

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria ...

***Relazione per la prova finale***  
**«ROBOT A CAVI»**

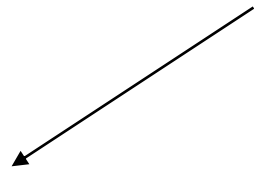
Tutor universitario: Prof. Boschetti Giovanni

Laureando: *Matteo Pizzinat*

Padova, 26/09/2023

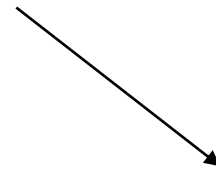
## ROBOT A CAVI

- Particolare tipologia di manipolatori paralleli in cui i link rigidi sono sostituiti da cavi;
- Cavi sono movimentati da motori che li possono avvolgere e svolgere



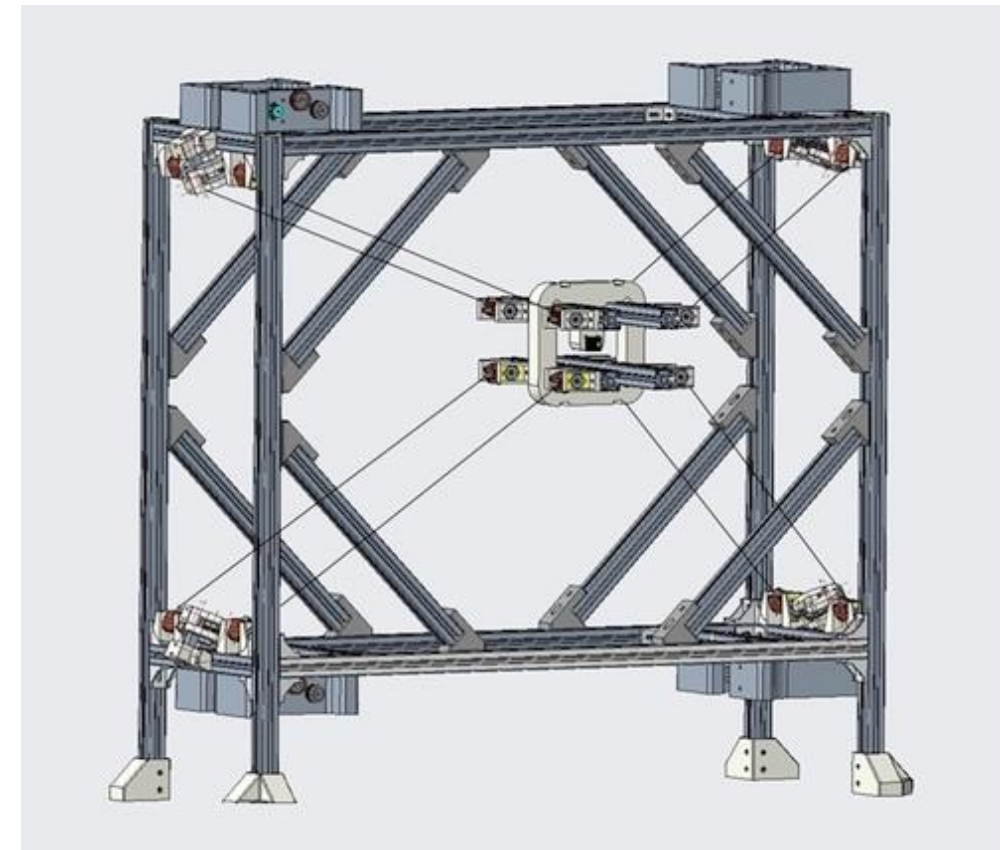
### Vantaggi

- Possono sollevare carichi molto pesanti;
- Spazio di lavoro molto ampi;
- Versatili e riconfigurabili;
- Movimenti rapidi e riduzione delle inerzie grazie al fatto che i carichi possono essere centralizzati su di una piattaforma mobile detta end-effector



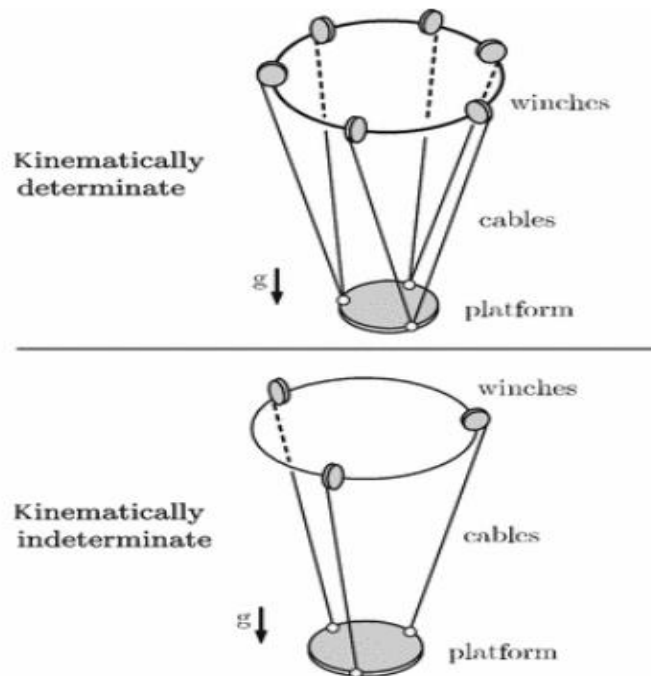
### Svantaggi

- I cavi devono essere sempre mantenuti in tensione previa instabilità del manipolatore



