

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Approcci fenomenologici per testare la natura quantistica della gravità

Relatore

Prof. Jean-Pierre Zendri

Correlatore

Dr. Antonello Ortolan

Laureando

Stefano Sorace Distilo

Anno Accademico 2023/2024

Indice

Abstract	ii
Introduzione	1
1 Cenni alle moderne teorie quantistiche della gravità e relative fenomenologie	4
2 Difficoltà sperimentali nella verifica della natura quantistica della gravitazione	9
2.1 La proposta di Feynman	9
2.2 Misurare la gravità	10
2.3 Ridurre la rapidità della decoerenza quantistica	11
3 La proposta di esperimento GRAFIQO	14
3.1 GRAFIQO	14
3.2 Funzionamento e apparato sperimentale	14
3.3 Contributi al rumore di fondo	19
Conclusioni	22

Abstract

In questi anni sono stati proposti diversi approcci sperimentali per verificare la natura quantistica della gravità basati su fenomenologie che non richiedono il raggiungimento dell'energia di Planck ma l'evoluzione di sistemi sotto l'azione della gravitazione. Questi approcci, data l'estrema debolezza dell'interazione gravitazionale, richiedono sistemi composti di molte particelle e che mostrano tempi di coerenza abbastanza lunghi da permettere misure in cui la natura quantistica del sistema sia rilevante. In questa tesi viene approfondito un particolare test che si basa su due oscillatori meccanici (modi normali di vibrazione di due membrane) che fungono rispettivamente da sorgente dell'interazione gravitazionale (“source”) e da massa di prova (“probe”). Le misure dell'oscillatore “probe”, portato al “quantum ground state” per la sua posizione mentre esso evolve sotto l'azione della gravità esercitata dall'oscillatore “source”, potrebbero fornire importanti indicazioni sperimentali sulla gravitazione in sistemi quantistici.

Introduzione

Una delle più grandi questioni aperte nella fisica contemporanea (se non addirittura la più grande) è come conciliare la relatività generale con la meccanica quantistica. Queste due teorie, che per conto proprio sono dotate di un grande potere predittivo per quanto riguarda i fenomeni gravitazionali la prima e le altre tre interazioni fondamentali la seconda, risultano essere intrinsecamente incompatibili fra di loro, perlomeno nelle formulazioni attuali.

Questa incompatibilità si manifesta in diverse contraddizioni tra i postulati o i risultati, teorici o sperimentali che siano, delle due teorie. Citiamo solo alcuni dei vari esempi che si possono trovare in letteratura.

- In meccanica quantistica (e allo stesso modo nella più evoluta *teoria quantistica dei campi*) il significato che si attribuisce ai termini "spazio" e "tempo" è strettamente legato a quello che viene dato loro nella meccanica classica [1], ovvero quello di variabili reali da cui dipendono i campi quantistici o la funzione d'onda. In relatività generale, invece, lo spazio e il tempo vengono interpretati come una varietà quadridimensionale (*manifold*) che risente della presenza di massa ed energia curvandosi e influenza il moto attraverso la curvatura stessa. Conseguenza di questa discrepanza che solo all'apparenza si limita ad essere formale è l'incommensurabilità tra due teorie che si riferiscono con gli stessi termini a concetti profondamente diversi tra di loro, rendendo difficile non solo il confronto ma anche e soprattutto un'eventuale unione delle due [2].
- Il paradosso di Einstein-Podolsky-Rosen è uno dei più celebri *Gedankenexperiment* del secolo scorso, teorizzato nel 1935 da Albert Einstein, Boris Podolsky e Nathan Rosen [3]. Esso prevede che una coppia elettrone-positrone prodotta dalla stessa sorgente venga separata per mandare una delle due particelle ad uno sperimentatore A e l'altra allo sperimentatore B. È possibile fare in modo che la sorgente emetta la coppia in uno stato di singoletto di spin, in modo che le due particelle siano *entangled*, ovvero che il verso dello spin di ciascuna delle due sia descritto da un'unica funzione d'onda antisimmetrica

$$|\Psi\rangle = \frac{|\uparrow_A \downarrow_B\rangle - |\downarrow_A \uparrow_B\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (1)$$

Nel momento in cui viene effettuata una misura della direzione dello spin su una delle particelle da parte dello sperimentatore A la funzione d'onda collassa e il verso dello spin della particella misurata da che si trovava in uno stato di sovrapposizione diventa definito; tuttavia, essendo le due particelle descritte da un'unica funzione d'onda, così facendo anche la sovrapposizione quantistica dell'altra particella collassa e quando lo sperimentatore B andrà a misurarne lo spin troverà necessariamente il valore con verso opposto a quello trovato dallo sperimentatore A, pur essendo le due particelle separate da un intervallo di tipo spazio¹. Questo esperimento sottolinea la natura non locale della meccanica quantistica². Nel tentativo di "salvare" il realismo locale all'inizio del secolo venne ipotizzata la presenza di *variabili nascoste* non misurabili che celino

¹Quella riportata qui non è in realtà la formulazione originale del paradosso EPR bensì una versione equivalente ma formalmente più semplice proposta da David Bohm nel 1951 [4].

²Importante precisare come il principio di località a cui si fa riferimento è un principio di località *forte*, ovvero che non vi sia alcun tipo di azione a distanza tra due sistemi separati nello spazio. La meccanica quantistica continua a soddisfare un principio di località *debole*, dato che il teorema di non comunicazione vieta in ogni caso il trasferimento di informazioni a velocità superluminali.

in sé l'informazione riguardante, nell'esempio che abbiamo portato, il verso dello spin di ciascuna particella. La presenza di queste variabili definite anche prima delle misure risolverebbe il problema del realismo locale, tuttavia nel 1964 John Stewart Bell propose [5] una versione più sofisticata del paradosso EPR nel quale venisse misurato il verso dello spin lungo tre direzioni differenti, prevedendo che sarebbero stati ottenuti risultati in proporzioni sensibilmente diverse a seconda che il valore ottenuto da ogni misura fosse stato determinato in quel momento (secondo quindi l'interpretazione ortodossa della meccanica quantistica) o che effettivamente ci fossero delle variabili nascoste che già prima della misura contenevano l'informazione in modo determinato.

Nel 2015 è stato possibile condurre un esperimento [6] che potesse verificare o falsificare sperimentalmente queste *disuguaglianze di Bell*, e i risultati ottenuti sembrano aver confermato l'interpretazione ortodossa e non locale della meccanica quantistica.

- Un interessante *Gedankenexperiment* formulato in tempi recenti a partire dal paradosso EPR con l'intento di fornire un "banco di prova" teorico per le varie teorie di gravità quantistica è la *Spin-Spacetime Censorship* di J. Nemirovsky et al. [7].

L'esperimento si configura, in modo simile a quello ipotizzato da Einstein, Podolsky e Rosen, prendendo due particelle entangled di spin $s = 1/2$, descritte quindi da una funzione d'onda del tipo

$$\frac{|\uparrow_A \downarrow_B\rangle - |\downarrow_A \uparrow_B\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2)$$

che vengono separate e date a due sperimentatori, A e B , l'uno al di fuori del cono luce dell'altro. Lo sperimentatore A , dotato di un apparato di misura in grado di discernere l'orientazione dello spin della particella, come possono essere dei magneti di Stern–Gerlach, decide di orientare i magneti in una certa direzione, che può essere la direzione \hat{x} come quella \hat{y} . Data la natura entangled delle due particelle, lo spin della particella in mano allo sperimentatore B sarà correlato con l'orientazione scelta da A . Lo sperimentatore B , invece di magneti di Stern-Gerlach, pone attorno alla particella una serie di orologi estremamente precisi, ad uguali distanze dalla particella. La teoria della relatività, come molte delle teorie di gravità quantistica, prevede che attorno ad una particella di spin $1/2$ la simmetria sferica dello spazio tempo sia rotta dal suo campo magnetico, o anche solamente dal suo momento angolare intrinseco. Lo sperimentatore B , quindi, osservando lungo che asse gli orologi corrono ad un ritmo diverso potrebbe determinare l'asse su cui è orientato lo spin della particella, e quindi la direzione lungo la quale lo sperimentatore A ha orientato i magneti. Essendo però i due sperimentatori al di fuori del cono luce l'uno dell'altro questo violerebbe il principio di relatività.

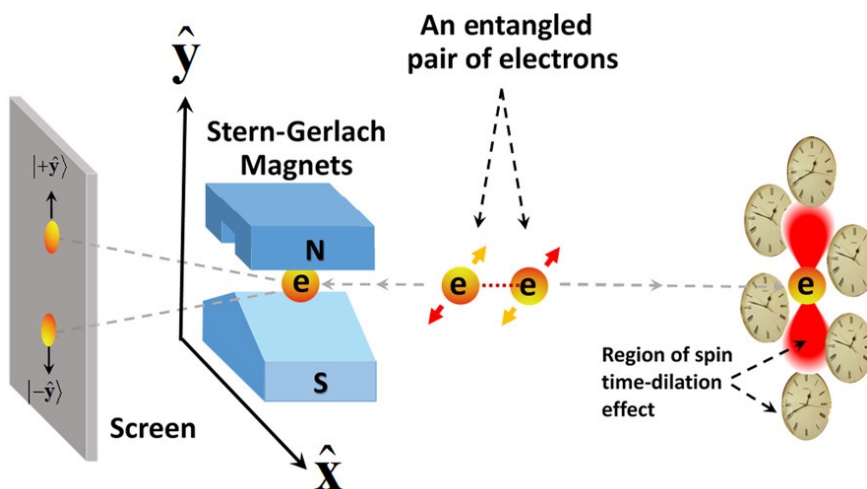


Figura 1: Schema del *Gedankenexperiment* di Nemirovsky, Cohen e Kaminer.

In questa tesi verranno brevemente accennate quelle che sono le teorie di gravità quantistica che godono di una più ampia diffusione all'interno della comunità scientifica, accanto alle difficoltà, teoriche e sperimentali, che portano con esse.

