

Università degli studi di Padova



Facoltà di Scienze Statistiche

Corso di Laurea Specialistica in Scienze Statistiche,
Economiche, Finanziarie ed Aziendali

TESI DI LAUREA

**Elasticità di sostituzione
intertemporale dei consumi:
stima per i dati italiani**

**Elasticity of intertemporal
substitution of consumption:
italian data estimation**

Relatore: Ch.mo Prof. Guglielmo Weber

Laureando: Andrea Bellorio - 584138 - SEA

ANNO ACCADEMICO 2008-09

Alla mia famiglia

Indice

Introduzione	1
1 Presentazione del modello	5
1.1 Relazione tra consumo e tasso di interesse	5
1.2 Modello di Hall	8
1.3 Il modello	9
1.3.1 Standard errors di Newey-West	10
1.3.2 Variabili strumentali	11
1.3.3 Il modello definitivo	12
2 Test statistici per la valutazione del modello	13
2.1 Test di sottoidentificazione degli strumenti	13
2.2 Test di rilevanza degli strumenti: R^2 parziale di Shea	16
2.3 Strumenti deboli	17
2.3.1 Strumenti deboli e F del primo stadio	17
2.3.2 La statistica di Anderson-Rubin	18
2.4 Test di Sargan per la validità degli strumenti	19
2.5 Test di stabilità strutturale	19
3 Le stime	23
3.1 I dati	23
3.2 Risultati	27
3.2.1 Il primo modello: una stima OLS	27
3.2.2 Test di autocorrelazione dei residui	27

3.2.3	Test di correlazione dell'esplicativa con i residui	30
3.2.4	Stima IV con s.e. di Newey-West	31
3.3	Valutazione del modello	35
4	Stabilità strutturale del modello	39
4.1	Perché il 1993	39
4.2	Stabilità del modello prima e dopo il 1993	41
4.3	Risultati	42
	Conclusioni	47
	A Decomposizione ai valori singolari di una matrice	49
	B Tasso di Rendimento e tasso di sconto	51
	Bibliografia	57
	Ringraziamenti	61

Introduzione

‘Il consumatore, si dice, è il re...ciascuno è un elettore che usa i suoi soldi come voto per avere le cose fatte come le vuole fatte.’

(Paul Samuelson)

La teoria del consumatore insegna che questi sceglie quanto, come e quando consumare in base alle sue preferenze, tenendo conto del proprio vincolo di bilancio. In questo lavoro l’attenzione sarà posta sul quando. In particolare, si misurerà l’effetto che una variazione del tasso di interesse ha sul consumo immediato e futuro per i consumatori italiani.

Il suddetto effetto di una variazione del tasso di interesse sul consumo può essere scomposto in effetto di reddito ed effetto di sostituzione. L’effetto di reddito, che misura la variazione della quantità domandata in relazione ad una variazione del potere d’acquisto del consumatore, di un calo del tasso di interesse, è positivo solo per i borrowers (coloro che prendono a prestito) mentre è negativo per i savers (risparmiatori). Molto più interessante è invece l’effetto di sostituzione, il quale misura la variazione dei consumi dovuta al fatto che può essere più conveniente acquistare in un determinato periodo piuttosto che in un altro. Un calo del tasso di interesse ha un effetto di sostituzione sempre positivo.

Questa tesi analizza l’effetto di sostituzione per le famiglie italiane. Per fare ciò verrà stimata l’*elasticità di sostituzione intertemporale* dei consumi. Essa infatti misura la sensibilità dell’allocazione intertemporale dei consumi stessi al variare del tasso di interesse. Per la stima di questo parametro si pren-

de in considerazione il modello LC/PIH ¹ dove ogni famiglia consumatrice massimizza la sua funzione di utilità nel tempo. Nel prosieguo di questa tesi verranno considerati tutti consumatori identici con con funzione di utilità di tipo CRRA². Nella massimizzazione della propria funzione di utilità la famiglia consumatrice tiene conto del suo vincolo di bilancio intertemporale, che garantisce che nessun consumatore possa morire lasciando debiti.

Nella sezione 1.1 verranno mostrati tutti i passaggi e le assunzioni necessarie che, partendo dalle considerazioni fatte, portano alla stima di una forma approssimata dell'equazione di Eulero. Stimando quest'ultima verrà ricavato il valore dell'elasticità di sostituzione intertemporale dei consumi.

Un valore di elasticità di sostituzione intertemporale dei consumi elevato (positivo e diverso da zero) potrebbe far prendere in considerazione un'eventuale azione sul tasso di interesse per fronteggiare il calo dei consumi che si sta verificando in questi mesi. I tassi però sono già molto vicini allo 0, come mostrato in figura 3.2 a pag. 26, e quindi una manovra di questo genere si rivelerebbe inattuabile. In generale, un eventuale abbassamento del tasso di interesse sarebbe infatti una politica temporanea per favorire i consumi immediati, ma non di sicuro effetto in quanto c'è sempre da tenere presente l'effetto di reddito, oltre a quello di sostituzione; in sintesi:

- se l'effetto di sostituzione fosse maggiore dell'effetto di reddito, l'azione sarebbe efficace;
- se i due effetti si equivalessero, l'azione sarebbe inutile;
- se l'effetto di reddito fosse maggiore dell'effetto di sostituzione, l'azione sarebbe controproducente.

Il capitolo 1 presenta le basi teoriche per tutto l'iter che parte da una prima stima OLS , analizza gli eventuali problemi che potrebbero rendere problematica l'inferenza statistica e arriva in conclusione al modello definitivo per una stima consistente dell'elasticità. Il capitolo 2 mostra le statistiche che

¹Life Cycle / Permanent Income Hypothesis.

²Constant Relative Risk Aversion.

verranno utilizzate dopo la stima del modello definitivo al fine di darne una valutazione. Nel capitolo 3 vengono presentati i dati, le stime e i test per la verifica dell'inconsistenza dello stimatore *OLS*, oltre che il modello definitivo e i risultati della valutazione dello stesso. Nel capitolo 4 viene testata la stabilità strutturale all'introduzione dell'Euro del modello di cui al capitolo precedente.

Capitolo 1

Presentazione del modello

In questo capitolo, come recita il titolo, viene presentato il modello che poi si adatterà per la stima del valore dell'elasticità di sostituzione intertemporale dei consumi. Nella sezione 1.1 vengono presentati i passaggi attraverso i quali si giunge a stabilire la relazione tra consumi e tasso di interesse. Nella sezione 1.2 si presenta un modello già utilizzato da Hall. Nella sezione 1.3 si presenta un primo modello *OLS*, mostrando che le eventuali presenze di autocorrelazione seriale dei residui e di correlazione tra variabile esplicativa e residui renderebbero queste stime inconsistenti. Si mostra quindi come agire per ottenere uno stimatore consistente e il modello cui si giunge alla fine.

1.1 Relazione tra consumo e tasso di interesse

Sfruttando quanto detto da Hansen e Singleton (1983), in questa sezione si mostra come si è arrivati a stabilire la relazione che si intende stimare tra variazioni dei consumi e tasso di interesse.

Per semplicità, si consideri un'economia con un solo bene a disposizione e con tutti consumatori identici con una funzione di utilità di tipo CRRA:

$$U(c_\tau) = \frac{c_\tau^\gamma}{\gamma}; \quad \gamma < 1 \tag{1.1}$$

dove c_τ sono i consumi reali pro capite e $U(\cdot)$ è la funzione di utilità del consumatore nel periodo.

Si assume che il consumatore rappresentativo di questa economia scelga un piano stocastico di consumi che massimizza nel tempo la sua funzione di utilità:

$$E_0 \left[\sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau U(c_\tau) \right], \quad 0 < \beta < 1 \quad (1.2)$$

dove β è il fattore di sconto e $U(\cdot)$ è data da 1.1. Il valore atteso $E_\tau(\cdot)$ è condizionato dalle informazioni disponibili al tempo τ , I_τ .

I consumatori sostituiscono il consumo presente con consumo futuro scambiandosi i diritti di proprietà di N beni finanziari e capitali. Sia w_τ il vettore indicante le proprietà degli N beni al tempo τ , q_τ il vettore dei prezzi di questi N beni contenuti in w_τ al netto delle distribuzioni e q_τ^* il vettore che indica il valore di queste distribuzioni. Un piano attuabile di consumi e investimenti deve quindi soddisfare

$$c_\tau + q_\tau \cdot w_{\tau+1} \leq (q_\tau + q_\tau^*) \cdot w_\tau + y_\tau \quad (1.3)$$

dove y_τ rappresenta i redditi da lavoro al tempo τ .

La condizione necessaria del primo ordine per la massimizzazione di 1.2 tenendo conto di 1.3 è:

$$U'(c_\tau) = \beta E_\tau [U'(c_{\tau+1}) r_{i(\tau+1)}]; \quad i = 1, \dots, N \quad (1.4)$$

dove $r_{i\tau+1}$ è il ritorno dell' i -esimo bene e $U'(c_\tau) = dU(c_\tau)/dc_\tau$.

Sostituendo 1.1 in 1.4 si deriva per ciascuna attività finanziaria la seguente relazione:

$$E_t \left[\beta \left(\frac{c_{\tau+1}}{c_\tau} \right)^\alpha r_{i(\tau+1)} \right] = 1; \quad i = 1, \dots, N \quad (1.5)$$

con $\alpha = \gamma - 1$. In questa tesi considereremo solo una attività finanziaria a breve, e pertanto d'ora in avanti omettiamo l'indice i . L'obiettivo è quello di stabilire una relazione tra i movimenti prevedibili dei consumi e quelli del tasso di interesse.

Per i passaggi successivi dell'analisi di 1.5 si assume la log-normalità dei

consumi e del tasso di interesse¹.

Siano quindi $x_\tau = c_\tau/c_{\tau-1}$ e $u_\tau = x_\tau^\alpha r_\tau$. L'equazione 1.5 può essere riscritta come:

$$E_{\tau-1}(u_\tau) = 1/\beta \quad (1.6)$$

Si definiscano ora $X_\tau = \log x_\tau$, $R_\tau = \log r_\tau$, $Y_\tau = (X_\tau, R_\tau)'$, $U_\tau = \log u_\tau$ e $\psi_{\tau-1}$ sia il set di informazioni $\{Y_{\tau-s} : s \geq 1\}$. Ancora, si assuma che Y_τ sia un processo stazionario gaussiano: ciò implica che la distribuzione di U_τ condizionata a $\psi_{\tau-1}$ sia una normale di varianza σ^2 e di media $\mu_{\tau-1}$ funzione lineare delle passate osservazioni di Y_τ . Quindi:

$$E(u_\tau|\psi_{\tau-1}) = \exp [\mu_{\tau-1} + \sigma^2/2] \quad (1.7)$$

Siccome $\psi_{\tau-1} \subset I_{\tau-1}$ da 1.6 si ottiene:

$$E(u_\tau|\psi_{\tau-1}) = 1/\beta \quad (1.8)$$

Uguagliando la 1.7 e la 1.8 e risolvendo per $\mu_{\tau-1}$ si ottiene $\mu_{\tau-1} = -\log \beta - (\sigma^2/2)$. A questo punto si definisca:

$$V_\tau = U_\tau - \mu_{\tau-1} = \alpha X_\tau + R_\tau + \log \beta + (\sigma^2/2) \quad (1.9)$$

Ponendo $E(V_\tau|\psi_{\tau-1}) = 0$ si ottiene:

$$E(R_\tau|\psi_{\tau-1}) = -\alpha E(X_\tau|\psi_{\tau-1}) - \log \beta - (\sigma^2/2) \quad (1.10)$$

o, considerando $\alpha \neq 0$ e girando la relazione in modo più utile allo sviluppo di questa tesi:

$$E(X_\tau|\psi_{\tau-1}) = -\frac{1}{\alpha} E(R_\tau|\psi_{\tau-1}) - \frac{1}{\alpha} \log \beta - \frac{1}{\alpha} (\sigma^2/2) \quad (1.11)$$

L'equazione 1.11 mostra la relazione che intercorre tra consumi e tasso di interesse. Il parametro α viene considerato da Hansen e Singleton [12] come un parametro che esprime l'avversione al rischio; nel prosieguo di questo lavoro invece si prenderà in considerazione il parametro $-1/\alpha$ non in quanto

¹L'assunzione di log-normalità è un'assunzione utilizzata universalmente nel derivare relazioni come quella che si sta per calcolare.

indice di avversione al rischio ma come parametro indicante l'elasticità di sostituzione intertemporale dei consumi.

