

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA  
**Dipartimento di Ingegneria Industriale**  
Dipartimento di Geoscienze

---

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale  
Anno Accademico 2015/2016

# NAVIGAZIONE INTEGRATA CON LE COSTELLAZIONI GPS E GALILEO

**Relatore** *Prof. Alessandro Caporali*

**Laureando:** *René Gaio*  
1084114



# Sommario

Una volta completata la costellazione, Galileo costituirà il Sistema di Navigazione Satellitare Globale (GNSS) Europeo allo stato dell'arte e sotto il diretto controllo civile. A differenza degli altri sistemi, globali o regionali, intimamente connessi con il campo militare, Galileo darà un nuovo slancio agli sviluppi e alle applicazioni possibili in quanto assicurerà una continuità di servizio che agli altri sistemi rimane preclusa. Autosufficiente ma al tempo stesso complementare alle altre costellazioni, Galileo aumenterà sensibilmente il numero dei satelliti in vista, raggiungendo anche latitudini superiori ai  $75^\circ$ . Una breve descrizione dei sistemi GNSS attualmente disponibili, e una più approfondita per il sistema Galileo, è disponibile nel Capitolo 1. Nel capitolo successivo verranno esposte, invece, le metodologie per il calcolo del posizionamento tramite misure di pseudorange, nonché il metodo (dei minimi quadrati) utilizzato in questa tesi. Lo studio qui descritto, infatti, ha lo scopo di indagare come le differenze tra il messaggio di navigazione I/NAV e F/NAV di Galileo si ripercuotano a livello di posizionamento, ritardo troposferico e receiver clock bias. Per effettuare ciò si è presa in considerazione una settimana di osservazioni per la stazione di Padova, per la quale si è poi calcolato il posizionamento eseguendo un'analisi multiGNSS con satelliti GPS e Galileo. Il sistema NAVSTAR GPS, infatti, è ad oggi il sistema più stabile ed esso è stato utilizzato come base per il controllo delle differenze apportate cambiando combinazione iono-free ed effemeridi del sistema Galileo, anche poiché attualmente non vi sarebbero costantemente 4 satelliti Galileo in vista durante l'arco della giornata. Nel file Rinex di navigazione, infatti, le effemeridi vengono distinte non solo per la tipologia di combinazione ma, nel caso I/NAV, anche per la portante nella quale è stato modulato il messaggio. In totale, dunque, i casi presi in considerazione con le effemeridi broadcast sono tre: combinazione I/NAV con effemeridi modulate sulla frequenza E1B (I/NAV-E1B), combinazione F/NAV con effemeridi modulate sulla frequenza E5a (F/NAV-E5a) e combinazione I/NAV con effemeridi modulate sulla frequenza E5b (I/NAV-E5b). A questo si è aggiunta, per un confronto più dettagliato, un'analisi effettuata con le effemeridi precise (sp3) nelle due combinazioni iono-free. Tutto ciò è descritto in dettaglio nel capitolo 3.

Per ogni giornata sono state prese in considerazione 96 epoche (dalle 00:00 alle 23:45, ad intervalli di 15 minuti), per i sette giorni della settimana (672 epoche) nelle cinque combinazioni in esame (in totale 3360 analisi). Il software con il quale sono stati eseguiti i calcoli è un codice scritto in MatLab, tramite cui il posizionamento e la stima degli altri parametri (ritardo troposferico e clock offset) sono stati ottenuti tramite metodo dei minimi quadrati, necessario per risolvere il sistema sovradimensionato dell'equazione di navigazione. Poiché la posizione della stazione di Padova è

nota in maniera pressoché esatta, e il metodo dei minimi quadrati accetta l'introduzione di pesi nella risoluzione in forma matriciale, è stato possibile incentrare gran parte dell'errore sulla componente del clock bias, e in minor misura sulle deviazioni dNord, dEst e dUp delle coordinate della stazione. I valori così ottenuti sono stati confrontati epoca per epoca, e si sono effettuate le operazioni statistiche di media e scarto quadratico medio per confrontare tra loro i valori dei singoli giorni, anche con quanto ottenuto utilizzando le effemeridi precise. Ciò che ne evince è che mentre per il vettore (dNord, dEst, dUp) e per il ritardo troposferico i valori sono pressoché identici nell'ordine delle decine di centimetri, per quanto riguarda il GPGA (cioè la differenza tra la scala temporale del GPS con quella di Galileo) i valori si differenziano di circa una decina di nanosecondi tra il caso F/NAV e il caso I/NAV (sia esso calcolato con il blocco di effemeridi portato dalla portante E1B che dalla E5b). Ciò è in accordo con il fatto che la misura della combinazione pseudorange calcolata per il caso I/NAV e F/NAV differisce in media di circa 3 metri, l'equivalente di un ritardo temporale di 10 nanosecondi moltiplicato per la velocità della luce.

# Indice

<b>Sommario</b>	<b>i</b>
<b>1 Galileo e gli altri GNSS</b>	<b>1</b>
1.1 I sistemi di navigazione satellitare globale . . . . .	1
1.1.1 NAVSTAR GPS . . . . .	1
1.1.2 GLONASS . . . . .	3
1.1.3 Galileo . . . . .	4
1.1.4 Compass/Beidou 2 . . . . .	6
1.2 La costellazione Galileo . . . . .	8
1.2.1 Payload e sottosistemi . . . . .	13
1.3 I messaggi di navigazione I/NAV e F/NAV . . . . .	16
1.3.1 Il messaggio F/NAV . . . . .	17
1.3.2 Il messaggio I/NAV . . . . .	19
1.3.3 Il contenuto del messaggio di navigazione . . . . .	22
1.4 Il Rinex di Navigazione . . . . .	30
<b>2 Lo Pseudorange</b>	<b>35</b>
2.1 Metodo della linearizzazione . . . . .	37
2.2 Calcolo delle effemeridi . . . . .	40
2.3 Misura dello pseudorange e disturbi . . . . .	42
2.4 Diluizione di precisione . . . . .	45
2.5 Il metodo di calcolo . . . . .	46
<b>3 Analisi e Risultati</b>	<b>51</b>
3.1 Analisi preliminare . . . . .	52
3.1.1 Numero di Satelliti per giorno . . . . .	57
3.2 I parametri . . . . .	65
3.2.1 Ritardo Troposferico . . . . .	65
3.2.2 Il vettore dNord, dEst, dUp . . . . .	67
3.3 Il GPGA . . . . .	76
<b>4 Conclusioni</b>	<b>81</b>
<b>A Esempio di pagina F/NAV</b>	<b>83</b>
<b>B Esempio di pagina I/NAV</b>	<b>85</b>
<b>C Algoritmo di calcolo per le coordinate ECEF</b>	<b>87</b>



# Elenco delle figure

1.1	Logo del sistema NAVSTAR GPS e rappresentazione della sua costellazione. . . . .	3
1.2	Logo del GNSS GLONASS e rappresentazione della sua costellazione. . . . .	5
1.3	Logo del sistema Galileo e rappresentazione della sua costellazione. . . . .	6
1.4	Logo del GNSS Compass/BeiDou2 ed il segmento spaziale al completamento della costellazione. . . . .	7
1.5	Power spectral density dei segnali Galileo. . . . .	12
1.6	Diagramma a blocchi di un satellite Galileo. . . . .	15
1.7	Struttura del messaggio F/NAV. . . . .	18
1.8	Parte della struttura di una frame F/NAV. . . . .	19
1.9	Struttura del messaggio I/NAV. . . . .	20
1.10	Struttura di una pagina nominale I/NAV. . . . .	21
1.11	Struttura di una pagina d'allerta I/NAV. . . . .	22
1.12	Parte della struttura di un sub-frame del messaggio I/NAV. . . . .	23
2.1	Rappresentazione geometrica dello pseudorange in due dimensioni. . . . .	36
2.2	A sinistra: messaggio e PRN-code modulati sulla portante. A destra: rappresentazione di un chip. . . . .	43
3.1	Confronto sui cinque parametri per il giorno 31. . . . .	58
3.2	Confronto sui cinque parametri per il giorno 32. . . . .	59
3.3	Confronto sui cinque parametri per il giorno 33. . . . .	60
3.4	Confronto sui cinque parametri per il giorno 34. . . . .	61
3.5	Confronto sui cinque parametri per il giorno 35. . . . .	62
3.6	Confronto sui cinque parametri per il giorno 36. . . . .	63
3.7	Confronto sui cinque parametri per il giorno 37. . . . .	64
3.8	Valori di ritardo troposferico nella settimana GPS 1882. . . . .	67
3.9	Valori di dNord per la settimana GPS 1882. . . . .	71
3.10	Valori di dEst per la settimana GPS 1882. . . . .	73
3.11	Valori di dUp per la settimana GPS 1882 . . . . .	75
3.12	Valori di GPGA nella settimana GPS 1882. . . . .	79



# Elenco delle tabelle

1.1	Confronto tra i Sistemi di Navigazione Satellitare Globali. . . . .	7
1.2	Datum del WGS-84. . . . .	8
1.3	Caratteristiche del messaggio di navigazione di Galileo. . . . .	12
1.4	Attuale status dei satelliti Galileo aggiornata al Luglio 2016. . . . .	15
1.5	Caratteristiche del messaggio di navigazione di Galileo. . . . .	16
1.6	Effemeridi broadcast di Galileo. . . . .	24
1.7	Parametri di correzione del clock. . . . .	24
1.8	Tipologia di correzione del clock per Galileo . . . . .	25
1.9	Uso del Broadcast Group Delay in funzione della frequenza in uso. . . . .	26
1.10	Parametri per la correzione ionosferica . . . . .	26
1.11	Parametri per la conversione GST-UTC . . . . .	27
1.12	Parametri di conversione GPS-GST. . . . .	28
1.13	Definizione dei valori del Signal Health Status. . . . .	29
1.14	Definizione dei valori del Signal-In-Space Accuracy. . . . .	30
1.15	Parametri di almanacco trasmessi nel messaggio di navigazione. . . . .	31
1.16	Descrizione dei valori in un'effemeride broadcast Galileo nel formato Rinex di navigazione. . . . .	32
1.17	Descrizione dei bit settati in Data Source. . . . .	33
2.1	I sei parametri orbitali dell'ellisse kepleriano. . . . .	41
2.2	Riassunto dei valori del periodo di ripetizione del codice e del chipping rate per i segnali dell'OS di Galileo. . . . .	44
3.1	Valori di prefit per l'epoca 8:00 del giorno 31 valutata in combinazione I/NAV-E1B . . . . .	53
3.2	Valori di prefit per l'epoca 6:30 del giorno 32 valutata in combinazione F/NAV-E5a. . . . .	54
3.3	Valori di prefit per l'epoca 6:15 del giorno 36 valutata in combinazione I/NAV-E5b. . . . .	56
3.4	Numero medio di satelliti Galileo in vista durante i 7 giorni considerati e numero totale di epoche prive di satelliti Galileo. . . . .	57
3.5	Valori medi e di scarto quadratico medio per il ritardo troposferico nella settimana GPS 1882. . . . .	65
3.6	Valori medi e di scarto quadratico medio per il dNord nella settimana GPS 1882. . . . .	68
3.7	Valori medi e di scarto quadratico medio per il dEst nella settimana GPS 1882. . . . .	69

3.8	Valori medi e di scarto quadratico medio per il dUp nella settimana GPS 1882. . . . .	69
3.9	Valori medi e di scarto quadratico medio per il GPGA nella settimana GPS 1882. . . . .	76
3.10	Differenze tra i valori di GPGA per combinazione iono-free ottenuti con effemeridi broadcast ed effemeridi precise. . . . .	77
3.11	Differenze tra i valori di pseudorange misurati con la combinazione iono-free I/NAV e F/NAV. . . . .	77
C.1	Parametri trasmessi nel messaggio di navigazione. . . . .	87
C.2	Costanti per calcolo delle posizioni ECEF dei satelliti GNSS. . . . .	88

# Capitolo 1

## Galileo e gli altri GNSS

### 1.1 I sistemi di navigazione satellitare globale

Attualmente esistono quattro diversi tipi di sistemi di navigazione satellitare globale (Global Navigation Satellite Systems, GNSS): Navstar GPS (US), Galileo (Europa), GLONASS (Russia) e Compass o Beidou 2 (Cina). Di questi, solo GPS e GLONASS sono attualmente completamente operativi, i restanti solo parzialmente. Benché ognuno di questi possa funzionare da solo e fornire una copertura globale, i vari sistemi sono compatibili tra loro, e permettendo a ricevitori abilitati di operare con tutti i satelliti in vista (MultiGNSS). La necessità di avere una costellazione stabile, globale e affidabile sta alla base di un futuro sviluppo per la tecnologia GNSS, in modo da poterla sfruttare appieno e di estenderne la possibilità anche per applicazioni più critiche. Questi requisiti fanno sì che lo sviluppo di Galileo, l'unico fra i sistemi ad essere completamente sotto il controllo civile, e quindi più affidabile, sia centrale per l'evoluzione di un'era GNSS futura. Di seguito verranno brevemente illustrate le caratteristiche di questi quattro sistemi, mentre nel paragrafo successivo verranno trattate più nel dettaglio le caratteristiche della costellazione Galileo.

#### 1.1.1 NAVSTAR GPS

Sviluppato inizialmente per soli fini militari, il sistema di navigazione satellitare globale Navstar GPS è il primo ad essere stato completato e reso completamente operativo nel giugno del '95. Nel 1973 il Dipartimento di Difesa Americano (US DoD) affidò al Joint Program Office, parte dello Space and Missile Center di El Segundo, California, il compito di sviluppare e realizzare un sistema di posizionamento satellitare, precursore dell'attuale costellazione GPS. Lo scopo iniziale era quello di poter localizzare ed eventualmente soccorrere mezzi militari sia nella terraferma che in mare. Solo successivamente l'uso di questo sistema fu concesso anche un impiego civile, commerciale e scientifico, e nel 2000 il Presidente degli Stati Uniti annun-

ciò lo stop all'intenzionale degradazione dei segnali, aumentando le accuratze così raggiungibili di un fattore 10. Attualmente il livello dei servizi resi disponibili dal GPS NAVSTAR sono due: lo Standard Positioning Service (SPS) ed il Precise Positioning Service (PPS). Il primo, libero, è disponibile a chiunque sia munito di un ricevitore mentre il secondo è riservato ad utenti autorizzati. Come per ogni sistema di posizionamento satellitare globale, la chiave per un'alta accuratezza sta nell'uso di orologi atomici. Essi producono la frequenza fondamentale  $f_0$  di 10.23 MHz, dalla quale si ottengono le due principali portanti L1 ed L2, moltiplicando la frequenza fondamentale rispettivamente per 154 e per 120. I codici pseudorandom (PRN, Pseudo Random Noise) necessari per misurare gli pseudorange messi a disposizione dal sistema GPS sono (principalmente) due: il codice grezzo e disponibile per l'uso civile C/A (Coarse/Acquisition), modulato solo sulla portante L1, e quello preciso P, disponibile su entrambi le portanti e riservato per impieghi autorizzati e militari.

$$\begin{aligned} L1 &= f_0 \cdot 154 = 1575.42 \text{ MHz} & \lambda &= 19.05 \text{ cm} \\ L2 &= f_0 \cdot 120 = 1227.60 \text{ MHz} & \lambda &= 24.45 \text{ cm} \end{aligned} \tag{1.1}$$

Dal punto di vista del segmento spaziale, il sistema GPS si compone di 24 satelliti operativi disposti in sei piani orbitali (A-F), inclinati di  $55^\circ$ . Le orbite, quasi circolari, sono ad una quota di circa 20 200 km, con un periodo orbitale di 11 ore e 58 minuti: ciò fa sì che la geometria si ripeta ad ogni giorno sidereo. In ciascun piano orbitale i satelliti sono "contenuti" all'interno di slot, almeno quattro per ogni piano orbitale. In ognuno di essi, inoltre, è presente un satellite spare. Con questa configurazione, la costellazione fornisce una copertura globale con un numero compreso tra i 4 e gli 8 satelliti in vista contemporaneamente tenendo in considerazione un'elevazione minima di  $15^\circ$  sopra l'orizzonte.

Dal sistema iniziale Block I, lanciati tra il 1978 (anno del primo satellite GPS) al 85, la cui vita operativa si aggirava sui 4.5 anni, si è oggi passati al Block IIF, in cui i satelliti hanno una vita di 12 anni, provvisti di un sistema di navigazione inerziale e sono progettati per funzionare fino a due settimane senza contatti con i centri di controllo. Satelliti Block III sono in via di sviluppo, ed essi forniranno un ulteriore segnale civile sulla banda L1. Il primo lancio è previsto per il 2017.

Il segmento di controllo per la costellazione GPS è capitanato dalla stazione di controllo principale, la Master Control Station (MSC) situata in Colorado. Essa raccoglie i dati provenienti dalle Monitor Station disposte in tutto il mondo, che controllano la posizione, velocità, la quota e stato di funzionamento di tutti i satelliti, calcola le orbite dei satelliti e i parametri del clock. Infine, il messaggio di navigazione così creato, viene trasmesso e caricato a bordo dei satelliti grazie alle antenne di terra

operanti in banda S.



Figura 1.1: Logo del sistema NAVSTAR GPS e rappresentazione della sua costellazione.

### 1.1.2 GLONASS

Il GLObal NAVigation Satellite System (GLONASS) è il sistema satellitare globale di navigazione russo, diventato completamente operativo per la seconda volta nel novembre 2011 e sotto la gestione delle Forze Spaziali Russe VKS. I primi passi per la realizzazione del sistema GLONASS furono mossi a metà degli anni '70, la cui costellazione fu per la prima volta completata nel 1996. Per mancanza di fondi a causa del declino economico sovietico, il sistema fu lasciato a se stesso, fino alla decisione da parte del presidente Vladimir Putin di ricostruirlo con alta priorità. Attualmente, il sistema si trova nella sua configurazione nominale, con 24 satelliti posti in 3 piani orbitali con un'inclinazione di  $64.8^\circ$ , ad una quota di 19 140 km. Ogni piano ospita 8 satelliti ciascuno, la cui longitudine del nodo ascendente differisce di  $120^\circ$ , ed ogni satellite è separato di  $45^\circ$  come argomento di latitudine. Ognuno di essi, inoltre, viene identificato dal proprio numero di slot. Le orbite, circolari, hanno un periodo di circa 11 ore e 15 minuti.

Il segmento di controllo è capitanato dal System Control Center (SCC) situato a Krasnoznamensk, a circa 70 km sudovest da Mosca, e si appoggia ad una rete di cinque centri TT&C (Telemetry, Tracking and Command) situati nel territorio russo che hanno il compito di monitorare lo stato e la posizione dei satelliti attraverso misure radar e laser. Le effemeridi, normalmente predette con un anticipo di 24 ore, vengono caricate da tre stazioni di Upload una volta al giorno, mentre per il Central Clock, situato a Schelkovo, si occupa di monitorare la scala dei tempi GLONASS, vicina al tempo UTC ma scalata di 3 ore, grazie ad orologi maser a idrogeno.

Escludendo i satelliti lanciati come test tra il 1982 e il 1985, la cui durata era ristretta ad un solo anno di attività, esistono sino ad ora tre generazioni di satelliti GLONASS. La prima generazione fu lanciata tra il 1985 e il 1990, con satelliti la cui durata era prevista fino a 4.5 anni. Il primo satellite di seconda generazione, GLONASS-M, fu messo in orbita nel 2003, e sono stati ideati per avere un'aspettativa di vita di 7 anni ciascuno. Tra le novità introdotte da questa seconda tipologia, la più importante è senz'altro l'introduzione di un secondo segnale civile che permette di cancellare la rifrazione ionosferica. Se fino a questo momento la costellazione GLONASS è l'unica ad utilizzare la tecnica FDMA (Frequency Division Multiple Access), con l'avvento della terza generazione di satelliti (GLONASS-K) verrà introdotta, come già avviene per gli altri sistemi di navigazione globale, la tecnica CDMA (Code Division Multiple Access), nonché una durata di vita prevista di 10 anni. La tecnica di accesso multiplo a divisione di frequenza (FDMA) si basa su 25 canali, ed ogni satellite trasmette un segnale su una frequenza diversa nella forma:

$$\begin{aligned} f_{k1} &= 1602.0000 + k \cdot 0.5625 \text{ [MHz]} \\ f_{k2} &= 1246.0000 + k \cdot 0.4375 \text{ [MHz]} \end{aligned} \tag{1.2}$$

dove  $k = -7, -6, \dots, +5, +6$  è il numero di canale assegnato. In realtà i canali  $+5$  e  $+6$  sono riservati per scopi tecnici. Due satelliti, uno agli antipodi dell'altro, condividono lo stesso canale in quanto un singolo utente non può averli entrambi in vista. In totale vi sono quindi 12 canali di frequenza disponibili per 24 satelliti. La differenza tra le due tipologie di tecniche per l'accesso multiplo di segnali sta nel fatto che mentre nella FDMA tutti i satelliti trasmettono lo stesso codice pseudorandom ma su diverse portanti, il CDMA consiste invece nell'avere le frequenze di trasmissione per tutti i satelliti ma con diversi codici.

Come per il sistema GPS, anche per il GLONASS vi è distinzione tra codice grezzo C/A-code e codice preciso P-code, inizialmente il primo modulato nella sola portante G1, il secondo sia in G1 che G2.

Un'ulteriore differenza che contraddistingue il sistema GLONASS è quello del calcolo della posizione dei satelliti. Anziché fornire i parametri del modello pseudo-kepleriano, infatti, il messaggio di navigazione GLONASS fornisce (oltre al modello del clock) il vettore di stato dei vari satelliti ad intervalli di 30 minuti, comprensivo dell'accelerazione solilunare. Il calcolo avviene tramite integrazione con un algoritmo di Runge-Kutta del quart'ordine.

### 1.1.3 Galileo

Benché in ritardo rispetto ad America e Russia, ben presto anche l'Europa capì la necessità e l'importanza della navigazione satellitare. Nel 1994 la Commissione

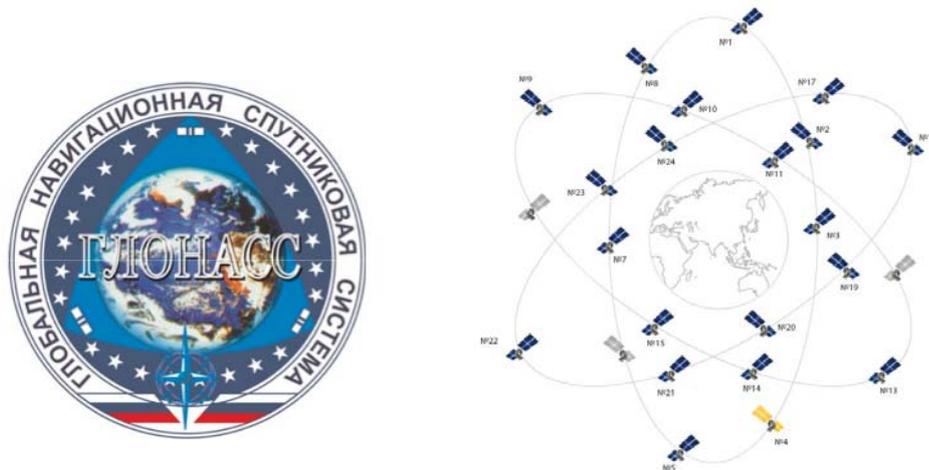


Figura 1.2: Logo del GNSS GLONASS e rappresentazione della sua costellazione.

Europa decise di contribuire operando su due diversi fronti: EGNOS e Galileo. Il primo step, infatti, fu quello di contribuire ai sistemi GNSS già in uso (GPS e GLONASS) per mezzo di un satellite geostazionario, l'European Geostationary Navigation Overlay Service. Questo servizio, di natura civile, implementa l'invio di segnali di allarme in caso di malfunzionamenti per le costellazioni GPS e GLONASS. Ciò è indispensabile per applicazioni più critiche, ed infatti il concetto di integrità sarebbe poi stato estremamente sviluppato nel programma Galileo. EGNOS, inoltre, apporta delle migliorie nell'accuratezza della localizzazione tramite GPS e GLONASS per mezzo di correzioni differenziali.

Il passo successivo fu quello di estendere la concezione di navigazione globale satellitare indirizzata ad un uso civile, un progetto più ambizioso che porterà alla realizzazione della costellazione Galileo, divenuto ufficiale nel 1999. Al suo completamento, il sistema prevederà in totale 30 satelliti (di cui 3 spare) posti in tre piani orbitali a 23 222 km di quota ed inclinati di  $56^\circ$ . A differenza degli altri sistemi GNSS, Galileo sarà totalmente sotto il controllo civile, bensì compatibile con gli altri sistemi. Le accuratèzze ottenute tramite il sistema Galileo saranno al di sotto del metro, in quando esso fornirà la possibilità di lavorare in doppia frequenza di default.

Il ground segment di Galileo è composto da due centri di controllo principali (Ground Control Center GCC), cinque stazioni di controllo, tracking e telemetria (TT&C), munite ciascuna di un'antenna di 13 metri, nove stazioni di uplink (ULS) che trasmettono nella banda C a 5 GHz ed infine circa una quarantina di stazioni GSS (Galileo Sensor Station). Entrambe le due sedi del GCC si occupano sia delle funzioni di controllo (Galileo Control System, GCS) sia funzioni di missione (Galileo Mission System, GMS): il GCS si occupa dell'housekeeping e della manutenzione

della costellazione, il secondo della gestione del sistema di navigazione. I due centri, ridondanti, si trovano a Fucino (Italia) e ad Oberpfaffenhofen (Germania).

I lanci avverranno a Kourou, nella Guiana Francese, tramite i lanciatori Soyuz e Ariane 5, dai quali i satelliti verranno posti già nella loro orbita finale, così da limitare le manovre orbitali.



Figura 1.3: Logo del sistema Galileo e rappresentazione della sua costellazione.

#### 1.1.4 Compass/Beidou 2

Il nome Beidou 2 è dovuto all'evoluzione del sistema regionale (chiamato Beidou 1) a favore di uno globale. La parola Beidou si rifà al nome cinese per l'Orsa Maggiore, usata da secoli come riferimento per il Polo Nord. Inizialmente composto da soli 4 satelliti, il primo lancio per la costellazione BeiDou 1 risale al 2000, completato successivamente nel 2005. I satelliti che costituivano la sola componente regionale sono satelliti posti in orbita geostazionaria (circa 36 000 km di quota). L'area di copertura, limitata, si estende dai  $5^{\circ}\text{N}$  ai  $55^{\circ}\text{N}$  di latitudine e dai  $70^{\circ}\text{E}$  ai  $140^{\circ}\text{E}$  di longitudine. Attualmente l'estensione di Beidou 1, conosciuto come Compass o Beidou 2, prevede un completamento nel 2020, per un totale di 35 satelliti: 27 satelliti MEO, 5 GEO e 3 IGSO (Inclined Geosynchronous Orbit). Similmente a GLONASS e Galileo, i satelliti MEO di Compass sono posti ad una quota di 21 528 km in tre piani orbitali inclinati di  $55^{\circ}$ . I satelliti IGEO, anch'essi con un'inclinazione di  $55^{\circ}$ , saranno alla quota di 35 786 km, mentre i satelliti GEO, sempre alla stessa quota degli IGEO, saranno posizionati rispettivamente  $58.75^{\circ}\text{E}$ ,  $80^{\circ}\text{E}$ ,  $110.5^{\circ}\text{E}$ ,  $140^{\circ}\text{E}$  e  $160^{\circ}\text{E}$ . Il sistema prevede, così come per le altre costellazioni, un servizio aperto e libero per l'uso civile ed uno con precisioni più spinte e misure di integrità per un uso autorizzato. Vi è inoltre la possibilità di trasmettere brevi messaggi, 120 caratteri

cinesi in totale, per il momento solo all'interno della componente regionale ma che probabilmente evolverà sia come campo d'azione che per lunghezza del messaggio.

Il ground segment di Beidou è capitanato da una stazione di controllo master che, in modo analogo a quelle delle altre costellazioni, ha il compito di controllare e calcolare i dati ricevuti dalle Monitor Station (30 in totale), e di generare infine il messaggio di navigazione il quale a sua volta verrà caricato dalle Upload Station (2 per il momento).



Figura 1.4: Logo del GNSS Compass/BeiDou2 ed il segmento spaziale al completamento della costellazione.

	GPS	GLONASS	GALILEO	Beidou
N° Sat (MEO)	24	24	30	27
N° piani orbitali	6	3	3	3
Inclinazione	55°	64.8°	56°	55°
Quota [km]	20.180	19.140	23.222	21.528
Sito di Lancio	Cape Canaveral	Baikonur/Plesetsk	Kourou	Xichang
Datum	WGS-84	PZ-90.11	GTRF	CGCS2000

Tabella 1.1: Confronto tra i Sistemi di Navigazione Satellitare Globali.

Ogni costellazione utilizza un datum leggermente diverso: l'ellissoide di riferimento adottato dal sistema GPS è quello del World Geodetic System 1984 (WGS-84), il sistema GLONASS si basa invece sul PZ-90.11 mentre Galileo e Beidou utilizzano, rispettivamente, il Galileo Terrestrial Reference Frame (GTRF) e il China Geodetic Coordinate System 2000 (CGCS2000). Il confronto tra i parametri dei vari data è espresso in tabella 1.2.

Parametro	WGS-84	PZ-90.11	CGCS2000
Semiassse Maggiore $a$ [m]	6 378 137.0	6 378 136.0	6 378 137.0
Flattening $f$	1/298.257223563	1/298.257839303	1/298.257222101
Velocità angolare $\omega_e$ [rad/s]	$7.292115 \cdot 10^{-5}$	$7.292115 \cdot 10^{-5}$	$7.292115 \cdot 10^{-5}$
Costante gravitazionale $\mu$ [m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup> ]	$3\,986\,004.418 \cdot 10^8$	$3\,986\,004.4 \cdot 10^8$	$3\,986\,004.418 \cdot 10^8$

Tabella 1.2: Datum del WGS-84.

## 1.2 La costellazione Galileo

Galileo, una volta che la costellazione sarà al completo, diverrà il sistema di navigazione globale europeo civile in grado di fornire un servizio di posizionamento accurato sotto un controllo pubblico. La grande accuratezza di Galileo è realizzabile grazie alla possibilità, a differenza degli altri sistemi di posizionamento satellitare, di operare di default in doppia frequenza. I primi passi di Galileo sono stati mossi già negli anni '90, anni in cui l'Unione Europea capì la necessità di costruire un proprio sistema di navigazione globale. Le altre costellazioni, sia che offrano servizi globali (GPS, GLONASS e BeiDou) o regionali (QZSS, India) sono tutti sotto il controllo militare, e benché rendano disponibili anche dei servizi per uso civile, essi possono essere spenti o degradati in qualsiasi momento. Per permettere un'evoluzione futura e aumentare le applicazioni possibili grazie al GNSS è necessario avere un sistema preciso, innanzitutto, ma soprattutto stabile e continuo. La Commissione Europea e l'ESA unirono le forze per iniziare a costruire Galileo, un sistema indipendente e sotto il controllo civile.

