



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria Meccatronica
Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali

Tesi di Laurea triennale

**Analisi agli elementi finiti di una piastra con spallamento
soggetta a trazione.**

Relatore: Ing. Michele Zappalorto

Correlatore: Ing. Marco Salviato

Laureando: Fabio Chianucci

ANNO ACCADEMICO 2012/2013

Indice

Prefazione

1. Il fattore teorico di concentrazione di tensioni K_t

- 1.1 *Il comportamento a fatica dei componenti meccanici e la curva di Wohler*
- 1.2 *Fattori di influenza sulla resistenza a fatica*
- 1.3 *Il fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t*
- 1.4 *Relazione tra K_f e K_t*

2. Analisi agli elementi finiti

- 2.1 *Modello geometrico da analizzare*
- 2.2 *Procedura operativa del programma "Ansys"*
- 2.3 *Preprocessor del caso di studio*
- 2.4 *Indicazioni sul dimensionamento manuale della mesh*

3. Risultati

- 3.1 *Caso con $H/d=2$ ed $r=3$ mm*
- 3.2 *Caso con $H/d=2$ ed $r=4$ mm*
- 3.3 *Caso con $H/d=2$ ed $r=5$ mm*
- 3.4 *Caso con $H/d=2$ ed $r=6$ mm*
- 3.5 *Caso con $H/d=2$ ed $r=7$ mm*

- 3.6 *Caso con $H/d=1.3$ ed $r=1,5$ mm*
- 3.7 *Caso con $H/d=1.3$ ed $r=3$ mm*
- 3.8 *Caso con $H/d=1.3$ ed $r=4$ mm*
- 3.9 *Caso con $H/d=1.3$ ed $r=5$ mm*
- 3.10 *Caso con $H/d=1.3$ ed $r=6$ mm*

4. Conclusioni

Prefazione

L'obiettivo della tesi consiste nell'effettuare un'analisi agli elementi finiti di una piastra con spallamento soggetta a trazione in modo da verificare come, al variare delle caratteristiche geometriche della sezione in esame, cambi il valore del coefficiente teorico di concentrazione delle tensioni K_t . Una volta eseguita tale analisi, sarà possibile confrontare i risultati ottenuti con quelli contenuti nel manuale del Peterson.

In secondo luogo si analizzeranno gli andamenti delle tensioni lungo la bisettrice dello spallamento stesso al variare delle caratteristiche geometriche della sezione in esame; in questo modo sarà possibile individuare con maggior facilità gli eventuali punti deboli che una piastra con spallamento presenta se soggetta a carichi di trazione.

1. Il fattore teorico di concentrazione di tensioni K_t

1.1 Il comportamento a fatica dei componenti meccanici e la curva di Wöhler

Nel corso della propria “vita” ogni componente meccanico può essere sottoposto a carichi variabili nel tempo; nel caso, ad esempio, di organi di macchine in movimento si hanno sollecitazioni variabili nel tempo e che si ripetono per un numero di cicli molto elevato, talvolta anche per milioni di volte. Tali tipi di carichi, se agenti in modo prolungato, possono portare i componenti meccanici a cedimenti anche per carichi nettamente inferiori a quelli critici studiati in condizioni statiche.

Il primo studioso che focalizzò la propria attenzione su tale fenomeno (che in letteratura viene chiamato *fatica*) fu un ingegnere tedesco, il Wohler, impiegato presso le ferrovie di stato. Quest’ultimo, studiando alcune rotture apparentemente inaspettate (perché avvenute con carichi molto inferiori a quelli staticamente critici) di alcuni assali, capì come la resistenza di questi ultimi, in presenza di cicli di sollecitazioni variabili, fosse assai minore di quella calcolata staticamente. Egli comprese che il fenomeno della resistenza a fatica fosse intrinsecamente legato alla storia del carico cui ogni assale era stato sottoposto, e non solo all’ampiezza delle sollecitazioni, come invece avviene a livello statico.

La curva che mette in relazione la resistenza a fatica di un materiale con il numero di cicli, tuttora utilizzata in fase di progettazione, viene appunto detta curva di Wohler; essa viene “costruita” seguendo tale procedura: in laboratorio si riproduce un determinato tipo di ciclo di sollecitazione e lo si applica ad un alto numero di provini, con caratteristiche uguali tra loro; nel corso di questa fase si annota il numero di cicli di carico che il provino in esame è stato in grado di sopportare prima di arrivare a rottura. Il risultato può variare da provino a provino, tuttavia tale scostamento assume una distribuzione normale attorno ad un valore medio. Successivamente si ripetono le operazioni applicando “sigma alternate” di diverso modulo, ottenendo per ciascun caso un valore medio. Unendo poi i valori medi si ottiene la curva di Wöhler completa e relativa, in questo caso, ad una probabilità di sopravvivenza del provino pari al 50%.

Ciò significa che, per un determinata ampiezza ed un determinato ciclo di sollecitazione, il 50% dei provini sopravvive per un numero di cicli superiore a quello visualizzato nella curva di Wohler, mentre l’altra metà arriva in condizioni di incipiente cedimento dopo un numero di cicli minore.

La curva di Wohler viene quindi ad assumere l’andamento di figura 1.1, nella quale è anche specificato il riferimento ad una probabilità di sopravvivenza del 50%:

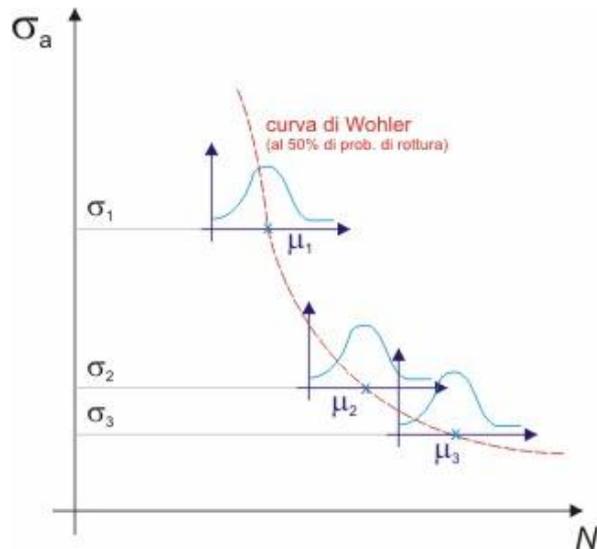


Figura 1.1

In particolare, tale diagramma fa riferimento al caso di un ciclo di sollecitazione “fondamentale” ovvero caratterizzato da una componente media nulla (tensione massima di ugual modulo ma di segno opposto rispetto alla tensione minima). Si nota come la curva tenda ad un asintoto orizzontale al tendere del numero di cicli N verso ∞ . Ciò significa che, al di sotto di una determinata ampiezza di sollecitazione, il materiale non giungerà mai in condizione di incipiente cedimento. Le normative non prevedono il calcolo del limite di fatica σ_a ma una grandezza di riferimento σ_A corrispondente al numero di cicli $N_A = (2 \times 10^6)$ e che prende il nome di *resistenza a fatica*.

1.2 Fattori di influenza sulla resistenza a fatica

Durante le fasi di progettazione e/o di verifica della resistenza a fatica, risulta assolutamente necessario tenere in considerazione alcuni fattori che possono incidere anche notevolmente sulla performance e sulla vita media di un componente meccanico. Solitamente si suddividono tali parametri in *interni* ed *esterni* a seconda che facciano riferimento a caratteristiche intrinseche del provino in questione, o che viceversa siano legati alle condizioni di esercizio.

I parametri interni consentono di considerare gli effetti dovuti alle proprietà intrinseche del provino e sono quindi correlati a caratteristiche quali: il tipo di materiale, le dimensioni assolute del pezzo in esame, la finitura superficiale (trattamenti superficiali subiti dal provino) e, soprattutto, la forma del componente e gli effetti della concentrazione di tensioni.

I parametri esterni, invece, riguardano le condizioni di esercizio e risultano in stretta relazione con la tensione media applicata, il rapporto di ciclo (definito come rapporto tra tensione massima e tensione minima), il tipo di sollecitazione, la temperatura, la modalità di variazione del carico e la storia delle sollecitazioni subite dal pezzo.

Rispetto ad un caso “di base”, un qualsiasi pezzo che presenti degli intagli risulterà essere meno performante, a causa della distribuzione non ideale delle tensioni. Tale andamento delle tensioni,

nel pezzo, è una chiara conseguenza dei fattori sopra elencati, ciascuno dei quali indebolisce il materiale; in particolare la geometria del componente andrà ad incidere sul fattore di concentrazione delle tensioni K_t il quale sarà sede di approfonditi studi nel seguito della presente trattazione.

Ad ogni fattore di influenza, verrà associato un coefficiente K_x che riduce le prestazioni a fatica del materiale stesso; tale influenza andrà a modificare anche notevolmente la pendenza della curva di Wöhler semplificata (ovvero facente riferimento al solo andamento asintotico), come mostrato in figura 1.2

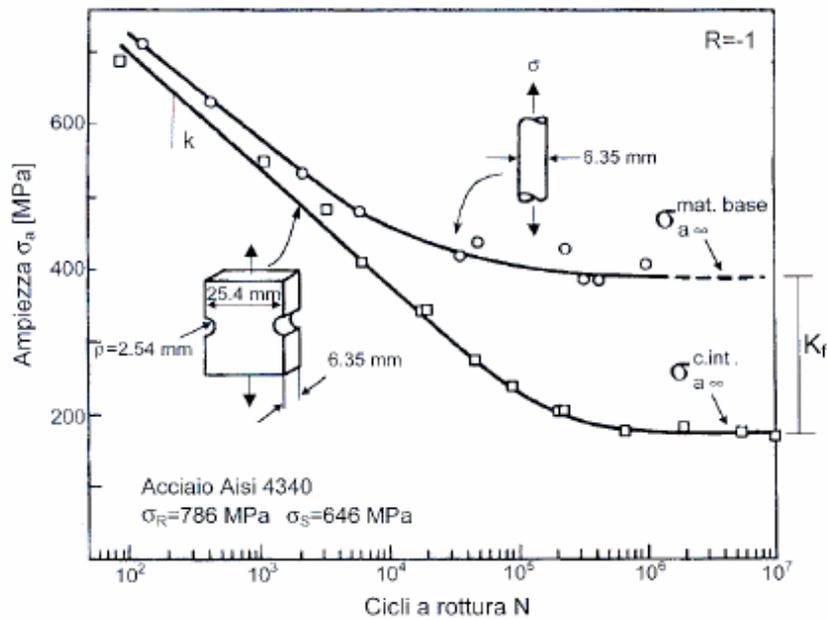


Figura 1.2

I fattori riduttivi più importanti, e che si utilizzano per definire la σ_A^* , sono il fattore K_L , riferito al grado di finitura superficiale del pezzo in esame, il coefficiente K_d , legato solamente alle dimensioni assolute del pezzo, ed infine il fattore di riduzione della resistenza a fatica K_f il quale tiene in considerazione gli effetti delle concentrazioni di tensioni indotti da deformazioni geometriche del pezzo quali, ad esempio, gli intagli, ed è in stretta relazione con il coefficiente K_t .

La relazione utilizzata per esprimere la nuova σ_A^* risulterà essere:

$$\sigma_A^* = \sigma_A / (K_f \times K_d \times K_L)$$

1.3 Il fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t

Ogni componente reale presenta delle variazioni geometriche quali variazioni di diametro, spallamenti, intagli, fori, ecc. che causano una distribuzione delle tensioni non ideale lungo la sezione. Tali distribuzioni non ideali, giocano un ruolo importantissimo nella resistenza a fatica di un materiale poiché, l'affidabilità in servizio da parte di un componente meccanico, dipende direttamente dal numero di punti critici presenti nella struttura. In tali punti, le tensioni che si vengono ad instaurare, a causa ad esempio di una trazione, risultano essere notevolmente amplificate e vanno a minare l'affidabilità, in esercizio, del pezzo.

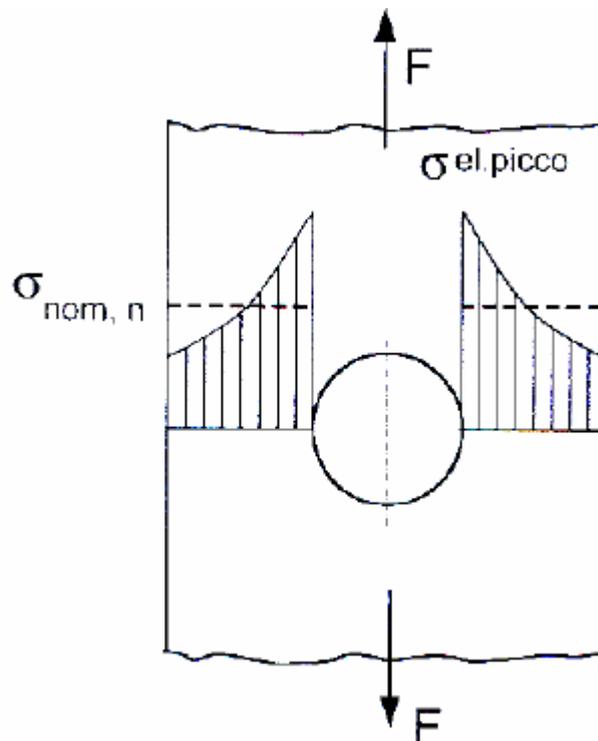


Figura 1.3

Come si nota in figura 1.3, l'andamento reale delle tensioni nel pezzo risulta essere molto diverso da quello presente nel caso di piastra priva di foro; in particolare si nota come il picco di tensione venga raggiunto in un punto specifico del provino sotto osservazione; tale punto solitamente risulta essere in corrispondenza dell'apice della deformazione geometrica considerata. Man mano che ci si allontana dal foro, il modulo delle tensioni cala fino a raggiungere valori inferiori a quelli nominali considerati rispetto alla sezione netta.

Poiché la fatica è un fenomeno locale, sarà in generale proprio l'apice della deformazione a rappresentare il punto maggiormente sollecitato per l'organo in esercizio.

Si definiscono quindi i seguenti parametri:

$$K_{t,n} = \frac{\sigma_{el.picco}}{\sigma_{nom,n}}$$

$$K_{t,n} = \frac{\sigma_{el.picco}}{\sigma_{nom,l}}$$

dove vale che:

$$\sigma_{nom,n} = F / ((W - d) \times t)$$

$$\sigma_{nom,l} = F / (W \times t)$$

E' importante sottolineare, che i due coefficienti precedenti dipendono solamente dalle proprietà geometriche dell'intaglio (o del foro, spallamento, ecc.); gli effetti dovuti ad altre proprietà della sezione vengono considerati attraverso le altre costanti di riduzione della resistenza a fatica.

1.4 Relazione tra K_f e K_t

Come detto, il limite di fatica di un componente meccanico dipende dai termini K_L , K_d e K_f . Nel corso dell'analisi agli elementi finiti noi andremo a studiare il fattore K_t che agisce, in modo diretto, nella formula di riduzione del limite di fatica. Esso infatti è strettamente legato al parametro K_f , che è concretamente presente nella formula da cui si ricava il limite di fatica.

Nei casi reali si possono verificare due situazioni: la configurazione di completa sensibilità all'intaglio e la configurazione di parziale sensibilità all'intaglio.

Nel primo caso risulta che $K_f = K_t$; tale relazione vale tutte le volte in cui i raggi di raccordo sono abbastanza grandi (in genere maggiori di 2mm). In questa situazione la resistenza a fatica è regolata dal solo apice dell'intaglio.

Nel secondo caso invece risulta che $K_f < K_t$ e ciò accade con raggi di raccordo minori di 2mm; in generale il fenomeno avviene in una zona distante dall'apice della deformazione.

La relazione generale, che lega i due coefficienti, è la seguente:

$$K_f = 1 + q \times (K_t - 1)$$

con q che varia tra 0 e 1.

2. Analisi agli elementi finiti

2.1 Modello geometrico da analizzare

Il componente oggetto della nostra analisi è una piastra con spallamento; le sue dimensioni verranno variate caso per caso, in modo da comprendere più a fondo quale dettaglio geometrico influisca maggiormente sul fattore di concentrazione delle tensioni K_t .