L'interpretazione del parametro σ^2 è un argomento molto diffuso in letteratura. In Carroll (1992, 1997) e in Carroll e Samwick (1997) il suddetto parametro è considerato variabile in base all'incertezza sui redditi futuri. In questi lavori si segue il modello 'Buffer stock saving', secondo il quale ogni consumatore tende a mantenere costante il rapporto ricchezza netta - reddito permanente. In Attanasio e Low (2002), invece, è solamente richiesto che σ^2 sia un processo MA(1) (che quindi non correli con gli strumenti a $t - 2$) per poter essere accorpato nel termine costante. In questa tesi si è optato per seguire quest'ultima linea, quindi nel prosieguo del lavoro i termini $\log \beta$ e $\sigma^2/2$ saranno considerati come un unico termine costante.

1.2 Modello di Hall

Hall(1988)² nel suo lavoro partì dal modello stimato da Hansen e Singleton di cui alla sezione precedente, considerando però il parametro oggetto di stima come elasticità di sostituzione intertemporale dei consumi e non come avversione al rischio³.

La relazione lineare di partenza fu infatti:

$$\bar{c}_\tau = \sigma \bar{r}_{\tau-1} + c_{\tau-1} + k \quad (1.12)$$

dove \bar{c}_τ è il logaritmo dell'aspettativa dei consumi⁴ nel periodo τ , $c_{\tau-1}$ è il logaritmo dei consumi al tempo $\tau - 1$, $\bar{r}_{\tau-1}$ è il tasso d'interesse medio nel periodo $\tau - 1$, k una costante e σ è il valore dell'elasticità di sostituzione. Un alto valore di σ sta a significare che un cambiamento verso l'alto nelle

²Si veda [11].

³Molto probabilmente egli fece questa considerazione anche dato il fatto che i risultati che ottenne furono di un'elasticità non significativamente diversa da 0 e, di conseguenza, $\alpha \rightarrow \infty$.

⁴Hall prende in considerazione i consumi in beni semi-durevoli e non durevoli escludendo dall'analisi i servizi che invece in questo lavoro saranno inclusi.

aspettative sul tasso di interesse del periodo $\tau - 1$ porta il consumatore a posticipare parte dei propri consumi al periodo successivo.

L'equazione 1.12 non descrive però in maniera esaustiva le abitudini del consumatore sotto incertezza. Essa infatti non descrive come cambiano i consumi nel momento in cui nuove informazioni su redditi e interessi si rendono disponibili.

Il livello dei consumi al tempo τ è infatti diverso dalla sua media:

$$c_\tau = \sigma \bar{r}_{\tau-1} + c_{\tau-1} + k + \epsilon_\tau \quad (1.13)$$

$$r_{\tau-1} = \bar{r}_{\tau-1} + \nu_\tau \quad (1.14)$$

ϵ_τ e ν_τ sono assunte come aventi distribuzione normale.

Nel caso in cui ν_τ sia osservabile direttamente, la stima di σ può essere ottenuta semplicemente regredendo i consumi sulle aspettative del tasso di interesse reale. Se così non fosse si renderebbe necessario l'utilizzo di variabili strumentali in quanto il tasso di interesse risulterebbe correlato con il termine d'errore.

Qualora i dati siano disponibili solo in forma aggregata temporale (ad esempio annuali) come in questo lavoro, la relazione diventa:

$$\Delta c_t = \sigma \bar{r}_{t-1} + \epsilon_t \quad (1.15)$$

Nell'ultimo caso ϵ_t gode di due proprietà:

- non si distribuisce come White Noise ma presenta una struttura MA(1) con autocorrelazione a ritardo 1 pari a circa 0.25;
- può essere correlato con r_{t-1} anche se a livello mensile non dovesse esserlo.

1.3 Il modello

Per la stima dei modelli di cui al capitolo 3 non sono state utilizzate le variazioni logaritmiche dei consumi, bensì le variazioni annuali percentuali

degli stessi⁵.

La prima stima che si effettuerà sarà una semplice stima *OLS* al solo scopo di verificare se le proprietà degli errori enunciate nella sezione 1.2 sono realmente presenti o meno. Il modello stimato in questo caso è:

$$con = k + \sigma rtus + \epsilon \quad (1.16)$$

dove con sono indicati i consumi in beni semi-durevoli, in beni non durevoli e in servizi, con *rtus* il tasso di interesse reale al tempo $t - 1$ e con σ l'elasticità di sostituzione intertemporale dei consumi.

Una volta stimato il modello 1.16 si verificherà se le proprietà prospettate di autocorrelazione dei residui a ritardo 1 e di correlazione tra esplicativa e residui, sono effettivamente presenti o meno. Si adatterà quindi il modello in modo da ottenere una stima consistente per il valore dell'elasticità di sostituzione.

1.3.1 Autocorrelazione degli errori: standard errors di Newey-West

Il primo problema che rende le stime del modello 1.16 inconsistenti sta nella struttura MA(1) dei residui che fa saltare l'ipotesi di incorrelazione seriale degli stessi.

Si utilizzerà per la risoluzione dello stesso il metodo proposto da Newey e West nel 1986 per modelli con errori eteroschedastici e autocorrelati fino ad un determinato ritardo.

La tecnica di stima proposta fa uso della condizione di ortogonalità $Eh_t(\theta^*) = 0$, dove θ^* è un vettore $(k \times 1)$ di parametri ignoti e $h_t(\theta)$ è un vettore $(r \times 1)$ di funzioni dei dati e dei parametri con $r \geq k$. Lo stimatore $\hat{\theta}$ di θ^* è la soluzione dell'equazione:

$$\min_{\theta} h_T(\theta)' \widehat{W}_T h_T(\theta) \quad (1.17)$$

⁵Per la spiegazione del perché di questa scelta si veda la sezione 3.1 a pagina 23.

dove $h_T(\theta) = \sum_{t=1}^T h_t(\theta)/T$ è il vettore dei momenti campionari di $h_t(\theta)$ e \widehat{W}_T è una matrice di pesi simmetrica e casuale.

In questo lavoro ci si limita a fornire la composizione della matrice di pesi W . Essa è formata da elementi $w(j, m) = 1 - [j/(m+1)]$ dove m è il numero massimo di ritardi considerati e $j = 1, \dots, m$.⁶

1.3.2 Correlazione tra residui ed esplicativa: variabili strumentali

Il secondo problema da risolvere per ottenere delle stime consistenti risiede nel fatto che i residui correlano con il tasso di interesse. Questa correlazione porta lo stimatore *OLS* a non essere consistente:

$$\widehat{\sigma}_{OLS} = \frac{\sum_i rtus_i con_i}{\sum_i rtus_i^2} = \frac{\sum_i rtus_i (rtus_i \sigma + \epsilon_i)}{\sum_i rtus_i^2} = \sigma + \frac{\sum_i rtus_i \epsilon_i}{\sum_i rtus_i^2} \quad (1.18)$$

Dall'equazione 1.18, ipotizzando che il tasso di interesse correli con i residui, è possibile vedere che il secondo termine di destra non si annulla. Di conseguenza lo stimatore *OLS* non converge più a σ e, in questo modo, perde la proprietà di consistenza.

Occorre quindi trovare delle *variabili strumentali*, ovvero variabili non inserite nel modello precedente che siano correlate con l'esplicativa *rtus* ma non con i residui ϵ .

Come visto nella sezione 1.2, secondo la teoria i residui del modello seguono un processo *MA(1)*. Le variabili strumentali prescelte sono quindi il tasso di sconto al tempo $t-2$ (*tus_2*) e i consumi al tempo $t-2$ (*con_2*). Utilizzando queste variabili (che per comodità verranno chiamate z) è possibile costruire uno stimatore con il metodo dei momenti tale che

$$\sum_i z_i (con_i - \sigma rtus_i) = 0 \quad (1.19)$$

⁶Per dettagli sulla stima della matrice di varianze e covarianze V_T definita qui come $V_T = (H_T' W_T H_T)^{-1} H_T' W_T S_T W_T H_T (H_T' W_T H_T)^{-1}$, su quelle delle sue componenti e sulla consistenza dello stimatore che si ottiene, si rimanda il lettore a [14].

Da questa condizione si ottiene lo stimatore $\hat{\sigma}_{IV}$, tale che

$$\hat{\sigma}_{IV} = \frac{\sum_i z_i con_i}{\sum_i z_i rtus_i} = \frac{\sum_i z_i (\sigma rtus_i + \epsilon_i)}{\sum_i z_i rtus_i} = \sigma + \frac{\sum_i z_i \epsilon_i}{\sum_i z_i rtus_i} \quad (1.20)$$

che è consistente in quanto, come detto precedentemente, z_i non correla con ϵ_i . Le variabili strumentali sono utilizzate con il metodo *2SLS*⁷ nel quale al primo stadio si regrediscono le variabili esplicative endogene (*rtus* nel caso in questione) sulle variabili strumentali (*tus.2* e *con.2*), mentre al secondo stadio si regredisce la variabile riposta (*con*) sui valori di previsione di primo stadio.

Il modello diventa quindi:

$$\begin{aligned} \text{I stadio: } rtus &= \gamma + \alpha tus.2 + \beta con.2 + \nu \\ \text{II stadio: } con &= k + rtus + \epsilon. \end{aligned} \quad (1.21)$$

1.3.3 Il modello definitivo

L'effettiva presenza delle proprietà di correlazione seriale dei residui e di correlazione tra esplicative e residui stessi verrà mostrata nel capitolo 3. Qui ci si limita a dire che i risultati dei test adottati indicano la presenza di entrambe.

Il modello definitivo quindi è:

$$\begin{aligned} \text{I stadio: } rtus &= \gamma + \alpha tus.2 + \beta con.2 + \nu \\ \text{II stadio: } con &= k + rtus + \epsilon. \end{aligned} \quad (1.22)$$

con errori standard di Newey-West robusti per l'autocorrelazione a ritardo massimo 1.

Stabilito in tal modo il tipo di modello da adottare, occorre avere degli strumenti per poterlo valutare in base alle sue caratteristiche, per effettuare quindi una buona diagnostica. Il capitolo seguente è quindi dedicato alla presentazione delle statistiche che si verranno utilizzate a questo scopo.

⁷Two-Stages Least Squares o Minimi Quadrati a due Stadi.

Capitolo 2

Test statistici per la valutazione del modello

In questo capitolo vengono presentati i test che si utilizzeranno per valutare il modello stimato. Nella sezione 2.1 è mostrata una statistica test per verificare se gli strumenti sono sufficientemente informativi per garantire l'identificazione del modello. La sezione 2.2 presenta l' R^2 parziale di Shea, statistica che serve per verificare la rilevanza degli strumenti. Nella sezione 2.3 vengono illustrate sia una statistica per testare l'eventuale debolezza degli strumenti, sia un test robusto alla debolezza degli strumenti per l'ipotesi di nullità del valore dell'elasticità di sostituzione. La sezione 2.4 è dedicata alla presentazione di un test per la validità degli strumenti. Nella sezione 2.5 infine, viene presentato un test per la stabilità dei parametri del modello.

2.1 Test di sottoidentificazione degli strumenti

Per analizzare la bontà di una regressione a due stadi come quella che si sta prendendo in considerazione, risulta fondamentale stabilire se gli strumenti sono identificati. Per fare ciò ci si serve di un rank test proposto da Kleibergen e Paap [13].

Considerando un modello del tipo

$$Y = \beta X + \varepsilon$$

$$X = \pi Z + \nu$$

nel 2004 proposero un test basato sulla decomposizione a valori singolari dello stimatore dell'inversa della matrice di varianze e covarianze non ristretta degli strumenti. Se la distribuzione limite dello stimatore della matrice non ristretta è normale, una trasformazione ortogonale dei più piccoli valori singolari ha una distribuzione limite normale. La statistica test proposta è pari alla forma quadratica di questa trasformazione ortogonale riguardante l'inversa della matrice di covarianza e quindi ha una distribuzione limite χ^2 standard.