Dopo anni di sviluppo tecnologico, i primi satelliti sperimentali (GIOVE-A e GIOVE-B) furono lanciati rispettivamente nel dicembre 2005 e nell'aprile 2008, così per poter testare sul campo la tecnologia di Galileo. Durante questo periodo di test, alcuni strumenti scientifici misurarono la fisica dello spazio alla quota in cui orbiterà la costellazione completa, prestando particolare attenzione ai livelli di radiazione lì presenti, nonché vennero testati gli orologi atomici. A seguire sono stati lanciati i primi 4 satelliti operativi, facenti parte della IOV phase (In-Orbit Validation), il cui scopo fu quello di testare il funzionamento di Galileo sia nello "space segment" che nel "ground segment". Questi quattro satelliti, posti in orbita dal lanciatore Soyuz dallo Guiana Space Center a coppie di due rispettivamente il 21 ottobre 2011 e il 12 ottobre 2012, avevano il compito di validare il sistema Galileo utilizzando una costellazione ridotta. Quattro satelliti, infatti, è il numero minimo necessario per determinare una posizione nello spazio 3D, in quanto la quarta incognita è il time offset del ricevitore. Essi, a partire dal dicembre 2012, trasmettevano segnali nella banda E1, E5 ed E6, bande utilizzate anche a costellazione completa. I risultati furono usati come riferimento per la fase operativa.

Alla prima IOV phase ha seguito la IOC (Initial Operational Capability), costituita da un numero inferiore a quello nominale di satelliti. I primi 8 furono lanciati sempre a coppie di due dal Soyuz, nella Guiana Francese, rispettivamente il 22 agosto 2014, 27 marzo 2015, 11 settembre 2015 e 17 dicembre 2015. Attualmente sono in orbita 14 satelliti Galileo, l'ultima coppia messa in orbita il 24 maggio 2016. Nell'autunno 2016 sono previsti altri 4 satelliti Galileo, per la prima volta lanciati (contemporaneamente) dall'Ariane 5. Una volta completata, la costellazione comprenderà 30 satelliti, suddivisi in tre piani orbitali inclinati di  $56^\circ$  rispetto l'equatore e distanziati di  $45^\circ$  l'un l'altro. Ciascun piano orbitale conterrà 8 satelliti operativi, 3 spare attivi e 3 inattivi che avranno il compito, eventualmente, di rimpiazzare gli operativi. L'orbita, quasi circolare, è ad una quota di 23 222 km, a cui corrisponde un periodo di 14 ore e 4 minuti, la cui ground track si ripeterà ogni 10 giorni. La scelta di questa quota è stata fatta per evitare risonanze gravitazionali in modo che, dopo un'iniziale ottimizzazione, manovre di station-keeping non siano necessarie durante la vita del satellite. Inoltre tale quota permette di dare grande visibilità ai satelliti, così da poter coprire latitudini superiori ai  $75^\circ$  Nord, a cui corrisponde Capo Nord, il punto più alto d'Europa, in Norvegia. Ciascun satellite, al fine di mantenere una costellazione uniforme, deve stare in un intorno di  $\pm 2^\circ$  rispetto la sua posizione nominale relativa al satellite vicino nello stesso piano orbitale, e dentro i  $2^\circ$  del piano orbitale. Questa tolleranza equivale a circa  $\pm 1000$  km, ma è necessaria un'elevata attenzione circa la velocità dei satelliti, al fine di assicurare un periodo orbitale uguale per ciascuno di essi. Per quanto riguarda la tolleranza across-track, essa è tale da permettere all'inclinazione e all'ascensione retta del nodo ascendente (RAAN) di essere volontariamente falsata al momento del lancio, così che le perturbazioni naturali causino un drift tale da lasciare il satellite all'interno della tolleranza richiesta, senza ricorrere ai dispendiosi cambi di piano orbitale. I satelliti spare, qualora necessario, potranno sostituire il satellite operativo danneggiato in qualche giorno. Allo scadere del loro servizio, essi verranno trasferiti nell'orbita cimitero.

Ogni satellite trasmetterà il suo segnale di tempo preciso, le sue effemeridi ed altre informazioni: con Galileo, la probabilità che un utente situato in qualsiasi punto della terra abbia in vista almeno 4 satelliti è superiore al 90%. Normalmente si disporrà di 6/8 satelliti in vista, che permetteranno un posizionamento con un'accuratezza fino ai pochi centimetri. Anche all'interno delle città ci sono buone probabilità che, ad esempio un'automobile, possa disporre di un numero sufficiente di satelliti per permettere la navigazione, specie se Galileo viene utilizzato in combinazione con gli altri sistemi di navigazione globale.

I servizi resi disponibili dalla costellazione Galileo e indipendenti dagli altri sistemi sono, per il momento, cinque:

- L'Open Service (OS), cioè il servizio base e aperto a chiunque disponga di un ricevitore in grado di ricevere i segnali trasmessi dai satelliti Galileo, permette di stimare la posizione, la velocità e il timing (PVT) di un ricevitore con copertura globale. Esso permette una vasta gamma di applicazioni, come la navigazione per le automobili o per la telefonia mobile. Il servizio di timing è sincronizzato con il tempo UTC, per un ricevitore con posizioni note, ed è indispensabile per applicazioni scientifiche o commerciali. Il servizio OS prevede l'uso di sei diversi tipi di segnali non criptati modulati su tre diverse portanti così da migliorare le performance e diminuire le interferenze. Essendo servito da più di una sola frequenza, esso permette la correzione degli errori dovuti alla ionosfera tramite combinazione iono-free. Ogni segnale presenta il codice pseudorandom sia in fase che in quadratura, mentre il messaggio di navigazione si trova nella sola componente in fase. Le bande parzialmente sovrappongono quelle già in uso dagli altri sistemi GNSS per aumentare con essi l'interoperabilità. Un ricevitore a singola frequenza raggiungerà prestazioni paragonabili al GPS C/A-code.
- Il Commercial Service (CS) permetterà lo sviluppo di applicazioni professionali, con performance migliorate grazie all'aggiunta di due segnali differenti da quelli dell'OS, criptati e portati dalla banda E6, che faciliteranno l'integrazione di Galileo con la rete di comunicazioni wireless. Questo inoltre garantirà un'alta accuratezza nel posizionamento e nella navigazione anche in ambienti chiusi. Tra i servizi offerti dal CS vi sono, ad esempio, informazioni sull'integrità, correzioni differenziali in particolari zone, allerte meteo e bollettini sul traffico. A tale genere di dati ci si riferisce spesso con il termine "supplementary".
- Il Safety of Life Service (SoL) si basa sugli stessi segnali dell'OS ma fornisce inoltre informazioni di integrità a livello globale, portando così ad un servizio più garantito agli utenti. Esempi di utilizzo per queste situazioni più critiche sono l'ambiente marino, l'aviazione e il trasporto ferroviario, le applicazioni dei quali richiedono livelli di performance più stringenti. Tale servizio è aperto ed il sistema avrà la capacità di autenticare il segnale ricevuto (attraverso una firma digitale) assicurandone la provenienza. Questa funzione può essere attivata liberamente dall'utente, senza introdurre perdite nelle performance. La principale caratteristica del servizio, tuttavia, è quella di fornire globalmente tempestivi warning qualora il sistema non rispettasse specifici margini sull'accuratezza (integrità). Tali informazioni sono trasmesse nelle bande E1 ed E5b.
- Il Public Regulated Service (PRS) fornirà un elevato livello di protezione con-

tro qualsiasi minaccia nei confronti del segnale trasmesso dai satelliti (Galileo Signal in Space), grazie ad una tecnologia realizzata ad hoc finalizzata a mitigare le forme di interferenza. Tale servizio è disponibile su frequenze separate, con bande ampie e segnale criptato, così da essere più resistenti a forme di interferenza involontarie o volontarie, offrire dunque una miglior continuità nel servizio. Il PRS è sotto il controllo delle autorità pubbliche europee per la protezione dei civili, la sicurezza nazionale e la polizia europea. Le performance sono simili a quelle dell'OS, l'integrità è compatibile a quella dei SoL.

- Il Search and Rescue Service (SAR) sarà il contributo europeo al sistema internazionale COSPAS-SARSAT, permettendo la ricezione pressoché in tempo reale di messaggi di emergenza in qualsiasi punto della terra, che poi verranno ritrasmettiti al segmento SAR di terra ed infine alle autorità locali. Ogni satellite sarà in grado di ricevere fino a 150 emergenze contemporaneamente, inviate da appositi trasmettitori COSPAS-SARSAT che trasmettono a 406 MHz.

In modo analogo a quanto accade per il sistema GPS, la frequenza fondamentale dalla quale si ricavano le portanti dei segnali di ogni satellite Galileo è  $f_0 = 10.23$  MHz. Dieci segnali di navigazione sono compresi in quattro bande, le già citate E1, E5a, E5b ed E6. Per favorire l'interoperabilità, Galileo condivide con il GPS la banda E5a ed la E1, con il GLONASS la banda E5b. Vi sono, in totale, quattro diversi tipi di messaggio di navigazione: il Freely Accessible Navigation Message (F/NAV), l'Integrity Navigation Message (I/NAV), il Commercial Navigation Message (C/NAV) ed il Governmental Navigation Message (G/NAV). La seguente tabella 1.3 riassume il contenuto di ciascun tipo di messaggio, il canale ad esso associato e i servizi disponibili. Nel paragrafo successivo verranno trattati i soli messaggi I/NAV e F/NAV in quanto il messaggio G/NAV non è di pubblico dominio ed il messaggio C/NAV non è ancora completamente definito. I primi due, inoltre, sono i messaggi riservati alla pubblica utenza (Open Service). Mentre nella componente in fase vengono modulati sia il messaggio di navigazione (data) che il codice pseudorandom necessario per il calcolo dello pseudorange, la componente in quadratura (detta anche segnale pilota) contiene semplicemente lo PRN-code. La scelta di questa strategia sta nel fatto che tale configurazione permette un tracking del segnale più robusto. La power spectral density dei segnali Galileo è visibile in figura 1.5, e ne mostra la componente in fase e quella in quadratura.

Le bande scelte per la trasmissione dei messaggi Galileo fanno tutte parte dello spettro per il Radio Navigational Satellite Service (RNSS), ed in più E1, E5a ed E5b sono inoltre contenute nello spettro per l'Aeronautical Radio Navigational Service (ARNS), ottime per le applicazioni Safety-of-Life ed usate per l'aviazione civile. Ogni segnale altro non è che un'onda elettromagnetica le cui caratteristiche vengono

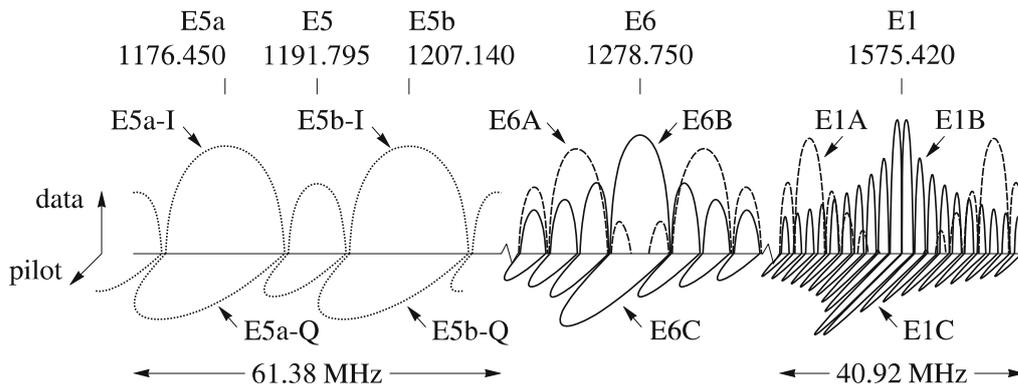


Figura 1.5: Power spectral density dei segnali Galileo.

Tipo di messaggio	F/NAV	I/NAV	C/NAV	G/NAV
Servizi	OS	OS/CS/SoL	CS	PRS
Canali	E5a-I	E1-B E5b-I	E6-B	E1-A E6-A
Data Rate (bps)	25	125	500	50
Navigazione&Posizionamento	x	x x		x
Integrità		x x		x
Supplementary			x	
Public Regulated				x
Search and Rescue		x		

Tabella 1.3: Caratteristiche del messaggio di navigazione di Galileo.

descritte dalle equazioni di Maxwell. In un mezzo isotropo ed omogeneo il vettore campo elettrico  $\vec{E}$  ed il vettore campo magnetico  $\vec{B}$  sono perpendicolari l'un l'altro e perpendicolari alla direzione del moto. Onde elettromagnetiche che attraversano la ionosfera, però, cambiano la loro polarizzazione, cioè il rapporto tra le componenti dei vettori, polarizzando ellitticamente o circolarmente l'onda. I satelliti GNSS affrontano questo problema pre-impartendo una polarizzazione circolare. Questa particolarità torna ad essere rilevante nella trattazione di segnali riflessi (multipath) in cui le superfici specchiano la right-handed circular polarization (RHCP) in left-handed circular polarization (LHCP) e viceversa. Nel caso del sistema Galileo, ogni segnale è RHCP, cioè il vettore campo elettrico  $\vec{E}$  ruota in senso orario quando guardato nella direzione di propagazione.

- E1. Nella portante E1 contiene tre diverse componenti del segnale di navigazione. L'Open Service è modulato sui segnali E1B ed E1C, non criptato e accessibile a tutti gli utenti. Il canale E1B, oltre a portare con sé il messaggio di navigazione, contiene inoltre informazioni sull'integrità e dati commerciali criptati. E1B e la sua controparte pilota E1C supportano l'OS, il CS e il

SoL. La componente E1A, invece, è criptata e accessibile solo agli utenti PRS autorizzati, nella quale è modulato il messaggio governativo G/NAV.

- E5. Nella portante E5 sono racchiuse quattro componenti del segnale Galileo, distinte nelle due bande E5a ed E5b. Esse, a loro volta, si distinguono nella componente in fase E5a-I ed E5b-I, contenenti il messaggio di navigazione rispettivamente F/NAV ed I/NAV, e due parti in quadratura E5a-Q ed E5b-Q, che costituiscono i due segnali pilota. Tutte e quattro le componenti appartengono all'Open Service, e di conseguenza non sono criptate. E5b.I, inoltre, contiene informazioni sull'integrità necessarie per il servizio SoL, mentre una parte aggiuntiva di messaggio criptato viene utilizzata nel CS.
- E6. Molto simile ad E1, la portante E6 contiene tre codici pseudorandom modulati rispettivamente sulle tre componenti E6A, E6B ed E6C. La prima è riservata al PRS, mentre le altre due sono state progettate per contribuire al CS, dove il messaggio di navigazione e quello commerciale, il così detto "supplementary", sono criptati sul canale E6B. E6C, invece, contribuisce come segnale pilota.

### 1.2.1 Payload e sottosistemi

Le dimensioni di ogni satellite sono 2.5 x 1.2 x 1.1 m, ampi 14.67 m una volta dispiegati i pannelli solari, la cui potenza è di 1.9 kW. La vita media di ciascun satellite si aggira sui 12 anni, dopodiché verranno spostati nell'orbita cimitero la cui quota è di circa 300 km superiore a quella di un satellite geostazionario. Un'antenna in banda L permette la trasmissione dei segnali di navigazione nelle frequenze dai 1200 ai 1600 MHz. Una seconda antenna in banda C, invece, ha il compito di ricevere i dati trasmessi dalle Galileo Uplink Stations, i quali contengono informazioni sulla sincronizzazione degli orologi a bordo del satellite con il tempo di riferimento delle stazioni a terra, oltre che ad informazioni sullo status del satellite in questione, che a loro volta verranno inoltrate agli utenti nel messaggio di navigazione. Due antenne in banda S fanno parte del sottosistema relativo alla telemetria e al tracking. Esse trasmettono a terra informazioni sul funzionamento del payload e del satellite, e ricevono di risposta comandi ed operazioni di gestione. Queste antenne, inoltre, ricevono, elaborano e trasmettono segnali di ranging che misurano la quota del satellite con un'incertezza di pochi metri. Infine, ogni satellite disporrà di un'antenna SAR (Search and Rescue) che ha il compito di raccogliere e ritrasmettere a terra i segnali di emergenza o pericolo, che a loro volta verranno inoltrati ai servizi di salvataggio locali.

A parte le antenne, ogni satellite sarà fornito di un laser retro-reflector, necessario per misurare la quota con un'incertezza di qualche centimetro. Esso verrà utilizzato solo circa una volta all'anno, in quanto le misure tramite banda S risultano essere a loro volta sufficientemente accurate. Vi saranno inoltre due sensori, uno infrarosso terrestre e uno solare, che aiuteranno il satellite a puntare rispettivamente a terra le antenne e verso il sole i pannelli solari. Inoltre ciascun satellite disporrà di radiatori necessari per dissipare verso lo spazio il calore in eccesso.

Lo strumento fondamentale per ogni satellite GNSS è il clock. Ogni satellite Galileo dispone di 4 orologi per questioni di ridondanza, due Passive Hydrogen Maser (PHM) Clock e due Rubidium Atomic Frequency Standard (RAFS) Clock dove, in ogni momento, solo uno per tipologia ne è in funzione. Il maser costituisce il clock principale. Essi sono orologi atomici che utilizzano la transizione ultrastabile di un atomo di idrogeno a 1.4 GHz per misurare tempi con un'incertezza di 0.45 ns su un periodo di 12 ore. La seconda tipologia, invece, entra in funzione qualora i maser andassero in avaria. Questi ultimi garantiscono accuratezze dell'ordine degli 1.8 ns su 12 ore. In condizioni nominali, il maser produce la frequenza di riferimento dalla quale verrà poi generato il segnale di navigazione. L'orologio al rubidio attivo, invece, entra in funzione immediatamente quando il primo smette di funzionare, attivando anche gli altri due orologi di riserva. Nel giro di qualche giorno, il secondo maser sarà completamente operativo ed in grado di sostituire l'orologio al rubidio, che tornerà in stand-by. Un'unità di controllo dei clock si assicura che, ad ogni istante, la frequenza generata dai due orologi attivi sia in fase, ed ha inoltre il compito di trasmettere la frequenza del maser all'unità di generazione del segnale (NGSU). Quest'ultima crea il messaggio utilizzando le effemeridi e le informazioni sull'integrità caricate dal segmento di terra, e le modula sul segnale insieme al codice pseudorandom per poi inviarle all'antenna in banda L che ritrasmette a terra il tutto. La figura 1.6 mostra, in sintesi, il diagramma a blocchi dei sottosistemi e del payload di un satellite Galileo, mentre la tabella 1.4 mostra lo status dei satelliti Galileo aggiornata al luglio 2016 e disponibile al sito internet <http://www.gsc-europa.eu/system-status/Constellation-Information>.

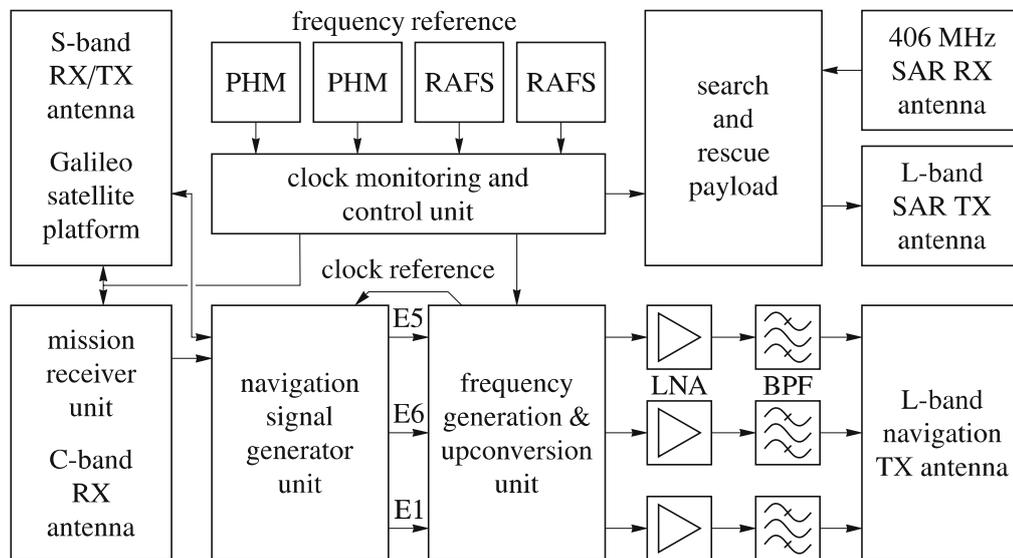


Figura 1.6: Diagramma a blocchi di un satellite Galileo.

Satellite Name	SV ID	Status	Orbital Slot	Clock
GSAT0101	11	AVAILABLE	B05	RAFS
GSAT0102	12	AVAILABLE	B06	RAFS
GSAT0103	19	NOT AVAILABLE	C04	RAFS
GSAT0104	20	NOT AVAILABLE	C05	RAFS
GSAT0203	26	AVAILABLE	B08	PHM
GSAT0204	22	AVAILABLE	B03	PHM
GSAT0205	24	AVAILABLE	A08	PHM
GSAT0206	30	AVAILABLE	A05	PHM
GSAT0208	08	AVAILABLE	C07	PHM
GSAT0209	09	AVAILABLE	C02	PHM
GSAT0210	01	UNDER COMMISSIONING	A02	-
GSAT0211	02	UNDER COMMISSIONING	A06	-

Tabella 1.4: Attuale status dei satelliti Galileo aggiornata al Luglio 2016.

### 1.3 I messaggi di navigazione I/NAV e F/NAV

Lo schema di base dei messaggi di navigazione F/NAV e I/NAV è detta *super-frame* in quanto i messaggi sono trasmessi come una sequenza di *frame*, a loro volta composta da più *sub-frame* che ancora si dividono in *page*. Ciascuna page contiene un type-marker che permette al ricevitore di identificarne il contenuto. Non essendoci dati di gestione trasmessi all'interno del messaggio che indichino questa struttura gerarchica, sta al ricevitore dell'utente il compito di riconoscere e saper gestire il tipo di page ricevuto. Il perché di questa filosofia sta nel fatto che il messaggio dovrebbe venir interpretato come un flusso di pagine continuo, così da lasciar spazio ad un futuro sviluppo di Galileo che potrebbe portare ad un diverso design del messaggio di navigazione differente da quello esposto nel Galileo OS SIS ICD, 2015, su cui si basa questa descrizione. Per i due messaggi di navigazione la struttura è la stessa. Cambia tuttavia il numero di page e sub-frame, così come la loro durata, come mostrato in tabella 1.5.

Tipo di messaggio	Canale	Data Rate [bps]	Durata di una page [s]	n°page in subframe	n°subframe in frame
F/NAV	E5a-I	25	10	5	12
I/NAV	E1-B, E5b-I	125	2	30	24

Tabella 1.5: Caratteristiche del messaggio di navigazione di Galileo.

In questo modo è possibile trasmettere, con tre differenti velocità, le tre principali tipologie di dati disponibili. Le page, che contengono dati più urgenti come l'integrità, saranno le più veloci, seguite dalle sub-frame con le effemeridi e le correzioni del clock, e infine le frame, che con basse velocità di trasmissione racchiudono in sé i dati di almanacco.

Ogni pagina inizia con una stringa di sincronizzazione (Synchronisation Word, SW), della lunghezza di 12 bit, che permette al ricevitore di portare a termine la sincronizzazione ai bordi della pagina, e termina con una serie di bit posti a zero (Tail Bit). Vi sono tre livelli di decodifica degli errori presenti nel Galileo Message Data Stream:

- CRC: Cyclic Redundancy Check. Il controllo a ridondanza ciclica consiste nel associare ad un blocco di dati una stringa di bit di controllo (il CRC) nota al ricevitore, e di trasmetterli entrambi. Alla ricezione è così possibile individuare casuali errori dovuti alla trasmissione. La dimensione del CRC, però, è diversa nelle due tipologie di messaggio.
- FEC: Forward Error Correction. Tale tecnica prevede l'introduzione di un numero maggiore di bit (bit ridondanti), che permettono al ricevitore un con-

trollo sull'integrità dei dati e l'eventuale correzione. Nel caso del messaggio di navigazione Galileo, il valore del FEC è pari a 1/2, cioè per ogni bit trasmesso ne viene inviato uno ridondante. La coppia di un bit più il suo altro bit ridondante costituisce un simbolo (symbol).

- Block Interleaving. Una tecnica che migliora le prestazioni del FEC, disponendo i dati in maniera non contigua in modo che, in caso di ricezione multipla di errori (burst error), i bit erronei vengano spalmati su più pagine riducendo complessivamente l'errore totale.

Poiché i simboli che costituiscono il FEC vengono trasmessi intervallati, la decodifica del messaggio di navigazione può essere effettuata solo a completa ricezione della pagina. Ad intervalli regolari, inoltre, nel messaggio di navigazione viene scritta una stringa relativa all'epoca del Galileo System Time (GST). Il timing esatto ai bordi della pagina permette di identificare frazioni di GST time, che viene misurato a partire dal leading edge del primo chip della prima sequenza di codice del primo simbolo della pagina contenente il TOW (Time of Week). Il tempo GST trasmesso dal messaggio di navigazione fornito attraverso il TOW viene sincronizzato con la versione di GST di ciascun satellite. L'inizio del GST è definito 13 secondi prima della mezzanotte tra il 21 agosto e il 22 agosto 1999. A differenza del GST che è una scala temporale continua, così come lo è la scala temporale adottata dal GPS (GPS-Time), il tempo civile UTC viene corretto periodicamente con un numero intero di secondi intercalari. La conversione tra queste due scale temporali viene comunque portata a termine con i dati presenti nel messaggio di navigazione.

### 1.3.1 Il messaggio F/NAV

Il Freely Accessible Navigation Message viene trasmesso nel canale E5a-I con un bit rate di 25 bps. Esso offre, a differenza dell'I/NAV, il solo servizio Open Service. La struttura generale del messaggio di navigazione F/NAV è richiamata in figura 1.7, in cui è indicata la durata di ciascuna entità. Ogni frame ha la durata di 600 secondi ed è composta da 12 sub-frame (della durata di 50 secondi ciascuna). A loro volta, le sub-frame si dividono in 5 pagine ciascuna della durata di 10 secondi. Le sub-frame dispari contengono le pagine di tipo 1, 2, 3, 4 e 5, quelle pari le pagine di tipo 1, 2, 3, 4 e 6. La scelta di questa struttura è stata fatta in modo da permettere la trasmissione dei dati di almanacco di tre satelliti con due successive sub-frame, cioè in 100 secondi.

Una pagina F/NAV si compone di 488 simboli, a cui sommano i 12 bit per il Synchronisation Patter, per un totale di 500 simboli. Come precedente accennato, il Synchronisation Pattern permette al ricevitore di portare a termine la sincronizzazione ai bordi della pagina. Esso non è codificato, e per il messaggio F/NAV è

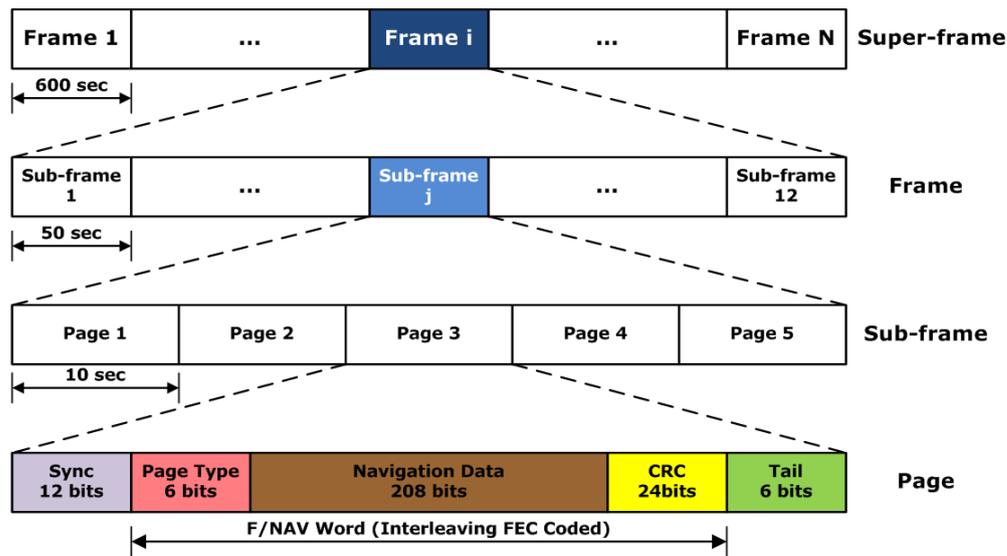


Figura 1.7: Struttura del messaggio F/NAV.

costituito da una stringa di 12 bit: 101101110000. Data la ridondanza del FEC, in totale si hanno 244 bit così ripartiti:

- 6 bit che identificano il contenuto della pagina (Page Type).
- 208 bit di dati di navigazione.
- 24 bit di CRC, Cyclic Redundancy Check, che permette di trovare potenziali errori nei bit.
- 6 bit di coda (tail), una sequenza di 6 zeri che consentono il completamento della decodifica delle informazioni contenute in ciascuna pagina dal ricevitore. La decodifica viene effettuata tramite uno standard decoder Viterbi.

La figura 1.8 mostra due delle 12 sub-frame e il loro contenuto, distinto nelle pagine 1-6. Il termine SVID (Space Vehicle Identification) identifica di quale satellite verranno trasmesse le informazioni, cioè i parametri del clock, le Effemeridi (pag 2-4) e le indicazioni sulla salute e la validità del messaggio (Signal Health Status, SISA e Data Validity Status). Questi parametri verranno descritti in dettaglio successivamente. Le correzioni ionosferiche ed il Broadcast Group Delay (BGD) sono necessarie se si intende effettuare il posizionamento utilizzando lo pseudorange calcolato nella singola frequenza E5a. La trasmissione del primo simbolo di ciascuna pagina è sincronizzato con il Galileo Standard Time GST.