In figura 2.1 è riportato un prospetto di una generica piastra con spallamento.

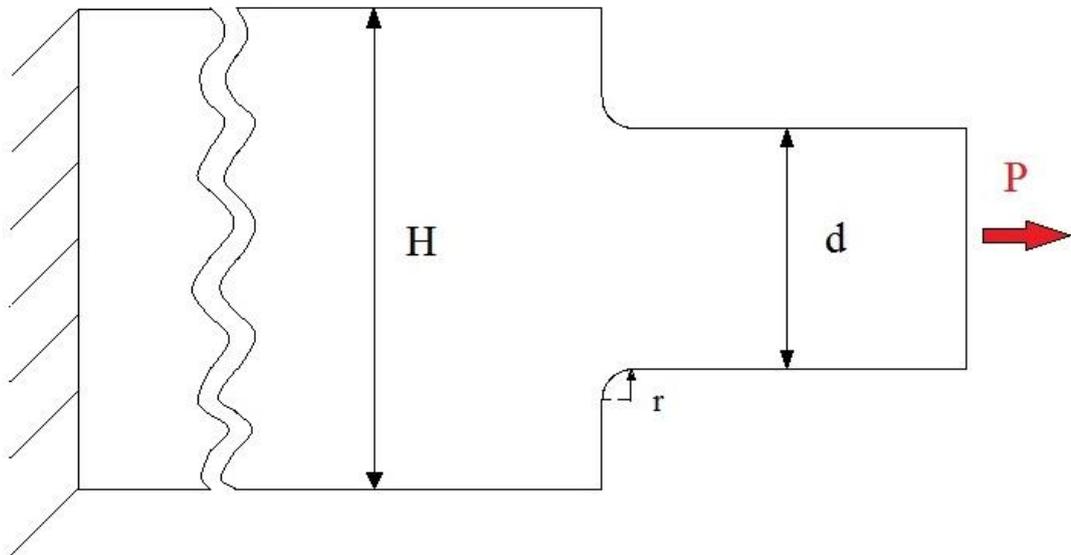


Figura 2.1

Le grandezze che verranno variate, nel corso della nostra analisi, saranno rispettivamente il raggio “ r ” di raccordo dello spallamento e il rapporto “ H/d ” tra la sezione netta e quella lorda a parità di spessore “ t ”. I primi 5 casi di analisi faranno riferimento ad un rapporto $H/d = 2$; nella seconda metà della trattazione verrà invece presa in considerazione la sezione caratterizzata da $H/d = 1,3$.

2.2 Procedura operativa del programma “Ansys”

Il metodo di analisi agli elementi finiti è utilizzato per risolvere problemi molto complicati, ad esempio strutture presentanti geometrie particolari. La procedura si basa sulla possibilità di discretizzare il dominio continuo di partenza in un dominio discreto, detto “mesh”, il quale è formato da tante forme elementari con vari profili e dimensioni. Maggiore è il numero delle forme elementari, maggiore sarà anche la precisione dei risultati e la mole di calcoli da eseguire attraverso il calcolatore elettronico.

Il processo di analisi tramite il programma di simulazione “Ansys” si articola sostanzialmente in tre fasi:

1. Il *Preprocessor* in cui viene costruito il modello ad elementi finiti
2. La *Solution* durante la quale viene concretamente risolto il problema agli elementi finiti
3. Il *General Postprocessor* in cui vengono visualizzati i risultati dell’analisi

2.3 Preprocessor del caso di studio

Come detto precedentemente, durante la prima fase, viene definito un modello per il caso di studio in esame, in particolare si va a costruire la geometria del problema, si impostano le caratteristiche intrinseche del materiale (quali il Modulo di Young $E = 206000 \text{ MPa}$ e il coefficiente di Poisson $\nu = 0.3$), il tipo di sollecitazione (nel nostro caso una trazione) ed infine si modella il reticolo di discretizzazione (altresì detto *mesh*) in modo da avere una buona risoluzione nei punti di interesse. Nel nostro caso si opterà per una mesh abbastanza fitta nell’intorno dello spallamento stesso; poiché si prevede che sarà proprio quello il punto maggiormente sollecitato a causa della distribuzione non ideale delle tensioni. Viceversa, man mano che ci si allontanerà da quest’ultimo, il reticolo sarà composto da elementi più grandi.

La prima operazione svolta nella fase di Preprocessor consiste nell’assegnare al pezzo di interesse le sue caratteristiche intrinseche quali il modulo di Poisson (pari a 0,3) e quello di Young (pari a 206000 MPa). Successivamente si definisce il tipo di analisi che si desidera effettuare tramite Ansys e si realizza la geometria. Nel nostro caso, si creano i vari *keypoints* in determinate coordinate cartesiane; successivamente tali keypoints vengono uniti attraverso delle linee (sia rette, sia ad arco di circonferenza). Infine si definiscono le aree della sezione che si andranno poi a “meshare”.

Il risultato visivo di tale fase, nella schermata di ansys, risulta essere molto simile a quanto riportato in figura 2.2

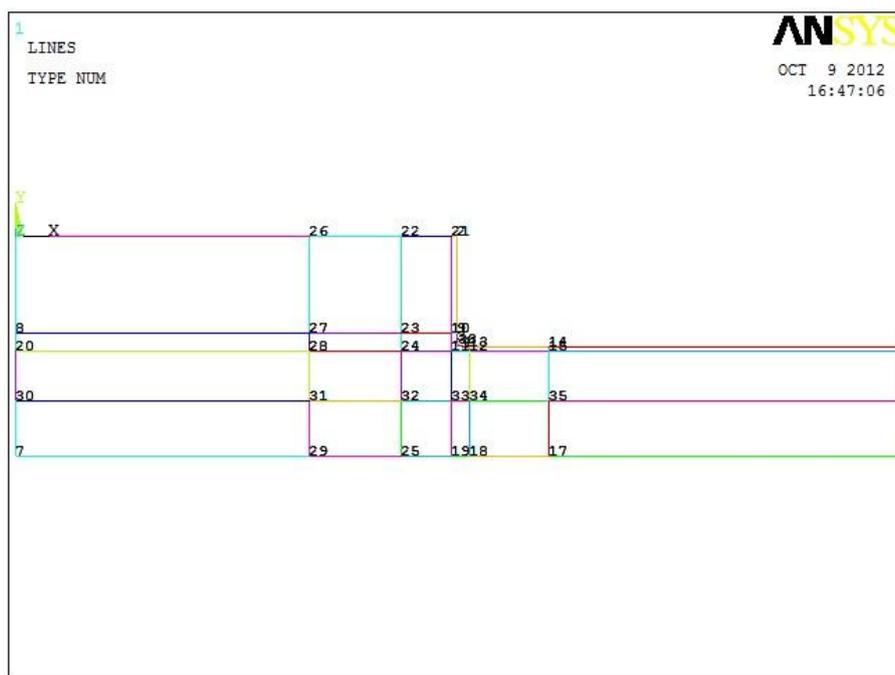


Figura 2.2

Nella presente trattazione, andremo ad analizzare 10 sezioni tra loro diverse per aspetti puramente geometrici. In particolare nei primi 5 casi si farà riferimento ad un rapporto tra larghezza lorda e larghezza netta pari a $H/d = 2$ e con il raggio di raccordo dello spallamento che assumerà cinque valori diversi. Nei rimanenti cinque casi di analisi, studieremo la sezione caratterizzata dal rapporto $H/d = 1,3$; anche in questi ultimi verrà cambiato di volta in volta il raggio di raccordo dello spallamento in modo da ottenere una piena comprensione degli effetti causati da variazioni geometriche sulla distribuzione delle tensioni. In tutti i casi, come visibile in figura 2.3, è stata creata una struttura di keypoints che permettesse di realizzare aree abbastanza piccole nei pressi dell'intaglio, in modo da ottenere una mesh più fitta nella successiva fase di discretizzazione.

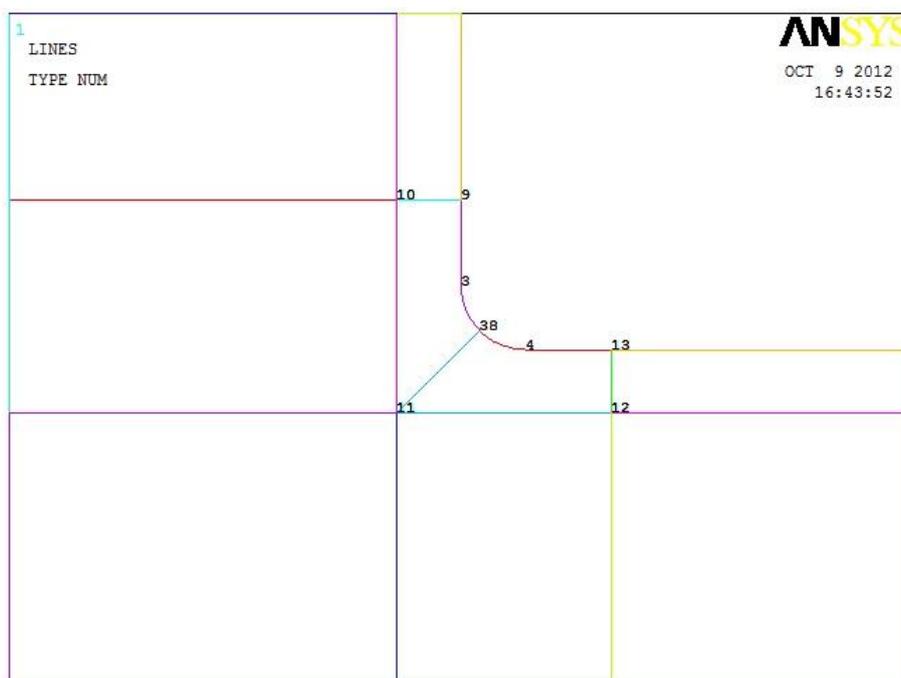


Figura 2.3

Va sottolineato come il modello geometrico presente nelle figure precedenti faccia riferimento solamente alla semisezione della piastra in questione. Tale aspetto non rappresenta ne un problema ne una limitazione poiché, nella fase di *Preprocessing*, sono impostabili anche caratteristiche quali eventuali simmetrie e condizioni di vincolo. In tal modo, è possibile sfruttare la piena potenza di calcolo del calcolatore su un problema di entità dimezzata, senza trascurare il fatto che la sezione considerata è solo metà di quella reale che si sta andando concretamente a studiare.

2.4 Indicazioni sul dimensionamento manuale della mesh

In seguito alla modellizzazione puramente geometrica, eseguita nella prima fase del Preprocessor, si realizza concretamente la discretizzazione del continuo in modo da permettere poi al software di

svolgere l'analisi agli elementi finiti. Questa operazione risulta essere molto importante in quanto, una discretizzazione non buona, potrebbe portare a risultati poco precisi. In particolare, ricorrendo all'opzione di dimensionamento manuale, si andrà a creare un discreto molto fine nell'intorno dello spallamento, dove si prevede ci siano distribuzioni delle tensioni più irregolari.

Un esempio grafico di tale procedura è mostrato nel seguito in figura 2.4:

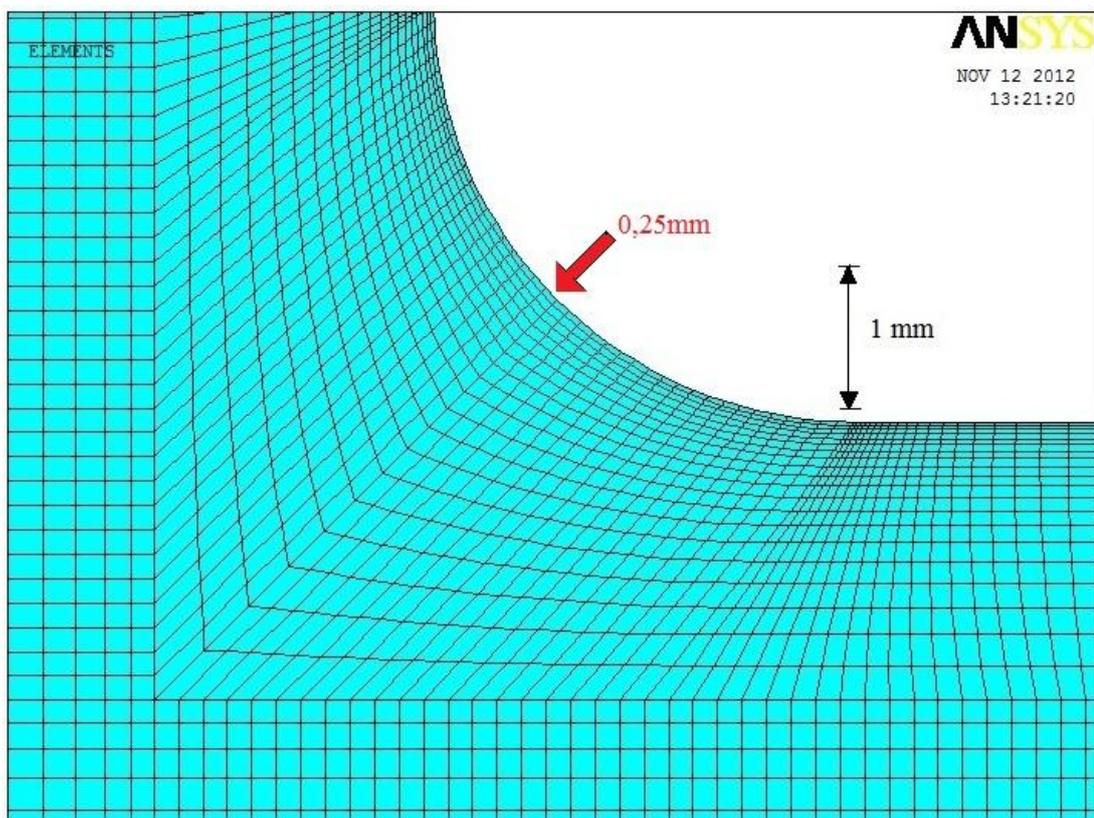


Figura 2.4

Dopo aver creato un'area sufficientemente piccola attorno alla zona di interesse, abbiamo spezzettato i lati componenti quest'ultima in modo da infittire la successiva mesh. Infatti, man mano che ci si avvicina all'apice del raccordo, i quadrilateri di figura diventano volutamente più piccoli; la definizione della mesh in tal modo consente di avere una buona risoluzione nel punto in cui si prevede che ci saranno tensioni maggiormente variabili, ovvero all'apice della deformazione. Per ottenere un'alta risoluzione vicino alla deformazione abbiamo impostato il parametro *spacing ratio* pari a 10; allontanandoci dal raccordo, il lato degli elementi del reticolo aumenta in modulo.

Nel caso di raggio di raccordo pari a 6 mm, andando a misurare la distanza tra i nodi ai capi della diagonale dell'elemento della mesh più prossimo al bordo dell'arco raccordante, abbiamo ottenuto

il dato numerico di 0,24 mm. Il caso rappresentato in figura è relativo, invece, ad un raggio di raccordo di 3 mm; la distanza nodale lungo la diagonale dell'elemento più prossimo all'apice del raccordo è risultata essere circa di 0,12 mm. Tali valori sono accettabili poiché consentono di avere una mesh molto fitta nella zona di maggior interesse, ovvero vicino al raccordo dello spallamento.