Una matrice reale $C(k \times m)$ può essere decomposta come segue:

$$C = A_q B_q + A_{q,\perp} \Lambda_q B_{q,\perp} \quad (2.1)$$

con A_q matrice $(k \times q)$, B_q matrice $(q \times m)$, Λ_q matrice $(k - q) \times (m - q)$, $A_{q,\perp}$ matrice $k \times (k - q)$ e $B_{q,\perp}$ matrice $(m - q) \times m$. Valgono inoltre $A'_q A_{q,\perp} \equiv 0$, $B_{q,\perp} B'_q \equiv 0$, $A'_{q,\perp} A_{q,\perp} \equiv I_{k-q}$ e $B_{q,\perp} B'_{q,\perp} \equiv I_{m-q}$ con $q < \min(k, m)$.

Se $\Lambda_q = 0$, il rango della matrice C è determinato dal rango di $A_q B_q$. Se entrambe A_q e B_q sono di rango pieno, il rango di C è pari a q . Il test per la riduzione del rango è equivalente ad un test per $\Lambda_q = 0$. Per ottenere un valore di Λ_q che rappresenti la distanza da una riduzione del rango, si definisce Λ_q come una trasformazione dei più piccoli valori singolari della matrice C^1 . Quello che interessa è testare il rango della matrice $\Pi(k \times m)$. Sotto l'ipotesi nulla il rango di questa matrice è pari a q con $q < \min(k, m)$. Per derivare le distribuzioni limite dei test statistici e degli stimatori ci si serve di un'assunzione:

Assunzione 1 *Per lo stimatore di Π al limite vale:*

$$\sqrt{N}(\hat{\pi} - \pi) \xrightarrow{d} \psi_\pi$$

¹Nell'appendice A è riportata la decomposizione a valori singolari della matrice C e la relazione con la decomposizione 2.1.

$$\psi_\pi \sim N(0, V)$$

dove N è la numerosità campionaria e V è una matrice di varianze e covarianze $km \times km$.

Per testare $H_0 : \text{rank}(\Pi) = q$ equivalente a $H_0 : \text{rank}(\Theta) = q$ si sfrutta:²

$$\Theta = A_q B_q + A_{q,\perp} \Lambda_q B_{q,\perp}. \quad (2.2)$$

Sotto $H_0 : \Lambda_q = 0$, per testare questa nuova ipotesi occorre un'ulteriore assunzione sulla matrice di covarianze W :

Assunzione 2 La matrice di covarianze $(k - q)(m - q) \times (k - q)(m - q)$

$$\Omega_q = (B_{q,\perp} \times A'_{q,\perp}) W (B_{q,\perp} \times A'_{q,\perp})' \quad (2.3)$$

è non singolare.

Sotto H_0 e le assunzioni 1-2 la distribuzione limite per gli elementi di $\widehat{\Theta}$ è tale che $\widehat{A}_q \widehat{B}_q$ sia la radice N -sima dello stimatore consistente di $A_q B_q$ e

$$\begin{aligned} \sqrt{N} \widehat{\lambda}_q &\xrightarrow{d} \psi_\lambda, \\ \psi_\lambda &\times N(0, \Omega_q) \end{aligned}$$

dove $\widehat{\lambda}_q = \text{vec}(\widehat{\Lambda}_q)$ e $\widehat{\Lambda}_q A'_{q,\perp} \widehat{\Theta} B'_{q,\perp}$.

Definizione 1 Sempre sotto le assunzioni 1-2, la statistica

$$rk(q) = \frac{1}{N} \widehat{\lambda}'_q \Omega_q^{-1} \widehat{\lambda}_q \quad (2.4)$$

sotto H_0 , $rk(\Theta) = q \xrightarrow{d} \chi^2((k - q)(m - q))$.

² $\widehat{\Theta} = G \widehat{\Pi} F'$ dove G è una matrice finita ($k \times k$) non singolare e F è una matrice ($m \times m$) anch'essa finita e non singolare.

2.2 Test di rilevanza degli strumenti: R^2 parziale di Shea

Come già preannunciato nella sezione 1.3.2, gli strumenti devono avere due caratteristiche:

- correlare con le variabili esplicative endogene (o la variabile esplicativa endogena, come in questo caso) del modello, che equivale a dire essere *rilevanti*;
- essere ortogonali agli errori, cioè essere *validi*.

Questa sezione è dedicata alla presentazione di una statistica per la verifica della presenza della prima delle due caratteristiche.

La regressione di primo stadio ha come variabile risposta l'esplicativa endogena che viene regredita sugli strumenti: una statistica test per la rilevanza degli strumenti è una misura del potere esplicativo degli strumenti stessi in questa regressione. Due statistiche comunemente usate sono l' R^2 della regressione al primo stadio e il test F di nullità congiunta di tutti gli strumenti, sempre del primo stadio di regressione.

In un modello come quello che si sta prendendo in considerazione per la stima dell'elasticità di sostituzione intertemporale dei consumi (modello con una sola variabile endogena), queste due misure sono abbastanza informative: possono non esserlo invece per modelli che presentano molte variabili endogene, in quanto potrebbero esserci strumenti altamente correlati con le endogene stesse e altri che sono solamente rumori. Le due statistiche sopra citate darebbero risultati a favore dell'ipotesi di strumenti rilevanti nonostante il modello possa essere in realtà sottoidentificato.

Una statistica che tiene conto di quanto detto è l' R^2 parziale di Shea, misura che prende in considerazione anche l'intercorrelazione tra gli strumenti³.

³L' R^2 parziale di Shea può essere espresso come $R_p^2 = \frac{\nu_{i,i}^{OLS}}{\nu_{i,i}^{IV}} \left[\frac{(1-R_{IV}^2)}{(1-R_{OLS}^2)} \right]$ dove $\nu_{i,i}$ è la varianza asintotica stimata del coefficiente.[6].

Per modelli con una sola variabile endogena i due R^2 sono equivalenti. La distribuzione dell' R^2 parziale di Shea non è stata derivata ma esso può essere interpretato come un qualsiasi altro R^2 . In generale, un valore alto dell' R^2 standard e un valore più basso dell' R^2 di Shea stanno ad indicare una mancanza di rilevanza degli strumenti nello spiegare le variabili endogene e il modello potrebbe non essere identificato.

2.3 Strumenti deboli

Una bassa correlazione tra strumenti ed esplicativa endogena porta lo stimatore a variabili strumentali ad essere poco preciso. Gli strumenti che presentano questo problema sono detti *deboli*. In questa sezione viene mostrato come poter vedere se si è in presenza di strumenti deboli con la statistica F di primo stadio e viene presentata la statistica di Anderson-Rubin per la verifica dell'ipotesi di nullità dell'elasticità di sostituzione tramite un test robusto alla debolezza degli strumenti.

2.3.1 Strumenti deboli e F del primo stadio

La presenza o meno di strumenti deboli viene individuata sulla base del valore del cosiddetto *parametro di concentrazione* μ^2/K :⁴ valori grandi di μ^2/K sono a sostegno dell'ipotesi di strumenti forti, valori bassi invece stanno ad indicare la debolezza degli stessi strumenti.

In modelli con strumenti fissi, ed errori normali o, alternativamente, sotto strumenti deboli asintotici, la statistica F del primo stadio dipende solo da μ^2/K e da K . Può quindi essere utilizzata per fare inferenza sul parametro di concentrazione. Seguendo Stock e Yogo (2001) è possibile utilizzare F per

⁴Il parametro di concentrazione di un modello con una sola esplicativa endogena in cui l'equazione del primo stadio è del tipo $X = \Pi Z + \nu$ è una misura della forza degli strumenti ed è definito come μ^2/K , dove $\mu^2 = \Pi'Z'Z\Pi/\sigma_\nu^2$ e K è il numero degli strumenti. Valori grandi di μ^2/K traslano la distribuzione della F del primo stadio e $F - 1$ può essere considerato uno stimatore di μ^2/K . [15].

verificare l'ipotesi nulla che μ^2/K sia minore o uguale alla soglia di strumenti deboli contro l'alternativa che tale soglia venga superata. In particolare, essi hanno tabulato per ogni K i valori di F al di sotto dei quali si accetta l'ipotesi nulla.

2.3.2 La statistica di Anderson-Rubin

Anderson e Rubin (1949) proposero di testare in un modello del tipo

$$H_0 : \begin{aligned} Y &= \beta X + \varepsilon \\ X &= \Pi Z + \nu \end{aligned}$$

l'ipotesi nulla $\beta = \beta_0$ usando la statistica:

$$AR(\beta_0) = \frac{(Y - X\beta_0)' P_Z (Y - X\beta_0) / K}{(Y - X\beta_0)' M_Z (Y - X\beta_0) / (T - K)} = \frac{\widehat{\mathcal{F}}' \widehat{\mathcal{F}}}{K}$$

dove

$$\mathcal{F} = \frac{(Z'Z)^{-1/2} Z' \underline{X} b_0}{\sqrt{b_0' \Omega b_0}}$$

con $\underline{X} = [Y \quad X]$ e $b_0 = [1 \quad -\beta_0]'$.

Con strumenti fissi ed errori normali sotto $AR(\beta_0)$ ha una distribuzione nulla esatta $F_{K, T-K}$. Sotto l'assunzione più generale di strumenti deboli asintotici $AR(\beta_0) \xrightarrow{d} \chi_k^2 / K$ sotto H_0 senza tenere conto del valore di μ^2/K .

La statistica AR può rifiutare l'ipotesi nulla sia se effettivamente $\beta \neq \beta_0$, sia se non sono verificate le condizioni di ortogonalità degli strumenti, in quanto il numeratore proietta $Y - X\beta_0$ su Z e non su un sottospazio di Z con conseguente perdita di potenza quando β è sovraidentificato. Statistiche per migliorare quest'inefficienza sono state proposte da Kleibergen (2001) e da Moreira (2002)⁵.

⁵Al lettore interessato è consigliata la lettura di [15].

2.4 Test di Sargan per la validità degli strumenti

Per testare se gli strumenti sono o meno incorrelati con i residui occorre che sia verificata la condizione che impone che gli strumenti stessi siano in numero strettamente maggiore delle variabili endogene ($r > k$). Nel contesto dei GMM le restrizioni di sovraidentificazione sono testate con la statistica *J di Hansen*⁶ (1982).

Per un modello a variabili strumentali si prende in considerazione un caso particolare della *J* detta *Statistica di Sargan* (SS) definita come:

$$SS = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \hat{u}' Z (Z' Z)^{-1} Z' \hat{u} = \frac{\hat{u}' Z (Z' Z)^{-1} Z' \hat{u}}{\hat{u}' \hat{u} / n} = \frac{\hat{u}' P_Z \hat{u}}{\hat{u}' \hat{u} / n}$$

In pratica, il test può essere implementato in tre passaggi:

1. si stima l'equazione strutturale e si ottengono i residui;
2. si regrediscono i residui su tutte le variabili esogene (strumenti compresi) e si calcola l' R^2 ;
3. si sottopone a test $H_0 : Cov(z, u) = 0$ usando la statistica $nR^2 \sim \chi_{r-k}^2$. Se si rifiuta H_0 , c'è evidenza empirica che alcuni strumenti non sono esogeni.

2.5 Test di stabilità strutturale

Da ultimo, si verificherà se i parametri del modello sono stabili o meno tra la prima e la seconda parte delle osservazioni (si è scelto come primo anno della seconda parte del campione il 1993).

Il test di stabilità strutturale più comune è il *test di Chow*, quello che verrà preso in considerazione in quest'analisi è un'estensione dello stesso proposta da Andrews e Fair [2] nel 1988 valida per una classe di modelli più ampia che

⁶La *J* di Hansen non viene trattata in questa tesi, il lettore interessato veda [6].

spazia da quelli a variabili strumentali (come quello qui proposto) a quelli non lineari. I risultati di questo test sono validi anche se c'è eterogeneità e dipendenza temporale delle osservazioni.