Come si può vedere (pagina 5 e 6), i dati di almanacco di tre satelliti vengono trasmessi in due sub-frame successive. Tali dati sono meno urgenti ma essenziali

	Page Type	Page Content
<b>Subframe 1</b>	1	SVID, clock correction, SISA, Ionospheric correction, BGD, Signal health status, GST and Data validity status
	2	Ephemeris (1/3) and GST
	3	Ephemeris (2/3) and GST
	4	Ephemeris (3/3), GST-UTC conversion, GST-GPS Conversion and TOW
	5	Almanac for satellite k and almanac for satellite (k+1) part 1
<b>Subframe 2</b>	1	SVID, clock correction, SISA, Ionospheric correction, BGD, Signal health status, GST and Data validity status
	2	Ephemeris (1/3) and GST
	3	Ephemeris (2/3) and GST
	4	Ephemeris (3/3), GST-UTC conversion, GST-GPS Conversion and TOW
	6	Almanac for satellite (k+1) part 2 and almanac for satellite (k+2)

Figura 1.8: Parte della struttura di una frame F/NAV.

in quanto è necessario che il ricevitore conosca quali satelliti sono in vista prima di poter effettuare la localizzazione. Nel caso in cui i dati da trasmettere non fossero validi, ogni satellite genera e scarica la cosiddetta "dummy page", identificata dal tipo di pagina 63 e che sostituisce la sequenza nominale delle pagine. In Appendice A è presentato nel dettaglio il contenuto di ciascuna pagina, compresa la dummy page, con il numero di bit necessario per la definizione di ogni parametro.

### 1.3.2 Il messaggio I/NAV

L'Integrity Navigation Message I/NAV viene trasmesso sia sul canale E1-B che su E5b-I, con un bit rate di 125 bps. La struttura delle due versioni è la stessa, essendo il contenuto lo stesso. Tuttavia i due non sono allineati nel tempo. Come mostra la figura 1.9, ogni frame ha la durata di 720 secondi ed è composta da 24 sub-frame (di durata pari a 30 secondi), a loro volta sono suddivise in 15 pagine della durata di 2 secondi ciascuna. La differenza tra i due tipi di messaggio I/NAV sta nella sequenza delle pagine, che risulta inter-scambiata così da velocizzare la ricezione dei dati. Ciò è stato ideato in quanto, di default, il servizio è di tipo dual frequency, benché sia possibile operare anche in singola frequenza, e di conseguenza il messaggio viene scaricato nella metà del tempo.

Vi sono due tipologie di pagine:

- Nominal Pages: hanno la durata di due secondi e vengono trasmesse in successione in due parti della durata di 1 secondo ciascuna nelle le componenti

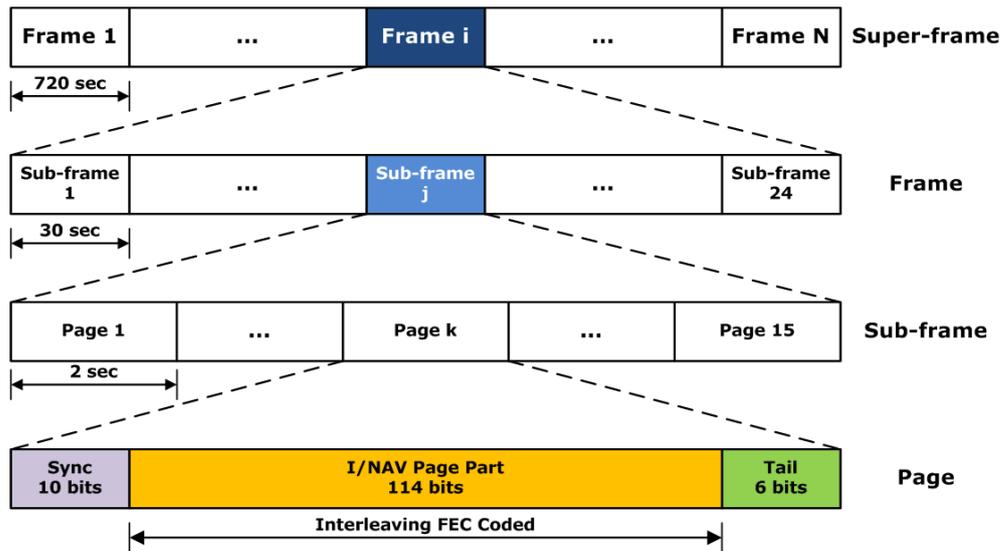


Figura 1.9: Struttura del messaggio I/NAV.

E5b-I e E1-B. La prima parte è detta pari, la seconda dispari (even/odd).

- Alert Pages: hanno la durata di 1 secondo e vengono trasmesse in due parti alla stessa epoca, ciascuna della durata di 1 secondo, sia su E5b-I che su E1-B. Anche qui viene mantenuta la struttura even/odd. Tale trasmissione è ripetuta all'epoca successiva ma scambiando la parte per le due componenti.

Siano esse pagine nominali o pagine di allerta, la struttura segue un comportamento simile a quello del messaggio F/NAV. Anche qui le pagine sono costituite da un totale di 250 simboli, di cui 10 necessari per il Synchronisation Pattern. Per il messaggio I/NAV, tale stringa di 10 bit è pari a 0101100000. Ancora, da 240 simboli restanti si ottengono un totale di 120 bit, 114 che comprendono i dati di navigazione e una stringa di 6 zeri in coda che permette la decodifica della pagina.

Nel canale E1-B viene prima trasmessa la parte pari e dopo la dispari, viceversa nel canale E5b. La combinazione delle due parti in sequenza trasmesse sulla stessa frequenza costituisce una pagina nominale (vertical page), presentata in figura 1.10. Qui:

- 1 bit indica il tipo di pagina trasmesso (0=Even,1=Odd).
- 1 bit posto uguale a 0 per indicare che si tratta di un pagina nominale.
- 128 bit di messaggio di navigazione: 112 per la prima parte di dati (1/2), 16 per la seconda (2/2).

E5b-I					E1-B											
Even/odd=0	Page Type	Data i (1/2)			Tail	Total (bits)	Even/odd=1	Page Type	Data j (2/2)	Reserved 1	SAR	Spare	CRC <sub>j</sub>	Reserved 2	Tail	Total (bits)
1	1	112			6	120	1	1	16	40	22	2	24	8	6	120
Even/odd=1	Page Type	Data i (2/2)	Reserved 1	CRC <sub>i</sub>	Reserved 2	Tail	Total (bits)	Even/odd=0	Page Type	Data k (1/2)					Tail	Total (bits)
1	1	16	64	24	8	6	120	1	1	112					6	120

Figura 1.10: Struttura di una pagina nominale I/NAV.

- 24 bits per il CRC, 2 bit Spare e 22 bit per la SAR (solo su E1-B), più altri campi riservati. La CRC avviene sia per la parte pari che per la dispari di una pagina verticale e viene sempre trasmesso nella seconda parte della page. I bit di Spare e quelli riservati non sono ancora stati completamente definiti per il momento.
- 2\*6 bit di coda. Questo campo non è protetto da CRC.

La struttura di una pagina di allerta, invece, è presentata in figura 1.11 ed è simile per E5b-I e E1-B ma distinta nel caso di pagina pari o dispari. Due parti di pagina (pari e dispari) trasmesse alla stessa epoca su E5b-I e E1-B costituiscono una pagina d'allerta (horizontal page). Dove:

- 1 bit indica il tipo di pagina trasmesso (0=Even,1=Odd).
- 1 bit pari a 1 per indicare che si tratta di una pagina di allerta.
- 24 bit per il CRC, 192 bit per i campi riservati (1/2 e 2/2). La CRC avviene sia per le pagine pari che per le dispari su entrambe le frequenze (horizontal CRC). Ancora, i campi riservati non sono stati completamente definiti.
- 2\*6 bit di coda. Questo campo non è protetto da CRC, così come non lo è Reserved 2 che occupa 2\*8 bit.

Un esempio di parte di una sub-frame è mostrato in figura 1.12, in cui il tipo di pagine (word type) va da 1 a 10. Nel dettaglio, nei word type da 1 a 4 sono presenti

E5b-I					E1-B									
Even/odd=0	Page Type	Reserved 1 (1/2)			Tail	Total (bits)	Even/odd=1	Page Type	Reserved 1 (2/2)		CRC	Reserved 2	Tail	Total (bits)
1	1	112			6	120	1	1	80	24	8	6	120	
Even/odd=1	Page Type	Reserved 1 (2/2)		CRC	Reserved 2	Tail	Total (bits)	Even/odd=0	Page Type	Reserved 1 (1/2)			Tail	Total (bits)
1	1	80	24	8	6	120	1	1	112			6	120	

Figura 1.11: Struttura di una pagina d'allerta I/NAV.

le effemeridi e i parametri del clock, nel word type 5 ci sono le correzioni ionosferiche e il BGD, nonché il SHS ed il DVS. Nel word type 6 sono definiti i parametri per la conversione GST-UTC, ed infine nelle tre restanti vi sono i dati di almanacco. Esiste, inoltre, il word type 0 che definisce lo "Spare Word". Infine, come nel caso del messaggio F/NAV, anche qui è possibile incorrere nel dummy message, in caso di messaggio I/NAV non valido (word type pari a 63). La rappresentazione di ogni parametro ed il relativo numero di bit occupati è visibile nell'Appendice B.

### 1.3.3 Il contenuto del messaggio di navigazione

Come già accennato precedentemente, il messaggio di navigazione contiene in sé tutti i parametri necessari affinché l'utente possa portare a termine il calcolo della posizione, velocità e del timing (PVT). Tali informazioni sono immagazzinate a bordo di ciascun satellite con un periodo di validità limitato (4 ore) e sono poi trasmessi da tutti i satelliti della costellazione Galileo. In ogni caso, generalmente il messaggio viene aggiornato ogni 3 ore, anche se nel periodo iniziale di test esso potrà essere aggiornato più frequentemente.

Ci sono 4 tipi di dati necessari per portare a termine il posizionamento:

- effemeridi, necessarie per indicare la posizione del satellite al ricevitore;
- correzioni sui parametri del clock, necessarie per computare lo pseudorange;
- parametri di servizio, necessari per identificare il set di dati di navigazione, i satelliti e lo status del segnale;

$T_0$ (GST <sub>0</sub> sync.) (s)	ESb Sub frame ID	ESb-I Page	ESb-I Content				E1-B Content					E1-B Page	E1B Sub frame ID	
0	N	Even	Word 1 (1/2)				Spare Word (2/2)	Res	SAR	Spare	CRC	Res	Odd	N-1
1	N	Odd	Word 1 (2/2)	Res	CRC	Res	Word 2 (1/2)					Even	N	
2	N	Even	Word 3 (1/2)				Word 2 (2/2)	Res	SAR	Spare	CRC	Res	Odd	N
3	N	Odd	Word 3 (2/2)	Res	CRC	Res	Word 4 (1/2)					Even	N	
4	N	Even	Word 5 (1/2)				Word 4 (2/2)	Res	SAR	Spare	CRC	Res	Odd	N
5	N	Odd	Word 5 (2/2)	Res	CRC	Res	Word 6 (1/2)					Even	N	
6	N	Even	Word 7 or 9 (1/2)*				Word 6 (2/2)	Res	SAR	Spare	CRC	Res	Odd	N

Figura 1.12: Parte della struttura di un sub-frame del messaggio I/NAV.

- i dati di almanacco, che forniscono al posizione del satellite con minore accuratezza.

### Le effemeridi

Le effemeridi sono caratterizzate da 16 parametri, qui riassunti e mostrati in dettaglio, con numero di bit occupati e dimensione, in tabella 1.6.

- 6 parametri kepleriani;
- 6 coefficienti delle armoniche;
- 1 parametro per la velocità di variazione dell'inclinazione dell'orbita;
- 1 parametro per la velocità di variazione della RAAN;
- 1 parametro di correzione del moto medio;
- 1 parametro di riferimento  $t_{0e}$  per il set di effemeridi in questione.

Un singolo blocco di effemeridi è applicabile a tutti i segnali di uno stesso satellite. Esse sono calcolate rispetto all'apparente centro di fase comunque ad ogni frequenza. L'algoritmo con il quale un utente può calcolare la posizione ECEF (Earth-Centered Earth-Fixed) del satellite al tempo generico  $t$  (nella scala dei tempi GST) è presentato in Appendice C

Parametro	Descrizione	Bit	Unità
$M_0$	Anomalia media all'epoca di riferimento	32*	semicicli**
$\Delta n$	Variazione del moto medio	16*	semicicli/s**
$e$	Eccentricità	32	N/A
$\sqrt{a}$	Radice quadrata del semiasse maggiore	32	$m^{1/2}$
$\Omega_0$	Longitudine del nodo ascendente***	32*	semicicli**
$i_0$	Inclinazione	32*	semicicli**
$\omega_0$	Argomento di perigeo	32*	semicicli**
$\dot{i}$	Variazione dell'inclinazione	14*	semicicli/s**
$\dot{\Omega}$	Variazione dell'ascensione retta del nodo	24*	semicicli/s**
$C_{uc}, C_{us}$	Coefficienti di correzione dell'argomento di latitudine****	2x16*	radianti
$C_{rc}, C_{rs}$	Coefficienti di correzione della distanza geocentrica	2x16*	metri
$C_{ic}, C_{is}$	Coefficienti di correzione dell'inclinazione	2x16*	radianti
$t_{0e}$	Epoca di riferimento delle effemeridi	14	secondi

\* Indica che il bit più significativo (MSB) occupa il segno (+ o -) del valore.

\*\* Il semiciclo non è un'unità di misura del SI, ma corrisponde ad  $\pi$  rad.

\*\*\*  $\Omega_0$  è la longitudine del nodo ascendente del piano orbitale all'epoca della settimana propagata al tempo di riferimento delle effemeridi  $t_{0e}$  relativa alla velocità di cambiamento dell'ascensione retta.

Tabella 1.6: Effemeridi broadcast di Galileo.

### Clock e correzioni

Il Galileo System Time viene dato attraverso un numero binario a 32 bit composto dai seguenti due parametri:

1. Il numero della settimana a partire dalla settimana zero del GST. Per questo valore sono necessari 12 bit, che coprono 4096 settimane (circa 78 anni). Concluse le settimane a disposizione il, valore verrà resettato a zero;
2. Il Time of Week, definito come il numero di secondi della settimana corrente. Esso copre un'intera settimana, da 0 a 604799 secondi e viene posto a zero all'inizio di ogni settimana.

I parametri per correggere il clock sono trasmessi, per un totale di 72 bit, secondo la tabella 1.7.

Parametro	Definizione	Bit	Unità
$t_{0C}$	Tempo della settimana a cui si riferisce la correzione	14	s
$a_{f0}$	Coefficiente di correzione del clock bias del satellite	31*	s
$a_{f1}$	Coefficiente di correzione del clock drift del satellite	21*	s/s
$a_{f2}$	Coefficiente di correzione del clock drift rade del satellite	6*	s/s <sup>2</sup>

\* Indica che il bit più significativo (MSB) occupa il segno (+ o -) del valore.

Tabella 1.7: Parametri di correzione del clock.

Ciascun satellite Galileo trasmette le proprie correzioni del clock per tutti i segnali, in quanto il clock è funzione della combinazione ionofree in uso (I/NAV o

F/NAV). Come indicato dalla tabella 1.8, va distinto il modello del clock a seconda del tipo di servizio applicato.

Tipo di messaggi	Modello del clock $X=(f_1, f_2)$	Parametri	Servizi
F/NAV	(E1, E5a)	$a_{f_0}(E1, E5a)$ $a_{f_1}(E1, E5a)$ $a_{f_2}(E1, E5a)$ $t_{0C}(E1, E5a)$	Doppia frequenza (E1, E5a) Frequenza singola E5a
I/NAV	(E1, E5b)	$a_{f_0}(E1, E5b)$ $a_{f_1}(E1, E5b)$ $a_{f_2}(E1, E5b)$ $t_{0C}(E1, E5b)$	Doppia frequenza (E1, E5b) Frequenza singola E5b Frequenza singola E1

Tabella 1.8: Tipologia di correzione del clock per Galileo

L'offset predetto tra il tempo di trasmissione (TOT) del segnale del satellite rispetto al tempo GTS può essere calcolato per un ricevitore che opera in doppia frequenza considerando l'equazione:

$$TOT_C(X) = TOT_m(X) - \Delta t_{SV}(X) \quad (1.3)$$

dove con  $X = (f_1, f_2)$  si intende la combinazione in doppia frequenza usata dal modello del clock,  $TOT_C(X)$  è il tempo di trasmissione corretto in GST per la combinazione di segnali scelta, il  $TOT_m(X)$  è il tempo di trasmissione fisico del satellite, ottenuto attraverso misura di pseudorange, ed infine  $\Delta t_{SV}$  è la correzione temporale del satellite per la combinazione scelta e calcolato tramite le correzioni contenute nel messaggio di navigazione.

Come noto, la correzione temporale (in secondi) del satellite viene modellata attraverso un polinomio del secondo ordine nella forma

$$\Delta t_{SV}(X) = a_{f_0}(X) + a_{f_1}(X)[t - t_{0C}(X)] + a_{f_2}(X)[t - t_{0C}(X)]^2 + \Delta t_r \quad (1.4)$$

Per  $\Delta t_r = F e a^{1/2} \sin(E)$  si intende la correzione relativistica, dove

$$F = -2\mu^{1/2}/c^2 = -4.442807309 \cdot 10^{-10} s/m^{1/2} \quad (1.5)$$

### BGD, correzione ionosferica e scale temporali

Tra gli altri termini che appaiono nel messaggio di navigazione, necessari per effettuare eventuali correzioni, vi è il Broadcast Group Delay (BGD), funzione delle due frequenze portanti della combinazione scelta. Detti  $TR_1$  e  $TR_2$  i ritardi di gruppo rispettivamente della frequenza  $f_1$  e frequenza  $f_2$ , il BGD per la combinazione

si calcola attraverso la seguente equazione:

$$BGD(f_1, f_2) = \frac{TR_1 - TR_2}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \quad (1.6)$$

Un ricevitore che funziona a doppia frequenza non ha bisogno di correggere ulteriormente il clock  $\Delta t_{SV}$ , mentre un ricevitore a singola frequenza deve considerare il valore del BGD secondo l'equazione 1.7 o 1.8, rispettivamente se processa pseudorange derivati dalla frequenza  $f_1$  o  $f_2$ .

$$\Delta t_{SV}(f_1) = \Delta t_{SV}(f_1, f_2) - BGD(f_1, f_2) \quad (1.7)$$

$$\Delta t_{SV}(f_2) = \Delta t_{SV}(f_1, f_2) - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 BGD(f_1, f_2) \quad (1.8)$$

Ciascun satellite Galileo trasmette il suo BGD per entrambe le combinazioni E1-E5a e E1-E5b, in secondi, codificato in 10 bit.

Tipo di Messaggio	Tipo di Clock	BGD( $f_1, f_2$ )	Servizi
F/NAV	(E1,E5a)	BGD(E1,E5a)	Singola frequenza E5a
I/NAV	(E1,E5b)	BGD(E1,E5b)	Singola frequenza E1 Singola frequenza E5b

Tabella 1.9: Uso del Broadcast Group Delay in funzione della frequenza in uso.

Per quanto riguarda i parametri del modello ionosferico, essi sono rappresentati in tabella 1.10, ed includono i coefficienti  $a_{i0}$ ,  $a_{i1}$  e  $a_{i2}$ , usati per calcolare il livello di ionizzazione effettiva  $A_z$  e un valore di disturbo ionosferico detto "storm flag", dato per cinque diverse regioni. I primi tre coefficienti sono dati in funzione dell'unità di flusso solare, sfu, dove 1 sfu corrisponde a  $10^{-22}$  W/(m<sup>2</sup>Hz). In totale, i bit per la correzione ionosferica sono 41.

Parametro	Definizione	Bit	Unità
$a_{i0}$	Parametro di 1°lv di ionizzazione effettiva	11	sfu
$a_{i1}$	Parametro di 2°lv di ionizzazione effettiva	11*	sfu/deg
$a_{i2}$	Parametro di 3°lv di ionizzazione effettiva	14*	sfu/deg <sup>2</sup>
SF <sub>1</sub>	Storm Flag per la regione 1	1	
SF <sub>2</sub>	Storm Flag per la regione 2	1	
SF <sub>3</sub>	Storm Flag per la regione 3	1	
SF <sub>4</sub>	Storm Flag per la regione 4	1	
SF <sub>5</sub>	Storm Flag per la regione 5	1	

\* Indica che il bit più significativo (MSB) occupa il segno (+ o -) del valore.

Tabella 1.10: Parametri per la correzione ionosferica

Definito con MODIP la Modified Dip Latitude del luogo in cui si trova l'utente, ed espressa in gradi, il livello di ionizzazione effettivo  $Az$  viene calcolato attraverso i tre coefficienti ionosferici secondo l'equazione 1.9.

$$Az = a_{i0} + a_{i1}MODIP + a_{i2}(MODIP)^2 \quad (1.9)$$

Infine, la definizione delle cinque regioni menzionate in tabella 1.10 avviene in base alla latitudine:

- Regione 1  $60^\circ < MODIP \leq 90^\circ$ ;
- Regione 2  $30^\circ < MODIP \leq 60^\circ$ ;
- Regione 3  $-30^\circ \leq MODIP \leq 30^\circ$ ;
- Regione 4  $-60^\circ \leq MODIP < -30^\circ$ ;
- Regione 5  $-90^\circ \leq MODIP < -60^\circ$ .

Per la conversione GST-UTC (dal Galileo Standard Time al tempo civile), essa è possibile attraverso l'uso di più parametri sempre trasmessi dal messaggio di navigazione. La modalità di conversione avviene tramite tre diversi casi, in quanto dipende dall'epoca in cui è stato aggiunto un eventuale secondo intercalare. Viene definito con DN (Day Number) il giorno alla fine del quale diviene effettiva la correzione del nuovo Leap Second, relativo alla settimana  $WN_{LSF}$ . Il tempo GST calcolato attraverso l'algoritmo del tempo GST dall'utente, relativo alla settimana WN, viene definito con  $t_E$ . I valori necessari sono mostrati, con le rispettive unità e numero di bit occupati (in totale 99 bit), in tabella 1.11.

Parametri	Definizione	Bit	Unità
$A_0$	Termine costante del polinomio	32*	s
$A_1$	Termine del primo ordine	24*	s/s
$\Delta t_{LS}$	Somma dei Leap Second prima della correzione	8*	s
$t_{0t}$	Tempo della settimana UTC	8	s
$WN_{0t}$	Numero di settimana UTC	8	week
$WN_{LSF}$	Settimana in cui avviene la correzione	8	week
DN	Giorno di $WN_{LSF}$ in cui avviene la correzione	3**	day
$\Delta t_{LSF}$	somma dei leap second dopo la correzione	8*	s

\* Indica che il bit più significativo (MSB) occupa il segno (+ o -) del valore.

\*\* DN va da 1 (Domenica) a 7 (Sabato)

Tabella 1.11: Parametri per la conversione GST-UTC

Se l'epoca presente dell'utente non cade all'interno di un intervallo di più o meno sei ore rispetto al momento in cui il secondo intercalare, indicato dal giorno

Parametri	Definizione	Bit	Unità
$A_{0G}$	termine costante per l'offset $\Delta t_{\text{Systems}}$	16*	s
$A_{1G}$	termine di prim'ordine di $\Delta t_{\text{Systems}}$	12*	s/s
$t_{0G}$	tempo di riferimento della conversione	8	s
$WN_{0G}$	settimana di riferimento della conversione	6	week

\* Indica che il bit più significativo (MSB) occupa il segno (+ o -) del valore.

Tabella 1.12: Parametri di conversione GPS-GST.

DN relativo alla settimana  $WN_{LSF}$ , diviene effettivo, e la correzione non è ancora avvenuta, allora è possibile calcolare il  $t_{UTC}$  attraverso la seguente equazione:

$$\begin{aligned}\Delta t_{UTC} &= \Delta t_{LS} + A_0 + A_1(t_E - t_{0t} + 604800(WN - WN_{0t})) \\ t_{UTC} &= (t_E - \Delta t_{UTC})[Modulo86400]\end{aligned}\quad (1.10)$$

Se l'epoca presente dell'utente non cade all'interno di un intervallo di più o meno sei ore rispetto al momento in cui il secondo intercalare, indicato dal giorno DN relativo alla settimana  $WN_{LSF}$ , diviene effettivo, ma la correzione è già avvenuta nel passato, allora posso calcolare  $t_{UTC}$  attraverso il seguente algoritmo:

$$\begin{aligned}\Delta t_{UTC} &= \Delta t_{LSF} + A_0 + A_1(t_E - t_{0t} + 604800(WN - WN_{0t})) \\ t_{UTC} &= (t_E - \Delta t_{UTC})[Modulo86400]\end{aligned}\quad (1.11)$$

Infine, se l'epoca presente dell'utente cade all'interno dell'intervallo definito precedentemente, posso calcolare  $t_{UTC}$  secondo:

$$\begin{aligned}W &= (t_E - \Delta t_{UTC} - 43200)[Modulo86400] + 43200 \\ t_{UTC} &= W[Modulo(86400 + \Delta t_{LSF} - \Delta t_{LS})]\end{aligned}\quad (1.12)$$

Meno onerosa risulta, invece, la conversione GPS-GST, in quanto si tratta di due scale continue che scorrono parallelamente. La differenza tra le due scale viene espressa, in secondi, secondo l'equazione 1.13.

$$\Delta t_{\text{Systems}} = t_{Gal} - t_{GPS} = A_{0G} + A_{1G}[TOW - t_{0G} + 604800(WN - WN_{0G})] \quad (1.13)$$

I cui parametri sono trasmessi dal messaggio di navigazione (per un totale di 42 bit) e riportati in tabella 1.12.

### Parametri di Servizio

Primo fra i parametri di servizio va menzionato il Satellite ID, identificato attraverso 6 bit. Esso può assumere i valori da 1 a 36, per il momento mentre i valori

successivi (37-63) sono lasciati per usi futuri.

I dati trasmessi dal messaggio di navigazione vengono raggruppati in blocchi, ciascuno identificato dal proprio Issue of Data. Esistono due diversi tipi di IOD: IOD<sub>nav</sub> (10 bit), relativo alle effemeridi, alle correzioni del clock e al SISA, e IOD<sub>a</sub> (4 bit) riferito ai dati di almanacco. Ciascun IOD è legato ad un parametro di tempo compreso all'interno del blocco dati. Il BGD, le correzioni ionosferiche, i parametri di conversione GST-UTC e GST-GPS, il DVS ed il SHS non vengono identificati da nessun valore di Issue of Data. Durante lo svolgimento nominale delle operazioni, i dati di navigazione hanno un periodo limitato di validità: l'utilità dello IOD permette di distinguere i dati ricevuti da ciascun satellite in blocchi, in quanto ognuno sarà caratterizzato da un valore di Issue of Data diverso. Per ottenere il Minimum Performance Level è necessario che un utente utilizzi parametri etichettati dallo stesso IOD e che usi le effemeridi più recenti. Non tutti i satelliti trasmetteranno, allo stesso tempo, parametri con lo stesso IOD, ed inoltre blocchi di dati più recenti non avranno necessariamente uno IOD più alto: l'unico confronto sulla base dello Issue of Data possibile, per i blocchi di un singolo satellite, è se esso sia o meno uguale.

La validità e l'affidabilità dei dati trasmessi attraverso il messaggio di navigazione vengono notificate con i due parametri precedentemente nominati: il DVS (Data Validity Status) ed il SHS (Signal Health Status). Il primo viene trasmesso su ciascuna delle tre frequenze destinate all'Open Service, ed occupa 1 bit. Se il bit è posto a zero significa che i dati di navigazione sono validi, se 1 si incorre nella flag "Working without guarantee". Due bit, invece, sono necessari per definire il SHS, il cui significato (convertito in valori decimali) è espresso in tabella 1.13. Esso è disponibile sia per le effemeridi che per i dati di almanacco.

Signal Health Status	Definizione
0	Segnale ok
1	Segnale fuori servizio
2	Segnale che sarà fuori servizio
3	Segnale attualmente in test

Tabella 1.13: Definizione dei valori del Signal Health Status.

L'ultimo parametro di servizio trasmesso è la Signal-In-Space Accuracy (SISA), che definisce una stima, all'interno di tutte le aree coperte dal satellite, delle accuratezze disponibili. Essa è disponibile per le due combinazioni E1-E5a e E1-E5b occupando 8 bit all'interno del messaggio di navigazione. In tabella 1.14 è mostrato il significato dei differenti valori che la SISA può assumere.

Insieme, i valori del Signal-In-Space Accuracy, il Signal Health Status e il Da-

Indice del SISA	Valori del SISA
0 - 49	da 0 cm a 49 cm con 1 cm di risoluzione
50 - 74	da 50 cm a 0.98 m con 2 cm di risoluzione
75 - 99	da 1 m a 2 m con 4 cm di risoluzione
100 - 125	da 2 m a 6 m con 16 cm di risoluzione
126 - 254	spare
255	NAPA (No Accuracy Prediction Available)

Tabella 1.14: Definizione dei valori del Signal-In-Space Accuracy.

ta Validity Status definiscono la Signal-In-Space Status Flag, che indica lo stato generale di ogni segnale Galileo ricevuto.

### Dati di almanacco

I dati di almanacco vengono trasmessi in modo da permettere una prima identificazione della posizione (approssimativa) dei satelliti in cielo. I valori forniti sono mostrati in tabella 1.15. Tale tipologia di dati inviati sono di inferiore entità, ai quali vengono però assicurate delle correzioni ridotte e lo SHS. A questi viene aggiunto l'analogo del Time of Ephemeris, il  $t_{0a}$ , epoca a cui sono riferiti i parametri dell'almanacco, a sua volta legato alla settimana di riferimento  $WN_a$ . In totale le dimensioni (in bit) per il messaggio F/NAV sono di 131 bit, 133 per l'I/NAV in quando viene trasmesso lo SHS per due i due segnali E5b ed E1-B/C. Ulteriori 16 bit (che comprendono  $IOD_a$ ,  $t_{0a}$  e  $WN_a$ ) sono necessari per definire l'epoca di riferimento del set di dati.

## 1.4 Il Rinex di Navigazione

In questo paragrafo si intende descrivere come quanto appena esposto sia identificabile all'interno del messaggio di navigazione in formato Rinex. Il Rinex (Receiver Independent Exchange Format) è un formato nato per lo scambio chiaro e pulito di dati GPS indipendentemente dal ricevitore. Nato già nel 1989, da W. Gurtner dell'Istituto Astronomico dell'Università di Berna (Svizzera), attualmente e dopo svariate migliorie e modifiche, si è giunti alla versione 3.03. Dalla versione 3.0, oltre a GPS e GLONASS, sono supportate anche altre costellazioni come Galileo, Beidou e gli SBAS. I valori sono scritti in formato ASCII, e i due prodotti più utilizzati sono il Rinex di osservazioni (che contiene gli pseudorange e le misure di fase e doppler nelle varie frequenze disponibili per tutti i satelliti in vista a quell'epoca) ed il Rinex di navigazione (che contiene i blocchi di effemeridi). Il Rinex di osservazione inizia con un header nel quale vengono descritte informazioni sul ricevitore e l'antenna,

Parametro	Definizione	Bit	Unità
SVID	Numero identificativo Satellite	6	
$\Delta(a^{1/2})$	Differenza tra la radice del semiasse maggiore attuale e quello nominale	13*	$m^{1/2}$
e	Eccentricità	11	
$\delta_i$	Inclinazione attuale rispetto $i_0$	11*	semicicli**
$\Omega_0$	Longitudine del nodo ascendente***	16*	semicicli**
$\dot{\Omega}$	Variatione dell'ascensione retta	11*	semicicli**
$\omega$	Argomento di perigeo	16*	semicicli**
$M_0$	Anomalia media all'epoca attuale	16*	semicicli**
$a_{f0}$	Correzione del clock ordine zero	16*	s
$a_{f1}$	Correzione del clock di prim'ordine	13*	s/s
E5a <sub>HHS</sub>	Health Status nel segnale E5a	2	
E5b <sub>HHS</sub>	Health Status nel segnale E5b	2	
E1-B <sub>HHS</sub>	Health Status nel segnale E1-B/C	2	
IOD <sub>a</sub>	Issue of Data dell'almanacco	4	
$t_{0a}$	Epoca di riferimento	10	s
WN <sub>a</sub>	Settimana di riferimento	2	week

\* Indica che il bit più significativo (MSB) occupa il segno (+ o -) del valore.