In seguito verrà approfondita la possibilità di effettuare alcuni *test fenomenologici* riguardo alla natura quantistica della gravità, e nel terzo capitolo verrà infine analizzato più nel dettaglio il funzionamento e gli obiettivi di uno di essi, GRAFIQO (*GRAvitational Force In Quantum Optomechanics*).

Capitolo 1

Cenni alle moderne teorie quantistiche della gravità e relative fenomenologie

L'interesse nei confronti di una teoria quantistica della gravità non si deve attribuire solamente ad una volontà della comunità scientifica di offrire una teoria che sia "completa" nella spiegazione delle quattro interazioni fondamentali in un'unica cornice teorica che possa fornire previsioni per sistemi nei quali né l'interazione gravitazionale né quelle del modello standard sono trascurabili: sono infatti presenti delle discrepanze fra alcune previsioni effettuate dalla relatività generale e le osservazioni sperimentali, in particolare per quanto riguarda la costante cosmologica Λ ,

In relatività generale lo spazio-tempo è descritto come una varietà quadridimensionale che si curva in presenza di massa ed energia. La curvatura dello spazio tempo è descritta formalmente tramite le equazioni di campo di Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

dove $R_{\mu\nu}$ è il tensore di Ricci, $g_{\mu\nu}$ il tensore metrico, che descrive la curvatura dello spazio-tempo, e $T_{\mu\nu}$ il tensore energia-impulso che descrive il flusso di materia ed energia che provoca la curvatura. Einstein stesso modificò questa equazione inserendo la costante cosmologica Λ , in modo che l'equazione di campo descrivesse un universo statico:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}. \quad (1.2)$$

Alla scoperta, da parte di Edwin Hubble, che l'universo non è statico ma effettivamente in espansione si aprì una questione non ancora chiusa riguardo al valore di questa costante. I vari modelli che cercano di prevederne un valore, infatti, non riescono a rendere conto delle osservazioni sperimentali, dalle quali differiscono, a seconda del modello, dai 60 ai 120 ordini di grandezza. Questo problema evidenzia quindi la necessità di una teoria della gravità migliore di quella che abbiamo.

Esistono numerosi apparati teorici anche molto diversi tra loro che provano ad offrire una soluzione al problema della gravità quantistica, di queste citeremo le due più rilevanti.

Uno dei primi e forse il più celebre tentativo di unificare relatività generale e modello standard prende il nome di *teoria delle stringhe*, termine con cui in realtà ci si riferisce a numerose teorie che, pur condividendo molti degli asserti di base, presentano differenze tra loro. Nel modello standard le interazioni sono mediate da particelle elementari di spin intero, dette bosoni; cercando di estendere questo meccanismo anche alla gravità, le teorie delle stringhe prevedono l'esistenza del *gravitone*, ipotetica particella elementare mediatrice dell'interazione gravitazionale. Per riuscire a giustificare matematicamente l'esistenza e le proprietà che questa particella deve soddisfare è stato necessario sostituire il concetto di particella elementare, che in meccanica quantistica fa riferimento a particelle puntiformi

zero-dimensionali, con quello di *stringa*¹ un oggetto unidimensionale dalle dimensioni caratteristiche di 10^{-35} m che può oscillare con diversi modi di vibrazione andando così ad identificare le varie particelle elementari previste dal modello standard, più il gravitone. Dalla sua nascita, nella metà degli anni '70, ad oggi questa teoria è stata e continua ad essere oggetto di un enorme sforzo teorico non ancora ultimato da parte della comunità scientifica per farne combaciare i limiti con le attuali teorie di relatività e meccanica quantistica.

Tralasciando solo per il momento le problematiche sperimentali associate a questa teoria, notiamo come essa, nelle sue varianti, si scontra con problemi forse più fondamentali della semplice difficoltà pratica nel testare le sue previsioni. La criticità più evidente è quella che ha preso il nome di *landscape vacua*: la teoria delle stringhe è nata con l'obiettivo di descrivere le varie particelle elementari previste dal modello standard tramite i modi vibrazionali di stringhe monodimensionali che vibrano in uno spazio con molte più dimensioni delle quattro previste dalla relatività generale (un numero che, a seconda delle specifiche teorie, varia da 11 a 26); per spiegare come mai sulle scale a cui arrivano i moderni rivelatori queste dimensioni non risultino visibili è stato teorizzato che siano "arrotolate". Il problema del *landscape vacua* nasce dal fatto che a seconda delle diverse topologie con cui queste dimensioni possono chiudersi in sé stesse, che possiamo considerare come delle sorta di "condizioni iniziali" accoppiate alla teoria, si possono prevedere un numero estremamente alto, fino a circa 10^{500} , di possibili combinazioni di particelle elementari con diverse caratteristiche che corrispondono ognuna ad un possibile universo. Questo crea problemi perché questo panorama ("landscape") essendo estremamente vasto permetterebbe di adattare queste teorie ad ogni possibile risultato sperimentale. Questa osservazione, secondo alcuni scienziati, renderebbe la teoria delle stringhe non falsificabile e dunque priva di contenuto predittivo [8].

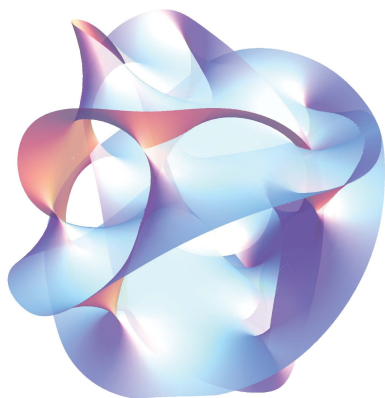


Figura 1.1: *Rappresentazione della sezione tridimensionale di una varietà di Calabi-Yau, una delle possibili topologie in cui, secondo la teoria delle stringhe, sono "arrotolate" le dimensioni oltre alle quattro che possiamo vedere.*²

Accanto alla teoria delle stringhe troviamo altre teorie, come la *loop quantum gravity*, che cercano comunque di quantizzare l'interazione gravitazionale ed esprimerla in termini compatibili con il modello standard, ma mantenendo la descrizione geometrica dello spazio-tempo come descritta da Einstein, nel caso di questa teoria quantizzandola tramite anelli, in inglese *loops*, di dimensione caratteristica paragonabile alla scala di Planck. Altra differenza con la teoria delle stringhe è che la teoria della gravità quantistica a loop non prevede l'unificazione delle quattro interazioni fondamentali in un'unica teoria (non pretende, cioè, di essere una "teoria del tutto") portando la gravità all'interno del modello standard, ma si limita a cercare di esprimerla in termini compatibili con esso.

Anche questa formulazione teorica porta con sé delle problematiche, legate soprattutto al fatto che non è ancora stato possibile identificare una versione di questa teoria che riesca, nel suo limite classico, a riprodurre i risultati della relatività generale.

Oltre ai problemi teorici già evidenziati, sono presenti anche notevoli difficoltà sperimentali associate a queste due teorie. Questi in generale consistono nel grande impegno richiesto ai ricercatori per fornire predizioni che vadano oltre i risultati già ottenuti dalla meccanica quantistica o dalla relatività

¹Termine usato in italiano ma la cui traduzione letterale dall'inglese *string* sarebbe "corda".

²Da: https://it.wikipedia.org/wiki/Teoria_delle_stringhe/media/File:Calabi_yau.jpg

generale, in modo che possano venire verificate o falsificate dalle evidenze sperimentali. In assenza di tali previsioni, le misure che si possono quindi sperare di effettuare sono quelle *dirette* o quelle *fenomenologiche*.

Le uniche misure dirette che potrebbero essere effettuate per testare la natura quantistica della gravità sarebbero misure che vanno a indagare riguardo all'esistenza o meno dei gravitoni o dei *loop*. Ricordiamo che le lunghezze caratteristiche dell'interazione gravitazionale ed elettromagnetica sono rispettivamente il raggio di Schwarzschild

$$r_{sc} = \frac{2Gm}{c^2}, \quad (1.3)$$

dove M è la massa del corpo, c la velocità della luce e G la costante gravitazionale, e la lunghezza compton

$$\lambda_c = \frac{h}{mc}, \quad (1.4)$$

dove h è la costante di Planck.

Per trovare la lunghezza caratteristica a cui dovremmo poter osservare direttamente il comportamento della gravità in regime quantistico eguagliamo queste due scale in quella che è definita come la *lunghezza di Planck*

$$\ell_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,62 \cdot 10^{-35} \text{ m} \quad (1.5)$$

o, equivalentemente, l'*energia di Planck*

$$E_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 5,46 \cdot 10^{-8} \text{ kg} \quad (= 1,22 \cdot 10^{19} \text{ GeV}/c^2). \quad (1.6)$$

Un valore così alto d'energia supera di molto non solo i più alti valori raggiunti con i moderni acceleratori di particelle ($\sim 18 \text{ TeV}/c^2$), ma anche le più alte energie rivelate finora nei raggi cosmici [9], impedendo di fatto una qualunque verifica diretta delle teorie sulla gravità quantistica.

Accanto ad esperimenti di questo tipo, che sembrano al di fuori dalla portata delle tecnologie sperimentali di cui disponiamo, si apre tuttavia la di possibilità di eseguire *test fenomenologici*, degli esperimenti che, in maniera indiretta, possano fornirci informazioni utili sulla natura e il comportamento della gravità in regime quantistico. Questi test si distinguono dalle osservazioni dirette perché invece di indagare cosa accade alla scala di Planck, partono dagli attuali modelli di meccanica quantistica, relatività generale e tentativi di quantizzazione e cercano di ideare apparati sperimentali che, pur essendo alla nostra portata tecnologica, possano darci se non risposte definitive quantomeno indicazioni generali per guidarci in quella che potrebbe essere la giusta direzione verso la quale spingere il grandissimo sforzo teorico che negli ultimi decenni si dedica alla questione della gravità quantistica. Di seguito sarà effettuata una breve panoramica su quelle che sono le principali proposte di test di questo tipo e più avanti in questa tesi verrà approfondita l'analisi di una di queste in particolare.