Si consideri un modello generico del tipo:

$$\begin{aligned} Y_t &= f_t(X_t, \theta_1, \theta_3) + U_t && \text{per } t = -T_1, \dots, -1 \\ Y_t &= f_t(X_t, \theta_2, \theta_3) + U_t && \text{per } t = 1, \dots, T_2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

dove Y_t è una variabile dipendente scalare, X_t un vettore di variabili esplicative, U_t un termine d'errore scalare, $f_t(\cdot, \cdot, \cdot)$ una funzione nota e $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ un vettore di parametri ignoti. Gli errori possono essere eteroschedastici e/o autocorrelati ma non devono essere correlati con la funzione di regressione. I regressori X_t possono contenere valori ritardati di Y e l'orizzonte temporale t è normalizzato in modo che se è presente cambiamento strutturale lo si ha al tempo 0.

L'ipotesi nulla di stabilità strutturale è data da una semplice restrizione su θ ponendo $\theta_1 = \theta_2$. Nel caso di un cambiamento strutturale puro, nell'equazione 2.5 non c'è alcun parametro θ_3 che rimane costante nell'arco dei due periodi.

Gli stimatori considerati sono stimatori d'estremo, ovvero sono definiti come soluzione di problemi di minimo. Le proprietà (quali consistenza e normalità asintotica⁷) di uno stimatore così definito possono essere determinate dalle proprietà dell'ottimo che lo definisce. I test statistici possono essere creati utilizzando le versioni ristrette e non ristrette dello stimatore e/o valori ristretti e non ristretti dell'ottimo e delle sue derivate. Di conseguenza, risultati generali per problemi di stima e di test si possono ottenere analizzando problemi generali di ottimizzazione senza specificare il modello dal quale il problema di ottimizzazione è stato ottenuto.

Il test che verrà implementato nelle sezioni successive è un test di Wald definito nel metodo usuale, ovvero come una forma quadratica basata sulla differenza tra il valore stimato nel modello non ristretto e quello stimato sot-

⁷Per la dimostrazione delle suddette proprietà e per le assunzioni necessarie alla loro validità si rimanda a [2].

to l'ipotesi nulla.

L'ipotesi nulla può essere scritta come $H_0 : h(\theta) = 0$ dove $h(\cdot)$ riassume tutte le restrizioni poste sui parametri. La statistica di Wald che, sotto determinate assunzioni generalmente valide, si distribuisce sotto H_0 come un χ_r^2 , dove i gradi di libertà r sono pari al numero di restrizioni poste, sarà:

$$W_T = Th(\hat{\theta})'(\hat{H}\hat{V}\hat{H}')^{-1}h(\hat{\theta}) \quad (2.6)$$

dove $\hat{H} = (\partial/\partial\theta')h(\hat{\theta})$ e \hat{V} ⁸ è uno stimatore consistente della matrice di varianze a covarianze V .

⁸Anche per la definizione esatta di \hat{V} si rimanda a [2].

Capitolo 3

Le stime

Questo capitolo mostra i risultati di ciò che è stato presentato nei due capitoli precedenti. La sezione 3.1 spiega che dati sono stati utilizzati, ne indica le fonti e mostra quali sono state le operazioni preliminari su di essi. La sezione 3.2 presenta il primo modello *OLS*, alcuni test per verificare la presenza di autocorrelazione tra i residui e di correlazione tra residui ed esplicativa con relativi risultati fino ad arrivare al modello definitivo. La sezione 3.3, infine, è dedicata ai risultati dei test presentati nel capitolo 2 per una valutazione del modello definitivo.

3.1 I dati

La serie storica dei consumi a disposizione parte dal 1970 e arriva al 2007. Si è scelto di considerare per l'analisi i consumi in beni semi-durevoli, in beni non durevoli e in servizi. Per quanto riguarda le osservazioni più recenti (dal 1995 al 2007), i dati sono stati presi dalle relazioni annuali della Banca d'Italia¹ mentre quelli relativi ad osservazioni precedenti sono stati raccolti dalla banca dati congiunturale dell'Istat [17].

¹Nel caso di dati differenti per la medesima osservazione si è scelto di utilizzare il più recente in quanto molto probabilmente è il più preciso, quello sul quale sono state fatte la maggiori correzioni. [18].

Le relazioni della Banca d'Italia presentano i dati come variazione percentuale rispetto all'anno precedente, per questo non sarà possibile nel modello l'utilizzo di dati di crescita logaritmica dei consumi. Le variazioni di consumo riportate nelle suddette relazioni sono divise per categorie: i consumi in servizi sono sempre divisi dagli altri e talvolta sono divisi anche i consumi in beni semi-durevoli da quelli in beni non durevoli. Per accorparli si è quindi proceduto con la media pesata delle variazioni rispetto all'anno precedente, utilizzando come pesi le percentuali delle varie categorie di consumo sul totale dei consumi dell'anno.

Non ci sono stati problemi di sorta invece per i dati provenienti dalla banca dati congiunturale dell'Istat, dove i consumi sono riportati con il loro valore reale, pertanto calcolare le variazioni percentuali e accorpate le varie categorie di consumo si è rivelato più facile.

La serie storica dei dati sulle differenze di consumo è mostrata in figura 3.1. Per quanto concerne i dati relativi ai tassi d'interesse, in principio si era scelto di utilizzare i tassi di rendimento dei Bot annuali, ma di questi dati non sono disponibili osservazioni relative agli anni '70. Si è quindi cambiata idea e si è optato per l'uso dei dati relativi al Tasso Ufficiale di Sconto di cui si dispone una serie ben più lunga². Per controllare di non aver effettuato una scelta troppo approssimativa si sono regrediti i valori del Tasso di Rendimento dei Bot su quelli relativi al tasso di sconto, stimando in tal modo le osservazioni mancanti per poi confrontare i modelli per la stima dell'elasticità ottenuti nei due casi. I risultati possono essere considerati equivalenti (si veda l'appendice B) e quindi si è proceduto con l'analisi utilizzando i dati relativi al Tasso Ufficiale di Sconto.

Il tasso di sconto preso in considerazione è però nominale, si è quindi rivelata necessaria una serie dell'indice dei prezzi al consumo per ottenere i valori reali³. Una volta ottenuta questa serie si è proceduto con la standardizzazione

²Dal 1998 il Tasso Ufficiale di Sconto assume la denominazione di Tasso di Riferimento e dal 2005 si sono considerati i dati relativi al Tasso Bce. [20].

³Si è scelta la serie dell'indice FOI senza tabacchi. [19].

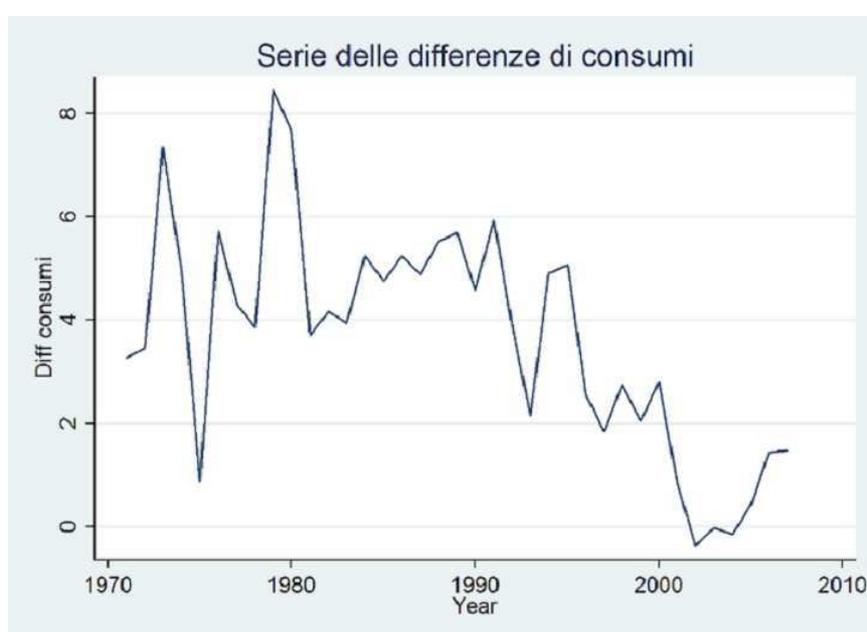


Figura 3.1: Serie storica delle variazioni percentuali dei consumi dal 1971 al 2007.

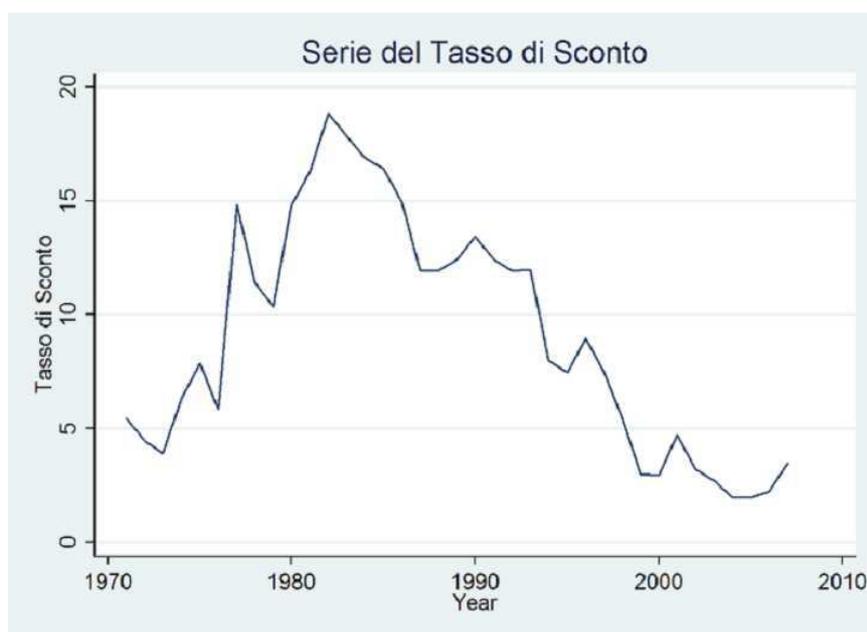


Figura 3.2: Serie storica del tasso di sconto Reale (variabile $rtus$).

dei tassi secondo l'equazione:

$$rtus = tus_1 - \ln(pci) + \ln(pci_1)$$

dove $rtus$ è il tasso di sconto reale al tempo $t - 1$, tus quello nominale, pci l'indice dei prezzi al consumo e i $pici_1$ stanno ad indicare i valori ritardati di un periodo. La serie storica della variabile $rtus$ è riportata in figura 3.2.

3.2 Risultati

3.2.1 Il primo modello: una stima *OLS*

Come già detto nella sezione 1.3, la prima stima che viene effettuata è il modello *OLS* 1.16, nel quale i consumi vengono regrediti sul tasso di sconto reale dell'anno precedente. Per comodità il suddetto modello viene riportato qui sotto:

$$con = k + \sigma rtus + \epsilon$$

Vengono ora mostrati i risultati della stima:

Source	SS	df	MS	Number of obs =	37
Model	52.200993	1	52.200993	F(1, 35) =	14.90
Residual	122.647225	35	3.50420642	Prob > F =	0.0005
				R-squared =	0.2986
				Adj R-squared =	0.2785
Total	174.848218	36	4.85689493	Root MSE =	1.872

con	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
rtus	.2320798	.0601302	3.86	0.000	.1100089 .3541506
_cons	1.547723	.6271382	2.47	0.019	.2745649 2.820881

Ad una prima occhiata il modello sembra abbastanza buono: sia la costante che l'elasticità sono significativamente diversi da zero, l'elasticità è positiva (in accordo con la teoria) e l' R^2 pur non essendo elevatissimo (0.2986) porta a rifiutare nettamente l'ipotesi nulla di nullità congiunta dei coefficienti dei parametri del modello.

Restano però da valutare le possibili complicazioni viste precedentemente, ovvero se i residui di questo modello presentano autocorrelazione e se l'esplicativa correla con i residui stessi.

3.2.2 Test di autocorrelazione dei residui

Per avere un'idea di massima sull'effettiva esistenza di autocorrelazione tra i residui del modello appena stimato, si mostra la matrice di correlazione tra

i residui e i residui a ritardo 1, 2 e 3 (tabella 3.1).

