



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

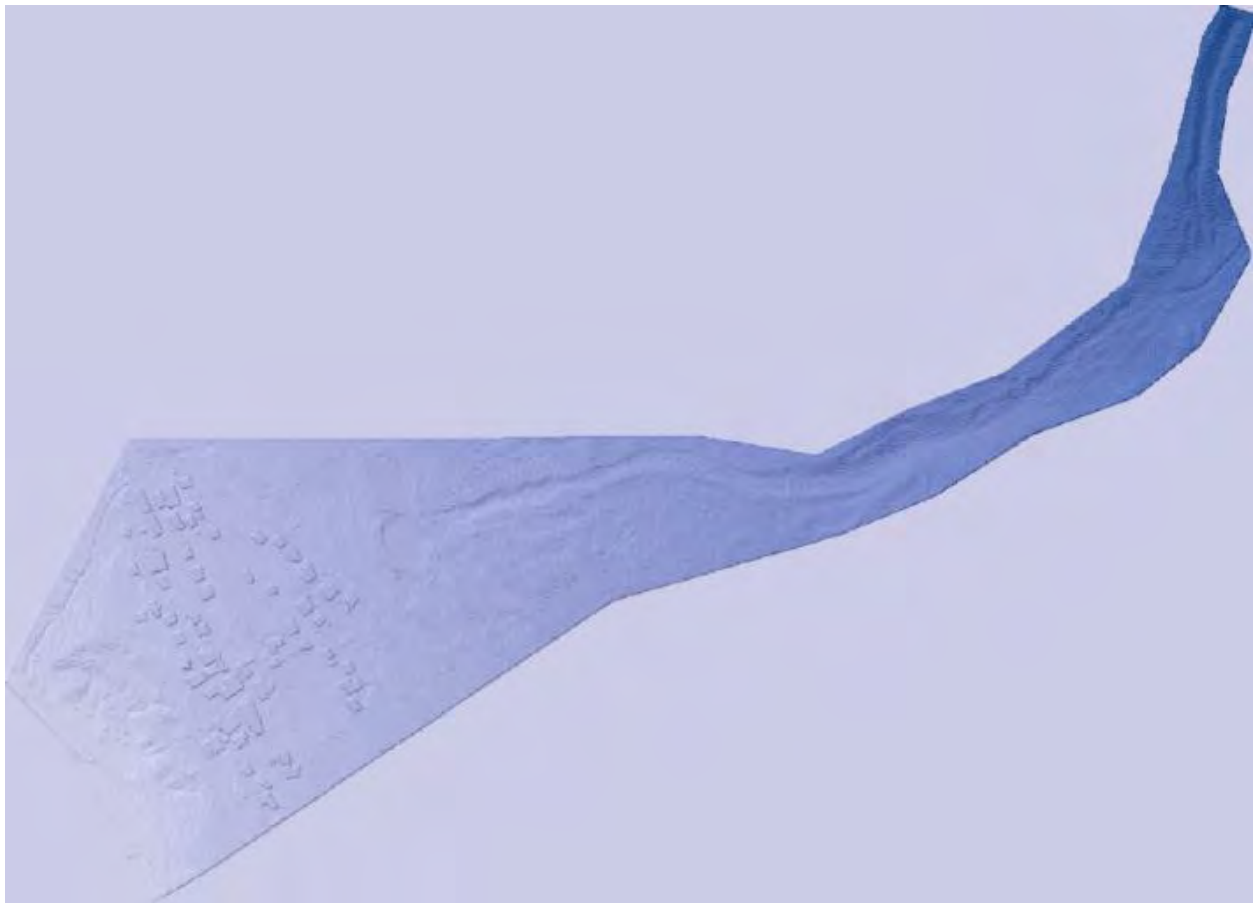
**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E
AMBIENTALE**

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE

TESI DI LAUREA

LE COLATE DI DETRITI

Creazione di una interfaccia tra FV Shock e un GIS per simulare due eventi avvenuti nel bacino del rio Lazer (TN) e di Cancia (BL).



**STUDENTE:
FEDERICO SOATTO**

**RELATORE:
PROF. STEFANO LANZONI**

**CORRELATORE:
PROF. CARLO GREGORETTI**

ANNO ACCADEMICO 2013-2014

In questo lavoro tutte le immagini sono state realizzate dallo scrivente, tranne quando altrimenti specificato.

Nel frontespizio: il bacino di Cancia da 1530 m s.l.m. fino al torrente Boite (Borca di Cadore, Belluno).

per aspera ad astra

PREFAZIONE

Le colate di detriti, note anche con il nome di *debris flows*, sono dei miscugli di acqua e sedimenti che si muovono per effetto della gravità; rappresentano un fenomeno molto pericoloso a causa sia della estrema velocità con cui possono percorrere grandi distanze, sia per la frequente assenza di chiari segni premonitori.

Si tratta di un problema che ha da sempre interessato la popolazione che abita in zone collinari o montane, per cui non sorprende che col passare dei secoli il fenomeno sia stato denominato in molti modi nei vari Paesi. Ad esempio in Giappone sono ancora oggi molto diffusi tra la popolazione i termini *yama-tsunami* (i.e. tsunami di montagna), *Ja-nuke* (i.e. discesa del re serpente) e *yama-shio* (i.e. onda mareale di montagna), mentre in Francia una colata detritica può essere chiamata ad esempio *coulées de débris* oppure *laves torrentielles*.

In Italia le colate di detriti rappresentano un tema di grande rilevanza, basti pensare che circa il 35.2% del territorio è classificato come montuoso e il 41.6% come collinare (ISTAT, 2010).

Per lungo tempo la comunità scientifica ha prestato scarsa attenzione a questi fenomeni, che di fatto venivano spesso confusi con delle semplici frane; fu solo a partire dagli anni settanta del secolo scorso che iniziarono delle ricerche mirate sulle colate di detriti.

Nonostante negli ultimi quarant'anni siano stati ottenuti alcuni risultati importanti, ancora oggi non sono ben chiari tutti i processi fisici coinvolti in questi fenomeni naturali.

Una ulteriore complicazione per chi si occupa di questo argomento deriva dal fatto che i diversi tipi di dissesti riguardanti miscele di acqua e sedimenti nelle zone montane sono segnalati in letteratura con una terminologia che a volte può risultare ambigua; alcune denominazioni oggi molto diffuse sono: *hyperconcentrated flow*, *debris flow*, *debris flood*, *lahar*, *mud flow*, *granular flow*, *earth flow*, *landslide*, *debris torrent*, *debris avalanche*.

Per cercare di fare un po' di chiarezza, nel primo capitolo di questa tesi sono delineati alcuni dei più famosi lavori di classificazione dei movimenti franosi.

Nel secondo capitolo sono esposte le principali caratteristiche (da un punto di vista quasi esclusivamente qualitativo) delle colate di detriti, mentre nel terzo vengono ricavate le equazioni utilizzate dal programma FV Shock per descriverne il moto; si tratta di un sistema di equazioni alle derivate parziali iperbolico, la cui risoluzione richiede specifici schemi numerici.

Fra questi quello utilizzato da FV Shock è il FORCE, sviluppato e successivamente testato da alcuni professori di diversi atenei (Toro, 2009; Canestrelli, et al., 2012).

Il sistema di equazioni d'altra parte può essere risolto solo se è stato definito il legame tra tensione e deformazione che sussiste all'interno della miscela; essendo questo un argomento estremamente importante, gli è stato dedicato un intero capitolo.

Nel quinto capitolo infine si delineano alcuni dei modelli proposti in passato per simulare i fenomeni di erosione e di deposito.

Nella seconda parte del presente lavoro vengono presentati e discussi i risultati delle simulazioni effettuate per due bacini italiani dove le colate di detriti si verificano abbastanza regolarmente e rappresentano una minaccia per la sicurezza della popolazione locale.

I dati riguardanti la geometria dei bacini sono in un formato leggibile solamente dal GIS AdB Toolbox. Per poterli utilizzare nelle simulazioni di FV Shock sono stati realizzati alcuni codici in linguaggio Fortran per effettuare le dovute conversioni, i quali sono illustrati nel settimo capitolo.

Questi codici rendono anche possibile visualizzare con AdB i risultati ottenuti con FV Shock, riguardanti la distribuzione spaziale di grandezze quali il tirante, la velocità e la concentrazione in un arbitrario istante temporale.

Bisogna infine evidenziare che l'algoritmo citato poc'anzi, già applicato in precedenza nella simulazione di colate riprodotte in laboratorio, non era mai stato provato su un caso reale.

I risultati ottenuti dipendono molto dalla scelta dei modelli reologici e di erosione/deposito. Anche dopo aver scelto gli opportuni modelli, è comunque importante assegnare ai parametri di calibrazione dei valori adeguati. Questi ultimi possono essere stimati seguendo le indicazioni presenti nei relativi lavori scientifici o, preferibilmente, confrontando accuratamente i risultati ottenuti per degli eventi passati con le informazioni raccolte sul campo.

Per mettere alla prova i diversi modelli, si è provveduto a simulare due colate di detriti: la prima è quella che si è verificata sul rio Lazer (Provincia Autonoma di Trento) nel 1966, mentre la seconda è avvenuta in una frazione di Borca di Cadore (Provincia di Belluno) nel 2009.

SOMMARIO

SOMMARIO	1
NOTE PRELIMINARI E LISTA DEI SIMBOLI UTILIZZATI.....	3
Lista dei simboli utilizzati.	4
CAPITOLO 1: PRINCIPALI SISTEMI DI CLASSIFICAZIONE DEGLI EVENTI FRANOSI	9
1. La classificazione di Varnes (1978) e di Cruden e Varnes (1996).	9
2. La classificazione di Hungr et al. (2001).	12
3. Altri sistemi di classificazione.	16
CAPITOLO 2: LE COLATE DI DETRITI	20
1. Generalità.	20
2. Condizioni di innesco.	24
3. La fase di propagazione e di arresto.	26
4. Alcune difficoltà ricorrenti nello studio delle colate di detriti.....	30
CAPITOLO 3: LE EQUAZIONI DEL MOTO E MODALITÀ DI RISOLUZIONE.....	32
1. Le equazioni puntuali del bilancio di massa e della quantità di moto.	33
2. Modelli idrodinamici 2D	36
3. Equazione di bilancio dei sedimenti ed equazione di evoluzione del fondo.	41
4. Alcune importanti note sulle equazioni differenziali alle derivate parziali.....	44
5. Il metodo dei volumi finiti	46
6. Il funzionamento dello schema numerico FORCE	46
CAPITOLO 4: LA REOLOGIA DELLE COLATE.....	50
1. Generalità	50
2. La reologia delle miscele di acqua e sedimenti a bassa concentrazione.....	56
3. La reologia delle miscele di acqua e sedimenti ad alta concentrazione.	60
4. L'esperimento di Bagnold (1954).....	65
5. Alcune considerazioni aggiuntive.	69
6. Alcuni modelli comunemente applicati alle colate di detriti.	70
CAPITOLO 5: EROSIONE E DEPOSIZIONE DEI SEDIMENTI	77
1. Deposizione.....	77
2. Erosione.	80

3. Formula di Hungr (1995) e di McDougall e Hungr (2005) per l'erosione.....	83
4. Erosione e sedimentazione secondo Egashira e Ashida (1992).....	84
5. Erosione e sedimentazione secondo Ghilardi e Natale (1998).....	85
6. Erosione e sedimentazione secondo Capart e Young (1998).....	86
7. Alcune considerazioni di carattere pratico.	88
CAPITOLO 6: INQUADRAMENTO DEI DUE STUDI DI CASO	89
1. Le colate detritiche sul rio Lazer.....	89
2. Le colate detritiche di Cancia.	94
CAPITOLO 7: SVILUPPO DI UNA INTERFACCIA FRA FV SHOCK E UN GIS	100
1. I <i>file</i> geo di FV Shock.	101
2. I <i>file</i> flt e hdr di AdB Toolbox.....	102
3. Conversione di un <i>raster</i> di AdB Toolbox in un geo.	104
4. Conversione di un geo in un <i>raster</i> di AdB Toolbox.	108
5. Conversione di un out in <i>raster</i> di AdB Toolbox.	112
CAPITOLO 8: RISULTATI DEL MODELLO NUMERICO.	114
1. Descrizione dei risultati.....	114
2. Commento dei risultati.	117
CAPITOLO 9: CONSIDERAZIONI FINALI	124
BIBLIOGRAFIA.....	129

NOTE PRELIMINARI E LISTA DEI SIMBOLI UTILIZZATI

Nel testo sono presenti molte grandezze che sono di natura tensoriale (si include il vettore come tensore del primo ordine e lo scalare come tensore di ordine zero).

I tensori hanno la caratteristica di possedere alcune invarianze rispetto al sistema di riferimento scelto, quindi sono utili nel rappresentare grandezze fisiche.

Si farà sempre riferimento a terne cartesiane ortogonali, per cui i vettori avranno tre componenti e i tensori del secondo ordine possono essere assimilati a matrici 3×3 .

Nel testo è stata seguita la convenzione per cui una grandezza vettoriale è rappresentata da un simbolo sormontato da una freccia, mentre per indicare un tensore del secondo ordine si usa una lettera racchiusa tra parentesi quadre. Con questa notazione, si può scrivere ad esempio:

$$\vec{v} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix}; [A] = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

Una generica componente di un tensore (non scalare) è caratterizzata da uno o più indici; ogni pedice può assumere i valori 1, 2 e 3 (o equivalentemente x , y e z). Inoltre, ogni pedice ripetuto in un termine va sommato, cioè:

$$A_{ii} = A_{i1} + A_{i2} + A_{i3}$$

Verrà usata una notazione compatta per le derivate parziali:

$$v_{i,j} = v_{i,1} + v_{i,2} + v_{i,3}$$
$$\nabla \cdot \vec{v} = v_{i,i}$$

Per la derivata totale si usa invece la classica notazione di Leibniz o quella di Newton (i.e. un punto al di sopra della lettera), per cui si può in conclusione scrivere:

$$\dot{\eta} = \frac{d\eta}{dt} = \eta_{,t} + v_i \eta_{,i}$$

Si ritiene qui utile avvisare che nel testo sono presenti numerose formule; le unità di misura dei parametri che vi compaiono sono conformi al Sistema Internazionale.

Il significato di questi parametri è stato di norma fornito solo in occasione della loro prima comparsa; per comodità è stata aggiunta in questa nota una apposita sezione in cui viene offerta la lista di tutti i simboli utilizzati con una breve descrizione per ciascuno di essi.

Lista dei simboli utilizzati.

α	angolo di attrito interno dinamico.
α_1	coefficiente empirico per il calcolo della tensione di soglia.
α_2	coefficiente empirico per il calcolo della viscosità.
α_{OJ}	parametro della formula di O'Brien e Julien.
β_1	coefficiente empirico per il calcolo della tensione di soglia.
β_2	coefficiente empirico per il calcolo della viscosità.
γ	deformazione angolare.
γ^e	deformazione angolare elastica.
γ^v	deformazione angolare viscosa.
ΔH	dislivello percorso dalla colata.
Δt	intervallo di tempo.
δ_{ij}	simbolo di Kronecker.
δ_d	coefficiente della formula di Ghilardi e Natale per la deposizione.
δ_e	coefficiente della formula di Ghilardi e Natale per l'erosione.
ε	tensore delle deformazioni.
ϵ	coefficiente di mobilità dei sedimenti della formula di Capart e Young.
ζ	quota misurata a partire dal fondo.
θ	angolo formato dal fondo con il piano orizzontale.
θ_e	angolo della pendenza di equilibrio del fondo.
κ_0	costante universale di von Kàrmàn.
λ	concentrazione lineare di sedimenti.
μ	viscosità dinamica.
μ_0	viscosità dinamica a concentrazione nulla.
μ_{app}	viscosità dinamica apparente (fluido non newtoniano).
ν	coefficiente di Poisson.
ν^*	velocità di attrito.
Ξ	parametro della formula di Ostwald-de Waele.
ρ	densità del fluido (o della miscela).
ρ_b	densità del materiale saturo del fondo.
ρ_s	densità della frazione solida.
ρ_f	densità apparente del fluido interstiziale.
σ	tensore degli sforzi; tensione normale.

σ^{tot}	tensore degli sforzi totale (somma di quelli viscosi, quelli turbolenti e della pressione).
τ	tensione tangenziale.
τ_0	tensione tangenziale di soglia.
τ_b	tensione tangenziale valutata sul fondo.
τ_c	tensione tangenziale di soglia dovuta alla sola coesione.
τ^c	tensione tangenziale dovuta alle collisioni.
τ^d	tensione tangenziale dispersiva.
τ^e	tensione tangenziale elastica.
τ_f	tensione tangenziale della frazione liquida.
τ_s	tensione tangenziale della frazione solida (pari a τ^c se i contatti sono poco prolungati).
τ^t	tensione tangenziale dovuta alla turbolenza.
τ^{tot}	tensione tangenziale totale, somma di quella viscosa e turbolenta (e talvolta anche collisionali).
τ^v	tensione tangenziale dovuta alla viscosità.
τ^*	tensione tangenziale adimensionale.
Υ	parametro della formula di O'Brian e Julien.
φ	angolo di attrito statico dei sedimenti.
φ_s	angolo di attrito statico fra i grani (in genere circa pari a φ).
χ	coefficiente di resistenza della formula di Chezy.
ψ	vettore delle incognite.
Ω	dominio (in senso "topologico").
ω	contenuto d'acqua, parametro della formula di Richardson e Zaki.
ω_L	limite liquido di Atterberg.
A	area, matrice dei coefficienti in un sistema iperbolico.
a	accelerazione del fluido; parametro della formula di Bagnold.
\mathfrak{a}	celerità assoluta.
a_0	coefficiente della funzione di stato per la viscosità.
a_1	<i>idem.</i>
a_2	<i>idem.</i>
a_3	<i>idem.</i>
B	matrice dei termini non conservativi.
Ba	numero di Bagnold.
b	quota del fondo.
C	concentrazione volumetrica dei sedimenti mediata sulla verticale.

C_e	concentrazione volumetrica di equilibrio dei sedimenti mediata sulla verticale.
C'_e	idem (formula di Ghilardi e Natale).
CFL	numero di Courant.
c	concentrazione volumetrica dei sedimenti.
c	celerità.
c_c	concentrazione volumetrica dei sedimenti critica.
c_{max}	concentrazione volumetrica di massimo impaccamento dei sedimenti.
D	tirante; matrice di rigidezza.
D_b	tasso di deposito sul fondo.
De	numero di Deborah.
d	diametro dei sedimenti (se la granulometria non è uniforme è il diametro medio).
d	diametro incerchio di una maglia.
E	modulo di elasticità normale.
E_b	tasso di erosione del fondo.
\mathcal{E}	tensore di diffusione turbolenta.
e	coefficiente di restituzione degli urti.
e_r	tasso di crescita della formula di Hungr.
F	equazione (in forma implicita) di una superficie di separazione; forza dispersiva.
F_{max}	forza massima di impatto.
f	funzione da specificare (in genere l'equazione di stato); forza di massa; flusso.
f_1	funzione della concentrazione lineare (campo grano-inerziale).
f_2	funzione della concentrazione lineare (campo macro-viscoso).
f^{FORCE}	flusso nello schema numerico FORCE.
f^{LF}	flusso di Lax-Friedrichs.
f^{LW}	flusso di Lax-Wendroff.
G	modulo di elasticità tangenziale.
g	accelerazione di gravità.
H	quota della superficie libera.
I_{max}	intensità massima della precipitazione.
I_p	indice di plasticità.
j	pendenza linea dell'energia (o cadente piezometrica).
K	conducibilità idraulica; parametro della formula di O'Brien e Julien; parametro di calibrazione della formula di Egashira.
K_{dep}	parametro di calibrazione della formula di Egashira per il deposito.
K_{er}	parametro di calibrazione della formula di Egashira per l'erosione.

k	permeabilità; coefficiente di scambio dei sedimenti della formula di Capart e Young.
k_s	coefficiente di scabrezza della formula di Gauckler-Strickler.
L	distanza percorsa dal fronte della colata (dal punto d'innescio fino all'arresto).
ℓ	lunghezza del lato di una maglia.
ℓ_m	lunghezza di mescolamento.
Me	indice di Melton.
m	numero di equazioni in un sistema iperbolico; esponente della formula di Ostwald-de Waele.
N_{dv}^*	parametro adimensionale della formula di O'Brian e Julien.
N_{td}^*	parametro adimensionale della formula di O'Brian e Julien.
n	vettore normale a una superficie; porosità del terreno; dimensione spaziale.
p	pressione.
p_s	pressione dispersiva.
Q	portata.
Q_0	portata liquida equivalente.
R	generica tensione agente su una superficie di separazione; termine sorgente.
\Re	insieme dei numeri reali.
Re	numero di Reynolds.
Re_g	numero di Reynolds di grano.
S	estensione del bacino chiuso all'apice del conoide.
s	coefficiente di sedimentazione.
T	temperatura; area di una maglia.
T_e	tempo caratteristico del processo deformativo.
T_m	tempo caratteristico del materiale.
t	tempo.
t_p	durata della precipitazione.
V	volume della colata; velocità del fluido mediata sulla verticale.
V^+	area sottoelemento della cella considerata.
V^-	area sottoelemento della cella adiacente a quella considerata.
V_{fin}	volume finale della colata.
V_{iniz}	volume iniziale della colata.
\mathcal{V}	volume di controllo.
v	velocità del fluido (o della miscela).
w	velocità di sedimentazione.
w_0	velocità di sedimentazione della formula di Stokes.

x ascissa (direzione longitudinale).
 y ordinata (direzione trasversale).
 z quota.

CAPITOLO 1: PRINCIPALI SISTEMI DI CLASSIFICAZIONE DEGLI EVENTI FRANOSI

Con il termine frana si indica la rapida mobilitazione di una porzione di terreno per effetto della forza di gravità.

Diversi sono i fattori in grado di innescare questo fenomeno; si segnalano qui per la loro importanza le escursioni termiche, le precipitazioni, i terremoti e persino alcune attività dell'Uomo. Le frane possono presentare delle caratteristiche estremamente diverse fra loro, per cui da più di un secolo gli studiosi hanno sentito la necessità di ricorrere a una terminologia più specifica.

Alcuni si sono inoltre spinti a redigere un metodo generale per inquadrare questi fenomeni; i risultati a cui sono pervenuti tuttavia sono spesso molto diversi fra loro.

Nel seguito vengono brevemente passati in rassegna alcuni dei più diffusi sistemi di classificazione, ma preliminarmente è necessario evidenziare che tutti i sistemi fin'ora presentati alla comunità scientifica, se da un lato presentano alcuni vantaggi, sono in genere incompleti (non è semplice inquadrare in uno schema astratto l'enorme varietà dei fenomeni naturali) e sollevano inoltre nuove questioni.

1. La classificazione di Varnes (1978) e di Cruden e Varnes (1996).

Fu soprattutto a partire dagli inizi del secolo scorso che si è incominciato a redigere dei sistemi di classificazione delle frane; fra questi, uno dei più celebri e utilizzati a livello internazionale è quello sviluppato da David J. Varnes nel 1978 e poi perfezionato da David M. Cruden nel 1996.