## CLASSIFICAZIONE DEI ROBOT A CAVI

- **Ridondanti:** il numero di cavi attivi, e quindi di motori, supera il numero di gradi di libertà della piattaforma mobile (end-effector);
- **Completamente attuati:** il numero di cavi attivi eguaglia il numero di gradi di libertà del end-effector;
- **Sottoattuati:** il numero di cavi attivi è inferiore al numero di gradi di libertà della piattaforma mobile.



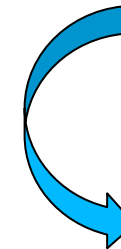
Condizione necessaria per limitare completamente la piattaforma mobile



Il numero di cavi deve sempre superare i gradi di libertà dell'end-effector

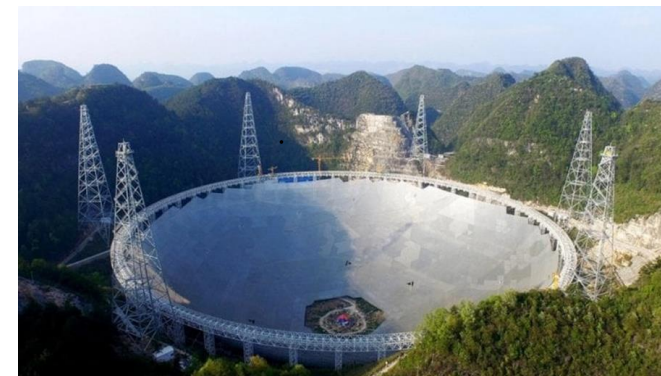


Ciò però non basta in quanto quest'ultima è una condizione necessaria ma non sufficiente, perché un robot via cavo può risultare sotto-connesso anche se il numero di cavi è superiore ai gradi di libertà della piattaforma mobile



Un esempio sono i robot a cavi sospesi i quali fanno affidamento anche sulla forza di gravità per tenere in tensione i cavi del robot.

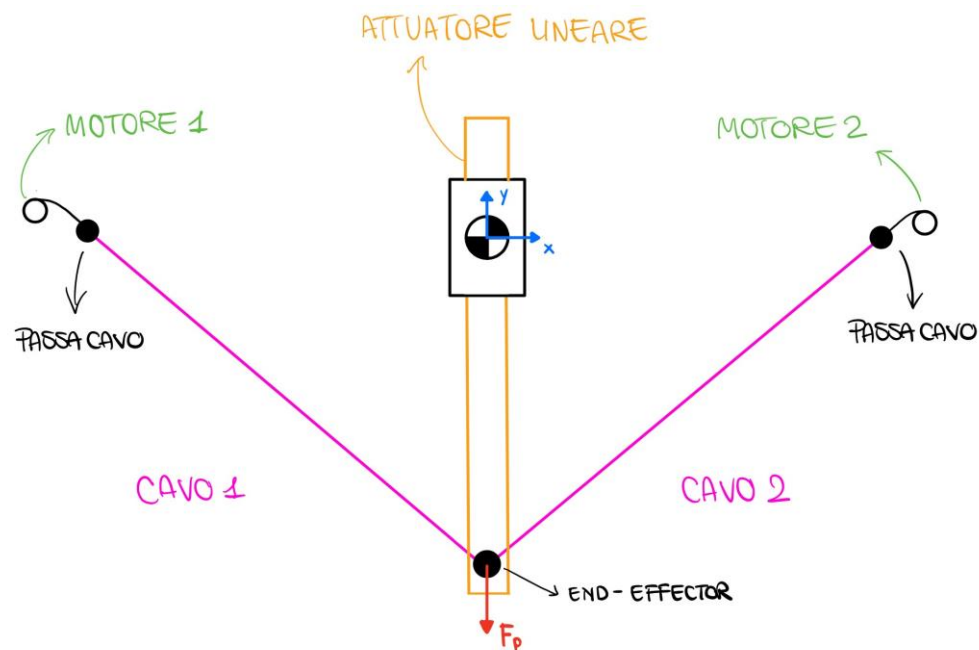
1. **SKYCAM:** costruita negli anni '80, la telecamera (end-effector) è agganciata tramite cavi i quali la tengono sospesa in aria e gli permettono di coprire tutta l'area di lavoro, che potrebbe essere ad esempio un campo di gioco, in tempi brevi;
2. **NEREBOT:** sviluppato dall'università di Padova nel 2007, è un robot a cavi in grado di effettuare la stimolazione dell'arto superiore del paziente fissandone l'avambraccio ad una piattaforma mobile sospesa e movimentata tramite cavi in nylon
3. **FAST TELESCOPE:** collocato nel sudovest della Cina e portato a termine verso la fine del 2016, questo radiotelescopio è il più grande e più sensibile al mondo. Ciò che gli permette queste caratteristiche da record è la cabina di ricezione del segnale sospesa ad un'altezza di 140 metri e guidata da cavi che gli permettono di spostarsi lungo tutta l'area del radiotelescopio