Simmetria dello spazio-tempo: Una delle assunzioni di base tanto per la moderna fisica delle particelle quanto per la relatività generale è l'*invarianza di Lorentz*, ovvero l'assunzione che le leggi fisiche che governano un sistema sono indipendenti da orientazione e velocità traslazionale del sistema stesso, in modo da soddisfare i principi della relatività ristretta. Una possibile ipotesi di alcune teorie di gravità quantistica afferma che, al raggiungimento di energie paragonabili ad E_P la simmetria di Lorentz non sia rispettata. Conseguenza di questa asimmetria sarebbe la variabilità della velocità della luce secondo un'equazione del tipo

$$v = c \cdot \left(1 \pm a \frac{E}{E_{Pl}} \right), \quad (1.7)$$

dove a è un parametro adimensionale da determinare.

In questo modo, tramite misure su raggi cosmici molto energetici come quelli generati durante i *gamma ray bursts*, si potrebbero osservare discrepanze nella velocità di fotoni con energie diverse [9].

Misure di questo tipo sono state effettuate con il telescopio spaziale per raggi gamma Fermi, che ha rivelato i fotoni più energetici provenienti da lampi gamma con un ritardo di più di 10 secondi rispetto a quelli di energia minore, ma allo stato attuale delle conoscenze è ancora molto difficile determinare se questo ritardo sia da attribuire alla fase di propagazione (che romperebbe la simmetria di Lorentz) o semplicemente a quella di emissione dalla fonte [10]. Il segno \pm dell'equazione 1.7 dipende dalla polarizzazione della luce incidente, e conseguenza di questa ipotesi sarebbe anche che la luce polarizzata nell'attraversare lunghe distanze si depolarizzi: per questo motivo misure su radiazioni elettromagnetiche polarizzate provenienti da galassie distanti ci permettono di porre un limite superiore sul valore del parametro: $a < 10^{-9}$ [9].

Un'altra verifica della validità dell'invarianza di Lorentz ad alte energie consiste nella predizione che raggi cosmici di energia superiore ad un certo valore (10^{19} eV) perdano energia interagendo con la radiazione cosmica di fondo (CMB), e che quindi non si dovrebbero osservare protoni arrivare da distanze superiori a 75 Mpc³. Misure effettuate con il rivelatore di raggi cosmici AUGER hanno verificato la presenza di questo *cutoff*, e con esso indirettamente la validità dell'invarianza di Lorentz [11].

Effetti stocastici: Un'altra ipotesi spesso presente nelle teorie di gravità quantistica è che lo spazio-tempo risulti essere discreto ad una qualche scala, detta *scala di non località*. Per testare questa ipotesi potrebbe tuttavia non essere necessario condurre degli esperimenti a livelli così alti di energia, così come Einstein all'inizio del secolo scorso confermò quella che allora era solo l'ipotesi di esistenza degli atomi attraverso lo studio del moto browniano.

Sorprendentemente, quindi, potrebbe essere possibile verificare il comportamento quantistico del tessuto spazio-temporale previsto da quasi tutti i modelli di gravità quantistica già tramite i moderni interferometri, non indagando direttamente alla scala di non località, ma andando ad analizzare invece il rumore che questa *fuzziness* provocherebbe ad ordini di grandezza superiori [12]. Analisi eseguite fino a questo momento non sono tuttavia riuscite a identificare contributi al rumore non spiegabili più semplicemente in altri modi, limitando superiormente l'ordine di grandezza della scala di non località sotto alla scala di Planck (10^{-35} m)

Effetti quantistici in forti campi gravitazionali: Effetti della gravità quantistica potrebbero venire rivelati grazie alla radiazione di Hawking. Questa, teorizzata a metà degli anni '70 prevede che sia possibile che lungo l'orizzonte degli eventi di un buco nero si crei una coppia particella-antiparticella, ma che si trovino da lati diversi dell'orizzonte degli eventi, in modo che invece di annichilirsi immediatamente a vicenda, una cada dentro al buco nero e l'altra venga emessa sotto forma di radiazione di Hawking. Questo processo, che chiaramente sottrae energia al buco nero, diminuendone così la massa, è regolato dall'equazione

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{c^4}{15,36\pi} \frac{\hbar}{4G^2 \cdot M^2}, \quad (1.8)$$

dove \hbar è la costante di Planck ridotta, c la velocità della luce, M la massa del corpo e G la costante di gravitazione universale.

Integrando questa equazione troviamo che anche per il più piccolo buco nero stellare (di massa M corrispondente a circa tre masse solari) il tempo di evaporazione supera di molti ordini di grandezza l'età dell'universo ($T_e \sim 10^{68}$ anni), ma che per i *buchi neri primordiali* nati all'inizio dell'universo, di massa molto minore, questo dovrebbe corrispondere a circa 10^{10} anni, teoricamente rendendo plausibile la rivelazione delle scariche di radiazione elettromagnetica. Notiamo come al diminuire della massa del buco nero M la velocità di evaporazione aumenta, e così la temperatura di emissione T

$$T = \frac{1}{k_B} \cdot \frac{c^3 \hbar}{8\pi G M}, \quad (1.9)$$

³Distanza dell'ordine di 10^{23} m.

dove k_B è la costante di Boltzmann, c la velocità della luce, \hbar la costante di Planck ridotta, M la massa del corpo e G la costante di gravitazione universale.

Nel caso di un buco nero primordiale questa temperatura vale circa $T \sim 10^{12}$ K. Gli spettri di emissione delle scariche prodotte nel momento del collasso di buchi neri di questo tipo potrebbero aiutarci a confermare o smentire predizioni delle attuali teorie di gravità quantistica [9].

L'osservazione di tali scariche è uno degli obiettivi del telescopio spaziale Fermi dal suo lancio avvenuto nel 2008, ma ad oggi non risulta che sia stata osservata alcuna scarica elettromagnetica proveniente da un buco nero primordiale [13].

Altre osservazioni indirette di fenomeni in cui gli effetti di gravità quantistica potrebbero risultare visibili nella radiazione cosmica di fondo, testimone dei secondi successivi al big bang in cui la gravità doveva essere molto più forte [9].

Test sul principio di sovrapposizione: Un particolare tipo di test fenomenologici, su cui il resto di questa tesi si concentrerà in particolare, è basato sull'incompatibilità del principio di sovrapposizione presente in meccanica quantistica con la teoria della relatività generale. Come notato da Richard Feynman nel 1957 durante la *Chapel Hill Conference*, presso l'Università del North Carolina, porre una massa in uno stato di sovrapposizione della posizione, eventualità non problematica per la meccanica quantistica salvo problemi di decoerenza al crescere delle dimensioni del sistema, e misurare il campo gravitazionale da essa prodotto ci pone davanti a un bivio: o l'indeterminazione si mantiene dalla posizione anche sul campo gravitazionale (da cui seguirebbe che quest'ultimo è a tutti gli effetti un campo quantistico), oppure prevale la località della relatività generale e si perdono dunque gli effetti quantistici [14].

Nel capitolo 2 verrà analizzato più nel dettaglio il funzionamento di questo tipo di esperimenti e nel capitolo 3 in seguito di GRAFIQO, un particolare esperimento appartenente a quest'ultima categoria.

Capitolo 2

Difficoltà sperimentali nella verifica della natura quantistica della gravitazione

Una delle maggiori criticità nella formulazione di una teoria della gravità quantistica è legata al fatto che la meccanica quantistica prevede che il valore di una certa quantità osservabile non sia del tutto definito prima che venga effettuata una misura, e si trovi fino a quel momento in uno stato di *sovrapposizione quantistica* delle possibilità. Esperimenti recentemente condotti sulle disuguaglianze di Bell [6] hanno confermato come questa indeterminazione non sia legata ad una mancanza di informazione da parte dello sperimentatore (non attribuibile cioè all'ignoranza riguardo al valore dell'osservabile) ma è invece intrinseca dello stato quantistico che, prima di venire misurato, a tutti gli effetti coesiste nei vari possibili esiti della misura.

Questa particolarità della meccanica quantistica è sì una delle grandi difficoltà nel conciliare il modello standard con la relatività, ma potrebbe al tempo stesso indicare una via lungo la quale progettare esperimenti che possano darci risultati preziosi anche senza il bisogno di una teoria completa alle spalle. La relatività generale, infatti, descrive lo spazio-tempo come un campo non quantistico in cui il principio di realismo locale è rispettato; per questo motivo potrebbe risultare molto utile ai fini della nostra comprensione della natura stessa del campo gravitazionale indagare su come questo si comporti in presenza di una massa in uno stato caratterizzato da una certa indeterminazione sulla posizione [14].

2.1 La proposta di Feynman

La prima formulazione di un esperimento che possa sfruttare questa caratteristica risale al gennaio del 1957 e si deve al fisico statunitense Richard P. Feynman il quale, durante la conferenza "On the Role of Gravitation in Physics" presso l'Università della North Carolina a Chapel Hill propose come *Gedankenexperiment* di porre una massa in stato di sovrapposizione quantistica e andare ad osservare il campo gravitazionale da essa generato. L'incompatibilità sopra citata a questo punto si risolve necessariamente, secondo Feynman, in due possibilità: o la sovrapposizione si osserva anche nel campo gravitazionale, che quindi risulterebbe avere delle proprietà quantistiche, oppure prevale la località prevista dalla relatività generale [14].

Come evidenziato da Marletto e Vedral nel lavoro *Witness gravity's quantum side in the lab* [14] rendere nella pratica il *Gedankenexperiment* proposto da Feynman è tutt'altro che banale: mentre risulta relativamente semplice porre una particella in uno stato di sovrapposizione rispetto alla posizione è molto più difficile, concettualmente e sperimentalmente, andare a verificare la presenza o assenza di sovrapposizione nel campo gravitazionale. Questa difficoltà è dovuta soprattutto all'estrema debolezza dell'interazione gravitazionale rispetto alle altre, che per essere osservata richiede masse relativamente

grandi rispetto alle scale che si è attualmente in grado di proteggere dalla decoerenza e mantenere in uno stato di sovrapposizione quantistica.