Tabella 1-1: principali tipologie di movimenti franosi (Varnes, 1978; Cruden & Varnes, 1996); per evitare travisamenti si è preferito mantenere i termini nella lingua originale.

TIPO DI MOVIMENTO	TIPO DI MATERIALE		
	LETTO ROCCIOSO (<i>bedrock</i>)	TERRENO	
		Prevalentemente a grana grossa	Prevalentemente a grana fina
<i>Falls</i>	<i>Rock fall</i>	<i>Debris fall</i>	<i>Earth fall</i>
<i>Topples</i>	<i>Rock topple</i>	<i>Debris topple</i>	<i>Earth topple</i>
<i>Slides</i> <i>traslational</i> <i>rotational</i>	<i>Rock slide</i>	<i>Debris slide</i>	<i>Earth slide</i>
<i>Lateral spreads</i>	<i>Rock spread</i>	<i>Debris spread</i>	<i>Earth spread</i>
<i>Flows</i>	<i>Rock flow</i>	<i>Debris flow</i>	<i>Earth flow</i>

Secondo la proposta di Varnes, il nome di un movimento franoso (detto *landslide*) può essere classificato in base alla tipologia di materiale interessato (roccia, terreno a grana grossa e a grana fine, questi ultimi indicati con il termine anglosassone “*debris*” e “*earth*”, rispettivamente) e alla modalità con cui avviene questo spostamento (e.g. *rock fall*, *debris flow*), con l’eventuale aggiunta di altre informazioni, in particolare la velocità del fenomeno e contenuto d’acqua nel materiale mobilitato.

Vengono ora esposte brevemente le diverse tipologie di movimento:

- ❖ crollo (*fall*): si tratta del distacco improvviso di massi, detriti o terreno coesivo da un pendio molto ripido, che avviene per la presenza di fratture presenti nell’ammasso roccioso o dei piani di stratificazione (*bedding planes*);
- ❖ ribaltamento (*topple*): il materiale distaccato subisce, almeno inizialmente, una certa rotazione attorno al punto d’appoggio;
- ❖ scivolamento (*slide*): si forma una superficie di scorrimento, e in base alla sua geometria si distingue in scivolamento traslazionale e rotazionale;
- ❖ espansione laterale (*lateral spread*): è un fenomeno che talvolta avviene anche nelle zone di pianura, generalmente in seguito al cedimento (talvolta causato dalla liquefazione) del terreno sottostante;
- ❖ flusso, detto anche moto di scorrimento o colata (*flow*): costituisce una classe di dissesti in cui il materiale mobilitato presenta un comportamento più affine a quello di un liquido che di un solido, ed è in grado di percorrere anche notevoli distanze.

Viene inoltre aggiunto alla lista il movimento “complesso”, dato cioè dalla combinazione di due o più movimenti “elementari” nello spazio o nel tempo. Un esempio concettuale di questo tipo è riportato in Figura 1-1.

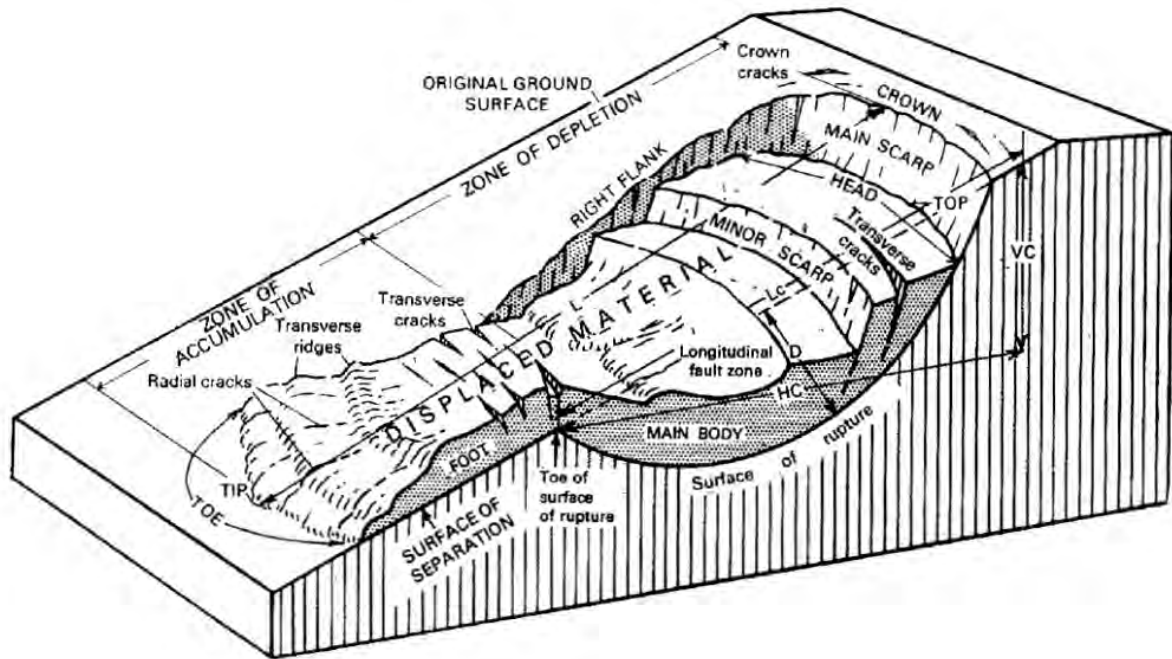


Figura 1-1: esempio di frana di tipo composito; in questo caso un *earth slide* di tipo rotazionale accompagnato da un *earth flow* (da Varnes, 1978).

Per quanto riguarda i moti di scorrimento, lo schema di Varnes li inquadra all'interno di tre classi:

- ❖ le “colate di roccia”, con cui si indicano i casi in cui il terreno roccioso si comporta come un fluido ad alta viscosità, con movimenti che durano spesso molto più di un giorno (nell'articolo di Cruden e Varnes (1996) a pag. 67 vengono definite come “*superficial as well as deep creep*”);
- ❖ le colate di detriti (o *debris flows*), molto più veloci delle precedenti e che riguardano delle miscele di acqua con sedimenti di diversa granulometria, anche se quelli con diametro maggiore di qualche millimetro sono presenti in quantità maggiori;
- ❖ le colate di terra (*earth flows*) infine indicano dei flussi non molto rapidi di materiale piuttosto fine e saturo; in questa categoria si potrebbero inserire anche le colate di fango (*mud flows*), in grado di raggiungere velocità simili a quelle di una colata detritica grazie all'effetto lubrificante svolto dall'acqua (Highland, 2004).

I due studiosi inoltre, in accordo con alcune precedenti considerazioni di Pierson e Costa (Pierson & Costa, 1987), sconsigliano l'uso della parola *debris torrent* al posto di *debris flow* ed espongono

brevemente le caratteristiche del cosiddetto *skin flow*, cioè una colata che si verifica nelle aree in cui è presente il *permafrost*.

Viene fatta infine una ulteriore distinzione tra colate che si propagano lungo un solco erosivo e quelle che lo fanno liberamente (e.g. i piccoli scorrimenti di sabbia asciutta che talvolta avvengono lungo pendii molto ripidi).

All'interno di quest'ultima categoria vengono incluse le valanghe di detriti, dette anche *debris avalanches* o *Sturzströme* (sing. *Sturzstrom*, in tedesco significa letteralmente "frana di torrente"). Si distinguono dalle normali colate detritiche per le loro maggiori dimensioni (e quindi minor ricorrenza), in questo caso dell'ordine di milioni di metri cubi. Proprio a causa del loro volume, solitamente sono composte da materiale solo parzialmente saturo d'acqua. Possono raggiungere velocità elevatissime, fino a 100 m/s, probabilmente a causa della vaporizzazione dell'acqua presente durante lo scivolamento.

Un esempio tristemente famoso è rappresentato in Italia dal monte Toc, che nel 1963 franò facendo tracimare la diga del Vajont e provocando più di 2.000 morti.

Cruden e Varnes infine definiscono come *lahar* una colata detritica che si forma sulle pendici di un vulcano, ed è composta pertanto da materiale di origine magmatica. Questa distinzione appare giustificata, visto che spesso queste colate hanno grandi dimensioni e coinvolgono detriti più fini di quanto accada in eventi simili (Hungri, et al., 2001).

La classificazione qui presentata ha sicuramente il grande pregio di essere relativamente semplice: analizzando alcune caratteristiche di un deposito (in particolar modo la composizione granulometrica e morfologia) è possibile individuare il termine per designare il movimento franoso che l'ha provocato.

Questa semplicità d'altra parte comporta che eventi molto diversi fra loro possano essere inclusi nella stessa classe.

Inoltre, i confini tra terreni a grana grossa e fine sono di fatto arbitrari e non corrispondono a una reale variazione del comportamento.

2. La classificazione di Hungri et al. (2001).

La classificazione appena vista non è del tutto soddisfacente, specialmente per quanto riguarda le colate.

Secondo lo schema di Varnes una colata è un movimento di massa dove le deformazioni avvengono in maniera distribuita. A questo però Oldrich Hungri, in un articolo pubblicato nel 2001 e a cui hanno collaborato anche S. G. Evans, M. J. Bovis e J. N. Hutchinson, obiettò che nella pratica è spesso complicato stabilire se la deformazione interna è veramente prevalente su quella perimetrale.

Un esempio è rappresentato dalle colate di terra, per le quali numerose campagne sperimentali (vedi Figura 1-2) hanno provato che le deformazioni interne sono localizzate vicino alle pareti e al fondo (*plug flow*)¹.

E' stato invece proposto di considerare il moto di una colata affine a quello di un fluido che scorre su di una superficie rigida; i lenti scorrimenti del terreno (*soil creeps*) non sarebbero più da considerare delle vere e proprie colate, visto che non esiste in questi casi una chiara superficie di demarcazione fra il materiale in movimento e il substrato.

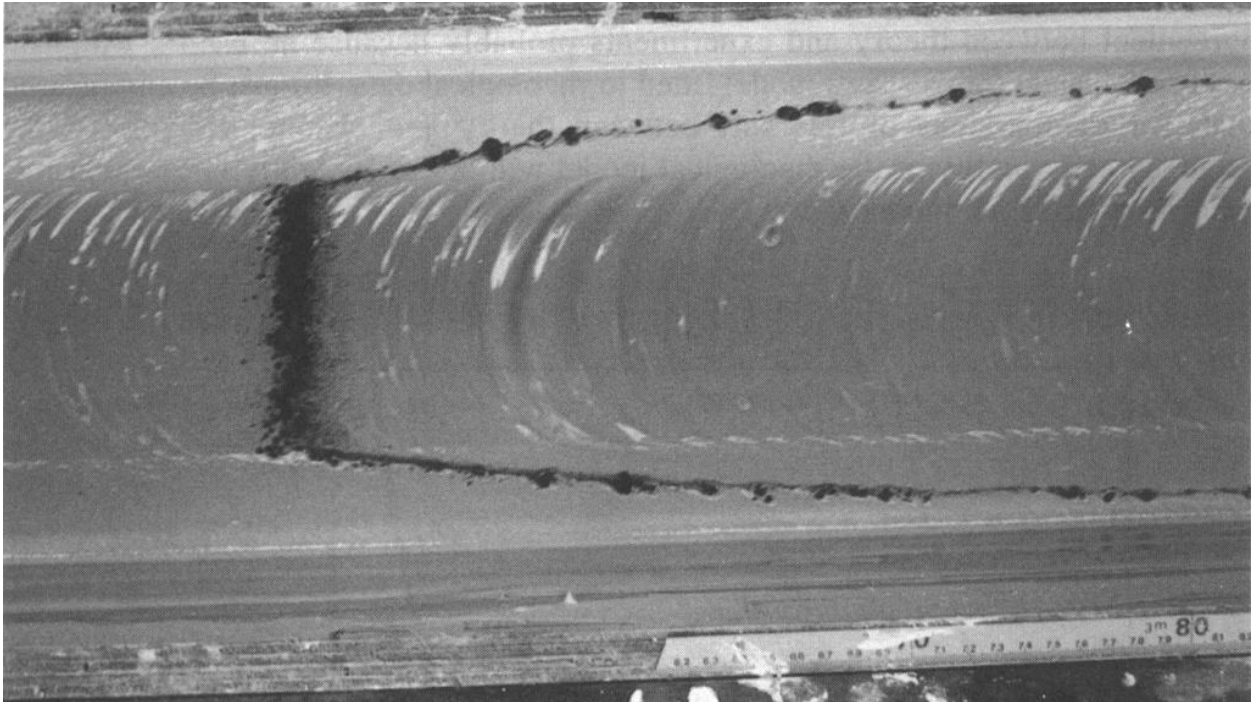


Figura 1-2: moto laminare uniforme di una miscela con un alto tenore di materiale coesivo ($\theta = 5.7^\circ$, $\tau_b = 25$ Pa); per evidenziare la presenza di una regione indeformata lontano dalle pareti e dal fondo, a un certo istante è stata fatta calare in una sezione della polvere nera (Coussot, 1997).

Secondo Hungr la classificazione di Varnes, basata solo sulla granulometria del terreno e sul tipo di movimento, è inadeguata nel caso delle colate di detriti (Hungr, et al., 2001).

Il termine *earth flow* secondo Varnes dovrebbe essere usato quando il numero di particelle con diametro maggiore di 2 mm (i.e. limite superiore per la sabbia, vedi Tabella 1-2) è inferiore al 20%, mentre l'aggettivo *debris* dovrebbe indicare i casi i cui tale valore è compreso tra il 20 e l'80%.

¹ Le colate contenenti prevalentemente argilla in condizioni di moto laminare possono presentare delle zone indeformate, chiamate *rigid plug* (ulteriori informazioni sono incluse al quarto capitolo).

Tabella 1-2: classificazione dei sedimenti in base al loro diametro (British Standard e MIT).

d [mm]	CLASSIFICAZIONE
>200	Massi (<i>boulders</i>)
200÷60	Ciottoli (<i>cobbles</i>)
60÷2	Ghiaia (<i>gravel</i>)
2÷0.06	Sabbia (<i>sand</i>)
0.06÷0.002	Limo (<i>silt</i>)
<0.002	Argilla (<i>clay</i>)

Sebbene questo criterio sia concettualmente molto semplice, risulta a volte difficile da applicare nella pratica, visto che ad esempio la granulometria può dipendere dal punto in cui viene prelevato il campione del deposito.

Diversi studi hanno poi dimostrato che a un limite basato esclusivamente sulle dimensioni dei sedimenti non sempre corrisponde un cambiamento sostanziale delle proprietà di una colata.

Sembra al contrario preferibile fare una distinzione che tenga conto della tipologia di materiale presente nella zona di innesco della colata², non basata esclusivamente sulla granulometria (Hungry, et al., 2001).

In Figura 1-3 viene riassunto il modo per stabilire quale sia il termine da utilizzare (sono state omesse le seguenti categorie: roccia frammentata e torba); i termini riportati sono relativi a un terreno assortito, dove cioè c'è una certa variabilità nelle dimensioni delle particelle, mentre quelli fra parentesi sono per terreni "uniformi" (o non assortiti).

La distinzione viene fatta sulla base del limite liquido (i.e. quel valore del contenuto d'acqua³ che indica il passaggio dal cosiddetto stato plastico allo stato liquido) e sull'indice di plasticità I_p , pari alla differenza tra il limite liquido e il limite plastico (i.e. il contenuto d'acqua in corrispondenza della transizione verso il cosiddetto stato semi-solido).

In Tabella 1-3 sono invece elencati i vari tipi di colata con alcune brevi descrizioni. Questo sistema di classificazione cerca di mantenere i termini ormai diventati di uso comune; per evitare malintesi nella tabella sono stati riportati in inglese (Hungry, et al., 2001).

² E' però da evidenziare che una parte spesso significativa della massa di una colata proviene dal terreno eroso durante il suo moto verso valle, per cui (naturalmente entro certi limiti) la sua composizione iniziale può subire dei cambiamenti.

³ Il contenuto d'acqua, indicato con la lettera greca ω , rappresenta il rapporto fra la massa d'acqua e quella di materiale solido presenti in un campione.

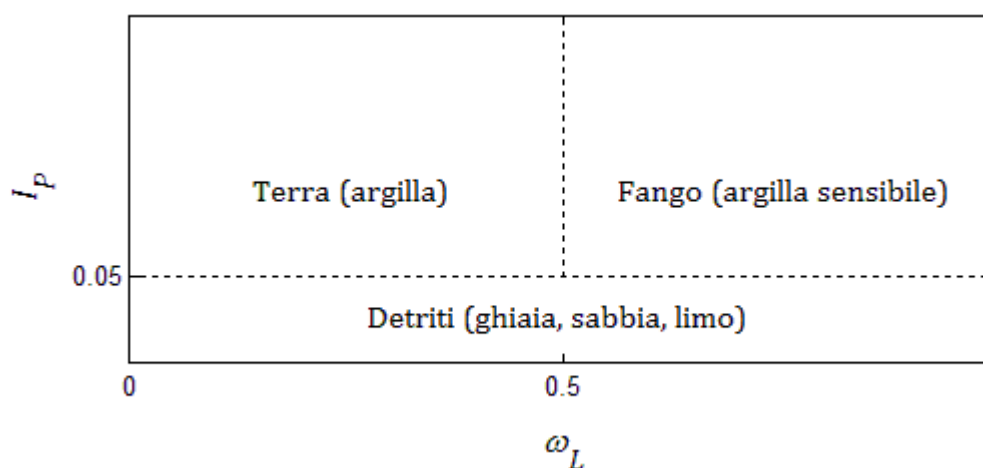


Figura 1-3: rappresentazione grafica basata sul metodo descritto da Hungr e colleghi per distinguere le varie classi di terreno in base al limite liquido ω_L e all'indice di plasticità I_P ; si tratta evidentemente di una semplificazione della celebre carta di plasticità di Casagrande (Casagrande, 1948).

Tabella 1-3: classificazione delle colate sulla base del contenuto d'acqua (i.e. il rapporto fra la massa d'acqua e quella solida) e del tipo di terreno; è stato incluso anche il flusso iperconcentrato, anche se non è da considerarsi una frana, bensì un fenomeno di trasporto (da Hungr, et al., 2001).

NOME	CONTENUTO	
	D'ACQUA (ω)	ALTRE CARATTERISTICHE
<i>Dry (or not-liquefied) sand (or silt, gravel, debris) flow</i>	Basso, assenza di sovrappressioni	Generalmente piccoli volumi e velocità
<i>Sand (or silt, debris) flow slide</i>	Liquefazione nella zona di innesco	Velocità e mobilità alti; la liquefazione può riguardare solo la zona vicina al suolo
<i>Clay flow slide</i>	$\omega \geq \omega_L$	Molto rapido, liquefazione <i>in situ</i>
<i>Earth flow</i>	$\omega < \omega_L$	Moto intermittente e lento
<i>Debris flow</i>	Quasi saturo	Velocità e mobilità alti, avviene lungo un solco di erosione; massi più grandi sulla superficie dei depositi
<i>Mud flow</i>	$\omega \geq \omega_L$	Contenuto d'acqua maggiore rispetto alla zona di origine; tipico di un terreno argilloso secco colpito da piogge intense
<i>Debris avalanche</i>	Basso	Velocità e mobilità alti, non avviene lungo un solco di erosione
<i>Debris flood (o flusso iperconcentrato)</i>	$\omega \gg \omega_L$	Piene con grande quantità di sedimenti in sospensione; depositi estesi e poco spessi

Come si vede nella tabella, viene dato particolare rilievo alla distinzione fra colate di terreno liquefatto e non liquefatto. Per stabilirne il tipo sarebbe necessaria l'osservazione diretta del fenomeno; in alternativa ci si può basare sulla mobilità (i.e. rapporto fra dislivello tra la zona di innesco e di arresto e la distanza percorsa).

Le pubblicazioni di Hungr sull'argomento successive all'anno 2001 non hanno introdotto importanti cambiamenti.

3. Altri sistemi di classificazione.

Fin'ora sono stati esposti dei metodi per classificare le colate di detriti quasi esclusivamente basati sul tipo di movimento e il materiale che le compongono, ma ne esistono anche degli altri (in genere ritenuti più sofisticati) che tengono conto più o meno esplicitamente dei fenomeni che avvengono a livello microscopico e che influenzano il comportamento globale della miscela (Pierson & Costa, 1987; Davies, 1988; Coussot & Meunier, 1996; Coussot & Ancey, 1999); in questo caso i parametri di interesse sono ad esempio la granulometria, la concentrazione, la viscosità o il gradiente della velocità⁴.

Si è preferito nei capitoli successivi fare riferimento unicamente al sistema redatto dallo studioso giapponese Tamotsu Takahashi, visto che è piuttosto chiaro e semplice (Takahashi, 2007).

In questo metodo il parametro più importante è senza dubbio la concentrazione volumetrica di sedimenti trasportati.

Quando la concentrazione è inferiore a $0.05 \div 0.10$, in genere solo il materiale più fine può essere trasportato in sospensione dalla corrente, mentre quello più grossolano si muove sul fondo.

Se la concentrazione è maggiore di 0.1 e minore di 0.2 circa, si può formare uno strato carico di sedimenti a ridosso del fondo, ma nella parte superiore la concentrazione tende ancora a rimanere molto bassa. Questo tipo di deflusso è stato chiamato da Takahashi *debris flow* immaturo e può essere considerato alla stregua di un intenso trasporto solido di fondo.

⁴ Talvolta si prende in considerazione la velocità media, visto che è più facile da determinare rispetto al suo gradiente ed è comunque legata ad esso (Pierson & Costa, 1987).

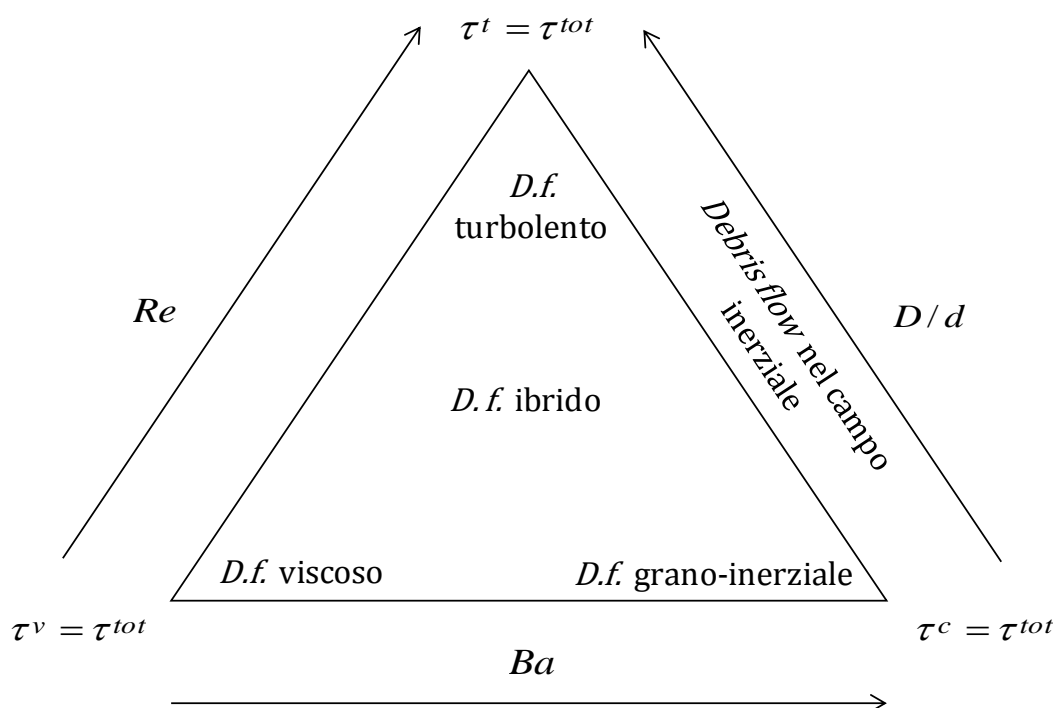


Figura 1-4: domini di esistenza delle tre tipologie di colate detritiche “mature”, con il campo intermedio indicato come ibrido; τ^v , τ^t , τ^c e τ^{tot} sono, rispettivamente, la tensione viscosa, turbolenta, collisionale e totale (modificato da Takahashi, 2007).