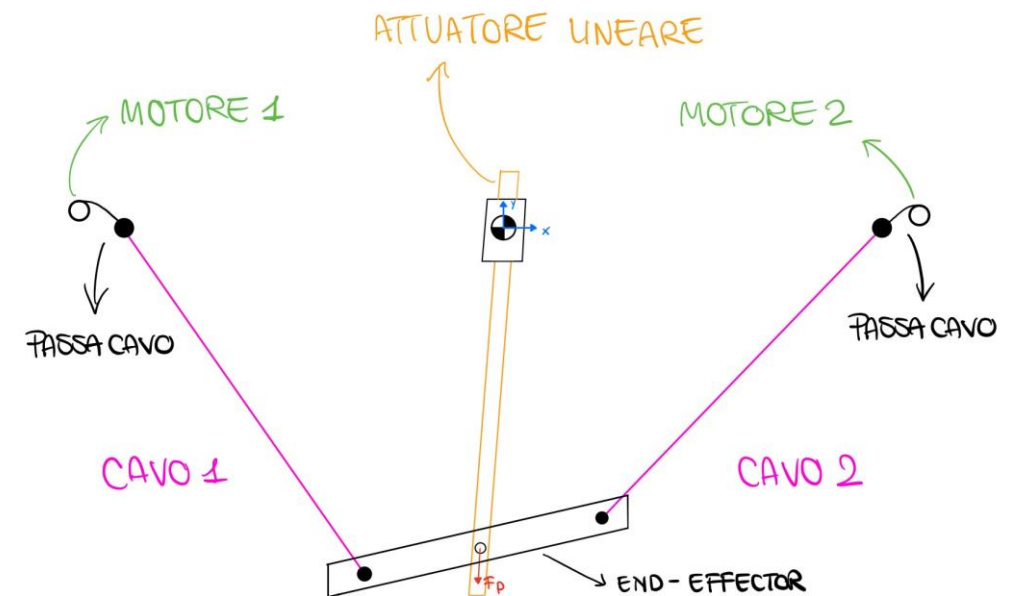
Svolgere l'analisi di due particolari configurazioni di robot a cavi planari di tipo ibrido:

- Analisi cinematica di posizione diretta ed inversa;
- Analisi cinematica di velocità diretta ed inversa;
- Analisi di equilibrio statico.