	<i>res</i>	<i>res_1</i>	<i>res_2</i>	<i>res_3</i>
<i>res</i>	1.0000			
<i>res_1</i>	0.2679	1.0000		
<i>res_2</i>	-0.0957	0.2706	1.0000	
<i>res_3</i>	0.2331	-0.0802	0.2674	1.0000

Tabella 3.1: Tabella di correlazione degli errori del modello 1.16.

Nella tabella è ben visibile una correlazione tra i residui che pare essere significativa a ritardo 1 (tra l'altro molto vicina allo 0.25 preannunciato da Hall di cui si è precedentemente discusso nella sezione 1.2), trascurabile a ritardo 2 e tornare ad essere significativa a ritardo 3. Per avere un'ulteriore conferma sulla presenza dell'autocorrelazione tra i residui vengono effettuati ora il test di Durbin-Watson e il test di Breusch-Godfrey.

Test di Durbin-Watson

Il test di Durbin-Watson serve per testare la presenza o meno di autocorrelazione del primo ordine tra i residui di un modello *OLS*.

La statistica test per n osservazioni è:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} = \frac{\sum_{t=2}^n e_t^2 + \sum_{t=2}^n e_{t-1}^2 - 2 \sum_{t=2}^n e_t e_{t-1}}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \quad (3.1)$$

dove e sono i residui *OLS* $e_t = y - Xb$.

La statistica d varia da 0 a 4 ed in particolare:

- se $d < 2$ si ha autocorrelazione positiva dei residui;
- se $d > 2$ si ha autocorrelazione negativa dei residui;
- se $d = 2$ non vi è autocorrelazione dei residui.

Ogni valore di d dipende dalla matrice X , per cui esistono valori critici di d per ogni caso. Durbin e Watson hanno stabilito il limite inferiore e superiore (d_L e d_U) dei valori critici. Questi limiti dipendono dalla dimensione del campione di osservazioni n e dal numero dei regressori; sono quindi utilizzati per verificare l'ipotesi nulla di non autocorrelazione.

Con una struttura di ipotesi del tipo:

$$\begin{aligned} H_0 & : \varphi = 0 \quad (\text{assenza di AC del primo ordine}) \\ H_1 & : \varphi \neq 0 \quad (\text{presenza di AC del primo ordine}) \end{aligned}$$

lo schema di decisione è il seguente:

- se $d < d_L$ rifiuto l'ipotesi nulla;
- se $d > 4 - d_L$ rifiuto l'ipotesi nulla;
- se $4 - d_U > d > d_U$ accetto l'ipotesi nulla;
- altrimenti il test è inconcludente.

Il modello 1.16 presenta 37 osservazioni e 2 regressori (compresa l'intercetta). I valori critici sono quindi $d_L = 1.41900$ e $d_U = 1.52971$ mentre il valore di d osservato è 1.442238, valore per il quale per entrambi i sistemi di ipotesi il test è inconcludente.

Durbin-Watson d-statistic(2, 37) = 1.442238

Test di Breusch-Godfrey

Questo test è un test *LM* derivato dal test di Durbin-Watson ed è volto a verificare disturbi correlati secondo processi autoregressivi di ordine p , $AR(p)$, o secondo processi a media mobile $MA(q)$.

Si consideri il semplice modello:

$$\begin{aligned} y_t & = \beta_1 + \beta_2 x_t + u_t \\ u_t & = \beta_3 u_{t-1} + \epsilon_t \quad \text{con} \quad |\beta_3| < 1 \end{aligned}$$

Gli errori ϵ sono *WN* con varianza costante pari a σ_t^2 . Sostituendo l'espressione per i disturbi nella regressione si ottiene:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \beta_3 u_{t-1} + \epsilon_t$$

dove

$$u_{t-1} = y_{t-1} - \beta_1 - \beta_2 x_{t-1}$$

ovvero

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \beta_3 (y_{t-1} - \beta_1 - \beta_2 x_{t-1}) + \epsilon_t$$

Il test verifica l'ipotesi $\beta_3 = 0$ in base alla quale l'equazione diventa lineare e corrisponde all'equazione iniziale.

I risultati per il modello 1.16 sono:

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	3.007	1	0.0829

H0: no serial correlation

Il valore del p -value del test accetta l'ipotesi nulla a livello 5% ma avendo a disposizione un numero ridotto di osservazioni ci si può cautelare considerando come livello soglia il 10%, livello per cui il test conferma la presenza di autocorrelazione.

Si considerano quindi gli errori come autocorrelati a ritardo 1, i prossimi modelli saranno quindi stimati con gli standard errors di Newey-West.

3.2.3 Test di correlazione dell'esplicativa con i residui

Testata la presenza di autocorrelazione seriale dei residui, non resta che testare l'eventuale presenza di correlazione tra l'esplicativa (il tasso di sconto) e i residui stessi. In altre parole, va quindi testata l'endogenità del tasso di

sconto.

Il test sull'endogenità dell'esplicativa è basato sulla differenza tra due statistiche di Sargan-Hansen: una riguardante l'equazione con un set di strumenti più piccolo dove il regressore 'sospetto' viene trattato come endogeno e una riguardante l'equazione con un set di strumenti più grande dove il regressore 'sospetto' viene trattato come esogeno. La matrice di covarianze stimate utilizzata garantisce un valore del test non negativo.

Sotto omoschedasticità condizionata, il test per l'endogenità di cui si sta discutendo è numericamente equivalente alla statistica test di Hausman.

Il sistema di ipotesi che viene testato è il seguente:

$$\begin{aligned} H_0 : & \quad \text{Il tasso di sconto può considerarsi esogeno.} \\ H_1 : & \quad \text{Il tasso di sconto è endogeno.} \end{aligned}$$

Sotto H_0 il test si distribuisce come un χ^2 con gradi di libertà pari al numero di regressori testati, in questo caso quindi 1.

I risultati per il modello preso in considerazione sono:

```
-endog- option:
Endogeneity test of endogenous regressors:          4.235
                                                    Chi-sq(1) P-val = 0.0396
Regressors tested:   rtus
```

Il risultato del test rifiuta H_0 con un p - *value* pari a 0.0396, ciò significa che il tasso di sconto non può essere considerato esogeno e che l'utilizzo delle variabili strumentali è necessario.

Entrambe le proprietà preannunciate nella sezione 1.2 sono presenti nel modello, quindi sia la prima stima *OLS* sia la stima (non mostrata) del modello con standard errors di Newey-West sono inconsistenti.

3.2.4 Stima con variabili strumentali e standard errors di Newey-West

Le considerazioni e i test effettuati nelle sezioni precedenti portano alla stima del modello 1.21, modello a variabili strumentali che utilizza come strumenti

il tasso di sconto e i consumi entrambi ritardati di due periodi e che come standard errors utilizza quelli di Newey-West⁴, tenendo conto che l'autocorrelazione massima considerata è a ritardo 1. Per comodità il suddetto modello viene qui riportato:

$$\begin{aligned} \text{I stadio: } rtus &= \gamma + \alpha tus_2 + \beta con_2 + \nu \\ \text{II stadio: } con &= k + rtus + \epsilon. \end{aligned}$$

I risultati delle stime, compresa la regressione al primo stadio e alcune statistiche utili per la sua valutazione, sono:

First-stage regressions

First-stage regression of rtus:

OLS estimation

Estimates efficient for homoskedasticity only

Statistics robust to autocorrelation

kernel=Bartlett; bandwidth= 2

time variable (t): year

					Number of obs =	35
					F(2, 32) =	40.07
					Prob > F =	0.0000
Total (centered) SS	=	932.439095			Centered R2 =	0.7562
Total (uncentered) SS	=	3975.321855			Uncentered R2 =	0.9428
Residual SS	=	227.3646326			Root MSE =	2.666

rtus	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
tus_2	.6798442	.1120619	6.07	0.000	.4515816	.9081067
con_2	.7558937	.2507566	3.01	0.005	.2451193	1.266668
_cons	.0448038	1.15592	0.04	0.969	-2.309728	2.399335

Included instruments: tus_2 con_2

Partial R-squared of excluded instruments: 0.7562

Test of excluded instruments:

⁴Si veda la sezione 1.3.1.

F(2, 32) = 40.07
 Prob > F = 0.0000

Summary results for first-stage regressions

```
-----
Variable | Shea Partial R2 | Partial R2 | F( 2, 32) | P-value
rtus     | 0.7562          | 0.7562     | 40.07     | 0.0000
```

NB: first-stage F-stat autocorrelation-robust

Underidentification tests

Ho: matrix of reduced form coefficients has rank=K1-1 (underidentified)

Ha: matrix has rank=K1 (identified)

Kleibergen-Paap rk LM statistic Chi-sq(2)=15.02 P-val=0.0005

Kleibergen-Paap rk Wald statistic Chi-sq(2)=87.66 P-val=0.0000

Weak identification test

Ho: equation is weakly identified

Kleibergen-Paap Wald rk F statistic 40.07

See main output for Cragg-Donald weak id test critical values

Weak-instrument-robust inference

Tests of joint significance of endogenous regressors B1 in main equation

Ho: B1=0 and overidentifying restrictions are valid

Anderson-Rubin Wald test F(2,32)= 8.17 P-val=0.0014

Anderson-Rubin Wald test Chi-sq(2)=17.86 P-val=0.0001

Stock-Wright LM S statistic Chi-sq(2)=9.31 P-val=0.0095

NB: Underidentification, weak identification and weak-identification-robust
 test statistics autocorrelation-robust

```
Number of observations      N =      35
Number of regressors       K =       2
Number of instruments       L =       3
Number of excluded instruments L1 =      2
```

IV (2SLS) estimation

Estimates efficient for homoskedasticity only

Statistics robust to autocorrelation

kernel=Bartlett; bandwidth= 2

time variable (t): year

		Number of obs =	35
		F(1, 33) =	15.52
		Prob > F =	0.0004
Total (centered) SS	=	Centered R2	= 0.2743
Total (uncentered) SS	=	Uncentered R2	= 0.8041
Residual SS	=	Root MSE	= 1.903

con	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]
rtus	.312986	.0771331	4.06	0.000	.161808 .464164
_cons	.7551253	.797566	0.95	0.344	-.8080755 2.318326

Underidentification test (Kleibergen-Paap rk LM statistic): 15.020
Chi-sq(2) P-val = 0.0005

Weak identification test (Kleibergen-Paap rk Wald F statistic): 40.071
Stock-Yogo weak ID test critical values: 10% maximal IV size 19.93
15% maximal IV size 11.59
20% maximal IV size 8.75
25% maximal IV size 7.25

Source: Stock-Yogo (2005). Reproduced by permission.

NB: Critical values are for Cragg-Donald F statistic and i.i.d. errors.

Sargan statistic (overidentification test of all instruments): 0.532
Chi-sq(1) P-val = 0.4659

Instrumented: rtus
Excluded instruments: tus_2 con_2

Il valore dell'elasticità di sostituzione intertemporale dei consumi stimato in questo modello è di 0.312986, valore positivo statisticamente diverso da 0 (il test di nullità del coefficiente della variabile *rtus* rifiuta H_0 con p -value pari a 0). Ciò che si era prospettato teoricamente è quindi confermato: un aumento dei tassi di interesse provoca la tendenza dei consumatori di posticipare di un periodo parte dei loro consumi.

Per quanto riguarda il primo stadio della regressione, entrambi i parametri *tus_2* e *con_2* sono significativi e l' R^2 è molto vicino a 1; solo la costante non risulta essere significativa. Il secondo stadio presenta anch'esso una costante non significativa e un R^2 molto simile a quello osservato per il modello 1.16. I risultati sembrano quindi confortanti, ma per ottenere la conferma di que-

sto occorre saper dare una valutazione della bontà degli strumenti, del loro grado di identificazione e della loro validità: bisogna in sintesi saper interpretare tutte le statistiche riportate nell'output del modello. Queste statistiche sono state presentate nel capitolo 2, nella prossima sezione verranno quindi commentati i risultati per i vari test per avere una valutazione più completa del modello.

3.3 Valutazione del modello

Questa sezione è dedicata ai risultati dei test presentati nel capitolo 2 al fine di dare una valutazione più completa al modello appena stimato.