A concentrazioni ancora maggiori si trovano le vere e proprie colate di detriti. Come illustrato in Figura 1-4, queste ultime possono in realtà essere suddivise in tre sottoclassi⁵:

- ❖ colate di detriti viscosi (o *viscous debris flow*): la viscosità del fluido costituisce la principale modalità con cui viene dissipata l’energia e il moto appare alla vista piuttosto regolare⁶;
- ❖ colate di detriti turbolente (da Takahashi chiamate *muddy debris flow*): il comportamento della colata è del tutto analogo al moto turbolento che si riscontra nell’acqua limpida;
- ❖ colate di detriti “pietrose” (o *stony debris flows*): in questo caso è presente molto materiale grossolano che, attraverso le collisioni, influenza il comportamento globale della colata.

Alcuni dei tipi di colata distinti da Hungr sono evidentemente ritenuti da Takahashi come delle forme particolari di colata detritica⁷.

⁵ Adottando la terminologia introdotta da Bagnold, le colate del primo tipo possono più convenientemente essere chiamate macro-viscose (vedi nota 6) e quelle del terzo tipo grano-inerziali (Bagnold, 1954).

⁶ Questo comportamento pare essere soprattutto legato al fatto che le singole particelle, in virtù dell’elevata concentrazione con cui sono presenti nella miscela e delle basse velocità, difficilmente subiscono degli spostamenti ortogonali alla direzione del moto (soprattutto se la granulometria è uniforme). Il fluido interstiziale può però trovarsi ugualmente in regime turbolento, e le stesse particelle in realtà sono soggette a delle piccole oscillazioni (Tubino & Lanzoni, 1993; Takahashi, 2007).

⁷ E’ per esempio difficile non notare una certa affinità tra la descrizione data da Hungr a un *mud flow* e quella di un *muddy debris flow*.

La distinzione avviene sulla base di tre parametri adimensionali:

- ❖ il numero di Reynolds:

$$Re = \rho D^2 v_{x,y} / \mu \quad (1-1)$$

rapporto tra le forze inerziali agenti sulla miscela e quelle viscosi;

- ❖ il numero di Bagnold:

$$Ba = f(c, e) \rho_s d^2 v_{x,y} / \mu \quad (1-2)$$

che esprime l'importanza delle tensioni scambiate attraverso gli urti dai grani rispetto a quelle di natura viscosa.

- ❖ il rapporto di sommergenza (o anche profondità relativa) D/d , che è ottenibile rapportando il numero di Reynold a quello di Bagnold.

Le grandezze qui introdotte sono il tirante D , la viscosità μ (a volte riferita alla miscela nel suo complesso), il gradiente della velocità $v_{x,y}$, la funzione $f(c, e)$ che dipende dalla concentrazione c e dal coefficiente di restituzione ($e = 1$ se l'urto è perfettamente elastico, $e = 0$ se è perfettamente inelastico), il diametro caratteristico dei sedimenti d e infine la densità della miscela e quella dei grani, rispettivamente ρ e ρ_s .

Per questi due ultimi parametri vale la seguente relazione:

$$\rho = c\rho_s + (1 - c)\rho_f \quad (1-3)$$

dove ρ_f rappresenta la densità del fluido interstiziale.

Quando la concentrazione supera il valore di $0.5 \div 0.6$ fra i grani si verificano dei contatti prolungati, per cui la dissipazione di energia avviene principalmente attraverso l'attrito. Alcuni studiosi hanno chiamato questo comportamento quasi-statico; oltre questi valori lo scorrimento diventa sempre più difficile, per cui si assiste in pratica a una transizione verso lo stato solido.

Come tutti i sistemi di classificazione fin qui visti, anche quello di Takahashi comporta qualche problema: numerose colate di detriti presentano un fronte in cui prevalgono le collisioni e una coda dove le concentrazioni sono minori e il moto risulta più turbolento o addirittura viscoso.

Oppure, come nel caso delle colate che avvengono nella gola di Jiang-Jia (Cina, provincia di Yunnan), a un fronte in moto turbolento segue una parte terminale caratterizzata da tiranti e velocità inferiori, che sembra essere spesso in campo viscoso (vedi Figura 1-5).

Takahashi ha inoltre affermato che, poiché il regime inerziale è incompatibile con le basse velocità, tutte le colate devono passare per il regime viscoso prima di arrestarsi (Takahashi (1991) a pag. 121).



Figura 1-5: due diverse colate di detriti mentre si muovono verso valle (dall'ex Ministero delle Costruzioni giapponese e da K. M. Scott, rispettivamente); nella foto di sinistra è mostrata una colata sul letto del torrente Nojiri (Kagoshima, Giappone), mentre a destra è immortalata una delle frequenti colate che avvengono nel bacino di Jiang-Jia (Yunnan, Cina).

Non sono inoltre stati definiti dei limiti precisi tra le varie tipologie di colate, mentre le informazioni che possono essere ricavate da una indagine sulla zona colpita non sono da sole sufficienti per calcolare i numeri adimensionali necessari per risalire alla classe di appartenenza.

E' anche abbastanza difficile effettuare delle precise misurazioni di certe grandezze come il gradiente della velocità o la concentrazione di sedimenti durante la fase di propagazione, perfino quando essa avviene in laboratorio all'interno di una canaletta.

Per tutti questi motivi, il modello di Takahashi ha una valenza principalmente teorica.

Molti dei concetti qui brevemente accennati sono ripresi e approfonditi nei prossimi capitoli, soprattutto nel quarto.

CAPITOLO 2: LE COLATE DI DETRITI

Già nel precedente capitolo è stata data qualche indicazione su quali siano alcune delle caratteristiche più importanti di una colata detritica e in cosa quest'ultima si differenzia da altri tipi di dissesti.

Per descrivere approfonditamente i meccanismi coinvolti che ne determinano il comportamento e l'algoritmo utilizzato per poter fare delle simulazioni virtuali, sono necessarie delle integrazioni.

In questo capitolo vengono perciò fornite alcune informazioni di carattere generale sulle colate detritiche con un breve cenno ad alcuni gravi disastri che hanno provocato in Italia, per poi focalizzare l'attenzione sulla loro genesi, propagazione verso il fondovalle e arresto.

1. Generalità.

Le colate di detriti, a livello internazionale note come *debris flow*, consistono in una miscela contenente acqua, elevate concentrazioni di sedimenti di varia dimensione e altro materiale (e.g. legname), con una componente gassosa che viene solitamente trascurata.

Come è stato evidenziato nel primo capitolo le colate possono essere anche molto diverse fra di loro, per cui le proprietà dei suoi costituenti e le quantità con cui essi sono presenti devono avere un vasto campo di variazione.

Per un rapido riscontro, si è ritenuto utile riportare nella Tabella 2-1 alcune informazioni tratte da un ormai celebre articolo di Richard M. Iverson pubblicato nel 1997.

Tra i parametri più mutevoli si devono annoverare il diametro medio, la viscosità, la permeabilità e conseguentemente anche la conducibilità idraulica.

Un parametro molto importante per le colate di detriti è rappresentato dalla concentrazione volumetrica di sedimento (i.e. spazio occupato dalla frazione solida per unità di volume complessivo).

La concentrazione nelle colate può assumere valori in uno spettro piuttosto ampio, che per Iverson è compreso tra 0.4 e 0.8. Occorre fin da ora notare che valori di concentrazione superiori a circa 0.6 sono nella pratica possibili solamente se i sedimenti hanno dimensioni diverse, in modo che quelli

più piccoli possano riempire gli spazi lasciati liberi da quelli più grandi; in caso contrario il movimento non sarebbe consentito⁸.

Tabella 2-1: principali caratteristiche fisiche delle colate di detriti (da Iverson, 1997)⁹.

PROPRIETÀ	SIMBOLO	VALORI TIPICI
Proprietà delle particelle solide		
Densità	ρ_s [kg/m ³]	2'500÷3'000
Diametro medio	d [m]	10 ⁻⁵ ÷10
Angolo di attrito	φ_s [°]	25÷45
Coefficiente di restituzione	e [-]	0.1÷0.5
Proprietà del fluido interstiziale		
Densità	ρ_f [kg/m ³]	1'000÷1'200
Viscosità	μ [Pa s]	0.001÷0.1
Proprietà della miscela		
Concentrazione volumetrica	c [-]	0.4÷0.8
Permeabilità	k [m ²]	10 ⁻¹³ ÷10 ⁻⁹
Conducibilità idraulica*	K [m/s]	10 ⁻⁷ ÷10 ⁻²
Rigidezza alla compressione	E [Pa]	10 ³ ÷10 ⁵
Angolo di attrito	φ [°]	25÷45

* Vale la relazione $K = \rho_f g k / \mu$, dove g indica l'accelerazione di gravità.

Relativamente a una miscela si può definire un angolo di attrito dei grani (in assenza di acqua) φ_s , dipendente dalla loro forma e scabrezza della superficie, e un angolo di attrito "globale" φ , che dipende dalla loro distribuzione spaziale e anche da φ_s ; i due parametri assumono nella pratica gli stessi valori (R. M. Iverson, 1997), per cui nel seguito verrà utilizzato solo il simbolo φ .

La maggior parte delle colate di detriti che si formano nelle regioni montuose (in zone non vulcaniche¹⁰) e con climi relativamente freddi sono principalmente composte da sabbie e ghiaie, visto che i processi coinvolti nella produzione di sedimenti sono soprattutto fisici (e.g. cicli gelo-disgelo, azione abrasiva del vento, della pioggia e del ghiaccio). Solamente quando il clima è

⁸ Per Takahashi gli esperimenti condotti da Iverson sono stati eseguiti su una canaletta a fondo fisso troppo pendente (ben 31°), per cui anche del materiale scarsamente liquefatto vi potrebbe scorrere (Takahashi, 2014). Secondo Takahashi una colata può avere invece una concentrazione che varia tra 0.2 e 0.6 circa (vedi capitolo 1).

⁹ Spesso risulta conveniente considerare l'argilla e i limi come parte integrante del fluido interstiziale. I dati nella seconda sezione della tabella rispecchiano questa scelta.

¹⁰ Nelle zone vulcaniche possono infatti essere presenti detriti dal diametro piuttosto ridotto (come la cenere) e relativamente fragili.

tropicale i processi chimici (e.g. ossidazione, idratazione, carbonatazione, soluzione) sono in grado di produrre grandi quantità di sedimenti a grana fine (Lancellotta & Calavera, 1999).

I depositi formati dalle colate di detrito vengono talvolta chiamati conoidi alluvionali (o di deiezione) a causa della loro tipica forma a ventaglio.

Bisogna però osservare che queste strutture possono semplicemente essere dovute alla presenza di un torrente che, in seguito a una brusca diminuzione della pendenza dell'alveo e talvolta a un allargamento della sezione, tende a depositare lì una parte del materiale solido trasportato.

Il tipo di meccanismo prevalente che sta alla base della formazione di un conoide influenza però anche alcune sue caratteristiche: se l'origine è legata alla presenza di un torrente i massi più grandi si trovano soprattutto nella zona apicale ed è inoltre riscontrabile una limitata stratificazione dei sedimenti, mentre i depositi formati dalle colate sono tipicamente privi di una organizzazione interna o al più presentano i massi più grandi sulla superficie (gradazione inversa).

La presenza dell'acqua che satura almeno in parte la massa di sedimenti conferisce ai *debris flows* una elevata mobilità; come fu già riconosciuto da Heim per le valanghe di detriti, essa può essere conveniente descritta mediante un "coefficiente di attrito equivalente", pari al rapporto tra il dislivello relativo al punto di innesco e di deposito ΔH e la distanza (orizzontale) percorsa L (Heim, 1932).

Le colate di detriti, rispetto ad altri fenomeni franosi, sono in grado di percorrere maggiori distanze, anche se all'aumentare del volume coinvolto si osserva comunque un generale aumento della mobilità (Figura 2-1).

Uno dei caratteri distintivi di una colata di detriti è certamente la sua velocità, la quale dipende da molti fattori ma risulta comunque superiore a quella di molti altri movimenti franosi, visto che può a volte superare i 50 km/h.

La durata complessiva del fenomeno, misurata dall'innesco fino al definitivo arresto, è invece piuttosto bassa, tipicamente dell'ordine di cinque o dieci minuti.

Come si può facilmente immaginare, l'elevata velocità, i grandi volumi di materiale coinvolti e l'eventuale presenza di grandi massi conferiscono alle colate di detriti un elevato potere distruttivo¹¹.

¹¹ Sono stati fin'ora compiuti pochi studi sulla forza da impatto di una colata detritica (fra questi si ricorda quello di Armanini e Scotton del 1992), ma si può comunque affermare che dipende dalla densità della miscela, dai tiranti nella regione frontale e soprattutto dalla velocità.

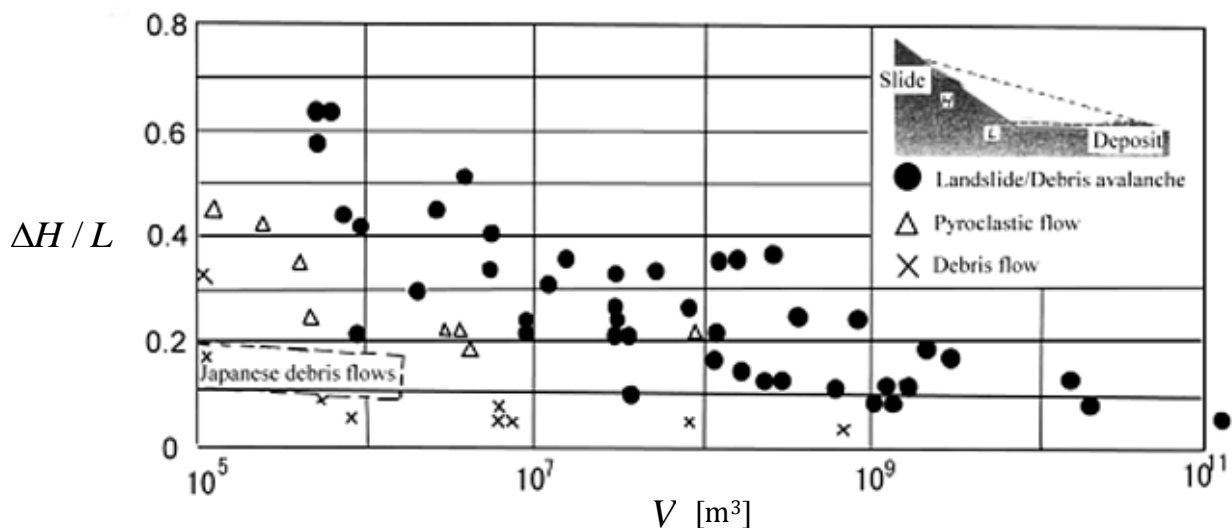


Figura 2-1: coefficiente di attrito equivalente per diverse tipologie di eventi franosi (da Takahashi, 2007)¹².

Inoltre, sebbene siano già da sole responsabili di grandi disastri, le colate provocano ulteriori problemi quando la deposizione avviene sul letto di un fiume nel fondovalle ostruendone la sezione; una successiva tracimazione degli argini da parte delle acque potrebbe causare ulteriori danni, visto che spesso proprio in quelle zone si concentrano maggiormente le abitazioni e le infrastrutture (Di Silvio, 1994).

Le colate di detriti sono in Italia un fenomeno piuttosto ricorrente, specialmente lungo l'arco alpino e gli Appennini; spesso avvengono in luoghi disabitati o comunque causano dei danni limitati, ma sfortunatamente non sempre è così.

Uno degli eventi più tristemente famosi occorsi recentemente nel Trentino è quello avvenuto nella Val di Stava (19 luglio 1985). La causa del disastro è stato il cedimento improvviso di due dighe in terra costruite a monte dell'abitato negli anni sessanta per far decantare il materiale di scarto della vicina miniera di fluorite.

Secondo alcune stime (cfr. Takahashi, 1991) la massa fangosa, composta in prevalenza da sabbia, limi e acqua, raggiunse una velocità compresa tra 23 e 25 m/s, cioè quasi 90 km/h; il risultato fu che 267 persone morirono istantaneamente (complessivamente i morti furono 268).

Una zona duramente colpita da una valanga di detriti è stata invece la Val Pola in Valtellina. In seguito a piogge particolarmente intense, circa 33 milioni di metri cubi di roccia si staccarono il 18 luglio 1987 dal monte Zandila e si riversarono a valle alla incredibile velocità di 400 km/h. Il piccolo abitato che si trovava lungo il suo percorso era già stato evacuato, ma il materiale riuscì a

¹² i dati relativi a colate detritiche, frane e valanghe di detriti giapponesi provengono da Chigira (Chigira, 2001), le rimanenti colate detritiche da Iverson (Iverson, 1997), le rimanenti frane e valanghe di detriti da Hsü (Hsü, 1975) e infine i flussi piroclastici da Kaneko e Kamata (Kaneko & Kamata, 1992).

risalire la sponda opposta, uccidendo 29 persone. Nello stesso mese altre frane in Valtellina causarono diversi morti, sebbene in misura minore.

Il 19 giugno 1996 toccò alla Versilia, in Toscana; anche in questo caso, in seguito a delle precipitazioni intense e prolungate, un torrente iniziò a convogliare verso valle una portata anomala di acqua e detriti: alcuni testimoni oculari affermarono di aver sentito numerosi boati e successivamente di aver visto diverse ondate con tiranti di alcuni metri. A valle furono investiti diversi centri abitati, provocando ingenti danni e ancora la perdita di vite umane.

Il salernitano tra il 5 e 6 maggio 1998 fu colpito da diverse alluvioni. I danni maggiori si ebbero nel comune di Sarno, dove trovarono la morte 137 persone. La colata in questo caso può essere correttamente chiamata *lahar* perché conteneva grani di piccole dimensioni di tipo piroclastico.

Più recentemente, nella sera del 1 ottobre 2009 delle colate di fango hanno colpito diverse zone del messinese. I morti sono stati almeno 31.

L'elevato livello di rischio idrogeologico (i.e. associato alle piene e alle frane in generale) che caratterizza buona parte del territorio montano, in Italia e in certa misura anche all'estero, è legato innanzitutto alla ubicazione degli insediamenti. La costruzione di nuovi villaggi turistici in zone poco raccomandabili ha certamente peggiorato la situazione (vedi anche il caso di Cancia, descritto nel sesto capitolo).

In secondo luogo, la mancanza di infrastrutture adeguate per fronteggiare questi fenomeni (e.g. briglie frangicolata, casse di colmata e canali di deflusso) e spesso anche il loro carente stato di manutenzione ha avuto un peso altrettanto importante.

2. Condizioni di innesco.

Come già affermato in precedenza, le colate di detriti possono avere fra loro caratteristiche anche molto diverse, ma per la loro formazione sono sempre necessari i seguenti ingredienti (Tubino & Lanzoni, 1993):

- ❖ un ammasso di sedimenti;
- ❖ l'acqua;
- ❖ un versante con pendenze elevate (tipicamente maggiori di 15°).

La maggior parte delle volte le colate di detriti sono osservate in concomitanza di un evento piovoso molto intenso¹³. Il meccanismo di innesco viene spesso individuato nel moto di filtrazione o nella formazione di una vena d'acqua che scorre sopra a dei depositi sedimentari poco stabili.

¹³ Ad esempio, un ormai datato studio giapponese (Ashida, et al., 1977) basato sulla elaborazione dei dati relativi alle isole Shodo (Giappone) ha mostrato che, per provocare una colata di detriti, è necessaria una precipitazione di almeno 300÷400 mm e una intensità di 40÷50 mm/h. Uno studio simile è stato condotto recentemente per alcuni bacini delle Dolomiti (vedi il sesto capitolo).

Spesso in letteratura è indicato che le colate possono originarsi a partire da una frana in cui il materiale (anche solo parzialmente saturo), deformandosi sempre di più lungo la discesa e riducendo gli spazi interni tra i grani, va incontro a una parziale liquefazione.

Sono inoltre ampiamente documentati casi in cui l'improvviso cedimento di una ritenuta naturale o artificiale (come nel caso di Johnstown in Pennsylvania (USA) o anche della Val di Stava in Italia) ha causato la formazione di una corrente molto distruttiva in grado di caricarsi lungo il suo cammino di grandi quantità di sedimenti. Talvolta questi eventi sono all'estero chiamati *flash floods* per sottolineare la loro grande rapidità.

Anche se non molto frequentemente, una colata detritica può essere innescata da una eruzione vulcanica. Un tragico esempio è costituito dalla eruzione del vulcano Nevado del Ruiz in Colombia, avvenuta nel novembre del 1985.