\*\* Il semiciclo non è un'unità di misura del SI, ma corrisponde ad  $\pi$  rad.

\*\*\*  $\Omega_0$  è la longitudine del nodo ascendente del piano orbitale all'epoca della settimana propagata al tempo di riferimento delle effemeridi  $t_{0a}$  relativa alla velocità di cambiamento dell'ascensione retta.

Tabella 1.15: Parametri di almanacco trasmessi nel messaggio di navigazione.

cioè il tipo, numero di serie, coordinate a priori etc., seguito da blocchi ordinati per epoche successive (generalmente ogni 30 secondi) contenenti i dati di ogni satellite in vista. Ogni epoca inizia con il carattere ">", ogni record di osservazione con la lettera che indica il tipo di costellazione (G per GPS, E per Galileo etc.) seguito da due numeri per identificare il satellite. La struttura con la quale si presenta un file di osservazione è, ad esempio, PADO1230.16O. I primi quattro caratteri indicano la stazione di riferimento (in questo caso Padova, PADO), a cui seguono tre numeri che indicano il giorno dell'anno (da 001 a 366). Il successivo carattere 0 indica che si tratta di un file giornaliero: sono possibili anche file orari, caratterizzati dalla lettera (A-X) che corrisponde all'ora UTC di inizio. Per ultime, due cifre indicano l'anno e sono seguite dal carattere "O" per dire che si tratta di un file di osservazione.

In modo analogo a quanto accade per il Rinex di osservazione, anche il Rinex di navigazione inizia con un header, seguito a sua volta da tutti i blocchi di effemeridi di tutti i satelliti operativi in quella giornata. Qui, i valori sono scritti in notazione virgola mobile, tutti nello stesso formato ma con un numero di record diverso a seconda della costellazione di appartenenza. Ogni grandezza temporale è data nella rispettiva scala dei tempi. Nel messaggio di navigazione Galileo vi sono dei valori che sono funzione dell'origine del messaggio stesso (I/NAV o F/NAV). I parametri del clock, ad esempio, sono definiti in funzione della combinazione iono-free che si

intende usare, e di conseguenza il messaggio F/NAV riporterà il modello del clock per la combinazione E1-E5a, l'I/NAV quello per la combinazione E1-E5b. La tabella 1.16 mostra un esempio di effemeride Galileo, in cui viene mostrato record per record la natura del valore e la sua unità di misura.

E11 2016 02 06 00 00 00	4.371703835204e-05	1.098499069485e-11	0.000000000000e+00
9.600000000000e+01	-2.200625000000e+02	2.703684047864e-09	2.978751919900e+00
-1.025386154652e-05	2.446665894240e-04	8.586794137955e-06	5.440631547928e+03
5.184000000000e+05	4.470348358154e-08	-7.660817652834e-01	-2.607703208923e-08
9.680419305120e-01	1.615625000000e+02	-7.052950467583e-01	-5.518086993329e-09
-3.285851154604e-10	5.130000000000e+02	1.882000000000e+03	
1.070000000000e+02	0.000000000000e+00	-1.769512891769e-08	-1.932494342327e-08
5.190850000000e+05			
E# e ToC	$a_{f0}$ [s]	$a_{f1}$ [s/s]	$a_{f2}$ [s/s <sup>2</sup> ]
IOD <sub>nav</sub>	$C_{rs}$ [m]	$\Delta$ [rad/s]	$M_0$ [rad]
$C_{uc}$ [rad]	$e$	$C_{us}$ [rad]	$a^{1/2}$ [m <sup>1/2</sup> ]
ToE [s]	$C_{ic}$ [rad]	$\Omega_0$ [rad]	$C_{is}$ [rad]
$i_0$ [rad]	$C_{rc}$ [m]	$\omega$ [rad]	$\Omega$ [rad/s]
$\dot{i}$ [rad/s]	Data Source	Gal Week#	spare
SISA [m]	SV health	BGD(E5a/E1) [s]	BGD(E5b/E1) [s]
#s in GW	spare	spare	spare

Tabella 1.16: Descrizione dei valori in un'effemeride broadcast Galileo nel formato Rinex di navigazione.

Il primo record riporta il numero di satellite (SV), preceduto dalla lettera "E" per indicare che si tratta di un satellite della costellazione Galileo, l'epoca (il Time of Clock, nella forma anno-mese-giorno-ore-minuti-secondi) ed infine i tre parametri per la correzione del clock. Come descritto in precedenza, per il calcolo del Satellite Clock Bias è necessario riferirsi a questa dicitura del clock, che non necessariamente coincide con il Time of Ephemeris. Nei record successivi vengono definiti i 16 parametri delle effemeridi necessari per il calcolo della posizione ECEF del satellite stesso, tutti riferiti ad un singolo Issue of Data riportato nella seconda riga. Da notare come, nel Rinex di navigazione, i valori degli angoli siano già stati convertiti in radianti, e non espressi in semicicli. Il termine Data Source, nel quinto record, definisce l'origine del messaggio. Esso va innanzitutto convertito in formato binario, e a seconda di quali bit sono settati (cioè posti ad 1), indica di quale tipologia di effemeride si tratti. Valori tipici riscontrati sono 513, 258 e 517, che convertiti in binario risultano essere rispettivamente 1000000001, 100000010 e 1000000101 e cioè effemeridi I/NAV E1-B, F/NAV E5a-I o I/NAV E5b-I. I bit 3 e 4 sono riservati per un uso interno di Galileo, mentre i bit settati 8 o 9 indicano se i valori di  $a_{f0}$ ,  $a_{f1}$ ,  $a_{f2}$ , il ToC e la SISA si riferiscono alla combinazione E5a-E1 (bit 8 settato) oppure alla E5b-E1 (bit 9 settato). La tabella 1.17 riassume quanto appena esposto.

Una simile conversione da notazione in virgola mobile a numero intero ed infine a numero binario va eseguita per il parametro SV health nel sesto record, preceduto

Bit settato	Origine	Esempio numerico
0	I/NAV E1-B	513 → 100000000 <b>1</b>
1	F/NAV E5a-I	258 → 1000000 <b>10</b>
2	I/NAV E5b-I	517 → 1000000 <b>101</b>
8	Clock model E1-E5a	513 → <b>1000000001</b>
9	Clock model E1-E5b	258 → <b>100000010</b>

Tabella 1.17: Descrizione dei bit settati in Data Source.

dai due Broadcast Group Delay per le due combinazioni. Esso esprime i valori di Signal Health Status (SHS) e di Data Validity Status (DVS) di tutti i possibili segnali dell'Open Service:

- Bit 0 indica il DVS di E1B;
- Bit 1-2 indicano lo HS di E1B;
- Bit 3 indica il DVS di E5a;
- Bit 4-5 indicano lo HS di E5a;
- Bit 6 indica il DVS di E1B;
- Bit 7-8 indicano lo HS di E5b;



## Capitolo 2

# Lo Pseudorange

Il principio sul quale si basa il posizionamento tramite GNSS è quello della trilaterazione, analogo alla triangolazione ma basato su misure di distanza, il così detto "range", anziché angolari. Tale distanza tra un satellite e l'osservatore viene desunta moltiplicando l'intervallo di tempo trascorso tra la trasmissione e la ricezione di un segnale elettromagnetico  $\Delta t$  per la velocità della luce  $c$ . Il segnale si propaga dal centro di fase dell'antenna del satellite, dal quale viene emesso all'epoca  $t_e$  (tempo di emissione) e giunge al centro di fase del ricevitore all'epoca di ricezione  $t_r$ . Qualora le due scale temporali tra satellite e ricevitore fossero sincronizzate, e non vi fossero altre fonti di errore, il termine  $\rho = c(t_r - t_e) = c\Delta t$  rappresenterebbe la distanza effettiva (il range) tra satellite e ricevitore. Dal punto di vista geometrico il range può essere visto come il raggio di una sfera centrata nel satellite stesso: sarebbero quindi necessarie tre sole misure di range, e quindi tre soli satelliti, per individuare univocamente la posizione dell'osservatore sulla superficie terrestre nelle tre incognite geocentriche  $(x,y,z)$  o in termini di latitudine, longitudine e quota  $(\lambda,\phi,h)$ .

In realtà ciò non è sufficiente ed occorrono almeno quattro satelliti per portare a buon fine il posizionamento. La sincronizzazione tra gli orologi a bordo dei satelliti e quelli del ricevitore non è, di fatto, possibile. A bordo dei satelliti vi sono oscillatori atomici che garantiscono stabilità giornaliera estremamente elevate ( $\Delta f/f \simeq 10^{-13/-14}$ ), ma che tuttavia portano ad un accumulo di un offset temporale continuamente stimato e ad essi trasmesso dalle stazioni di controllo (il Ground Segment) di ciascuna costellazione. I ricevitori, invece, montano orologi al quarzo molto più economici e con una stabilità di circa  $10^{-9}$ . Per ovviare questo problema viene aggiunta un'ulteriore incognita nel sistema di equazioni, il clock offset del ricevitore, portando a quattro il numero minimo di satelliti necessari per il posizionamento (comunemente chiamato "fit"). Questo offset porta ad un'errata misurazione della distanza e alla necessità di riferirsi a tale misura come allo pseudorange  $pr = \rho + \Delta\rho$ .

Vi sono, poi, altri termini che affettano la misura, dovuti alla propagazione del

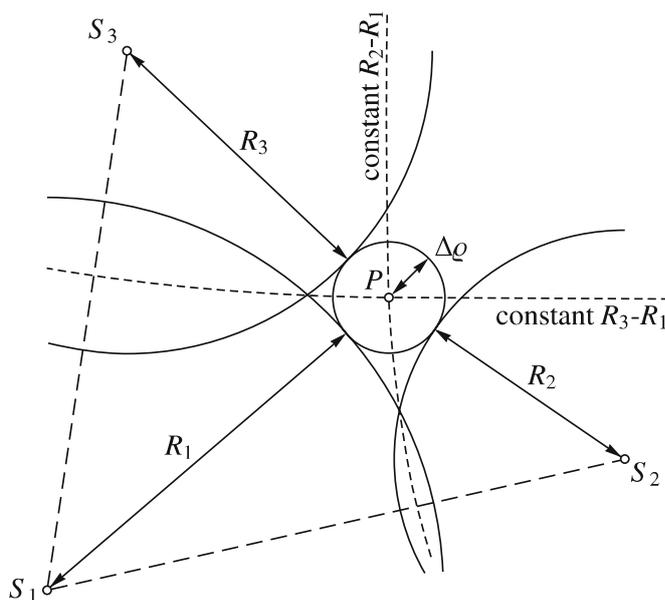


Figura 2.1: Rappresentazione geometrica dello pseudorange in due dimensioni.

segnare attraverso l'atmosfera (ritardo troposferico e ionosferico), alle componenti relativistiche, al multipath e ad altri rumori strumentali. Tenendo in considerazione tutti questi termini, l'equazione dello pseudorange può essere descritta come

$$pr = \rho + c(\delta t_r - \delta t_s) + \Delta_{Tropo} + \Delta_{Iono} + \Delta_{multipath} + \Delta_{noise} \quad (2.1)$$

Il range geometrico  $\rho$  viene calcolato riferendosi ai centri di fase (APC) delle rispettive antenne, anch'esse dipendente dalla frequenza. Tralasciando questo effetto, però, tale distanza viene calcolata conoscendo le posizioni geocentriche del satellite (note perché calcolate attraverso le effemeridi trasmesse nel messaggio di navigazione) e approssimando quelle dell'osservatore. I termini  $\delta t_r$  e  $\delta t_s$  indicano i clock offset rispettivamente del ricevitore e del satellite rispetto alla scala dei tempi del sistema GNSS in questione.

La bontà del calcolo della posizione può essere racchiusa in tre principali punti:

- L'accuratezza delle effemeridi, necessarie per la ricostruzione dell'orbita del satellite e quindi la posizione reale all'istante di trasmissione.
- L'accuratezza sulla misura dello pseudorange, affetto non solo dall'offset temporale del ricevitore ma anche dal ritardo ionosferico, troposferico e multipath.

- La geometria del sistema, cioè come i satelliti in vista sono disposti nello spazio sovrastante. Ciò viene valutato attraverso un parametro detto DOP, Dilution of Precision.

Affinché un ricevitore sia in grado di calcolare il tempo di volo, ogni segnale GNSS contiene un codice che permette la misura della distanza (ranging code). Il tempo  $\Delta t$  viene determinando correlando il segnale ricevuto con uno replicato generato dal ricevitore stesso. Questo messaggio viene spostato nel tempo fino ad ottenere una correlazione massimale. Un secondo modo per misurare la distanza satellite-ricevitore è quello di sfruttare misure di fase della portante. Esse sono molto più precise rispetto alle misure di codice, a meno dell'ambiguità data da un numero intero (incognito) di lunghezze d'onda ( $\lambda N$ ), valore che cambia ogni volta che il ricevitore aggancia il segnale. Di seguito verranno considerate le sole misure tramite codice, ma nulla vieta di estendere le stesse considerazioni per le misure di fase.

## 2.1 Metodo della linearizzazione

Benché siano sufficienti quattro soli satelliti in vista, un numero aumentato di equazioni permette di avere una stima più accurata sulla posizione dell'osservatore. In genere, sfruttando una sola costellazione (ad esempio il GPS), un minimo di 6 satelliti sono costantemente in vista, numero che aumenta se si considerano più sistemi GNSS. Per ogni sistema, d'altro canto, è necessario considerare l'offset temporale relativo alla costellazione. Per semplicità in questo paragrafo ci si limiterà ad illustrare il procedimento per un'unica costellazione, con  $n$  satelliti in vista e nelle sole quattro incognite  $(x,y,z,t)$ , dove gli unici elementi che vengono tenuti in considerazione nelle  $n$  equazioni dello pseudorange sono i termini geometrici ed il clock. Le equazioni in esame saranno dunque nella forma

$$pr_i(t) = \rho_i(t) + c\Delta t(t) \quad (2.2)$$

in cui  $\rho_i$  indica la distanza geometrica tra il satellite  $i$ -simo e il ricevitore ed il termine  $\Delta t(t)$  tiene conto dell'offset temporale sia del clock del ricevitore che di quello del satellite rispetto alla scala dei tempi del sistema. Quest'ultimo termine, infatti, può essere scisso in quanto la deriva del clock a bordo del satellite rispetto alla propria scala è noto e modellabile attraverso il polinomio di secondo grado espresso in equazione . L'equazione dello pseudorange può dunque essere riscritta nella seguente forma, in cui viene portato a sinistra il satellite clock bias  $\delta t_i$  e viene

esplicitata la componente del range geometrico  $\rho_i$ .

$$pr_i + c\delta t_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + c\delta t_r \quad (2.3)$$

I valori  $(x_i, y_i, z_i)$  si riferiscono alle coordinate ECEF del satellite  $i$ -simo, mentre il punto  $(x, y, z)$  indica la posizione incognita del ricevitore. In linea di principio le coordinate dell'utente sono, in prima approssimazione, abbastanza note (coordinate a priori) ma nulla vieta di iniziare il ciclo iterativo ponendosi all'origine del sistema di riferimento, cioè nel punto  $(0, 0, 0)$ . Il metodo prevede di sostituire alle tre incognite  $(x, y, z)$  nel range geometrico i rispettivi valori linearizzati in un intorno della posizione scelta a priori  $(x_o, y_o, z_o)$

$$x \longrightarrow x_o + \Delta x \quad y \longrightarrow y_o + \Delta y \quad z \longrightarrow z_o + \Delta z$$

I termini  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  fungono da nuove incognite, e rappresentano le correzioni da imporre alle coordinate a priori del ricevitore per raffinare il posizionamento. Essendo questi termini, in generale, piccoli rispetto a  $(x_o, y_o, z_o)$ , è possibile espandere in serie di Taylor il range geometrico:

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - x_o - \Delta x)^2 + (y_i - y_o - \Delta y)^2 + (z_i - z_o - \Delta z)^2} \quad (2.4)$$

che arrangiata porta a

$$\rho_i - \sqrt{(x_i - x_o)^2 + \dots + (z_i - z_o)^2} - \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{\dots} \Big|_{x=x_o} \Delta x - \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{\dots} \Big|_{y=y_o} \Delta y - \frac{\partial}{\partial z} \sqrt{\dots} \Big|_{z=z_o} \Delta z + o(\dots) = 0 \quad (2.5)$$

dove il secondo termine viene detto  $\rho_o$ , è detto residuo. Proseguendo con i calcoli si ricava

$$\rho_i - \rho_o - \left[ -\frac{(x_i - x_o)}{\rho_o} \Delta x - \frac{(y_i - y_o)}{\rho_o} \Delta y - \frac{(z_i - z_o)}{\rho_o} \Delta z \right] = 0 \quad (2.6)$$

in cui è possibile inserire la definizione delle derivate parziali espresse come

$$H_{xi} = -\frac{x_i - x_o}{\rho_o} \quad H_{yi} = -\frac{y_i - y_o}{\rho_o} \quad H_{zi} = -\frac{z_i - z_o}{\rho_o} \quad (2.7)$$

La sostituzione dell'equazione 2.6 in 2.3 permette di riscrivere quest'ultima nella forma esplicita

$$pr_i - \rho_o + c\delta t_i = H_{xi} \Delta x + H_{yi} \Delta y + H_{zi} \Delta z + c\delta t_r \quad (2.8)$$

Compattando i termini noti nel vettore  $\bar{Y}$  e le incognite nel vettore  $\bar{X}$ , è possibile

esprimere il sistema di equazioni nella forma  $\bar{Y} = H\bar{X}$  dove

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} pr_1 - \rho_{01} - c\delta t_{01} \\ \dots \\ pr_n - \rho_{0n} - c\delta t_{0n} \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} H_{x1} & H_{y1} & H_{z1} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{xn} & H_{yn} & H_{zn} & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{X} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \\ c\delta t_r \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Tale sistema rappresenta un modello linearizzato delle osservazioni, dove H è detta matrice delle mappature incognite, matrice disegno, di ottimizzazione o delle derivate parziali. L'espressione  $\bar{Y} = H\bar{X}$  viene anche detta sistema delle equazione della navigazione.

Se il sistema è di sole quattro incognite è sufficiente invertire la matrice H e risolvere per il vettore  $\bar{X}$ , che conterrà i termini da aggiungere o sottrarre alle coordinate prese a priori. A questo punto è possibile rieffettuare il calcolo con le nuove posizioni  $(x_o, y_o, z_o)$  e, di conseguenza, raffinare il posizionamento. Qualora vi fossero, però, più satelliti in vista, la matrice di design non è più quadrata e di conseguenza non è invertibile. Un metodo per ovviare questo problema è quello di fruttare i minimi quadrati, che oltre ad aumentare la precisione (in quanto vi sono più pseudorange disponibili), permette di risolvere il sistema sovradeterminato. Riscrivendo il sistema delle equazioni di navigazione aggiungendo il vettore degli errori da minimizzare  $\bar{\varepsilon}$  risulta

$$\bar{Y} = H\bar{X} + \bar{\varepsilon} \quad (2.10)$$

La condizione di minimo scarto quadratico medio viene espressa per mezzo del funzionale dell'equazione 2.3,  $J^2(\bar{X})$ , nel quale si è tenuto conto dell'errore  $\varepsilon_i$ :

$$J^2(X) = [\bar{Y} - H\bar{X}]^T [\bar{Y} - H\bar{X}] \quad (2.11)$$

Il vettore  $\bar{X}$  che minimizza il funzionale  $J^2(\bar{X})$  è ottenibile imponendo a zero le derivate parziali e risolvendo le equazioni algebriche che ne risultano, che condensate in un'espressione matriciale sono esprimibili attraverso l'equazione 2.12

$$H^T \bar{Y} = H^T H \bar{X} \quad (2.12)$$

Nell'ipotesi di  $H^T H$  invertibile è possibile risolvere per  $\bar{X}$ :

$$\bar{X} = [H^T H]^{-1} H^T \bar{Y} \quad (2.13)$$

Per quanto riguarda il calcolo dell'incertezza, la matrice di covarianza delle

incognite è esprimibile come

$$\bar{X}\bar{X}^T = [H^T H]^{-1} H^T \bar{Y}\bar{Y}^T H [H^T H]^{-1} = [H^T H]^{-1} \bar{Y}\bar{Y}^T \quad (2.14)$$

in cui si assume che la matrice di covarianza delle osservazioni sia diagonale, e cioè che tra loro le misure non si influenzino a vicenda. In termini puramente matematici ciò significa che

$$\bar{Y}\bar{Y}^T = \sigma_Y^2 [I] \quad (2.15)$$

in cui  $[I]$  esprime la matrice identità e  $\sigma_Y$  definisce la varianza delle misure, che a sua volta rappresenta un'unità di peso. L'analisi dei residui post fit permette di valutare le misure ed eventualmente assegnare varianze maggiori alle misure con maggior imprecisione prima di riefettuare la stima.

## 2.2 Calcolo delle effemeridi

Il ricevitore di ogni utente è in grado di calcolare le coordinate dei satelliti in vista attraverso il messaggio di navigazione trasmesso dai satelliti GNSS stessi. Esistono due diverse metodologie per calcolare tali posizioni. Per quanto riguarda il GPS, Galileo e BeiDou, l'orbita viene ricostruita a partire da 16 parametri quasi-kepleriani, regolarmente aggiornati dalle stazioni di terra. Essi consistono nei sei elementi orbitali, visibili in tabella 2.1, ai quali si aggiungo altri parametri che tengono in considerazione le perturbazioni come variazioni temporali di questi sei valori. Tali parametri consistono in tre velocità di variazioni lineari, tre coppie di coefficienti di correzioni sinusoidali ed il  $t_e$ , time of ephemeris, epoca di riferimento del blocco di effemeridi. Al posto di  $T_o$  è possibile utilizzare l'anomalia media che è ad esso legata tramite l'equazione

$$M(t) = n(t - T_o) \quad (2.16)$$

dove  $n$  è detto moto medio, espresso come il rapporto tra l'angolo giro  $2\pi$  (in radianti) e il periodo dell'orbita. In Appendice C viene mostrato l'algoritmo con il quale le coordinate (x,y,z) del satellite possono essere calcolate per tutti i sistemi che utilizzano il modello dell'ellisse kepleriano per la definizione dell'orbita.

La necessità di conoscere le posizioni dei satelliti con grande precisione forza l'utilizzo di modelli comprensivi di termini perturbativi. La classica equazione dell'orbita, ottenuta risolvendo il problema dei due corpi, va maggiorata a causa della presenza di forze esterne che provocano accelerazioni di disturbo  $\bar{a}_p$ , così da rendere i sei parametri orbitali funzione del tempo.

$$\ddot{\bar{r}} + \frac{\mu\bar{r}}{r^3} = \bar{a}_p \quad (2.17)$$

Nome	Descrizione
$\Omega$	ascensione retta del nodo ascendente
$i$	inclinazione del piano orbitale
$\omega$	argomento di perigeo
$a$	semiasse maggiore
$e$	eccentricità
$T_o$	epoca di passaggio al perigeo

Tabella 2.1: I sei parametri orbitali dell'ellisse kepleriano.

In questa seconda formulazione, l'equazione dell'orbita non è più risolvibile in forma chiusa. I termini che perturbano l'ellisse kepleriano possono essere suddivisi in due gruppi: le accelerazioni di natura gravitazionale (le armoniche superiori, le perturbazioni di terzo corpo, le forze di marea) e quelle di natura non gravitazionale (la pressione di radiazione solare, il drag atmosferico). Nel caso dei satelliti GNSS, che si trovano approssimativamente ad una quota di 20000 km, il drag atmosferico può essere trascurato rispetto alla più rilevante non sfericità della terra e all'attrazione lunisolare. Tuttavia la forma del satellite, irregolare, rende difficile la modellazione del disturbo causato dalla pressione di radiazione solare. Valori tipici sono, per un satellite MEO con periodo di circa 12 ore, disturbi  $a_p \simeq 10^{-9} \text{ m s}^{-2}$  che portano ad errori dell'ordine del metro dopo una rivoluzione.

Per quanto riguarda la costellazione GLONASS, invece, nel messaggio di navigazione sono contenute le tre posizioni, le tre velocità e le tre componenti di accelerazione lunisolare. La propagazione delle coordinate dei satelliti avviene per via numerica, come integrazione delle equazioni del moto attraverso il metodo di Runge-Kutta al quart'ordine. Affinché ciò sia possibile, è necessario definire un modello di potenziale terrestre  $U(x,y,z)$ , generalmente troncato al termine  $J_2$ , che insieme alle componenti di accelerazione lunisolare fanno da forzante per le tre equazioni che descrivono le componenti della velocità del vettore di stato. In altre parole, le equazioni da integrare sono sei equazioni differenziali ordinarie del prim'ordine ma accoppiate, espresse nel seguente modo:

$$\begin{aligned}
 \frac{dy_1}{dt} &= y_2 & \frac{dy_2}{dt} &= -\frac{\partial U}{\partial y_1} \\
 \frac{dy_3}{dt} &= y_4 & \frac{dy_4}{dt} &= -\frac{\partial U}{\partial y_3} \\
 \frac{dy_5}{dt} &= y_6 & \frac{dy_6}{dt} &= -\frac{\partial U}{\partial y_5}
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

dove  $(y_1, y_3, y_5)$  corrispondono alle posizioni  $(x, y, z)$ , e quindi definiscono il raggio  $r = \sqrt{y_1^2 + y_3^2 + y_5^2}$ , mentre  $(y_2, y_4, y_6)$  esprimono le componenti delle veloci-

tà  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ . L'equazione 2.19, invece, rappresenta l'espressione esplicita del gradiente del potenziale terrestre.

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial U}{\partial y_1} &= -\frac{\mu y_1}{r^3} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu a_e^2}{r^5} y_1 \left(1 - \frac{5y_5^2}{r^2}\right) + \omega_e^2 y_1 + 2\omega_e y_4 + \ddot{y}_{1LS} \\
-\frac{\partial U}{\partial y_3} &= -\frac{\mu y_3}{r^3} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu a_e^2}{r^5} y_3 \left(1 - \frac{5y_5^2}{r^2}\right) + \omega_e^2 y_3 - 2\omega_e y_2 + \ddot{y}_{3LS} \\
-\frac{\partial U}{\partial y_5} &= -\frac{\mu y_5}{r^3} + \frac{3}{2} J_2 \frac{\mu a_e^2}{r^5} y_5 \left(3 - \frac{5y_5^2}{r^2}\right) + \ddot{y}_{5LS}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Una seconda tipologia di effemeridi è fornita dalle sp3 o effemeridi precise. Esse contengono le posizioni ECEF, in chilometri, e il clock bias di ogni satellite in orbita per intervalli di 15 minuti. I valori delle epoche intermedie possono essere ottenuti interpolando i dati tramite un polinomio dell'ottavo ordine. Le effemeridi precise vengono pubblicate con un ritardo di circa due settimane da istituti quali IGS (International GNSS Service) ed offrono posizioni con incertezze inferiori ai 20 cm. Tuttavia, a causa di questo ritardo nella pubblicazione, esse si prestano solo al post processing.

## 2.3 Misura dello pseudorange e disturbi

Ogni ricevitore GNSS è in grado di processare i segnali provenienti dai satelliti nella banda L. Ciascun satellite, infatti, trasmette in modo continuo un segnale modulato con un codice digitale periodico (il codice pseudo-random, PRN-code), ulteriormente modulato con il messaggio di navigazione. Una volta acceso, il ricevitore inizia a scansionare in cerca di questi segnali radio che si propagano nello spazio, e tenta di sincronizzarsi con essi (fase di acquisizione). Una volta agganciato il segnale, il ricevitore demodula ed estrae le informazioni da esso trasportate (tracking). Il principio che permette queste due operazioni è la correlazione: il segnale in entrata viene confrontato con una replica del codice PRN nota a priori e diverso per ciascun satellite.

I codici pseudo-random sono caratterizzati da una successione di impulsi rettangolari che vengono accostati per mezzo di un Linear Feedback Shift Register (LFSR), cioè un registro a scorrimento i cui dati di ingresso sono prodotti da una funzione lineare. L'esempio di un impulso rettangolare è definito in figura 2.2, caratterizzato da un periodo  $T_c$  detto "chip length". La sequenza prodotta dal LFSR, essendo il numero di celle  $n$  finito, è periodica ma dato il lungo periodo sembra casuale (da cui il nome "pseudo-random"). Un numero maggiore di celle  $n$  allunga il codice e migliora la correlazione, la cui lunghezza massima è data da  $N_{max} = 2^n - 1$ . Non tutte le

sequenze, tuttavia, sono possibili in quanto vanno tenute in considerazione eventuali interferenze con gli altri segnali. Codici più lunghi sono caratterizzati da un'acquisizione più lenta, ma possono essere agganciati anche quando sono deboli. Definito con code rate l'inverso della chip length,  $R_c = 1/T_c$ , un alto  $R_c$  abbassa l'influenza del ritardo nei segnali, e aumenta l'accuratezza nella misura dello pseudorange. Tuttavia ciò richiede un maggior carico di dati da processare. Tipici code rate, noti anche come chipping rate, sono dell'ordine dei megachip per secondo (Mcps).

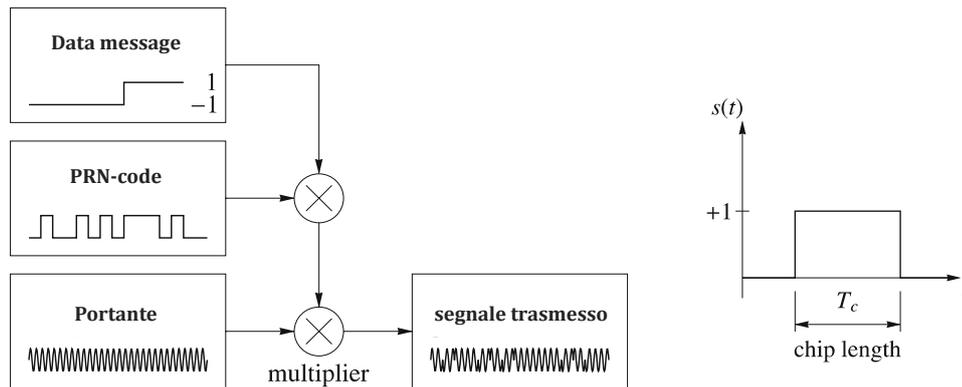


Figura 2.2: A sinistra: messaggio e PRN-code modulati sulla portante. A destra: rappresentazione di un chip.

