} F_1(s) &\triangleq k_m G'(s), \\ F_2(s) &\triangleq (sL_a + R_a)G'(s). \end{aligned} \tag{2.5}$$

Date queste definizioni, si può esprimere l'angolo di rollio nel seguente modo:

$$\alpha(s) = F_1(s)V_a(s) + F_2(s)D(s). \tag{2.6}$$

2.2 Schema a blocchi

Lo schema a blocchi del sistema si evince facilmente dalle (2.2) e (2.3), ed è rappresentato in figura 2.1. Notiamo che in tale rappresentazione si ha un *feedback* intrinseco nel modello, causato dal fatto che l'angolo di rollio compare nell'equazione (1.5), descrittiva del motore, e quindi l'ingresso $v(t)$ dipende esso stesso dall'uscita $\alpha(t)$. Quindi, per attuare il controllo, non è possibile agire all'interno di tale retroazione.

L'inserimento del controllore avverrà invece grazie a un'ulteriore retroazione dall'uscita, come rappresentato schematicamente in figura 2.2.

Ora, attraverso alcune trasformazioni, si vuole portare lo schema in figura 2.1 in una forma più conveniente per il controllo che si vuole attuare.

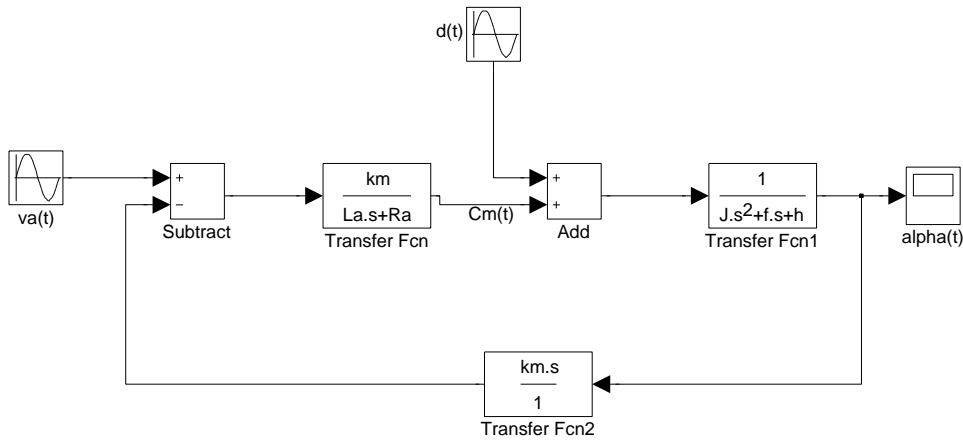


Figura 2.1 – Schema a blocchi del sistema. Le FDT nei blocchi si ricavano dalle equazioni (2.2) e (2.3).

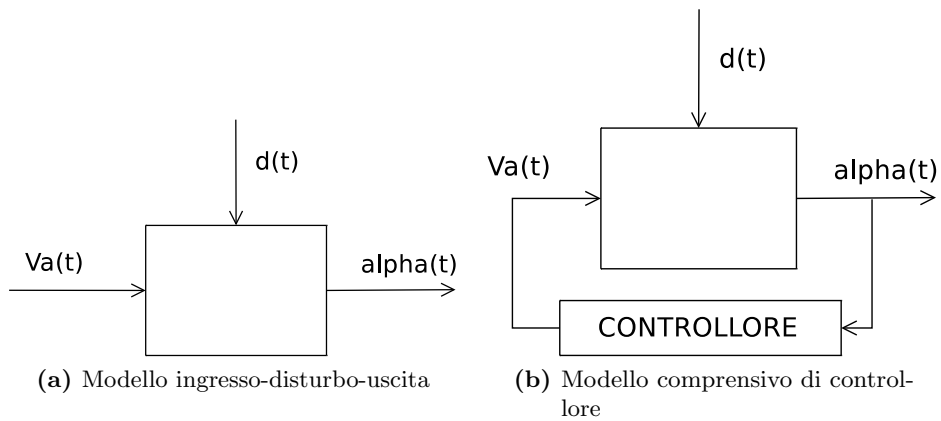
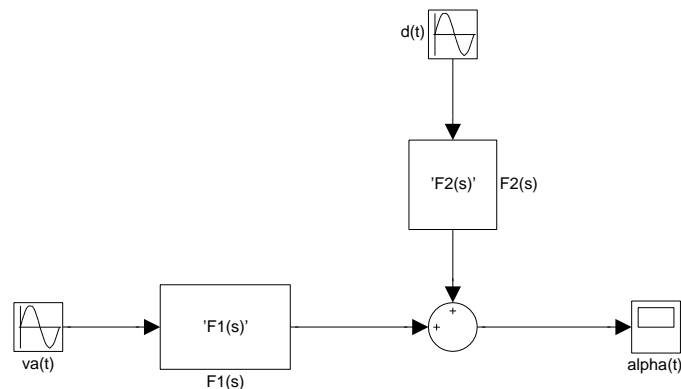


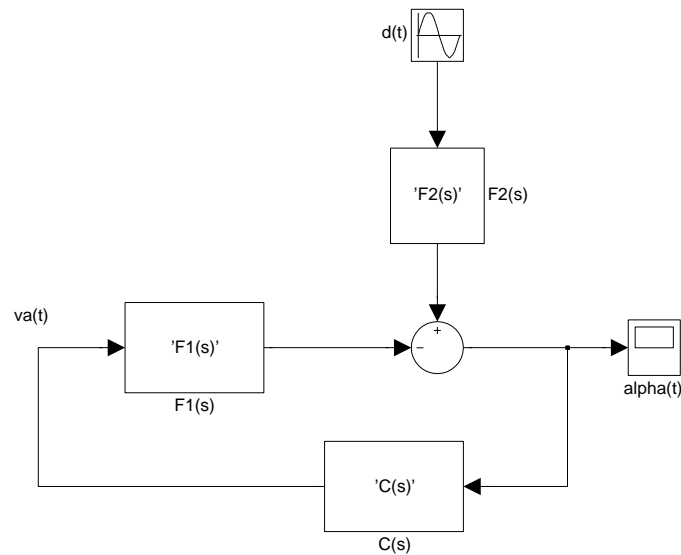
Figura 2.2 – Modello del sistema, a cui viene aggiunto il controllore.

Nella fattispecie, procediamo facendo uso della formula (2.6), che permette di ottenere uno schema a blocchi più sintetico e più facilmente manipolabile di quello in figura 2.1, ma ad esso equivalente in quanto la (2.6) deriva essa stessa dalle (2.2) e (2.3).

La rappresentazione grafica della (2.6) è in figura 2.3a; in tale schema si inserisce il controllo in retroazione dall’uscita, come visualizzato in figura 2.3b. In questo modo, oltre ad introdurre il blocco $C(s)$, si varia il segno del termine $V_a(s)F_1(s)$: ciò equivale ad aver inserito un controllore $C'(s) = -C(s)$.



(a) Rappresentazione della (2.6).



(b) Introduzione del controllore in retroazione.

Figura 2.3 – Modello del sistema ricavato dall'equazione (2.6).

Attraverso semplici trasformazioni di equivalenza tra schemi a blocchi, dallo schema in figura 2.3b si ottiene il modello in figura 2.4 e, da quest'ultimo, quello in figura 2.5. Si denota che la rappresentazione 2.5 costituisce lo schema ottimale dal punto di vista del progetto di un controllore, visto che trattasi dell'usuale schema in retroazione unitaria negativa.

L'espressione di $\frac{F_2(s)}{F_1(s)}$ si deduce immediatamente dalle equazioni (2.5) e

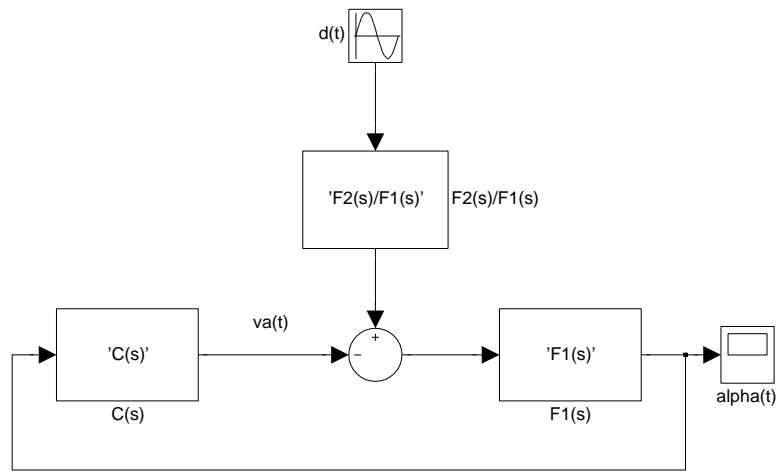


Figura 2.4 – Schema a blocchi con controllore. Le espressioni di $F_1(s)$ ed $F_2(s)$ sono riportate nell’equazione (2.5).

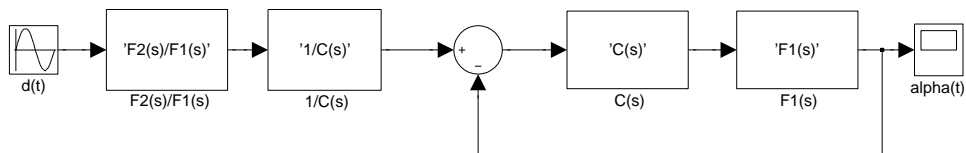


Figura 2.5 – Schema a blocchi che verrà utilizzato per il controllo. Le espressioni di $F_1(s)$ ed $F_2(s)$ sono riportate nell’equazione (2.5).

vale:

$$\frac{F_2(s)}{F_1(s)} = \frac{sL_a + R_a}{k_m}.$$

Capitolo 3

Controllo

3.1 Obiettivi del controllo

Lo schema a blocchi in figura 2.5 suggerisce le caratteristiche che il controllore in retroazione dovrà possedere.

Notiamo in primo luogo che l'espressione di $C(s)$ compare sia, come di consueto, all'interno del sistema retroazionato, sia nel blocco $\frac{1}{C(s)}$ che moltiplica l'espressione $D(s)\frac{F_2(s)}{F_1(s)}$. Tale struttura suggerisce diversi obiettivi di progetto del controllore.

Per quanto riguarda il controllo in catena chiusa, notiamo innanzitutto che esso si riferisce alla sola $F_1(s)$, ovvero alla f.d.t. tra tensione d'ingresso del motore e angolo di rollio. I requisiti desiderabili su questo sottosistema (con funzione di trasferimento $W(s) \triangleq \frac{C(s)F_1(s)}{1+C(s)F_1(s)}$) sono la stabilità (BIBO), un buon margine di fase e dei tempi di risposta ridotti.

La stabilità è ovviamente richiesta affinché l'angolo di rollio rimanga limitato nel tempo. Inoltre è fondamentale che l'angolo di rollio si stabilizzi in tempi ragionevoli (dell'ordine di pochi secondi) in modo tale che non si abbiano oscillazioni di portata sensibile che perdurino nel tempo e che non

siano presenti sovraelongazioni di grande entità nell'andamento dell'uscita. Infine, si vuole limitare la possibilità che variazioni parametriche o strutturali rendano instabile il sistema.