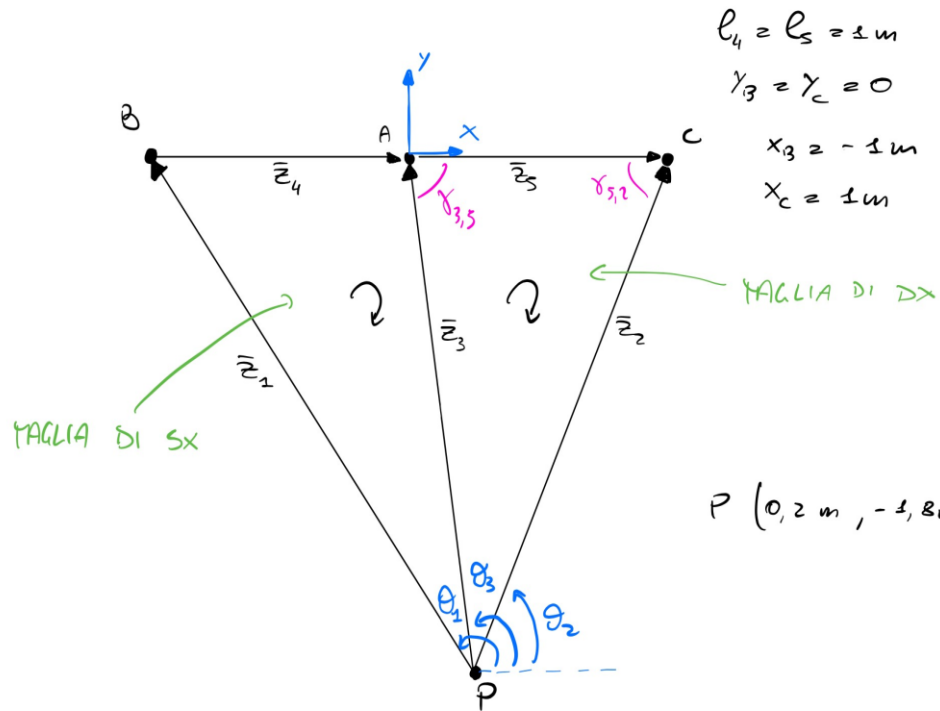
## 1° CONFIGURAZIONE



## 2° CONFIGURAZIONE



## POLIGONO DI CHIUSURA



## ANALISI CINEMATICA DI POSIZIONE

**Diretta**

**Inversa**

$$\text{SX} \quad l_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} + l_4 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - l_3 \begin{pmatrix} \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{DX} \quad l_3 \begin{pmatrix} \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \end{pmatrix} + l_5 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - l_2 \begin{pmatrix} \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Con il teorema del seno e coseno si ricavano

$$\theta_1 = 2,1588\text{ rad}; \theta_2 = 1,1526\text{ rad}; \theta_3 = 1,6814\text{ rad}$$

Partendo dall'origine percorrendo il vettore  $z_3$  si ricavano le coordinate del punto P

$$\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -l_3 \cos \theta_3 \\ -l_3 \sin \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2\text{ m} \\ -1,8\text{ m} \end{pmatrix}$$

Note le coordinate del punto P

$$\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2\text{ m} \\ -1,8\text{ m} \end{pmatrix}$$

Con il teorema di pitagora e la funzione arcotangente si ricavano lunghezze ed angolazioni

$$l_1 = \sqrt{(x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2} = 2,163\text{ m}$$

$$l_2 = \sqrt{(x_P - x_C)^2 + (y_P - y_C)^2} = 1,969\text{ m}$$

$$l_3 = \sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2} = 1,811\text{ m}$$

$$\theta_1 = \pi + \tan^{-1} \left( \frac{y_P - y_B}{x_P - x_B} \right) = 2,1588\text{ rad}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{y_P - y_C}{x_P - x_C} \right) = 1,1526\text{ rad}$$

$$\theta_3 = \pi + \tan^{-1} \left( \frac{y_P - y_A}{x_P - x_A} \right) = 1,6814\text{ rad}$$

## ANALISI CINEMATICA DI VELOCITÀ

**Diretta**

**Inversa**

**SX** 
$$l_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} + l_1 \begin{pmatrix} -\sin \theta_1 \\ \cos \theta_1 \end{pmatrix} \dot{\theta}_1 - l_3 \begin{pmatrix} \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \end{pmatrix} - l_3 \begin{pmatrix} -\sin \theta_3 \\ \cos \theta_3 \end{pmatrix} \dot{\theta}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Raccogliendo in forma matriciale

$$\begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 & l_3 \sin \theta_3 \\ l_1 \cos \theta_1 & -l_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = -l_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} + l_3 \begin{pmatrix} \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \end{pmatrix}$$

Invertendo la matrice di sinistra si ricavano le incognite  $\dot{\theta}_3$ ;  $\dot{\theta}_1$  e i rapporti di velocità rispetto alle coordinate libere

**DX** 
$$l_3 \begin{pmatrix} \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \end{pmatrix} + l_3 \begin{pmatrix} -\sin \theta_3 \\ \cos \theta_3 \end{pmatrix} \dot{\theta}_3 - l_2 \begin{pmatrix} \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \end{pmatrix} - l_2 \begin{pmatrix} -\sin \theta_2 \\ \cos \theta_2 \end{pmatrix} \dot{\theta}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Raccogliendo in forma matriciale

$$\begin{bmatrix} -l_3 \sin \theta_3 & l_2 \sin \theta_2 \\ l_3 \cos \theta_3 & -l_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} = -l_3 \begin{pmatrix} \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \end{pmatrix} + l_2 \begin{pmatrix} \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \end{pmatrix}$$

Invertendo la matrice di sinistra si ricavano le incognite  $\dot{\theta}_3$ ;  $\dot{\theta}_2$  e i rapporti di velocità rispetto alle coordinate libere

Nota la velocità del punto P

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{y}_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -l_3 \cos \theta_3 + l_3 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3 \\ -l_3 \sin \theta_3 - l_3 \cos \theta_3 \dot{\theta}_3 \end{pmatrix}$$

Raccogliendo in forma matriciale i coefficienti delle incognite ed esplicitando i termini noti

$$\begin{bmatrix} -\cos \theta_3 & l_3 \sin \theta_3 \\ -\sin \theta_3 & -l_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} l_3 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{y}_P \end{pmatrix}$$

Invertendo la matrice di sinistra si ottengono le velocità delle incognite  $\dot{l}_3$ ;  $\dot{\theta}_3$