La grande difficoltà nel condurre esperimenti di questo tipo sta nel riuscire a misurare effetti gravitazionali legati a masse in stati quantistici. Ci sono due motivi concorrenti nel rendere questo traguardo così difficile da raggiungere:

- i. L'interazione gravitazionale è estremamente difficile da misurare su scale ridotte sia perché è estremamente più debole rispetto alle altre interazioni fondamentali (come si può notare confrontando le costanti di accoppiamento gravitazionale $\alpha_g \approx 10^{-39}$ ed elettromagnetica $\alpha_{em} \approx \frac{1}{137}$), sia perché, a differenza dell'interazione elettromagnetica, non è possibile schermarla. Isolare, per esempio, il contributo gravitazionale dato al movimento di una massa di test da una seconda massa messa in moto dallo sperimentatore è estremamente impegnativo;
- ii. Per rivelare un'interazione così debole è naturalmente più semplice aumentare la massa del sistema che si va a misurare, questo si scontra, tuttavia, con il fatto che un sistema microscopico, al crescere delle sue dimensioni e della sua energia, perde le caratteristiche quantistiche, e si comporta seguendo le leggi della fisica classica. Questo meccanismo tramite il quale dalla natura quantistica del mondo microscopico "emerge" il mondo macroscopico classico prende il nome di *decoerenza quantistica*, e non è ancora del tutto compreso [15]. Sforzi nel cercare di costruire sistemi che mostrino proprietà quantistiche il più grandi e massivi possibile vengono portati avanti in diversi campi della fisica e dell'ingegneria, anche per via delle numerosissime applicazioni possibili.

In figura 2.1¹ è rappresentato un grafico nel quale sono collocati alcuni degli esperimenti che cercano di misurare l'interazione gravitazionale tra masse il più ridotte possibile (a destra) o che provano a mantenere la coerenza in sistemi quantistici il più massicci possibile (sinistra).

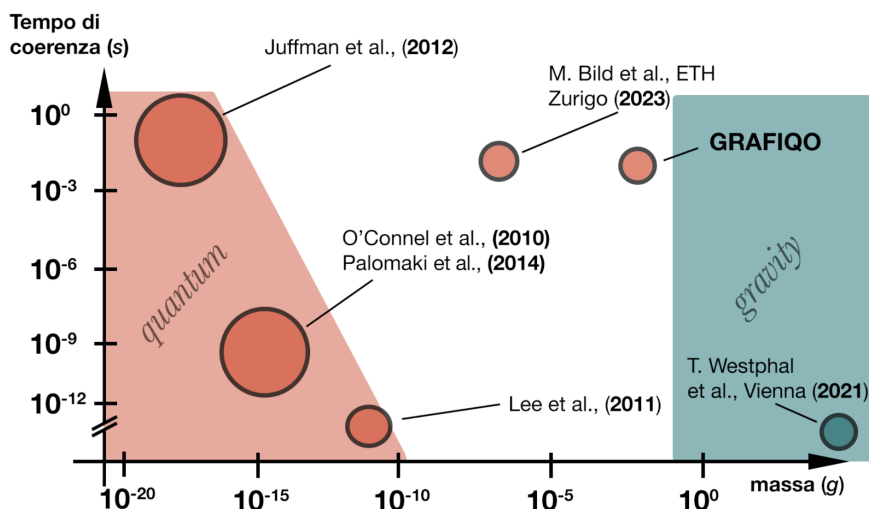


Figura 2.1

2.2 Misurare la gravità

Le misure dell'attrazione gravitazionale di corpi con masse disponibili in laboratorio sono iniziate alla fine del diciottesimo secolo con Maskelyne e Cavendish; in tempi recenti tramite tecniche sempre più raffinate è stato possibile effettuare misure di alta precisione usando masse dell'ordine di grandezza di diversi chilogrammi [16].

L'interesse nei confronti del comportamento della gravità a scale quantistiche ha portato allo svolgimento di diversi esperimenti che avevano l'obiettivo di ridurre al minimo la massa di test necessaria

¹da un seminario di Markus Aspelmeyer

per poterne apprezzare il campo gravitazionale; in particolare nel 2020 T. Westphal et al. [17] presso l'Università di Vienna misurarono con successo l'interazione gravitazionale tra due sfere d'oro con massa di circa 90 mg. Questa misura è stata effettuata facendo oscillare la massa sorgente (source) m_s ad una frequenza $f = 12,7$ mHz, ed osservando il moto provocato dal campo gravitazionale di m_s sulla massa di test m_t , appesa ad un pendolo a torsione del quale è stata misurata l'oscillazione tramite un rivelatore a leva ottica, come illustrato in fig. 2.2. Questo tipo di rivelatori permette, tramite un fascio di luce collimata inviata sul sistema oscillante e riflessa verso un fotodiodo a quadratura, di misurare spostamenti molto piccoli con un'elevata precisione.

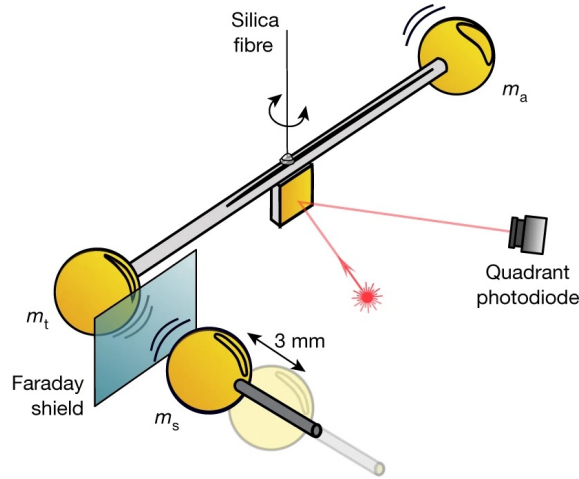


Figura 2.2: Schema dell'apparato sperimentale di Westphal, Hepach, Pfaff e Aspelmeyer [17]

Le maggiori difficoltà nel condurre un esperimento del genere stanno nello scongiurare ogni altro tipo di interazione tra la massa sorgente e la massa di prova, in particolare l'interazione elettromagnetica dato che anche una piccola carica nelle sferette è in grado di sovrastare l'interazione gravitazionale reciproca tra le due, isolare il più possibile l'apparato sperimentale da fonti di rumore di fondo, sia elettromagnetico che vibrazionale, e condurre un'attenta analisi del rumore² in modo da poter osservare il contributo dell'interazione gravitazionale.

2.3 Ridurre la rapidità della decoerenza quantistica

Vista la debolezza dell'interazione gravitazionale e le difficoltà riscontrate nel misurarla è nell'interesse di questo tipo di esperimenti affinare le tecnologie disponibili per preparare stati che mostrino qualità quantistiche che siano il più massivi possibile, evitando la decoerenza. Nonostante il meccanismo che regola la decoerenza non sia ancora del tutto chiaro, quello su cui sia le teorie proposte sia le osservazioni sperimentali fatte in merito sono in accordo è che al crescere delle dimensioni del sistema quantistico e delle interazioni che questo ha con l'ambiente cresce anche la velocità con la quale viene persa la coerenza e smettono quindi di osservarsi le proprietà necessarie a condurre il tipo di esperimenti che ci interessano.

Le tecniche sperimentali in questo campo stanno avanzando molto negli ultimi anni, anche per via delle tantissime applicazioni che la possibilità di avere stati quantistici relativamente grandi permette, prima tra tutte è l'utilizzo di queste tecnologie al *quantum computing*: i computer quantistici sostituiscono ai bit dei calcolatori tradizionali i *q-bit*, stati che in quanto quantistici sono descritti da funzioni d'onda le quali, nel momento in cui perdono coerenza e collassano in modo "spontaneo", possono impedire il funzionamento del computer quantistico.

²Oltre ai contributi al fondo di interazioni elettromagnetiche e vibrazioni, dai quali non è ovviamente possibile isolare del tutto l'apparato, contribuisce a peggiorare la sensibilità dell'esperimento il fatto che l'attrazione gravitazionale reciproca tra le masse è pari all'attrazione gravitazionale esercitata dalla massa di uno sperimentatore a 2,5 m di distanza, come di quella esercitata da un tram a 50 m di distanza, dalle quali chiaramente non è possibile isolare l'esperimento.

Le stesse tecnologie sviluppate nell'ambito dell'informazione quantistica possono tuttavia rivelarsi utili allo scopo di creare stati quantistici massivi: nel 2022 M. Bild et al. [18] dell'ETH di Zurigo hanno preparato con successo quello che ad oggi risulta essere il più pesante stato di sovrapposizione quantistica, creando un *cat-state* di 16 μg . La massa in questione consiste in una membrana costituita da $\sim 10^{17}$ atomi mantenuta in stato di sovrapposizione per l'operatore posizione grazie ad un *q-bit* che permette di inizializzare, controllare e misurare gli stati fononici della membrana. In particolare nell'esperimento è stato possibile realizzare stati che descrivessero il sistema *q-bit*-membrana oscillanti tra gli stati $|g, n\rangle$ ed $|e, n-1\rangle$ (dove $|g\rangle$ e $|e\rangle$ sono rispettivamente stato fondamentale e stato eccitato del *q-bit* e $|n\rangle$ è il numero di occupazione fononico dell'oscillatore armonico che rappresenta la membrana).