Affinché ciò sia possibile, il ricevitore deve tener conto della frequenza della portante in entrata, del ritardo e dell'effetto Doppler. L'acquisizione consiste nella ricerca di tutte le possibili combinazioni di frequenze e offset temporali. Quando la replica locale e il segnale in arrivo sono allineati, allora è possibile effettuare l'autocorrelazione, il cui picco generato viene "inseguito" nel tempo, passando alla fase di tracking. Generalmente un ricevitore è costituito da più canali, dove ciascun canale aggancia un solo segnale e da questi viene dato in output lo pseudorange e le misure di fase, così come il messaggio di navigazione. Il segnale generato viene shiftato temporalmente, anticipando o ritardando rispetto un valore nominale per determinare il picco della funzione di correlazione, e quindi il tempo di arrivo del pacchetto d'onde. La tabella 2.2 riassume la lunghezza del codice per i segnali dell'Open Service di Galileo ed il loro chipping rate.

Al di là dell'accuratezza delle effemeridi, degli offset nelle scale temporali e dei rumori di natura tecnologica, le grandezze che più affettano la misura dello pseudorange sono la presenza dell'atmosfera ed il multipath. Gli effetti che l'atmosfera impartisce ad un segnale che si propaga da un satellite ad un ricevitore vanno sotto il nome di ritardo troposferico e ritardo ionosferico. Con il primo termine si intende il ritardo causato dall'attraversamento della componente neutra dell'atmosfera (cioè la troposfera, che si estende fino a circa 50 km di quota, e la stratosfera), che causa una

Componente del segnale	Code Length [ms]	Chipping Rate [Mcps]
E1-B	4	1.023
E1-C	100	1.023
E5a-I	20	10.23
E5a-Q	100	10.23
E5b-I	4	10.23
E5b-Q	100	10.23

Tabella 2.2: Riassunto dei valori del periodo di ripetizione del codice e del chipping rate per i segnali dell'OS di Galileo.

rifrazione dell'onda secondo la legge di Snell. L'indice di rifrazione della troposfera è funzione della temperatura, della pressione e dell'umidità, ma non della frequenza del segnale che l'attraversa in quanto essa risulta essere un mezzo non dispersivo per frequenze dell'ordine dei 30 GHz. Generalmente si distingue tra componente umida e componente secca, che incidono rispettivamente di circa il 10% e il 90% del ritardo totale, e ciò è un bene in quanto la parte umida risulta complessa da modellare. La presenza di piogge, nebbia o nubi non incide significativamente sulle trasmissioni in banda L, rendendo il sistema GNSS applicabile in ogni condizione meteorologica. Ciò non vale, invece, per le trasmissioni in banda C.

Con ionosfera si intende la componente elettricamente carica dell'atmosfera, mediamente neutra ma caratterizzata da elettroni e ioni positivi scissi dalle radiazioni elettromagnetiche altamente energetiche che colpiscono le molecole. La ionosfera viene suddivisa in più strati, generalmente indicati con strato D (50-90 km), E (90-150 km) e F(150-1000 km), il più elettronicamente denso. Il livello di ionizzazione (densità elettronica) non è costante, ma varia in funzione del ciclo solare e dell'ora giornaliera: basso nelle prime ore del giorno, in quanto gli ioni vengono riassorbiti, presenta un picco leggermente sfasato rispetto al mezzogiorno di circa due ore. L'indice di rifrazione, scritto in funzione della costante dielettrica  $\epsilon$  e della permeabilità magnetica  $\mu$ ,  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ , mostra la sua proporzionalità alla frequenza dell'onda incidente in quanto

$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (2.20)$$

dove  $\omega_p^2$  è la frequenza del plasma, circa 50 - 60 MHz, a sua volta funzione della densità elettronica  $N_e$  (numero di elettroni al metro cubo). Per segnali di frequenza inferiore a  $\omega_p^2$  la costante dielettrica diventa negativa, e l'indice di rifrazione immaginario, causando una completa riflessione.

La ionosfera agisce anche sulla velocità di gruppo e di fase dell'onda, ritardando la prima e anticipando la seconda. In ogni momento, tuttavia, il prodotto delle due deve dare  $c^2$ . L'entità di questo ritardo/anticipo è legato alla frequenza secondo

l'espressione 2.21,

$$\partial t = \frac{a}{f^2} \quad (2.21)$$

in cui  $a$  è funzione del numero di elettroni liberi incontrati lungo il tragitto dell'onda. Definito con TEC il contenuto colonnare di elettroni, (Total Election Content)

$$TEC = \int N_e ds \quad (2.22)$$

con  $ds$  cammino percorso dal segnale, è possibile ricostruire la concentrazione di elettroni lungo lo zenit locale effettuando la misura su di un segnale modulato su due portanti ben spaziate attraverso

$$pr(f) = pr_\infty + c \frac{a}{f^2} = pr_\infty + \frac{40.3TEC}{\cos z' f^2} \quad (2.23)$$

dove  $pr_\infty$  definisce lo pseudorange calcolato in condizioni di ionosfera trasparente e  $z'$  è legato all'angolo zenitale del punto di osservazione. Valori tipici per il TEC sono  $10^{16}$ - $10^{18}$  elettroni al metro quadro. Con due misure,  $pr(f_1)$  e  $pr(f_2)$ , è possibile risolvere il sistema nelle due incognite  $pr_\infty$  ed  $a$ :

$$pr_\infty = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} pr_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} pr_2 \quad a = \frac{pr_2 - pr_1}{f_1^2 - f_2^2} \frac{f_1^2 f_2^2}{c} \quad (2.24)$$

in cui si è supposto  $f_1 > f_2$ . Tale configurazione è detta ionofree, in quanto viene annullata la componente di errore dovuta al ritardo ionosferico. L'ultimo termine che viene preso in considerazione è il multipath. La presenza di superfici o edifici vicino al ricevitore fa sì che lo stesso segnale arrivi all'antenna attraverso più percorsi. Per questo fenomeno mancano modelli generali, in quanto ogni situazione si presenta con una geometria particolare. Le componenti riflesse giungono in ritardo, a causa del maggior cammino ottico, e di conseguenza la funzione di correlazione tenderà ad assumere una forma asimmetrica. Da un punto di vista geometrico, i segnali provenienti da satelliti con bassa elevazione sono più affetti dal multipath, tuttavia è possibile stimarlo utilizzando ancora la combinazione di più frequenze: differenziando, tutti gli effetti vengono cancellati a meno del multipath stesso. Un'altra alternativa è quella di sfruttare antenne chock-ring, cioè antenne che tengono in considerazione la polarizzazione dell'onda in ingresso. Una volta riflesso da una superficie, la polarizzazione passerà da RHCP a LHSP.

## 2.4 Diluizione di precisione

La geometria dei satelliti in vista è un altro importante fattore da tenere in considerazione per ottenere un buon posizionamento. La geometria, tuttavia, cambia

in funzione del tempo: una sua misura istantanea può essere fornita attraverso il fatto di diluizione della precisione (DOP). Geometricamente questo parametro viene valutato come il volume del solido (ad esempio un tetraedro, nel caso di soli quattro satelliti in vista) che ha come vertice il ricevitore e per spigoli l'intersezione dei vettori utente-satellite con la sfera unitaria centrata nel punto di osservazione. Più è ampio il volume del solido e migliore sarà la geometria del satellite. Analiticamente il valore della diluizione viene calcolato a partire dall'equazione di navigazione ed è funzione dell'invertibilità della matrice  $H^T H$ . Vengono definiti più indicatori che hanno lo scopo di indicare quanto il determinante di tale matrice sia diverso da zero. Il più immediato risulta essere la diluizione di precisione in posizione (PDOP), il più correlato con la geometria ed il numero di satelliti in vista.

$$PDOP = \sqrt{(H^T H)_{xx}^{-1} + (H^T H)_{yy}^{-1} + (H^T H)_{zz}^{-1}} \quad (2.25)$$

Per valori di PDOP inferiori a 3 la geometria risulta accettabile. Altri valori di DOP possono essere estrapolati dalla matrice  $H^T H$  proiettandola in un sistema topocentrico locale nella terna NEU, definita dai versori Nord, Est e UP, attraverso la matrice (ortogonale) di rotazione  $R$  visibile nell'equazione 2.26.

$$R = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\sin \phi \cos \lambda & \cos \phi \cos \lambda \\ \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \sin \phi \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Passando dal sistema  $(x,y,z)$  al sistema  $(n,e,u)$ ,  $Q_{neu} = R^{-1}[H^T H]^{-1}[R^{-1}]^T = R^T[H^T H]^{-1}R$ , è possibile definire la diluizione di precisione orizzontale (HDOP) e verticale (VDOP):

$$HDOP = \sqrt{Q_{nn} + Q_{ee}} \quad VDOP = \sqrt{Q_{uu}} \quad (2.27)$$

accettabili se, rispettivamente, inferiori di 2 e di 3.

## 2.5 Il metodo di calcolo

Le differenze tra il messaggio di navigazione I/NAV e F/NAV vengono scandagliate attraverso l'analisi, a valle del posizionamento, di cinque parametri: il vettore delle correzioni (dNord, dEst, dUp), il termine di ritardo troposferico e la sincronia che intercorre tra le scale temporali di GPS e di Galileo (espresso, in nanosecondi, tramite il GPGA). L'analisi sul confronto delle cinque grandezze, che verranno descritte e analizzate in dettaglio nel capitolo successivo, viene portato a termine tramite misure di pseudorange ed il metodo dei minimi quadrati. Questa sezione

ha solo il fine di illustrare il metodo con il quale vengono ricavati i dati esposti successivamente.

In linea di principio, per formulazione dei minimi quadrati viene, innanzitutto, composta la matrice delle derivate parziali che successivamente sarà moltiplicata per il vettore contenente i residui. Il metodo di calcolo si avvale di tre iterazioni: nella prima le posizioni a priori vengono mantenute fisse, e si ottengono dall'inversione della matrice gli offset dei vari sistemi GNSS in uso e il ritardo troposferico, mentre nelle due successive viene mantenuto fisso il ritardo troposferico. Le coordinate a priori utilizzate sono estremamente precise, al meglio del centimetro, in modo da concentrare gran parte dell'errore nei termini di sincronia dei clock. In realtà due sole iterazioni sarebbero sufficienti. Tuttavia ne viene eseguita una terza per assicurarsi che il calcolo arrivi a convergenza.

La valutazione dei residui  $oc$  è il punto centrale sul quale si basa l'intero calcolo. Tale valore, indicato di seguito con il termine " $oc$ ", si avvale della somma di sei diverse grandezze: lo pseudorange valutato per la combinazione ionofree scelta, la distanza geometrica calcolata tra satellite e stazione, il clock bias (inteso come somma dell'offset proprio del ricevitore e quello della costellazione), il satellite clock offset, valutato tramite il polinomio ed il Time of Clock, la correzione relativistica e la componente del ritardo troposferico. Definita con  $c$  la velocità della luce nel vuoto, l'equazione 2.28 esprime le grandezze appena enunciate necessarie per effettuare il calcolo dei residui:

$$oc = code_i - range_i - cBias + dT_{i,c} + dT_{rel_{i,c}} - Tropo_i \quad (2.28)$$

Per quanto riguarda il primo termine, indicato con " $code_i$ ", esso viene valutato tramite gli pseudorange presenti, per ogni epoca di osservazione, all'interno del file Rinex di Osservazione. Qui, infatti, per ogni epoca è presente una lista di tutti i satelliti in vista nell'istante di tempo valutato (generalmente l'osservazione viene registrata ad intervalli di 30 secondi), e per ognuno di essi viene registrato il rispettivo pseudorange e codice di frequenza, per permettere la possibilità di effettuare misure di fase, e tutto questo per ogni segnale disponibile. A seconda dell'epoca di osservazione scelta, per ognuno dei satelliti in vista viene selezionata, all'interno del file Rinex di Navigazione, il blocco di effemeridi più vicino all'epoca in esame, e tramite questi vengono calcolate le posizioni ECEF di ciascun satellite. In questo modo è possibile avere una prima stima del tempo di volo, tempo impiegato dal segnale per percorrere la distanza satellite-stazione, grazie alla conoscenza delle coordinate a priori della stazione in questione. A questo punto è possibile rieseguire il calcolo della posizione dei satelliti ritardati, però, del tempo di volo, così da tornare al punto in cui il messaggio era stato fisicamente inviato. Da qui è possibile calcolare infine

il range geometrico come distanza tra i due punti  $(x,y,z)_{\text{sat}}$  e  $(x_0,y_0,z_0)$  che definiscono, rispettivamente, le coordinate del satellite e quelle del ricevitore. Di seguito verranno espressi, singolarmente, tutti i termini che compaiono nell'equazione 2.28.

Poiché sono disponibili misurazioni in doppia frequenza, a seconda della combinazione ionofree scelta, o di quella disponibile, viene calcolato lo pseudorange combinato secondo l'equazione 2.29, in cui  $code_1$  e  $code_2$  indicano rispettivamente lo pseudorange calcolato nella frequenza  $f_1$  e  $f_2$ . Come definito precedentemente, infatti, la possibilità di eseguire misure tramite la misura di due fasi permette di eliminare il termine di errore indotto dalla ionosfera, fattore indispensabile per misure di precisione.

$$code_i = \frac{code_1 f_1^2 - code_2 f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.29)$$

Per quanto concerne il ritardo troposferico, invece, non essendo possibile eliminarlo, esso viene calcolato secondo l'equazione 2.30, in cui il termine  $zDelay$  viene posto a zero nella prima iterazione, così come accade per il clock bias ( $cBias$ ), e viene introdotto solo dall'iterazione successiva in quanto termine che viene incluso fra le incognite. Nel calcolo vengono tenuti in considerazione i soli satelliti con elevazione superiore ai  $5^\circ$ , valore imposto come angolo di cutoff. Generalmente esso assume valori maggiori nelle applicazioni GNSS pratiche, intorno ai  $10^\circ$ - $15^\circ$ .

$$Tropo_i = \frac{zDelay}{\sin(el)} \quad (2.30)$$

Il satellite clock bias, indicato come  $dT$ , viene invece calcolato secondo l'equazione ??, come illustrato in precedenza, mentre la componente relativistica si ottiene secondo l'equazione 2.31, funzione delle velocità istantanee del satellite in quel punto. Quest'ultima è necessaria per tenere in considerazione la velocità del satellite. Mentre il primo termine contribuisce nel calcolo del residuo anche per valori dell'ordine della decina di metri, la componente relativistica incide per un massimo di alcuni centimetri.

$$dTrel_i = -2 \frac{x_i v_x + y_i v_y + z_i v_z}{c^2} \quad (2.31)$$

Per quanto riguarda la costruzione della matrice delle derivate parziali  $H$ , essa è costituita nelle prime tre colonne dalla derivata di  $x$ ,  $y$  e  $z$  delle posizioni del satellite  $i$ -simo  $\partial x_i, \partial y_i, \partial z_i$ , valutate secondo

$$\partial x_i = -\frac{x_i - x_0}{range_i} \quad \partial y_i = -\frac{y_i - y_0}{range_i} \quad \partial z_i = -\frac{z_i - z_0}{range_i} \quad (2.32)$$

Detto  $k$  il numero di costellazioni in esame, le successive  $k$  colonne si riferiscono al rispettivo Receiver Clock Bias delle costellazioni che contribuiscono al posizionamento. Viene posto il valore 1 nella colonna relativa alla costellazione  $k$ -sima

se il satellite in questione è di quella costellazione, zero altrimenti. Nell'ultima colonna, infine, vengono poste le derivate parziali rispetto al ritardo troposferico, definite secondo l'equazione 2.33, termine fortemente legato all'altezza sull'orizzonte del satellite.

$$parTropo = \frac{1}{\sin el} \quad (2.33)$$

Di seguito viene presentato un esempio di matrice delle derivate parziali  $H$  in cui siano visibili 4 satelliti di una costellazione e 3 di una seconda. Essa è una delle matrici che si sono andate a comporre nell'analisi descritta nel capitolo successivo, in quanto sviluppata combinando le due costellazioni GPS e Galileo.

$$H = \begin{bmatrix} -0.58501 & -0.03629 & -0.81021 & 1 & 0 & 1.01668 \\ -0.74490 & 0.42249 & -0.51636 & 1 & 0 & 1.22159 \\ -0.91932 & -0.21233 & 0.33130 & 1 & 0 & 2.32917 \\ -0.82468 & -0.20151 & -0.52849 & 1 & 0 & 1.02795 \\ -0.91020 & -0.34180 & -0.23388 & 0 & 1 & 1.18621 \\ -0.59946 & 0.29023 & -0.74593 & 0 & 1 & 1.11048 \\ -0.19773 & -0.55409 & -0.80863 & 0 & 1 & 1.26468 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

La matrice  $H$  viene poi moltiplicata per la sua trasposta, e per la matrice dei pesi  $W$ , ed infine vengono imposte le costrizioni: i primi tre valori sulla diagonale principale vengono addizionati di 1000 per il blocco delle coordinate nella prima iterazione, costrizione poi rilasciata nelle iterazioni successive nelle quali è l'ultimo valore della diagonale, cioè il ritardo troposferico, a venir bloccato aumentandolo di 1000000. Le costrizioni sono contenute nella matrice  $K$ .

$$HTH = H^TWH + K \quad (2.35)$$

Simile procedimento viene effettuato anche per il vettore dei termini noti contenente i residui:

$$HTY = H^TW \begin{bmatrix} oc_1 \\ \dots \\ oc_n \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Infine, il sistema può così essere invertito e permette così di calcolare il vettore delle correzioni  $\Delta$ , nelle cui prime tre componenti vi stanno le correzioni per la posizione a priori della stazione, i successivi  $k$  termini corrispondono ai clock bias  $cBias$  delle varie costellazioni e per ultimo il termine che costituisce lo Zenith Tropospheric

Delay.

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ cBias_1 \\ \dots \\ cBias_k \\ ZTD \end{bmatrix} = (HTH)^{-1}HTY \quad (2.37)$$

Con questi termini è possibile correggere le posizioni della stazione, calcolare i nuovi range ed i nuovi prefitti e rieseguire il calcolo mantenendo fisso il parTropo. Infine, è possibile calcolare i time offset tra le scale temporali delle costellazioni in uso, differenziandone i Receiver Clock Bias. Questo è quanto viene effettuato per il calcolo del GPGA, cioè della sincronia che intercorre tra il sistema GPS e Galileo, uno dei parametri presi in considerazione per analizzare le differenze tra i messaggi di navigazione I/NAV e F/NAV, oggetto di questa ricerca. Esso, in formule, risulta espresso come

$$GPGA = \frac{cBiasE - cBiasG}{c} 10^9 \quad (2.38)$$

dove per cBiasG e per cBiasE si intende il Receiver Clock Bias della costellazione GPS e Galileo rispettivamente, e  $c$  indica la velocità della luce.

## Capitolo 3

# Analisi e Risultati

Fine principale di questa ricerca è quello di investigare le eventuali differenze a livello di posizionamento ottenuto tramite i messaggi di navigazione Open Service messi a disposizione dal sistema GNSS Galileo: I/NAV e F/NAV. Le differenze tra i due messaggi sono descritte nel capitolo 1, mentre nel paragrafo 1.4 viene mostrato come il file di navigazione Rinex distingue l'origine del messaggio I/NAV, cioè se esso sia stato modulato sulla portante E1B o sulla E5b. Si è dunque deciso di mantenere tale distinzione anche per quest'analisi, dividendo il caso I/NAV nelle due combinazioni I/NAV-E1B e I/NAV-E5b. Viene qui brevemente richiamata la differenza tra i due messaggi: l'Integrity Navigation Message (I/NAV) si avvale della combinazione iono-free data dalla coppia di frequenze E1B-E5b, il Freely Accessible Message, invece, della coppia E1B-E5a. Il primo ammette la computazione delle effemeridi dai messaggi trasportati dalle portanti E1B ed E5b, il secondo esclusivamente dalla portante E5a. La natura di tale distinzione risiede, in particolare e specificatamente per il caso qui esaminato, per i coefficienti del polinomio del clock, distinti per le due combinazioni.

I confronti a livello di posizionamento per le due combinazioni ionofree possibili nel servizio OS di Galileo (I/NAV e F/NAV), ottenute con le effemeridi broadcast miste (identificate dal prefisso "brdm") scaricate dal sito del Crustal Dynamics Data Information System <http://cddis.nasa.gov/>, sono stati confrontati con quelli calcolati a partire dagli stessi dati ma ottenuti grazie alle effemeridi precise (sp3), scaricate dallo stesso sito e messe a disposizione dal progetto IGS MGEX (International GNSS Service Multi-GNSS Experiment). Le effemeridi precise prese in esame sono quelle prodotte dal Deutsches GeoForschungsZentrum Potsdam (GFZ), identificate dal prefisso "gbm". Da qui si è potuto scaricare le osservazioni, sempre nel formato Rinex 3.0: mentre quest'ultime sono contenute all'interno della cartella YYp, dove per YY si intendono le ultime due cifre dell'anno desiderato, in questo caso "16", le osservazioni sono contenute nella cartella indicata da YYp.

In totale, a causa del fatto che il messaggio F/NAV può essere utilizzato esclusivamente con i dati modulati sulla portante E5a, i casi analizzati per ogni epoca sono cinque, in cui la terminologia da qui in poi adottata segue la forma "combinazione ionosferica utilizzata - forte delle effemeridi": I/NAV-E1b, F/NAV-E5a, I/NAV-E5b, I/NAV-sp3, F/NAV-sp3.

Tale analisi è stata effettuata per una serie di sette giorni consecutivi, dal giorno 31 al giorno 37, corrispondente alla settimana GPS 1882, per la singola stazione di Padova. Per ogni giorno in esame sono stati prese in considerazione 96 epoche, intervallate di 15 minuti ciascuna, per un totale di 3360 epoche analizzate (7 giorni x 96 epoche x 5 combinazioni). I parametri che nello specifico si sono investigati sono il ritardo troposferico (Zenith Tropospheric Delay, ZTD), il vettore degli spostamenti riferito alla terna locale (dNord, dEst, dUp) ed il GPGA, cioè la sincronia tra le scale temporali di GPS e Galileo.

### 3.1 Analisi preliminare

Ciò che per prima cosa si è analizzato è stato quello di osservare complessivamente i cinque parametri per le singole epoche e nelle cinque configurazioni prese in considerazione. Per ogni giorno, di conseguenza, sono stati realizzati cinque grafici nel ventaglio delle combinazioni ionosferica - effemeridi in esame: I/NAV-E1B, F/NAV-E5a, I/NAV-E5b, I/NAV-sp3, F/NAV-sp3. I parametri analizzati sono quelli descritti precedentemente, cioè il ritardo troposferico (ZTD), il vettore di variazione delle posizioni (dNord, dEst, dUp) ed il GPGA, qui moltiplicato per la velocità della luce  $c$  ed espresso in metri per uniformità di unità di misura. Scopo di questa prima analisi è stato quello di identificare eventuali valori spuri in alcune epoche, vedere come questi si ripercuotono sui restanti parametri ed investigarne infine la natura. Di seguito verranno esposti tali risultati e le motivazioni che porteranno, successivamente, a togliere tali valori "fuori norma" al fine di valutare in modo oggettivo l'andamento del posizionamento multiGNSS nelle configurazioni prese in considerazione.

#### **Giorno 31**

Dal confronto tra i cinque grafici ottenuti spicca, innanzitutto, un balzo nel valore del dUp nelle epoche 7:30, 7:45 e 8:00 presente in tutte le configurazioni prese in esame. Esaminando nel file log, cioè il file nel quale vengono registrate tutte le operazioni effettuate durante il calcolo, i conti svolti in MatLab si può notare come, in realtà, nelle prime due epoche in questione vi sia un unico satellite Galileo (E22) che partecipa al calcolo, con prefit paragonabile agli altri (circa 20 m). Essendo

un problema comune a tutte e cinque le configurazioni, viene spontaneo pensare che parte della causa debba essere imputata a uno o più satelliti GPS. Nel caso in esame, infatti, il satellite G6 si presenta con un valore di ParTropo elevato rispetto agli altri, com'è possibile vedere in tabella 3.1 che mostra i valori di prefit per il caso I/NAV-E1B alle ore 8.00. In quest'epoca, infatti, un ulteriore satellite Galileo (E24) che si aggiunge al sistema di equazioni, portando seco un prefit superiore ai 30 metri. Si ricordi inoltre che il valore di ParTropo riportato in tabella è pari all'inverso del seno dell'elevazione del satellite. Di conseguenza, più il satellite è basso all'orizzonte e maggiore saranno i valori di ParTropo.

Un secondo aspetto che evince osservando il grafico ottenuto nella configurazione F/NAV-E5a è rappresentato dai valori anomali rinvenuti per tutti e cinque i parametri presi in considerazione che si manifestano dalle 4:30. Ciò è causato dal satellite E11 che con il suo basso prefit (-0.665 m) falsa le misurazioni. Lo stesso satellite causa interferenza in tutte le epoche successive alle 4:30, fino alle 6:00, epoca in cui tramonta

Per ultimo va notato come il GPGA sia posto a zero nel caso I/NAV-E5b alle ore 10:15, sintomo della mancanza di satelliti Galileo che hanno partecipato all'elaborazione di quell'epoca. Addentrandosi nei dettagli si scopre come, in quest'epoca, vi siano due osservazioni disponibili, una per il satellite E24 e una per E26, ma mentre il primo non partecipa in quanto non vi sono effemeridi sufficientemente recenti (cioè nei limiti di validità imposti di 7200 secondi), il secondo viene scartato in quanto troppo basso sull'orizzonte.

Sat	Pseudorange[m]	AgeOfEph[s]	PreFitRes[m]	ParTropo
G 1	20682897.29	0	9.529	1.09804
G 3	20322494.1	0	9.14	1.02599
G 6	25192974.78	0	26.488	11.28073
G 9	24468641.03	0	21.428	4.74101
G11	21983268	0	12.7	1.48697
G17	22357788.92	0	12.302	1.6119
G19	22518878.12	0	15.708	1.76014
G22	24442694.99	0	23.239	4.96046
G23	21938386.77	0	11.122	1.39377
G31	23132423.62	0	14.308	2.41685
E22	23908248.91	4200	23.493	1.20906
E24	27228789.76	0	36.681	6.56877

Tabella 3.1: Valori di prefit per l'epoca 8.00 del giorno 31 valutata in combinazione I/NAV-E1B

**Giorno 32**

Per quanto concerne questa giornata si nota innanzitutto un valore fuori norma alle 6:30, presente per ogni parametro e per ogni configurazione. La colpa di quanto accada è da imputarsi a due satelliti GPS che si presentano con un prefit piuttosto elevato come è possibile vedere in tabella 3.2. Tale tabella è riferita alla combinazione F/NAV-E5a, ma analoghi valori sono presenti anche per le altre configurazioni. Di questi, solo il satellite G31 viene escluso dal calcolo per Residual Limit Exceeded. Ciò avviene perché il programma è costruito in modo da porre a zero il peso dei prefit qualora la differenza tra il valore massimo e quello minimo risultino superiori ai 150 m.

Seconda nota da apportare riguarda i valori poco continuativi del GPGA per la configurazione I/NAV-E5b. Nel primo tratto, l'andamento del GPGA è influenzato dal satellite E19 che si presenta con un prefit elevato, superiore ai 40 m, quando il satellite E11 ed E12 (anch'essi presenti a queste epoche), hanno un prefit intorno ai 20 metri. L'azione di E19 si combina con il già citato problema dei satelliti GPS sopracitati alla stessa epoca, causando il balzo visibile nel rispettivo grafico. Tale satellite E19 persiste con alti valori di prefit anche nelle epoche successive, benché il GPGA tenda a migliorare riportandosi a valori nella media. Dalle 14:15 fino alle 15:30, infine, il GPGA è posto a zero in quanto non vi sono effemeridi disponibili.

Sat	Pseudorange[m]	AgeOfEph[s]	PreFitRes[m]	ParTropo
G 1	20357675.97	1800	11.633	1.04526
G 3	21433880.8	1800	11.819	1.32415
G 8	22609606.37	1800	15.505	1.86508
G11	20085080.75	1800	12.754	1.00859
G14	22947221.42	1800	15.678	1.95056
G17	24339202.21	1800	18.192	3.41699
G19	24906275.37	1800	30.22	7.92335
G22	21783864.19	1800	16.602	1.43947
G23	25156076.98	1816	26.791	7.55394
G28	24276217.29	1800	19.698	3.70048
G31	24803861.42	1800	58.562	8.99968
E11	23900630.48	0	21.468	1.15271
E12	23945362.92	0	21.358	1.11601
E19	24042595.17	-2400	21.261	1.18869

Tabella 3.2: Valori di prefit per l'epoca 6:30 del giorno 32 valutata in combinazione F/NAV-E5a.

**Giorno 33**

Da un confronto di massima di tutti i grafici complessivi si vede come alle epoche 15:30 e 15:45 si presentino valori di GPGA insoliti. Alle 15:30 vi è un unico satellite in vista, che però viene scartato a causa della bassa elevazione, rendendo nullo il

GPGA per quest'epoca, mentre nell'epoca successiva esso si presenta, appena sorto e quindi basso all'orizzonte, ma con un prefit alto (maggiore di 40 m) e che porta quindi a falsare la misura.

A parte questo, per gli altri valori della giornata non vi sono anomalie lampanti da segnalare.

### **Giorno 34**

Anche per questa giornata una comune anomalia posizionata a 17:45, causata dal satellite E22 che si presenta con un prefit superiore di 30, è visibile in tutti e cinque i grafici. Ciò si verifica anche per le epoche successive, per le effemeridi broadcast, fino alle 8.30, come è ben visibile dai grafici. Per il resto non vi sono altre situazioni anomale da segnalare.

### **Giorno 35**

Per quanto riguarda il giorno 35, dal confronto tra grafici i sp3 e quelli ottenuti tramite le effemeridi broadcast si nota un comune errore localizzato alle ore 4:30, 7:30 e 7:45. Nel primo caso sono presenti tre satelliti Galileo in vista (E11 E12 E19) ma con prefit normale. Parte dell'errore sarà dunque da imputare al satellite G28, che si presenta con prefit di 25 e ParTropo elevato, superiore di 6. Per quanto riguarda le altre due epoche (7:30 e 7:45), qui è il satellite G14 a presentare nelle cinque combinazioni un prefit elevato, intorno ai 32 metri, e una ParTropo superiore a 10, il che si trasforma in un errore più marcato del dUp, qui maggiore di 5 metri. Esso influenza il GPGA della combinazione F/NAV-E5a anche nelle epoche successive, con valori di GPGA assestati a circa -32 ns anziché i 28 ns usuali.