Per quanto concerne invece il blocco $\frac{1}{C(s)}$, esso compare come fattore moltiplicativo del disturbo $D(s)$ prima che questo vada ad influire nel sottosistema retroazionato. Quindi, esso deve assumere la funzione di diminuire la dipendenza dell'uscita dalla componente di disturbo, i.e. dal moto ondoso.

Questa esigenza si traduce nel requisito

$$|C(j\omega)| \gg 1 \quad \text{per } \omega \in [0, \omega_0],$$

in cui $[0, \omega_0]$ è una banda opportuna di frequenze¹ che comprende quelle delle onde.

3.2 Progetto del controllore

3.2.1 Diagrammi di Bode e di Nyquist

Al fine di attuare il controllo desiderato, è necessario conoscere l'andamento della risposta in frequenza della funzione di trasferimento $F_1(s)$: in base ad esso verrà progettato il blocco $C(s)$ in modo tale che la f.d.t. in catena chiusa $W(s) = \frac{C(s)F_1(s)}{1+C(s)F_1(s)}$ soddisfi i requisiti desiderati. Ci si occupa quindi nell'immediato seguito del solo sottosistema retroazionato, ovvero della parte destra del diagramma in figura 2.5.

Riportiamo quindi in figura 3.1 il diagramma di Bode reale e asintotico della funzione $F_1(s)$, derivandone preliminarmente l'espressione numerica

¹Propriamente le ω sono pulsazioni e non frequenze. Vale la relazione $\omega = 2\pi f$.

facendo uso della tabella 1.1. Si ottiene la seguente:

$$F_1(s) = k_m G'(s) = \frac{1}{4 \times 10^4 s^3 + 482,25 \times 10^3 s^2 + 45,131 \times 10^3 s + 217,56 \times 10^3}.$$

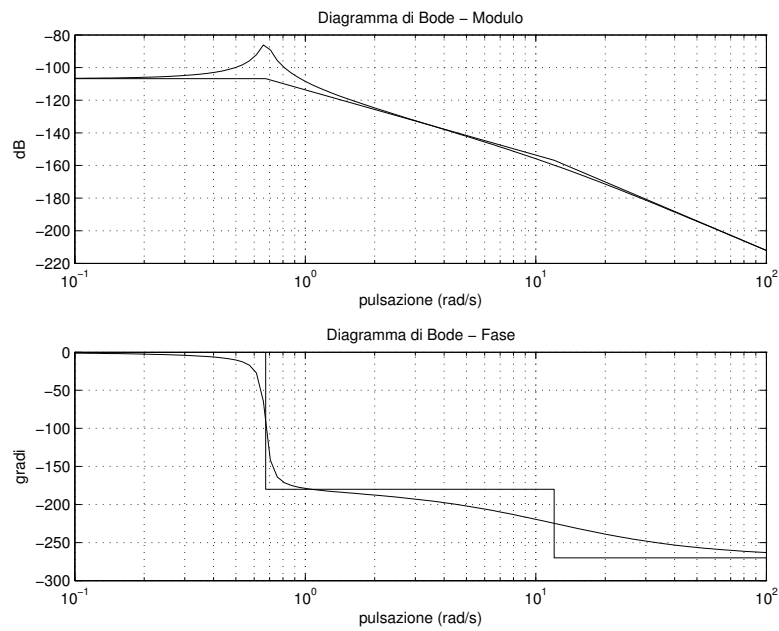


Figura 3.1 – Diagramma di Bode reale e asintotico della funzione $F_1(s)$: modulo e fase.

È inoltre utile conoscere i poli della funzione $F_1(s)$. Essi sono stati ottenuti usando la funzione `roots` di Matlab applicata al polinomio al denominatore e sono situati in:

$$\begin{aligned} p_1 &= -12 \\ p_2 &= -0.0281 + j0.6727 \\ p_3 &= -0.0281 - j0.6727. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Si evidenzia il fatto che il sistema in catena aperta è BIBO stabile, in quanto

la funzione di trasferimento $F_1(s)$ possiede unicamente poli a parte reale negativa.

Ricaviamo inoltre il valore del coefficiente di smorzamento ξ relativo ai poli complessi:

$$\begin{aligned}
 (s + 0.0281 - j0.6727)(s + 0.0281 + j0.6727) &= & (3.2) \\
 = s^2 + 2 \cdot 0.0281s + (0.0281)^2 + (0.6727)^2 &= \\
 \simeq 0.4533 \underbrace{\left(1 + 0.124s + \frac{s^2}{0.4533}\right)}_{= \left(1 + 2\xi \frac{s}{\omega_n} + \frac{s^2}{\omega_n^2}\right)} & \\
 \Rightarrow \xi \simeq 0.042 &
 \end{aligned}$$

Un'analisi del diagramma di Bode del modulo evidenzia, innanzitutto, che l'intero diagramma è situato nel semipiano negativo delle ampiezze. Si possono inoltre denotare le seguenti caratteristiche:

- Per $\omega \ll 1$ rad/s l'ampiezza della f.d.t. è costante e vale -107 dB;
- La funzione ha un picco di risonanza in $\omega_{pk} \triangleq 0.672$ rad/s, di ampiezza $24,8$ dB (quindi il valore del modulo alla risonanza è di $-85,2$ dB);
- Per pulsazioni maggiori di 1 rad/s, il grafico scende inizialmente con pendenza -40 dB/dec e in seguito, in corrispondenza dell'unico polo reale, assume una pendenza definitiva di -60 dB/dec.

Per quanto riguarda l'andamento della fase della f.d.t., essa è nulla per $\omega \ll 1$ rad/s e cala di 180 gradi in corrispondenza dei poli complessi coniugati, con una pendenza quasi verticale. Diminuisce in seguito di altri 90 gradi a causa del polo reale e si assesta dunque a -270 gradi per $\omega \gg 1$ rad/s.

Un'ulteriore rappresentazione grafica della risposta in frequenza della

funzione di trasferimento è il diagramma di Nyquist, che viene riportato in figura 3.2 anche per pulsazioni negative (il grafico per $\omega \in [0, +\infty]$ è quello appartenente al semipiano immaginario negativo). Come evidente anche nel diagramma di Bode dell'ampiezza, il modulo della f.d.t. in questione è molto limitato: affinché possa essere osservabile agevolmente, il diagramma di Nyquist è scalato ai multipli di 1×10^{-4} per l'asse reale e di 1×10^{-5} per l'asse immaginario.

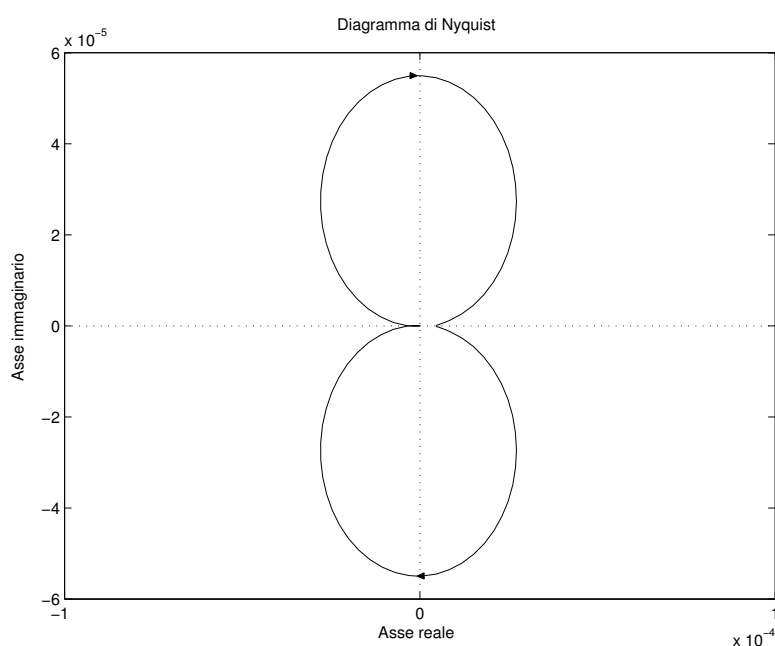


Figura 3.2 – Diagramma di Nyquist della funzione $F_1(s)$ per $\omega \in [-\infty, +\infty]$. La sezione relativa alle pulsazioni positive è quella situata nel semipiano immaginario negativo.

In figura 3.3 è riportato un ingrandimento del diagramma di Nyquist, riguardante la zona in cui il grafico interseca l'asse reale. Si nota che, a differenza di come può apparire in figura 3.2, il grafico per $\omega \in [0, +\infty]$ non è confinato nel semipiano immaginario negativo, bensì, per $\omega \simeq 1,1$ rad/s, esso attraversa l'asse reale, per poi tendere a 0 per $\omega \rightarrow +\infty$. Ciò è in accordo con il fatto che il diagramma di Bode della fase cala al di sotto dei -180 gradi e

tende asintoticamente a -270 gradi.

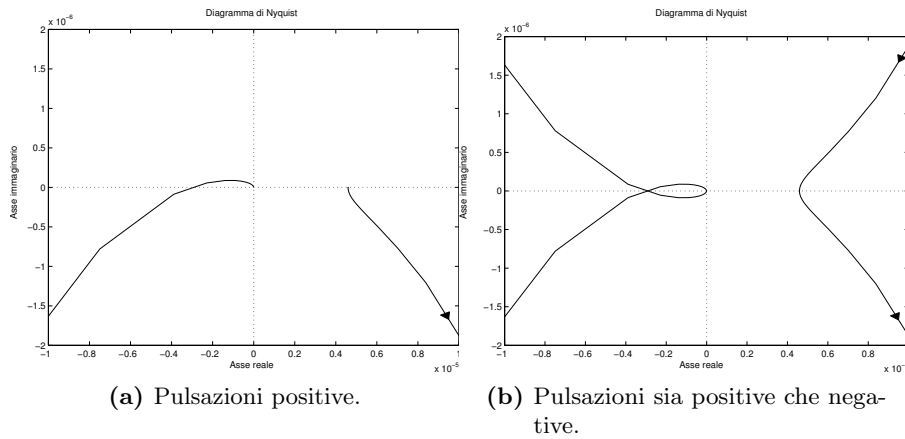


Figura 3.3 – Particolare del diagramma di Nyquist: zona di intersezione tra il diagramma e l’asse reale.

È evidente quindi che il diagramma non circonda il punto $-1 + j0$, quindi, ad esempio, la stabilità BIBO è garantita anche nel caso banale in cui si utilizzi nello schema di figura 2.5 un controllore $C(s) \equiv 1$. Ciò deriva dal Criterio (ridotto) di Nyquist, che afferma che se il sistema in catena aperta risulta BIBO stabile (ed è questo il caso), condizione necessaria e sufficiente per la stabilità BIBO del sistema retroazionato (con f.d.t. $W(s) = \frac{F_1(s)}{1+F_1(s)}$) è che il diagramma di Nyquist non compia giri attorno al punto -1 .