Una volta definita la mesh su tutta la piastra, si completerà la fase di Preprocessor andando a specificare il tipo di carico (compreso il modulo) cui il componente verrà sottoposto e le eventuali simmetrie:

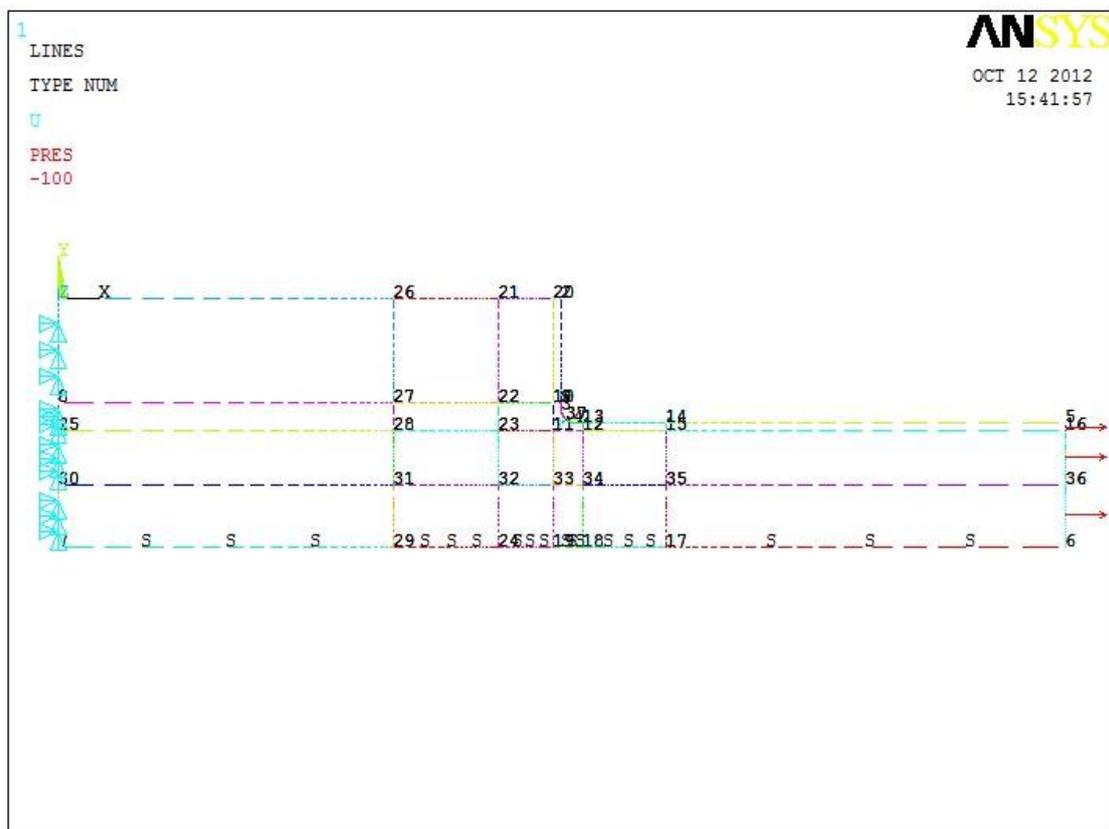


Figura 2.5

Il carico è rappresentato dalle frecce rosse presenti nella parte destra della figura; la direzione assunta da esse è coerente con il fatto che stiamo studiando il caso di trazione. Sul lato orizzontale più lungo è stato posto un asse di simmetria (denotato dalla presenza delle “s” in prossimità dei lati stessi) mentre l'estremità sinistra della piastra è stata vincolata con degli incastri.

Giunti a questo punto, la fase di Preprocessor risulta completata e si può procedere avviando la *Solution* ed il *General Postprocessor* per la visione e la gestione dei risultati ottenuti.

3. Risultati

Una volta definita la geometria ed il carico applicato si lancia la Solution che risolve la struttura; subito dopo si passa al General PostProcessor attraverso il quale si possono visualizzare e gestire i risultati della simulazione in molteplici modalità. Il comando “plot results” permette in particolare di visualizzare la deformata del pezzo, a trazione avvenuta, e di avere un’idea di massima dei valori di tensione instauratisi in quest’ultimo attraverso una scala di colori che, ad ogni tonalità, fa corrispondere un determinato intervallo di intensità delle tensioni. La presente trattazione considererà solamente il profilo della tensione principale massima (σ_1) dato che è ad essa che ci si riferisce per studiare il coefficiente K_t .

È inoltre possibile creare un “path” di nodi, nel nostro caso lungo la bisettrice dell’intaglio, in modo da ottenere una lista con i dati relativi all’andamento delle tensioni lungo una determinata direzione, ed in seguito ottenerne un grafico indicativo dell’andamento di quest’ultima. Per definire il path attraverso i nodi si utilizza il comando “define path- by nodes” per mezzo di un sottomenù. Come precedentemente esplicitato, il path considerato nella nostra analisi sarà formato dai nodi presenti sulla bisettrice del raccordo dello spallamento, in un intorno non eccessivamente esteso.

3.1 Caso $H/d = 2$ ed $r = 3 \text{ mm}$

Il primo caso di studio prevede una tensione di trazione di 100MPa applicata sul lato corto della sezione. Ci aspettiamo quindi una $\sigma_{nom,n} = 100MPa$, ed una $\sigma_{nom,l} = 50 MPa$ pari a metà di quella relativa alla sezione netta come conseguenza delle dimensioni geometriche del pezzo.

Andando a visualizzare i risultati, tramite il comando *plot results* relativo alla tensione principale massima, si ottiene profilo di sollecitazione di figura 3.1.1:

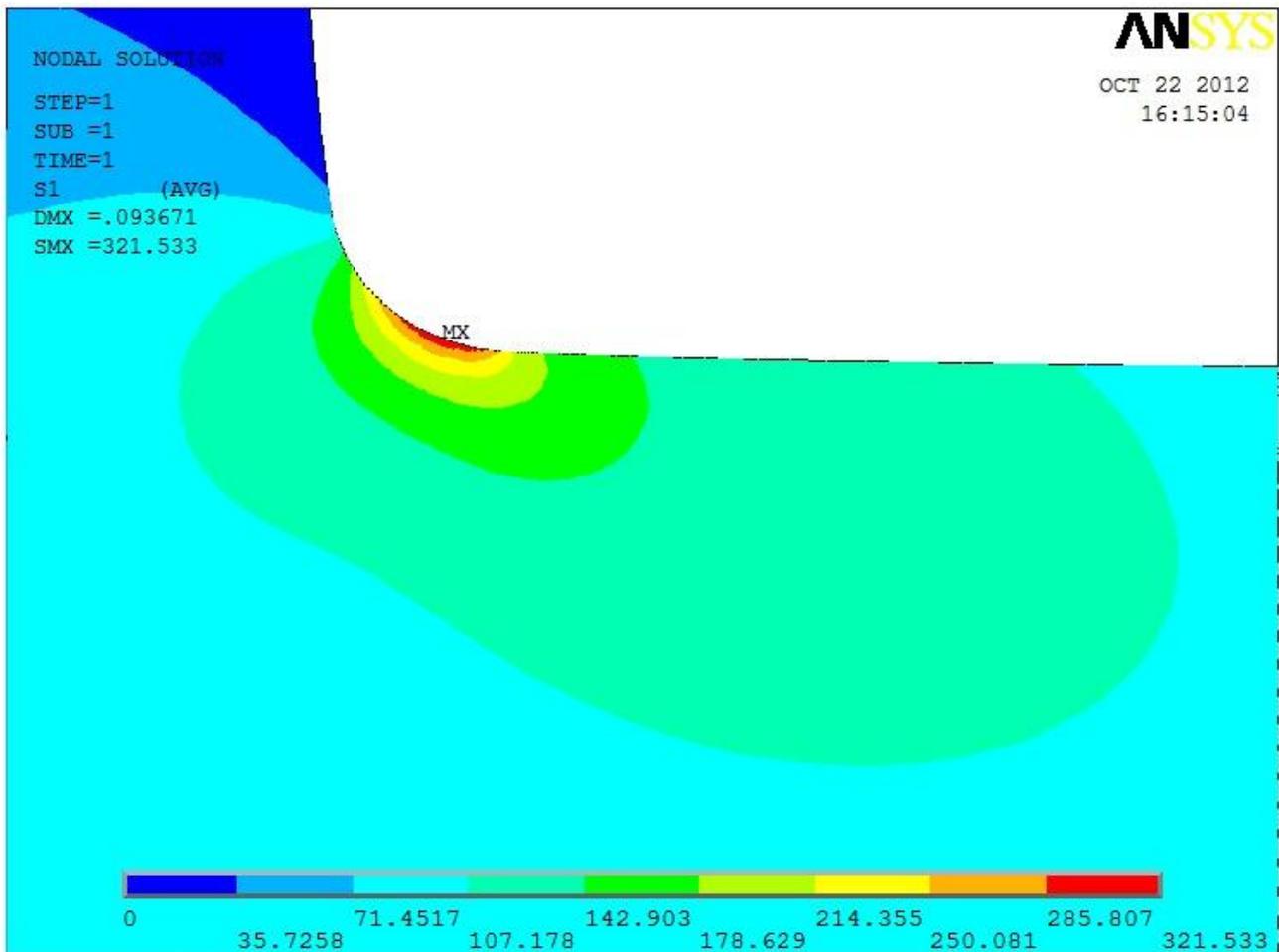


Figura 3.1.1

Con riferimento al caso in studio abbiamo le seguenti relazioni:

$$\sigma_{el.picco} = 321,533 \text{ MPa}$$

$$K_{t,n} = 3,21$$

$$K_{t,l} = 6,43$$

$$K_t \text{ atteso} = 3,05$$

Entrambi i valori numerici, sono stati ottenuti mediante il rapporto tra il picco di tensione (pari a 747,168MPa) e la tensione nominale relativa alle sezioni rispettivamente netta e lorda (rispettivamente di valori 100MPa 50MPa, come conseguenza del rapporto geometrico $H/d=2$ tra le due sezioni). Il valore atteso rispecchia invece quanto ottenuto attraverso la consultazione della chart del manuale Peterson, relativa a questo tipo di piastra.

Lo stato tensionale del pezzo che si ricava lungo la bisettrice, tramite la definizione del path di nodi, assume, invece, l'andamento di figura 3.1.2:

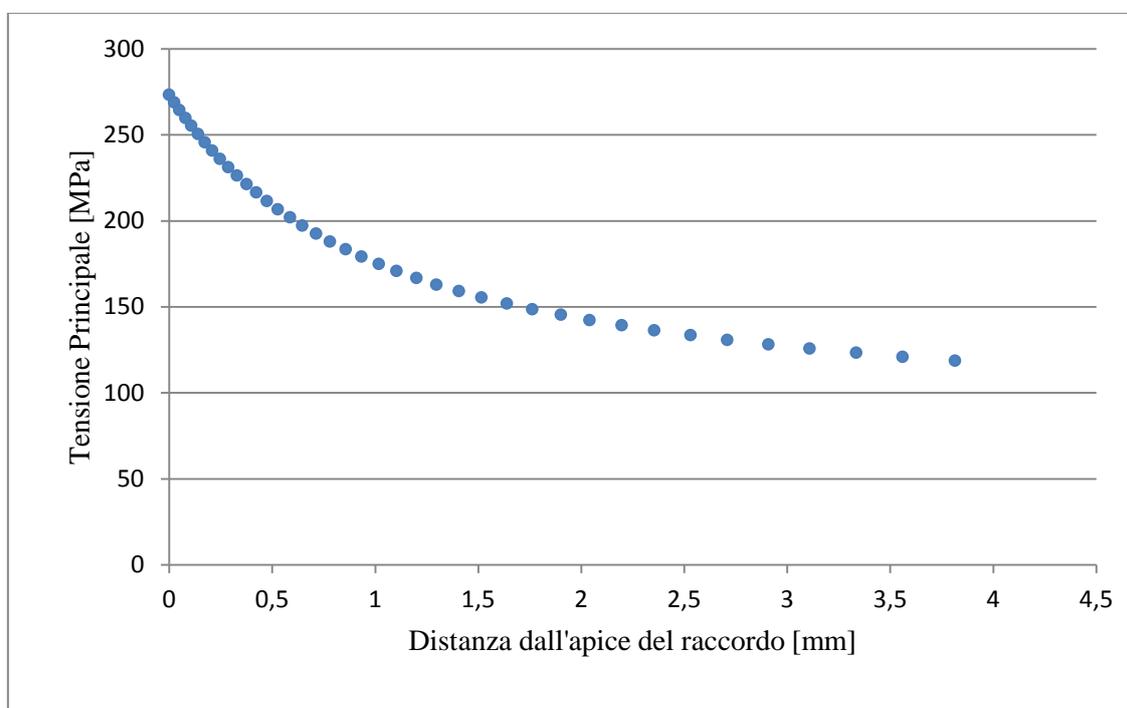


Figura 3.1.2

Il grafico presente in figura 3.1.2 rivela che, all'aumentare della distanza del punto considerato dal raccordo dello spallamento, la tensione principale massima assume un andamento esponenziale decrescente. Ciò indica come la zona più sollecitata di un provino con spallamento, soggetto ad una trazione e con queste dimensioni geometriche, sia proprio l'intorno più prossimo del raccordo stesso, anche se il picco di tensione non si ha esattamente sul nodo di origine della bisettrice.

3.2 Caso $H/d = 2$ ed $r = 4$ mm

Rispetto al primo caso, è stato aumentato di un millimetro il raggio di raccordo dello spallamento; le varie $\sigma_{nom,n}$ e $\sigma_{nom,l}$ rimangono invariate mentre invece mutano sia il profilo della tensione principale lungo la bisettrice partente dal raccordo, sia il valore $\sigma_{el. picco}$ (e quindi i coefficienti di concentrazione delle tensioni).

L'analisi agli elementi finiti, condotta con modalità del tutto simile al caso precedente, porta ai risultati di figura 3.2.1

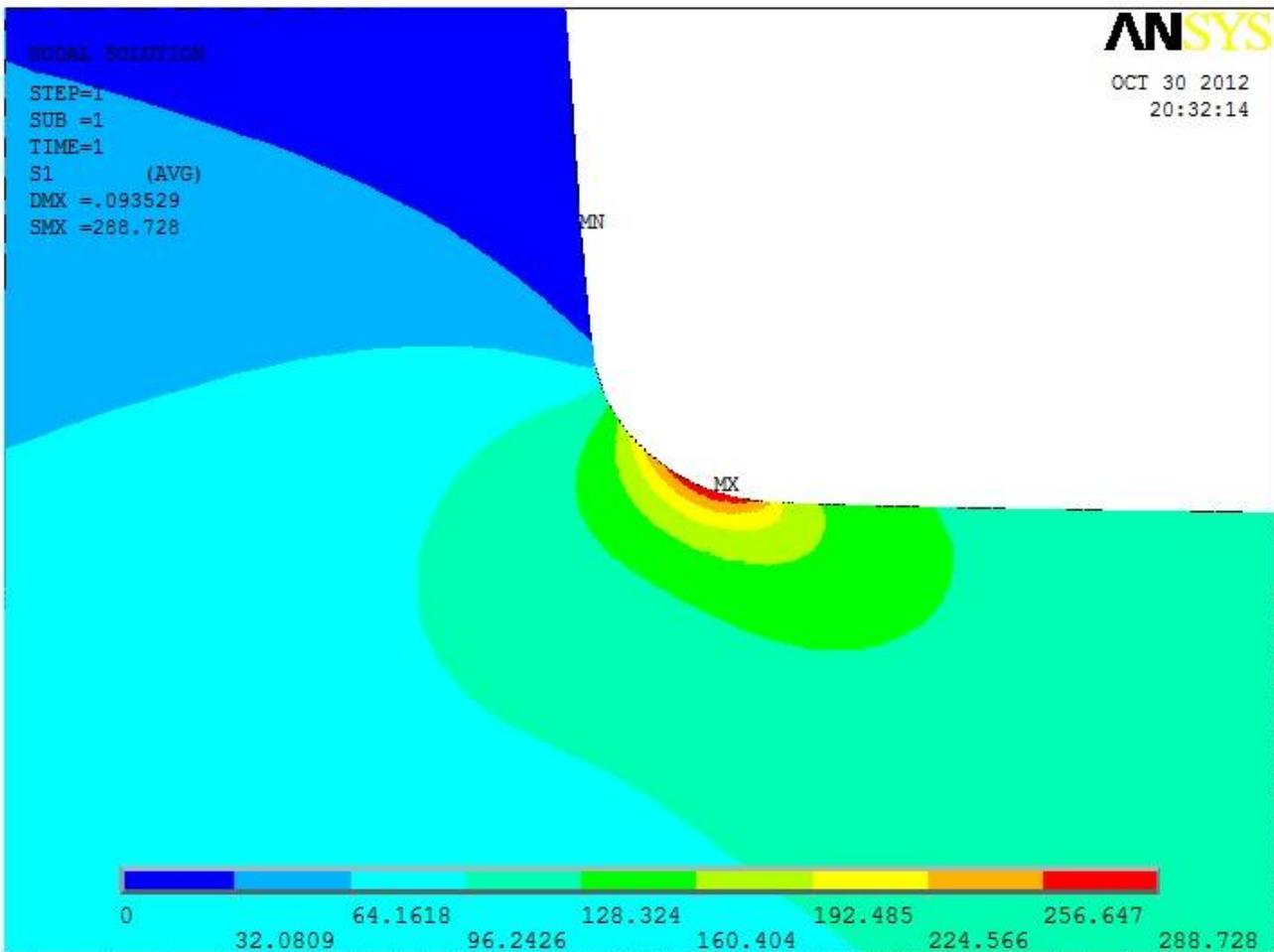


Figura 3.2.1

Si nota immediatamente come la distribuzione delle tensioni assuma un andamento simile a quello del caso precedente ma con valori di modulo nettamente diversi. Ogni colorazione corrisponde infatti ad una fascia di valori delle tensioni che non necessariamente corrispondono a quelle della prima geometria. Ciò che interessa maggiormente, tuttavia, sono la tensione di picco $\sigma_{el.picco}$ attraverso cui andremo ad ottenere il valore di K_t , e l'andamento del modulo della sigma lungo la bisettrice dell'intaglio.