Altre note da apportare sono l'assenza di effemeridi utili alle ore 9:00 per la combinazione I/NAV-E1B, mentre alle 9:45 presenta un solo satellite Galileo, E24, con un prefit maggiore a 35 m. Inoltre, per I/NAV-E5b, non vi sono effemeridi dalle 12:00 alle 14:45

### **Giorno 36**

Ciò che evince da questa prima analisi sono, per quanto riguarda il vettore (dNord, dEst, dUp), le anomalie alle ore 4:15, 4:30 e 4:45 causate dal satellite E24 e dal suo prefit superiore ai 35. Dopodiché esso tramonta, alle 5:00, togliendone gli effetti. Tutti i parametri, invece, subiscono delle anomalie alle 6:15, 13:30 e 16:00. Nella prima epoca vi sono tre satelliti GPS con prefit elevato, il G19, G23 e G31, com'è visibile in tabella 3.3 per il caso I/NAV-E5b. Alle 13:30, invece, sono i due satelliti Galileo presenti nel calcolo, E19 e E24, ad influire negativamente a causa del loro prefit di 42 e 44 m rispettivamente, e ParTropo pari a 6 e 5, affettando le

misure anche all'epoca precedente e successiva. Infine, alle 16:00, il satellite GPS G12 si presenta con prefit di 45, falsando il risultato.

Sat	Pseudorange[m]	AgeOfEph[s]	PreFitRes[m]	ParTropo
G 1	20344300.596	900	11.181	1.04182
G 3	21413381.149	900	11.765	1.31712
G 8	22666061.045	900	16.324	1.90109
G11	20094015.353	900	13.548	1.00963
G14	22974813.889	900	15.063	1.96953
G17	24285809.455	900	18.125	3.31587
G19	25113582.055	900	36.164	10.89036
G22	21642476.745	900	15.577	1.38440
G23	25108410.597	916	26.779	7.11510
G28	24293294.265	916	20.076	3.75358
G31	24763244.721	900	83.835	8.48501
E12	26475028.990	-300	26.822	2.30221
E19	25617249.107	-300	25.546	1.81276
E26	23760298.903	-300	24.952	1.48058

Tabella 3.3: Valori di prefit per l'epoca 6:15 del giorno 36 valutata in combinazione I/NAV-E5b.

### Giorno 37

L'ultimo giorno analizzato mostra una serie di anomalie comuni a tutti e cinque le configurazioni prese in esame, rispettivamente alle 7:15, 7:45, 9:15, 10:45, 21:45, 22:45 e 23:15. Le cause sono analoghe, caratterizzate per lo più da un elevato prefit e ParTropo di satelliti GPS. Alle 7:15 si trova G14 con ParTropo superiore ai 7, mentre alle 7:45 la situazione è analoga ma a causa di G6. Alle 9:15 il satellite G7 presenta un prefit di 31 metri, mentre alle 10:45 il G5 entra nei calcoli con un prefit di 44 m. Alle 21.45 la causa risiede in G8, qui con un prefit di soli 2 m. Infine, alle 22.45 si tratta di G2, anche se il satellite Galileo E26 presenta comunque valori di prefit maggiori rispetto alla media, che alle 23.15 diventano predominanti superando i 40 m.

Per quanto riguarda I/NAV-E1B, dalle 14:45 alle 15:30 non vi sono satelliti in vista perché eliminati in quanto troppo bassi sull'orizzonte. Alle 15:30 compare il satellite E22, ma con prefit alto, 48 m, e ParTropo pari a 10, in quanto ancora basso. Per questo motivo i valori di GPGA, anche nell'epoca successiva, sono poveri di credito. Dalle 16:00 il satellite E22 tramonta nuovamente, lasciando le epoche fino alle 17:00 prive di satelliti Galileo per mancanza di effemeridi.

Quanto si può dire circa l'andamento scostante del GPGA nel caso F/NAV-E5a dalle 6:30 alle 9:45 è il seguente: dalle 6:30 in poi c'è un unico satellite che partecipa, E26, che aumenta il prefit con il quale entra nei calcoli fino alle 8.15, con

il suo massimo (41 m). Successivamente il prefit migliora, e di conseguenza anche il GPGA da esso derivato, anche per l'ingresso di un nuovo satellite Galileo, E30.

### 3.1.1 Numero di Satelliti per giorno

Come ultima analisi preliminare si è ritenuto opportuno prendere nota della quantità di satelliti Galileo che mediamente hanno partecipato al calcolo del posizionamento. La seguente tabella 3.4 mostra, in media, quanti satelliti Galileo vi siano in uso nei giorni presi in considerazione per i tre tipi di messaggio di navigazione broadcast (I/NAV-E1B, F/NAV-E5a e I/NAV-E5b) e per le effemeridi precise. Viene presentata una sola colonna per le sp3 in quanto la fonte della posizione dei satelliti è la stessa per entrambi i casi I/NAV-sp3 e F/NAV-sp3, in quanto non vi sono lacune nelle osservazioni sulle tre frequenze usate dalla costellazione. I valori per ogni epoca vanno da un massimo di 4 satelliti in vista ai rari casi in cui, specie per la combinazione I/NAV-E5b, non ve ne sia nessuno. La tabella 3.4 mostra infatti anche quante delle 672 epoche analizzate (96 epoche giornaliere x 7 giorni) non abbiano preso in considerazione nessun satellite Galileo in quanto non vi erano effemeridi disponibili oppure il satellite veniva scartato perché troppo poco alto sull'orizzonte. Si ricorda, qui, che il cut-off elevation angle considerato per queste analisi è di  $5^\circ$ . L'abbondanza di effemeridi F/NAV rispetto agli I/NAV può essere giustificata dal fatto che, in realtà, è possibile utilizzare entrambi i messaggi di navigazione I/NAV per portare a termine il posizionamento, mentre in tabella 3.4 (e in tutta l'analisi effettuata per questo lavoro) la combinazione iono-free I/NAV è stata divisa nelle due origini del suo messaggio.

MEDIA	I/NAV-E1B	F/NAV-E5a	I/NAV-E5b	sp3
day 31	1.95	2.10	1.86	2.17
day 32	2.11	2.46	2.22	2.60
day 33	1.93	2.20	2.06	2.21
day 34	1.64	1.91	1.91	2.17
day 35	2.28	2.36	2.20	2.60
day 36	2.01	2.33	2.17	2.33
day 37	1.52	1.91	1.91	1.93
No Gal	10	4	20	1

Tabella 3.4: Numero medio di satelliti Galileo in vista durante i 7 giorni considerati e numero totale di epoche prive di satelliti Galileo.

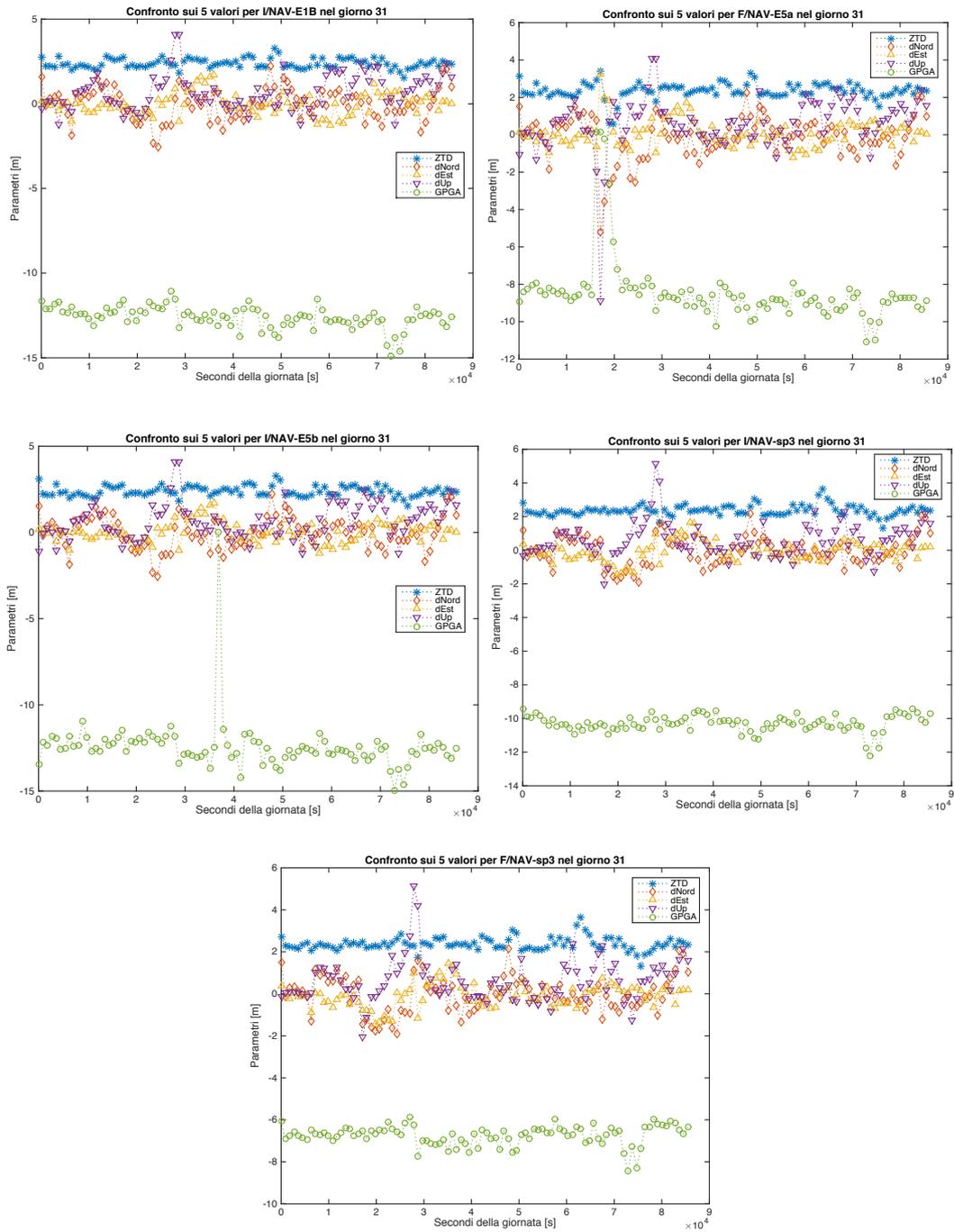


Figura 3.1: Confronto sui cinque parametri per il giorno 31.

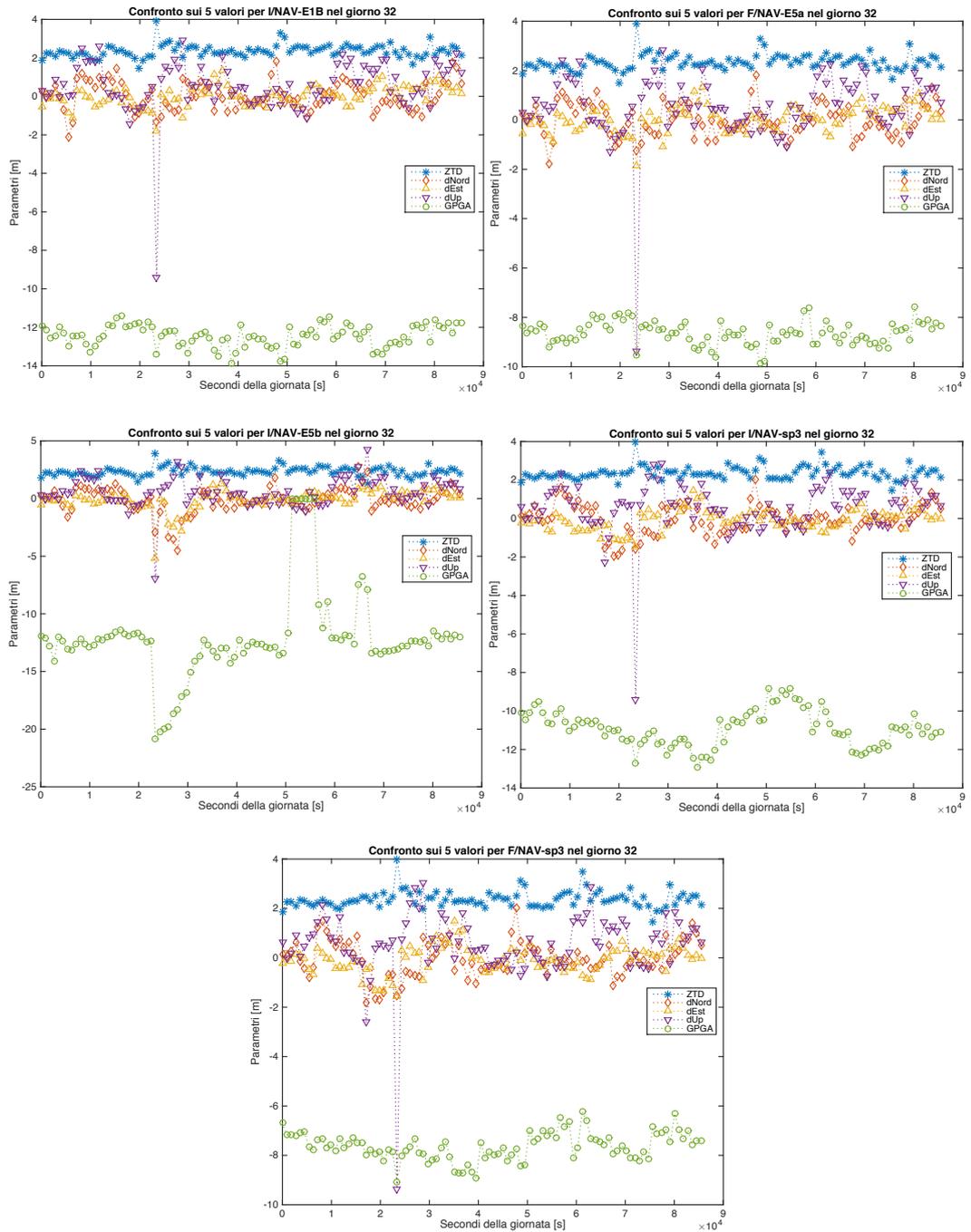


Figura 3.2: Confronto sui cinque parametri per il giorno 32.

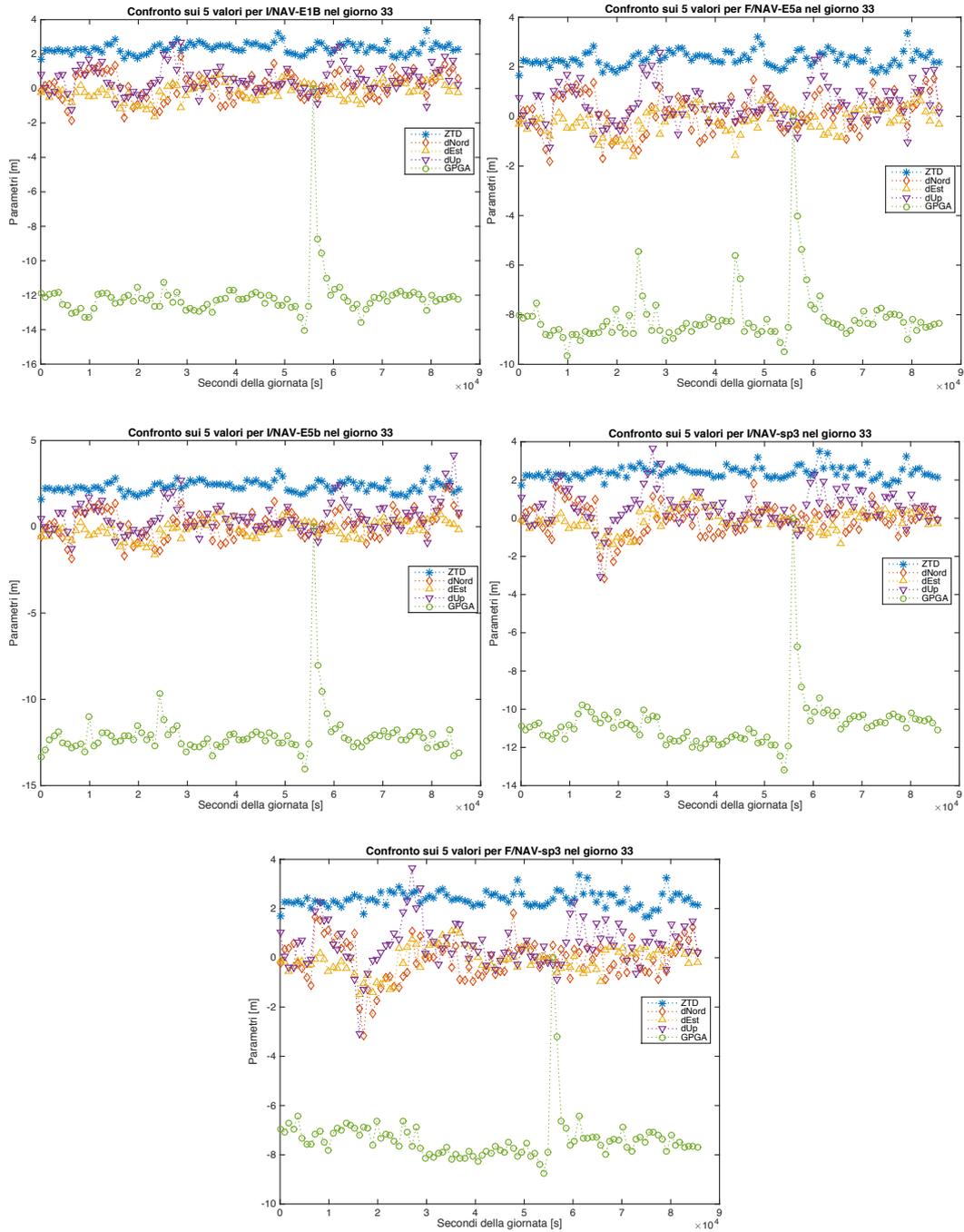


Figura 3.3: Confronto sui cinque parametri per il giorno 33.

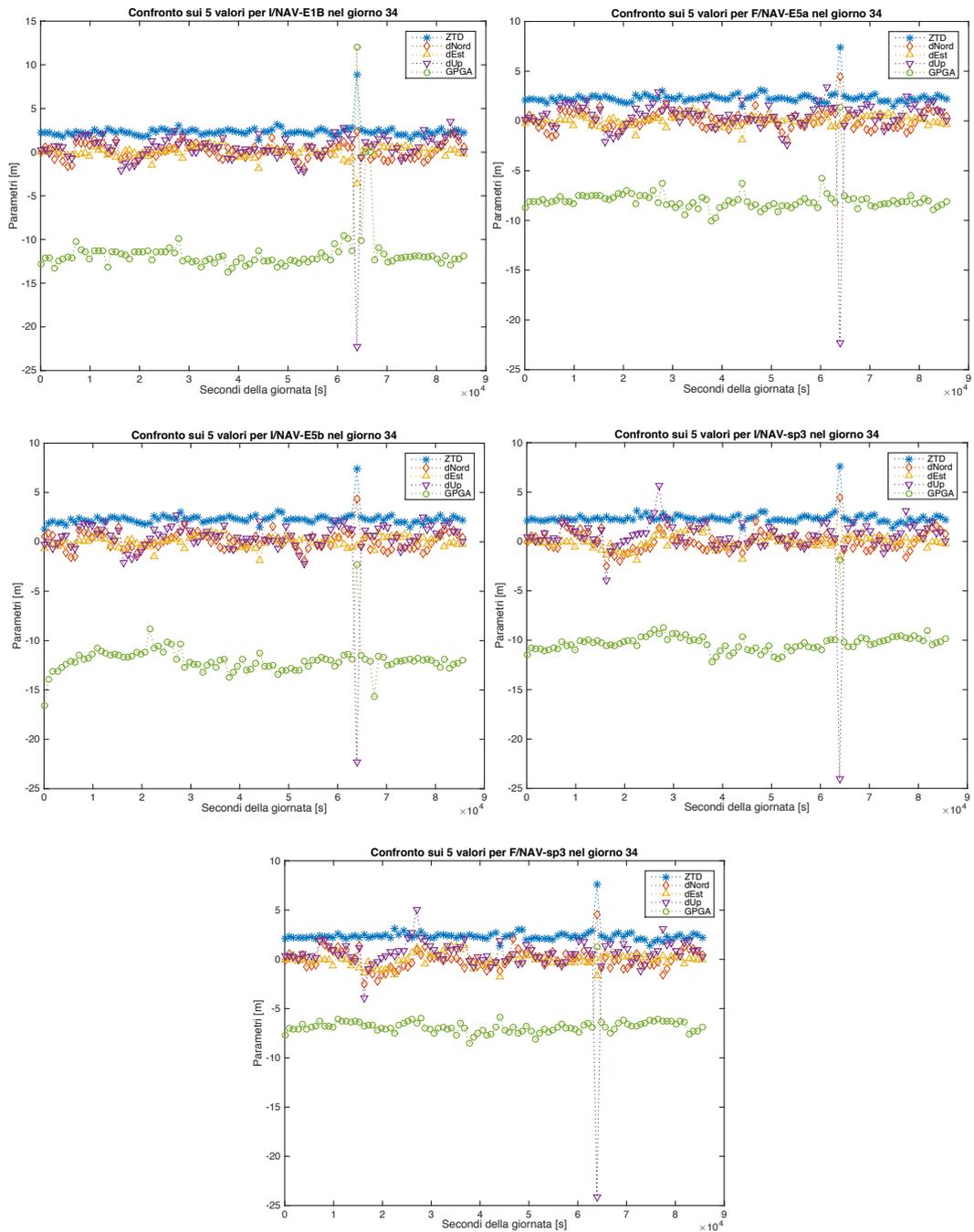


Figura 3.4: Confronto sui cinque parametri per il giorno 34.

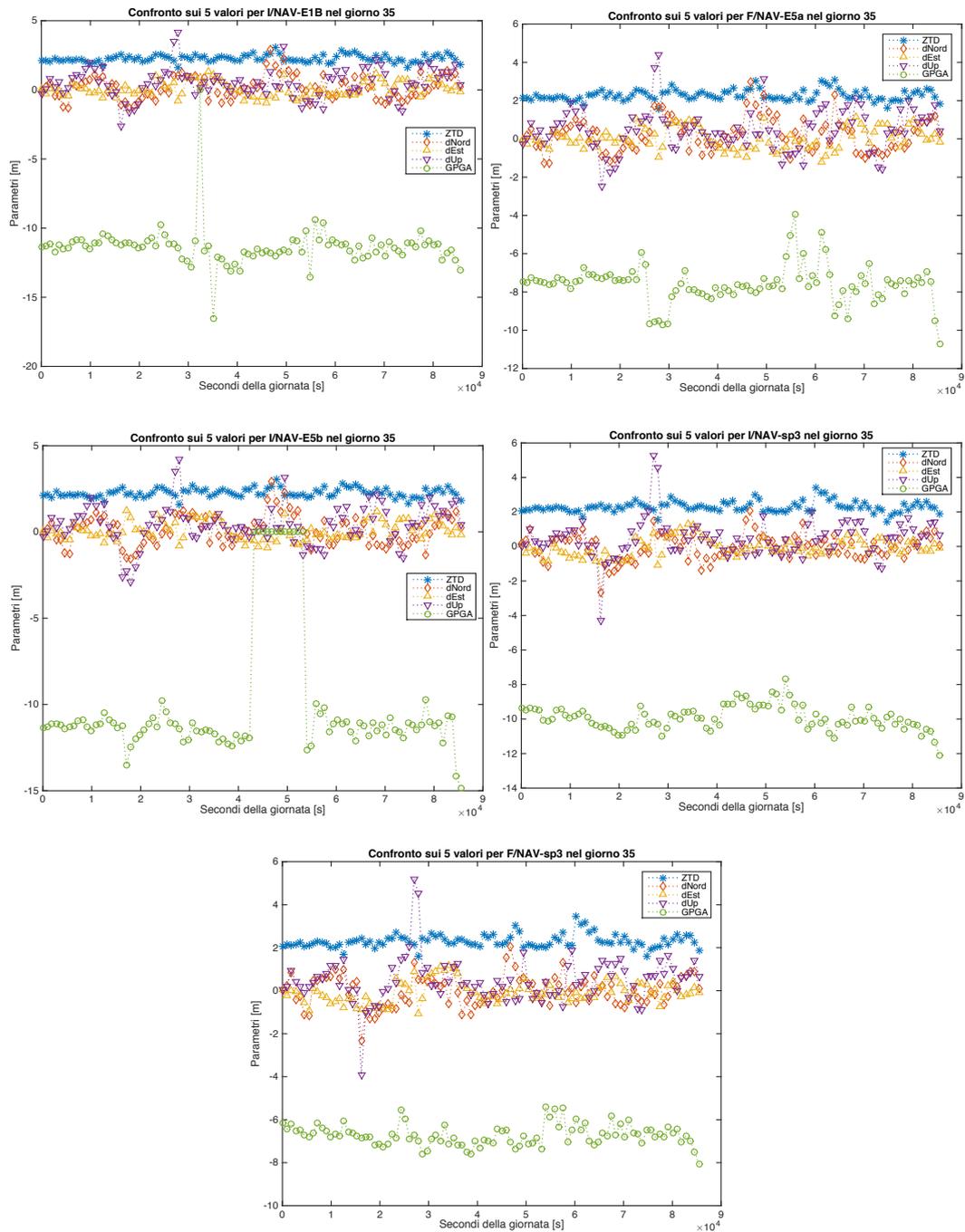


Figura 3.5: Confronto sui cinque parametri per il giorno 35.

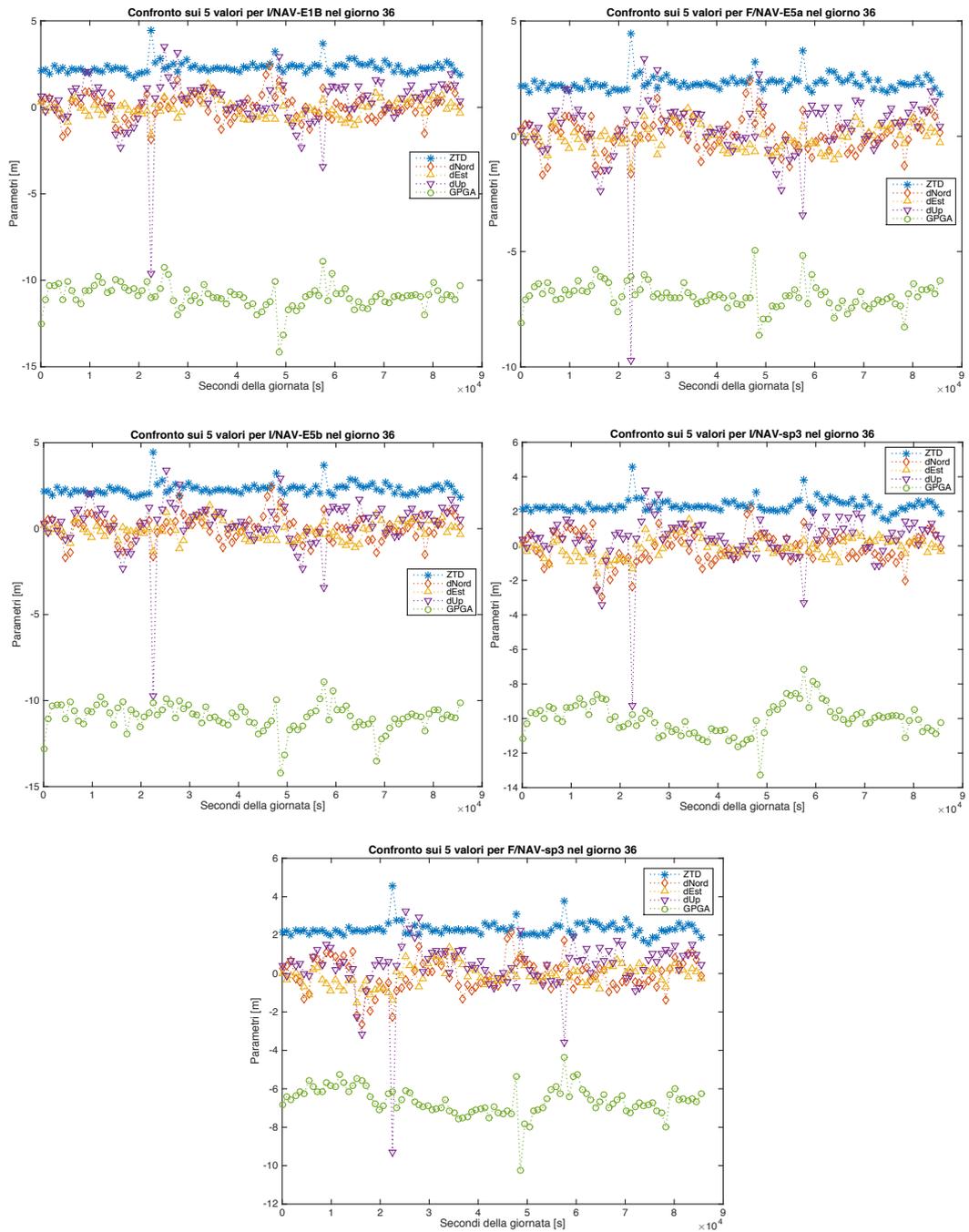


Figura 3.6: Confronto sui cinque parametri per il giorno 36.