Un compensatore di questo tipo tuttavia è assolutamente inadatto al controllo che si vuole ottenere. È evidente infatti che il disturbo non viene attenuato per niente (per le considerazioni sviluppate nella sezione 3.1), ma anche che inserire una $C(s)$ di questo tipo o mantenere lo schema in catena aperta 2.1 sono soluzioni quasi equivalenti, da momento che (con riferimento alla figura 2.5)

$$W(s) = \frac{F_1(s)C(s)}{1 + F_1(s)C(s)} = \frac{F_1(s)}{1 + F_1(s)} \simeq F_1(s),$$

poiché, come già sottolineato, $F_1(s)$ è molto piccola in modulo. Nella fattispecie, anche ipotizzando l'assenza di disturbi, il tempo di assestamento del rollo rimarrebbe molto elevato a causa dei poli immaginari della $F_1(s)$, che hanno un coefficiente di smorzamento piccolissimo (come ricavato nella (3.2)).

3.2.2 Specifiche del controllore

Nelle simulazioni presenti in questa sezione, il disturbo $d(t)$ è impostato con ampiezza 10^2 N m e frequenza 0,1 Hz (ovvero pulsazione di circa 0,628 rad/s), mentre l'ingresso impulsivo, dove presente, ha durata 0,5 s ed ampiezza che varia di caso in caso, essendo regolata in modo da rendere i suoi effetti facilmente confrontabili con quelli del disturbo.

Un primo esempio banale di controllore, che assolutamente non soddisfa i requisiti della sezione 3.1, è stato presentato alla fine del paragrafo precedente. Attraverso una simulazione, si osserva che, sotto la sola influenza del disturbo, l'uscita del sistema di figura 2.1 (ovvero del sistema non retroazionato) e l'uscita con controllore costante $C(s) \equiv 1$ (figura 3.4b) sono identiche, come era stato previsto. In entrambi gli andamenti si evidenzia un transitorio in cui l'ampiezza dell'oscillazione prima cresce, raggiungendo una sovraelongazione massima del 15% circa, poi cala lievemente, assestandosi non prima dei 130-150 secondi, mantenendo a regime permanente un'oscillazione di portata sostanziale.

Le simulazioni del sistema controllato vengono eseguite, equivalentemente, sullo schema di figura 2.5 nel quale viene aggiunto un polo ad alta frequenza alla f.d.t. $\frac{F_2(s)}{F_1(s)}$ e sullo schema di figura 2.1 a cui viene aggiunto il controllo in retroazione, come illustrato in figura 3.5 (nella quale l'ingresso è nullo o impulsivo, a seconda dei casi).

Ci si rende conto facilmente che nemmeno un controllore costante di

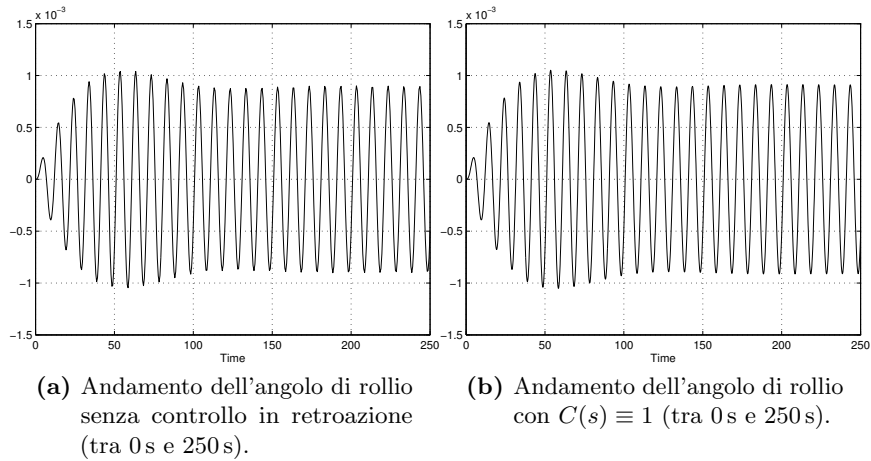


Figura 3.4 – Confronto tra andamenti dell'angolo di rollio in presenza di disturbo sinusoidale e ingresso nullo.

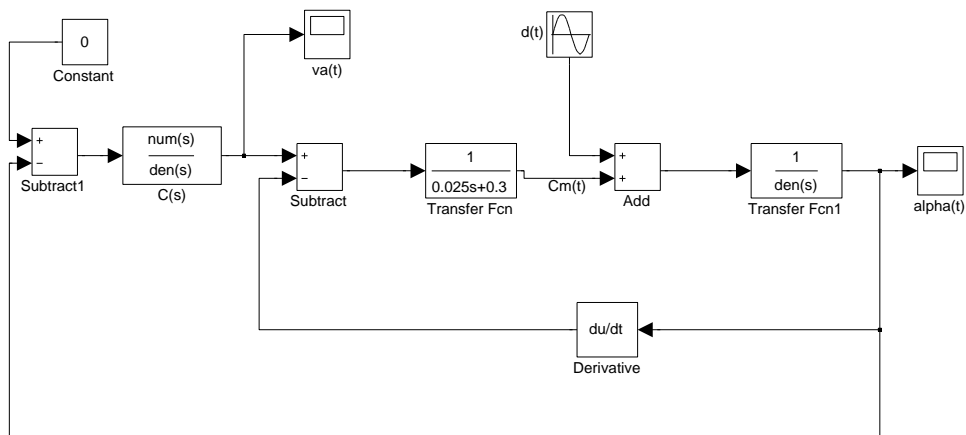


Figura 3.5 – Schema a blocchi di figura 2.1 modificato per attuare il controllo.

modulo elevato soddisfa i requisiti desiderabili, in quanto, se da una parte riduce l'influenza del disturbo sull'andamento del rollio, tuttavia non arreca migliorie dal punto di vista dell'obiettivo più importante, ovvero l'esaurimento in tempi brevi dell'oscillazione dell'uscita. Queste considerazioni trovano riscontro nella figura 3.6: essa riporta l'uscita del sistema, simulato in assenza di disturbo e con controllore costante $C(s) = 10^5$, in cui la dinamica è avviata da un impulso iniziale. Si vede chiaramente che dopo 200 s l'oscillazione del transitorio non è ancora del tutto esaurita.

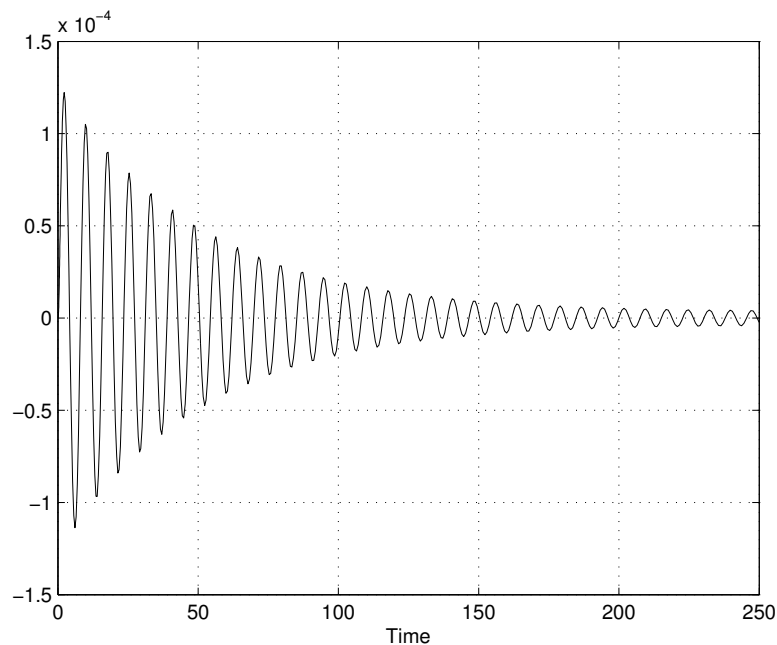


Figura 3.6 – Andamento dell'angolo di rollio con controllore $C(s) = 10^5$ (tra 0 s e 250 s), con ingresso impulsivo e disturbo assente.

La presenza di questo problema è evidente anche osservando il diagramma di Nyquist della funzione di trasferimento $C_1(s)F_1(s)$ con $C_1(s) \triangleq 10^5$ (la figura 3.7 ne evidenzia un particolare). Infatti, il grafico entra nel cerchio unitario con una distanza angolare (minima) molto ridotta dal punto $-1 + j0$: dall'analisi dell'andamento della fase (in figura 3.8) si ricava che tale distanza vale circa 7 gradi. Pur essendoci ancora, in questo caso, BIBO stabilità,

proprio questa limitata distanza dal punto critico rende elevata la durata dell'oscillazione transitoria e, inoltre, riduce al minimo la robustezza della stabilità stessa, che può essere compromessa da variazioni parametriche o strutturali nel sistema.

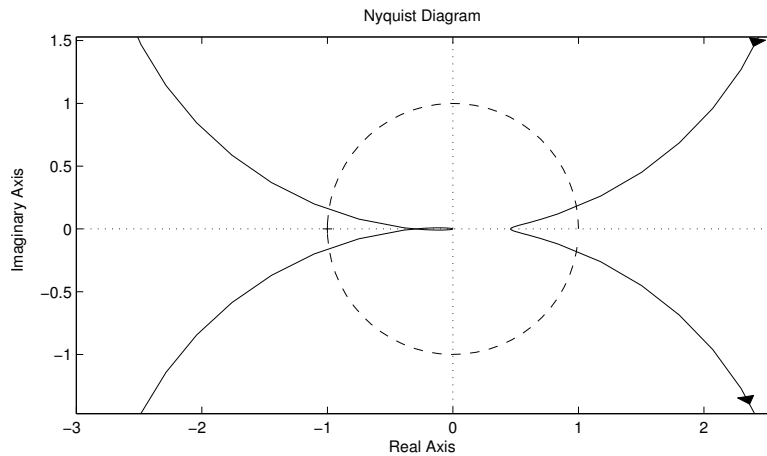


Figura 3.7 – Particolare del diagramma di Nyquist di $C_1(s)F_1(s)$ attorno al punto -1; il cerchio unitario è tratteggiato.

Avendo constatato che un controllore costante non soddisfa assolutamente i requisiti della sezione 3.1, ci si appresta ad inserire un controllore di tipo PD (proporzionale-derivativo), ovvero un regolatore che contenga una costante moltiplicativa e uno o più zeri, auspicando che variando la posizione dello zero (o degli zeri) e il valore del guadagno si riesca ad ottenere un andamento dell'angolo di rollio che rispecchi gli attributi desiderati. All'occorrenza, per rendere il controllore proprio e quindi fisicamente realizzabile ed utilizzabile nelle simulazioni, si introdurranno uno (o più) poli ad alta frequenza che non influenzino l'andamento dello schema nelle vicinanze delle frequenze operative.