Per ricavare le velocità lineari ed angolari dei membri 1 e 2 si utilizza lo stesso metodo descritto per il membro 3 cambiando semplicemente il percorso per giungere dall'origine al punto P

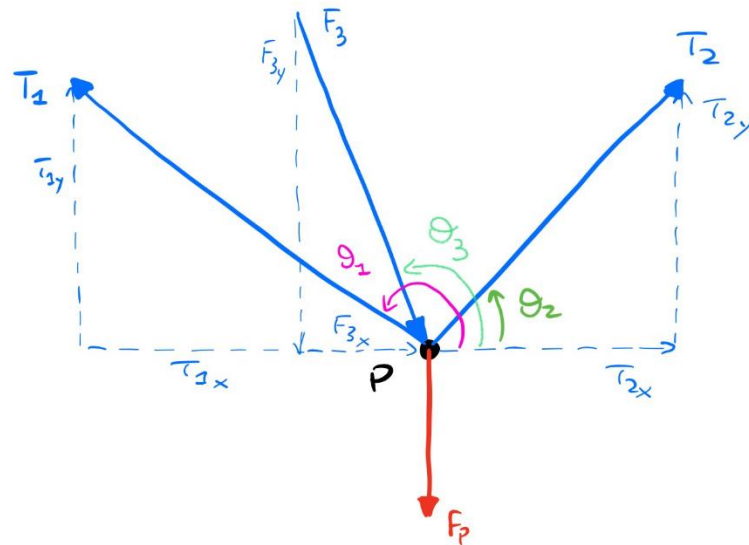
ANALISI DI EQUILIBRIO STATICO



Metodo Newtoniano

Scomposizione delle forze in gioco nel piano cartesiano

Sistema di equazioni



$$F_3 = 1 \text{ N}$$

$$P = (0, 2 \text{ m}, -1,8 \text{ m})$$

$$l_1 = 2,168 \text{ m}$$

$$l_2 = 1,969 \text{ m}$$

$$l_3 = 1,811 \text{ m}$$

$$\theta_1 = 2,1588 \text{ rad}$$

$$\theta_2 = 1,1526 \text{ rad}$$

$$\theta_3 = 1,6814 \text{ rad}$$

$$\begin{cases} T_2 \cos \theta_2 + F_3 \cos(\pi - \theta_3) - T_1 \cos(\pi - \theta_1) = 0 \\ T_1 \sin(\pi - \theta_1) + T_2 \sin \theta_2 - F_3 \sin(\pi - \theta_3) - m * g = 0 \end{cases}$$

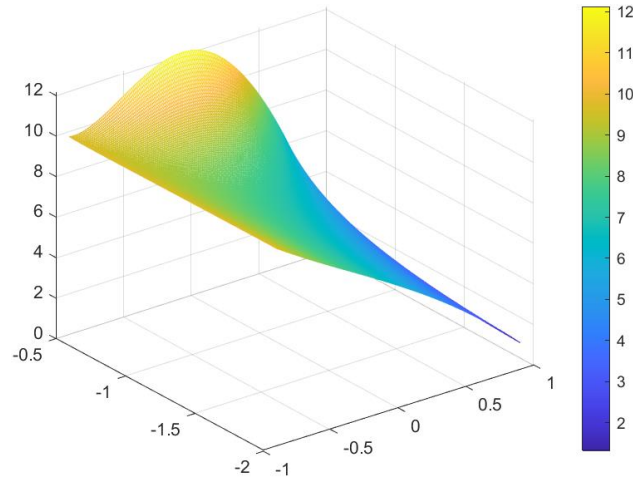


## ESTENSIONE DELL'ANALISI A TUTTO IL PIANO DI LAVORO

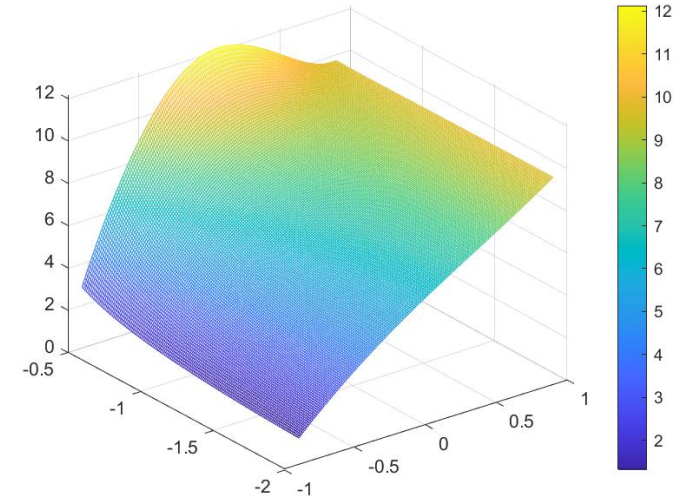


Si è fatto utilizzo del software di calcolo MatLab scrivendo un codice in grado di restituire grafici 3D delle lunghezze dei cavi e delle tensioni di quest'ultimi entro tutto il piano di lavoro