Nel nostro caso, facendo riferimento ai valori di $\sigma_{nom,n}$ e $\sigma_{nom,l}$ trovati nel paragrafo 3.1, otteniamo i seguenti risultati:

$$\sigma_{el.picco} = 288,728 \text{ MPa}$$

$$K_{t,n} = 2,89$$

$$K_{t,l} = 5,77$$

$$K_{t \text{ atteso}} = 2,78$$

Rispetto al caso precedente, la tensione massima presente sulla piastra soggetta a trazione è minore grazie al solo aumento del raggio di raccordo dello spallamento. Inoltre, l'errore percentuale presente tra risultato ottenuto, e risultato atteso, si è leggermente ridotto rispetto al caso precedente.

Per quel che concerne l'andamento lungo la bisettrice del modulo di tensione principale massima, σ_1 , abbiamo la situazione mostrata in figura 3.2.2:

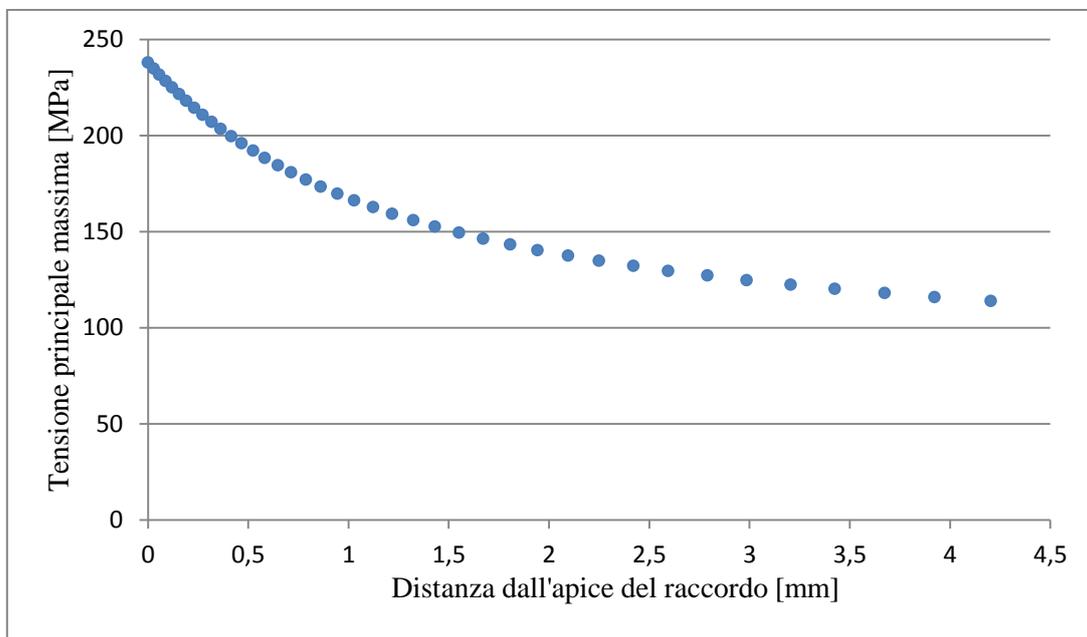


Figura 3.2.2

Il fatto di avere un K_t minore rispetto a prima, è confermato anche dagli studi del Peterson il quale, relativamente a questa sezione, appurò come il coefficiente di concentrazione delle tensioni diminuisse in modulo all'aumentare del raggio di raccordo.

Al termine della presente analisi andremo a confrontare i risultati delle nostre simulazioni, relativi a K_t , proprio con quelli contenuti nella chart del manuale Peterson relativamente a questo tipo di geometria.

3.3 Caso $H/d = 2$ ed $r = 5$ mm

A parità di carico applicato, modulo di Young, coefficiente di Poisson e rapporto H/d , ma con un raggio di raccordo dello spallamento pari a 5mm, il profilo di tensione principale non cambia molto, anche se i moduli di quest'ultima sono sufficientemente diversi rispetto a prima:

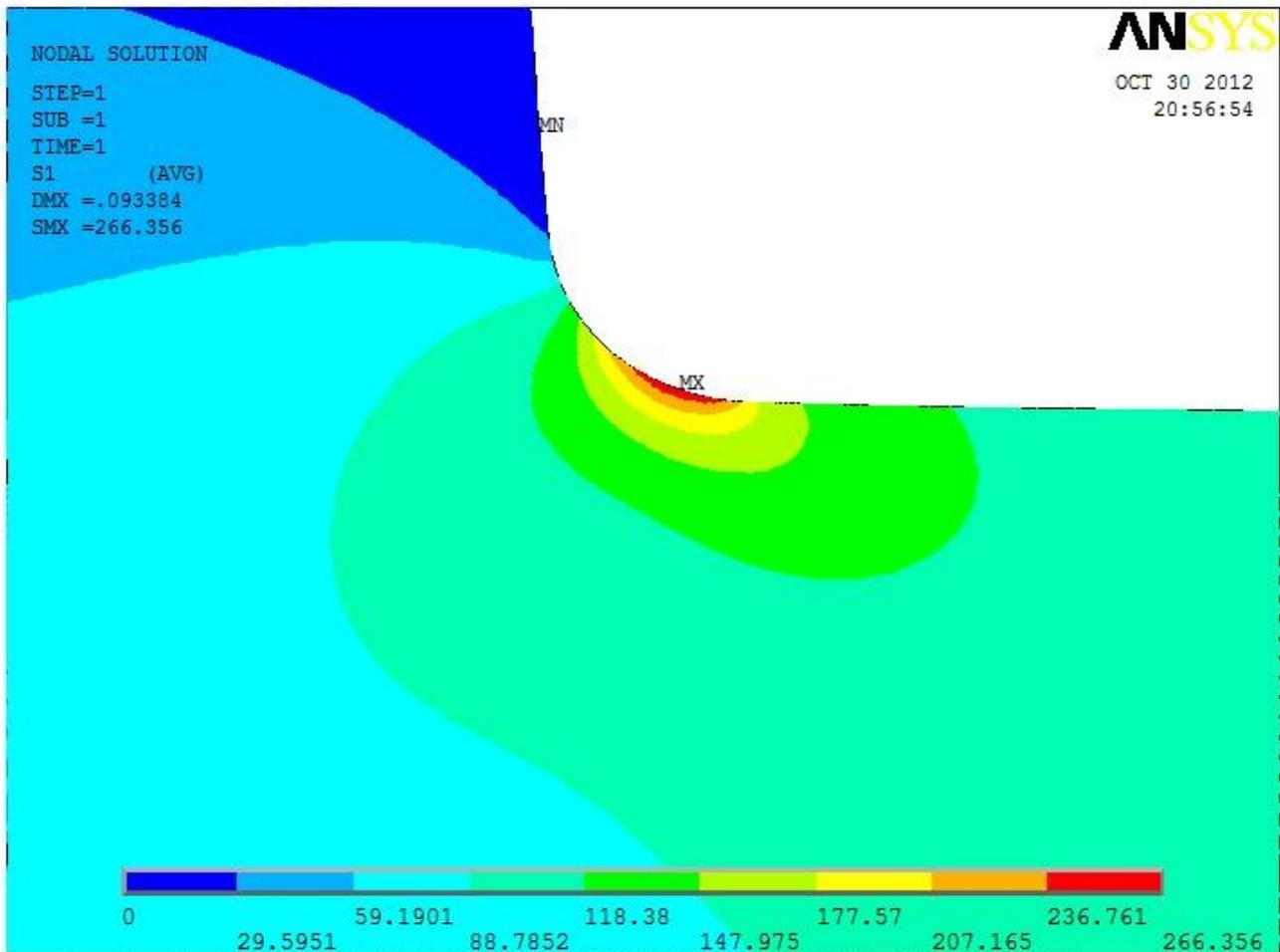


Figura 3.3.1

Ancora una volta l'aumento del raggio di raccordo ha consentito, a parità di condizioni al contorno, di ridurre l'entità della $\sigma_{el,picco}$ e, di conseguenza, anche il valore del fattore K_t .

I risultati numerici di interesse sono i seguenti:

$$\sigma_{el,picco} = 266,356 \text{ MPa}$$

$$K_{t,n} = 2,66$$

$$K_{t,l} = 5,32$$

$$K_{t \text{ atteso}} = 2,6$$

Il profilo della medesima tensione principale massima σ_1 , lungo la bisettrice, risulta prevedibilmente simile a quelli ottenuti fino a questo momento:

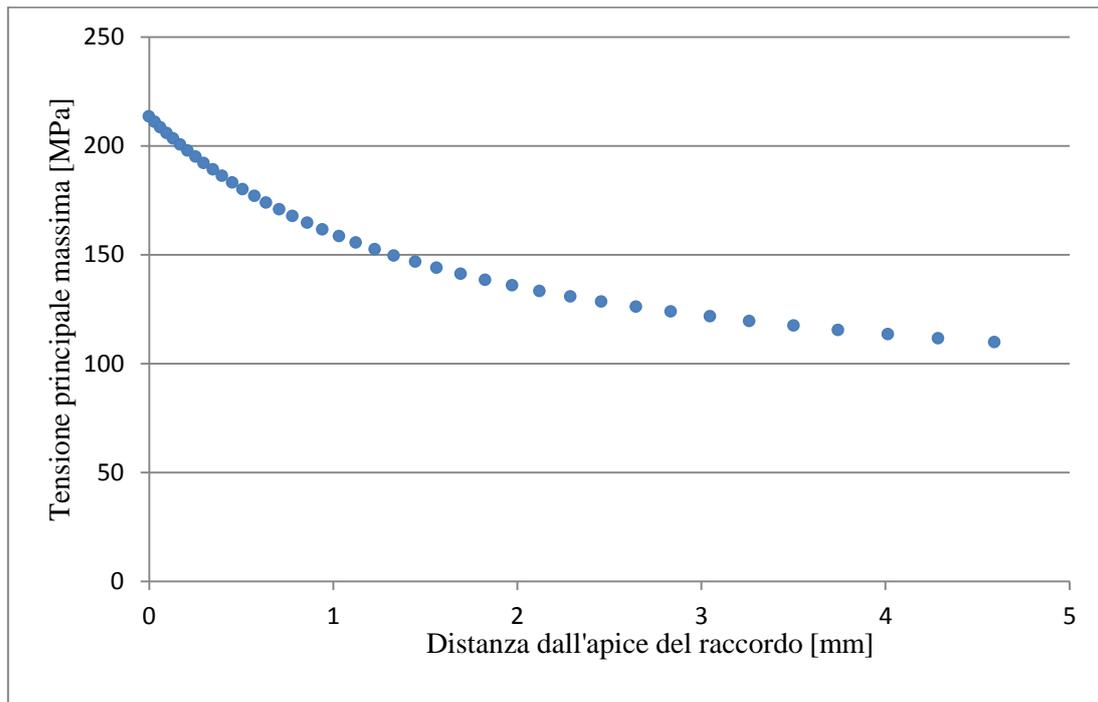


Figura 3.3.2

La figura 3.3.2, del tutto simile alle corrispettive 3.1.2 e 3.2.2, continua a mostrare un decadimento non lineare del modulo di σ_1 , all'allontanarsi dal raccordo dello spallamento. In questo caso, rispetto a quelli precedenti, si nota una varianza minore e, di conseguenza, una curva dal profilo più "dolce".

3.4 Caso $H/d = 2$ ed $r = 6$ mm

Il quarto caso di studio prevede di aumentare ulteriormente il modulo del raggio di raccordo, mentre tutte le altre condizioni al contorno rimangono invariate. Osservando il trend seguito in precedenza, ci aspettiamo di ottenere un picco di tensione principale di entità minore rispetto a tutti i casi precedenti, ed una distribuzione lungo la bisettrice ulteriormente addolcita.

Le nostre “previsioni” vengono confermate dalla figura 3.4.1, in cui ancora una volta è rappresentata la distribuzione di σ_1 nella piastra deformata:

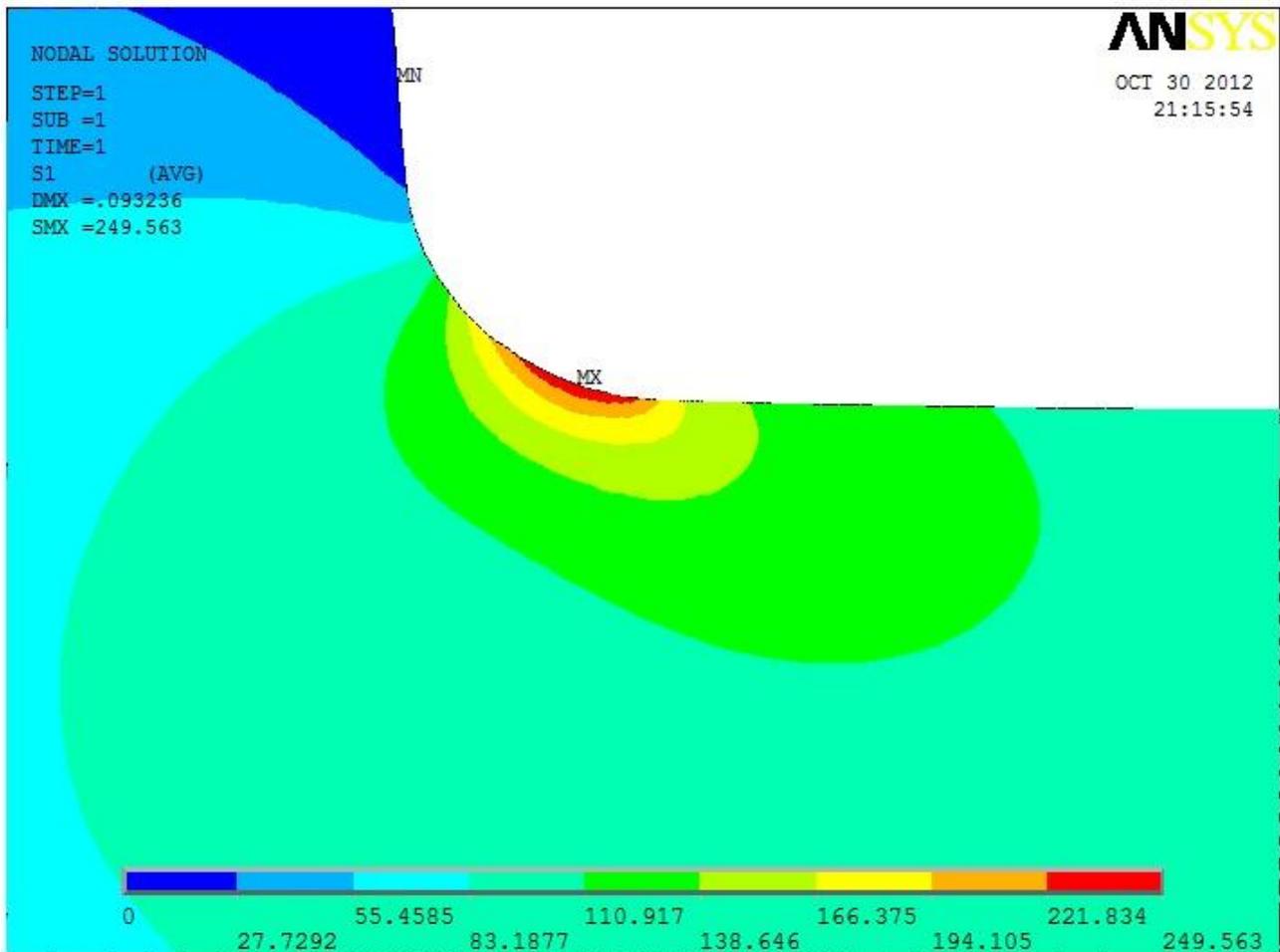


Figura 3.4.1

Dalla medesima figura, ottenuta attraverso la fase di PostProcessor del programma simulativo Ansys, si ricavano i seguenti dati numerici di interesse:

$$\sigma_{el.picco} = 249,563 \text{ MPa}$$

$$K_{t,n} = 2,496$$

$$K_{t,l} = 4,99$$

$$K_{t \text{ atteso}} = 2,433$$

Mentre in figura 3.4.2 è dato il profilo del modulo di σ_1 :