Come primo tentativo, inseriamo un controllore $C_2(s) \triangleq 10^5 (1 + 100s)$, quindi con uno zero in 10^{-2} . L'andamento della risposta che consegue a tale soluzione quando il sistema è sollecitato dal disturbo sinusoidale (e ingresso

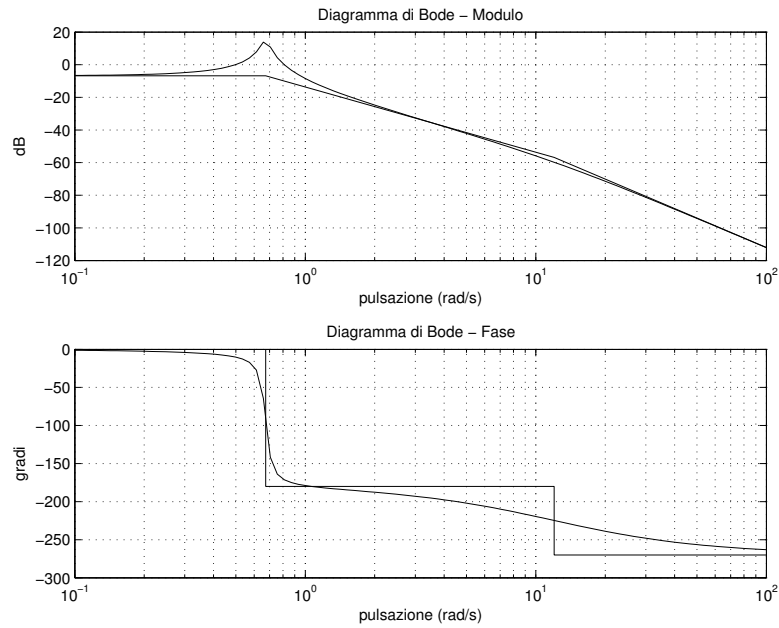


Figura 3.8 – Diagramma di Bode reale e asintotico della funzione $C_1(s)F_1(s)$: modulo e fase.

nullo) è riportato in figura 3.9.

Notiamo che l’inserimento di $C_2(s)$ fornisce un evidente miglioramento rispetto alla catena aperta. Infatti, l’andamento a regime è certamente oscillatorio, ma le oscillazioni in questione hanno ampiezza molto ridotta: di un fattore 10^3 rispetto a quelle del sistema in catena aperta. Questo ultimo fatto è sintomo dell’azione di riduzione del disturbo attuata dal controllore in questione.

Inoltre l’andamento del transitorio migliora decisamente rispetto al controllore costante, poiché nel caso di $C_2(s)$, dopo una sovraelongazione iniziale, l’andamento dell’angolo di rollio subisce un numero ridotto di oscillazioni e in seguito è puramente crescente fino all’assestamento, che comunque avviene definitivamente non prima dei 90-100 secondi. Queste osservazioni sono ricavabili dalla figure 3.10 e 3.11, che rappresentano la dinamica dell’uscita in assenza di disturbo in seguito all’applicazione di un ingresso impulsivo.

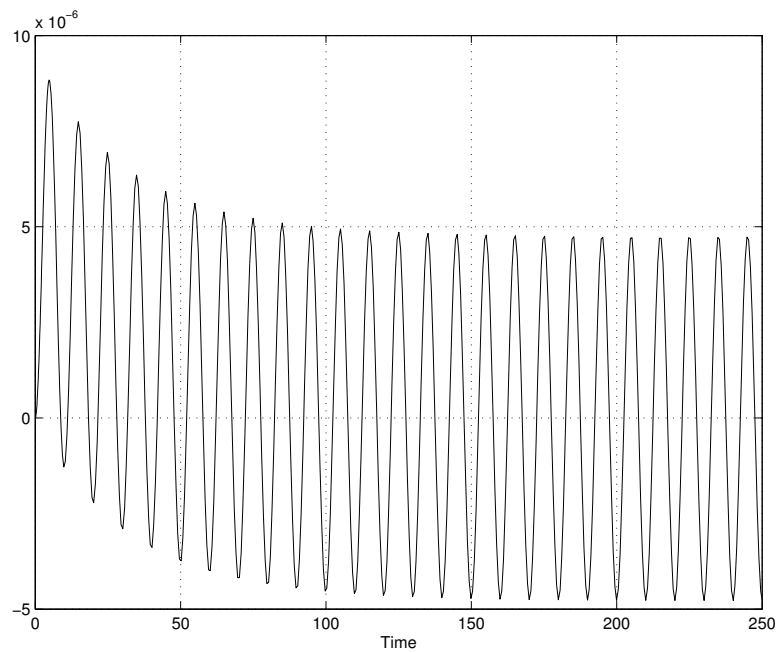


Figura 3.9 – Andamento dell'angolo di rollio con controllore $C_2(s)$ (tra 0 s e 250 s), con ingresso nullo e disturbo sinusoidale.

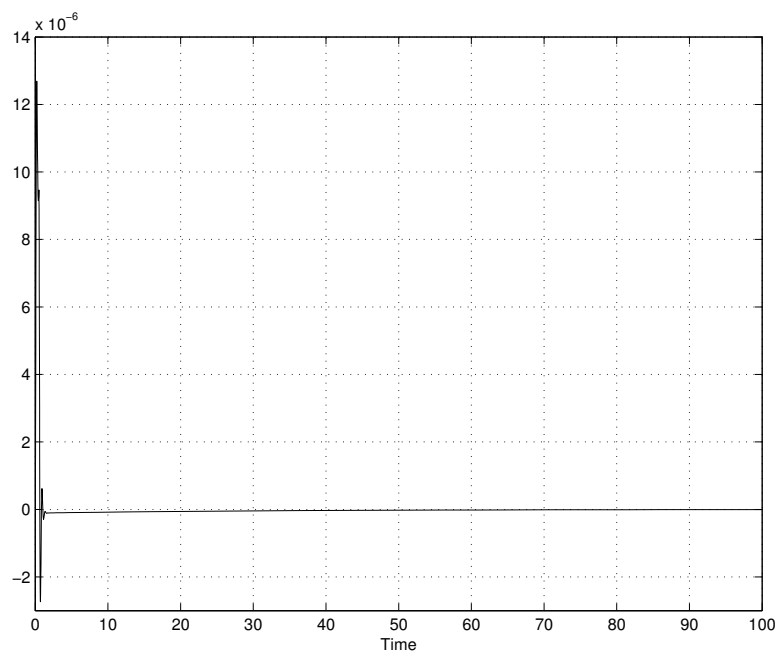


Figura 3.10 – Andamento dell'angolo di rollio con controllore $C_2(s)$ (tra 0 s e 100 s), con ingresso impulsivo e disturbo assente.

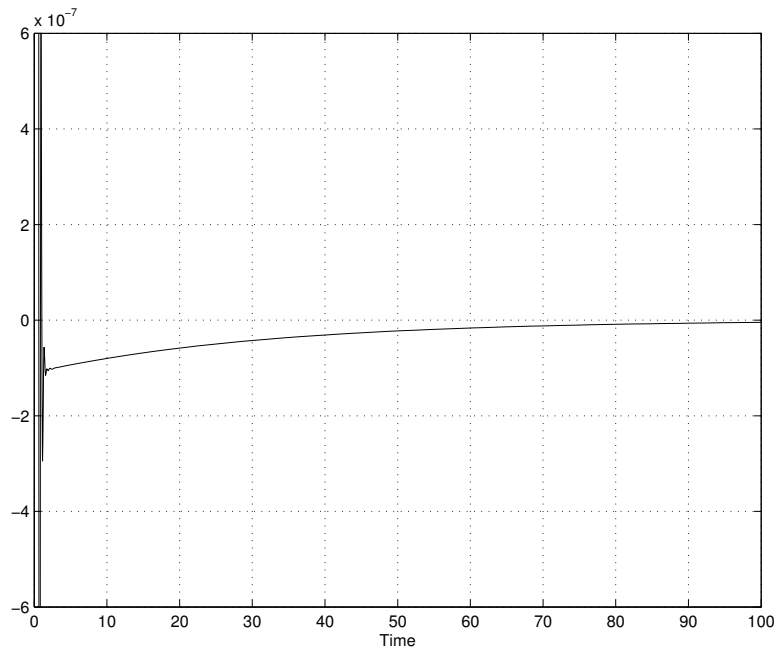


Figura 3.11 – Particolare della figura 3.10, in cui è visibile più facilmente l’assestamento della dinamica dell’angolo di rollio.

Dal diagramma di Nyquist della funzione $C_2(s)$ (di cui è riportato un particolare in figura 3.12) si nota come la distanza angolare con cui il grafico entra nel cerchio unitario aumenti decisamente rispetto alla configurazione con controllore costante analizzata in precedenza: specificamente, ora tale margine di fase vale circa 42 gradi (vedi diagramma di Bode della fase, in figura 3.13), che è un valore ancora inadatto, ma decisamente migliore rispetto al caso precedente. Il fatto che si riscontri una diminuzione dell’influenza del disturbo nell’andamento del rollio è da attribuirsi all’elevato valore che la funzione $C_2(s)$ assume alla frequenza della sinusoide $d(t)$. Un’analisi dettagliata sull’influenza dei disturbi al variare della frequenza è svolta nella sottosezione 3.2.3.

Dal momento che un controllore PD sembra essere una buona soluzione, procediamo con il variare la posizione dello zero e il guadagno, in modo da

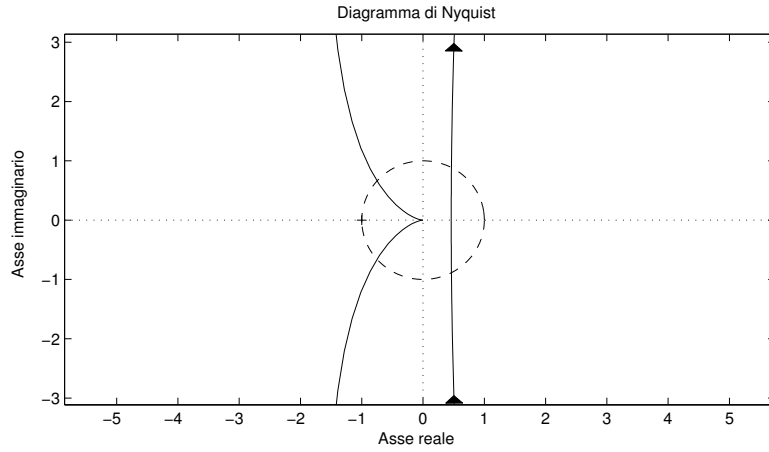


Figura 3.12 – Particolare del diagramma di Nyquist della funzione $C_2(s)F_1(s)$ attorno al punto -1; il cerchio unitario è tratteggiato.

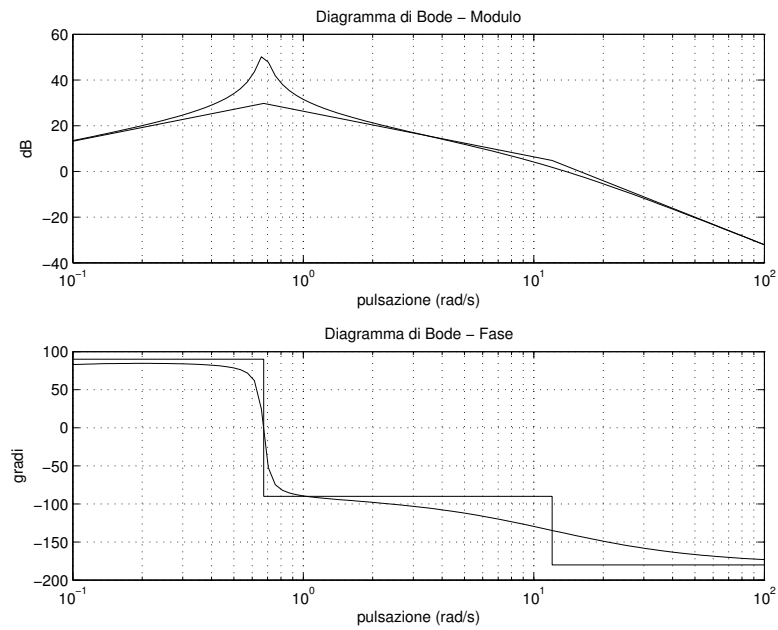


Figura 3.13 – Diagramma di Bode reale e asintotico della funzione $C_2(s)F_1(s)$: modulo e fase.

ottenere un margine di fase (minimo) migliore. A tal fine, spostiamo a destra la posizione dello zero e innalziamo di 20 dB il guadagno: introduciamo ad esempio il controllore $C_3(s) \triangleq 10^6 \left(1 + \frac{s}{0,4}\right)$ ed effettuiamo le simulazioni dell'angolo di uscita con questa configurazione (in figura 3.14 la simulazione è svolta con ingresso nullo e disturbo sinusoidale, in figura 3.15 con ingresso impulsivo e disturbo assente).