Per quanto riguarda l'identificazione, il test proposto nella sezione 2.1 fornisce come risultato:

```
Underidentification tests
Ho: matrix of reduced form coefficients has rank=K1-1 (underidentified)
Ha: matrix has rank=K1 (identified)
Kleibergen-Paap rk LM statistic           Chi-sq(2)=15.02   P-val=0.0005
Kleibergen-Paap rk Wald statistic        Chi-sq(2)=87.66   P-val=0.0000
```

il p -value del test di Kleibergen-Paap è molto basso (sia quello del test di tipo Wald che quello con i moltiplicatori di Lagrange), l'ipotesi di sottoidentificazione è rifiutata, quindi il modello è identificato.

Gli strumenti sono rilevanti, l' R^2 parziale di Shea (che essendo quello considerato un modello che presenta una sola variabile esplicativa coincide con l' R^2 parziale tradizionale, ovvero l' R^2 della regressione al primo stadio) è abbastanza alto (0.7562) e la statistica F del primo stadio rifiuta l'ipotesi di nullità congiunta degli strumenti:

```
Summary results for first-stage regressions
-----
```

Variable	Shea Partial R2	Partial R2	F(2, 32)	P-value
rtus	0.7562	0.7562	40.07	0.0000

```
NB: first-stage F-stat autocorrelation-robust
```

Oltre ad essere rilevanti, gli strumenti sono anche validi:

```
Sargan statistic (overidentification test of all instruments):      0.532
                               Chi-sq(1) P-val =      0.4659
```

il test di Sargan riportato nell'output qui sopra accetta infatti ampiamente con un p -value di 0.4659 l'ipotesi nulla per la quale tutti gli strumenti sono esogeni.

Rimane da testare la forza degli strumenti, come detto nella sezione 2.3 essa viene testata attraverso la F del primo stadio:

```
Weak identification test (Kleibergen-Paap rk Wald F statistic):  40.071
Stock-Yogo weak ID test critical values: 10% maximal IV size    19.93
                                         15% maximal IV size    11.59
                                         20% maximal IV size     8.75
                                         25% maximal IV size     7.25
```

Source: Stock-Yogo (2005). Reproduced by permission.

NB: Critical values are for Cragg-Donald F statistic and i.i.d. errors.

L'output riporta sia il valore della statistica F del primo stadio sia i valori critici tabulati da Stock e Yogo. Come si può ben notare la F è ben maggiore di tutti i valori mostrati nelle quattro righe sotto, quindi gli strumenti possono considerarsi forti.

Da ultimo si mostrano i risultati del test di Anderson-Rubin, test per la verifica di

$$H_0 : \sigma = \sigma_0$$

con $\sigma_0 = 0$ robusto all'eventuale debolezza degli strumenti:

```
Weak-instrument-robust inference
Tests of joint significance of endogenous regressors B1 in main equation
Ho: B1=0 and overidentifying restrictions are valid
Anderson-Rubin Wald test   F(2,32)=  8.17   P-val=0.0014
Anderson-Rubin Wald test   Chi-sq(2)=17.86  P-val=0.0001
Stock-Wright LM S statistic Chi-sq(2)=9.31   P-val=0.0095
```

Si può vedere che l'ipotesi di nullità del parametro relativo all'elasticità di sostituzione viene rifiutata (p -value=0.0014).

La conclusione riassuntiva è che è possibile dire che il modello implementato

presenta le caratteristiche che si sperava di ottenere: il valore stimato dell'elasticità è positivo e statisticamente diverso da zero (diversità da zero robusta anche all'eventuale debolezza degli strumenti, ipotesi che peraltro viene rifiutata dal test sulla F del primo stadio), inoltre il modello è identificato e presenta strumenti validi, rilevanti e forti.

Capitolo 4

Stabilità strutturale del modello

In questo capitolo viene testata la stabilità strutturale del modello stimato nel capitolo 3. Nella sezione 4.1 vengono esposte le ragioni che hanno spinto a scegliere l'anno 1993 come anno soglia per dividere il campione in due sottocampioni. Nella sezione 4.2 si presenta il sistema di ipotesi che si intende testare e i procedimenti impiegati. Infine, nella sezione 4.3 vengono esposti e commentati i risultati ottenuti, ossia si discute se i valori dei parametri del suddetto modello possono considerarsi costanti prima e dopo l'anno 1993.

4.1 Perché il 1993

Al fine di sviluppare un test di stabilità strutturale, occorre suddividere il campione in due sottocampioni, l'anno soglia scelto è il 1993 in quanto si dimostra essere un anno di svolta sia per il sistema politico italiano (la fine della prima Repubblica), sia per l'economia italiana (che a seguito della crisi valutaria del settembre 1992 si avvia su un sentiero di bassa crescita e rientro progressivo del debito pubblico).

Il 1993 è caratterizzato, infatti, da numerosi eventi politici ed economici. Sino agli inizi del 1992, l'Italia era stata caratterizzata da un periodo di re-

lativa stabilità politica, interrotto dallo scoppio dello scandalo 'Mani Pulite'. Dopo le elezioni, avvenute in un clima di insicurezza sociale, si instaura il governo Amato. I principali obiettivi del nuovo governo erano principalmente due: il primo consisteva nel ridurre la spesa e il debito pubblico, mentre il secondo mirava a ridurre l'intervento dello stato nell'economia nazionale. Per raggiungere tali scopi, vennero presi i seguenti provvedimenti:

- aumento delle tasse, soprattutto quelle sui redditi, con l'introduzione della 'tassa minima' per i lavoratori in proprio;
- riforma del sistema pensionistico, con un graduale aumento della soglia pensionistica: da 60 a 65 anni per gli uomini, da 55 a 60 anni per le donne; sono stati inoltre resi meno accessibili i pre-pensionamenti per i lavoratori del settore pubblico;
- parziale liberalizzazione dei contratti d'affitto;
- aumento della flessibilità nel mondo del lavoro, diminuendo il potere dei sindacati e riducendo le restrizioni nel campo dei licenziamenti, con conseguente aumento della disoccupazione.

Si registrò quindi un'inversione di tendenza in campo economico, causando un rallentamento nella crescita dei consumi e del Pil: tra i elementi sopra esposti, quelli che svolsero il ruolo principale in tale processo furono l'aumento della disoccupazione e la riforma delle pensioni. Tale tendenza proseguirà anche negli anni successivi.

Un altro motivo che ha portato alla scelta del 1993 come anno soglia è la scarsa numerosità del campione: con un numero così esiguo di osservazioni si è rivelato necessario individuare un anno che permettesse di ottenere due sottocampioni di numerosità quasi equivalente, collocandosi quindi verso la metà delle osservazioni: l'anno 1993 soddisfa tale requisito, lasciando 20 osservazioni nel primo sottocampione e 15 nel secondo.

4.2 Stabilità del modello prima e dopo il 1993

In questa sezione viene presentato il sistema di ipotesi che si intende testare e i procedimenti pratici per la verifica della stabilità strutturale del modello 1.21 prima e dopo il 1993.

Per effettuare il test, il campione (che in totale conta 35 osservazioni) viene diviso in due sottocampioni, rispettivamente di 20 e 15 osservazioni, mediante l'introduzione di una variabile dummy che vale 1 per gli anni dopo il 1993 e 0 per gli altri e delle interazioni tra la stessa dummy e le variabili già presenti. I risultati indicheranno un modello stabile se verrà accettata l'ipotesi di nullità congiunta di queste nuove variabili inserite, altrimenti i parametri del modello saranno da considerarsi instabili.

In concreto, l'ipotesi nulla da testare è del tipo:

$$H_0 : \begin{aligned} Y &= \beta X + \varepsilon \\ X &= \Pi Z + \eta \end{aligned}$$

che nel caso trattato diventa:

$$H_0 : \begin{aligned} con &= k + \sigma rtus + \varepsilon \\ rtus &= \gamma + \alpha tus_2 + \beta con_2 + \nu. \end{aligned}$$

Contro l'ipotesi alternativa che considera instabili sia la forma strutturale che la forma ridotta:

$$H_1 : \begin{aligned} Y &= \beta X + \gamma d93X + \varepsilon^* \\ X &= \Pi_1 Z + \Pi_2 d93Z + \eta^* \end{aligned}$$

dove $d93$ è la variabile dummy precedentemente descritta.

Nel caso trattato diventa:

$$H_1 : \begin{aligned} con &= k + \sigma rtus + \zeta_1 d93 + \zeta_2 d93rtus + \varepsilon^* \\ rtus &= \gamma + \alpha tus_2 + \beta con_2 + \delta_1 d93 + \delta_2 d93tus_2 + \delta_3 d93con_2 + \nu^* \end{aligned}$$

dove $d3rtus = d93 * rtus$, $d93tus_2 = d93 * tus_2$ e $d93con_2 = d93 * con_2$ sono le interazioni tra la dummy e le variabili presenti nel modello.

4.3 Risultati

Per testare il sistema di ipotesi presentato nella sezione precedente, si riportano qui sotto i risultati della regressione che considera instabili sia la forma strutturale che la ridotta:

First-stage regressions

First-stage regression of rtus:

OLS estimation

Estimates efficient for homoskedasticity only

Statistics robust to autocorrelation

kernel=Bartlett; bandwidth= 2

time variable (t): year

		Number of obs =	35
		F(5, 29) =	22.44
		Prob > F =	0.0000
Total (centered) SS =	932.439095	Centered R2 =	0.8167
Total (uncentered) SS =	3975.321855	Uncentered R2 =	0.9570
Residual SS =	170.9602413	Root MSE =	2.428

rtus	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
d93	-2.609481	2.647672	-0.99	0.332	-8.024578 2.805616
tus_2	.618437	.1250176	4.95	0.000	.3627474 .8741266
con_2	.3543425	.3321673	1.07	0.295	-.3250158 1.033701
d93tus_2	-.2932696	.2808592	-1.04	0.305	-.8676911 .281152
d93con_2	.5524375	.5768823	0.96	0.346	-.6274192 1.732294
_cons	3.502665	2.286815	1.53	0.136	-1.174397 8.179727

Included instruments: d93 tus_2 con_2 d93tus_2 d93con_2

Partial R-squared of excluded instruments: 0.6207

Test of excluded instruments:

F(4, 29) = 10.49

Prob > F = 0.0000

First-stage regression of d93rtus:

OLS estimation

Estimates efficient for homoskedasticity only

Statistics robust to autocorrelation

kernel=Bartlett; bandwidth= 2
time variable (t): year

		Number of obs =	35
		F(5, 29) =	83.36
		Prob > F =	0.0000
Total (centered) SS	=	347.7708439	Centered R2 = 0.9432
Total (uncentered) SS	=	511.0917614	Uncentered R2 = 0.9614
Residual SS	=	19.74973581	Root MSE = .8252

d93rtus	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
d93	.8931837	.9066032	0.99	0.333	-.9610281 2.747396
tus_2	-7.55e-15	.0429164	-0.00	1.000	-.0877738 .0877738
con_2	-1.87e-14	.1128925	-0.00	1.000	-.2308911 .2308911
d93tus_2	.3251674	.0959755	3.39	0.002	.1288754 .5214593
d93con_2	.9067801	.1963318	4.62	0.000	.5052364 1.308324
_cons	1.78e-13	.7821825	0.00	1.000	-1.599743 1.599743

Included instruments: d93 tus_2 con_2 d93tus_2 d93con_2

Partial R-squared of excluded instruments: 0.8481

Test of excluded instruments:

F(4, 29) = 35.38
Prob > F = 0.0000

Summary results for first-stage regressions

Variable	Shea Partial R2	Partial R2	F(4, 29)	P-value
rtus	0.5285	0.6207	10.49	0.0000
d93rtus	0.7222	0.8481	35.38	0.0000

NB: first-stage F-stat autocorrelation-robust

Underidentification tests

Ho: matrix of reduced form coefficients has rank=K1-1 (underidentified)

Ha: matrix has rank=K1 (identified)

Kleibergen-Paap rk LM statistic	Chi-sq(3)=12.21	P-val=0.0067
Kleibergen-Paap rk Wald statistic	Chi-sq(3)=34.37	P-val=0.0000