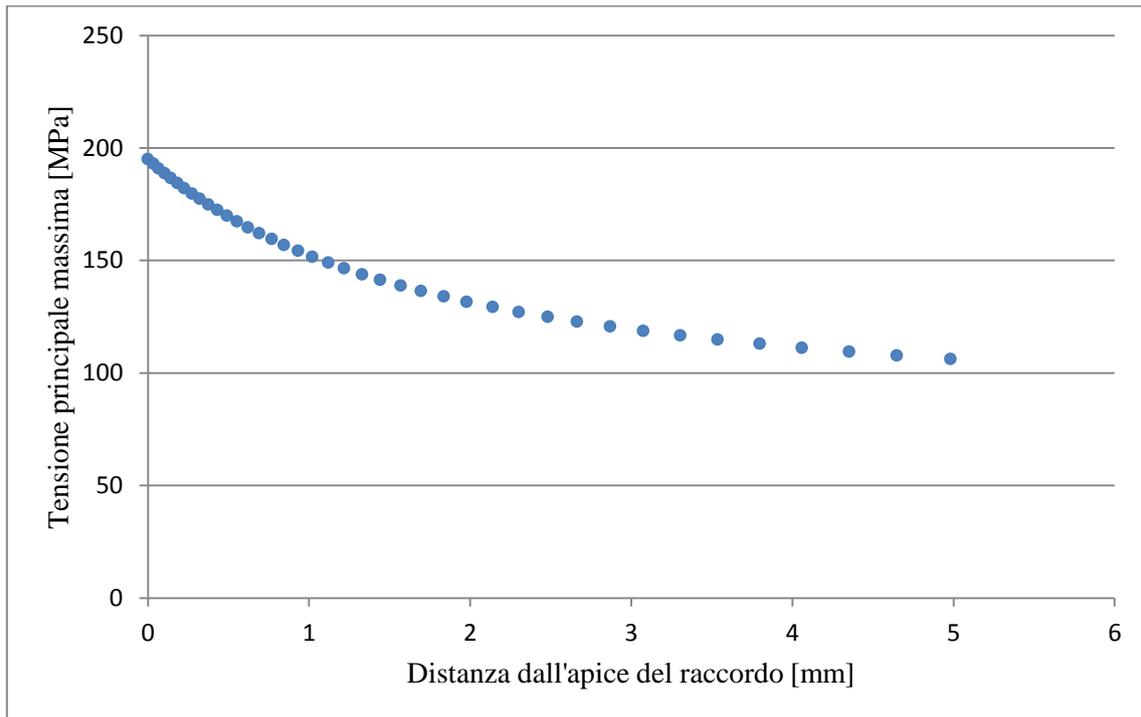


Figura 3.4.2

3.5 Caso $H/d = 2$ ed $r = 7$ mm

L'ultimo caso relativo alla configurazione geometrica con $H/d = 2$ riguarda la sezione con raggio di curvatura, sullo spallamento, pari a 7 mm.

Dopo aver completato *Preprocessor* e *Solution*, andando a visualizzare i risultati nella fase di *Postprocessor*, otteniamo i diagrammi presenti nelle figure 3.5.1 e 3.5.2:

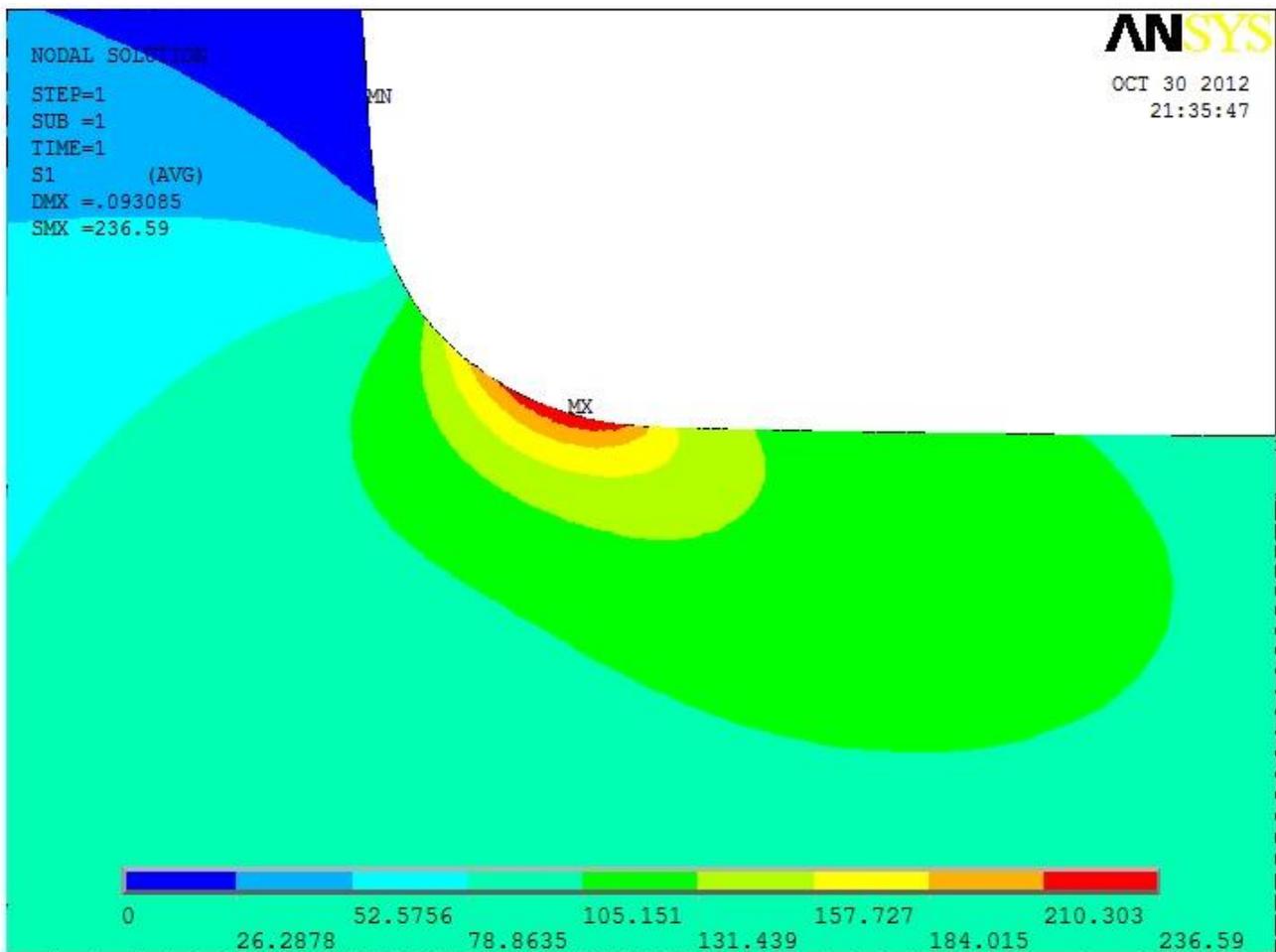


Figura 3.5.1

Focalizzando la nostra attenzione, come in precedenza, su $\sigma_{el.picco}$ e su K_t otteniamo quanto segue:

$$\sigma_{el.picco} = 236,59 \text{ MPa}$$

$$K_{t,n} = 2,366$$

$$K_{t,l} = 4,73$$

$$K_{t \text{ atteso}} = 2,31$$

Mentre l'analisi nodale di σ_1 , lungo la bisettrice del raccordo rivela la situazione di figura 3.5.2 e del tutto simile ai casi precedentemente analizzati:

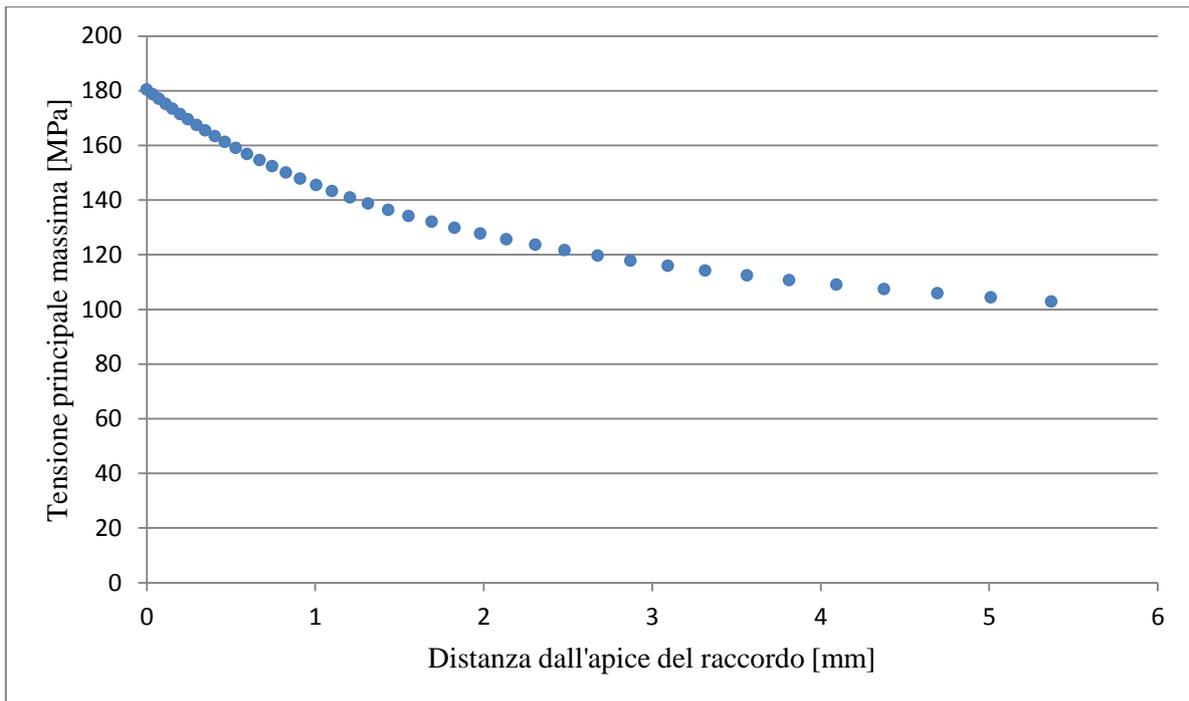


Figura 3.5.2

3.6 Caso $H/d = 1,3$ ed $r = 1,5$ mm

La seconda parte della nostra trattazione si propone invece di studiare la stessa problematica, relativa però ad una sezione con spallamento di dimensioni geometriche tali da avere il parametro $H/d = 1,3$. Ciò che ci aspettiamo è di avere dei coefficienti di concentrazione delle tensioni K_t minori, a parità di raggio di raccordo, rispetto ai casi precedenti. Le geometrie che andremo ad analizzare, salvo il primo caso, saranno caratterizzate dai medesimi raggi di raccordo dei capitoli precedenti.

La prima geometria analizzata ci consente di determinare il coefficiente K_t per la geometria avente raggio di raccordo pari a 1,5 mm; mentre il coefficiente “d” della piastra è il medesimo dei primi 5 casi, ovvero 60mm.

La $\sigma_{nom,l}$ considerata da qui in avanti sarà di valore circa pari a 76,92 MPa a causa del nuovo rapporto $H/d = 1,3$, mentre la $\sigma_{nom,n}$ sarà la medesima vista in precedenza.

Studiando la piastra agli elementi finiti, si ottiene il risultato di figura 3.6.1 relativo alla tensione principale massima σ_1 :

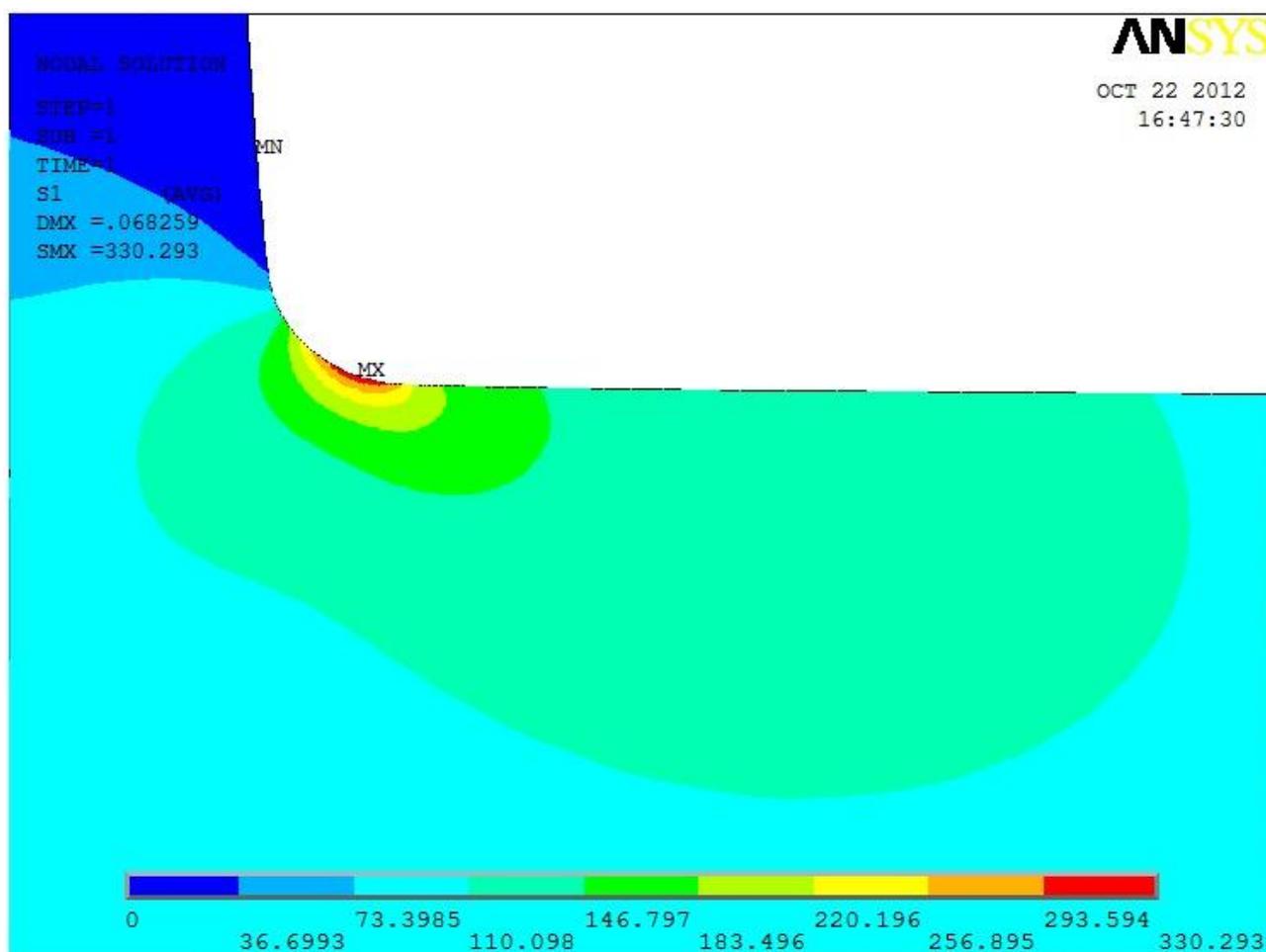


Figura 3.6.1

I dati numerici di interesse saranno quindi i seguenti:

$$\sigma_{el.picco} = 330,293 \text{ MPa}$$

$$K_{t,n} = 3,3$$

$$K_{t,l} = 4,294$$

$$K_{t \text{ atteso}} = 3,133$$

La situazione lungo la bisettrice, invece, è rappresentata dalla figura 3.6.2:

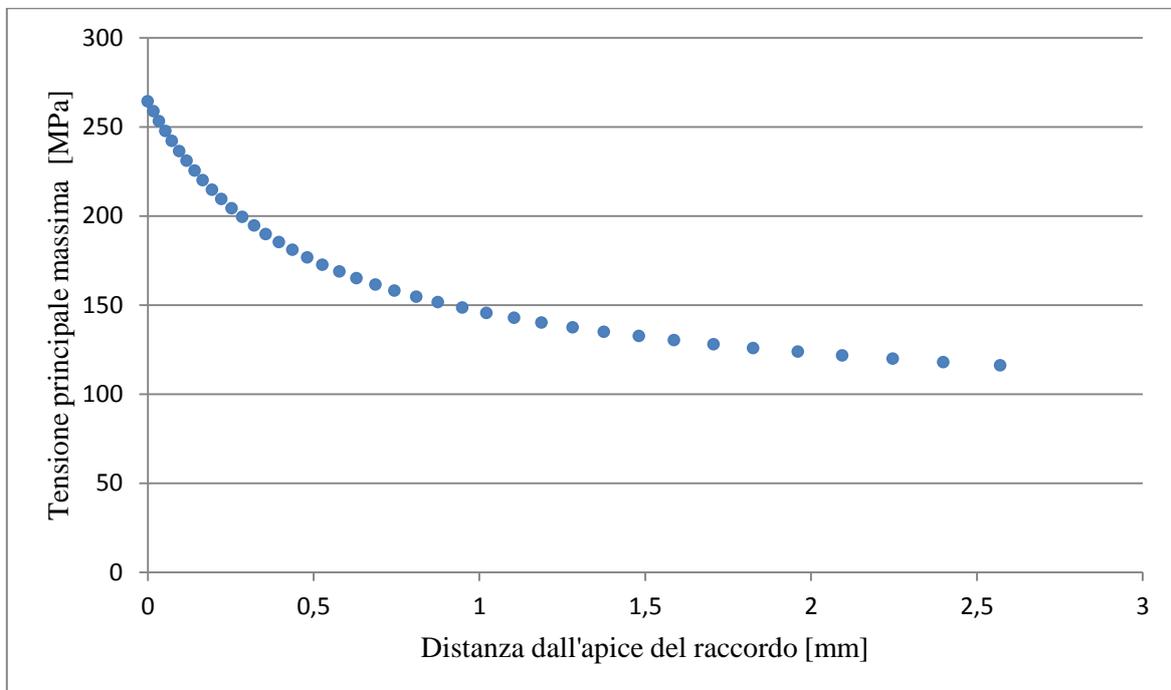


Figura 3.6.2

Sebbene siano variate le condizioni geometriche della piastra studiata, l'andamento è ancora una volta decrescente non linearmente in funzione della distanza dal raccordo.

3.7 Caso $H/d = 1,3$ ed $r = 3\text{ mm}$

Raddoppiando il raggio di raccordo e mantenendo fisse tutte le altre dimensioni geometriche, ci aspettiamo di ottenere una tensione principale massima, di picco, di entità inferiore alla corrispettiva del caso 3.6.

Nelle figure 3.7.1 e 3.7.2 sono riportati i risultati in forma grafica:

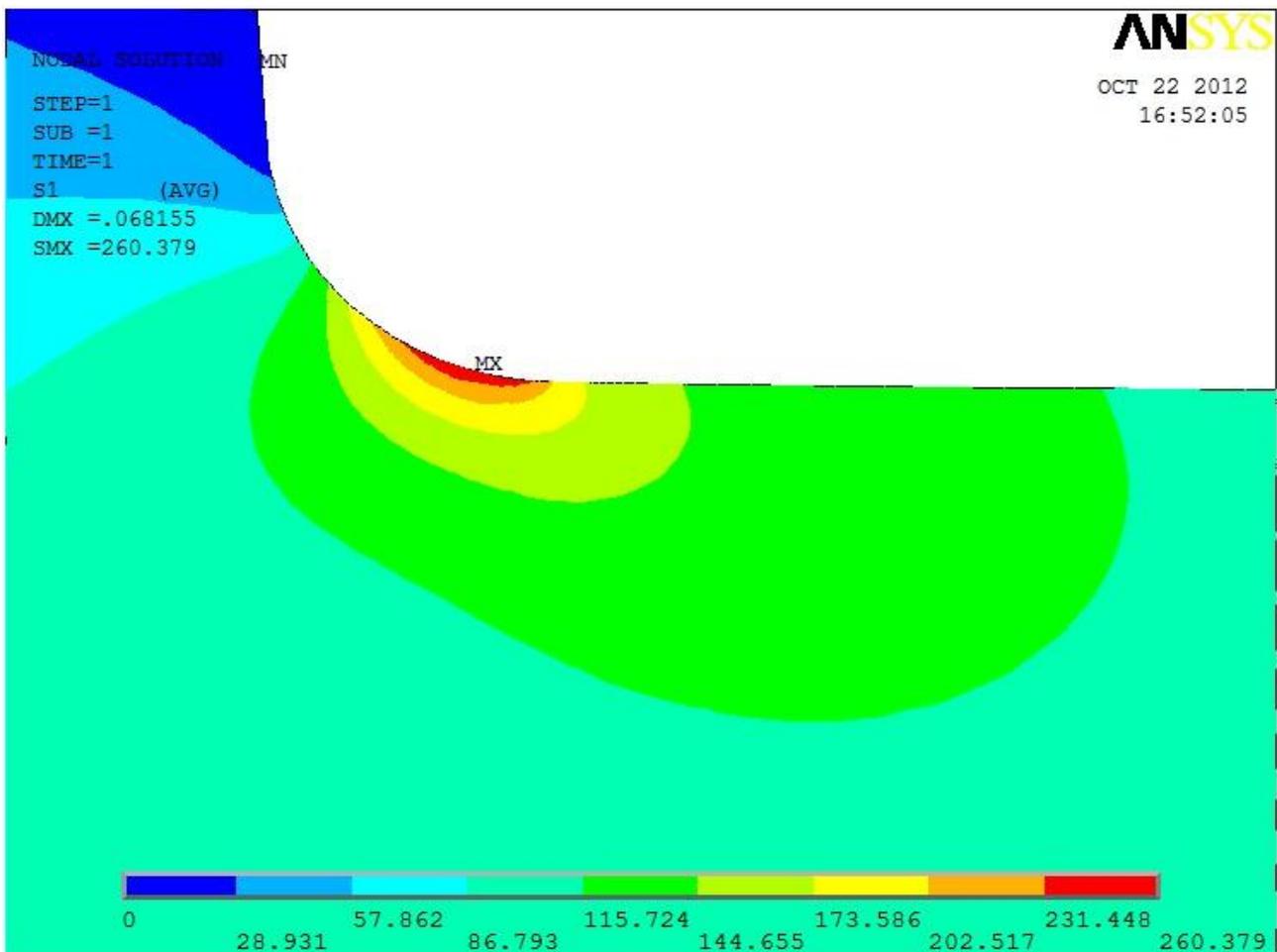


Figura 3.7.1

I dati numerici di interesse, rispettano le aspettative che avevamo per questo tipo di sezione:

$$\sigma_{el.picco} = 260,379\text{ MPa}$$

$$K_{t,n} = 2,604$$

$$K_{t,l} = 3,385$$

$$K_t \text{ atteso} = 2,55$$

L'analisi lungo la bisettrice, invece, restituisce il seguente profilo della tensione principale:

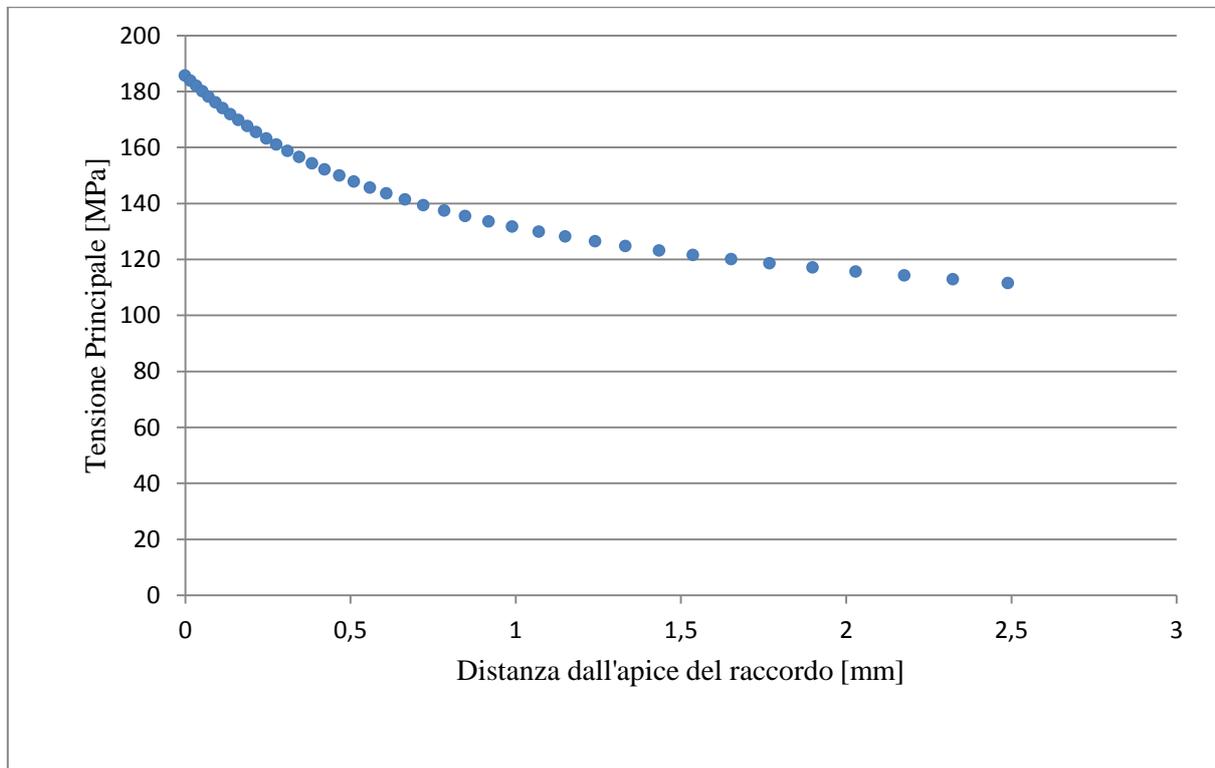


Figura 3.7.2

La precedente immagine rivela la consueta curva riguardante il modulo della tensione σ_1 all'aumentare della distanza dal raccordo, secondo la direzione individuate dalla bisettrice del raccordo stesso.

3.8 Caso $H/d = 1,3$ ed $r = 4mm$

I risultati non cambiano molto, eccezion fatta per i moduli di σ_1 , se aumentiamo ulteriormente il raggio di raccordo dello spallamento fino ad avere $r = 4 mm$:

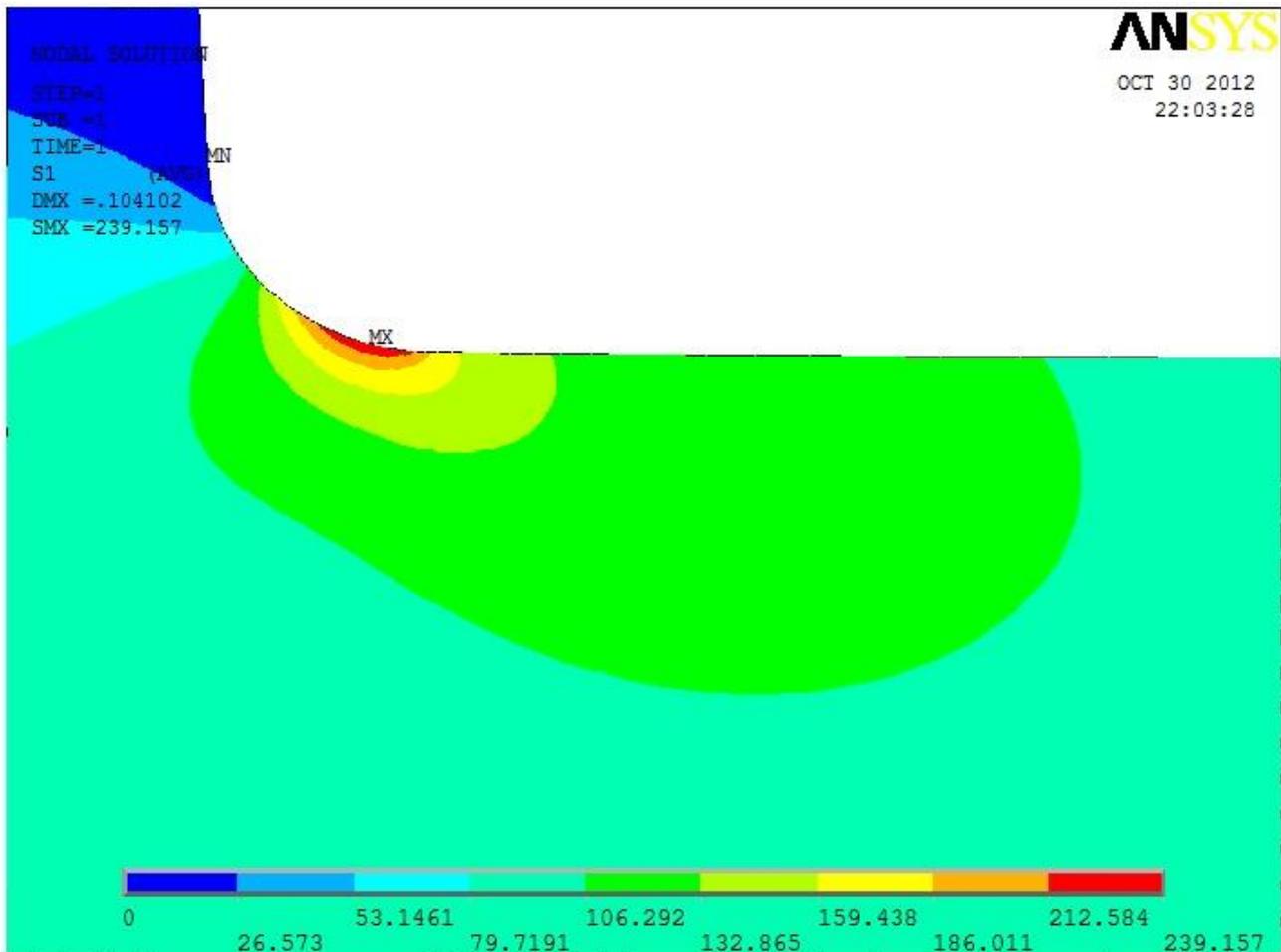


Figura 3.8.1

Ancora una volta, ciò che interessa maggiormente della figura 3.8.1 riguarda il valore di picco raggiunto da σ_1 con queste condizioni al contorno:

$$\sigma_{el.picco} = 239,157 MPa$$

$$K_{t,n} = 2,39$$

$$K_{t,l} = 3,11$$

$$K_{t \text{ atteso}} = 2,3$$

Il trend, secondo cui il coefficiente di concentrazione delle tensioni diminuisca, a parità di H/d, al crescere delle dimensioni del raggio di raccordo, è confermato anche dai dati contenuti nel manuale Peterson relativi a questo tipo di piastra.