Un *cat-state* è costituito da una sovrapposizione quantistica di due stati coerenti di fase opposta. Uno stato coerente è uno stato quantistico che, nel caso dell'oscillatore armonico, costituisce un autostato dell'operatore di distruzione:

$$a^\dagger |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle. \quad (2.1)$$

Questi stati sono molto utili, sia da un punto di vista teorico che sperimentale, in quanto la loro dinamica è molto simile a quella del moto di un oscillatore armonico classico. Se a questo punto indichiamo con $|-\alpha\rangle$ lo stato coerente in controfase rispetto ad $|\alpha\rangle$, un *cat-state* sarà definito come la sovrapposizione

$$\frac{|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (2.2)$$

La funzione di Wigner $W(X, P)$ è l'analogo quantistico della distribuzione della probabilità congiunta di posizione e impulso: integrandola sull'impulso e sulla posizione si ottengono rispettivamente le distribuzioni di probabilità di posizione e impulso, rappresentate dal modulo quadro della funzione d'onda [19]:

$$\begin{aligned} \int W(X, P) dP &= |\Psi(X)|^2; \\ \int W(X, P) dX &= |\tilde{\Psi}(P)|^2. \end{aligned} \quad (2.3)$$

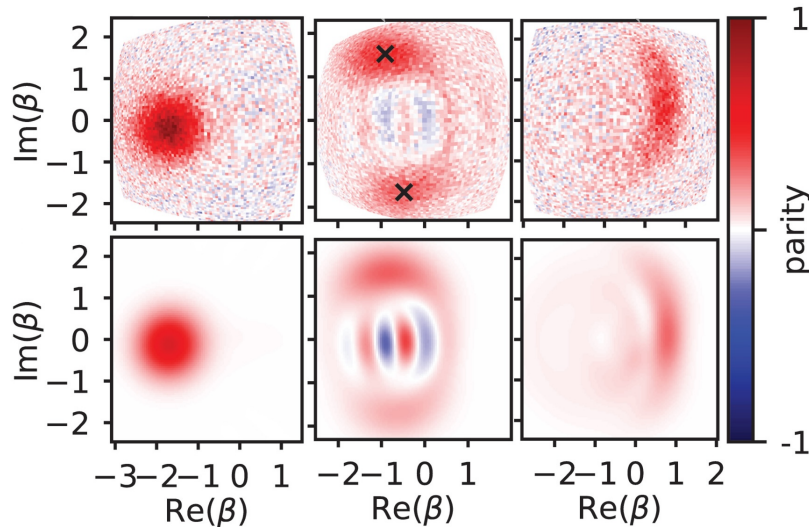


Figura 2.3: Tomografia quantistica (sopra) e simulazione (sotto) di tre distinti momenti nell'evoluzione temporale della funzione di Wigner dello stato quantistico realizzato da M. Bild et al. [18]. Le crocette nere nel grafico centrale evidenziano gli stati coerenti separati tra di loro nella creazione del *cat-state*.

In figura 2.3 sono rappresentati tre distinti momenti nell'evoluzione temporale dello stato. Sugli assi \hat{x} e \hat{y} sono rappresentati rispettivamente la parte reale e immaginaria della *complex displacement amplitude* β , che costituiscono lo spazio delle fasi per un oscillatore quantistico unidimensionale.

Altri esperimenti riportati nel grafico in figura 2.1 che, prima di questo, hanno contribuito a portare avanti le tecnologie sperimentali nell'ambito della decoerenza quantistica sono Juffman et al. [20], che sono riusciti nell'affinare tecniche di litografia quantistica usando stati quantistici di intere molecole, Palomaki et al. [21] che invece hanno preparato uno stato entangled tra il moto di una membrana e un campo elettromagnetico nell'ordine delle microonde, mentre Lee et al. [22] uno stato entangled tra i modi vibrazionali di due diamanti delle dimensioni dell'ordine dei mm.

Questo e altri esperimenti rappresentano degli importanti passi avanti nella realizzazione di esperimenti nei quali si possa preparare stati quantistici che siano abbastanza massivi da poterne rivelare il campo gravitazionale. Nel prossimo capitolo verranno analizzati nel dettaglio obiettivi e funzionamento di uno in particolare di questo tipo di esperimenti.

Capitolo 3

La proposta di esperimento GRAFIQO

3.1 GRAFIQO

GRAFIQO (*GRAVitational Force In Quantum Optomechanics*) è un esperimento finanziato dall'INFN che ha come obiettivo rivelare l'interazione gravitazionale tra oscillatori meccanici in grado di mostrare un comportamento non classico [23].

Scopo di questo esperimento non è fornire una risposta definitiva riguardo alla questione della quantizzazione della gravità in quanto non c'è ancora una maturità tecnologica tale da permetterci di avere la sensibilità richiesta. Tuttavia, questa proposta porterebbe a significativi avanzamenti nel campo, arrivando per la prima volta ad effettuare misure sul campo gravitazionale di oggetti il cui centro di massa si trovi nello stato quantistico fondamentale per l'operatore posizione.

Gli obiettivi che questo esperimento si pone sono i seguenti:

- Abbassare di un fattore 10 la massa minima a cui finora è stato possibile osservare sperimentalmente l'attrazione gravitazionale, ovvero passare dai 90 mg delle sfere d'oro dell'esperimento di Vienna [17] a dei dischi di silicio (membrane) di massa nell'ordine dei 10 mg;
- Riuscire a raffreddare (tramite cavity cooling o feedback cooling) uno dei due dischi fino allo stato fondamentale per la variabile posizione, in modo da poter effettuare misure di campo gravitazionale in regime quantistico.

C'è anche la possibilità di modificare l'apparato sperimentale in modo da poter permettere il raffreddamento fino allo stato fondamentale di entrambi i dischi in silicio oscillanti. Questa possibilità va oltre la maturità tecnologica attuale ma potrebbe permettere in futuro di effettuare misure di campo gravitazionale di due masse in uno stato di sovrapposizione.

3.2 Funzionamento e apparato sperimentale

Il funzionamento di GRAFIQO consiste nell'indurre l'oscillazione di una massa (detta *source*) per poi misurare l'oscillazione di una seconda massa (detta *probe*) che si muove per via del campo gravitazionale generato dalla prima. Le masse oscillanti in questo esperimento sono due dischi in silicio realizzati tramite micro-litografia. L'apparato sperimentale è stato progettato a partire da quelli usati in esperimenti di *Quantum Non-Demolition measurements*, nei quali sono state sfruttate misure della frequenza di oscillazione di un sottilissimo e leggerissimo ($100 \mu\text{g}$) oscillatore meccanico per effettuare misure di alcune specifiche osservabili quantistiche con accuratezza arbitraria senza disturbare l'evoluzione complessiva del sistema quantistico [24].

Per GRAFIQO verranno utilizzate masse oscillanti sensibilmente maggiori in modo da poter osservarne l'interazione gravitazionale, riducendo di conseguenza la frequenza a cui opera l'apparato da qualche centinaio di KHz a ~ 20 kHz. L'oscillazione a questa frequenza viene indotta sull'oscillatore *source* tramite eccitazione elettrostatica in grado di indurre un'ampiezza di oscillazione di circa $1 \mu\text{m}$; era stata valutata anche la possibilità di indurre l'eccitazione per pressione di radiazione, scartata

per evitare il riscaldamento dell'apparato dovuto al laser. Il movimento sul *source* (fattore di qualità $Q_S = 10^6$) è indotto da un potenziale oscillante di 10 V con bias 100 V.

In figura 3.1 è rappresentata la risposta dinamica della membrana *source* al potenziale sugli elettrodi (ottenuta tramite simulazione FEM).

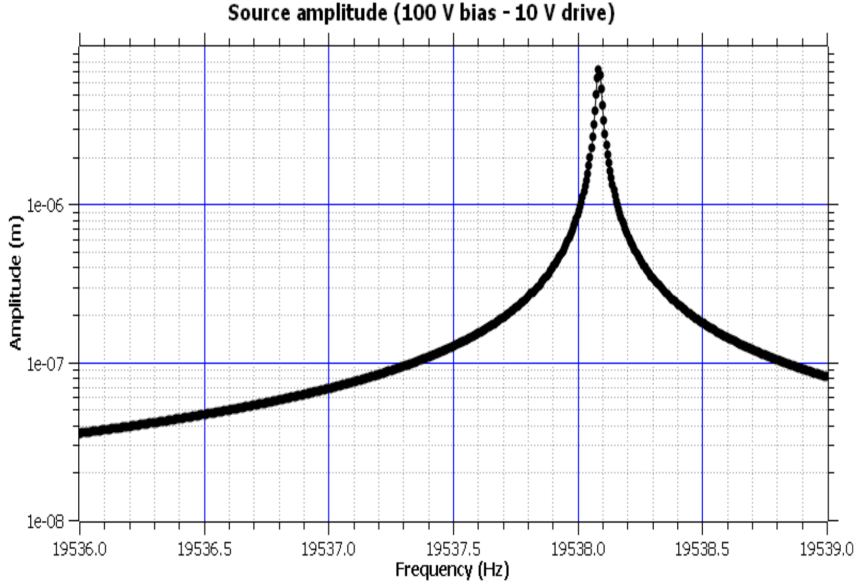


Figura 3.1: Ampiezza di oscillazione del *Source*

Il disco in silicio *probe*, nella proposta di esperimento, dovrebbe avere una massa di $m_g = 14,9$ mg, e una massa efficace di $m_{eff} = 37$ mg. Si fa riferimento alla massa efficace, calcolata valutando il rapporto tra forza e accelerazione, che come in questo caso può differire dalla massa effettiva del disco che compone l'oscillatore. Il fattore di qualità richiesto per il *probe* è di $50 \cdot 10^6$.

Il gruppo di ricerca proponente l'esperimento ha valutato l'intensità dell'accoppiamento gravitazionale che agisce tra *source* e *probe*. Il segnale che si vuole rilevare nell'esperimento è proporzionale a

$$\frac{\partial F_g}{\partial x} \delta x, \quad (3.1)$$

dove F_g è la forza gravitazionale esercitata dal *source* sul *probe*, x la coordinata che descrive il moto di oscillazione del disco *source* e δx l'elongazione dell'oscillazione.