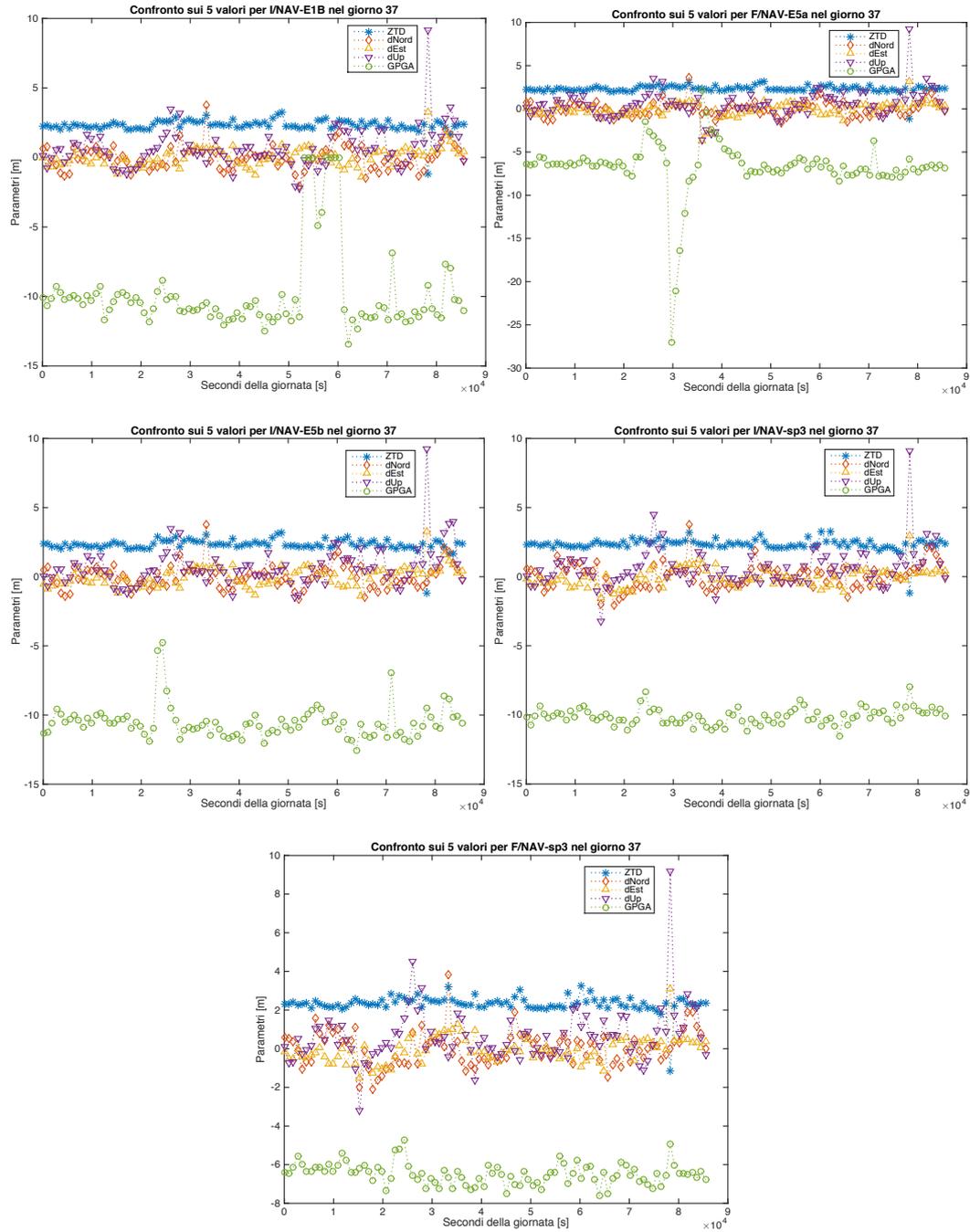


Figura 3.7: Confronto sui cinque parametri per il giorno 37.

## 3.2 I parametri

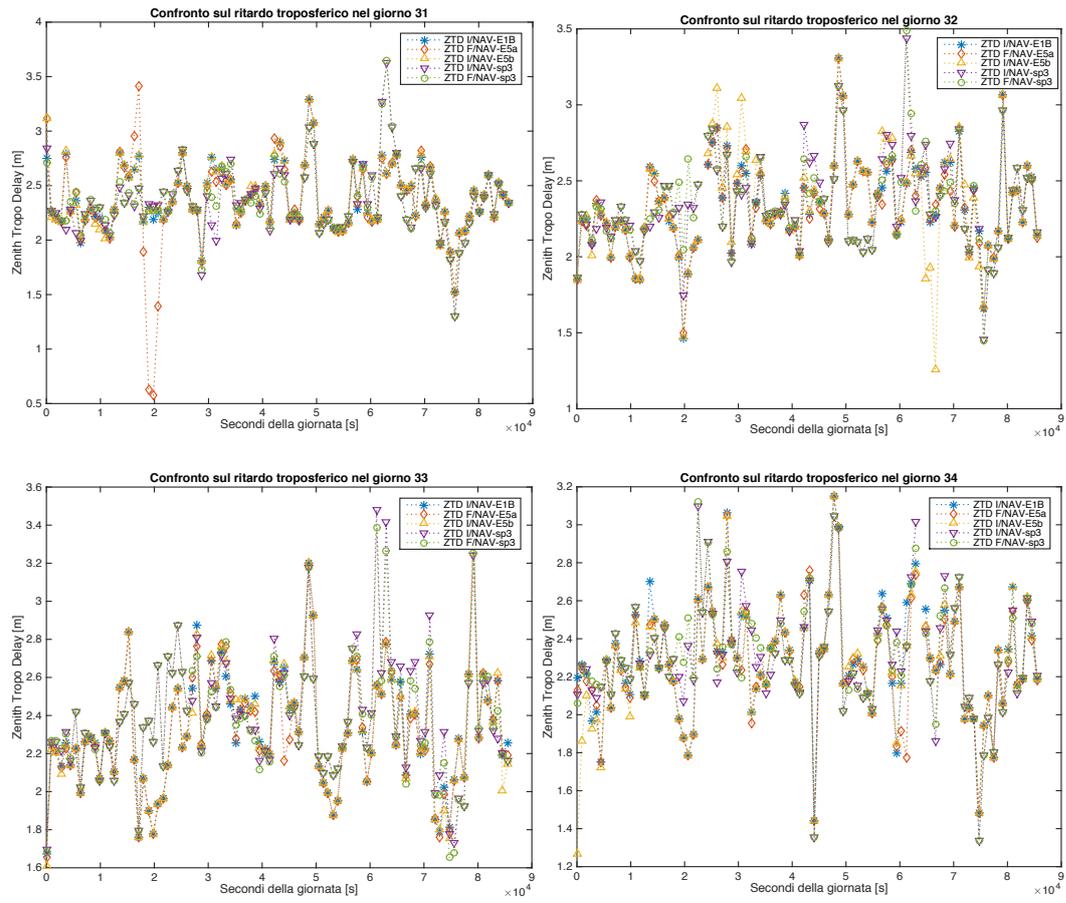
In secondo luogo sono stati analizzati, per ogni epoca, i valori dei singoli parametri forniti dalle diverse configurazioni prese in considerazione. I valori di ritardo troposferico, dNord, dEst, dUp e GPGA sono stati analizzati e plottati nei sette giorni presi in considerazione. Per ognuno di essi si sono valutati valor medio e scarto quadratico quotidiano, analizzando le differenze tra quanto ottenuto nelle tre configurazioni broadcast rispetto alle corrispettive calcolate con le effemeridi precise, i cui valori sono ritenuti più affidabili per ovvie ragioni.

### 3.2.1 Ritardo Troposferico

Poiché non vi è modo di eliminare tale ritardo neppure lavorando con misure in due frequenze, e poiché i modelli che descrivono tale fenomeno sono spesso volubili in quanto il ritardo troposferico è funzione delle condizioni meteorologiche istantanee, per un posizionamento preciso è utile annoverare fra le incognite anche lo Zenit Tropospheric Delay. I valori ottenuti, visibili in tabella 3.5, risultano essere sufficientemente in accordo con i valori obiettivo (dell'ordine dei 2.2 metri per la stazione di Padova), e le differenze tra quanto ottenuto per mezzo delle effemeridi broadcast sono dell'ordine dei 2 cm. Gli stessi scarti quadratici medi risultano contenuti, mediamente inferiori agli 0.3 m. I valori di scarto quadratico medio sono, normalmente, leggermente inferiori per I/NAV-E1B rispetto agli altri due casi ottenuti con effemeridi broadcast.

MEDIA [m]	I/NAV-E1B	F/NAV-E5a	I/NAV-E5b	I/NAV-sp3	F/NAV-sp3
day 31	2.38	2.35	2.39	2.36	2.37
day 32	2.33	2.33	2.34	2.36	2.35
day 33	2.33	2.32	2.32	2.39	2.38
day 34	2.29	2.27	2.27	2.31	2.31
day 35	2.26	2.27	2.27	2.29	2.29
day 36	2.28	2.28	2.28	2.29	2.28
day 37	2.35	2.35	2.35	2.38	2.37
STD [m]	I/NAV-E1B	F/NAV-E5a	I/NAV-E5b	I/NAV-sp3	F/NAV-sp3
day 31	0.28	0.41	0.29	0.31	0.30
day 32	0.29	0.28	0.34	0.30	0.29
day 33	0.30	0.30	0.31	0.31	0.31
day 34	0.29	0.29	0.31	0.29	0.28
day 35	0.25	0.28	0.25	0.31	0.30
day 36	0.24	0.23	0.24	0.27	0.24
day 37	0.26	0.25	0.28	0.27	0.25

Tabella 3.5: Valori medi e di scarto quadratico medio per il ritardo troposferico nella settimana GPS 1882.



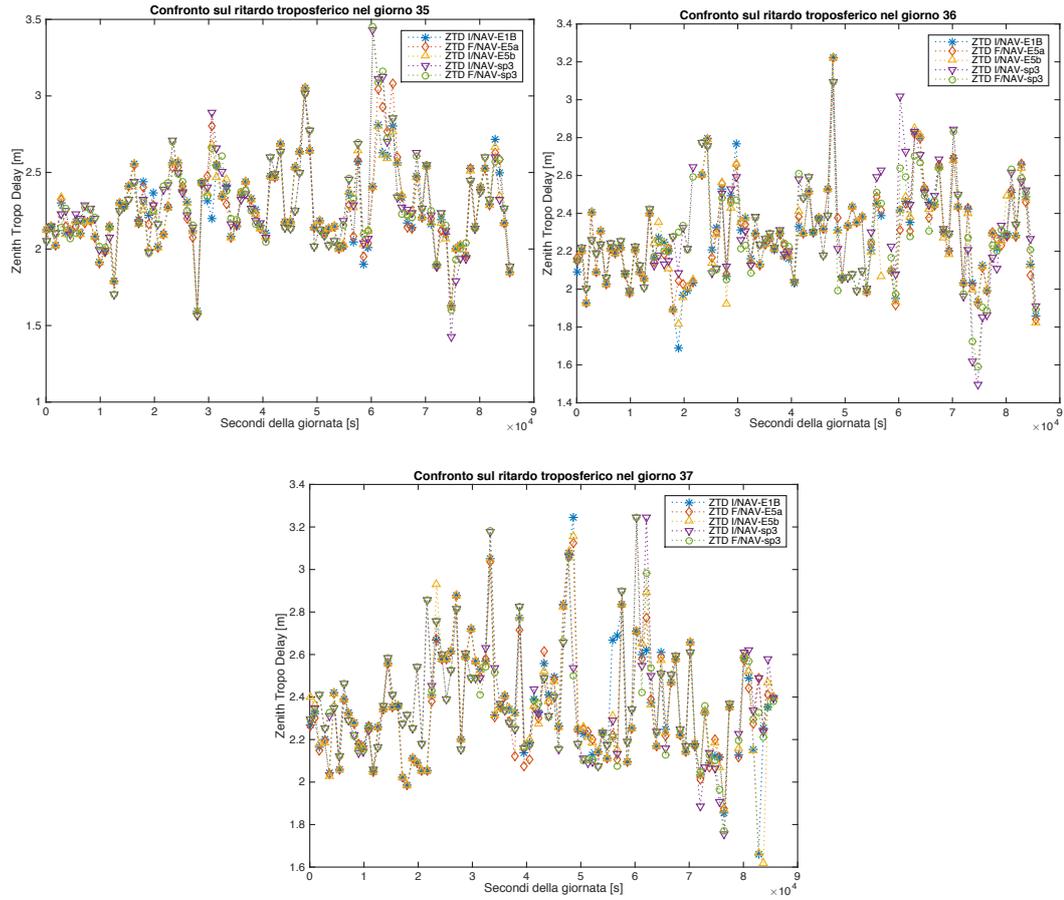


Figura 3.8: Valori di ritardo troposferico nella settimana GPS 1882.

### 3.2.2 Il vettore $dNord$ , $dEst$ , $dUp$

Solitamente gli errori sulle posizioni geocentriche  $(x,y,z)$  vengono convertiti in un sistema locale nelle coordinate Nord, Est e Up per mezzo di una trasformazione tramite una matrice ortogonale, definita e descritta precedentemente e di seguito richiamata:

$$\begin{bmatrix} dn \\ de \\ du \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \lambda & \cos \phi \cos \lambda \\ -\sin \phi \sin \lambda & \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda \\ \cos \phi & 0 & \sin \phi \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

I valori  $(dx, dy, dz)$  ottenuti dalla risoluzione del sistema tramite metodo dei minimi quadrati definito nel paragrafo 2.5 vengono proiettati nella terna geodetica per mezzo della matrice descritta in equazione 3.1. In questo modo gli spostamenti sono rappresentati in un piano tangente all'ellissoide e ciò permette di interpretare più facilmente il perché dei valori mediamente più alti di  $dUp$ , da ricercare nella

geometria del sistema. Poiché gli unici satelliti dai quali la stazione può ricevere gli pseudorange sono quelli sopra l'orizzonte, la direzione verticale sarà quella meno vincolata rispetto alle direzioni Nord ed Est, che infatti mostrano valori simili e paragonabili.

Qui le differenze tra valori ottenuti tramite il calcolo con le effemeridi broadcast e le sp3 risultano più accentuate rispetto a quanto detto per il ritardo troposferico, e meno prevedibili. Lo scarto quadratico medio, infatti, risulta essere di circa 0.8 m per la direzione nord, per tutte e cinque le configurazioni, 0.5 m per la est e 0.9 m per la up.

MEDIA [m]	I/NAV-E1B	F/NAV-E5a	I/NAV-E5b	I/NAV-sp3	F/NAV-sp3
day 31	-0.01	-0.13	-0.02	-0.03	-0.03
day 32	0.03	0.01	-0.10	-0.01	-0.02
day 33	0.16	0.14	0.15	-0.10	-0.09
day 34	0.10	0.05	0.08	0.00	-0.03
day 35	0.18	0.21	0.10	-0.02	-0.01
day 36	0.05	0.05	0.04	-0.11	-0.07
day 37	-0.05	-0.02	-0.03	-0.01	-0.02
STD [m]	I/NAV-E1B	F/NAV-E5a	I/NAV-E5b	I/NAV-sp3	F/NAV-sp3
day 31	0.93	1.16	0.92	0.85	0.85
day 32	0.72	0.64	1.06	0.74	0.71
day 33	0.76	0.74	0.79	0.81	0.82
day 34	0.81	0.75	0.75	0.87	0.85
day 35	0.84	0.86	0.85	0.74	0.71
day 36	0.69	0.68	0.69	0.83	0.78
day 37	0.77	0.75	0.76	0.83	0.81

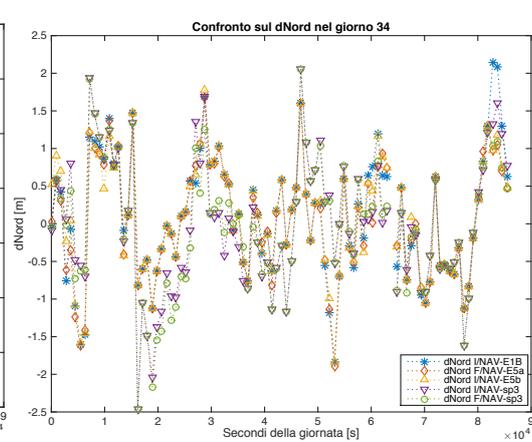
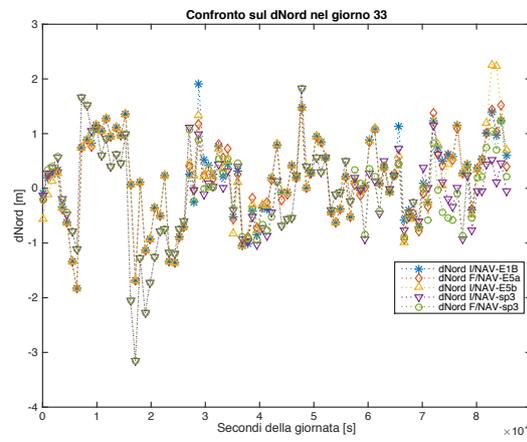
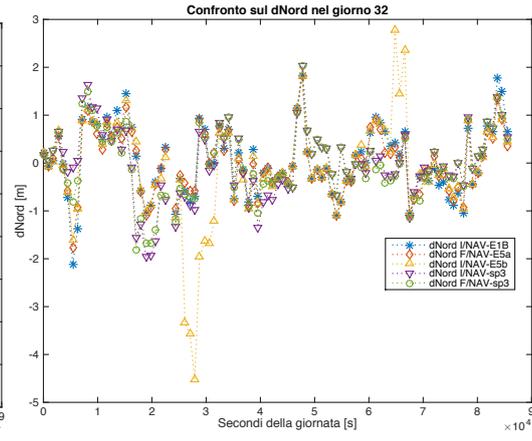
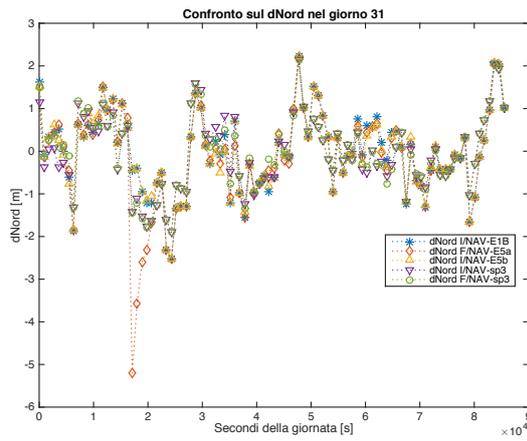
Tabella 3.6: Valori medi e di scarto quadratico medio per il dNord nella settimana GPS 1882.

MEDIA [m]	I/NAV-E1B	F/NAV-E5a	I/NAV-E5b	I/NAV-sp3	F/NAV-sp3
day 31	-0.01	0.08	0.01	-0.06	-0.08
day 32	0.04	0.05	-0.05	-0.07	-0.07
day 33	-0.14	-0.16	-0.13	-0.11	-0.08
day 34	0.04	0.04	0.04	-0.04	-0.03
day 35	0.06	0.02	0.07	-0.06	-0.08
day 36	-0.05	-0.04	-0.06	-0.10	-0.09
day 37	0.01	-0.13	-0.02	-0.10	-0.07
STD [m]	I/NAV-E1B	F/NAV-E5a	I/NAV-E5b	I/NAV-sp3	F/NAV-sp3
day 31	0.62	0.71	0.57	0.58	0.55
day 32	0.48	0.46	0.69	0.50	0.51
day 33	0.49	0.49	0.48	0.54	0.52
day 34	0.53	0.49	0.52	0.62	0.57
day 35	0.52	0.54	0.53	0.50	0.48
day 36	0.49	0.49	0.50	0.54	0.51
day 37	0.57	0.77	0.59	0.56	0.56

Tabella 3.7: Valori medi e di scarto quadratico medio per il dEst nella settimana GPS 1882.

MEDIA [m]	I/NAV-E1B	F/NAV-E5a	I/NAV-E5b	I/NAV-sp3	F/NAV-sp3
day 31	0.60	0.60	0.58	0.50	0.50
day 32	0.63	0.62	0.66	0.63	0.64
day 33	0.54	0.51	0.59	0.55	0.54
day 34	0.63	0.59	0.56	0.67	0.66
day 35	0.42	0.40	0.35	0.35	0.37
day 36	0.41	0.42	0.40	0.51	0.51
day 37	0.50	0.40	0.53	0.45	0.47
STD [m]	I/NAV-E1B	F/NAV-E5a	I/NAV-E5b	I/NAV-sp3	F/NAV-sp3
day 31	0.88	0.95	0.88	0.79	0.79
day 32	0.93	0.88	1.02	0.91	0.90
day 33	0.78	0.78	0.90	0.91	0.91
day 34	1.11	1.05	1.01	1.13	1.06
day 35	0.96	0.97	1.04	0.87	0.83
day 36	1.00	0.98	0.94	0.96	0.90
day 37	1.06	1.19	1.04	0.98	0.97

Tabella 3.8: Valori medi e di scarto quadratico medio per il dUp nella settimana GPS 1882.



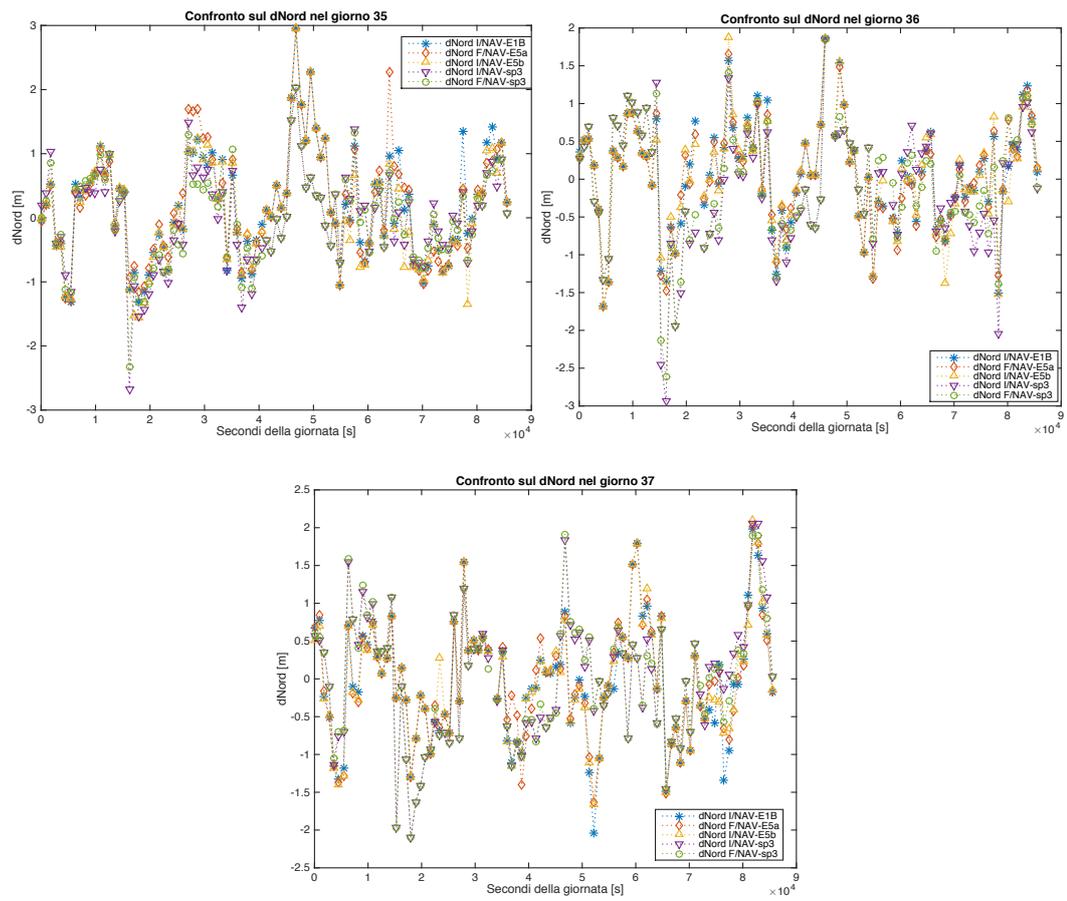
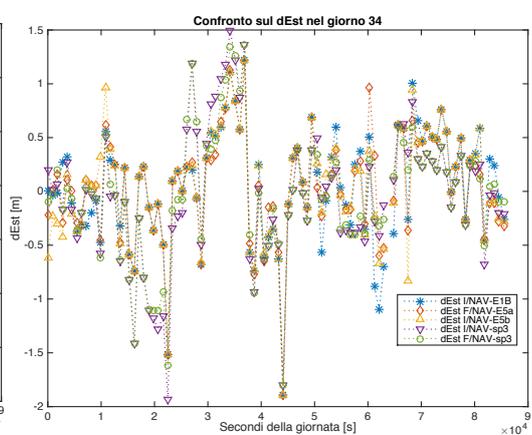
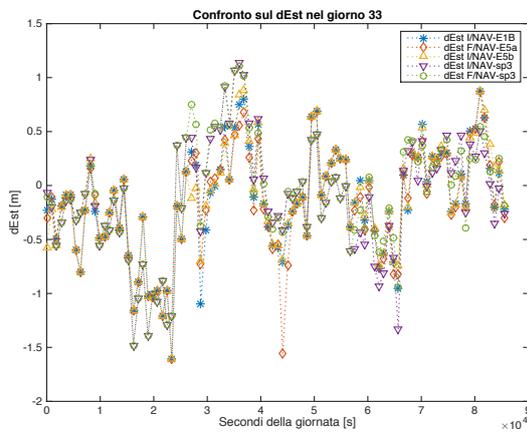
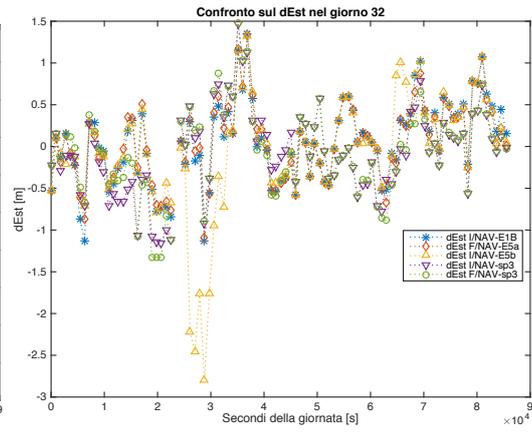
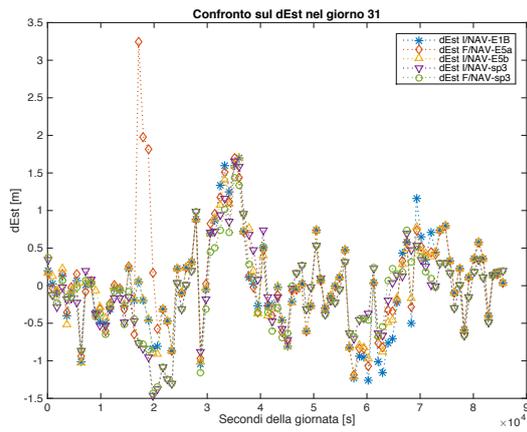


Figura 3.9: Valori di dNord per la settimana GPS 1882.



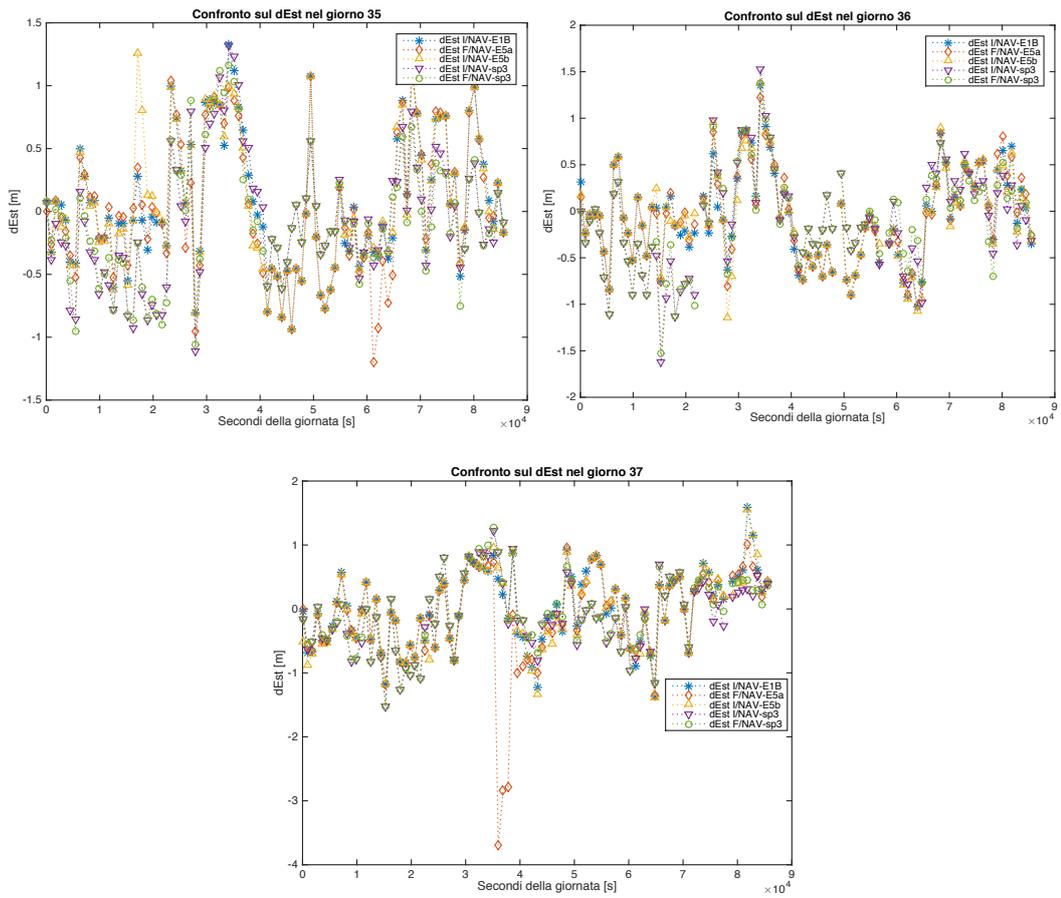
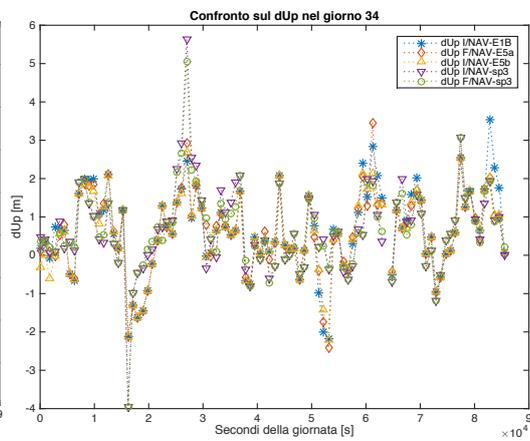
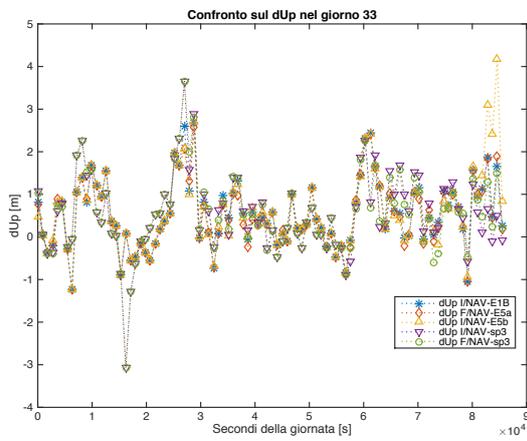
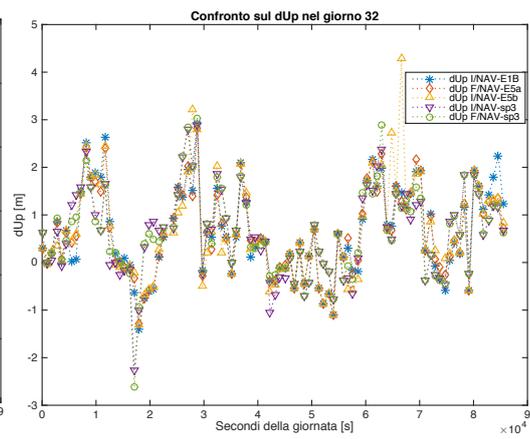
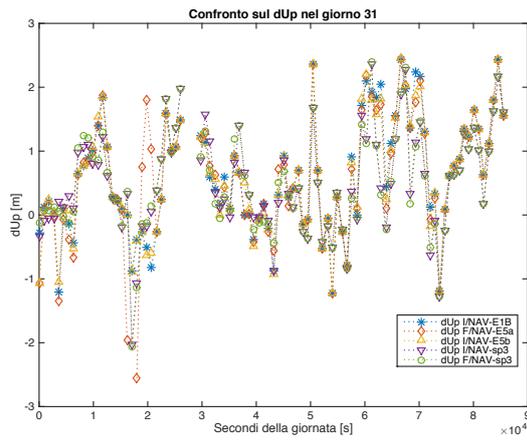


Figura 3.10: Valori di dEst per la settimana GPS 1882.