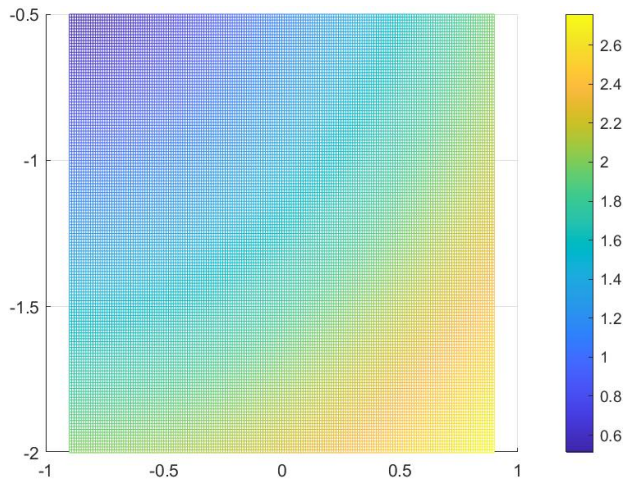
**Tensione cavo 1**



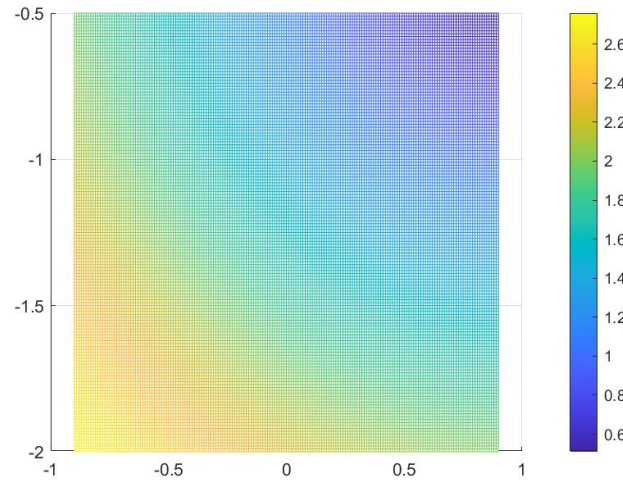
**Tensione cavo 2**



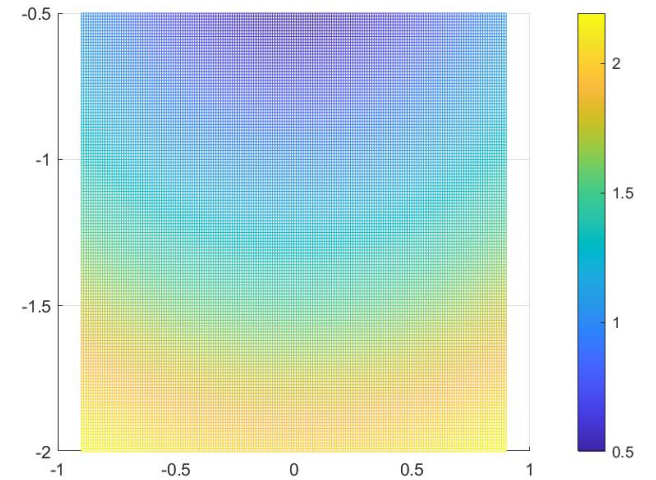
**Lunghezza cavo 1**



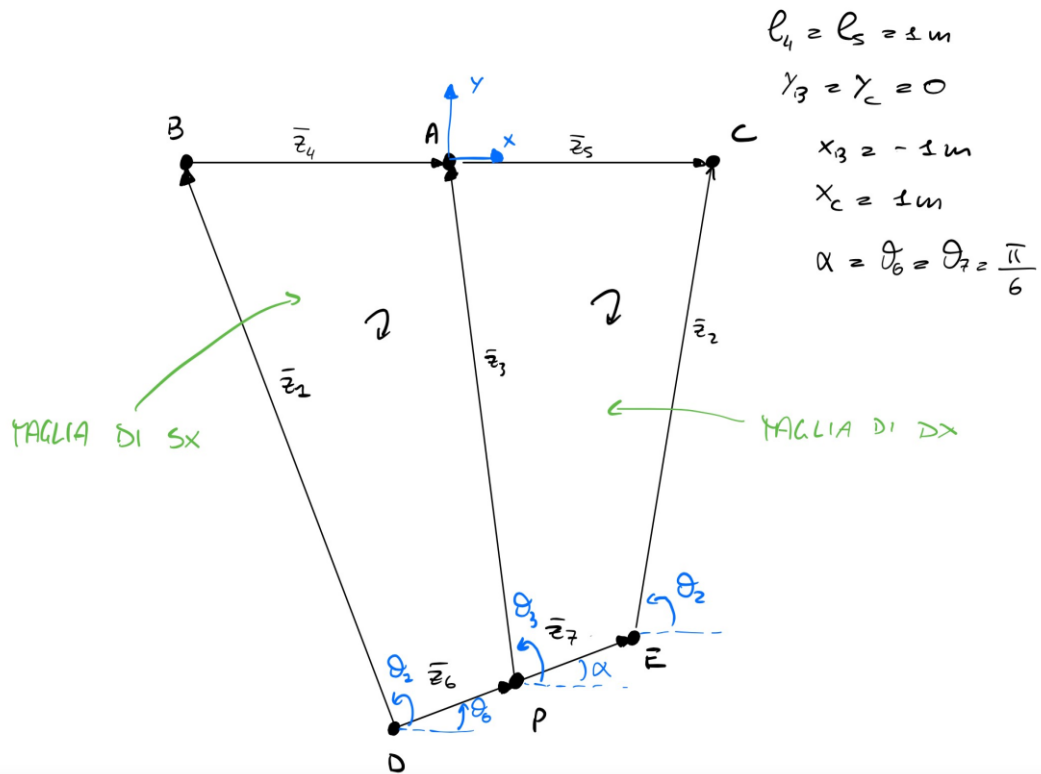
**Lunghezza cavo 2**



**Lunghezza attuatore lineare**



## POLIGONO DI CHIUSURA



## ANALISI CINEMATICA DI POSIZIONE INVERSA



- Note le coordinate del punto P  $\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0, 2m \\ -1, 8m \end{pmatrix}$
- Con il teorema di pitagora e la funzione arcotangente si ricavano lunghezza ed angolazione dell'attuatore lineare

$$l_3 = \sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2} = 1,811m$$

$$\theta_3 = \pi + \tan^{-1} \left( \frac{y_P - y_A}{x_P - x_A} \right) = 1,6814rad$$

- Per trovare le lunghezze e le angolazioni dei 2 cavi bisogna prima trovare le coordinate dei punti D ed E per riuscire poi ad applicare nuovamente pitagora e la funzione arcotangente

$$\begin{pmatrix} x_D \\ y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_P - l_6 \cos \theta_6 \\ y_P - l_6 \sin \theta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0, 070m \\ -1, 875m \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_E \\ y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_P + l_7 \cos \theta_7 \\ y_P + l_7 \sin \theta_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0, 330m \\ -1, 725m \end{pmatrix}$$

$$l_1 = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = 2, 1588m$$