In figura 3.8.2 vengono invece riportati i dati numerici del modulo di tensione principale massima lungo la solita bisettrice partente dal raccordo:

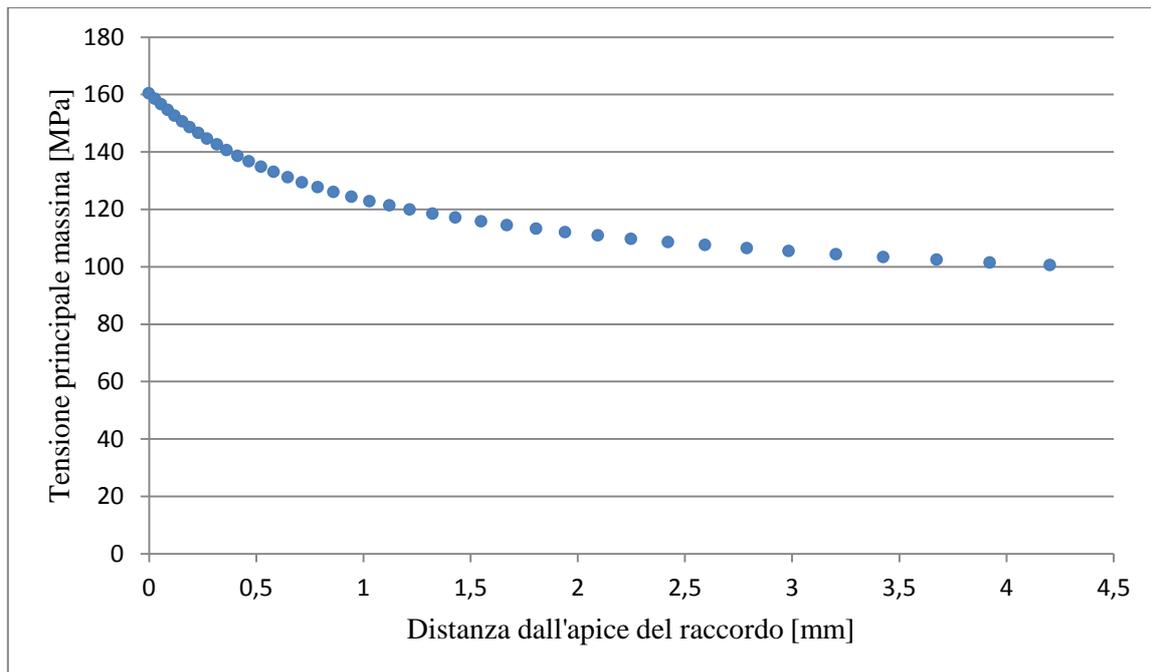


Figura 3.8.2

Anche in questo caso, come in quelli precedenti, si nota che il valore massimo di σ_1 , tra quelli presenti sulla bisettrice originata sulla mezzeria dell'arco di raccordo, si ha in corrispondenza dell'origine stessa di quest'ultima. Ciò significa che le tensioni maggiori si distribuiscono lungo il bordo del raccordo, che risulta quindi essere il punto più sollecitato della piastra in caso di sforzo di trazione.

3.9 Caso $H/d = 1,3$ ed $r = 5mm$

Ci accingiamo a studiare il penultimo caso relativa alla piastra con spallamento; visti i risultati ottenuti precedentemente, e relazionandoli con i cambiamenti delle condizioni al contorno ci aspettiamo di ottenere un picco di tensione ancor minore rispetto alla geometria del paragrafo 3.8, di conseguenza dovrebbero essere minori anche i due coefficienti di concentrazione delle tensioni K_t . Per quel che concerne la bisettrice dello spallamento, ci aspettiamo, visto il trend, di avere un massimo della curva a distanza nulla dal raccordo, ed un decadimento parabolico o esponenziale inverso.

In figura 3.9.1 è presente il grafico di distribuzione della tensione principale nei pressi del raccordo:

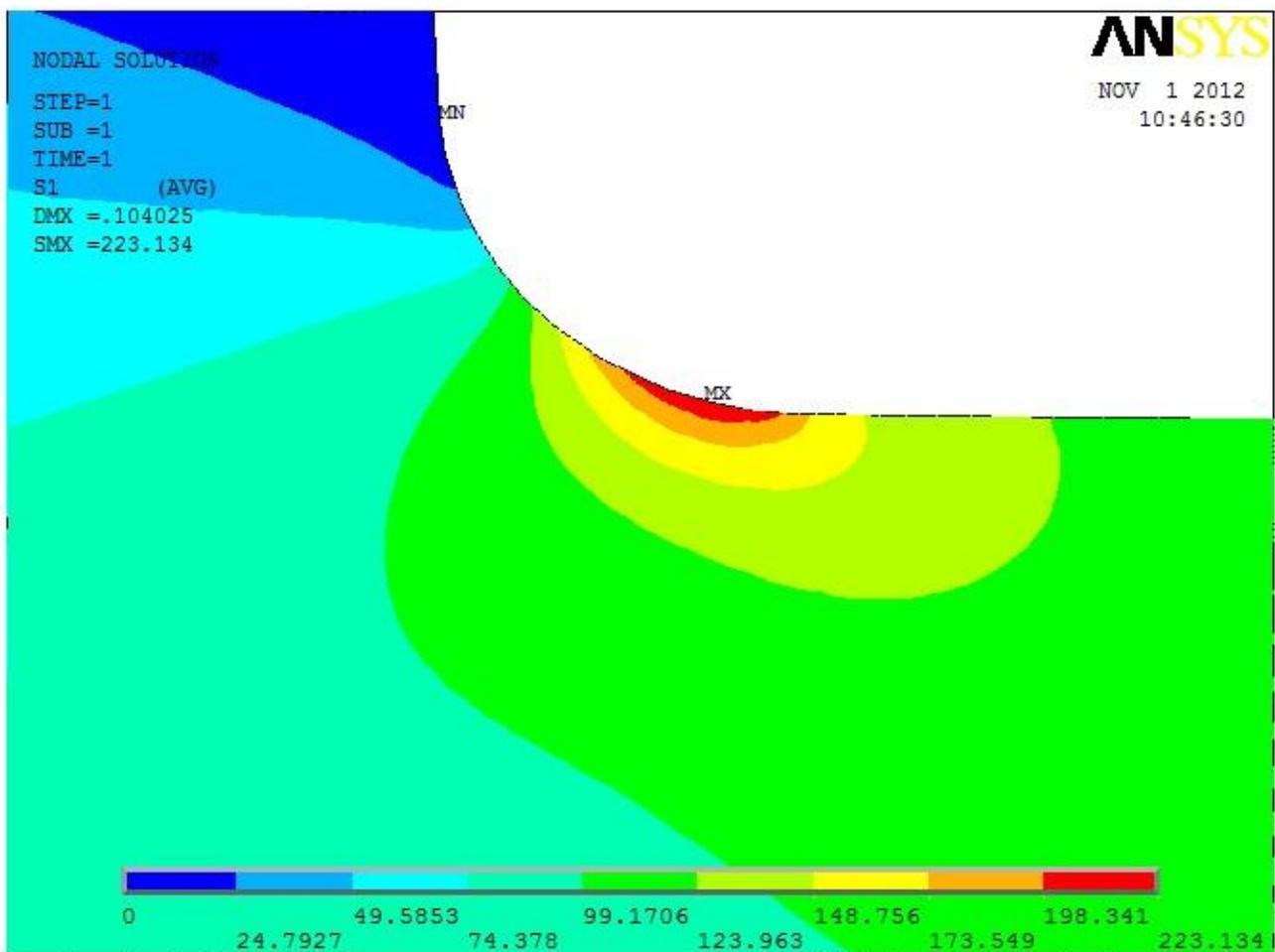


Figura 3.9.1

Ciò che maggiormente interessa sono i dati relativi alla tensione di picco e, di conseguenza, i valori assunti rispettivamente da $K_{t,n}$ e $K_{t,l}$:

$$\sigma_{el.picco} = 223,134 \text{ MPa}$$

$$K_{t,n} = 2,23$$

$$K_{t,l} = 2,9$$

$$K_{t \text{ atteso}} = 2,14$$

Per quel che concerne la bisettrice, invece, i risultati ottenuti sono gli stessi di prima:

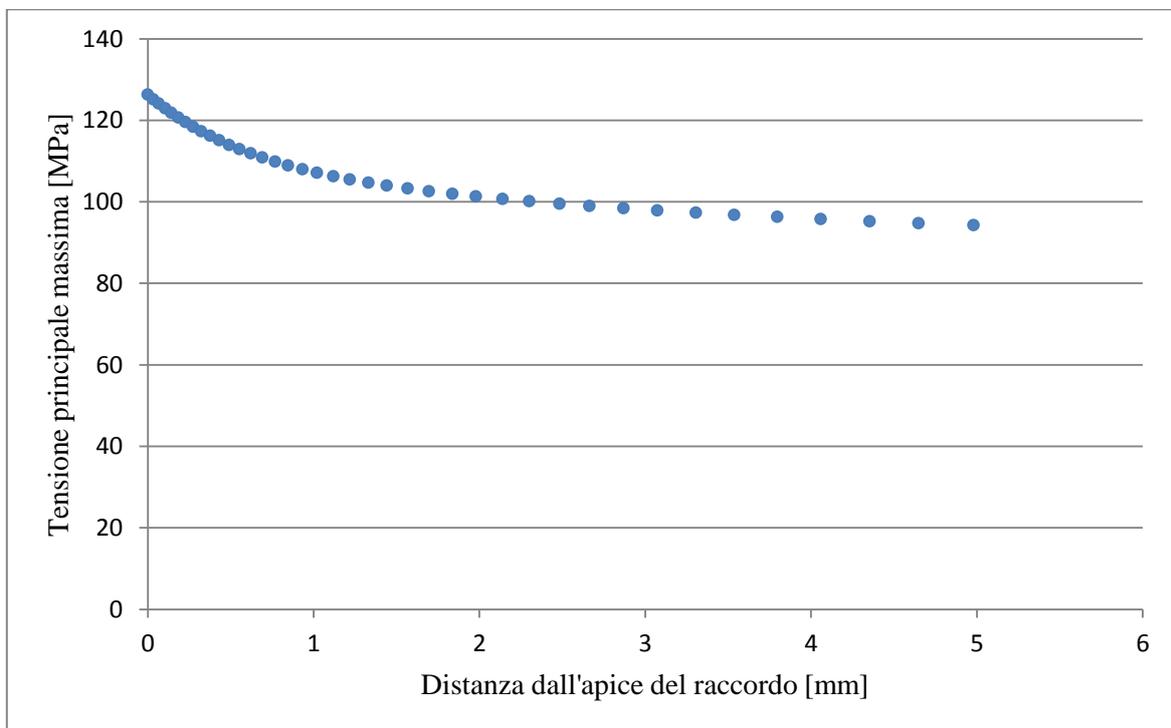


Figura 3.9.2

3.10 Caso $H/d = 1,3$ ed $r = 6\text{mm}$

L'ultimo caso trattato in questa sede riguarda una piastra con spallamento di dimensioni tali da avere $H/d = 1,3$ ed $r = 6\text{ mm}$.

Attraverso la simulazione agli elementi finiti otteniamo il seguente risultato:

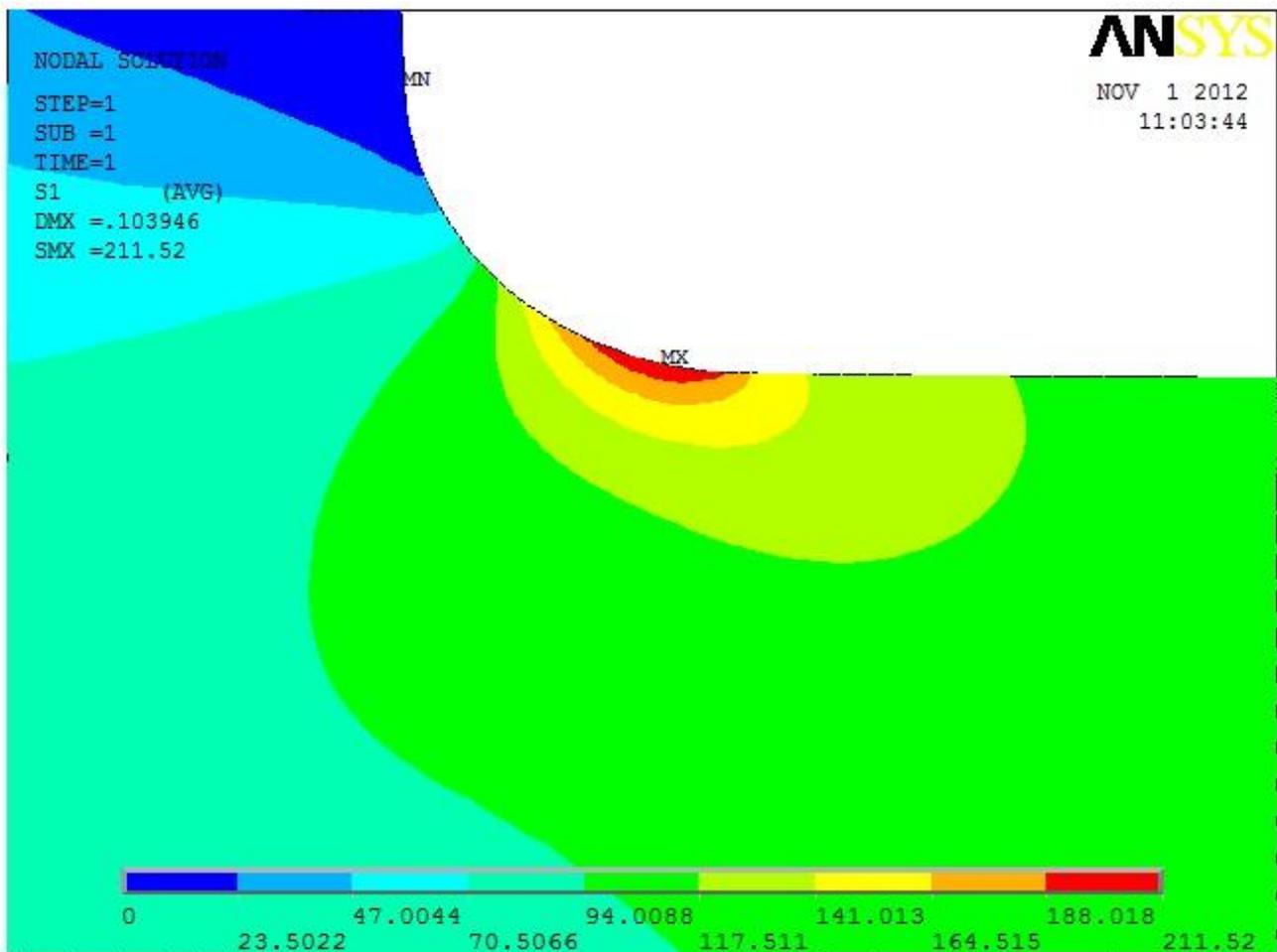


Figura 3.10.1

Sebbene la colorazione sia leggermente diversa dagli altri casi, i risultati sono i medesimi ottenuti in precedenza, seppur con qualche lieve differenza:

$$\sigma_{el.picco} = 211,52 \text{ MPa}$$

$$K_{t,n} = 2,115$$

$$K_{t,l} = 2,75$$

$$K_{t atteso} = 2,034$$

Essi rispecchiano, abbastanza fedelmente, i dati contenuti nella chart del manuale Peterson relativa a questa geometria, che nel seguito verranno confrontati più approfonditamente con quelli ottenuti tramite simulazione agli elementi finiti.