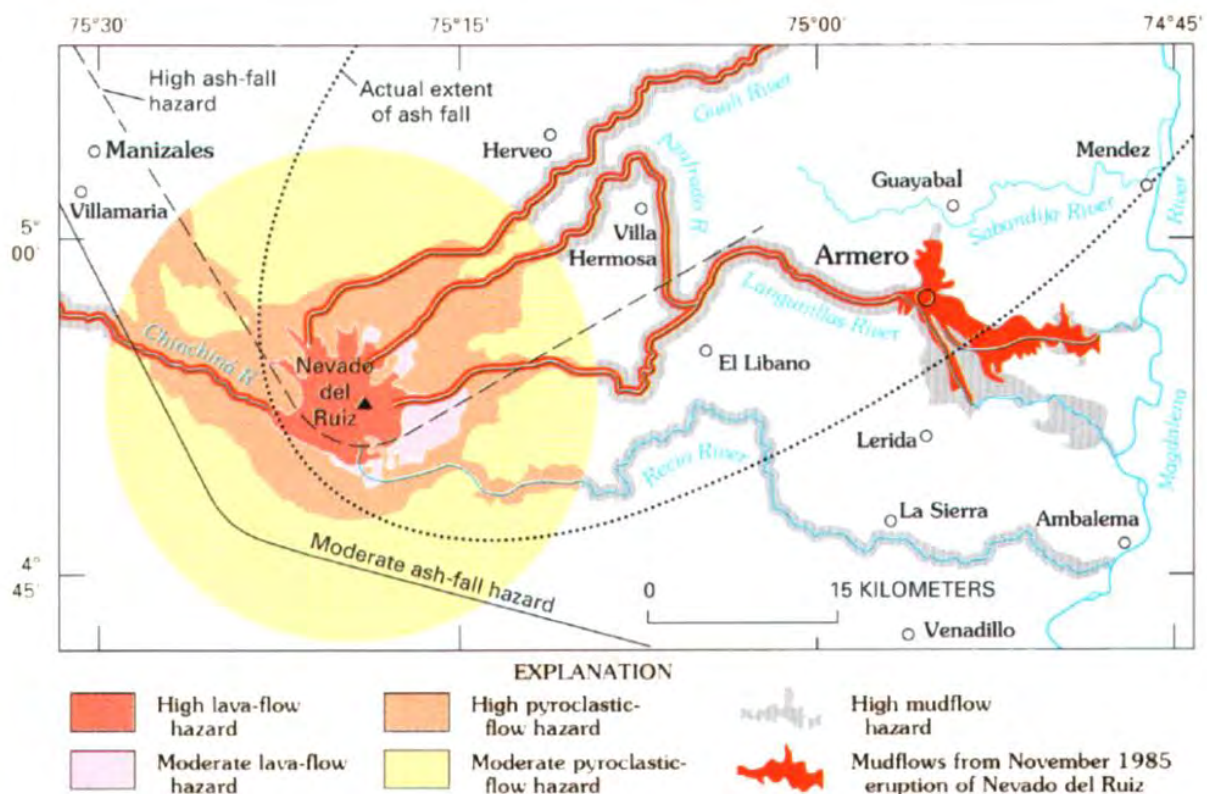


Figura 2-2: carta della pericolosità relativa a una eventuale eruzione del vulcano Nevado del Ruiz; in rosso sono evidenziati i percorsi che furono seguiti dalle colate nel 1985 (da Wright & Pierson (1992) pag. 21).

A seguito dell'eruzione, peraltro non particolarmente massiccia, si formò un flusso piroclastico (i.e. una colata di materiale magmatico e gas ad alte temperature che scende lungo le pendici di un vulcano in seguito ad una eruzione di tipo esplosivo) che sciolse le nevi presenti in alta quota generando infine quattro diverse colate di detriti; quella che investì la città di Armero causò la

morte di oltre 20'000 persone. Questa fu la seconda eruzione vulcanica più letale avvenuta nel XX secolo.

Allo stato attuale della ricerca è abbastanza complicato stabilire quali siano da un punto di vista quantitativo le condizioni critiche necessarie per la formazione di una colata.

Tra i metodi più semplici sono da ricordare quelli che si basano solamente sulla durata e sulla intensità della precipitazione, ma presentano il difetto di essere applicabili solo in quei bacini per cui sono stati inizialmente ricavati.

Sono stati condotti sull'argomento diversi studi e sono altrettanto numerosi i procedimenti che sono stati proposti; la difficoltà sta anche nell'ampia varietà di situazioni che consentono l'innesco delle varie tipologie di colate precedentemente descritte¹⁴.

Un metodo speditivo per valutare il tipo prevalente di trasporto di sedimenti su un conoide è quello che fa riferimento all'indice Melton (Melton, 1965):

$$Me = \Delta H / \sqrt{S} \quad (2-1)$$

dove S è l'estensione del bacino idrografico preso in considerazione, chiuso in corrispondenza dell'apice del conoide; il parametro ΔH stavolta rappresenta la differenza tra la quota massima e minima del bacino.

Quando $Me < 0.5$ è previsto che una precipitazione provochi una normale corrente idrica con un eventuale alto trasporto solido, mentre con $Me > 0.5$ sarebbero più probabili le colate di detriti¹⁵.

3. La fase di propagazione e di arresto.

Le colate di detriti osservate in natura sono praticamente sempre caratterizzate da un flusso irregolare, cioè hanno una portata che varia molto rapidamente nel tempo; in certi casi, soprattutto quando la concentrazione di sabbia, limo o argilla è elevata, si può verificare anche la formazione spontanea di treni d'onda (o *roll waves*), del tutto analoga a quella che si riscontra nel caso dell'acqua che scorre in canali artificiali molto lunghi e a grande pendenza (Davies, 1986; Takahashi, 1991; Iverson, 1997).

¹⁴ Nel libro *Debris flow* di Takahashi sono riportate alcune delle analisi relative ai più comuni meccanismi di innesco sviluppate dalla scuola giapponese (Takahashi, 1991). Per ulteriori approfondimenti si rimanda pertanto ad esso.

¹⁵ E' possibile perfezionare il criterio per tener conto anche della pendenza del conoide alluvionale (Jackson, et al., 1987).

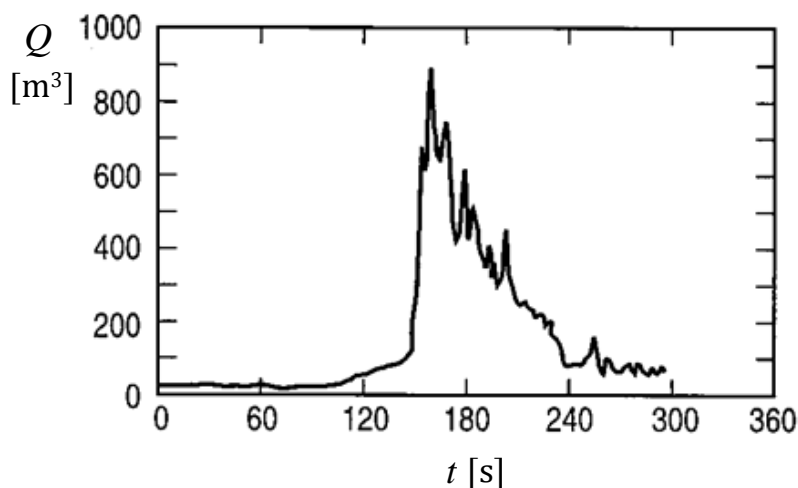


Figura 2-3: a sinistra: idrogramma relativo a una colata detritica avvenuta nel letto del torrente Name in Giappone (modificato da Takahashi, 1991; a destra: *roll waves* in una canaletta su cui scorre senza alcun segno visibile di turbolenza una miscela di acqua e caolinite (da Coussot, 1997).

La portata e i tiranti possono inoltre essere molto maggiori rispetto a quelli che si verificano per il medesimo corso d'acqua al passaggio di una normale piena.

Attraverso una semplice analisi di continuità e considerando il moto quasi stazionario, Takahashi ha ricavato la seguente equazione per mettere in relazione la portata di una colata e quella relativa all'acqua limpida nel caso in cui il fondo sia completamente saturo (Takahashi, 1978):

$$Q = Q_0 \frac{c_{max}}{c_{max} - c} \quad (2-2)$$

dove c_{max} è la concentrazione dei sedimenti nel letto del torrente prima di essere mobilitati¹⁶, mentre la concentrazione c viene considerata costante in tutto il corpo della colata.

Questa relazione ha trovato un frequente utilizzo in ambito ingegneristico per il calcolo della portata di picco delle colate detritiche in base al valore della portata liquida al colmo.

Il valore della portata di picco dipende però apprezzabilmente anche da altri fattori, come ad esempio l'assortimento granulometrico dei sedimenti, il processo di formazione e la morfologia del canale (Jakob, 2005); si può in definitiva ritenere la (2-2) una formula utile per ottenere una stima preliminare e spesso per eccesso (dunque cautelativa) del valore massimo raggiunto dalla portata.

Una colata di detriti molto concentrata e formata in prevalenza da sedimenti con diametro superiore a qualche centimetro tende a formare una struttura del tutto simile a quella rappresentata in Figura 2-4, dove i massi più grandi si accumulano nella zona frontale.

Mentre nel fronte il materiale può non essere completamente saturo, nella parte retrostante la pressione del fluido interstiziale sul fondo può essere anche maggiore rispetto a quella corrispondente a una corrente d'acqua con gli stessi tiranti (Iverson, 1997); questo si può

¹⁶ Può anche essere considerata circa uguale alla cosiddetta concentrazione di massimo impaccamento dei sedimenti (cfr. il quarto capitolo).

facilmente spiegare tenendo presente che alcune particelle possono temporaneamente perdere il contatto con quelle vicine, per cui in tale circostanza il loro peso viene supportato dalla frazione liquida.



Figura 2-4: profilo longitudinale di una tipica colata di detriti; nel fronte (a destra) si distingue spesso la presenza di massi più grandi e maggiori tiranti rispetto al corpo della colata, quasi come se il fronte contenesse la parte retrostante.

Osservando i depositi si riscontra spesso una gradazione inversa (o *inverse grading*), ovvero vicino al fondo si accumulano sedimenti più piccoli che in superficie, contrariamente a ciò che ci si potrebbe attendere. Gli esperimenti condotti sulle canalette e le osservazioni di colate di detriti reali hanno mostrato che effettivamente durante il moto i massi più grandi tendono a essere sollevati. Per Takahashi (Takahashi (1991) a pag. 105) la presenza di grandi massi nel fronte di una colata e la gradazione inversa sono due fenomeni fra loro intimamente connessi.

Secondo la sua analisi, visto che negli strati superiori il moto avviene più rapidamente, un masso presente in quella regione verrebbe trascinato rapidamente verso il fronte, per poi cadere al suolo ed essere ricoperto dalla colata retrostante. A questo punto però risulta più grande dei sedimenti vicini, per cui esso verrebbe nuovamente sollevato ripetendo il ciclo appena descritto.

Secondo altri studiosi invece l'accumulo di massi sul fronte è riconducibile a un meccanismo di trasporto preferenziale.

Sono state formulate in passato anche altre teorie per spiegare la gradazione inversa; nel quarto capitolo è fornita una spiegazione di come essa agisca, ma si può già anticipare che è legata alle collisioni fra i grani (Bagnold, 1954; Takahashi, 1991; Iverson, 1997).

Questo significa che in un *muddy debris flow* (dove prevale la turbolenza) o in una colata detritica nel campo viscoso non ci sono forze in grado di mantenere a lungo in sospensione le particelle di maggiore dimensione, che quindi tendono a muoversi sul fondo.



Figura 2-5: coltre di detriti che ricoprì la città di Armero nel 1985, spessa mediamente da 1 fino a 3 m; si può notare che i detriti di dimensioni maggiori sono rimasti sul fondo (da Takahashi, 1991).

In questo tipo di colate i massi più grandi tendono a fermarsi per primi. Facendo per esempio riferimento al disastro di Armero, alcuni sopralluoghi hanno evidenziato che, mentre nella parte iniziale del deposito c'era una significativa presenza di materiale a grana grossa, più a valle erano presenti solo sedimenti con diametri assai più piccoli, tipici di un *mud flow* (vedi Figura 2-5).

Al contrario, nelle colate di detriti che si propagano nel regime grano-inerziale, i massi più grandi si trovano sul fronte e di conseguenza dovrebbero tendenzialmente finire nella parte più avanzata dei depositi. In realtà in questi casi i detriti più grandi sono rinvenuti più spesso nella regione centrale, suggerendo che una parte del materiale è riuscita a scavalcare il fronte prima di fermarsi (cfr. Takahashi (1991) pag. 11 e 140-147).

Il passaggio di colate di questo tipo comporta spesso la formazione di sopraelevazioni ai lati con la presenza di materiale con pezzatura superiore alla media; nella letteratura scientifica sono conosciuti con il termine *lateral levees* (i.e. "argini laterali"). La presenza di queste sopraelevazioni ai lati può contribuire a guidare il percorso delle successive colate.

In Figura 2-6 è riportata una illustrazione proveniente da un recente articolo (Iverson, 2014), in cui viene mostrato come potrebbe muoversi il materiale di pezzatura maggiore all'interno di una colata in campo grano-inerziale.

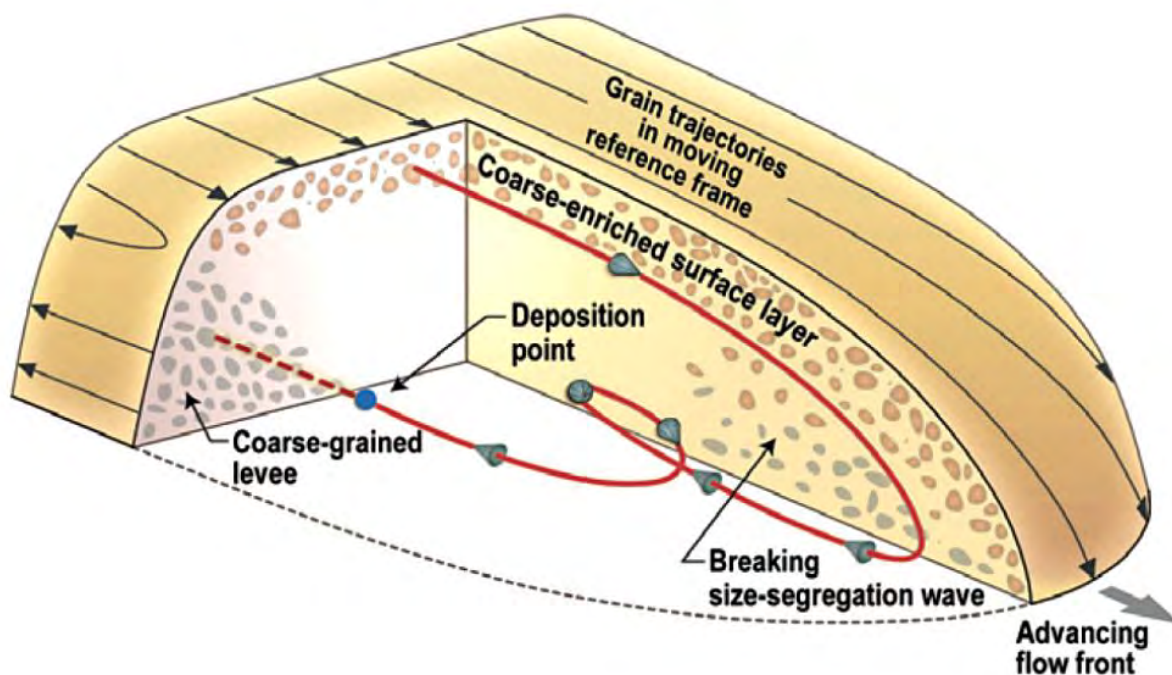


Figura 2-6: rappresentazione della sezione di una colata di detriti con un fronte ricco di sedimenti grossolani; un grano che si avvicina verso il fronte è in rosso, quando se ne allontana in grigio (da Iverson, 2014).

4. Alcune difficoltà ricorrenti nello studio delle colate di detriti

Le colate di detriti sono di per sé un fenomeno naturale molto complesso. Le difficoltà incontrate da chi si occupa di questo argomento sono però anche di ben altra natura.

Innanzitutto, avvenendo in luoghi poco accessibili ed essendo difficili da prevedere, è stato difficile in passato fare delle misurazioni dirette. Oggi questo problema è stato in parte risolto grazie alla disponibilità di nuove e più sofisticate attrezzature per la misurazione, ma comunque nella maggior parte dei casi le uniche informazioni che si riescono ad ottenere riguardano il livello raggiunto dalla superficie libera, la velocità media ed eventualmente la composizione di qualche campione.

L'approccio alternativo è quello dei modelli in scala ridotta, i quali però sollevano altre questioni. Se da un lato in un ambiente controllato come quello di un laboratorio è più semplice raccogliere una grande quantità di dati dalle colate che vengono riprodotte, dall'altro bisogna cercare di mantenere la similitudine fra tutti i parametri più significativi.

Con una analisi dimensionale (applicando cioè il teorema di Buckingham), Iverson ha in passato dimostrato che il comportamento di una colata di detriti dovrebbe essere influenzato da almeno sei parametri adimensionali; è evidente che non è assolutamente possibile ottenere una similitudine completa (Iverson, 1997).

Nel caso in cui si voglia riprodurre un evento particolare già avvenuto, si preferisce dare maggior peso al rapporto fra le forze inerziali e gravitazionali (i.e. il numero di Froude) e ricavare così la scala di riduzione dei tempi e delle velocità.

L'altra ovvia conseguenza della precedente considerazione è che risulta conveniente l'utilizzo di modelli di grandezza non troppo inferiore a quella che tipicamente si riscontra in natura.

E' certamente degna di nota la canaletta dell'USGS per le sue notevoli dimensioni e per il fatto che consente di ricreare colate con volume anche superiore a 10 m³: il suo tratto iniziale, molto pendente (31° sull'orizzontale), è infatti lungo ben 80 m e largo 2 m, mentre quello finale risulta inclinato di 2.4° per favorire la deposizione.

Uno studio approfondito dei processi coinvolti nelle colate di detriti può infine essere condotto attraverso l'analisi di piccoli campioni di materiale prelevato in situ o preparato in laboratorio, osservandone il comportamento per stati tensionali noti e nell'ipotesi che la miscela possa essere considerata come un fluido omogeneo.

Lo scopo di questo approccio è quello di ottenere una funzione che, in base alle varie condizioni a cui è soggetta la miscela e alla sua stessa composizione, legghi le tensioni con le deformazioni.

A una funzione con tali caratteristiche viene dato il nome di legame costitutivo o legge reologica.

Anche in questo caso però si possono individuare alcuni inconvenienti, di cui si parlerà più avanti al quarto capitolo.

CAPITOLO 3: LE EQUAZIONI DEL MOTO E MODALITÀ DI RISOLUZIONE

Per pianificare interventi mirati alla difesa dei centri abitati e delle attività produttive in un territorio montano, è fondamentale conoscere preliminarmente quali zone potrebbero essere colpite dall'arrivo di una colata detritica. Questo obiettivo può essere raggiunto attraverso una carta di pericolosità da colate detritiche.

Per poter redigere questo documento, in passato si poteva solamente fare riferimento alle serie storiche, talvolta affiancate all'uso di semplici formule di derivazione empirica; talvolta ci si basava sulla stima di alcuni parametri geomorfologici (e.g. il metodo proposto da Herbert Aulitzky, ancora oggi diffusamente utilizzato¹⁷).

Soltanto negli ultimi decenni, grazie al continuo sviluppo di calcolatori elettronici sempre più potenti, si è incominciato ad utilizzare nella pratica dei modelli matematici in grado di simulare la propagazione e l'arresto di una colata.

Sebbene questi modelli presentino fra di loro notevoli differenze, la maggior parte di essi sono accomunati dall'assunzione che la colata sia costituita da un fluido monofase ed incompressibile; questo dà la possibilità di ricorrere ad alcuni risultati classici dell'idraulica.

Per le colate di detriti in cui il materiale trasportato è molto grossolano sarebbe teoricamente preferibile un approccio bifasico (Iverson, 1997), ma le complicazioni associate con questo tipo di modelli ne hanno fin'ora limitato le applicazioni pratiche.

In questo capitolo dunque sono ricavate le equazioni che regolano il moto di un fluido monofase e che sono implementate in molti *software* per la simulazione di colate detritiche.

Viene infine anche fornita una descrizione di un algoritmo ai volumi finiti in grado di risolverle in maniera efficiente e che è alla base del funzionamento di FV Shock.

¹⁷ Il metodo consiste nell'assegnare un punteggio (da 1 a 4) per le risposte date a sei domande, che sono: dimensione massima materiale trasportato, spessore massimo per un deposito, pendenza del cono di deiezione, tipologia della copertura vegetale, andamento del terreno nell'area del conoide, presenza di manufatti che ostacolano il deflusso. Il punteggio medio per ogni singola porzione del territorio preso in considerazione fornisce il grado di pericolosità ad essa associato.

1. Le equazioni puntuali del bilancio di massa e della quantità di moto.

Nel caso di un fluido viscoso newtoniano, il punto di partenza è costituito dalle ben note equazioni di Navier-Stokes, ottenibili attraverso l'applicazione della seconda legge della dinamica e specificando il legame costitutivo, nell'ipotesi che il fluido possa essere riguardato come un continuo di Cauchy (quindi ad esempio perdono la loro validità nel caso dei gas rarefatti).

Per un fluido la cui densità non dipende apprezzabilmente né dal valore locale assunto dalla pressione, né dalla temperatura (oppure la temperatura è mantenuta costante), queste equazioni in un sistema di coordinate cartesiane si scrivono nel seguente modo:

$$\rho \dot{v}_i = f_i - p_{,i} + \mu v_{i,jj} \quad (3-1)$$

a cui va aggiunta l'equazione di continuità (o di bilancio della massa):

$$v_{j,j} = 0 \quad (3-2)$$

dove p indica la pressione (isotropica) del fluido, mentre f_i rappresenta la risultante delle forze di massa agenti sul fluido nella direzione considerata; nel caso agisca solo la forza di gravità, essa vale:

$$f_i = -\rho g \delta_{iz} \quad (3-3)$$

con δ_{iz} indicante la funzione delta di Kronecker.

La pressione è in generale legata alla densità e alla temperatura locale da una equazione di stato f che può essere scritta nella seguente forma (Batchelor, 1969):

$$f(p, \rho, T) = 0 \quad (3-4)$$

Soprattutto quando il fluido in questione è un liquido, conviene in molte situazioni tralasciare questo legame, sicché la densità può essere considerata una costante.

La viscosità dinamica che compare nell'equazione scritta poc'anzi è da intendersi costante solamente se il fluido risulta effettivamente newtoniano; in caso contrario dovrebbe essere sostituita dalla viscosità dinamica apparente μ_{app} , la quale dipende in generale dal campo delle velocità e dalla cosiddetta storia tensionale.

La (3-1) e la (3-2) costituiscono un sistema di quattro equazioni in quattro incognite, che pertanto con le corrette condizioni iniziali e al contorno è in linea di principio risolvibile.

Il problema principale che si deve tuttavia affrontare è che tutti i fluidi conosciuti possono in certe circostanze essere soggetti a un moto turbolento¹⁸.

Secondo la definizione data da Hinze in un suo celebre lavoro (Hinze, 1959):

“Turbulent fluid motion is an irregular condition of the flow in which the various quantities show a random variation with time and space coordinates, so that statistically distinct average values can be discerned.”

Occorre precisare che gli ultimi progressi sul campo della meccanica dei fluidi suggeriscono che la turbolenza sia al contrario un fenomeno caotico, dunque solo in apparenza *random*.

¹⁸ Termine per la prima volta riferito al moto di un liquido da Leonardo da Vinci.

Si ritiene inoltre che le equazioni di Navier-Stokes siano effettivamente in grado di descrivere fedelmente questo fenomeno, sebbene non esista ancora una dimostrazione rigorosa al riguardo.

Le equazioni di Navier-Stokes sono studiate da ormai 200 anni, ma ancora molte sono le questioni rimaste aperte¹⁹, tanto che il premio nobel Richard Feynman una volta affermò che il più grande problema irrisolto della fisica classica è proprio quello della turbolenza.

Ancora oggi la potenza di calcolo degli elaboratori elettronici non permette di risolvere direttamente le equazioni di Navier-Stokes, se non per domini semplici e bassi numeri di Reynolds.

In regime di moto turbolento la pressione e la velocità variano rapidamente e in maniera imprevedibile ad ogni istante, per cui Osborne Reynolds propose verso la fine del XIX secolo un approccio che si potrebbe definire di tipo probabilistico (in contrasto quindi con la natura deterministica delle equazioni di Navier-Stokes).