Weak identification test

Ho: equation is weakly identified

Kleibergen-Paap Wald rk F statistic 7.12

See main output for Cragg-Donald weak id test critical values

Weak-instrument-robust inference

Tests of joint significance of endogenous regressors B1 in main equation

Ho: B1=0 and overidentifying restrictions are valid

Anderson-Rubin Wald test F(4,29)= 4.53 P-val=0.0058

Anderson-Rubin Wald test Chi-sq(4)=21.88 P-val=0.0002

Stock-Wright LM S statistic Chi-sq(4)=12.34 P-val=0.0150

NB: Underidentification, weak identification and weak-identification-robust
test statistics autocorrelation-robust

Number of observations	N =	35
Number of regressors	K =	4
Number of instruments	L =	6
Number of excluded instruments	L1 =	4

IV (2SLS) estimation

Estimates efficient for homoskedasticity only

Statistics robust to autocorrelation

kernel=Bartlett; bandwidth= 2

time variable (t): year

		Number of obs =	35
		F(3, 31) =	12.61
		Prob > F	= 0.0000
Total (centered) SS	=	174.652306	Centered R2 = 0.5437
Total (uncentered) SS	=	646.9503872	Uncentered R2 = 0.8768
Residual SS	=	79.69692321	Root MSE = 1.509

con	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
rtus	.0612541	.1184829	0.52	0.605	-.1709681	.2934764
d93rtus	.3062119	.1884904	1.62	0.104	-.0632226	.6756463
d93	-4.267374	1.741228	-2.45	0.014	-7.680118	-.8546305
_cons	4.269714	1.524706	2.80	0.005	1.281345	7.258083

Underidentification test (Kleibergen-Paap rk LM statistic): 12.208
Chi-sq(3) P-val = 0.0067

```

Weak identification test (Kleibergen-Paap rk Wald F statistic):      7.120
Stock-Yogo weak ID test critical values:  5% maximal IV relative bias  11.04
                                           10% maximal IV relative bias  7.56
                                           20% maximal IV relative bias  5.57
                                           30% maximal IV relative bias  4.73
                                           10% maximal IV size          16.87
                                           15% maximal IV size          9.93
                                           20% maximal IV size          7.54
                                           25% maximal IV size          6.28

```

Source: Stock-Yogo (2005). Reproduced by permission.

NB: Critical values are for Cragg-Donald F statistic and i.i.d. errors.

```

-----
Sargan statistic (overidentification test of all instruments):      8.555
                               Chi-sq(2) P-val =      0.0139
-----

```

```

Instrumented:      rtus d93rtus
Included instruments: d93
Excluded instruments: tus_2 con_2 d93tus_2 d93con_2
-----

```

Il modello appena stimato presenta un valore dell'elasticità di sostituzione intertemporale molto più basso rispetto a quello riscontrato nella stima di cui al capitolo 3 per gli anni prima del 1993 (0.0612541 contro lo 0.312986 stimato precedentemente). Il valore si allinea e supera, seppur di poco, quello del modello precedente negli anni dal 1993 in poi ($0.367466 = 0.0612541 + 0.3062119$). Sia il coefficiente del tasso di sconto (variabile *rtus*) che quello dell'interazione dello stesso con la dummy (variabile *d93rtus*) non sono però significativamente diversi da 0, i *p-values* delle ipotesi di nullità sono infatti rispettivamente 0.605 e 0.104. Il test di nullità congiunta dei due parametri rifiuta però l'ipotesi nulla:

```

( 1)  rtus = 0
( 2)  d93rtus = 0

           chi2( 2) =      6.54
Prob > chi2 =      0.0380

```

Sono invece significativi il coefficiente della dummy *d93* e la costante, che invece non lo era nel modello precedente. Per quanto concerne la regressione al primo stadio per la stima di *rtus*, tutti i nuovi parametri inseriti non sono significativi. Ha poco significato invece commentare i risultati della

regressione di primo stadio di $d93rtus$: in essa risultano infatti significativi tutti i parametri di interazione con la dummy inseriti (tranne la dummy stessa) mentre ovviamente la costante e i coefficienti delle variabili tus_2 e con_2 risultano non significativi con un $p - value$ dell'ipotesi di nullità pari a 1. Ha poco senso anche osservare il risultato del test di Sargan, in quanto è intaccato dalla seconda regressione di primo stadio. Gli strumenti risultano essere deboli e la statistica di Anderson-Rubin per il test di nullità congiunta di $rtus$ e $d93rtus$ robusto alla debolezza degli strumenti rifiuta l'ipotesi nulla. Per verificare la stabilità del modello viene effettuato ora il test di nullità congiunta per le variabili $d93$ e $d93rtus$:

```
( 1)  d93 = 0
( 2)  d93rtus = 0

      chi2( 2) =    7.01
Prob > chi2 =    0.0301
```

Come facilmente prevedibile ($d93$ è significativa) il test rifiuta l'ipotesi di nullità congiunta dei due parametri ($p - value = 0.0301$). Il modello quindi non è strutturalmente stabile.

Conclusioni

Il valore dell'elasticità di sostituzione intertemporale dei consumi stimato per la famiglie consumatrici italiane è di 0.312986, valore positivo e statisticamente diverso da 0 (il p - *value* risultante dal test di nullità è pari a 0). Un risultato di questo tipo sta ad indicare che le abitudini di consumo delle famiglie italiane non sono indifferenti al valore del tasso di interesse. Al contrario, un innalzamento di quest'ultimo porta a posticipare di un periodo una quota dei consumi altrimenti destinata ad essere spesa nell'immediato. Il modello utilizzato per la stima dell'elasticità è un modello a variabili strumentali con standard errors di Newey-West in quanto la semplice stima *OLS* di partenza non forniva risultati consistenti a causa dell'autocorrelazione dei residui e della correlazione degli stessi residui con l'esplicativa (il tasso di sconto). Un'analisi delle varie caratteristiche del modello fornisce risultati soddisfacenti: esso infatti risulta essere identificato, con strumenti che risultano essere validi, rilevanti e forti. Tutte le variabili inserite sia al primo che al secondo stadio risultano essere significative ad eccezione delle costanti. In particolare, la significatività dell'elasticità di sostituzione è confermata anche dalla statistica di Andreson-Rubin robusta all'eventuale debolezza degli strumenti.

I problemi si sono riscontrati quando si è testata la stabilità strutturale del modello. Già dai grafici delle serie storiche dei consumi e del tasso di sconto si intuiva che si sarebbero potuti verificare problemi di questo genere. Il risultato del test ha confermato i sospetti. Addirittura il modello comprendente la dummy che discriminava tra la prima e la seconda parte del campione

e le interazioni tra la stessa dummy e le variabili già presenti, rende statisticamente non differenti da 0 sia il coefficiente del tasso di sconto (che corrisponderebbe all'elasticità di sostituzione per gli anni prima del 1993), sia quello dell'interazione tra il tasso di sconto e la dummy (che sommato al precedente fornisce il valore dell'elasticità di sostituzione per gli anni dal 1993). Ad accentuare l'instabilità dei parametri del modello c'è la significatività del coefficiente della dummy inserita.

Il problema dell'instabilità strutturale del modello non deve però far pensare che tutto quello che è stato fatto sia inutile. È molto difficile infatti ottenere dei risultati accettabili per la stima di modelli di questo tipo, in quanto sono troppi i fattori e i condizionamenti esterni che possono incidere e di cui è praticamente impossibile tenere conto.

Appendice A

Decomposizione ai valori singolari di una matrice

La decomposizione ai valori singolari di una matrice C è data da:

$$C = USV' \quad (\text{A.1})$$

con U matrice ortonormale ($k \times k$), V matrice ortonormale ($m \times m$) e S matrice ($k \times m$) con la diagonale principale contenente i valori singolari di C e zeri altrove.

Nel caso in questione vale quindi la relazione:

$$\begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V'_{11} & V'_{12} \\ V'_{21} & V'_{22} \end{pmatrix} = A_q B_q + A_{q,\perp} \Lambda_q B_{q,\perp} \quad (\text{A.2})$$

L'equazione A.2 implica che:

$$A_q B_q = \begin{pmatrix} U_{11} \\ U_{21} \end{pmatrix} S_1 \begin{pmatrix} V'_{11} & V'_{12} \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$A_{q,\perp} \Lambda_q B_{q,\perp} = \begin{pmatrix} U_{12} \\ U_{22} \end{pmatrix} S_2 \begin{pmatrix} V'_{21} & V'_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

L'esatta relazione tra U , S e V dipende dalla specificazione di A_q e di B_q . Sono possibili molteplici normalizzazioni, quella scelta per un modello di regressione lineare con variabili strumentali è $A_q = [I_q \quad \vdots \quad A'_{q,2}]'$.

Appendice B

Tasso di Rendimento e tasso di sconto

In questa appendice si confrontano le serie del Tasso di Rendimento e del Tasso Ufficiale di Sconto. Come mostrato in figura B.1 le serie sembrano seguire un andamento molto simile. Qui sotto è mostrata la regressione del Tasso di Rendimento sul tasso di sconto:

Source	SS	df	MS	Number of obs =	25
Model	522.875191	1	522.875191	F(1, 23) =	424.37
Residual	28.3387449	23	1.23211934	Prob > F =	0.0000
				R-squared =	0.9486
				Adj R-squared =	0.9464
Total	551.213936	24	22.9672473	Root MSE =	1.11

bot	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
tus	.9363406	.0454529	20.60	0.000	.8423142 1.030367
_cons	.8389498	.4307003	1.95	0.064	-.0520217 1.729921

I risultati indicano che la serie del Tasso Ufficiale di Sconto è una buona approssimazione della serie del Tasso di Rendimento: il termine *tus* è infatti significativo con *p-value* del test di uguaglianza a zero del coefficiente pari a 0 e R^2 molto alto (0.9486). Il termine costante è significativo solo al 10% ma disponendo di poche osservazioni (25) è preferibile considerare quello come

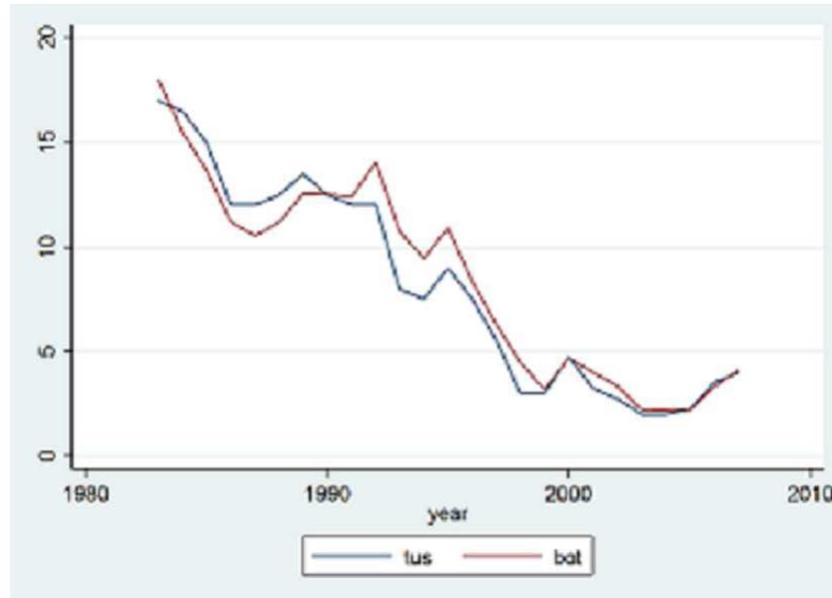


Figura B.1: Serie del Tasso Ufficiale di Sconto e del Tasso di Rendimento dei Bot annuali per gli anni in cui si dispone di entrambi i dati.

livello di soglia.