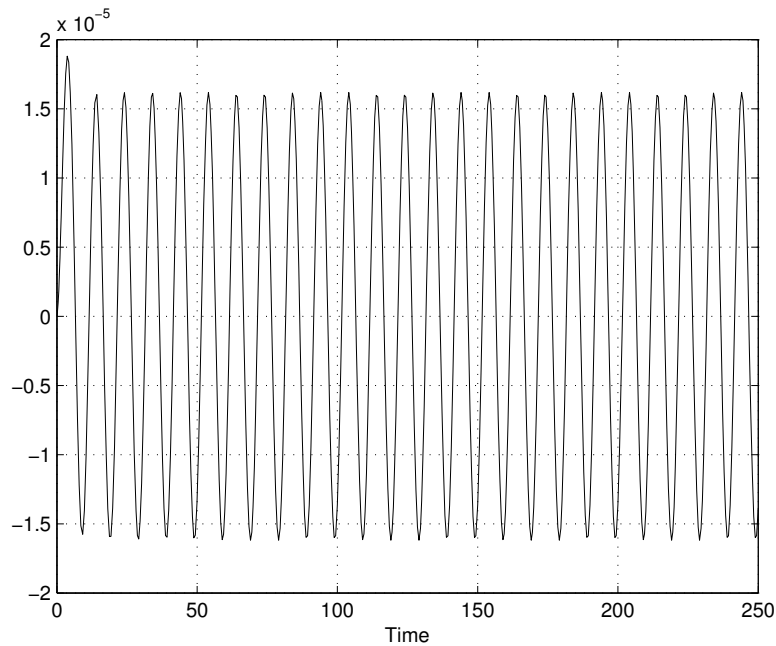


Figura 3.14 – Andamento dell'angolo di rollio con controllore $C_3(s)$ (tra 0 s e 250 s), con ingresso nullo e disturbo sinusoidale.

Si osserva che nella simulazione di figura 3.14 l'uscita subisce una sovralongazione iniziale del 17% circa, per poi stabilizzarsi dopo circa 15 secondi (vedi anche figura 3.15) su un'oscillazione a regime, nella quale le ampiezze massime (e minime) dell'andamento non sono costanti, bensì variano da un periodo al successivo, seppur poco sensibilmente. Nella figura 3.15 è evidente come la risposta all'ingresso impulsivo, dopo una sovralongazione e una sottoelongazione, cresca velocemente in modo monotono, assestandosi del tutto dopo circa 15 secondi.

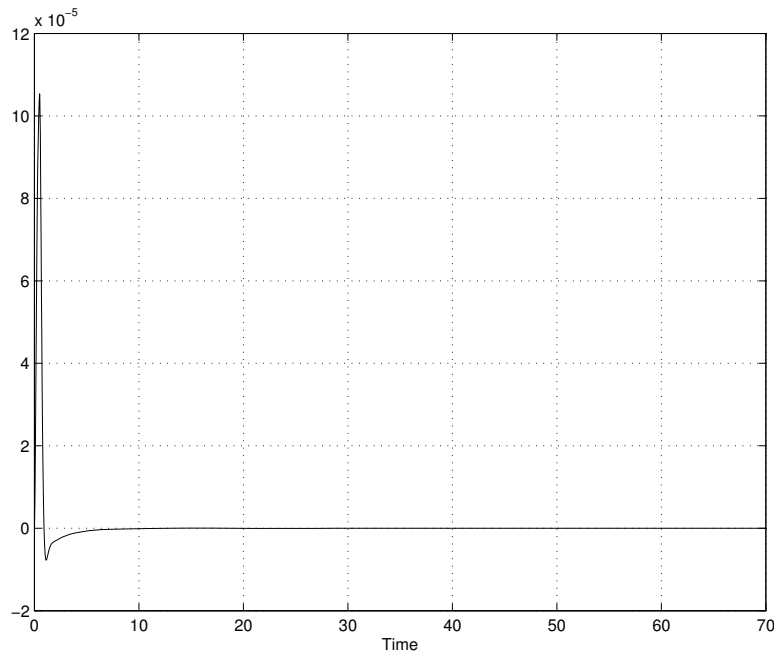


Figura 3.15 – Andamento dell'angolo di rollio con controllore $C_3(s)$ (tra 0 s e 70 s), con ingresso impulsivo e disturbo assente.

Dal punto di vista del tempo di assestamento questo risultato è da considerarsi buono, tenendo conto del fatto che ad esempio una risposta dell'ordine del secondo, quindi 10 volte più veloce di quella ottenuta con $C_3(s)$, sarebbe poco verosimile per il sistema in questione. Per quanto riguarda l'ampiezza della oscillazione a regime, è presente invece un peggioramento rispetto alla configurazione $C_2(s)$, in quanto quest'ultima attenua maggiormente il disturbo di un fattore 10, nonostante la costante di Bode di $C_2(s)$ sia 10 volte più piccola di quella di $C_3(s)$. Il fatto che $C_2(s)$ causi una maggiore robustezza al disturbo è dovuto alla posizione del suo zero, che essendo situato in 0,01 rad/s, ovvero più di una decade prima della pulsazione del disturbo ($\omega_{dist} = 0,628$ rad/s), fa sì che il modulo di $C_2(j\omega_{dist})$ sia maggiore di quello di $C_3(j\omega_{dist})$, e di conseguenza $\frac{1}{C_2(j\omega_{dist})}$ attenua di più il disturbo rispetto a $\frac{1}{C_3(j\omega_{dist})}$.

Dai diagrammi di Nyquist e di Bode della funzione $C_3(s)F_1(s)$ (rispettivamente in figura 3.16 e 3.17) si evince che il margine di fase relativo all'unica, in questo caso, pulsazione di attraversamento è migliorato rispetto alle configurazioni precedenti. Dal grafico della fase si ricava che tale margine vale circa 64 gradi, che è un valore soddisfacente, come dimostrato dall'andamento dell'angolo di rollio.

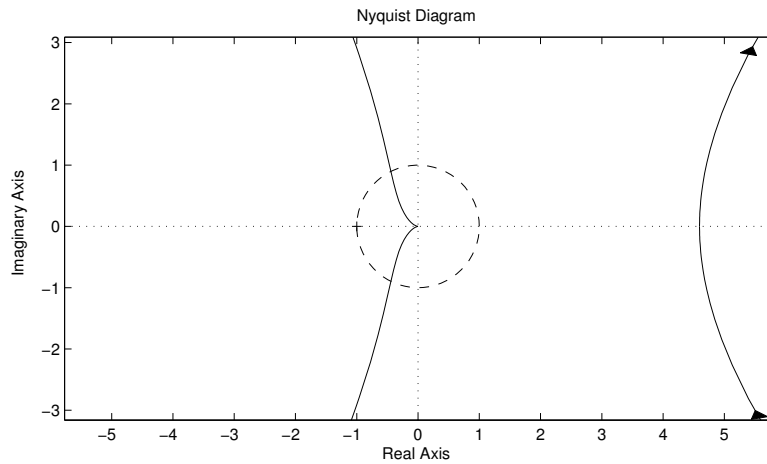


Figura 3.16 – Particolare del diagramma di Nyquist della funzione $C_3(s)F_1(s)$ attorno al punto -1; il cerchio unitario è tratteggiato.

È necessario trovare una soluzione che mantenga una robustezza ai disturbi come lo schema con $C_2(s)$ e che allo stesso tempo garantisca dei tempi di assestamento come la $C_3(s)$. Ci si rende conto che un tale compromesso non può essere ottenuto spostando ulteriormente lo zero a destra e mantenendo invariato il guadagno. Ad esempio, inserendo tale zero in 0,67 rad/s, quindi in prossimità del picco di risonanza, e mantenendo un guadagno di 10^6 , l'andamento che si ottiene per l'angolo di rollio (riportato in figura 3.18) è pressoché identico a quello dello schema con $C_3(s)$.

Mantenendo invece lo zero in 0,4 rad/s e aumentando il guadagno di 20 dB rispetto a $C_3(s)$ si ottiene il controllore $C_4(s) \triangleq 10^7 \left(1 + \frac{s}{0,4}\right)$. L'andamento dell'uscita con questo nuovo controllore è riportato in figura 3.19 per ingresso

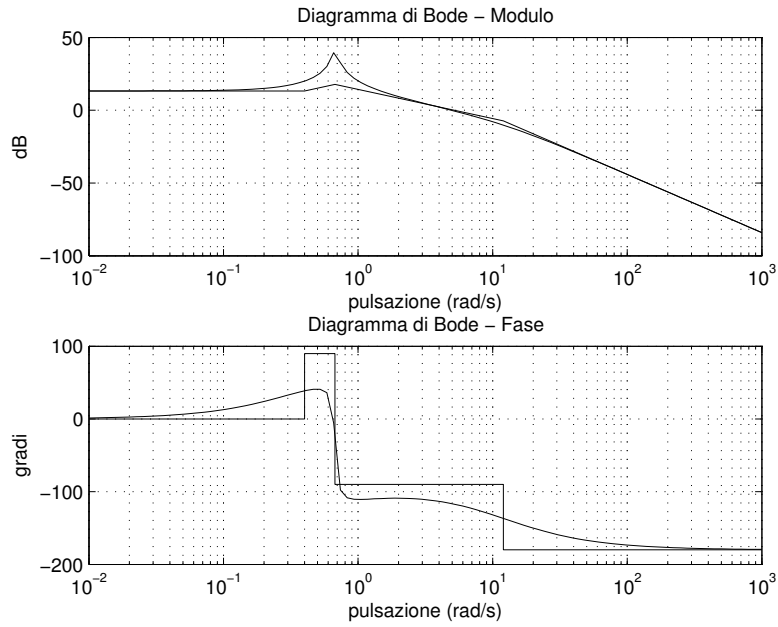


Figura 3.17 – Diagramma di Bode reale e asintotico della funzione $C_3(s)F_1(s)$: modulo e fase.