La novità introdotta da Reynolds consiste infatti nello scomporre le variabili in una componente costante e in una fluttuante (indicata con l'apostrofo), considerata come una variabile aleatoria con media nulla:

$$\vec{v} = \langle \vec{v} \rangle + \vec{v}'; \quad p = \langle p \rangle + p' \quad (3-5)$$

dove la media temporale è definita come segue²⁰:

$$\langle \cdot \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+\Delta t} (\cdot) dt \quad (3-6)$$

Risulta abbastanza evidente che questa operazione rende il parametro ottenuto costante nel tempo e quindi nulla la sua derivata temporale.

Nel caso in cui l'interesse ricada su processi (globalmente) non stazionari, si possono mediare i termini presenti nelle equazioni di Navier-Stokes in un intervallo di tempo Δt sufficientemente piccolo per poter descrivere i fenomeni che si vogliono analizzare, ma sufficientemente grande rispetto ai tempi caratteristici con cui si manifestano i disturbi legati alla turbolenza (vedi Figura 3-1)²¹.

¹⁹ Tra i matematici sono celebri i cosiddetti "problemi del millennio": chiunque fornisca una soluzione a uno di questi enigmi (in totale sono sette) riceverà un premio di un milione di dollari. Il sesto in particolare riguarda le equazioni di Navier-Stokes, e consiste nello stabilire se esse ammettono sempre una soluzione e se questa è liscia, cioè derivabile infinite volte rispetto ad ogni sua variabile in ogni punto del suo dominio.

²⁰ Se la densità fosse influenzata apprezzabilmente dalle fluttuazioni, allora sarebbe necessario effettuare la media di Favre. In questo lavoro si considera l'acqua e i miscugli che essa forma incompressibili.

²¹ Questa definizione di media presenta ovviamente qualche ambiguità. Nella pratica inoltre causa alcune problematiche, visto che ad esempio le strutture turbolente possono presentare un elevato tempo di adattamento alle condizioni esterne (i.e. è come se possedessero una memoria), cosa che non succede nei moti laminari.

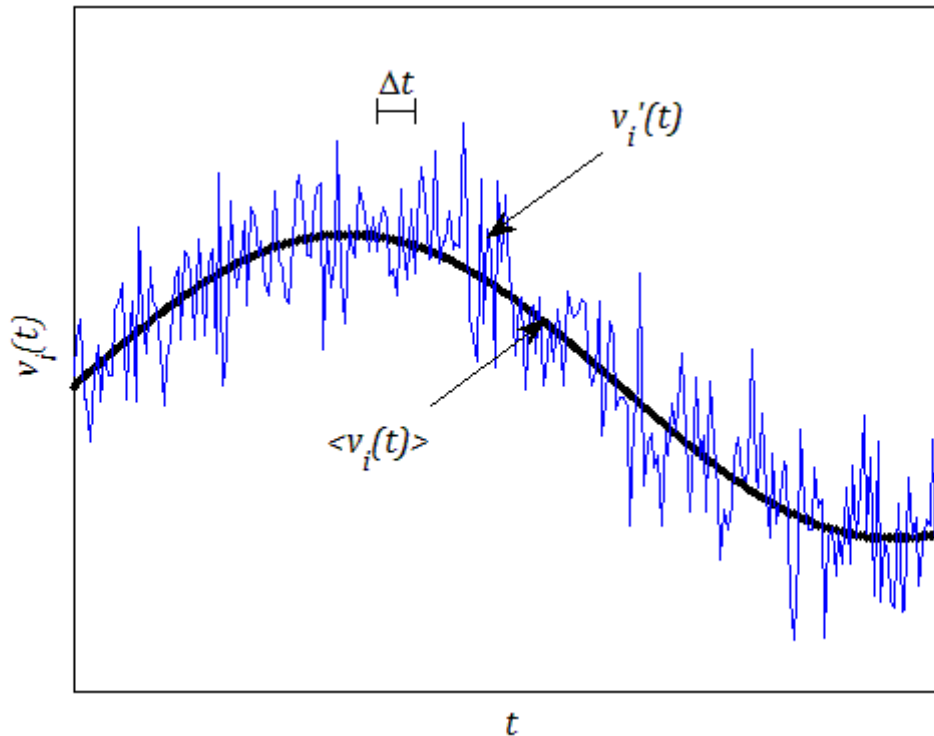


Figura 3-1: esempio di suddivisione della velocità istantanea nella direzione i-esima in un termine “di base” e in un termine considerato aleatorio con media nulla.

In questa maniera si ottengono le cosiddette equazioni di Reynolds (1894):

$$\rho(\langle v_i \rangle_t + \langle v_j \rangle \langle v_i \rangle_j) = -\langle p \rangle_i + f_i + \mu \langle v_i \rangle_{,jj} - \rho \langle v'_i v'_j \rangle_j \quad (3-7)$$

Il principio di conservazione della massa fornisce due equazioni:

$$\langle v_j \rangle_{,j} = 0; \quad v'_{j,j} = 0 \quad (3-8)$$

Risulta interessante notare la persistenza nella (3-7) delle velocità fluttuanti; la media del loro prodotto è generalmente diversa da zero (i.e. esiste una reciproca correlazione, vedi Ghetti (1980) pag. 243), e possono essere assimilate a degli sforzi dovuti esclusivamente alla turbolenza (si vede chiaramente infatti che diventano nulli quando non ci sono velocità fluttuanti), chiamati sforzi addizionali o di Reynolds.

Questi nuovi termini, originati dalla media delle equazioni di Navier-Stokes, possono essere visti come uno scambio di quantità di moto fra elementi di fluido attigui causato dalle fluttuazioni turbolente delle velocità sovrapposte al moto medio.

Vengono qui sotto riportate le equazioni di Reynolds in una forma più compatta della precedente:

$$\rho \langle \dot{v}_i \rangle = f_i + \sigma_{ij}^{tot} \quad (3-9)$$

dove σ_{ij}^{tot} è la tensione totale mediata, che comprende il contributo dato dalla pressione, dalle tensioni viscosi (pari a $\mu \langle v_i \rangle_{,j}$) e dagli sforzi addizionali:

$$\sigma_{ij}^{tot} = -\langle p \rangle \delta_{ij} + \langle \tau_{ij}^v \rangle - \rho \langle v'_i v'_j \rangle \quad (3-10)$$

Come puntualmente specificato nei libri di meccanica dei fluidi, le equazioni di Reynolds (3-7), unite a quelle di continuità (3-8), non sono da sole in grado di fornire una soluzione, visto che alle sette variabili incognite corrispondono solo cinque equazioni.

Un tentativo di chiusura del problema fu proposto da Joseph Valentin Boussinesq (Boussinesq, 1877), che introdusse la cosiddetta viscosità cinematica turbolenta (chiamata anche *eddy viscosity*) per mettere in relazione lo sforzo di Reynolds con il gradiente delle velocità medie del campo di moto, estromettendo così dal sistema le velocità pulsanti.

2. Modelli idrodinamici 2D

Le equazioni di Reynolds sono eccessivamente onerose dal punto di vista computazionale quando si vogliono studiare domini particolarmente estesi e complessi, per cui servono ulteriori semplificazioni delle equazioni che regolano il moto.

Naturalmente queste semplificazioni avranno delle ripercussioni negative sui risultati che si ottengono, per cui è necessario trovare un compromesso tra tempi di calcolo e accuratezza del modello.

Nella pratica ingegneristica capita frequentemente di incontrare delle situazioni in cui la scala caratteristica delle variazioni del campo di moto in direzione orizzontale siano inferiori alla sua profondità; in questi casi risulta spesso sufficiente conoscere il valore medio (sulla verticale) di alcune variabili in un generico punto del piano $x - y$.

Quando valgono le ipotesi di onde lunghe in acque basse può essere conveniente effettuare una integrazione delle equazioni del moto lungo la verticale.

L'integrazione avviene fra le due superfici entro cui il fluido scorre senza però attraversarle, e per questo sono dette superfici di separazione; quella inferiore rappresenta usualmente il fondo, mentre quella superiore di frequente definisce il confine tra il liquido e l'atmosfera (in tal caso si parla di moti a superficie libera), anche se in generale potrebbero ad esempio marcare il confine con un altro liquido o con una parete.

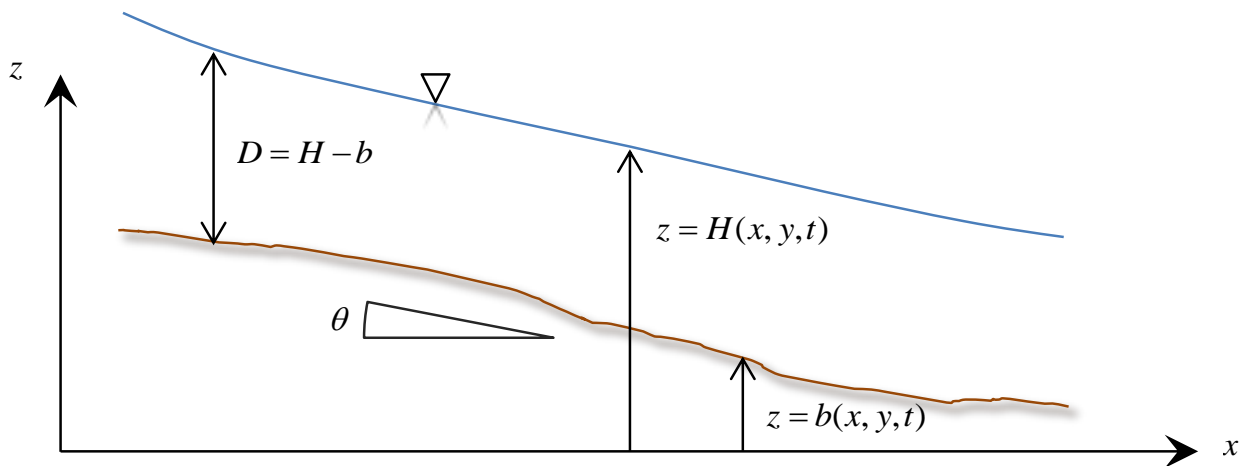


Figura 3-2: rappresentazione grafica del sistema di riferimento adottato; la pendenza media del fondo è indicata con θ .

Una porzione di fluido infinitesima appartenente in un dato momento a una tale superficie è costretta ad appartenervi anche in tutti gli istanti temporali precedenti e successivi, non essendo ammesso per definizione un moto relativo in direzione normale; questa condizione si può esprimere dal punto di vista matematico nel seguente modo:

$$\dot{F} = 0 \quad (3-11)$$

dove $F(x, y, z, t) = 0$ rappresenta l'equazione della superficie di separazione in forma implicita.

Se si esplicita tale funzione indicando con $z = H(x, y, t)$ la quota della superficie superiore e con $z = b(x, y, t)$ la quota del fondo (considerato saturo), si ottiene facilmente:

$$(b_{,t} + v_x b_{,x} + v_y b_{,y} - w)|_{z=b} = 0 \quad (3-12)$$

Queste equazioni sono chiamate condizioni cinematiche, poiché di fatto legano il campo della velocità con la posizione della superficie libera e del fondo.

Attraverso le due superfici di separazione possono però essere trasmesse delle sollecitazioni al fluido, per cui si devono stabilire anche le cosiddette condizioni dinamiche.

Sia ora \vec{R} la tensione²² agente localmente (in P) su una superficie di separazione (vedi Figura 3-3).

Preso un tetraedro di dimensioni infinitesime che insiste su tale superficie, per un generico istante si può scrivere in base al secondo principio della dinamica:

$$\vec{a}\rho dV = \vec{f}\rho dV + \vec{R}dA - \vec{R}_j dA_j \quad (3-13)$$

dove \vec{a} indica il vettore di accelerazione (i.e. la derivata totale di \vec{v}), \vec{R}_j è la tensione agente sulla faccia j -esima.

²² Non una forza concentrata, visto che l'ambito della trattazione rimane quella del continuo di Cauchy. Essa potrebbe comunque essere schematizzata come una azione agente su una superficie ridotta.

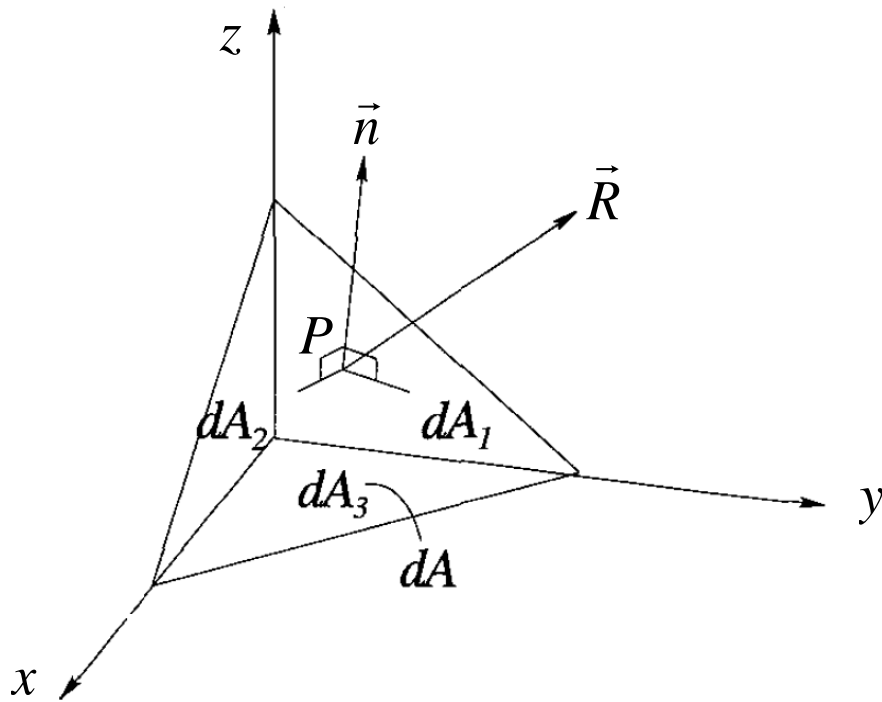


Figura 3-3: il tetraedro utilizzato per analizzare lo stato tensionale su una superficie arbitraria di normale \vec{n} (modificato da Svendsen, 2006).

Trascurando le forze agenti per unità di volume, visto che sono moltiplicate per degli infinitesimi del terzo ordine, la (3-13) si riduce alla seguente equazione:

$$\vec{R} = \vec{R}_j n_j \quad (3-14)$$

È anche possibile non considerare la variazione dello sforzo dal punto P alle facce (sarebbe comunque piccola essendo per ipotesi il tetraedro di dimensioni infinitesime), per cui la tensione agente su ciascuna faccia è direttamente legata allo stato di tensione in quel punto:

$$R_i = \sigma_{ij} n_j \quad (3-15)$$

dove, come noto, σ_{ij} è un tensore del secondo ordine simmetrico²³, noto col nome di tensore delle tensioni (o di *stress*).

Per una superficie di separazione, il versore \vec{n} vale:

$$\vec{n} = \nabla F / \|\nabla F\| \quad (3-16)$$

con $\|\cdot\|$ indicante la norma euclidea; con una scrittura meno compatta:

$$\vec{n} = \{-H_{,x}; -H_{,y}; 1\}^T / \sqrt{(H_{,x})^2 + (H_{,y})^2 + 1} \quad (3-17)$$

se per esempio la superficie presa in considerazione è quella superiore.

Il vettore che esprime la tensione in un punto può essere espresso nella seguente forma:

$$R_i = (-p\delta_{ij} + \tau_{ij})n_j \quad (3-18)$$

²³ La simmetria è necessaria per garantire l'equilibrio di un volume di fluido elementare nei confronti della rotazione, per cui deve essere $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ per $i \neq j$ (è il teorema di reciprocità delle tensioni tangenziali).

Nel caso in cui la superficie di separazione abbia delle pendenze molto piccole, la sua normale vale approssimativamente:

$$\vec{n} \sim \{0; 0; 1\}^T \quad (3-19)$$

La tensione superficiale riveste nel caso delle colate di detriti un ruolo marginale, per cui verrà nel seguito trascurata.

Viene per prima cosa qui ricavata l'equazione di continuità integrata sulla verticale, facendo uso della regola di integrazione di Leibniz:

$$\int_b^H (\langle v_x \rangle_{,x} + \langle v_y \rangle_{,y} + \langle v_z \rangle_{,z}) dz = 0 \quad (3-20)$$

$$\hookrightarrow \left(\int_b^H \langle v_x \rangle dz \right)_{,x} + \left(\int_b^H \langle v_y \rangle dz \right)_{,y} + \langle v_x(b) \rangle b_{,x} - \langle v_x(H) \rangle H_{,x} + \langle v_y(b) \rangle b_{,y} - \langle v_y(H) \rangle H_{,y} + \langle v_z(H) \rangle - \langle v_z(b) \rangle = 0 \quad (3-21)$$

Attraverso l'imposizione delle condizioni cinematiche si può allora scrivere:

$$\left(\int_b^H \langle v_x \rangle dz \right)_{,x} + \left(\int_b^H \langle v_y \rangle dz \right)_{,y} + (H - b)_{,t} = 0 \quad (3-22)$$

Indicato con D il tirante, con V_x e V_y la velocità media longitudinale e trasversale rispettivamente, la (3-22) diventa:

$$D_{,t} + (DV_x)_{,x} + (DV_y)_{,y} = 0 \quad (3-23)$$

$$V_x = \frac{1}{D} \int_b^H \langle v_x \rangle dz \quad (3-24)$$

$$V_y = \frac{1}{D} \int_b^H \langle v_y \rangle dz \quad (3-25)$$

Ora non resta che integrare le tre equazioni di bilancio della quantità di moto.

In direzione verticale risulta (sfruttando anche per la derivata convettiva l'equazione (3-8)):

$$\rho \int_b^H \left[\langle v_z \rangle_{,t} + (\langle v_x \rangle \langle v_z \rangle)_{,x} + (\langle v_y \rangle \langle v_z \rangle)_{,y} + (\langle v_z \rangle^2)_{,z} \right] dz = \int_b^H (f_z + \sigma_{zx,x}^{tot} + \sigma_{zy,y}^{tot} + \sigma_{zz,z}^{tot}) dz \quad (3-26)$$

Per quanto riguarda la parte sinistra (*P.S.*) di questa equazione, sfruttando ancora una volta la regola di integrazione di Leibniz e le condizioni al contorno cinematiche:

$$P.S. = \rho \left(\int_b^H \langle v_z \rangle dz \right)_{,t} + \rho \left(\int_b^H \langle v_x \rangle \langle v_z \rangle dz \right)_{,x} + \rho \left(\int_b^H \langle v_y \rangle \langle v_z \rangle dz \right)_{,y} \quad (3-27)$$

Conviene qui scomporre la velocità in un termine medio sulla verticale e un termine variabile:

$$\langle v_i(x, y, z, t) \rangle = V_i(x, y, t) + \tilde{v}_i(x, y, z, t) \quad (3-28)$$

Il termine \tilde{v}_i è a media nulla sulla verticale, perciò scompare durante l'integrazione tranne quando è moltiplicato per sé stesso o per un altro termine analogo.

Si può così introdurre un nuovo parametro, il tensore delle tensioni (apparenti) dispersive:

$$\tau_{ij}^d = -\frac{\rho}{D} \left(\int_b^H \tilde{v}_i \tilde{v}_j dz \right) \quad (3-29)$$

Per la parte destra (*P.D.*) si ottiene:

$$P.D. = Df_z + \left(\int_b^H \sigma_{zx}^{tot} dz \right)_{,x} + \left(\int_b^H \sigma_{zy}^{tot} dz \right)_{,y} + \sigma_{zz}^{tot}(H) - \sigma_{zz}^{tot}(b) + \sigma_{zx}^{tot}(b)b_{,x} - \sigma_{zx}^{tot}(H)H_{,x} + \sigma_{zy}^{tot}(b)b_{,y} - \sigma_{zy}^{tot}(H)H_{,y} \quad (3-30)$$

e quindi²⁴:

$$P.D. = Df_z + \left(\int_b^H \tau_{zx}^{tot} dz \right)_{,x} + \left(\int_b^H \tau_{zy}^{tot} dz \right)_{,y} + R_z^H \|\nabla F^H\| - R_z^b \|\nabla F^b\| \quad (3-31)$$

²⁴ Visto che in σ_{ij}^{tot} (con i diverso da j) non è inclusa la pressione, viene qui sostituito da τ_{ij}^{tot} .

Per semplificare la scrittura dell'equazione si pone:

$$\bar{\tau}_{zx}^{tot} = \frac{1}{D} \int_b^H \tau_{zx}^{tot} dz; \quad \bar{\tau}_{zy}^{tot} = \frac{1}{D} \int_b^H \tau_{zy}^{tot} dz \quad (3-32)$$

L'equazione di Reynolds per l'asse z alla fine diventa:

$$\begin{aligned} & \rho \left[(DV_z)_{,t} + (DV_z V_x)_{,x} + (DV_z V_y)_{,y} \right] \\ & = Df_z + [D(\bar{\tau}_{zx}^{tot} + \tau_{zx}^d)]_{,x} + [D(\bar{\tau}_{zy}^{tot} + \tau_{zy}^d)]_{,y} + R_z^H \|\nabla F^H\| - R_z^b \|\nabla F^b\| \end{aligned} \quad (3-33)$$

Nei casi in cui le superfici di separazione hanno delle pendenze modeste si può porre $\|\nabla F\| \sim 1$.

Si supponga ora che il moto sia a superficie libera, che si possano trascurare le sollecitazioni su di essa, che l'unica forza di massa sia quella di gravità e che il fondo sia orizzontale e parallelo agli assi x e y (i.e. $b_{,x} = b_{,y} = 0$). Mettendo in evidenza la pressione media sul fondo, si ottiene:

$$\begin{aligned} -p(b) = & -\rho g D + [D(\bar{\tau}_{zx}^{tot} + \tau_{zx}^d)]_{,x} + [D(\bar{\tau}_{zy}^{tot} + \tau_{zy}^d)]_{,y} - \tau_{zz}^{tot}(b) \\ & -\rho \left[(DV_z)_{,t} + (DV_z V_x)_{,x} + (DV_z V_y)_{,y} \right] \end{aligned} \quad (3-34)$$

Come si può osservare, generalmente la pressione sul fondo non è semplicemente pari al peso della colonna d'acqua sovrastante, anche nei casi in cui esso è piano; l'accelerazione del fluido e le tensioni tangenziali in direzione verticale (legate alla velocità) agenti su tutta la profondità contribuiscono determinare il valore assunto da $p(b)$.

In assenza di forti accelerazioni del fluido in direzione verticale e in generale di elevate velocità in tale direzione (i.e. $\langle v_z \rangle \sim 0$), circostanza ritenuta valida in condizioni di onde lunghe in acque basse (oltre che naturalmente in caso di moto piano), allora si otterrebbe:

$$p(b) = \rho g D \rightarrow p(z) = \rho g (H - z) \quad (3-35)$$

una semplificazione presente nella maggior parte dei modelli bidimensionali; del resto si ritiene che piccoli scostamenti dalla distribuzione idrostatica (3-35) spesso comportino nella pratica degli effetti molto modesti.