Sono state valutate tramite una simulazione FEM realizzata tramite il software ANSYS la forza F_g in funzione della distanza nel range $200 - 600 \mu\text{m}$ (figura 3.2), l'oscillazione indotta sul *probe* per accoppiamento gravitazionale (figura 3.3) e la derivata $\frac{\partial F_g}{\partial x}$ valutata a due distanze (equazione 3.2)

$$\left. \frac{\partial F_g}{\partial x} \right|_{x=500 \mu\text{m}} = 1,26 \cdot 10^{-12} \text{ N/m};$$

$$\left. \frac{\partial F_g}{\partial x} \right|_{x=250 \mu\text{m}} = 1,85 \cdot 10^{-12} \text{ N/m}. \quad (3.2)$$

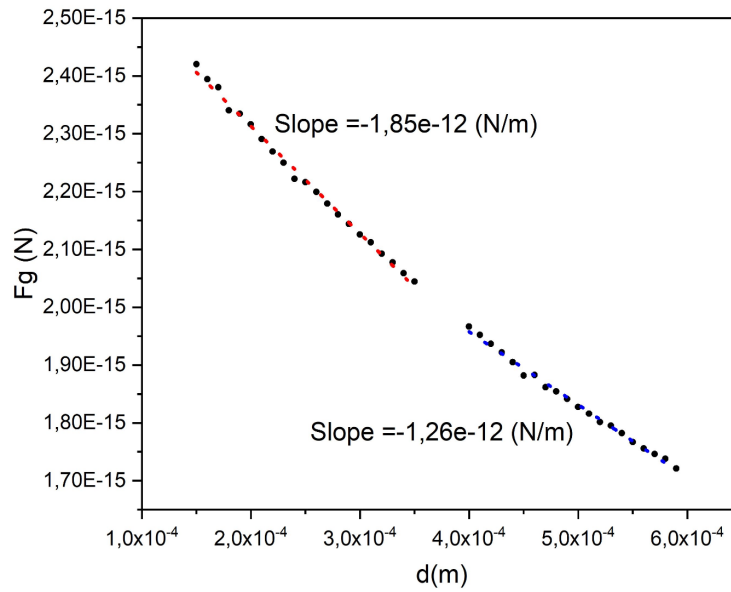


Figura 3.2: Intensità dell'interazione gravitazionale tra *source* e *probe* al variare della distanza.

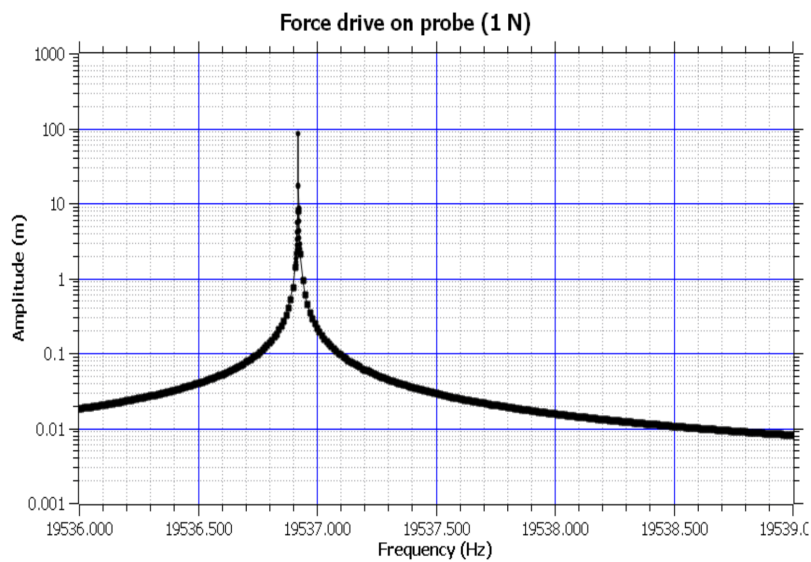


Figura 3.3: Ampiezza di oscillazione del *probe* per accoppiamento gravitazionale (simulazione)

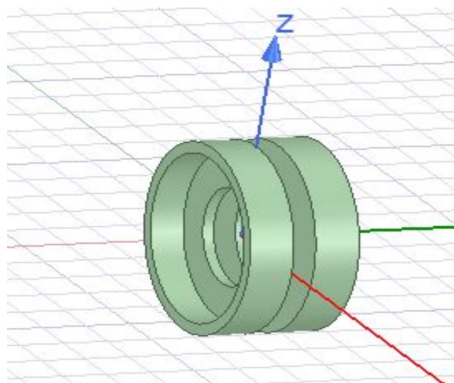


Figura 3.4: Schema FEM del sistema

Come si può notare, l'intensità dell'interazione gravitazionale è estremamente piccola, ancora di più valutata rispetto a quella elettromagnetica: le rispettive costanti di accoppiamento sono infatti $\alpha_{em} \approx \frac{1}{137}$ e $\alpha_g \sim 10^{-39}$. Per questo motivo nell'esperimento una differenza di carica corrispondente anche solo $800 \sim 1000$ cariche elettroniche, a seconda della distanza tra i dischi in silicio, può facilmente sovrastare l'interazione gravitazionale che si vuole misurare. Perché questo non accada è necessario che l'interazione elettromagnetica tra le due masse sia ridotta al minimo, condizione raggiunta tramite l'inserimento di uno schermo elettrostatico anch'esso in silicio, con un sottile strato d'oro dello spessore di $200 \mu\text{m}$. La presenza dello schermo elettrostatico è il fattore inferiormente limitante nella distanza tra le masse oscillanti. Uno schermo adibito allo stesso scopo era presente anche nell'esperimento del gruppo di Vienna, come si può notare in figura 2.2.

Gli altri effetti non gravitazionali oltre all'attrazione tra cariche (forze di Van der Waals, Casimir, Casimir-Polder) devono essere valutati, ma vista la distanza tra le masse dovrebbero risultare trascurabili.

Lo specchio posteriore della cavità dell'interferometro è depositato sullo schermo elettrostatico e si trova quindi a meno di $0,2 \text{ mm}$ dal *probe*, sul quale è presente una membrana di nitruro di silicio (SiN), il cui moto si accoppia al campo permettendo la misura della posizione del *probe*.

Sono state previste due differenti possibili configurazioni per lo svolgimento dell'esperimento:

- a) La prima consiste in una cavità di lunghezza $l_a = 11 \text{ mm}$, che consente di raggiungere la condizione di risonanza tra laser e cavità andando a modificare la frequenza del laser (accordabile su circa 30 GHz). In questa configurazione le posizioni reciproche dei due specchi che costituiscono la cavità ottica sono fissate, e quindi non è possibile ottimizzare l'accoppiamento tra membrana e campo in cavità, che rimane quindi casuale; è stato stimato che la probabilità che l'accoppiamento casuale si trovi entro un fattore 2 dal massimo è di $2/3$. Nel caso l'accoppiamento risultasse minore, si prevede di smontare l'apparato e rimontarlo variando leggermente le distanze.
- b) La seconda configurazione consiste in una cavità di $l_b = 3 \text{ mm}$, una lunghezza più ridotta che ha come conseguenza una minore suscettibilità al rumore di frequenza del laser; inoltre rispetto alla prima configurazione sono presenti due attuatori piezo-elettrici (PZT), uno montato sullo specchio di ingresso e uno sullo schermo elettrostatico. Questi dispositivi permettono un controllo estremamente fine delle posizioni della cavità e permettono per questo motivo di accordare la cavità al laser e di ottimizzare l'accoppiamento cavità-membrana.

Il vantaggio della prima configurazione è l'assenza dei PZT, comunque causa di ulteriore rumore di fondo, quelli della seconda sono la minor sensibilità al rumore introdotto dal laser e la possibilità di *fine-tuning* di specchio e membrana.

Oltre all'interazione elettromagnetica è necessario ridurre al minimo il *cross-talk* meccanico tra i dischi in silicio, ovvero impedire che il moto del *source* provochi un'oscillazione del *probe* dovuta non a un'interazione gravitazionale ma semplicemente alla vibrazione dell'apparato a cui entrambi i dischi sono fissati. Nelle simulazioni è stato stimato un accoppiamento di questo tipo tra le due masse dell'ordine di 10^{-8} in ampiezza. Questa stima è stata tuttavia effettuata considerando il caso peggiore, ovvero quello in cui i due dischi siano solidali tra loro. Nell'esperimento reale si prevede che si trovino in due montaggi separati, e che quindi questa interazione sia molto minore: per poter essere trascurabile rispetto all'interazione gravitazionale prevista, il montaggio finale deve ridurre l'accoppiamento meccanico di un fattore 10^{-3} .

L'isolamento vibrazionale rispetto all'esterno è effettuato tramite un sistema di sospensioni che si compone di due stadi: il primo che filtra le basse frequenze (LF), ovvero il range tra 1 e 9 kHz , e il secondo (HF) quelle tra 6 e 36 kHz . Per realizzare il secondo stadio, visto che sopra i 10 kHz è difficile implementare strutture meccaniche con contatti e giunzioni, è stato utilizzato un sistema di masse e molle "integrate" e non cioè fissate con viti, in modo da scongiurare modi di risonanza interni dipendenti dal tiraggio delle stesse. Queste sospensioni sono realizzate tramite un sistema a cascata di masse e molle, che ammortizzano quindi le vibrazioni entro il range di frequenze per il quale sono progettati; in particolare gli elementi elastici dell'apparato sono in acciaio e sono affiancati da connessioni di rame ultrapuro progettate per non avere modi normali di vibrazione nel range di

frequenza di interesse.