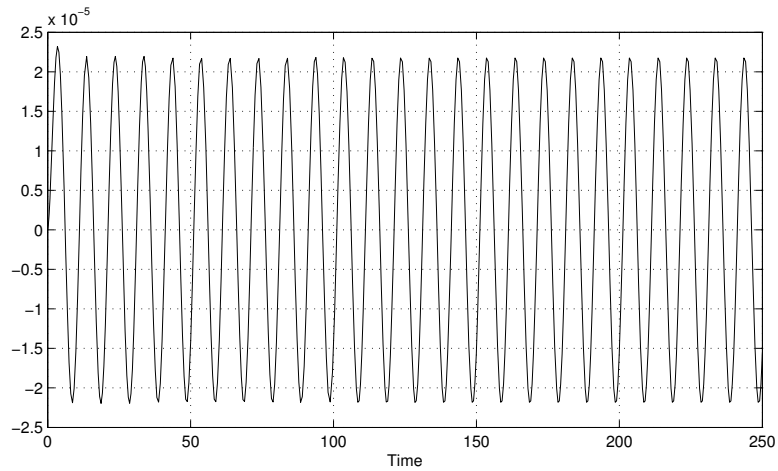


Figura 3.18 – Andamento dell'angolo di rollio con controllore $C(s) = 10^6 \left(1 + \frac{s}{0,67}\right)$ (tra 0s e 250s), con ingresso nullo e disturbo sinusoidale.

nullo e disturbo sinusoidale, e in figura 3.20 per ingresso impulsivo e disturbo nullo.

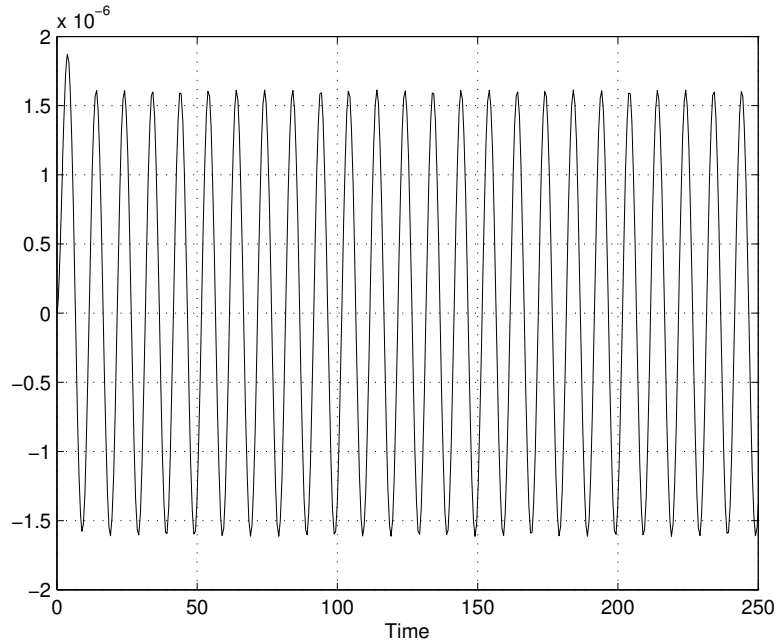


Figura 3.19 – Andamento dell'angolo di rollio con controllore $C_4(s)$ (tra 0 s e 250 s), con ingresso nullo e disturbo sinusoidale.

Notiamo che i risultati che si ottengono con questo controllore coniugano bene un discreto andamento, che subisce qualche oscillazione prima di assestarsi, e una breve durata del transitorio (che risulta di poco minore rispetto a quella del controllore $C_3(s)$) con un'elevata robustezza al disturbo, infatti a regime l'oscillazione è dell'ordine di 10^{-6} (come con $C_2(s)$), ovvero minore di un ordine di grandezza rispetto a quella che si osserva utilizzando $C_3(s)$.

Si riportano i diagrammi di Nyquist e di Bode della funzione $C_4(s)F_1(s)$, dai quali ricaviamo che, in realtà, il margine di fase in quest'ultima configurazione è peggiorato, a causa dello spostamento a destra della pulsazione di attraversamento dovuto all'innalzamento del guadagno: per $C_4(s)F_1(s)$ esso vale circa 30 gradi.

Per aumentare tale margine di fase pur mantenendo le caratteristiche di

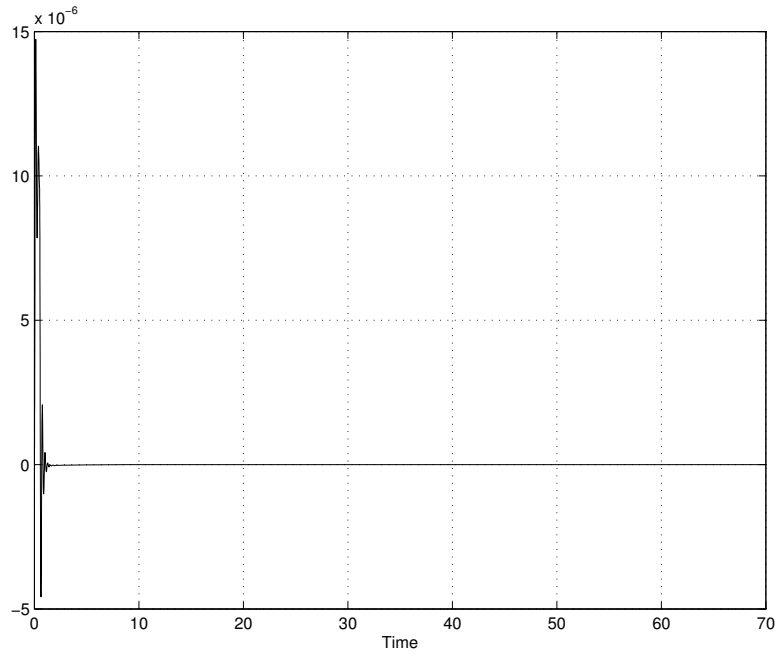


Figura 3.20 – Andamento dell'angolo di rollio con controllore $C_4(s)$ (tra 0 s e 70 s), con ingresso impulsivo e disturbo assente.

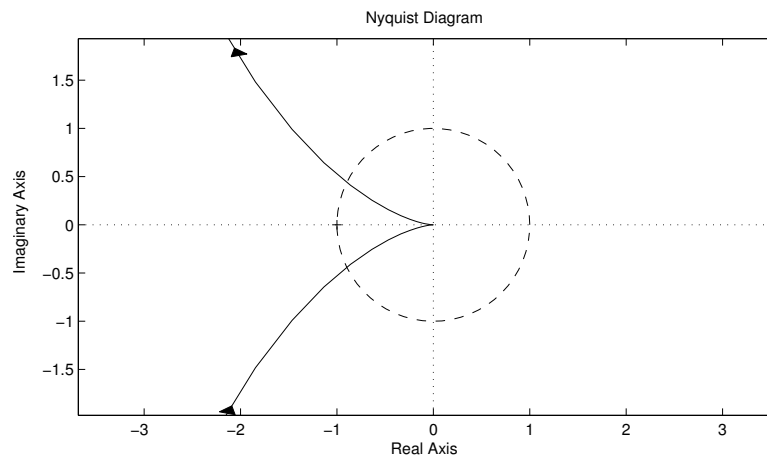


Figura 3.21 – Particolare del diagramma di Nyquist della funzione $C_4(s)F_1(s)$ attorno al punto -1; il cerchio unitario è tratteggiato.

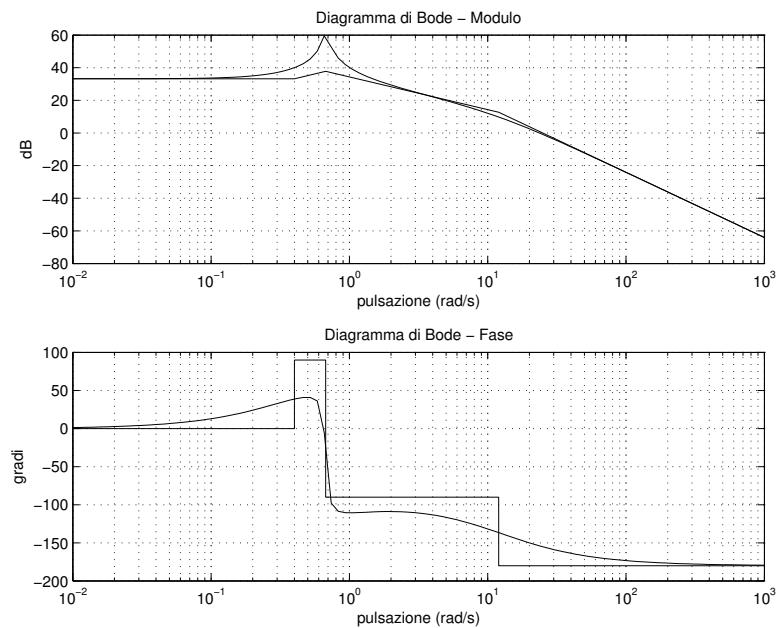


Figura 3.22 – Diagramma di Bode reale e asintotico della funzione $C_4(s)F_1(s)$: modulo e fase.

$C_4(s)$ procediamo inserendo un ulteriore zero nel controllore, in 11,9 rad/s, ovvero nelle vicinanze del polo reale della $F_1(s)$, in modo da indurre una quasi cancellazione zero-polo che innalzi la fase.

Definiamo quindi $C_5(s) \triangleq C_4(s) \left(1 + \frac{s}{11,9}\right)$. L'andamento dell'uscita che ne consegue, con ingresso nullo e disturbo attivo, è mostrato in figura 3.23, nella quale notiamo che l'andamento prodotto è del tutto simile a quello relativo a $C_4(s)$, sia dal punto di vista del tempo impiegato a raggiungere il regime (circa 15 secondi), sia da quello dell'ampiezza delle oscillazioni.

L'uscita dello schema con $C(s) = C_5(s)$ in risposta ad un impulso in ingresso e con disturbo nullo (figura 3.24) è quella che presenta l'andamento migliore tra tutti i controllori visti finora: dopo la sovraelongazione iniziale l'andamento è puramente discendente e si assesta dopo 15-20 secondi.

Dal particolare del diagramma di Nyquist (figura 3.25) della funzione di trasferimento $C_5(s)F_1(s)$ vediamo che ora il margine di fase è di praticamente

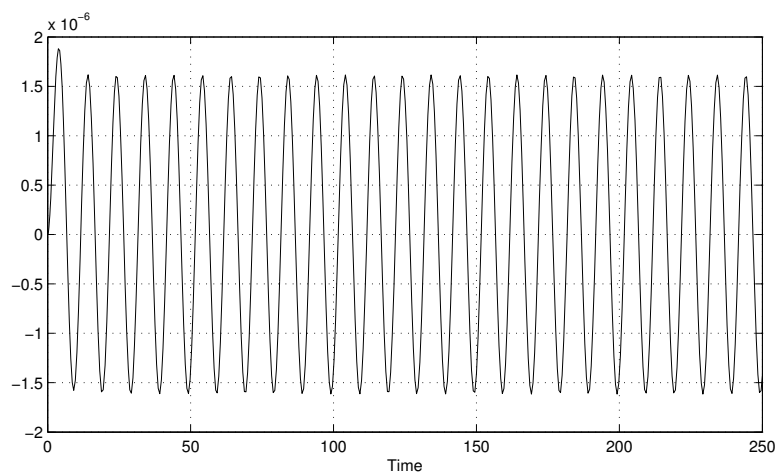


Figura 3.23 – Andamento dell'angolo di rollio con controllore $C_5(s)$ (tra 0 s e 250 s), con ingresso nullo e disturbo sinusoidale.