Considerando, infine, la bisettrice otteniamo i risultati di figura 3.10.2, per quel che concerne la distribuzione di tensione principale massima al variare della distanza dal raccordo:

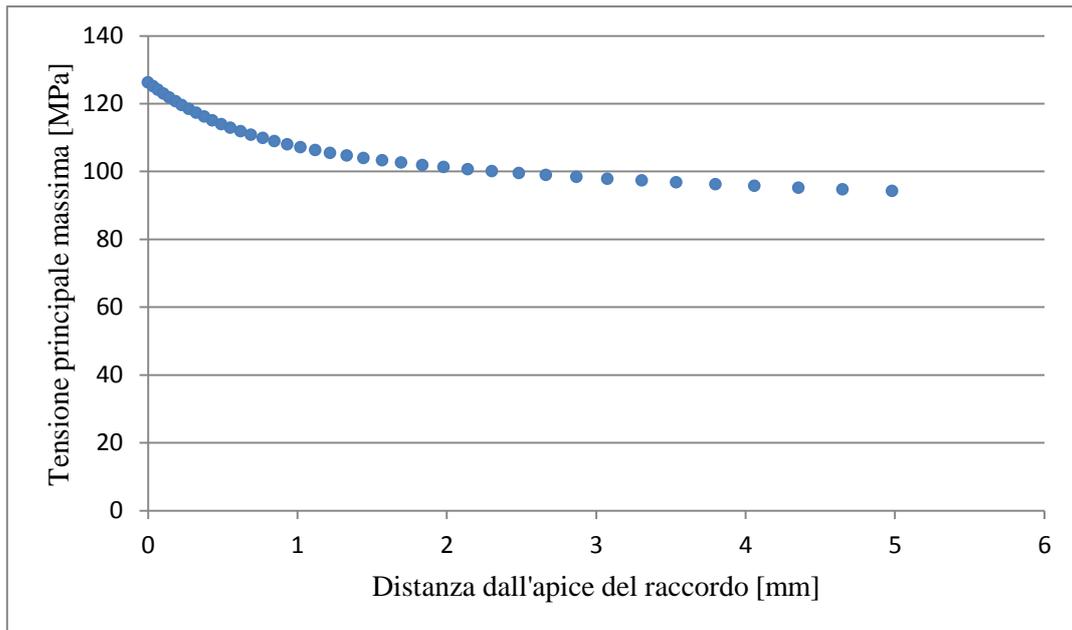


Figura 3.10.2

4. Conclusioni

Andremo ora a verificare come, i dati ottenuti nei vari casi studiati precedentemente, rispettino quelli contenuti nella chart del manuale Peterson relativa alla piastra con spallamento.

Innanzitutto, lungo l'asse delle ascisse della chart del Peterson (riportata nel seguito) è presente il valore r/d , anziché r . Andremo quindi a calcolarci i rapporti r/d caso per caso, e li assoceremo poi al raggio di raccordo r , di partenza, e ai valori di K_t ricavati sia analiticamente sia attraverso la consultazione della chart del manuale Peterson.

La tabella 4.1 fa riferimento al caso in cui:

$$d = 60 \text{ mm}$$

$$\frac{H}{d} = 2$$

Raggio di raccordo r [mm]	r/d	$K_{t,n}$	Peterson
3	0,05	3,21	3,05
4	0,067	2,89	2,78
5	0,0833	2,66	2,6
6	0,1	2,496	2,433
7	0,1167	2,366	2,31

Tabella 4.1

Per i vari casi, l'errore percentuale commesso nell'analisi agli elementi finiti attraverso cui si è ricavato K_t , è riportato in tabella 4.2:

Raggio di raccordo [mm]	$K_{t,n}$	Peterson	Errore %
3	3,21	3,05	4,98%
4	2,89	2,78	3,80%
5	2,66	2,6	2,25%
6	2,496	2,433	2,52%
7	2,366	2,31	2,37%

Tabella 4.2

Andando ora a "plottare", su un medesimo grafico, l'andamento della curva descritta dai valori ricavati analiticamente, e quella esplicitata dai valori contenuti nel Peterson, otteniamo quanto riportato in figura 4.1:

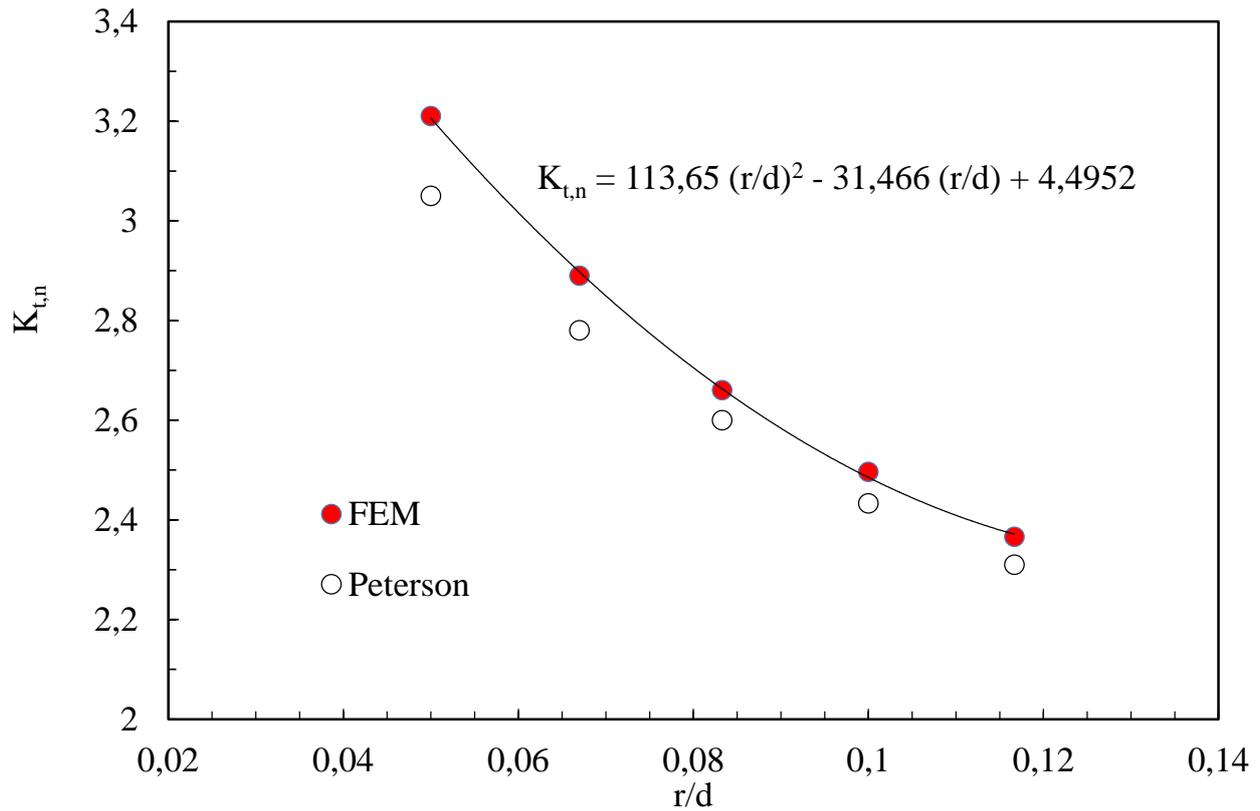


Figura 4.1

La curva visualizzata è stata ottenuta attraverso interpolazione polinomiale dei valori ricavati numericamente nel corso della nostra analisi, mentre quella idealmente composta dai punti bianchi rappresenta, con un margine d'errore dovuto alla consultazione "manuale" della chart, i valori riportati in quest'ultima.

Se adesso realizziamo le medesime operazioni, ma relative ai dati ricavati nella seconda metà del capitolo 3, otteniamo i seguenti risultati:

$$d = 60 \text{ mm}$$

$$\frac{H}{d} = 1,3$$

Raggio di raccordo r [mm]	r/d	Kt,n	Petterson
1,5	0,025	3,3	3,133
3	0,05	2,604	2,55
4	0,067	2,39	2,3
5	0,0833	2,23	2,14
6	0,1	2,115	2,034

Tabella 4.3

Gli errori percentuali, commessi nella presente analisi, per ciascun caso, sono riportati in tabella 4.4:

Raggio di raccordo [mm]	K _{t,n}	Peterson	Errore %
1,5	3,3	3,133	5%
3	2,604	2,55	2,07%
4	2,39	2,3	3,76%
5	2,23	2,14	4,03%
6	2,115	2,034	3,83%

Tabella 4.4

Plottando i dati contenuti in tabella 4.3, possiamo andare a confrontare i risultati analitici con quelli ricavabili dal manuale Peterson, ed otteniamo quanto segue:

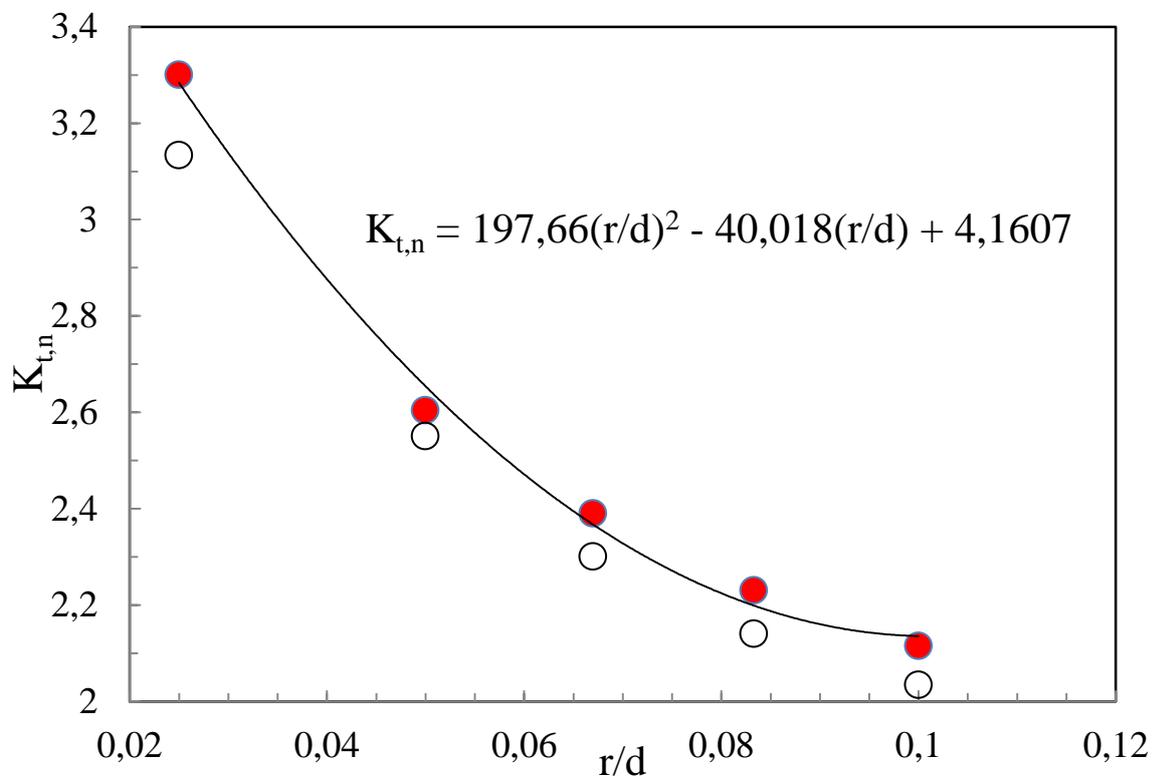


Figura 4.2

Ancora una volta la curva ricavabile attraverso un'interpolazione polinomiale dei punti rossi è relativa ai dati ricavati numericamente in questa sede, mentre la curva idealmente composta dai

punti bianchi rappresenta i risultati analitici in funzione del rapporto r/d che sono stati ottenuti dalla chart contenuta nel manuale Peterson, dedicata a questo tipo di geometria.

L'errore massimo presente tra coefficiente ottenuto analiticamente e quello del Peterson si ha in corrispondenza dei casi di studio 3.1 e 3.6 e consiste in una sovrastima rispettivamente del 4,9% e del 5% del dato vero. In tutti i restanti casi, l'errore commesso è sempre una sovrastima del valore indicato nel Peterson, anche se di entità percentuale minore (oscillante tra il 2% ed il 3%).

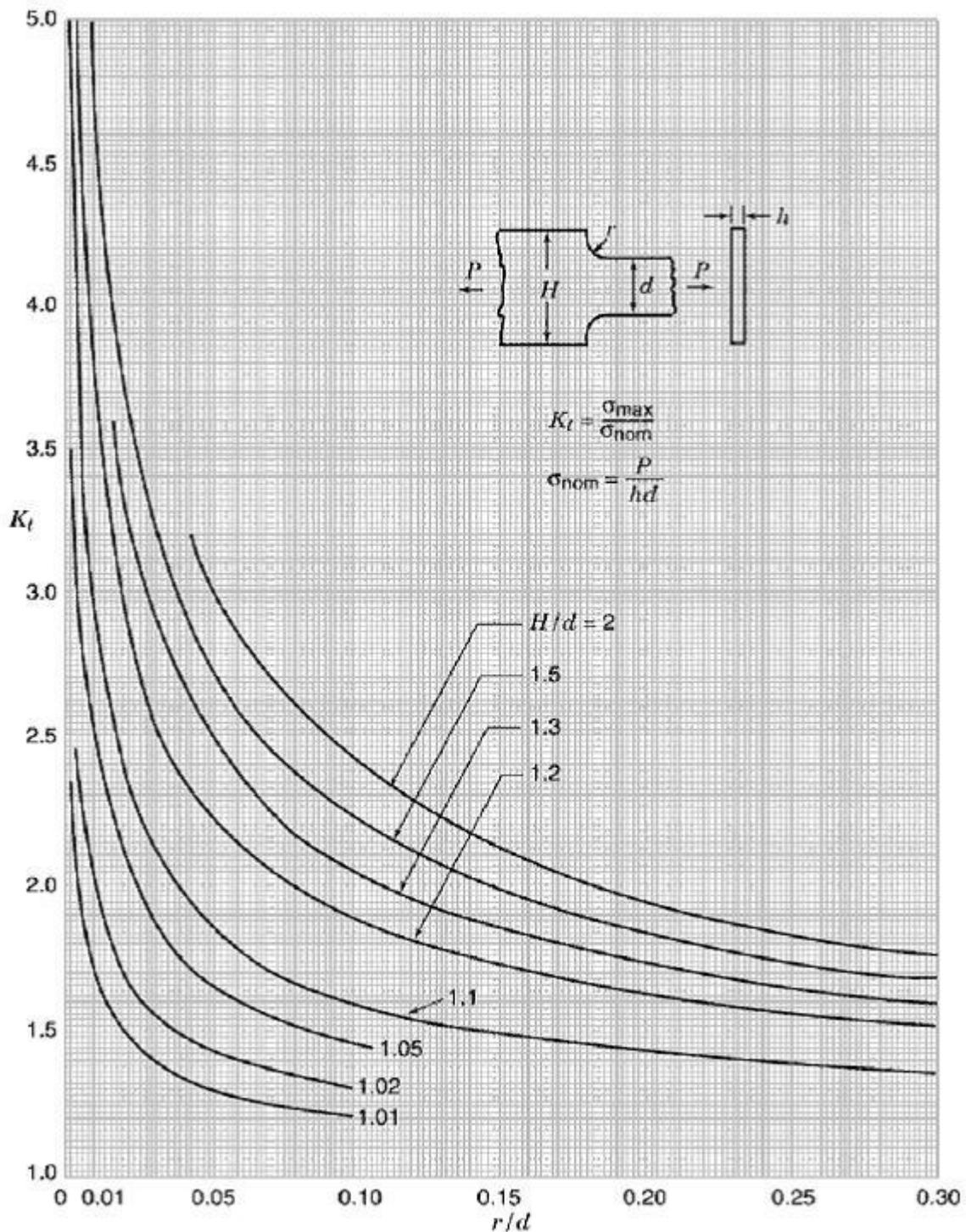


Chart del manuale Peterson relativa ad una piastra con spallamento