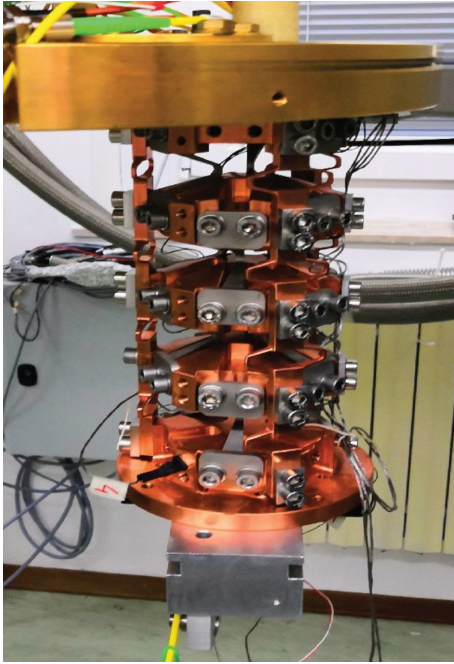


Figura 3.5: Stadio HF

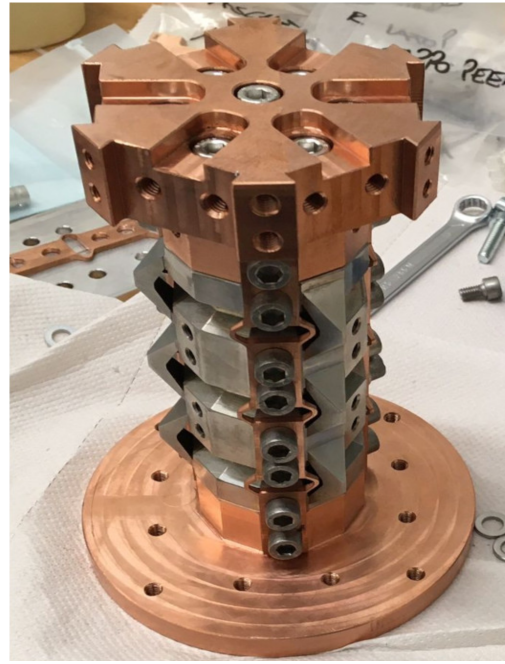


Figura 3.6: Stadio LF sul banco di montaggio

Le misure del movimento della massa *probe* vengono effettuate tramite un **interferometro di Fabry-Pérot**. Questo tipo di interferometri si compone di una cavità ottica costituita da due specchi semiriflettenti molto sottili posti l'uno di fronte all'altro, in modo che la luce venga parzialmente trasmessa al di fuori della cavità e parzialmente riflessa all'interno. Ogni volta che compie un tragitto completo, la luce acquista però una differenza di fase pari a

$$\delta = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \cdot 2nl \cos \theta \simeq \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \cdot 2nl, \quad (3.3)$$

dove λ è la lunghezza d'onda della luce, n l'indice di rifrazione, l la lunghezza della cavità e θ l'angolo di incidenza della luce con lo specchio (nel caso dell'esperimento in questione, $\theta \approx 0$).

A partire da questa si può calcolare il coefficiente di trasmissione T_e dell'interferometro

$$T_e = \frac{T_1 T_2}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos \delta}, \quad (3.4)$$

dove R_1 , R_2 , T_1 e T_2 sono rispettivamente i coefficienti di riflessione e di trasmissione dei due specchi che compongono la cavità.

Visto che il coefficiente di trasmissione T_e dipende dalla differenza di fase δ , che a sua volta dipende dalla lunghezza d'onda λ e dalla lunghezza l della cavità, è possibile utilizzarlo per misurare con grande precisione la lunghezza della cavità (viene infatti trasmessa bene solamente la luce che soddisfa la condizione per cui la lunghezza l è multiplo intero della lunghezza d'onda λ). Nell'esperimento in questione uno degli specchi è costituito da una membrana di nitruro di silicio, posta su una delle due superfici oscillanti, in modo da poterne misurare l'oscillazione.

Altro parametro importante nell'interferometro di Fabry-Pérot, e nell'esperimento in questione, è la *finesse* \mathcal{F}

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\Delta\nu_c}, \quad (3.5)$$

dove $\Delta\nu_{FRS}$ è il *Free Spectral Range*, ovvero la distanza tra due picchi, e $\Delta\nu_c$ è la larghezza a metà altezza (FWHM).

Più è alta la *finesse*, maggiore è la precisione dell'interferometro nel separare le lunghezze d'onda; in figura 3.7 sono riportate le *curve di Airy*, ovvero la trasmissione in funzione della lunghezza d'onda, per due generici interferometri di Fabry-Perot rispettivamente con *finesse* $\mathcal{F} = 2$ ed $\mathcal{F} = 10$:

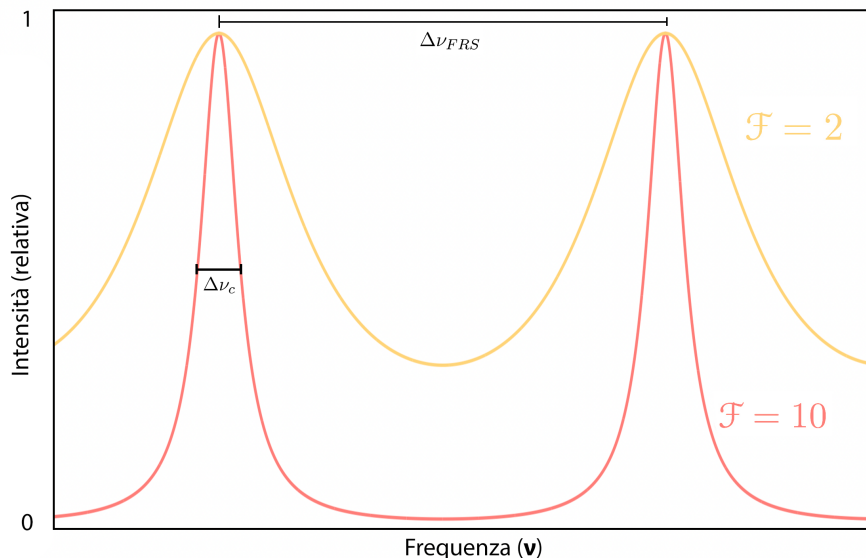


Figura 3.7: Curve di Airy al variare di \mathcal{F}

I due obiettivi dell'esperimento sono di innanzitutto misurare l'interazione gravitazionale di masse dell'ordine di grandezza di ~ 10 mg, e in secondo luogo di riuscire a raffreddare il moto della massa *probe* in modo da riuscire ad effettuare misure del campo gravitazionale generato da una massa descritta da uno stato quantistico.

La temperatura dell'apparato sperimentale viene quindi abbassata a $T = 20$ mK grazie al refrigeratore a diluizione con Pulse Tube, dispositivo in grado di raffreddare fino a temperature bassissime, sfruttando la separazione di fase di una miscela di ^3He e ^4He , particolarmente utile per questo tipo di esperimenti perché permette di raggiungere temperature altresì troppo basse per ogni altro tipo di strumento.

Per raffreddare ulteriormente la membrana di silicio fino a temperature tali da mostrare comportamenti quantistici la proposta è di utilizzare la tecnica del **feedback cooling**, nella quale il movimento dei singoli atomi viene continuamente misurato e controbilanciato da una pressione di radiazione esercitata tramite un laser.

In questo modo l'agitazione termica degli atomi viene rallentata in modo da riuscire a raggiungere un numero di occupazione fononico della membrana minore di 10^{-3} , partendo dal valore di circa ~ 20000 che si ha alla temperatura di $T = 20$ mK, e così facendo ottenere uno stato approssimabile allo stato quantistico fondamentale.

3.3 Contributi al rumore di fondo

Vista l'altissima precisione sperimentale necessaria per identificare l'interazione gravitazionale tra due masse molto piccole, per la buona riuscita dell'esperimento è necessario che l'apparato sperimentale sia costruito in modo da minimizzare il più possibile il rumore di fondo; inoltre è necessario identificare al meglio possibile le forme dei vari contributi ad esso in modo da poterne, tramite l'analisi dei dati, ridurre il più possibile l'effetto sui risultati.

Tra i contributi principali al rumore contiamo il **rumore termico** della membrana *probe*, che provoca una vibrazione della stessa. Questo effetto è minimizzato dal fatto che l'esperimento si svolge in

condizioni di ultra-criogenia, ad una temperatura di 0,02 K, ma è comunque presente. In figura 3.8 è rappresentato lo spettro della vibrazione indotta sulla membrana dal rumore termico prevista, ottenuta tramite simulazione FEM.

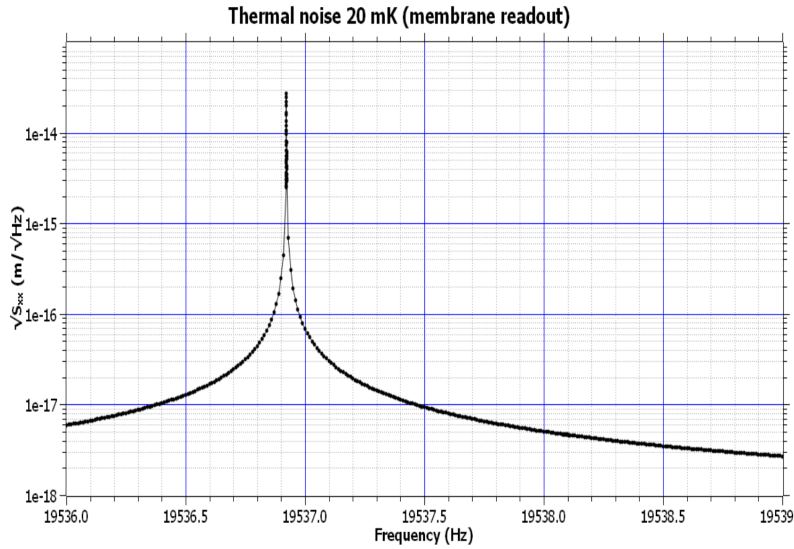


Figura 3.8: Spettro di rumore termico del Probe

Oltre al rumore termico va analizzato anche il **rumore di frequenza del laser**. Perché sia possibile la rivelazione del segnale gravitazionale, richiediamo che il rumore di fondo del laser sia abbastanza basso da permettere l'emergere del picco del rumore termico. Nella proposta di esperimento è fissato come target iniziale della sensibilità necessaria il valore di 10^{-17} mm/ $\sqrt{\text{Hz}}$ che corrisponde, nel dominio della frequenza, ad una densità spettrale di 1 Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ per la cavità di 11 mm di lunghezza e 0,13 Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ per quella di 3 mm di lunghezza.