$$\theta_1 = \pi + \tan^{-1} \left( \frac{y_D - y_B}{x_D - x_B} \right) = 2, 0893rad$$

$$l_2 = \sqrt{(x_C - x_E)^2 + (y_C - y_E)^2} = 1, 851m$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{y_C - y_E}{x_C - x_E} \right) = 1, 2003rad$$

## ANALISI CINEMATICA DI VELOCITA INVERSA

Nota la velocità del punto P

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{y}_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -l_3 \cos \theta_3 + l_3 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3 \\ -l_3 \sin \theta_3 - l_3 \cos \theta_3 \dot{\theta}_3 \end{pmatrix}$$

Raccogliendo in forma matriciale i coefficienti delle incognite ed esplicitando i termini noti

$$\begin{bmatrix} -\cos \theta_3 & l_3 \sin \theta_3 \\ -\sin \theta_3 & -l_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} l_3 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{y}_P \end{pmatrix}$$

Invertendo la matrice di sinistra si ottengono le velocità delle incognite  $\dot{l}_3$ ;  $\dot{\theta}_3$

Per ricavare le velocità lineari ed angolari dei membri 1 e 2 si utilizza lo stesso metodo descritto per il membro 3 cambiando semplicemente il percorso per giungere dall'origine al punto P

## ANALISI DI EQUILIBRIO STATICO

Essendo questa configurazione di robot a cavi completamente attuato è difficile svolgere in maniera analitica l'analisi di equilibrio statico



Si è preferito utilizzare un software di calcolo (Working Model 2D) in grado di riprodurre meccanismi e di calcolare le forze sui membri che lo compongono