Considerare la pendenza del fondo molto piccola può certamente sembrare una scelta inopportuna nel caso dei *debris flows*, ma l'errore commesso può comunque essere considerato accettabile quando il modello non viene applicato alla zona di innesco bensì a quella più a valle, dove le pendenze sono mediamente inferiori a $15 \div 20^\circ$.

Nelle altre due direzioni conviene fin da subito separare la pressione (ora nota) dalle altre componenti di tensione:

$$\rho \int_b^H \left[\langle v_x \rangle_{,t} + (\langle v_x \rangle^2)_{,x} + (\langle v_y \rangle \langle v_x \rangle)_{,y} + (\langle v_x \rangle \langle v_z \rangle)_{,z} \right] dz = \int_b^H (f_z - p + \tau_{xx,x}^{tot} + \tau_{xy,y}^{tot} + \tau_{xz,z}^{tot}) dz \quad (3-36)$$

$$\rho \int_b^H \left[\langle v_y \rangle_{,t} + (\langle v_y \rangle \langle v_x \rangle)_{,x} + (\langle v_y \rangle^2)_{,y} + (\langle v_y \rangle \langle v_z \rangle)_{,z} \right] dz = \int_b^H (f_z - p + \tau_{yx,x}^{tot} + \tau_{yy,y}^{tot} + \tau_{yz,z}^{tot}) dz \quad (3-37)$$

Nell'ipotesi che non ci siano forze agenti in superficie e che l'unica forza di massa sia quella di gravità, procedendo come prima si ottiene:

$$\rho \left[(DV_x)_{,t} + (DV_x^2)_{,x} + (DV_x V_y)_{,y} \right] = - \int_b^H p_{,x} dz + [D(\bar{\tau}_{xx}^{tot} + \tau_{xx}^d)]_{,x} + [D(\bar{\tau}_{xy}^{tot} + \tau_{xy}^d)]_{,y} - \tau_{bx} \quad (3-38)$$

$$\rho \left[(DV_y)_{,t} + (DV_y V_x)_{,x} + (DV_y^2)_{,y} \right] = - \int_b^H p_{,y} dz + [D(\bar{\tau}_{yx}^{tot} + \tau_{yx}^d)]_{,x} + [D(\bar{\tau}_{yy}^{tot} + \tau_{yy}^d)]_{,y} - \tau_{by} \quad (3-39)$$

dove:

$$\tau_{bx} = -\tau_{xx} b_{,x} - \tau_{xy} b_{,y} + \tau_{xz} \quad (3-40)$$

$$\tau_{by} = -\tau_{yx} b_{,x} - \tau_{yy} b_{,y} + \tau_{yz} \quad (3-41)$$

Integrando la pressione si ottiene infine

$$\rho \left[(DV_x)_{,t} + (DV_x^2)_{,x} + (DV_x V_y)_{,y} \right] = -\rho g DH_{,x} + [D(\bar{\tau}_{xx}^{tot} + \tau_{xx}^d)]_{,x} + [D(\bar{\tau}_{xy}^{tot} + \tau_{xy}^d)]_{,y} - \tau_{bx} \quad (3-42)$$

$$\rho \left[(DV_y)_{,t} + (DV_y V_x)_{,x} + (DV_y^2)_{,y} \right] = -\rho g DH_{,y} + [D(\bar{\tau}_{yx}^{tot} + \tau_{yx}^d)]_{,x} + [D(\bar{\tau}_{yy}^{tot} + \tau_{yy}^d)]_{,y} - \tau_{by} \quad (3-43)$$

I termini con le tensioni tangenziali dispersive e totali presenti nelle equazioni precedenti possono essere ritenuti trascurabili rispetto all'effetto dell'attrito al fondo nell'ipotesi di onde lunghe in acque basse, sebbene in alcuni casi sia necessario considerarli per riprodurre fedelmente certi fenomeni:

$$\rho \left[(DV_x)_{,t} + (DV_x^2)_{,x} + (DV_x V_y)_{,y} \right] = -\rho g DH_{,x} - \tau_{bx} \quad (3-44)$$

$$\rho \left[(DV_y)_{,t} + (DV_y V_x)_{,x} + (DV_y^2)_{,y} \right] = -\rho g DH_{,y} - \tau_{by} \quad (3-45)$$

In maniera simile a quanto visto per le equazioni di Reynolds, anche in questo caso servono delle equazioni aggiuntive per chiudere il problema, e che in questo caso servono per determinare le tensioni all'interfaccia posta sul fondo.

Tenuto conto che le tensioni sul fondo possono anche essere scritte nella seguente maniera (rigorosamente solo quando il moto è uniforme o gradualmente vario):

$$\tau_{bi} = \rho g D j_i \quad (3-46)$$

non resta che determinare il termine di attrito j (in campo idraulico usualmente detto cadente piezometrica), che in generale dipende dalle proprietà del fluido, dal regime delle velocità e naturalmente dalle irregolarità del fondo.

3. Equazione di bilancio dei sedimenti ed equazione di evoluzione del fondo.

Nelle equazioni appena ricavate si tiene conto delle caratteristiche del fluido in esame attraverso la sua densità ρ e la resistenza al moto, descritta da $\vec{\tau}_b$.

Nei miscugli di acqua e sedimenti il parametro che influenza maggiormente questi due termini è certamente la concentrazione, per cui quando si prevede che essa possa variare significativamente nel tempo e nello spazio è necessario affiancare alle (3-44) e (3-45) delle ulteriori equazioni.

A questo punto è da tener presente che, soprattutto nel caso di una colata di detriti, prevedere i valori assunti dalla concentrazione comporta notevoli difficoltà anche solo da un punto di vista concettuale, visto che il moto dei singoli grani può ad esempio variare molto in base alla loro dimensione e al regime del moto.

Si può però a questo punto invocare l'ipotesi di omogeneità (locale) della mistura e immaginare che i sedimenti si muovano in ogni istante con la stessa velocità del fluido circostante. In questo modo si trascura la diffusione molecolare (descritta dalla celebre legge di Adolf E. Fick) e anche la velocità di sedimentazione delle particelle solide.

Bisogna considerare che la diffusione molecolare esercita un effetto misurabile solo sulle particelle di dimensioni microscopiche (relativamente poco numerose in molte colate detritiche), oltre al fatto che anche i grani più minuti possono essere soggetti a fenomeni di trasporto più intensi.

Per quanto riguarda la velocità di sedimentazione, a causa delle alte concentrazioni, essa comunque non è più approssimabile con la formula di Stokes e, anzi, in molti casi sono stati osservati dei grandi massi muoversi in superficie per lunghi tratti (questo argomento è ripreso nei prossimi capitoli).

Si consideri ora una porzione di fluido contenuto in un volume di controllo \mathcal{V} . In assenza di reazioni chimiche al suo interno, la sua variazione di massa in un generico istante deve essere nulla:

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} c d\mathcal{V} = 0 \quad (3-47)$$

Applicando il teorema del trasporto e nell'ipotesi che le particelle abbiano all'incirca la stessa velocità del fluido circostante, si ottiene:

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} c d\mathcal{V} = \int_{\mathcal{V}} (\dot{c} + cv_{j,j}) d\mathcal{V} = 0 \quad (3-48)$$

Sviluppando anche la derivata totale della concentrazione e tenendo conto dell'arbitrarietà con cui è stato scelto il volume di controllo, si può infine scrivere:

$$c_{,t} + \nabla \cdot (c\vec{v}) = 0 \quad (3-49)$$

Come visto per le equazioni di Navier-Stokes, è impensabile calcolare in ogni punto del campo di moto il valore istantaneo di grandezze come la velocità o la concentrazione quando il moto è turbolento.

Conviene allora operare in maniera analoga a quella proposta da Reynolds e scomporre tali parametri in due componenti.

Mediando su un intervallo di tempo adeguato si ricava:

$$\langle c \rangle_{,t} + (\langle c \rangle \langle v \rangle_j)_{,j} + \langle c'v'_j \rangle_{,j} = 0 \quad (3-50)$$

con il secondo e terzo termine detti di avvezione e di diffusione turbolenta rispettivamente.

Quest'ultimo viene di norma considerato in dipendenza lineare con il gradiente di concentrazione (in analogia con la legge di Fick). Visto che la diffusione turbolenta non è in generale isotropa, al posto di una costante di proporzionalità è necessario introdurre un tensore $[\mathcal{E}]$. Nel caso in cui il sistema di riferimento è principale nei confronti di questo tensore, si può scrivere:

$$\langle c'v'_j \rangle = -\mathcal{E}_j \langle c \rangle_{,j} \quad (3-51)$$

Procedendo in modo analogo a quanto visto nel paragrafo precedente, questa equazione di continuità della fase solida viene ora integrata lungo la verticale tra la superficie libera e il fondo.

Vale ancora la condizione cinematica sulle due superfici di separazione, ma bisogna ora tenere conto che, a contrario di quanto avviene sulla superficie libera, sul fondo può esserci un flusso di sedimenti in direzione normale ad esso (processo di erosione e deposizione) e che provoca una variazione della sua quota²⁵.

Grazie a queste due condizioni si può pervenire alla seguente espressione:

$$\begin{aligned} & \left(\int_b^H \langle c \rangle dz \right)_{,t} + \left(\int_b^H \langle c \rangle \langle v_x \rangle dz \right)_{,x} + \left(\int_b^H \langle c \rangle \langle v_y \rangle dz \right)_{,y} \\ & = \left(\int_b^H \mathcal{E}_x \langle c \rangle_{,x} dz \right)_{,x} + \left(\int_b^H \mathcal{E}_y \langle c \rangle_{,y} dz \right)_{,y} + E_b - D_b \end{aligned} \quad (3-52)$$

Come si può facilmente verificare, i due nuovi termini E_b e D_b , detti rispettivamente tasso di erosione e di deposito, hanno le dimensioni di una velocità.

Convien ora scomporre nuovamente la velocità e la concentrazione, stavolta nel seguente modo:

$$\langle c(x, y, z, t) \rangle = C(x, y, t) + \tilde{c}(x, y, z, t) \quad (3-53)$$

$$\langle v_i(x, y, z, t) \rangle = V_i(x, y, t) + \tilde{v}_i(x, y, z, t) \quad (3-54)$$

dove:

$$C = \frac{1}{D} \int_b^H \langle c \rangle dz \quad (3-55)$$

$$V_i = \frac{1}{D} \int_b^H \langle v_i \rangle dz \quad (3-56)$$

La (3-52) così diventa:

$$(CD)_{,t} + (CDV_x)_{,x} + (CDV_y)_{,y} = [D(\overline{\mathcal{E}_x \langle c \rangle_{,x}} - \overline{\tilde{c} \tilde{v}_x})]_{,x} + [D(\overline{\mathcal{E}_y \langle c \rangle_{,y}} - \overline{\tilde{c} \tilde{v}_y})]_{,y} + E_b - D_b \quad (3-57)$$

Nelle parentesi quadrate sono racchiusi i termini diffusivi turbolenti e dispersivi, ma i primi sono spesso molto meno importanti dei secondi.

Nel caso in cui la velocità o la concentrazione hanno una distribuzione lungo la verticale che si discosta poco dal valore medio, allora commettendo un certo errore si può scrivere:

$$(CD)_{,t} + (CDV_x)_{,x} + (CDV_y)_{,y} = E_b - D_b \quad (3-58)$$

Da questa equazione si può anche ricavare quella per l'evoluzione del fondo, dato che il flusso netto di materiale è appunto dato dalla differenza tra il tasso di erosione e quello di deposizione. Bisogna però considerare che sul fondo i sedimenti non si impaccano a tal punto da riempire tutti i vuoti, quindi la porosità n non può essere nulla (vale mediamente 0.4 per i più comuni tipi di terreno).

L'equazione di evoluzione del fondo può essere così scritta:

$$E_b - D_b = (1 - n)b_{,t} \quad (3-59)$$

²⁵ In realtà, visto che la concentrazione di sedimenti sul fondo non può essere pari a uno, attraverso la superficie di separazione che rappresenta il fondo dovrebbe esserci contemporaneamente anche un flusso d'acqua normale. Tenendo conto che nel suolo la porosità è in genere pari a circa 0.40 e che (almeno in teoria) può non essere sempre saturo, questo aspetto può anche non essere considerato.

4. Alcune importanti note sulle equazioni differenziali alle derivate parziali.

Per un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali del secondo ordine è molto importante stabilire se la sua natura è iperbolica, parabolica o ellittica.

Questa distinzione non è solamente rilevante per la scelta del metodo risolutivo da adottare, ma soprattutto perché determina il tipo di soluzione.

Infatti, se è presente la coordinata temporale, i disturbi si propagano nel dominio di un problema iperbolico con una velocità finita, a contrario di quanto avviene con gli altri tipi di equazioni differenziali.

Come è noto, una equazione differenziale del secondo ordine a coefficienti costanti come la seguente:

$$a\psi_{,xx} + b\psi_{,xy} + c\psi_{,yy} + \{\text{termini di grado inferiore}\} = 0 \quad (3-60)$$

è iperbolica se è soddisfatta la condizione:

$$b^2 - 4ac > 0 \quad (3-61)$$

Una importante equazione iperbolica è quella delle onde, che per il caso monodimensionale vale:

$$\psi_{,tt} - c^2\psi_{,xx} = 0 \quad (3-62)$$

e difatti risulta:

$$-4(-c^2) > 0 \quad (3-63)$$

Il termine c qui rappresenta la celerità di propagazione; la soluzione della (3-63) fu trovata da Jean Baptiste D'Alembert con un cambio di variabili, trasformando l'equazione del secondo ordine in un sistema di due equazioni del primo ordine.

Sia ora $\vec{\psi} \in \mathfrak{R}^m$, dove $\vec{\psi} = \vec{\psi}(\vec{x}, t)$ e $\vec{x} \in \mathfrak{R}^n$, e si consideri inoltre $[A_i] \in C^1(\mathfrak{R}^m, \mathfrak{R}^m)$ con $i = 1, \dots, n$.

Un sistema di m equazioni differenziali del primo ordine non lineare relativo a un dato fenomeno fisico in \mathfrak{R}^n può essere così scritto:

$$\vec{\psi}_{,t} + \sum_{i=1}^n [A_i(\vec{x}, t)] \vec{\psi}_{,i} = \vec{R}(\vec{x}, t) \quad (3-64)$$

dove \vec{R} è un termine della stessa dimensione vettoriale di $\vec{\psi}$.

Posto $\vec{\xi} \in \mathfrak{R}^n$ e:

$$[A(\vec{x}, t | \vec{\xi})] = \sum_{i=1}^n [A_i] \xi_i \quad (3-65)$$

si può dimostrare che il sistema di equazioni (3-64) è effettivamente iperbolico se la matrice $[A(\vec{x}, t | \vec{\xi})]$ è diagonalizzabile per ogni valore di \vec{x} e $\vec{\xi}$ con $t > 0$ (Evans, 1998).

In particolare, se le matrici $[A_i]$ sono tutte simmetriche, allora lo è sicuramente anche $[A]$, che conseguentemente diventa diagonalizzabile.

Ovviamente la precedente asserzione è sempre vera se $m = 1$, cioè quando i vari A_i si riducono a degli scalari.

Limitando l'analisi a quest'ultimo caso, si può poi riscrivere la (3-64) nel seguente modo:

$$\psi_{,t} + \sum_{i=1}^n f_{i,i}(\psi) = \vec{R} \quad (3-66)$$

avendo posto:

$$df_i(\psi) = A_i(\vec{x}, t)d\psi \quad (3-67)$$

Integrando su $\Omega_n \subseteq \mathfrak{R}^n$ e per ora senza considerare \vec{R} , si ottiene:

$$\int_{\Omega_n} \psi_{,t} d\Omega + \int_{\Omega_n} \nabla \cdot \vec{f}(\psi) d\Omega_n = 0 \quad (3-68)$$

A questo punto, se è possibile applicare il teorema della divergenza per abbassare l'ordine di integrazione, si può ottenere la seguente espressione:

$$\int_{\Omega_n} \psi_{,t} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \vec{f}(\psi) \cdot \vec{n} d\Omega_{n-1} = 0 \quad (3-69)$$

Se si interpreta \vec{f} come un flusso di ψ , ovvero:

$$\vec{f} = \psi \vec{v} \quad (3-70)$$

dove \vec{v} è una velocità, allora si vede subito una analogia con le leggi di conservazione. Per rendere questa somiglianza ancora più evidente si può applicare alla (3-69) il teorema del trasporto (o di Reynolds), ottenendo:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_n} \psi d\Omega_n = 0 \quad (3-71)$$

La quantità ψ quindi si mantiene inalterata nel tempo all'interno del volume considerato. Risulta anche chiaro perché $\vec{R}(\vec{x}, t)$, prima non considerato per alleggerire la spiegazione, venga chiamato termine sorgente; può per esempio rappresentare il contributo di una reazione chimica o dell'attrito.

Per concludere bisogna precisare che una stessa equazione differenziale può essere scritta in diversi modi; è in forma detta conservativa se i coefficienti delle derivate che compaiono in essa sono costanti.

Ad esempio, l'equazione di continuità di un generico fluido comprimibile può essere espressa in queste due forme, delle quali solo la prima è conservativa:

$$\rho_{,t} + (\rho v_j)_{,j} = 0 \quad (3-72)$$

$$\rho_{,t} + \rho v_{j,j} + v_j(\rho)_{,j} = 0 \quad (3-73)$$

Mentre dal punto di vista matematico le due equazioni appena scritte sono del tutto equivalenti, i pionieristici lavori di Lax e Wendroff (Lax & Wendroff, 1960) hanno dimostrato che i metodi numerici relativi a sistemi di equazioni iperboliche non lineari devono essere in forma conservativa se si vuole che funzionino anche quando la soluzione presenta delle discontinuità (Toro, 2009).

5. Il metodo dei volumi finiti

Per risolvere i sistemi di equazioni differenziali iperboliche con i quali è assai frequente imbattersi quando si studiano i fluidi, sono particolarmente convenienti i codici di calcolo basati sul metodo dei volumi finiti²⁶.

Questo metodo presenta il vantaggio di poter funzionare anche su griglie irregolari, perciò possono essere riprodotte correttamente configurazioni geometriche anche complesse. In base alla griglia sono costruiti i cosiddetti volumi di controllo.

Le equazioni differenziali vengono integrate su tali volumi e, come visto precedentemente, applicando il teorema della divergenza si possono ottenere i flussi che vengono scambiati attraverso le loro superfici.

Il metodo dei volumi finiti consente di conservare i flussi numerici da una cella all'altra anche quando la griglia è grossolana. Questo costituisce un vantaggio in tutti quei problemi in cui il flusso è un parametro importante, come quando si studia il trasporto di massa e di calore e naturalmente nella meccanica dei fluidi.

I vari modi esistenti per calcolare questi flussi possono essere ricondotti a queste due categorie:

- ❖ gli schemi “*upwind*” (Godunov, 1959);
- ❖ gli schemi “centrati” (o “*centred*”), come quello del primo ordine di Lax-Friedrichs (Lax, 1954) e quello del secondo ordine di Nessyahu-Tadmor (Nessyahu & Tadmor, 1990).

Mentre i primi, più sofisticati, prevedono di raccogliere le informazioni relative alla propagazione delle perturbazioni dalle equazioni differenziali, gli schemi “centrati”, usando una forma integrale conservativa delle leggi di conservazione, mediano la soluzione nei volumi di controllo (Toro, 2009).

6. Il funzionamento dello schema numerico FORCE

Nel presente lavoro, per simulare la propagazione delle colate detritiche, si è fatto uso del programma FV Shock, il quale consente di trattare le equazioni differenziali con il metodo dei volumi finiti.

L'algoritmo che calcola i flussi tra gli elementi sfrutta un particolare schema “centrato”, chiamato FORCE (acronimo di *first order centred*).

²⁶ Naturalmente esistono delle valide alternative; una di queste in particolare è rappresentata dal metodo degli elementi finiti (FEM), che deve però essere modificato per poter gestire correttamente le cosiddette accelerazioni convettive che compaiono nelle equazioni che governano il moto dei fluidi (Zienkiewicz & Taylor, 2000). Ci sono inoltre le tecniche dette “*mesh-free*”; fra queste la SPH (acronimo di *smoothed particle hydrodynamics*) è probabilmente la più famosa.

Questo schema costituisce il risultato di alcune ricerche svolte dal gruppo di ricerca di Eleuterio F. Toro, ed è riconducibile a quello di J. Glimm (detto metodo della scelta casuale, (Glimm, 1965)).

Si consideri una porzione generica di una griglia di calcolo, costituita da quattro celle di forma triangolare (vedi Figura 3-4); il triangolo i -esimo possiede tre lati, ciascuno con una lunghezza pari a ℓ_i^j e un vettore unitario \vec{n}_i normale e rivolto verso l'esterno.

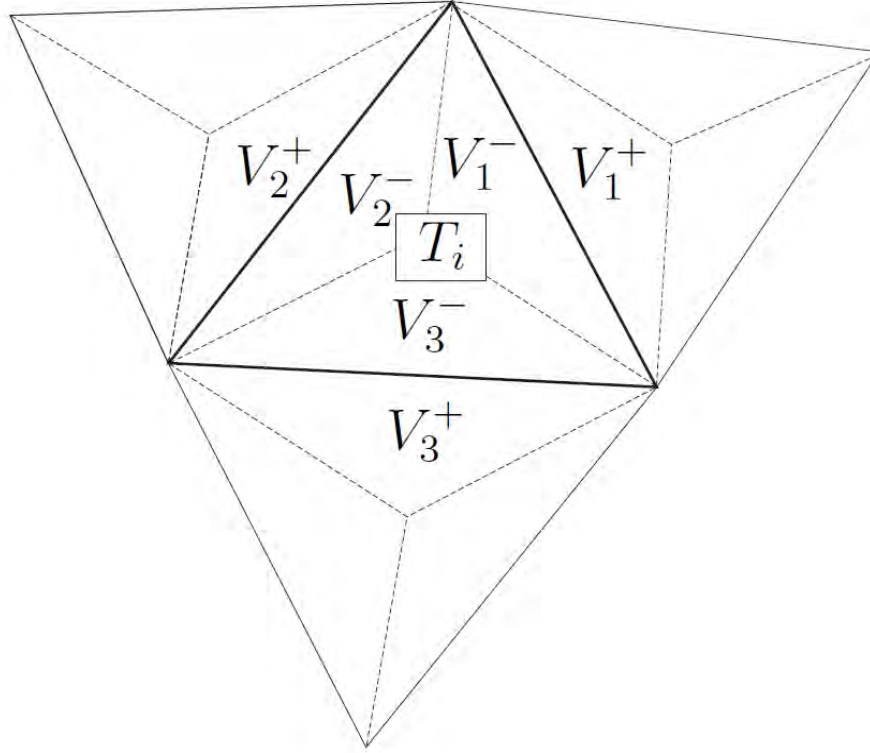


Figura 3-4: notazione adottata per una griglia irregolare con maglie triangolari, costituita da elementi primari e secondari (da Dumbser, et al., 2009).