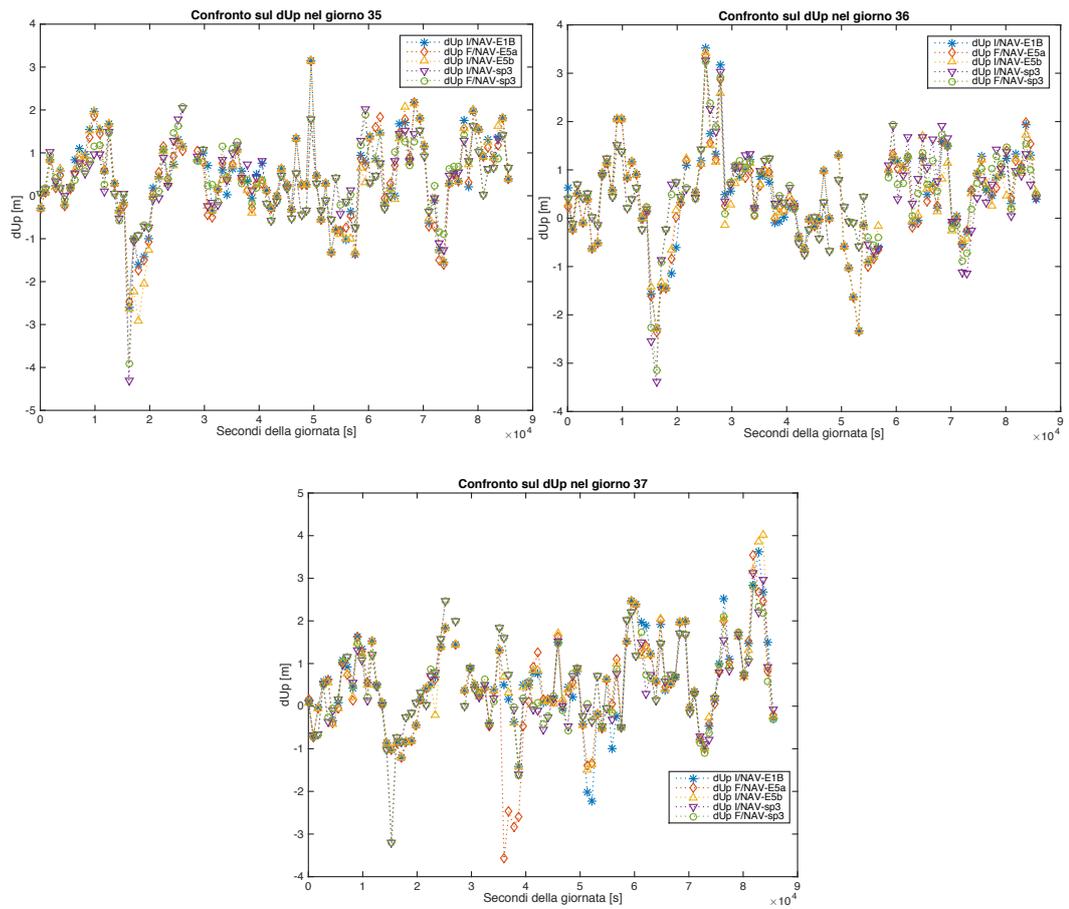


Figura 3.11: Valori di dUp per la settimana GPS 1882

### 3.3 II GPGA

All'interno di un'idea di posizionamento di precisione, la sincronia tra le scale temporali dei sistemi GNSS presi in considerazione è un fatto estremamente importante. In questa sede i valori di GPGA (essendo il GPS e Galileo i due unici sistemi utilizzati) sono espressi in nanosecondi, anziché in metri come nell'analisi preliminare precedentemente svolta. Una descrizione accurata di questa entità è stata definita nel capitolo precedente, al paragrafo 3.3. A differenza degli altri parametri trattati, per il GPGA si nota subito come vi sia una netta distinzione sia tra i casi F/NAV ed I/NAV, sia tra il calcolo effettuato con effemeridi precisi che con le broadcast, come evince dalla tabella 3.9. In particolar modo va evidenziato come, nei due casi I/NAV-broadcast, i valori concordino in media al meglio del decimo di nanosecondo.

MEDIA [ns]	I/NAV-E1B	F/NAV-E5a	I/NAV-E5b	I/NAV-sp3	F/NAV-sp3
day 31	-42.0	-29.4	-41.9	-34.3	-22.5
day 32	-41.6	-28.8	-41.4	-36.4	-25.5
day 33	-40.9	-27.6	-40.9	-36.5	-24.9
day 34	-39.9	-27.0	-40.4	-34.5	-24.9
day 35	-38.1	-25.4	-38.1	-33.1	-22.4
day 36	-36.4	-23.2	-36.5	-33.4	-22.1
day 37	-35.9	-22.3	-35.4	-33.8	-21.6
STD [ns]	I/NAV-E1B	F/NAV-E5a	I/NAV-E5b	I/NAV-sp3	F/NAV-sp3
day 31	2.1	2.1	2.3	1.6	1.5
day 32	1.7	1.4	4.0	2.9	1.7
day 33	1.8	2.1	2.0	2.3	1.5
day 34	2.5	2.1	3.2	2.2	1.6
day 35	2.3	3.2	2.5	2.3	1.6
day 36	2.0	1.5	2.2	2.7	2.0
day 37	3.0	2.5	3.7	1.8	1.7

Tabella 3.9: Valori medi e di scarto quadratico medio per il GPGA nella settimana GPS 1882.

Dalla tabella 3.9 si possono inoltre ricavare le differenze tra i GPGA ottenuti utilizzando le effemeridi broadcast e quelle precise per le due tipologie di messaggio di navigazione. Queste discostano di un'entità variabile nei giorni ma di circa 4 - 5 ns, e ciò sottolinea una differenza nel calcolo del satellite clock bias messo a disposizione dagli istituti di calcolo delle effemeridi sp3. Molto più stabili, sia per quanto riguarda i valori ottenuti dalle broadcast che dalle sp3, sono le differenze di GPGA nelle due combinazioni iono-free. La tabella 3.10 mostra come tali differenze risultino essere di una decina di nanosecondi.

Questi valori sono in accordo con quanto atteso in quanto, come descritto pre-

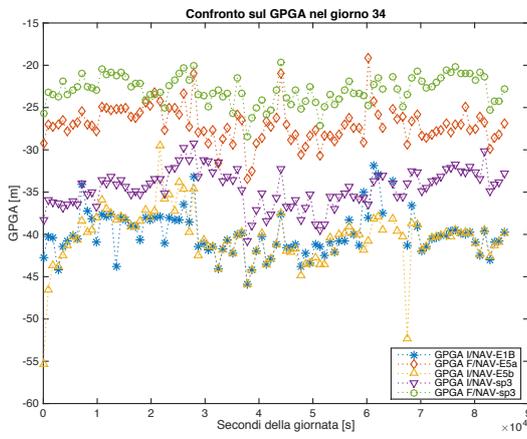
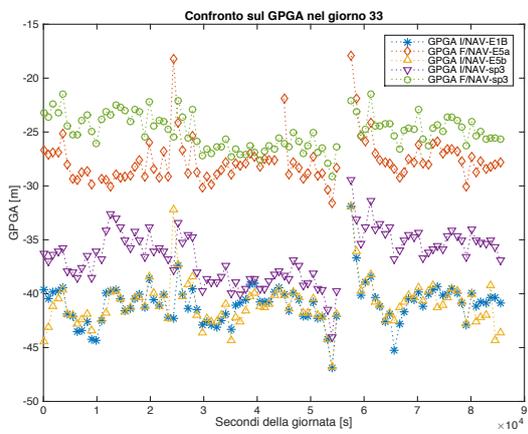
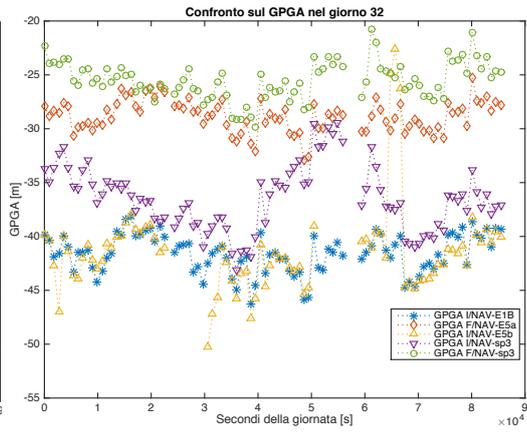
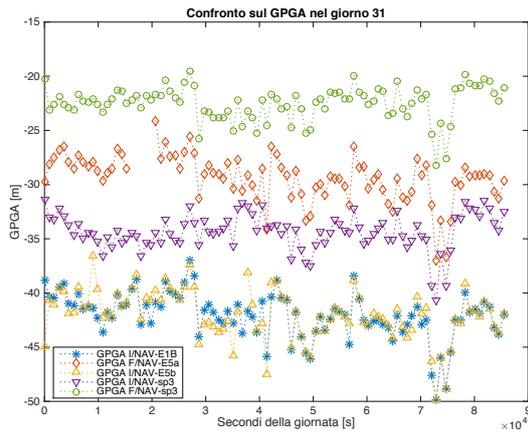
	Eff. Broadcast	Eff. Precise
day 31	-12.6	-11.8
day 32	-12.8	-10.9
day 33	-13.3	-11.6
day 34	-12.9	-9.6
day 35	-12.7	-10.7
day 36	-13.2	-11.3
day 37	-13.6	-12.2

Tabella 3.10: Differenze tra i valori di GPGA per combinazione iono-free ottenuti con effemeridi broadcast ed effemeridi precise.

cedentemente, la differenza nei due casi I/NAV ed F/NAV giace nelle frequenze utilizzate per la composizione della combinazione iono-free. Gli pseudorange calcolati da queste frequenze, infatti, portano ad una misura della combinazione pseudorange che differisce di circa 3 metri tra il caso E1B-E5b ed il caso E1B-E5a, valore che corrisponde a circa una decina di nanosecondi se convertiti in metri moltiplicando tale valore per la velocità della luce. Un esempio a proposito è visibile in tabella 3.11, in cui vengono presentati gli pseudorange (in metri) calcolati rispettivamente in combinazione iono-free I/NAV e F/NAV, in due epoche e giorni distinti, e le loro differenze.

Giorno 33, epoca 8:00.			
Sat	I/NAV [m]	F/NAV [m]	Differenza [m]
E12	27291169.1	27291165.93	3.17
E19	26584316.42	26584312.44	3.97
E26	23755570.67	23755567.23	3.43
E30	26862038.07	26862034.12	3.95
Giorno 36, epoca 8:30			
Sat	I/NAV [m]	F/NAV [m]	Differenza [m]
E11	26472254.52	26472250.58	3.93
E12	24513336.67	24513333.39	3.27
E19	23397993.37	23397989.64	3.73
E30	27076394.01	27076390.19	3.81

Tabella 3.11: Differenze tra i valori di pseudorange misurati con la combinazione iono-free I/NAV e F/NAV.



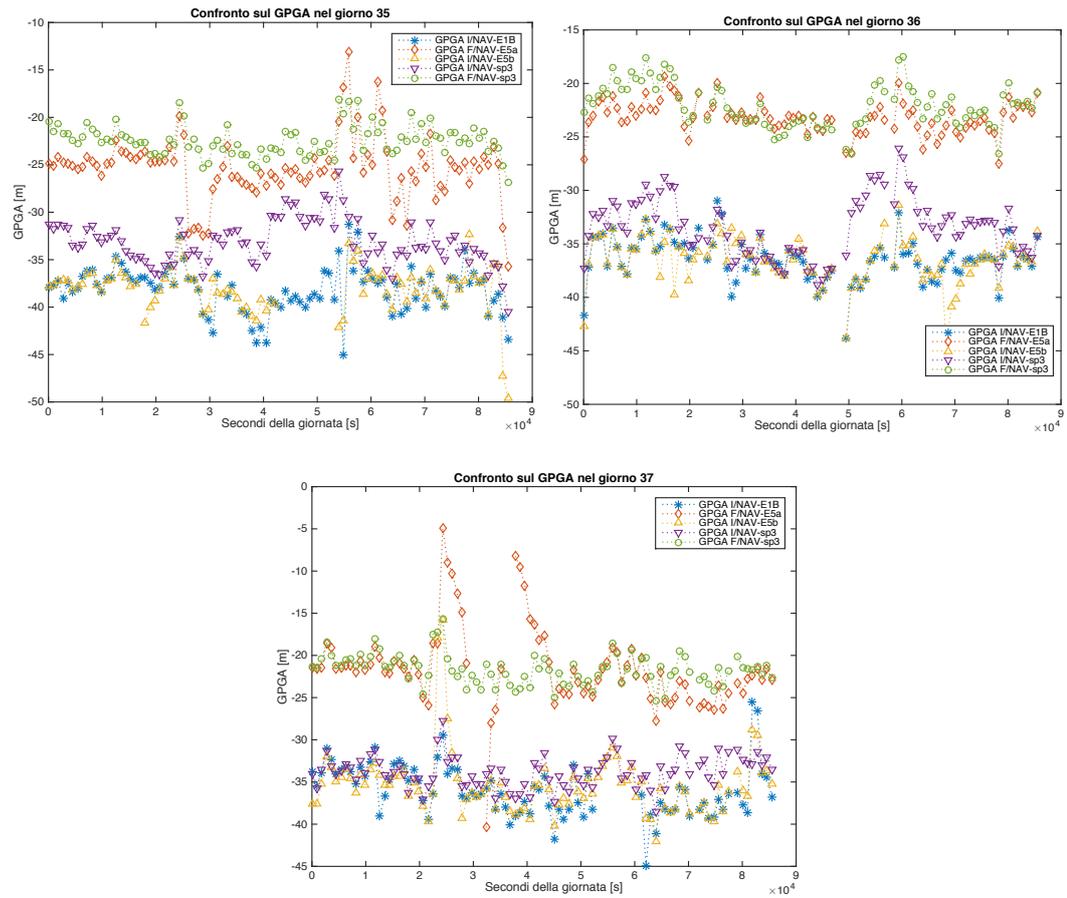


Figura 3.12: Valori di GPGA nella settimana GPS 1882.



## Capitolo 4

# Conclusioni

A livello di posizionamento e degli altri parametri presi in considerazione per l'analisi delle differenze tra il messaggio di Galileo I/NAV e F/NAV non si riscontrano enormi differenze. Per quanto riguarda il vettore (dNord, dEst, dUp) ed il ritardo troposferico si ottengono valori paragonabili, con differenze nell'ordine dei decimetri. Lo stesso non può essere detto, invece, per l'analisi del GPGA: in tale valore, che racchiude in sé le differenze a livello di frequenze utilizzate dai due messaggi, vi è una netta distinzione che rispecchia i due pseudorange calcolati dalla combinazione iono-free scelta. Tale valore, di circa una decina di nanosecondi, corrisponde ad una distanza di poco più di 3 metri, valore concorde con lo scarto tra lo pseudorange calcolato nella combinazione E1B-E5b (I/NAV) e E1B-E5a (F/NAV). Dati più recenti mostrano come i valori di GPGA stiano man mano entrando nella soglia dei 5 nanosecondi, valore accettato come limite per sincronia delle scale

Per quanto riguarda la scelta della effemeridi e della combinazione da usare, dall'analisi degli scarti risulta che la combinazione iono-free I/NAV-E1B dà valori più continui e con meno fluttuazioni rispetto agli altri casi analizzati. Ciò è in accordo con quanto diffuso dalla stessa Agenzia Spaziale Europea, la quale consiglia (per ora) l'uso di questa combinazione come quella da preferire. Il servizio SoL, infatti, non essendo ancora attivo, non dà modo di distinguere tra I/NAV e F/NAV, in quanto esso dovrebbe fornire informazioni aggiuntive per aumentare l'integrità del servizio I/NAV, rendendo le differenze tra questi due messaggi (oltre che nella struttura) di carattere puramente "frequency dependent". A livello di effemeridi, invece, si nota come vi sia una netta abbondanza di effemeridi F/NAV, anche ridondante, ma caratterizzata tuttavia da un numero maggiore di valori fuori media. ESA per il momento suggerisce di non affidarsi ai messaggi portati dal segnale E5, sia esso E5a o E5b, in quanto attualmente in fase di riconfigurazione. Un'analisi più approfondita potrà essere effettuata nell'arco di qualche mese, quando il numero di satelliti Galileo in orbita permetterà di ottenere un posizionamento completo durante tutte le 24 ore

giornaliere (ossia vi saranno costantemente un numero minimo di 4 satelliti in vista), concedendo così di lavorare anche senza l'"appoggio" di una seconda costellazione (in questo caso il GPS), e dove magari i dati modulati sul segnale E5 saranno nuovamente affidabili.

# Appendice A

## Esempio di pagina F/NAV

Type=1	SVID	IOD <sub>nav</sub>	Clock correction				SISA(E1,E5a)	Ionospheric correction					BGD(E1,E5a)	E5a <sub>HS</sub>	GST			Spare	CRC	Tail	Total (bits)			
			$t_{oc}$	$a_{f0}$	$a_{f1}$	$a_{f2}$		Az		Ionospheric disturbance flag					W <sub>N</sub>	TOW	E5a <sub>bvs</sub>							
								$a_{i0}$	$a_{i1}$	$a_{i2}$	Region 1	Region 2										Region 3	Region 4	Region 5
6	6	10	14	31	21	6	8	11	11	14	1	1	1	1	1	10	2	12	20	1	26	24	6	244

Type=2	IOD <sub>nav</sub>	Ephemeris (1/3)						GST			CRC	Tail	Total (bits)
		$M_0$	$\bullet \Omega$	e	$A^{1/2}$	$\Omega_0$	$\bullet i$	W <sub>N</sub>	TOW				
6	10	32	24	32	32	32	14	12	20	24	6	244	

Type=3	IOD <sub>nav</sub>	Ephemeris (2/3)							GST			Spare	CRC	Tail	Total (bits)	
		$i_0$	$\omega$	$\Delta n$	$C_{uc}$	$C_{us}$	$C_{rc}$	$C_{rs}$	$t_{oe}$	W <sub>N</sub>	TOW					
6	10	32	32	16	16	16	16	16	16	14	12	20	8	24	6	244

Type=4	IOD <sub>nav</sub>	Ephemeris (3/3)		GST-UTC Conversion					GST-GPS Conversion				Spare	CRC	Tail	Total (bits)					
		$C_{ic}$	$C_{is}$	$A_0$	$A_1$	$\Delta t_{LS}$	$t_{ot}$	$WN_{ot}$	$WN_{LSF}$	DN	$\Delta t_{LSF}$	$t_{oG}$					$A_{oG}$	$A_{1G}$	$WN_{oG}$		
6	10	16	16	32	24	8	8	8	8	8	3	8	8	16	12	6	20	5	24	6	244

Type=5	$IOD_a$	$WN_a$	$t_{0a}$	<b>SV<sub>SVID1</sub></b>										<b>SV<sub>SVID2</sub>(1/2)</b>					CRC	Tail	<b>Total (bits)</b>		
6	4	2	10	SVID1	$\Delta(A^{1/2})$	$e$	$\omega$	$\delta_i$	$\Omega_0$	$\dot{\Omega}$	$M_0$	$a_{f0}$	$a_{f1}$	E5a <sub>HIS</sub>	SVID2	$\Delta(A^{1/2})$	$e$	$\omega$	$\delta_i$	$\Omega_0^{(1/2)}$	24	6	244
Type=6	$IOD_a$	<b>SV<sub>SVID2</sub>(2/2)</b>					<b>SV<sub>SVID3</sub></b>										Spare	CRC	Tail	<b>Total (bits)</b>			
6	4	$\Omega_0^{(2/2)}$	$\dot{\Omega}$	$M_0$	$a_{f0}$	$a_{f1}$	E5a <sub>HIS</sub>	SVID3	$\Delta(A^{1/2})$	$e$	$\omega$	$\delta_i$	$\Omega_0$	$\dot{\Omega}$	$M_0$	$a_{f0}$	$a_{f1}$	E5a <sub>HIS</sub>	3	24	6	244	
Type=63	Dummy sequence																				CRC	Tail	<b>Total (bits)</b>
6	208																				24	6	244

## Appendice B

### Esempio di pagina I/NAV

Type=1	Ephemeris (1/4)								Reserved	Total (bits)								
	IOD <sub>NAV</sub>	$t_{0e}$	$M_0$	$e$	$A/2$													
6	10	14	32	32	32	32	2			128								
Type=2	Ephemeris (2/4)								Reserved	Total (bits)								
	IOD <sub>NAV</sub>	$\Omega_0$	$i_0$	$\omega$	$i$													
6	10	32	32	32	14	2			128									
Type=3	Ephemeris (3/4)								SISA(E1,E5b)	Total (bits)								
	IOD <sub>NAV</sub>	$\dot{\Omega}$	$\Delta n$	$C_{UC}$	$C_{US}$	$C_{RC}$	$C_{RS}$											
6	10	24	16	16	16	16	16	8	128									
Type=4	IOD <sub>NAV</sub>	SVID	Ephemeris (4/4)		Clock correction				Spare	Total (bits)								
			$C_{ic}$	$C_{is}$	$t_{0c}$	$a_{f0}$	$a_{f1}$	$a_{f2}$										
6	10	6	16	16	14	31	21	6	2	128								
Type=5	Ionospheric correction								Spare	Total (bits)								
	Az		Ionospheric disturbance flag					GST										
	$a_{i0}$	$a_{i1}$	$a_{i2}$	Region 1	Region 2	Region 3	Region 4	Region 5	$BGD(E1,E5a)$	$BGD(E1,E5b)$	$ESb_{HIS}$	$E1B_{HIS}$	$ESb_{DVS}$	$E1B_{DVS}$	$WN$	$TOW$		
6	11	11	14	1	1	1	1	1	10	10	2	2	1	1	12	20	23	128

Type=6	<b>GST-UTC conversion parameters</b>										Spare	<b>Total (bits)</b>		
	$A_0$	$A_1$	$\Delta t_{LS}$	$t_{0t}$	$WN_{0t}$	$WN_{LSF}$	$DN$	$\Delta t_{LSF}$	$TOW$					
6	32	24	8	8	8	8	3	8	20	3	128			
Type=7	IOD <sub>a</sub>	$WN_a$	$t_{0a}$	<b>SV<sub>SVID1</sub> (1/2)</b>								Reserved	<b>Total (bits)</b>	
				SVID1	$\Delta(A^{1/2})$	$e$	$\omega$	$\delta_i$	$\Omega_0$	$\bullet\Omega$	$M_0$			
6	4	2	10	6	13	11	16	11	16	11	16	6	128	
Type=8	IOD <sub>a</sub>	<b>SV<sub>SVID1</sub>(2/2)</b>				<b>SV<sub>SVID2</sub>(1/2)</b>						Spare	<b>Total (bits)</b>	
		$a_{j0}$	$a_{j1}$	E5b <sub>H5</sub>	E1b <sub>H5</sub>	SVID2	$\Delta(A^{1/2})$	$e$	$\omega$	$\delta_i$	$\Omega_0$			$\bullet\Omega$
6	4	16	13	2	2	6	13	11	16	11	16	11	1	128
Type=9	IOD <sub>a</sub>	$WN_a$	$t_{0a}$	<b>SV<sub>SVID2</sub>(2/2)</b>				<b>SV<sub>SVID3</sub>(1/2)</b>					<b>Total (bits)</b>	
				$M_0$	$a_{j0}$	$a_{j1}$	E5b <sub>H5</sub>	E1b <sub>H5</sub>	SVID3	$\Delta(A^{1/2})$	$e$	$\omega$		$\delta_i$
6	4	2	10	16	16	13	2	2	6	13	11	16	11	128
Type=10	IOD <sub>a</sub>	<b>SV<sub>SVID3</sub>(2/2)</b>						<b>GST-GPS conversion parameters</b>				<b>Total (bits)</b>		
		$\Omega_0$	$\bullet\Omega$	$M_0$	$a_{j0}$	$a_{j1}$	E5b <sub>H5</sub>	E1b <sub>H5</sub>	$A_{0G}$	$A_{1G}$	$t_{0G}$		$WN_{0G}$	
6	4	16	11	16	16	13	2	2	16	12	8	6	128	
Type=0	Time	Spare									<b>GST</b>		<b>Total (bits)</b>	
		88									$WN$	$TOW$		
6	2	88									12	20	128	
Type = 63	Dummy Sequence											<b>Total (bits)</b>		
	186												192	
	Dummy Data (1/2) (112 bits)						Dummy Data (2/2) (80 bits)							

## Appendice C

# Algoritmo di calcolo per le coordinate ECEF

Nel messaggio di navigazione broadcast vi sono, oltre ad informazioni generali sulla salute del satellite, i dati per ricostruirne l'orbita reale e i coefficienti per modellare l'evoluzione del clock bias. Un esempio di effemeridi broadcast nel caso di GPS, Galileo, BeiDou e QZSS può essere visto in tabella C.1.

Parametro	Descrizione
$ID$	Numero di identificazione del satellite
$WEEK$	Settimana GPS
$t_{0e}$	Epoca di riferimento delle effemeridi
$\sqrt{a}$	Radice quadrata del semiasse maggiore [m <sup>0.5</sup> ]
$e$	Eccentricità
$M_0$	Anomalia media all'epoca di riferimento
$\omega_0$	Argomento di perigeo
$i_0$	Inclinazione
$l_0$	Longitudine del nodo all'epoca $t_0$
$\Delta n$	Variazione di anomalia media
$\dot{i}$	Variazione dell'inclinazione
$\dot{\Omega}$	Variazione dell'ascensione retta del nodo
$C_{uc}, C_{us}$	Coefficienti di correzione dell'argomento di perigeo
$C_{rc}, C_{rs}$	Coefficienti di correzione del raggio orbitale
$C_{ic}, C_{is}$	Coefficienti di correzione dell'inclinazione
$t_{0c}$	Epoca di riferimento del clock
$a_0$	Clock offset
$a_1$	Coefficiente superiore di primo grado
$a_2$	Coefficiente superiore di secondo grado

Tabella C.1: Parametri trasmessi nel messaggio di navigazione.

In tabella C.2 vengono mostrate i termini costanti che appaiono nell'algoritmo di calcolo delle coordinate ECEF per il centro di fase dell'antenna del satellite in analisi.

Costante	Descrizione
$\pi = 3.1415926535898$	
$\mu = 3.986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$	costante gravitazionale geocentrica
$\omega_e = 7.2921151467 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$	velocità angolare media terrestre
$c = 299792458 \text{ m/s}$	velocità della luce

Tabella C.2: Costanti per calcolo delle posizioni ECEF dei satelliti GNSS.

Di seguito verrà illustrato l'algoritmo per il calcolo per la posizione dei satelliti in un modello pseudokepleriano:

$a = (a^{1/2})^2$	Semiassse maggiore
$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$	Moto medio
$t_k = t - t_{0e}$	Secondi rispetto ToE
$n = n_0 + \Delta n$	Moto medio corretto
$M = M_0 + nt_k$	Anomalia media
$M = E - e \sin E$	Anomalia eccentrica
$\nu = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \nu}{\cos \nu} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E / (1-e \cos E)}{(\cos E - e) / (1-e \cos E)} \right)$	Anomalia vera
$\Phi = \nu + \omega$	Argomento di latitudine
$\delta u = C_{us} \sin 2\Phi + C_{uc} \cos 2\Phi$	Correzione dell'argomento di latitudine
$\delta r = C_{rs} \sin 2\Phi + C_{rc} \cos 2\Phi$	Correzione del raggio
$\delta i = C_{is} \sin 2\Phi + C_{ic} \cos 2\Phi$	Correzione dell'inclinazione
$u = \Phi + \delta u$	Argomento di latitudine corretto
$r = a(1 - e \cos E) + \delta r$	Raggio corretto
$i = i_0 + \delta i + \dot{i}t_k$	Inclinazione corretta
$\Omega = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \omega_e)t_k - \omega_e t_{0e}$	RAAN corretta
$x' = r \cos u$	Posizioni nel piano orbitale
$y' = r \sin u$	Posizioni nel piano orbitale
$x = x' \cos \Omega - y' \cos i \sin \Omega$	Coordinate del centro di fase
$y = x' \sin \Omega + y' \cos i \cos \Omega$	dell'antenna del satellite
$z = y' \sin i$	nel GTRF

# Bibliografia

- [1] GNSS-Global Navigation Satellite Systems. *Hofmann, B. and Lichtenegger, H. and Wasle, E.*, 2008, Springer-Verlag.
- [2] GALILEO Positioning Technology. *Nurmi, Jari and Lohan, Elena Simona and Sand, Stephan and Hurskainen, Heikki and others*, 2015, Springer.
- [3] An Analysis of Intersystem Biases for multi-GNSS Positioning. *Dalla Torre, Andrea and Caporali, Alessandro*, GPS Solutions, 2015.
- [4] Galileo Signal In Space Interface Control Document (OS SIS ICD), Issue 1.2, European Union, 2015.
- [5] Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces, Global Positioning System Directorate, 2013.
- [6] GLONASS Interface Control Document, Edition 5.1, Moscow, 2008.
- [7] BeiDou Signal In Space Interface Control Document, Version 2.0, China Satellite Navigation Office, 2013.
- [8] RINEX The Receiver Independent Exchange Format, Version 3.03, International GNSS Service (IGS), 2015.
- [9] ESA Navipedia: [www.navipedia.net](http://www.navipedia.net). *Ultima visita: 29/08/16*
- [10] ESA: [www.esa.int/Our\\_Activities/Navigation](http://www.esa.int/Our_Activities/Navigation). *Ultima visita: 29/08/16*
- [11] European GNSS Agency: [www.gsa.europa.eu](http://www.gsa.europa.eu). *Ultima visita: 29/08/16*