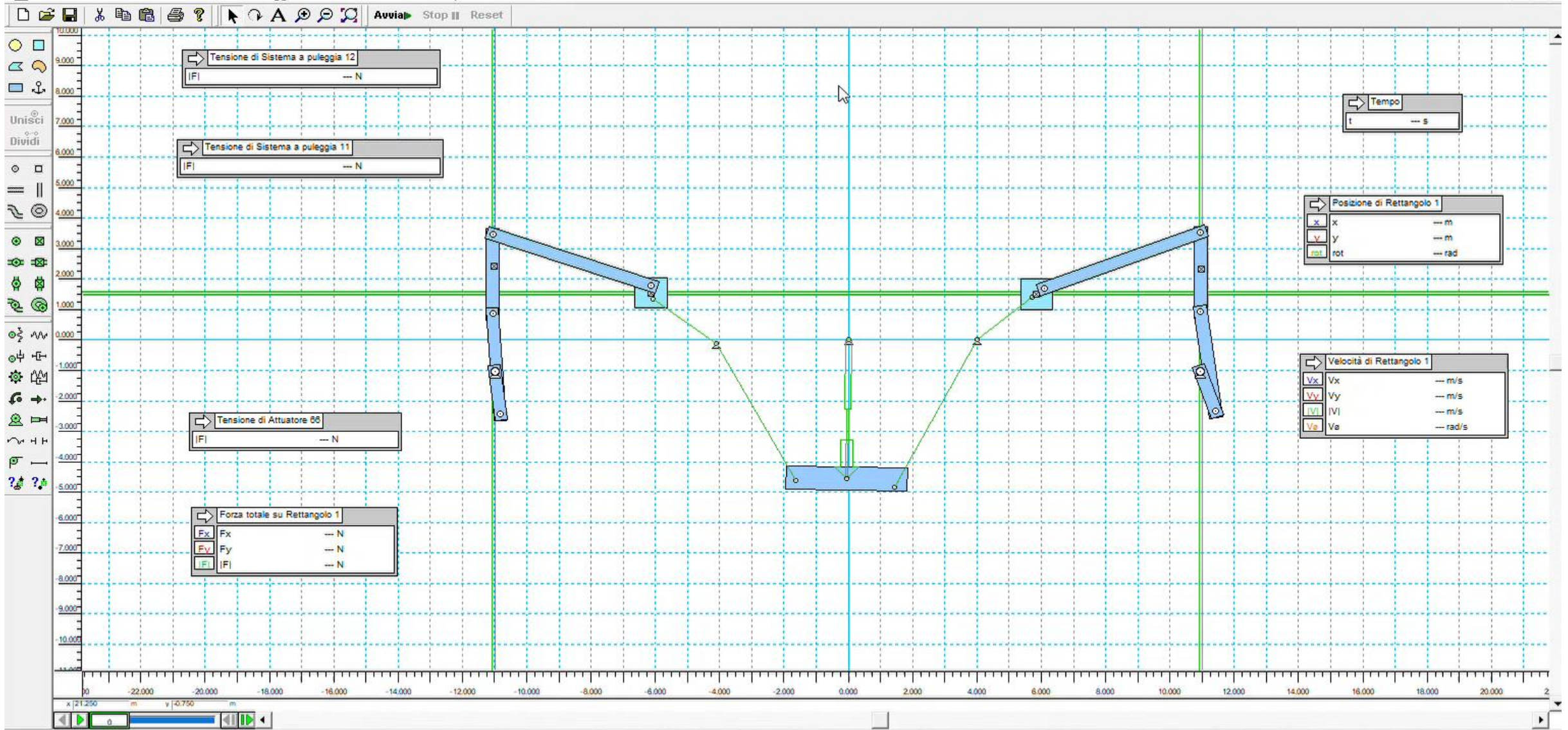
È stato così possibile verificare che le tensioni sui cavi siano sempre positive e che la somma delle forze sul punto della piattaforma mobile siano sempre uguali a zero in ogni istante e in ogni punto del piano di lavoro

Siccome all'interno del programma non è possibile ricreare un motore che avvolge e svolge i cavi; perciò, è stato pensato di ricreare un meccanismo attaccando i cavi del nostro robot ai pattini di due meccanismi biella manovella

## ANALISI DI EQUILIBRIO STATICO



## Modello ricreato attraverso WM2D



## PRIMA CONFIGURAZIONE

- Analisi cinematica di posizione diretta e inversa ✓
- Analisi cinematica di velocità diretta e inversa ✓
- Analisi di equilibrio statico ✓



Lo studio di questa configurazione di robot è stato possibile grazie alla sua natura di essere ridondante ovvero con più motori che gradi di libertà

Essendo certi, quindi, che non presenta instabilità lo si può utilizzare per qualsiasi tipo di applicazione che richiede un end-effector di tipo puntiforme

## SECONDA CONFIGURAZIONE

- Analisi cinematica di posizione diretta ✗
- Analisi cinematica di posizione inversa ✓
- Analisi cinematica di velocità diretta ✗
- Analisi cinematica di velocità inversa ✓
- Analisi di equilibrio statico ≈



A causa della natura di questa particolare tipologia di robot, ovvero di essere completamente attuato, non è stato possibile svolgere tutte le analisi e soprattutto non è stato possibile svolgere in maniera rigorosa ed analitica quella riguardante l'equilibrio statico

Si rimanda quindi a studi futuri il completamento dell'analisi di questa configurazione a 3 gradi di libertà che potrebbe essere interessante per diversi campi come quello medico ed industriale