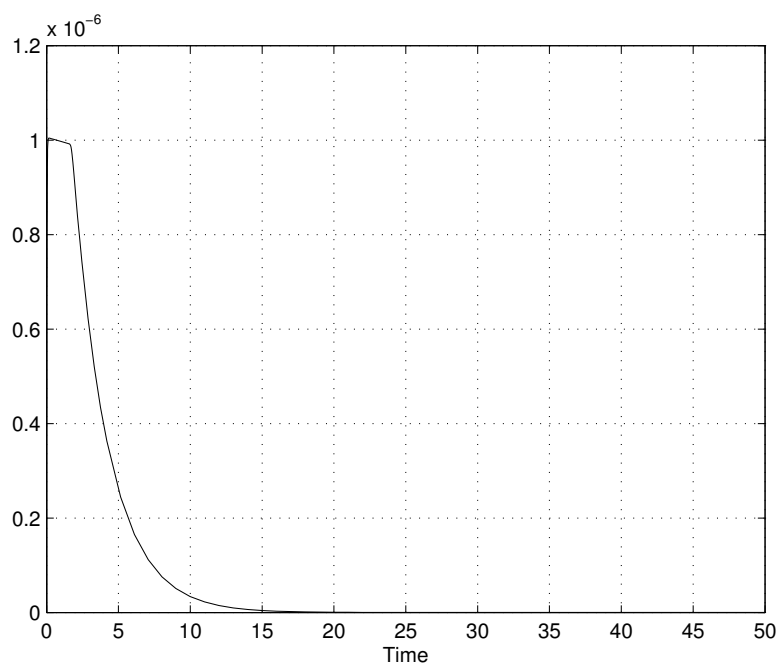


Figura 3.24 – Andamento dell'angolo di rollio con controllore $C_5(s)$ (tra 0 s e 250 s), con ingresso impulsivo e disturbo assente.

90 gradi, quindi ottimo.

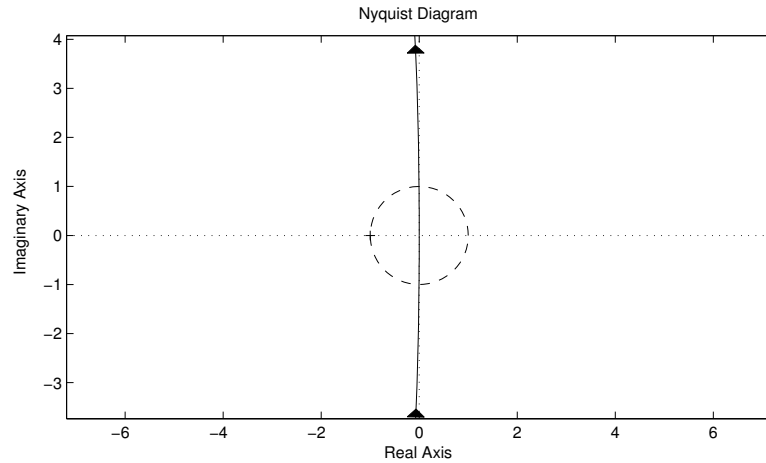


Figura 3.25 – Particolare del diagramma di Nyquist della funzione $C_5(s)F_1(s)$ attorno al punto -1; il cerchio unitario è tratteggiato.

Un tentativo di controllo non andato a buon fine nel corso del progetto è stato quello di introdurre un controllore che avesse, a differenza di quelli illustrati finora, uno zero doppio invece che singolo: $C_{dz}(s) = 10^5 (1 + 100s)^2$. Il proposito iniziale era stato quello di innalzare la fase di ulteriori 90 gradi per ottenere una distanza angolare maggiore dal punto -1 nel diagramma di Nyquist di $C(s)F_1(s)$. Tuttavia una soluzione di questo tipo si è rivelata fallimentare, poiché se da una parte l'obiettivo di aumentare la distanza angolare da -1 è soddisfatto con questa configurazione (vedi figura 3.26), tuttavia il diagramma di Bode del modulo (figura 3.27) evidenzia che la pulsazione con cui il grafico di Nyquist entra nel cerchio unitario con margine di fase minore è elevatissima, e quindi potenzialmente causa di fenomeni di saturazione dell'ingresso del motore.

Infatti, attuando una simulazione dello schema con controllore $C_{dz}(s)$ sulla tensione d'ingresso del motore, si ottiene l'andamento in figura 3.28. È evidente che il motore che si sta usando non può sopportare una tensione d'ingresso di ampiezza dell'ordine di 10^5 V: una tale sollecitazione ne

causerebbe la rottura, quindi tale configurazione è da scartare.

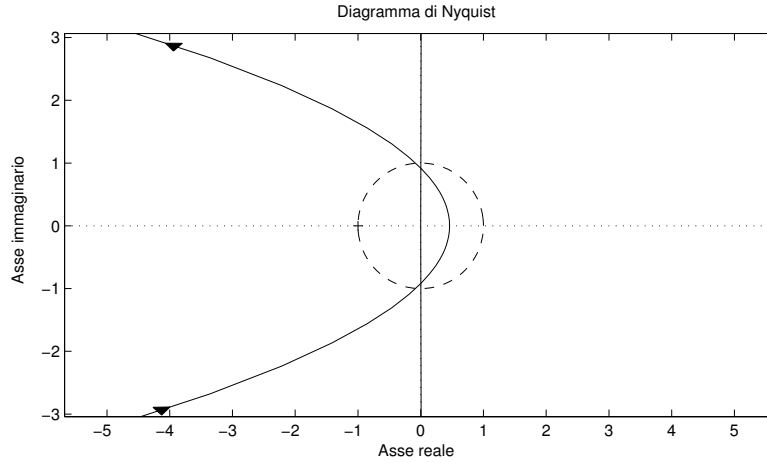


Figura 3.26 – Particolare del diagramma di Nyquist della funzione $C_{dz}(s)F_1(s)$ attorno al punto -1; il cerchio unitario è tratteggiato.

Se una configurazione come quella precedente è da evitare, tuttavia l'idea dell'allocazione di due zeri coincidenti può essere sfruttata per il controllo, allocando però due zeri complessi (mantenendo comunque un guadagno elevato) che compiano una quasi cancellazione zero-polo con i poli complessi della $F_1(s)$.

Scegliamo dunque per questo scopo i due zeri complessi (coniugati)

$$z_a = -0,2 + j0,6 \quad \text{e} \quad z_b = -0,2 - j0,6,$$

vale a dire introduciamo il controllore PDD $C_{comp}(s) \triangleq 10^7 (s^2 + 0,4s + 0,4)$. La semplice introduzione di questi due zeri complessi coniugati fornisce, in primo luogo, un margine di fase ottimo, addirittura maggiore di 90 gradi (vedi figure 3.29 e 3.30). Inoltre, come è chiaro in figura 3.31, l'andamento dell'uscita con questa soluzione, in assenza di ingresso e con disturbo sinusoidale, è anch'esso molto buono, infatti il transitorio iniziale (un'unica oscillazione di ampiezza minore delle successive di circa il 40%) si esaurisce

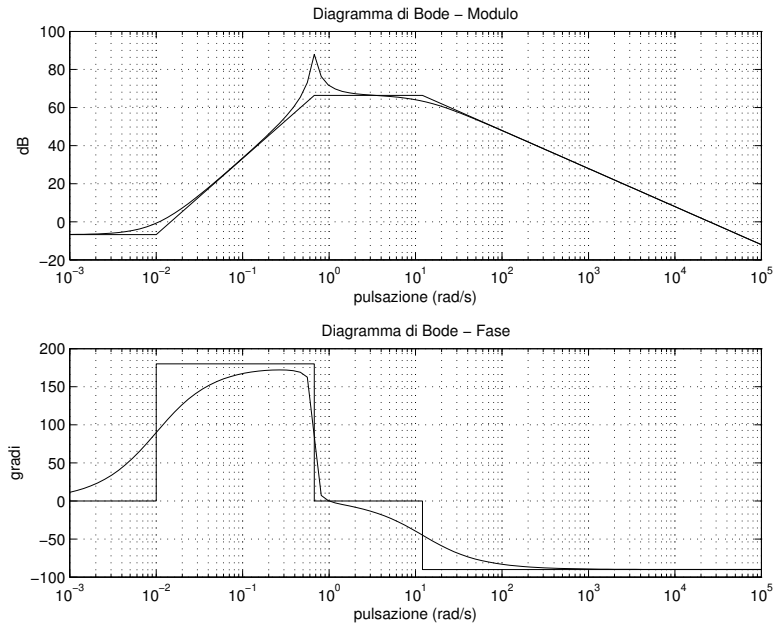


Figura 3.27 – Diagramma di Bode reale e asintotico della funzione $C_{dz}(s)F_1(s)$: modulo e fase.

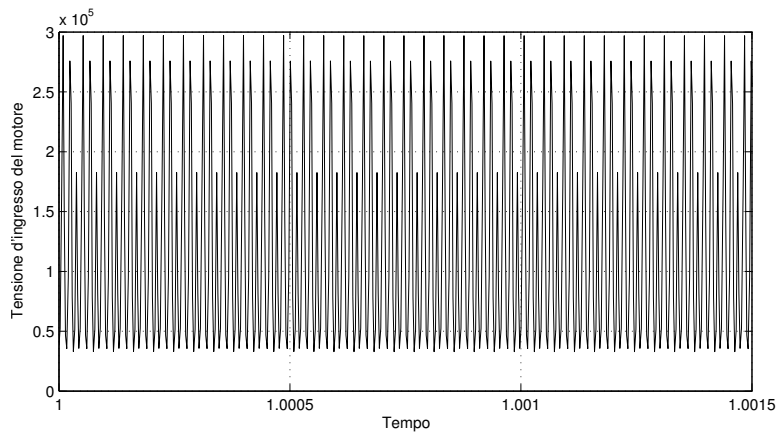


Figura 3.28 – Particolare del grafico della tensione d'ingresso del motore con $C(s) = C_{dz}(s)$ tra 1 s e 1,0015 s.

dopo circa 15-20 secondi e l'oscillazione a regime ha ampiezze dell'ordine di 10^{-5} , come ad esempio con il controllore $C_3(s)$, ma tali ampiezze sono ridotte di un fattore $\frac{1}{4}$ rispetto a quelle che si osservano con lo stesso $C_3(s)$.