A questo punto si sfrutta la regressione di cui sopra per stimare valori passati della variabile *rbot* per poi ottenere una stima dell'elasticità di sostituzione intertemporale dei consumi con i valori ottenuti:

First-stage regressions

First-stage regression of rbot:

OLS estimation

Estimates efficient for homoskedasticity only

Statistics robust to autocorrelation

kernel=Bartlett; bandwidth= 2

time variable (t): year

		Number of obs =	35
		F(2, 32) =	38.69
		Prob > F =	0.0000
Total (centered) SS	=	Centered R2	= 0.7533
Total (uncentered) SS	=	Uncentered R2	= 0.9488
Residual SS	=	Root MSE	= 2.545

rbot	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
bot_2	.6663268	.1138838	5.85	0.000	.4343531	.8983004
con_2	.7827654	.2384382	3.28	0.002	.2970826	1.268448
_cons	.1315034	1.17649	0.11	0.912	-2.264927	2.527934

Included instruments: bot_2 con_2

Partial R-squared of excluded instruments: 0.7533

Test of excluded instruments:

F(2, 32) = 38.69
 Prob > F = 0.0000

Summary results for first-stage regressions

Variable	Shea Partial R2	Partial R2	F(2, 32)	P-value
rbot	0.7533	0.7533	38.69	0.0000

NB: first-stage F-stat autocorrelation-robust

Underidentification tests

Ho: matrix of reduced form coefficients has rank=K1-1 (underidentified)

Ha: matrix has rank=K1 (identified)

Kleibergen-Paap rk LM statistic Chi-sq(2)=15.12 P-val=0.0005

Kleibergen-Paap rk Wald statistic Chi-sq(2)=84.63 P-val=0.0000

Weak identification test

Ho: equation is weakly identified

Kleibergen-Paap Wald rk F statistic 38.69

See main output for Cragg-Donald weak id test critical values

Weak-instrument-robust inference

Tests of joint significance of endogenous regressors B1 in main equation

Ho: B1=0 and overidentifying restrictions are valid

Instrumented: rbot
Excluded instruments: bot_2 con_2

Il valore dell'elasticità risultante è molto simile (praticamente equivalente) a quello trovato regredendo i consumi sul tasso di sconto. Le caratteristiche del modello inoltre sono le stesse: stessi termini significativi e non, strumenti forti, informativi, rilevanti e validi.

In conclusione la regressione sopra mostrata giustifica il prosieguo dell'analisi con la serie del Tasso Ufficiale di Sconto.

Bibliografia

- [1] A. Ando, L. Guiso, I. Visco (1994). *Saving and the accumulation of wealth: essays on italian household and government saving behavior*. Cambridge, Mass. : Cambridge University.

- [2] D. W. K. Andrews, R. C. Fair (1988). *Inference in Econometric Models with Structural Change*. Review of Economic Studies 55, pp.615-640.

- [3] O. P. Attanasio, H. Low (2002). *Estimating Euler Equations*. IFS Working Papers W02/06, Institute for Fiscal Studies.

- [4] O. P. Attanasio, G. Weber (2008). *Consumer expenditure (new developments and the state of research)*. The New Palgrave Dictionary of Economics. Second Edition.

- [5] O. P. Attanasio, G. Weber (1993). *Consumption Growth. the Interest Rate and Aggregation*. Review of Economic Studies, No. 60, pp. 631-649.

- [6] C. F. Baum, M. E. Schaffer, S. Stillman (2002). *Instrumental variables and GMM: Estimation and testing*. Boston College Economics Working Paper 545.

- [7] C. D. Carroll (1992). *The Buffer Stock Theory of Saving: Some Macroeconomic Evidence*.
Brookings Papers on Economic Activity, Vol. 2, 61-135.
- [8] C. D. Carroll (1997). *Buffer Stock Saving and the Life Cycle/Permanent Income Hypothesis*.
The Quarterly Journal of Economics, Volume CXII, No. 1, 1-57.
- [9] C. D. Carroll, A. A. Samwick (1997). *The Nature of Precautionary Wealth*. Journal of Monetary Economics, 40(1), 41-71.
- [10] T. F. Crossley, H. Law, M. Wakefield (2009).
The Economics of Temporary VAT Cut. IFS Working Paper W09/02.
- [11] R. E. Hall (1988). *Intertemporal Substitution in Consumption*.
The Journal of Political Economy, Vol. 96, No. 2, pp. 339-357.
- [12] L. P. Hansen, K. J. Singleton (1983). *Stochastic Consumption, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Asset Returns*.
The Journal of Political Economy, Vol. 91, No. 2, pp. 249-265.
- [13] F. Kleibergen, R. Paap (2006). *Generalized Reduced Rank Tests using the Singular Value Decomposition*. Journal of Econometrics [A], vol. 133, 97-126.
- [14] K. Newey, K. D. West (1987). *A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix*.

Econometrica, vol. 55, issue 3, pages 703-08.

- [15] J. H. Stock, J. H. Wright, M. Yogo (2002). *A Survey of Weak Instruments and Weak Identification in Generalized Method of Moments*. American Statistical Association Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 20, No. 4.
- [16] G. Weber (1996). *Has Consumer Behavior Changed? Booms and Busts in Aggregate Consumption*. Swedish Economic Policy Review 2 pp. 389-424.
- [17] Banca dati congiunturale Istat.
URL <http://con.istat.it/amerigo/inizio.asp?id=56732&lg=I>
- [18] *Relazioni annuali della Banca d'Italia*.
URL <http://www.bancaditalia.it/pubblicazioni/relann/>
- [19] Serie indice FOI senza tabacchi.
URL http://www.calcolionline.net/_calcoli/testa/indicitali.htm
- [20] Serie Tasso Ufficiale di Sconto.
URL <http://www.cciaa.cremona.it/studi/tur.htm>
- [21] Pagina web del sito internet di Wikipedia dedicata alle variabili strumentali.
URL http://it.wikipedia.org/wiki/Variabili_strumentali

Ringraziamenti

‘... Andrea Bellorio... la proclamo dottore magistrale in Scienze Statistiche Economiche Finanziarie ed Aziendali...’ !!!!!

Evvai!!! Dopo altri due anni un'altra laurea!!

Spesso si dice che non si arriva ad una meta se non per ripartire, ma quando si raggiunge un traguardo come questo è giusto fermarsi un attimo a ringraziare chi ha contribuito alla realizzazione dell'obiettivo e chi ha reso fantastici questi cinque anni patavini.

Un doveroso ringraziamento va al mio relatore, prof. Weber, che mi ha assistito in questi cinque mesi di tesi indirizzando sempre il mio elaborato verso la retta via.

Il secondo ringraziamento (ma non certo secondo per importanza) va al papà Giuseppe e alla mamma Brunetta che mi sono e mi saranno sempre vicini in ogni cosa che faccio, anche se ultimamente mi danno un po' per disperso. Grazie sia per il sostegno che per tutte le opportunità che mi avete concesso! Alla triennale avevo scritto che un figlio dottore non doveva farvi sentire vecchi, beh... neanche un figlio dottore magistrale.

Collegato al ringraziamento ai genitori c'è quello ai fratelli. Grazie a Fabio e alla Sabrina perchè non avrei mai potuto avere dei fratelli migliori, che io sia a casa o che sia a Padova non mi fate mai mancare il vostro affetto sia nei momenti belli (quasi tutti con voi a dire il vero) che in quelli tristi.

Un grazie superspeciale alla Ele¹, il grazie per te ovviamente non è solo per quanto mi sei stata vicina in questo periodo di tesi. Questo grazie è molto più ampio: grazie per aver preso coraggio ed esserti fatta avanti l'estate scorsa, grazie per tutti questi mesi fantastici che abbiamo passato insieme e per tutti quelli che ci aspettano (che saranno tantissimi e bellissimi!!!), grazie perchè sei esattamente la persona che sognavo di trovare ma soprattutto grazie per essere entrata nella mia vita dalla porta principale.

Rimanendo in ambito 'famigliare' ringrazio tutti quelli tra i miei innumerevoli zii e cugini che mi sono stati vicini in questo percorso. In particolare il mio ringraziamento va ad Alessandro, che anche se ultimamente riusciamo a vederci meno rimane, oltre che un cugino, un grandissimo amico; Matteo, col quale sono sempre più affiatato; Gabriele e Damiano. Grazie anche alla nonna Lisetta che mi difende sempre dalle 'illazioni' dei miei fratelli riguardo al mio essere bravo ragazzo.

Apro qui il capitolo dei ringraziamenti patavini. Il primo non può che essere per i quattro che considero essere i miei migliori amici sin dai primi anni di università. Siccome per me sono sullo stesso piano li citerò in ordine alfabetico: Alessio (il leader, ringraziamento che estendo anche alla first lady Katia), mio compagno (pardon... socio) nella preparazione di tanti esami come in tantissime gran serate; Léle², che cerca invano di farmi diventare buonista, anche se con scarsi risultati; Matteo, con cui ogni volta che faccio serata formo un formidabile duo da cui guardarsi bene (e chissà mai che l'anno prox possiamo ritornare ad essere coinquilini...) e Tommy, dal quale sono stato adottato negli ultimi due-tre anni (spero se ne ricordi nel momento in cui la celebre 'manona' vorrà abbattersi sulla mia schiena).

¹Per chi non ne fosse al corrente (e capisco perché la notizia non è passata subito) è la mia ragazza. Nome completo Eleonora.

²Sempre per chi non ne fosse al corrente, l'accento non è un errore, ma è dovuto alla cena con i reduci da Budapest.

Con loro voglio ringraziare la mia ‘migliore amica femmina’, Laura. Anche se quest’anno ci siamo visti meno la nostra amicizia non ha perso niente. Certo che studiare senza la mia coscienza³ non è stato proprio semplice.

Estendo il mio ringraziamento ad Ale, la dimostrazione di quando si dice che il calcio (o il calcetto) rafforza le amicizie. Colgo l’occasione per ringraziare anche tutto il resto della squadra per avermi fatto inserire senza neppure avermi visto giocare e per essere diventati miei amici. Ancora voglio ringraziare la Camy per essere un’ottima amica e per le serate spettacolari, siano esse le famose serate ‘Risiko’ (grazie alla Silvia per la location), le ormai settimanali serate karaoke o altro. Grazie ai ‘Tonini’ (Tonio, Palmi e Skylvr) per la partite a carte e per le innumerevoli risate fatte assieme e alla mia ‘amante’ Silvietta. Ringrazio quindi i miei coinquilini Christian, Davide (mitico!!), Filippo (con cui divido la camera) e Simone.

Grazie a tutti gli statistici (l’elenco occuperebbe tre pagine) che popolano l’aula studio giocando a carte, i campi di calcetto e la città di sera. Spero che nonostante la mia avventura qui sia finita (e qui scende una lacrima) possiamo mantenere il più possibile i contatti.

Per quanto riguarda i ringraziamenti montoriesi, il grazie va al Pasq, all’Alice (la mia collega fidata di ogni venerdì), al Samu, alla Elena, alla Chiara e al Leo: la mia ex squadra di animatori nonché di grandi amici. Grazie a don Gino, il mio parroco, che mi tiene sempre sotto la sua ala protettiva.

Come due anni fa, uno spazio in questa sezione lo occupano alcuni ringraziamenti un po’ strani e bizzarri. Il primo tra questi è per una serie di miei maestri di vita quali Homer Simpson, Peter Griffin (ringraziamento al quale unisco quello rivolto ai Trashmen per ‘Surfin’ bird’), Bender, Paolo Bitta, Michael Kyle e Jim Belushi dai quali prendo frequentemente spunto per battute divertenti o frecciate pungenti. Grazie poi a Dwayne, Kane, Shane, Mary Jane, Lois Lane, al Bahrein e a tutte le altre parole che finiscono in

³Se si scrive senza la i l’errore è di Wikipedia.

‘-ein’ per le tantissime vaccate che fanno dire a me e Feibi. Ringrazio poi la Spazza, Lleyton Hewitt, il drago dalla parte destra dello schermo, e tutti i personaggi dei videogiochi che mi fanno stra-vincere contro fratelli e cugini. Avrei ancora un sacco di questi ringraziamenti da fare (come ad esempio a Tiziano Crudeli, a Chuck Norris, a Scientology o ancora all’amico Walter) ma se li scrivessi tutti questa sezione diventerebbe più lunga del resto della tesi, perciò mi limito ad un grazie globale a tutti i miei idoli.

Ringrazio infine tutti coloro che mi sono stati vicini in qualsiasi modo e che non sono nominati nelle righe precedenti. Vi chiedo di non prendervela e di considerarvi ugualmente ringraziati.