Visto però che nella seconda fase dell'esperimento la membrana probe viene raffreddata tramite *feedback cooling* fino ad avere un numero di occupazione fononico prossimo all'unità, diventa necessario porre dei limiti più stringenti al rumore di frequenza del laser, che viene richiesto essere minore di un'ordine di grandezza, ovvero 0,1 Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ e 0,013 Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ rispettivamente per le configurazioni della cavità di 11 e 3 mm.

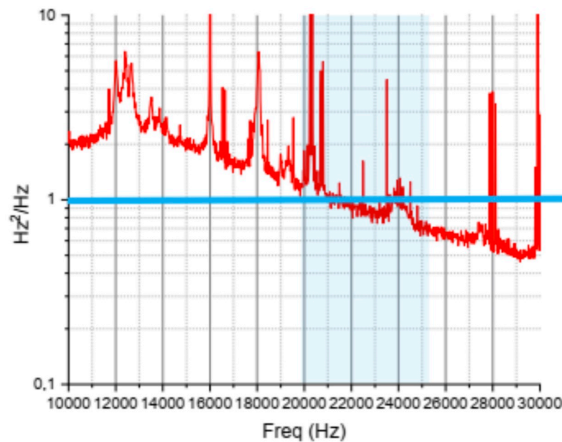


Figura 3.9: Spettro di rumore del laser al variare della frequenza; in azzurro è indicato il range di frequenze utili per l'esperimento.

Il rumore di fondo del laser del quale è previsto l'utilizzo nell'esperimento, principalmente causato dalle risonanze piezoelettriche del cristallo, varia da un esemplare all'altro ma il suo spettro in frequenza

tipicamente oscilla tra 0,1 e 1 Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$. Queste caratteristiche lo rendono adatto alla prima fase dell'esperimento, tuttavia potrebbe non essere abbastanza puro per la seconda fase di misura.

Per ridurre al minimo il rumore in modo da renderlo accettabile per la seconda fase dell'esperimento si prevede di stabilizzare attivamente il laser su una cavità di riferimento: in passato usando questa tecnica è stato possibile stabilizzare un laser dello stesso tipo a meno di 10^{-2} Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ in un range di 1 – 10 kHz [23].

Conclusioni

I risultati sperimentali che si possono ottenere da questo esperimento, come da altri test fenomenologici della natura quantistica della gravità, possono fornire informazioni molto preziose per la comunità scientifica, dandoci alcuni indizi su come sviluppare meglio le attuali teorie che provano a quantizzare la gravità, che si trovano per il momento in uno stadio ancora troppo acerbo per fornire previsioni sperimentali direttamente falsificabili.

L'esperimento GRAFIQO (*GRAvitational Force In Quantum Optomechanics*) si propone come un notevole passo in avanti nei test fenomenologici della gravità quantistica: se la seconda fase dell'esperimento avesse successo, infatti, si tratterebbe della prima volta in cui vengono effettuate misure di un sistema modellizzato da un oscillatore armonico quantistico sotto l'effetto dell'interazione gravitazionale. Resta inoltre aperta per il futuro la possibilità di aggiungere un secondo apparato di raffreddamento, aggiunta che permetterebbe di svolgere esperimenti, per ora oltre le possibilità tecnologiche, in cui sia *source* che *probe* si trovino in stati di sovrapposizione, avvicinandosi ancora di più al *Gedankenexperiment* di Richard Feynman da cui prende ispirazione lo stesso GRAFIQO.

Le maggiori sfide che dovranno essere superate nella realizzazione di questo esperimento sono legate ai grandi avanzamenti sperimentali che esso prevede di attuare: nel misurare effetti dell'interazione gravitazionale, la più debole delle quattro interazioni fondamentali, su sistemi quantistici, la difficoltà sta sia nel cercare di misurare gli effetti estremamente piccoli della gravità sia nel cercare di preparare sistemi che, pur essendo composti da moltissime particelle, esibiscano proprietà tipiche della meccanica quantistica. La realizzazione di GRAFIQO si pone come una notevole innovazione in entrambi i campi, riuscendo a misurare l'interazione gravitazionale su una membrana di appena ~ 40 mg di massa efficace, raffreddata fino al *quantum ground state*. La buona riuscita di questo esperimento consisterebbe in un grande avanzamento sperimentale, considerato che finora la massa minore su cui è stato possibile misurare un'interazione gravitazionale sono state due sfere d'oro di 90 mg [17].

Bibliografia

- [1] Chris J. Isham. *Canonical Quantum Gravity and the Problem of Time*. 1992. arXiv: gr-qc/9210011 [gr-qc].
- [2] Paul Feyerabend. *Contro il Metodo*. Feltrinelli, 1979. ISBN: 9788807817012.
- [3] A. Einstein, B. Podolsky e N. Rosen. “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?” In: *Phys. Rev.* 47 (10 mag. 1935), pp. 777–780. DOI: 10.1103/PhysRev.47.777. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.47.777>.
- [4] D. Bohm e Y. Aharonov. “Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen, and Podolsky”. In: *Phys. Rev.* 108 (4 nov. 1957), pp. 1070–1076. DOI: 10.1103/PhysRev.108.1070. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.108.1070>.
- [5] J. S. Bell. “On the Einstein Podolsky Rosen paradox”. In: *Physics Physique Fizika* 1 (3 nov. 1964), pp. 195–200. DOI: 10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195>.
- [6] Simon Storz et al. “Loophole-free Bell inequality violation with superconducting circuits”. In: *Nature* 617.7960 (mag. 2023), pp. 265–270. ISSN: 1476-4687. DOI: 10.1038/s41586-023-05885-0. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-023-05885-0>.
- [7] Jonathan Nemirovsky, Eliahu Cohen e Ido Kaminer. “Spin-Spacetime Censorship”. In: *Annalen der Physik* 534.1 (2022), p. 2100348. DOI: <https://doi.org/10.1002/andp.202100348>. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/andp.202100348>. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/andp.202100348>.
- [8] Lee Smolin. *Scientific alternatives to the anthropic principle*. 2004. arXiv: hep-th/0407213 [hep-th].
- [9] Sabine Hossenfelder e Lee Smolin. “Phenomenological Quantum Gravity”. In: *Phys. Canada* 66 (2010), pp. 99–102. arXiv: 0911.2761 [physics.pop-ph].
- [10] Giovanni Amelino-Camelia e Lee Smolin. “Prospects for constraining quantum gravity dispersion with near term observations”. In: *Phys. Rev. D* 80 (8 ott. 2009), p. 084017. DOI: 10.1103/PhysRevD.80.084017. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.80.084017>.
- [11] J. Abraham et al. “Observation of the Suppression of the Flux of Cosmic Rays above 4×10^{19} eV”. In: *Phys. Rev. Lett.* 101 (6 ago. 2008), p. 061101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.061101. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.061101>.
- [12] Giovanni Amelino-Camelia. “Gravity-wave interferometers as quantum-gravity detectors”. In: *Nature* 398.6724 (mar. 1999), pp. 216–218. ISSN: 1476-4687. DOI: 10.1038/18377. URL: <https://doi.org/10.1038/18377>.
- [13] LAT Collaboration. *Search for Gamma-Ray Emission from Local Primordial Black Holes with the Fermi Large Area Telescope*. 2018. arXiv: 1802.00100 [astro-ph.HE].
- [14] Chiara Marletto e Vlatko Vedral. “Witness gravity’s quantum side in the lab”. In: *Nature* 547.7662 (lug. 2017), pp. 156–158. ISSN: 1476-4687. DOI: 10.1038/547156a. URL: <https://doi.org/10.1038/547156a>.

- [15] Matteo Carlesso et al. “Experimental bounds on collapse models from gravitational wave detectors”. In: *Phys. Rev. D* 94 (12 dic. 2016), p. 124036. DOI: 10.1103/PhysRevD.94.124036. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.94.124036>.
- [16] Jonas Schmöle et al. “A micromechanical proof-of-principle experiment for measuring the gravitational force of milligram masses”. In: *Classical and Quantum Gravity* 33.12 (mag. 2016), p. 125031. ISSN: 1361-6382. DOI: 10.1088/0264-9381/33/12/125031. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/33/12/125031>.
- [17] Tobias Westphal et al. “Measurement of gravitational coupling between millimetre-sized masses”. In: *Nature* 591.7849 (mar. 2021), pp. 225–228. ISSN: 1476-4687. DOI: 10.1038/s41586-021-03250-7. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-021-03250-7>.
- [18] Marius Bild et al. “Schrödinger cat states of a 16-microgram mechanical oscillator”. In: *Science* 380.6642 (2023), pp. 274–278. DOI: 10.1126/science.adf7553. eprint: <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.adf7553>. URL: <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.adf7553>.
- [19] Jan Mostowski e Joanna Pietraszewicz. *Wigner Function for Harmonic Oscillator and The Classical Limit*. 2021. arXiv: 2104.06638 [quant-ph].
- [20] Thomas Juffmann et al. “Wave and Particle in Molecular Interference Lithography”. In: *Phys. Rev. Lett.* 103 (26 dic. 2009), p. 263601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.263601. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.263601>.
- [21] T. A. Palomaki et al. “Entangling Mechanical Motion with Microwave Fields”. In: *Science* 342.6159 (2013), pp. 710–713. DOI: 10.1126/science.1244563. eprint: <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.1244563>. URL: <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1244563>.
- [22] K. C. Lee et al. “Entangling Macroscopic Diamonds at Room Temperature”. In: *Science* 334.6060 (2011), pp. 1253–1256. DOI: 10.1126/science.1211914. eprint: <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.1211914>. URL: <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1211914>.
- [23] “GRAvitational Force In Quantum Optomechanics: Conceptual Design Report”. In: ().
- [24] A. Pontin et al. “Quantum nondemolition measurement of optical field fluctuations by optomechanical interaction”. In: *Phys. Rev. A* 97 (3 mar. 2018), p. 033833. DOI: 10.1103/PhysRevA.97.033833. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.97.033833>.