Ciascuna cella triangolare della griglia, una volta individuato il suo baricentro, può essere suddivisa in tre parti di area V_j^- collegando tale punto con i corrispettivi vertici. Un qualsiasi sottoelemento V_j^- possiede un lato in comune con un altro sottoelemento, qui indicato V_j^+ , appartenente a una cella adiacente. Naturalmente la somma delle aree V_j^- fornisce l'area complessiva della cella considerata:

$$T_i = \sum_{j=1}^3 V_j^- = 3V_j^- \quad (3-74)$$

Si possono così distinguere gli elementi primari, di area T_i , e quelli secondari, formati da $V_j^- \cup V_j^+$.

Nel seguito $\vec{\psi}_i^k$ sarà il vettore delle incognite $\vec{\psi}$ valutato al tempo t^k nella cella i -esima.

Il sistema di equazioni differenziali (3-66) può essere integrato nell'elemento i -esimo per l'intervallo di tempo $\{t^k, t^{k+1}\}$ di durata Δt nel seguente modo:

$$\frac{T_i(\vec{\psi}_i^{k+1} - \vec{\psi}_i^k)}{\Delta t} + \sum_{j=1}^3 \int_{\rho_i^j} \vec{f}(\vec{\psi}_i^k) \cdot \vec{n}_j d\ell = T_i \vec{R}_i(\vec{\psi}_i^k) \quad (3-75)$$

e quindi, riordinando:

$$\vec{\psi}_i^{k+1} = \vec{\psi}_i^k - \frac{\Delta t}{T_i} \sum_{j=1}^3 \int_{\rho_j^i} \vec{f}(\vec{\psi}_i^k) \cdot \vec{n}_j d\ell + \Delta t \vec{R}_i(\vec{\psi}_i^k) \quad (3-76)$$

Risulta evidente che i vettori $\vec{\psi}_i$ e \vec{R}_i sono qui implicitamente considerati costanti nel volume di controllo (primario) in qualsiasi istante; viene in altre parole effettuata una media sulla cella.

Il procedimento alla base del FORCE è però un po' più articolato perché prevede di eseguire tale operazione solo in un secondo momento, dato che prima di tutto viene svolta l'integrazione negli elementi secondari $V_j^- \cup V_j^+$ e tra gli istanti t^k e $t^k + 0.5\Delta t = t^{k+1/2}$, ottenendo (tralasciando per ora il termine sorgente):

$$\vec{\psi}_{j+1/2}^{k+1/2} = \frac{\bar{\psi}_i^k V_j^- + \bar{\psi}_j^k V_j^+}{V_j^- + V_j^+} - \frac{\Delta t}{2} \frac{\rho_j^i}{V_j^- + V_j^+} [\vec{f}(\vec{\psi}_j^k) - \vec{f}(\vec{\psi}_i^k)] \cdot \vec{n}_j \quad (3-77)$$

Infine viene eseguita l'integrazione sull'elemento primario tra $t^{k+1/2}$ e t^{k+1} :

$$\vec{\psi}_i^{k+1} = \frac{1}{T_i} \sum_{j=1}^3 [\vec{\psi}_{j+1/2}^{k+1/2} V_j^- - \frac{\Delta t}{2} \rho_j^i \vec{f}(\vec{\psi}_{j+1/2}^{k+1/2}) \cdot \vec{n}_j] \quad (3-78)$$

Unendo le due espressioni che si ottengono, si può scrivere dopo alcuni passaggi algebrici:

$$\vec{\psi}_i^{k+1} = \vec{\psi}_i^k - \frac{\Delta t}{T_i} \sum_{j=1}^3 \rho_j^i \vec{f}_{j+1/2}^{FORCE} \cdot \vec{n}_j + \Delta t \vec{R}_i(\vec{\psi}_i^k) \quad (3-79)$$

dove $\vec{f}_{j+1/2}^{FORCE}$ vale:

$$\vec{f}_{j+1/2}^{FORCE} = \frac{\vec{f}_{j+1/2}^{LF}(\vec{\psi}_i^k, \vec{\psi}_j^k) + \vec{f}_{j+1/2}^{LW}(\vec{\psi}_i^k, \vec{\psi}_j^k)}{2} \quad (3-80)$$

con:

$$\vec{f}_{j+1/2}^{LF}(\vec{\psi}_i^k, \vec{\psi}_j^k) = \frac{\vec{f}(\vec{\psi}_j^k) V_j^- + \vec{f}(\vec{\psi}_i^k) V_j^+}{V_j^- + V_j^+} - \frac{2}{\Delta t} \frac{V_j^- V_j^+}{V_j^- + V_j^+} \frac{(\vec{\psi}_j^k - \vec{\psi}_i^k)}{\rho_j^i} \cdot \vec{n}_j^T \quad (3-81)$$

$$\vec{f}_{j+1/2}^{LW}(\vec{\psi}_i^k, \vec{\psi}_j^k) = \vec{f}(\vec{\psi}_{j+1/2}^{k+1/2}) \quad (3-82)$$

Una interessante caratteristica del FORCE è che il flusso tra due elementi è esattamente pari alla media aritmetica dei flussi relativi agli schemi di Lax-Friedrichs e di Lax-Wendroff.

Uno schema numerico può esser ritenuto affidabile quando sono garantite alcune proprietà, quali la monotonia²⁷ e naturalmente la stabilità.

Per i sistemi alle derivate parziali iperbolici risulta in genere necessario che sia soddisfatta la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy, che nel caso di interesse (i.e. $n = 2$ e maglie triangolari) può essere posta nel seguente modo:

$$\Delta t = \max_{\Omega} \{d_i / \|\vec{a}_i\|\} \cdot CFL \quad (3-83)$$

dove d_i rappresenta il diametro dell'incirchio della cella triangolare considerata, mentre a_i rappresenta la celerità assoluta di propagazione di una perturbazione reale dalla cella i -esima in un

²⁷ La monotonia è una proprietà molto importante in certi problemi. Si pensi ad esempio a quando sono presenti onde di shock, ma anche al caso di combustioni, dove una oscillazione troppo intensa potrebbe arrestare il processo.

certo istante. Infine CFL è detto numero di Courant, una quantità reale positiva che deve essere minore dell'unità²⁸.

Il significato di questa limitazione si può spiegare euristicamente notando che, per riprodurre correttamente il fenomeno fisico, è necessario che una qualsiasi variazione di un parametro (e.g. la quota della superficie libera o la densità di un fluido comprimibile) si diffonda su una cella limitrofa in un arco di tempo inferiore al passo temporale adottato nel calcolo.

Imponendo un numero di Courant molto piccolo, è possibile avere dei risultati più precisi e dettagliati; d'altra parte in questo modo cresce proporzionalmente anche il tempo necessario per ottenerli.

Per alcuni problemi il sistema di equazioni differenziali associato non può essere riscritto in una forma completamente conservativa. Si consideri il seguente caso:

$$\vec{\psi}_{,t} + \nabla \cdot \vec{f}(\vec{\psi}) + [B(\vec{\psi})] \cdot \nabla \vec{\psi} = \vec{R}(\vec{\psi}) \quad (3-84)$$

dove $[B(\vec{\psi})]$ ha naturalmente le stesse dimensioni di $[A(\vec{\psi})]$ (vedi equazione (3-64)).

Anche il sistema composto dalle equazioni differenziali ricavate nei paragrafi iniziali di questo capitolo (3-23, 3-44, 3-45, 3-58 e 3-59) è solo in parte conservativo.

Per poter trattare questo tipo di equazioni, all'interno del programma FV Shock è stata pertanto implementata una versione modificata del codice FORCE, che in pratica si riduce a quella originale quando $[B(\vec{\psi})] = 0$.

E' anche possibile aumentare la accuratezza della soluzione adottando degli schemi di ordine superiore (e.g. MUSCL), ma al costo di aumentare il tempo di calcolo.

Per una trattazione più accurata di questo argomento si rimanda a un articolo di Canestrelli, Fagherazzi e Lanzoni apparso nel 2012 in *Advances in Water Resources*.

²⁸ Per alcuni fra i casi più semplici è stato dimostrato matematicamente quale sia il numero di Courant massimo per avere sia monotonia che stabilità con lo schema numerico FORCE (Toro, 2009). In generale però il valore viene scelto in maniera empirica.

CAPITOLO 4: LA REOLOGIA DELLE COLATE

1. Generalità.

Il termine reologia (dal greco $\rho\epsilon\omicron$ "scorro" e $\lambda\omicron\gamma\omicron\sigma$ "discorso, teoria") è stato coniato negli anni venti del XX secolo da Eugene C. Bingham e Markus Reiner per individuare un campo emergente della fisica.

Secondo la definizione riportata nel Vocabolario della lingua italiana di Zingarelli (Zingarelli, 2003), la reologia è una "scienza che studia lo scorrimento e l'equilibrio della materia deformata per azione di forze esterne".

La reologia è di fatto un punto di incontro fra diverse discipline scientifiche; si occupa principalmente di misurare grandezze macroscopiche come le portate, le pressioni, le deformazioni, le forze o la temperatura, che d'altronde non sono altro che la manifestazione di ciò che avviene a una scala molto più piccola.

Se la scala di interesse è sufficientemente grande rispetto a quella caratteristica delle eterogeneità del *medium* (e.g. la dimensione delle molecole nel caso di acqua limpida oppure, per una mistura di acqua e sedimenti, il loro diametro), allora è possibile applicare i principi della meccanica del continuo.

Per descrivere il comportamento di un corpo quando è soggetto a un sistema di forze esterne agenti su di esso, di regola si fa riferimento a dei modelli (detti anche legami costitutivi) semplificati; i primi fra questi vennero ideati molti secoli prima della nascita ufficiale della reologia.

Nel 1678 lo scienziato inglese Robert Hooke propose di considerare la deformazione linearmente dipendente della tensione (dal motto latino *ut tensio sic vis*); oggi questo modello viene chiamato elastico lineare.

Il legame costitutivo si può scrivere nel seguente modo:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (4-1)$$

dove $[\sigma]$ è rappresenta il tensore della tensione, $[D]$ è la matrice di rigidità, mentre $[\varepsilon]$ rappresenta il tensore di deformazione.

I parametri che definiscono le proprietà del materiale sono:

il modulo di elasticità normale E , che lega le tensioni normali (σ_{ij} con $i = j$) con le corrispettive deformazioni (per i liquidi come l'acqua, generalmente poco inclini a modificare il proprio volume, E può assumere valori molto elevati, dell'ordine di 10^9 N/m²);

il modulo di elasticità tangenziale G , che mette in relazione le deformazioni angolari con le corrispettive tensioni tangenziali (i.e. le componenti extradiagonali del tensore degli sforzi);

il coefficiente di contrazione trasversale (o di Poisson) ν , un numero puro che lega le tensioni normali con le deformazioni avvenute nelle altre direzioni e che vale 0.5 se il materiale si deforma mantenendo costante il suo volume.

I tre parametri sono fra loro legati da questa relazione:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4-2)$$

per cui solo due di essi sono realmente indipendenti.

Questo tipo di legame costitutivo viene impiegato per descrivere il comportamento di alcuni corpi allo stato solido, mentre è in genere inadeguato per i fluidi, dato che la (4-1) prevede che le deformazioni siano completamente reversibili, dopo aver provveduto a rimuovere le forze che le hanno provocate.

Nel 1687 Sir Isaac Newton pubblicò il libro *Philosophiae naturalis principia mathematica*, nel quale in particolare era stato proposto il modello di fluido viscoso ideale:

“The resistance which arises from the lack of slipperiness (i.e. la viscosità, n.d.a.) originating in a fluid, other things being equal, is proportional to the velocity by which the parts of the fluid are being separated from each other”.

In termini matematici, facendo riferimento alla Figura 4-1, si può dunque scrivere:

$$\tau_{xy} = \mu v_{x,y} = \mu \gamma_{xy,t} \quad (4-3)$$

$$\gamma_{xy} = x_{,y} + y_{,x} = x_{,y} \quad (4-4)$$

dove v_x è la velocità in direzione x , μ rappresenta la viscosità dinamica del fluido e infine γ_{xy} indica una deformazione angolare nel piano $x - y$.

Per un fluido newtoniano e isotropo il tensore delle tensioni in un sistema tridimensionale di coordinate cartesiane può essere calcolato attraverso la relazione:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (4-5)$$

dove δ_{ij} rappresenta il simbolo di Kronecker (assume valore nullo se $i \neq j$ e unitario se $i = j$, mentre p indica la pressione del fluido).

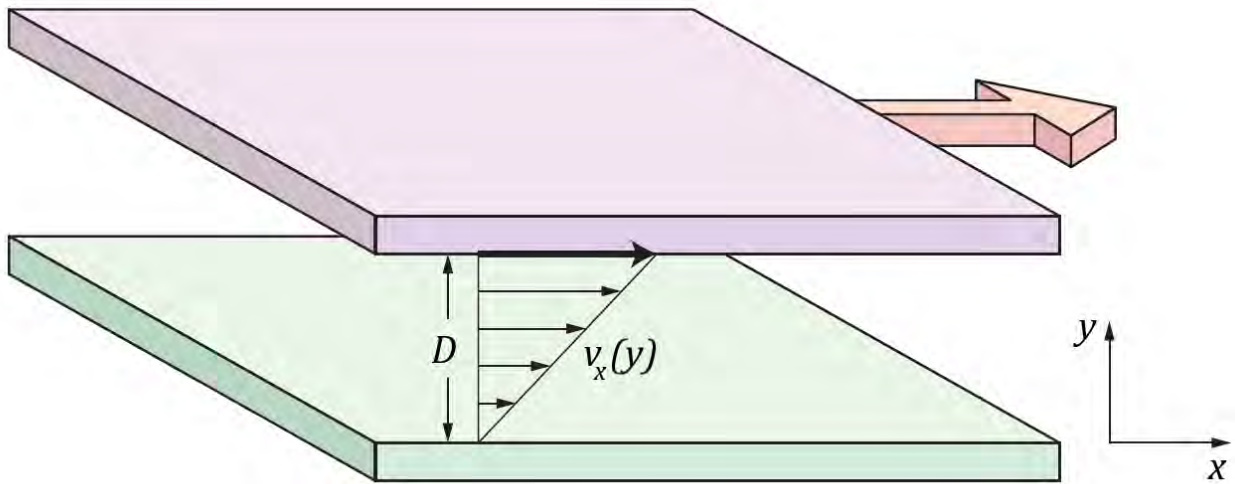


Figura 4-1: campo di velocità di un fluido viscoso newtoniano in campo laminare tra due superfici piane (da Treccani, 2008).

E' da notare che le deformazioni angolari in questo modello reologico sono irreversibili e che, mentre in un fluido ideale (i.e. $\mu = 0$) la tensione normale è uguale in tutte le direzioni (principio di Pascal), quando è presente la viscosità questo in generale non è più vero.

Se μ non dipende significativamente dal campo delle velocità e non varia nel tempo, il fluido può essere considerato newtoniano.

Nei liquidi il coefficiente di viscosità dinamico è legato soprattutto alla presenza delle forze di natura elettrica che si instaurano fra le molecole e che ostacolano la deformazione, per cui un aumento della temperatura causa un maggior grado di agitazione e dunque una riduzione della viscosità.

Nei gas invece un aumento della temperatura fa crescere la velocità con cui le molecole che lo costituiscono si scontrano, causando un aumento della viscosità²⁹.

I fluidi che non obbediscono alla relazione (4-3) sono detti non newtoniani; si tratta in genere di fluidi composti da molecole di grosse dimensioni o composti da più fasi.

Nel 1919 Bingham e Green introdussero un modello (oggi chiamato plastico o di Bingham) per cui è necessario superare una soglia limite della tensione per avviare un processo deformativo ancora di tipo newtoniano (Bingham & Green, 1919):

$$\tau_{xy} = \tau_0 + \mu\gamma_{xy,t} \quad (4-6)$$

Più in generale i fluidi non-newtoniani possono essere classificati in due categorie:

- ❖ fluidi pseudo-plastici, per i quali all'aumentare dell'entità della deformazione cala la resistenza;

²⁹ Mentre per l'acqua passando dai 0 ai 100 °C la viscosità dinamica si riduce di circa 6.3 volte, per l'aria a 1 atm si verifica un incremento di 2.3 volte.

❖ fluidi dilatanti, per i quali avviene l'opposto.

Una classica equazione valida per le due categorie di fluidi non-newtoniani appena presentate è quella proposta da Ostwald e da de Waele (de Waele, 1923; Ostwald, 1925):

$$\tau_{xy} = \Xi(\gamma_{xy,t})^{m-1} \gamma_{xy,t} \quad (4-7)$$

$$\mu_{app} = \Xi(\gamma_{xy,t})^{m-1} \quad (4-8)$$

dove Ξ e m nelle intenzioni dei due studiosi dovrebbero assumere valori pressappoco costanti per ogni fluido; in particolare, se $m < 1$ allora il fluido è pseudo-plastico, mentre se $m > 1$ è di tipo dilatante. μ_{app} viene detta viscosità (dinamica) apparente.

L'equazione di Ostwald-de Waele è molto diffusa a causa della sua semplicità, ma è bene precisare che descrive solo approssimativamente il comportamento di un fluido non-newtoniano; ad esempio, se $m < 1$, il modello prevede che μ_{app} tenda a zero al crescere della velocità con cui avviene la deformazione angolare, mentre i fluidi pseudo-plastici osservabili nella realtà esibiscono un valore minimo di viscosità apparente.

Se alla formula (4-3) viene aggiunta la tensione di soglia, si ottiene il modello di Herschel e Bulkley (Herschel & Bulkley, 1926):

$$\tau_{xy} = \tau_0 + \Xi(\gamma_{xy,t})^{m-1} \gamma_{xy,t} \quad (4-9)$$

Conviene poi segnalare che per certi materiali, come ad esempio i fanghi bentonitici o il calcestruzzo, è necessario considerare alcuni parametri del modello variabili nel tempo; in tal caso le precedenti equazioni possono rappresentare (se ancora valide) la configurazione finale di equilibrio meccanico del sistema.

Per una sostanza il cui comportamento dipende dal tempo si sono diffusi a partire dagli anni '30 del secolo scorso i termini tixotropia e anti-tixotropia.

Secondo la definizione IUPAC per tixotropia si intende (IUPAC, 2007):

“the continuous decrease of viscosity with time when flow is applied to a sample that has been previously at rest, and the subsequent recovery of viscosity when the flow is discontinued”.

In una sostanza anti-tixotropica avviene esattamente l'opposto, anche se a volte con il termine tixotropia si intende un generico cambiamento della viscosità nel tempo.

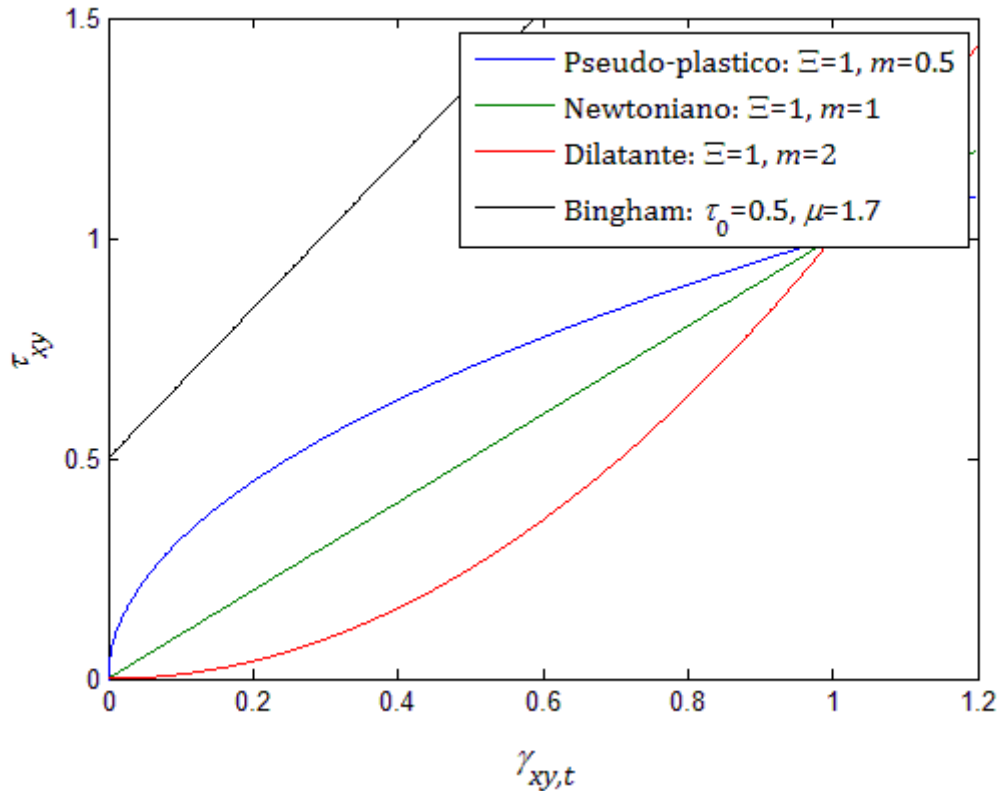


Figura 4-2: reogramma per alcuni legami costitutivi molto diffusi per descrivere il comportamento di fluidi complessi.

Esistono infine numerosi materiali che sono in possesso di caratteristiche intermedie tra quelle di un liquido e quelle di un solido, che vengono detti viscoelastici.

Il primo modello di questo genere fu proposto da J. C. Maxwell (Maxwell, 1867), per il quale in condizioni di deformazione costante lo sforzo si rilassa nel tempo ad una velocità che è proporzionale allo sforzo stesso.

Secondo questo modello la deformazione angolare complessiva è pari alla somma della deformazione elastica e viscosa (vedi Figura 4-3):

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy}^e + \gamma_{xy}^v \rightarrow \gamma_{xy,t} = \frac{\tau_{xy}^e}{\mu} + \frac{\tau_{xy,t}^v}{G} \quad (4-10)$$

mentre la tensione tangenziale viscosa è pari a quella elastica, per cui in definitiva si ottiene:

$$\gamma_{xy,t} = \frac{\tau_{xy}}{\mu} + \frac{\tau_{xy,t}}{G} \quad (4-11)$$

Risulta chiaro che se μ oppure G tende a infinito, si ottiene nuovamente la legge di Hooke o di Newton rispettivamente.

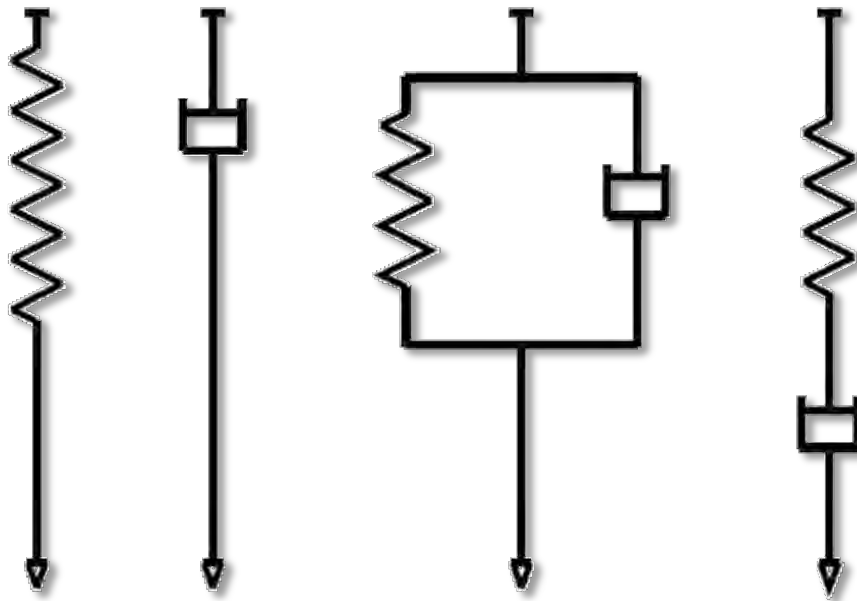


Figura 4-3: alcune rappresentazioni grafiche di modelli reologici elementari; a partire da sinistra: il modello di Hooke, di Newton, di Kelvin (o di Kelvin-Voigt) e di Maxwell (da Mainardi & Spada, 2011).