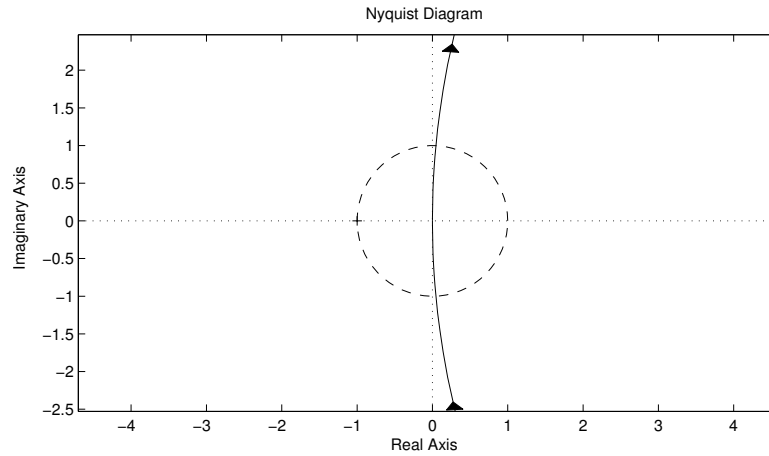


Figura 3.29 – Particolare del diagramma di Nyquist della funzione $C_{comp}(s)F_1(s)$ attorno al punto -1; il cerchio unitario è tratteggiato.

Alla luce dei risultati ottenuti, si può affermare che:

- I controllori costanti ($C_1(s)$) o PD con uno zero molto prima dei poli della $F_1(s)$ ($C_2(s)$) sono da scartare, nonostante il fatto che $C_2(s)$ introduca una elevata resistenza ai disturbi, in quanto i tempi di assestamento dell'uscita conseguenti al loro utilizzo sono troppo elevati;
- Il controllore $C_{dz}(s)$ è controproducente, in quanto il suo utilizzo provocherebbe la rottura del motore;
- Le soluzioni $C_3(s)$, $C_5(s)$, $C_{comp}(s)$ sono di sicuro le migliori.

La soluzione $C_3(s)$ è quella di maggiore semplicità realizzativa, in quanto consta di un PD con un solo zero; inoltre, essa coniuga un buon tempo di assestamento con una robustezza ai disturbi che, pur essendo peggiore di quella di $C_5(s)$ e $C_{comp}(s)$ è comunque molto alta (maggiore di due ordini

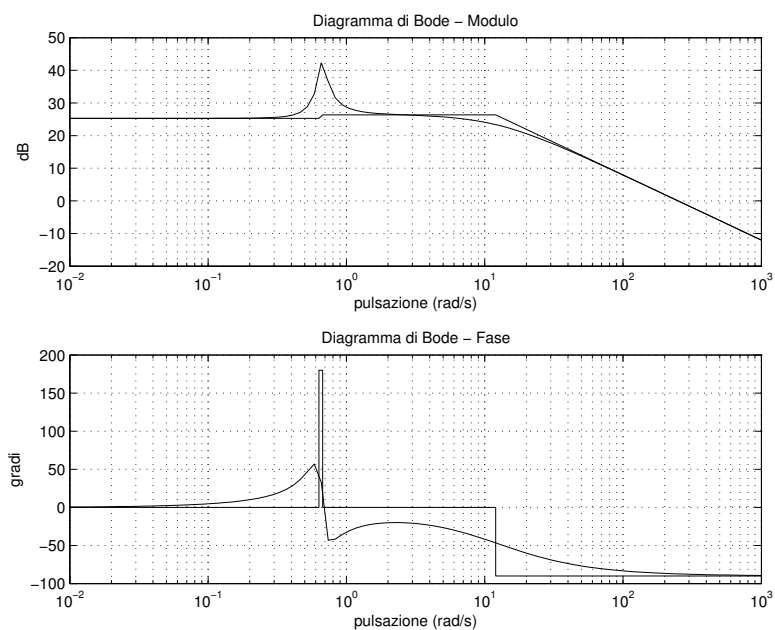


Figura 3.30 – Diagramma di Bode reale e asintotico della funzione $C_{comp}(s)F_1(s)$: modulo e fase.

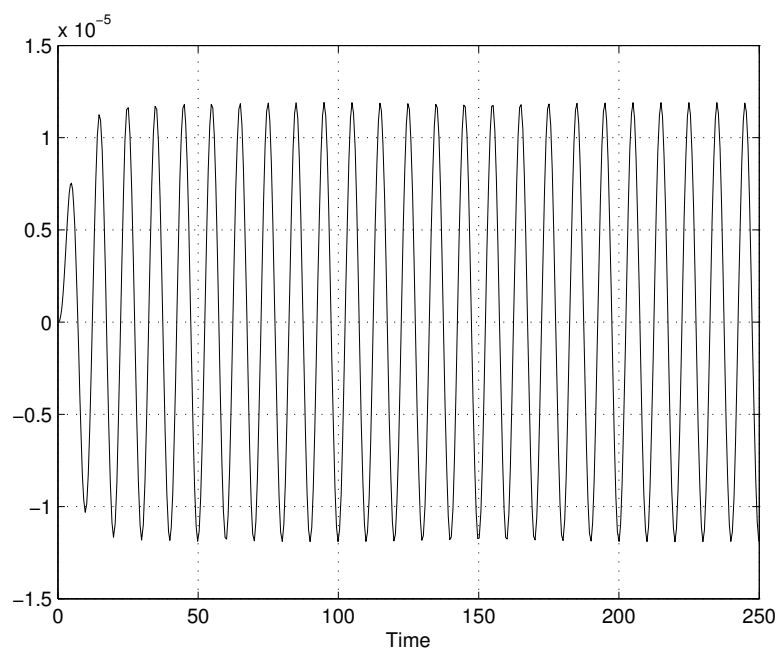


Figura 3.31 – Andamento dell'angolo di rollio con controllore $C_{comp}(s)$ (tra 0 s e 250 s), con ingresso nullo e disturbo sinusoidale.

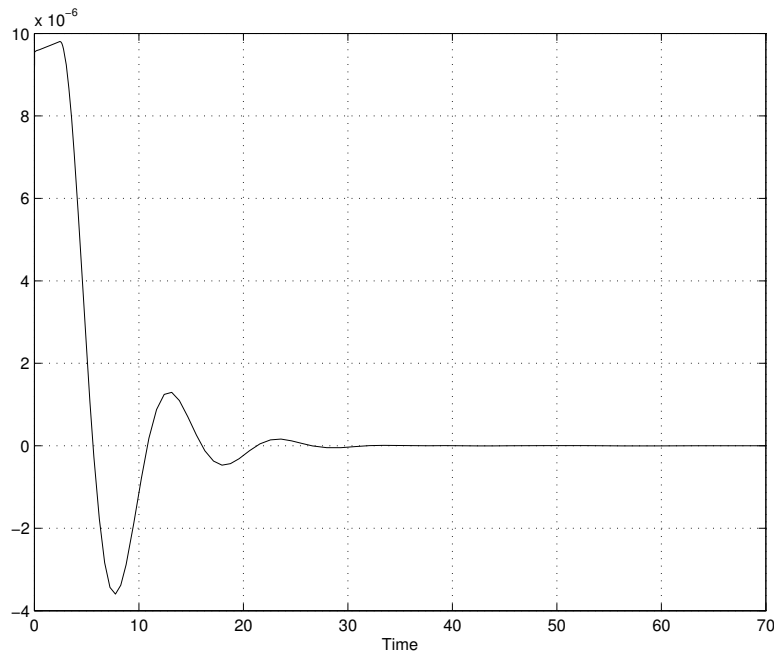


Figura 3.32 – Andamento dell’angolo di rollio con controllore $C_{comp}(s)$ (tra 0 s e 70 s), con ingresso impulsivo e disturbo assente..

di grandezza rispetto al sistema ad anello aperto). Inoltre, dei tre esso è quello con margine di fase (minimo) peggiore, pur essendo comunque buono in quanto superiore ai 60 gradi.

Il controllore $C_5(s)$ è quello di maggior complessità realizzativa, ma offre sia un transitorio buonissimo in risposta all’ingresso impulsivo, sia una robustezza ai disturbi più elevata, di un ordine di grandezza migliore delle altre soluzioni. Il suo margine di fase è stato migliorato ad hoc ed assume il valore ottimo di circa 90 gradi.

Il compensatore $C_{comp}(s)$ offre un buon transitorio e un discreto tempo di assestamento per l’angolo di rollio (che è maggiore di qualche secondo rispetto alle altre soluzioni), oltre ad una distanza angolare da -1, nel diagramma di Nyquist, addirittura maggiore di 90 gradi. La sua robustezza ai disturbi è dell’ordine di quella di $C_3(s)$, ma rispetto ad essa è migliore del 25%.

Esso inoltre è l'unico controllore che in assenza di ingresso non fornisce una sovraelongazione iniziale nell'andamento dell'uscita.

3.2.3 Considerazioni sulla frequenza del disturbo

Si ribadisce che nelle simulazioni del paragrafo 3.2.2 la sinusoide utilizzata per simulare il disturbo (moto ondoso) $d(t)$ è stata impostata con frequenza 0,1 Hz (0,628 rad/s), che è dell'ordine di grandezza della frequenza naturale del rollio.

Si vuole ora analizzare in che modo, nel sistema in questione, avviene l'attenuazione del disturbo. Nelle varie soluzioni adottate, si ha che in bassa frequenza $|C(s)F_1(s)| \gg 1$. Questa relazione implica che

$$|W(s)| = \frac{|C(s)F_1(s)|}{|1 + C(s)F_1(s)|} \simeq 1;$$

l'attenuazione del disturbo in questo caso è dovuta al fattore moltiplicativo $\frac{1}{C(s)}$ (vedi figura 2.5). Se al contrario la sollecitazione di disturbo è molto veloce, ovvero a frequenze molto maggiori di quelle naturali di rollio, si ha che $|C(s)F_1(s)| \ll 1$, e di conseguenza

$$|W(s)| = \frac{|C(s)F_1(s)|}{|1 + C(s)F_1(s)|} \simeq |C(s)F_1(s)|.$$

Moltiplicando per il fattore $\frac{1}{C(s)}$ questa approssimazione della f.d.t. ad anello chiuso otteniamo che il disturbo è attenuato di circa $|F_1(s)|$. Questo fatto implica che, se la frequenza del disturbo è elevata, gli effetti del disturbo stesso sull'angolo di rollio sono simili, che il sistema sia in catena aperta o che sia controllato in retroazione.

Tuttavia, in realtà, il fatto che agli effetti dell'influenza del disturbo sull'uscita i comportamenti del sistema a catena aperta e chiusa siano simili

non implica che i disturbi ad alta frequenza non vengano sufficientemente attenuati. Infatti, se a bassa frequenza è la retroazione che attenua il disturbo, ad alta frequenza è la stessa $F_1(s)$ che compie tale attenuazione, funzionando come un filtro passa-basso (come evidente dal suo diagramma di Bode del modulo, in figura 3.1).

Bibliografia

- [1] M. BISIACCO, M.E. VALCHER, *Controlli Automatici*, Libreria Progetto, Padova, 2008
- [2] R. GUIDORZI, *Teoria dei Sistemi: Esercizi e Applicazioni*, Zanichelli
- [3] P. MAZZOLDI, M. NIGRO, C. VOCI, *Fisica* (vol. I), EdiSES, 2003
- [4] W.E. de VRIES, slides di idrostatica del corso di *Offshore Hydromechanics* (2007), disponibili come OpenCourseWare della Delft University of Technology,
ocw.tudelft.nl/fileadmin/ocw/opener/Module1b-1.pdf
- [5] *Stability and Buoyancy Lessons*, della Surface Officer Warfare School di Newport, RI (disponibili nel sito della Federation of American Scientists),
www.fas.org/man/dod-101/navy/docs/swos/dca/index.html