Come si può immaginare, esistono numerosi modelli viscoelastici, e fra questi i più elementari possono essere ottenuti combinando fra loro il modello reologico di Newton (tipicamente rappresentato da un pistone) e quello di Hooke (individuato da una molla a elica), così come illustrato in Figura 4-3.

I modelli viscoelastici sono impiegati per i materiali che esibiscono un comportamento intermedio tra quello di un liquido e quello di un solido, con delle deformazioni che vengono solo in parte recuperate quando si rimuove la forza che le ha generate.

I corpi reali possono comportarsi come un solido o come un liquido a seconda del valore assunto dal rapporto tra il tempo caratteristico del materiale T_m e quello che caratterizza il processo deformativo T_ε , che prende il nome di numero di Deborah (Reiner, 1964)³⁰:

$$De = T_m/T_\varepsilon \quad (4-12)$$

Quando la deformazione avviene in modo relativamente veloce (i.e. $De \rightarrow \infty$), il materiale può comportarsi come un solido elastico, mentre se avviene molto più lentamente (i.e. $De \rightarrow 0$) il comportamento risulta essere più simile a quello di un fluido viscoso.

Il nome di questo numero adimensionale deriva da un salmo della profetessa Debora riportato nella Bibbia:

“I monti si sciolsero davanti all'Eterno” (Giudici 5,5)

³⁰ Per il modello reologico di Maxwell il tempo caratteristico del materiale vale semplicemente μ/G .

Dalla definizione del numero di Deborah deriva infatti che, per carichi di applicazione molto lunghi, anche le montagne si “sciolgono”.

Si può facilmente comprendere perché il motto della Società di Reologia, fondata nel 1929 da vari scienziati (tra cui figuravano sia Bingham che Reiner, ma anche Wolfgang Ostwald e Ludwig Prandtl), sia *παντα ρει*, ovvero “tutto scorre”.

2. La reologia delle miscele di acqua e sedimenti a bassa concentrazione.

Le colate detritiche in genere consistono fondamentalmente in una miscela di acqua e sedimenti caratterizzata da un valore della concentrazione di questi ultimi relativamente elevato.

Conviene però introdurre l’argomento partendo dal caso in cui la concentrazione è molto piccola. Euristicamente si può affermare che, quando la concentrazione di particelle solide tende a zero, le caratteristiche della miscela dovrebbero avvicinarsi progressivamente a quelle dell’acqua limpida.

Le sue proprietà dipendono innanzitutto dalla dimensione dei grani che la compongono (vedi Tabella 4-1).

Quando il diametro è estremamente piccolo, comparabile a quello di una molecola d’acqua o anche di un atomo, risultano molto importanti le interazioni elettrostatiche e il risultato è un fluido omogeneo chiamato soluzione.

Se le dimensioni sono maggiori a circa un micrometro (i.e. nel caso delle sospensioni), divengono più importanti le forze idrodinamiche e di massa.

Nel campo intermedio (i.e. per le colloidali) il moto delle particelle è influenzato dall’agitazione termica delle molecole d’acqua (moto browniano)³¹.

Se la particella è di dimensioni superiori a quelle colloidali, in ogni istante le collisioni con le molecole del fluido circostante dovute al moto browniano sono numerose e hanno una distribuzione spaziale isotropa, per cui la risultante è nulla; al contrario, se è sufficientemente piccola, questi urti possono originare una spinta netta: la particella allora è soggetta a degli spostamenti molto rapidi e imprevedibili.

Questo significa che le sospensioni in quiete e composte da sedimenti con densità maggiore rispetto al fluido circostante tendono a diluire nel tempo a causa della sedimentazione, mentre nelle colloidali l’andamento della concentrazione lungo la verticale tende asintoticamente a una condizione di equilibrio (Coussot, 1997 pag. 20).

³¹ La realtà è un po’ più complicata: una miscela per cui la fase dispersa è composta da particelle minute e allo stesso tempo risulta immiscibile nella fase disperdente non è soluzione, bensì una emulsione (i.e. una forma di colloide).

Tabella 4-1: delle particelle solide in un liquido possono formare diverse forme di miscela.

d [m]	TIPO DI DISPERSIONE
$<10^{-9}$	Soluzione
$10^{-9} \div 10^{-6}$	Colloide (o disp. colloidale)
$>10^{-6}$	Sospensione

Anche la concentrazione dei sedimenti influenza alcune proprietà macroscopiche di una miscela, come ad esempio la viscosità.

Un fondamentale studio sull'argomento venne svolto da Albert Einstein per la sua tesi di dottorato nel 1905, in cui riuscì a dimostrare in maniera rigorosa che, se in un fluido newtoniano sono presenti delle particelle sferiche indeformabili della stessa densità (i.e. $\rho_s = \rho_f$) e non soggette a forze di natura elettrostatica, la viscosità cresce linearmente all'aumentare della concentrazione volumetrica nel seguente modo (Einstein, 1905)³²:

$$\mu = \mu_0(1 + 2.5c) \quad (4-13)$$

L'incremento della viscosità è dovuto alla deviazione delle linee di corrente provocata semplicemente dalla presenza delle particelle e alla condizione di aderenza del fluido sulla loro superficie.

Da una attento studio dell'equazione (4-13) si può riconoscere immediatamente un suo limite: all'aumentare della concentrazione volumetrica la viscosità cresce linearmente, ma quando si raggiunge la configurazione di massimo impaccamento c_{max} , la viscosità dovrebbe essere infinita (vedi Figura 4-4)³³.

³² In realtà la formula di Einstein del 1905 presentava un errore, essendo la concentrazione moltiplicata per 1 anziché per il fattore 2.5. Nel 1911 con una breve nota pubblicò il risultato corretto. La formula originale è di fatto valida solo nel caso in cui viene meno la condizione di aderenza del fluido sulla superficie delle particelle, che da sola contribuisce al 60% dell'aumento di viscosità. E' questo ad esempio il caso in cui siano presenti delle bolle di gas nel fluido (Mewis & Wagner, 2012 pag. 44).

³³ Il suo valore teorico è pari a $\pi/(3\sqrt{2}) \cong 0.74$ nel caso di sfere indeformabili disposte "a palle di cannone", ma può aumentare se le sfere hanno diametri diversificati.

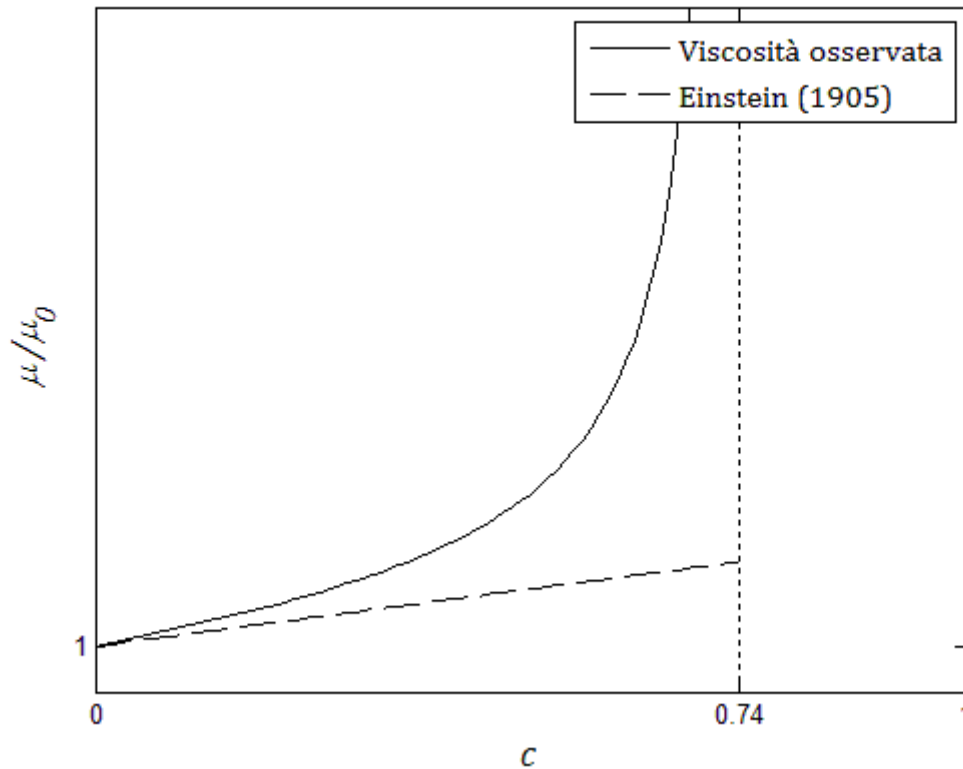


Figura 4-4: schema illustrante la dipendenza della viscosità della miscela dalla concentrazione volumetrica di sfere; se per elevate concentrazioni la sospensione non è newtoniana, si può immaginare che questo grafico sia stato ottenuto attraverso un taglio o una velocità di deformazione angolare costanti (modificato da Krieger, 1972).

La formula di Einstein è valida se la sospensione è molto diluita ($c < 0.05$, Mewis & Wagner, 2012 pag. 46), perché solo così il suo comportamento corrisponde alla somma degli effetti di ogni singola sfera: questo spiega la linearità della relazione tra viscosità e concentrazione.

A rigore, affinché il risultato ottenuto da Einstein sia valido, è inoltre necessario che il numero di Reynolds sia molto piccolo, in modo che l'inerzia del fluido e delle particelle sia trascurabile.

Si può notare che la (4-13) non è direttamente influenzata dal diametro delle particelle, quindi la relazione è valida sia per le dispersioni colloidali che per le sospensioni, nel caso in cui la sedimentazione risulti sufficientemente lenta; neppure la distribuzione granulometrica dei sedimenti è importante, purché la concentrazione rimanga piccola e spazialmente costante (Krieger, 1972 pag. 114).

Finché sono valide le precedenti ipotesi, si può scrivere la seguente equazione di stato, ottenibile anche attraverso una analisi dimensionale (Krieger, 1972):

$$\mu/\mu_0 = f(c) \quad (4-14)$$

Si può pensare allora di espandere in serie di Taylor la funzione f che, trascurando i termini di ordine superiore al terzo, diventa:

$$\mu/\mu_0 = a_0 + a_1c + a_2c^2 + a_3c^3 + o(c^3) \quad (4-15)$$

dove naturalmente $a_0 = 1$ e $a_1 = 2.5$.

George Keith Batchelor negli anni '70 del secolo scorso cercò di estendere la validità della formula di Einstein per concentrazioni maggiori. Riconobbe che, per $c > 0.05 \div 0.1$, una generica linea di corrente deviata da una sfera è apprezzabilmente influenzata dalla presenza di un'altra sfera vicina. L'effetto dipende perciò dalla interazione delle linee di corrente con le varie coppie di particelle (e non più con una sola), da cui consegue che l'effetto sulla viscosità deriva dal quadrato della concentrazione volumetrica.

Contrariamente ai parametri di ordine inferiore, il valore di a_2 dipende dal tipo di moto a cui è soggetta la miscela, perché questo influenza la distribuzione spaziale delle sfere, un fattore importante dal momento che la concentrazione non è più molto piccola.

Nel caso di sospensioni colloidali si può far affidamento al moto browniano, in grado di rendere casuale la posizione delle sfere in ogni istante; in questo caso, per una sollecitazione di taglio puro, Batchelor ottenne $a_2 = 6.2$.

In presenza di una sospensione, la traiettoria delle sfere è deterministica e dipende dalle condizioni iniziali, non essendo più influenzata apprezzabilmente dal moto browniano. In questo caso, il valore da assegnare alla costante a_2 non è facile da determinare analiticamente; in letteratura sono presenti diversi risultati a seconda delle ipotesi introdotte dai corrispondenti autori.

Le osservazioni in laboratorio hanno poi mostrato che, quando la sospensione è più concentrata, la viscosità dipende anche dalla distribuzione granulometrica.

In particolare, se ad esempio aumenta in proporzione la frazione fine, cala la viscosità; questo fenomeno si osserva anche se le particelle non hanno forma sferica, se sono di dimensione colloidale e perfino se il fluido non è newtoniano (Mewis & Wagner, 2012 pag. 39).

Il ricorso a termini di ordine sempre più elevato nell'equazione (4-15) non è più molto utile quando la concentrazione è maggiore di $0.1 \div 0.15$, e concentrazioni ancora maggiori comportano il graduale passaggio allo stato solido. In questo campo non esistono formule con fondamento teorico nemmeno nel caso di particelle di forma sferica.

Inoltre, se la miscela è composta da particelle sferiche tutte uguali, non può essere più usato il modello di Newton quando $c > 0.4 \div 0.45$ (Mewis & Wagner, 2012)³⁴; se la forma non è sferica o viene meno qualche altra ipotesi, questo mutamento avviene per valori assai minori della concentrazione.

³⁴ Infatti la velocità di deformazione tende ad allontanare la distribuzione spaziale delle particelle in sospensione da quella di equilibrio.

Esistono diverse formule di origine sperimentale per calcolare la viscosità di una sospensione (generalmente valide finché $c < 0.3 \div 0.4$), il cui utilizzo richiede in ogni caso qualche cautela, essendo affidabili solo nell'ambito in cui esse sono state ricavate.

Una formula abbastanza diffusa è quella di Dougherty e Krieger, ottenuta attraverso alcune considerazioni di carattere concettuale (Krieger & Dougherty, 1959):

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(1 - \frac{c}{c_{max}}\right)^{-a_1 c_{max}} \quad (4-16)$$

valida per dispersioni di sfere rigide, tutte della stessa dimensione e non soggette ad alcuna forza elettrostatica.

3. La reologia delle miscele di acqua e sedimenti ad alta concentrazione.

Quando la concentrazione cresce, le particelle iniziano a interagire direttamente fra di loro sempre più frequentemente.

In questo campo, contrariamente al caso delle miscele più diluite, le caratteristiche delle particelle (e.g. forma, composizione mineralogica, dimensioni, etc.) hanno una importanza molto maggiore.

Le particelle di argilla possiedono piccole dimensioni e hanno tipicamente una forma molto appiattita (vedi Figura 4-5), per cui le forze di superficie (in particolare quelle di natura elettrostatica) prevalgono su quelle di volume.

Da un punto di vista mineralogico le unità fondamentali sono costituite da tetraedri o da ottaedri, con al centro uno ione di silicio o di alluminio (o magnesio) rispettivamente.

L'unione di più unità fondamentali dà origine a uno strato, e più strati compongono una particella di argilla.

Le particelle di argilla presentano sulla superficie un eccesso di carica negativa, per cui attirano a sé le molecole d'acqua e i cationi in essa disciolti. Questa attrazione è controbilanciata dal moto browniano, per cui si forma il cosiddetto "doppio strato elettrico" (o anche *double-layer*), ovvero una regione comprendente la superficie delle particelle d'argilla e lo strato di cationi.

Il campo elettrico generato dal doppio strato tende a respingere fra loro le particelle di argilla e, quando questo effetto prevale, la dispersione viene detta stabile (Coussot, 1997 pag. 9).

Nel caso in cui la concentrazione di elettroliti nell'acqua è elevata, può essere ridotta sufficientemente l'azione repulsiva svolta dal doppio strato, per cui le particelle possono avvicinarsi e risentire dell'attrazione di London-van der Waals, che diventa sempre più forte tanto più ridotta è la distanza³⁵.

³⁵ Solo a una piccolissima distanza le forze di London-van der Waals cedono il passo alla repulsione tra le nuvole elettroniche (repulsione di Born).

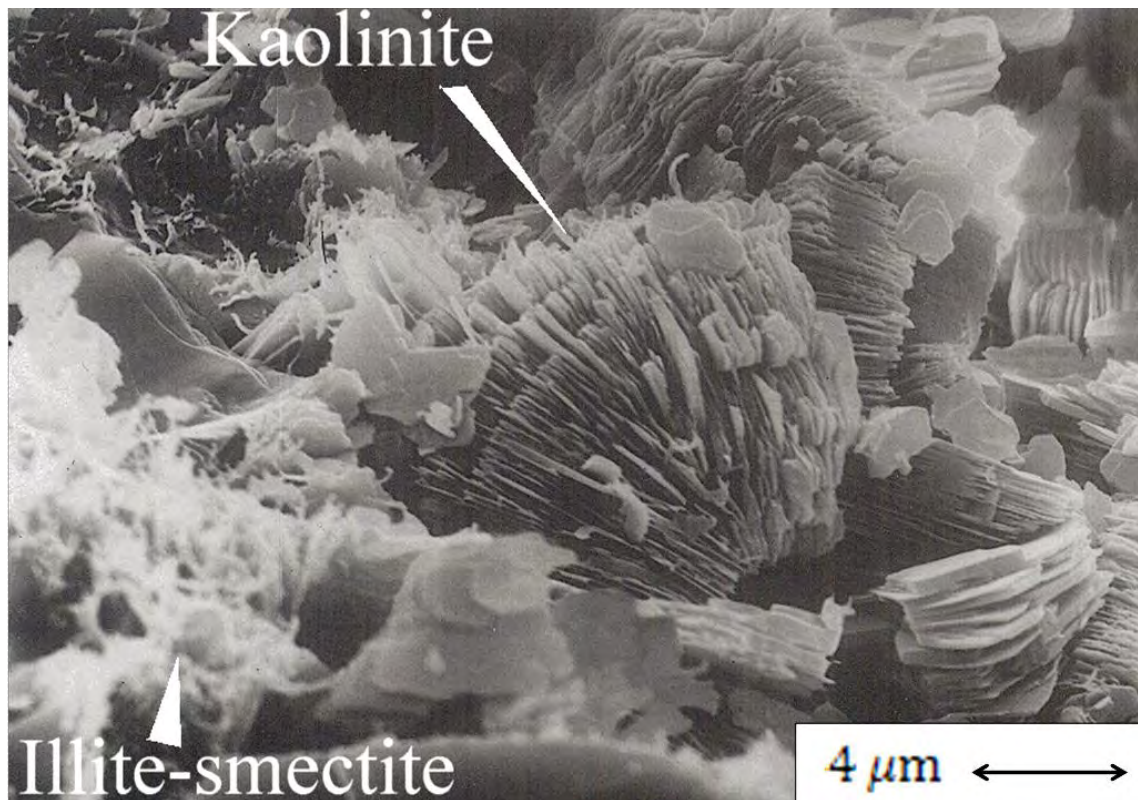


Figura 4-5: frammento di una roccia sedimentaria argillosa (i.e. argillite) osservato al microscopio elettronico, composto da minerali di caolinite e, in minor quantità, di illite e smectite (da Higley, et al., 1997).

Il processo, chiamato flocculazione, rallenta quando l'aggregato raggiunge le dimensioni di circa un millimetro, visto che le forze di London-van der Waals si indeboliscono rapidamente al crescere del raggio di azione.

Questo diverso comportamento delle particelle d'argilla in una miscela dipende anche dalle forze idrodinamiche, che quando sono sufficientemente intense possono dissociare le aggregazioni più grandi (cfr. Coussot, 1997 pag. 10).

Può essere infine interessante notare che, mentre una particella di argilla immersa in un mezzo newtoniano può non sedimentare, la velocità di sedimentazione degli aggregati che si formano tramite flocculazione è confrontabile a quella di una particella di sabbia.

La presenza di queste forze elettrochimiche tra le particelle colloidali diventa importante quando la loro concentrazione è elevata e il moto del fluido è abbastanza lento.

In questo stato le particelle di argilla sono obbligate a stare molto vicine, per cui si instaura una struttura di collegamenti fra di esse; dal punto di vista macroscopico questo comportamento porta alla nascita di una tensione di soglia (o *yield stress*). In analogia con la teoria della percolazione, le particelle possono formare dei *cluster* che, se la concentrazione cresce a sufficienza (i.e. $c > c_c$, dove c_c rappresenta una condizione critica), possono essere tutti collegati fra di loro.

Finché non agisce una forza esterna in grado di rompere questa struttura fra le particelle di argilla, la miscela si comporta fondamentalmente come un solido elastico, cioè non si osservano rilevanti scorrimenti^{36 37}.

Le miscele concentrate di acqua e argilla sono spesso tixotropiche, dato che la distruzione e ricostruzione della struttura di collegamenti fra le particelle non avviene istantaneamente.

Si osserva un comportamento diverso quando le particelle coinvolte sono di dimensioni maggiori a quelle colloidali, quindi nel caso in cui sia il moto browniano che le forze di natura elettrica possono essere trascurate.

Un primo effetto viene talvolta chiamato dilatanza (vedi §4.1), che consiste in un rapido aumento della viscosità dopo il raggiungimento di un certo valore della velocità di deformazione angolare. Questo fenomeno pare essere dovuto al passaggio da una struttura relativamente ordinata dei grani a una struttura più disordinata quando le tensioni diventano progressivamente sempre più grandi. Come è stato spiegato da R. A. Bagnold (Bagnold, 1954), la dilatanza delle miscele è il risultato dello scontro fra i grani. Questi urti diventano frequenti solo quando le concentrazioni sono abbastanza elevate, visto che il fluido interstiziale tende generalmente ad impedire un eccessivo avvicinamento dei grani (cfr. Coussot, 1997 pag. 51).

Se la concentrazione è vicina a quella di massimo impaccamento, le particelle sono invece costrette a rimanere fra loro in contatto, formando una struttura che ne impedisce il movimento. Come visto per le dispersioni di argilla, anche in questo caso è necessaria una forza esterna per rompere temporaneamente questa struttura e rimettere la miscela in moto.

I risultati sperimentali sembrano suggerire che nelle sospensioni la tensione di soglia inizia a manifestarsi quando la concentrazione volumetrica è maggiore del 50% circa. Come prima, questo può essere spiegato attraverso la teoria della percolazione, per cui il precedente valore può essere considerato come un valore critico della concentrazione.

Bisogna precisare che le miscele di acqua e sedimenti grossolani non possiedono una vera tensione di soglia (Coussot, 1997 pag. 54), nel senso che essa non si può ripristinare dopo la cessazione del moto. In questi casi, infatti, il moto browniano non è in grado di influenzare in maniera significativa la distribuzione spaziale delle particelle, che dunque dipende dalle condizioni raggiunte poco prima dell'arresto (a meno che non ci sia stato un qualche tipo di migrazione, come ad esempio quello provocato dalla sedimentazione).

³⁶ Occorre tuttavia un tempo di osservazione adeguato per stabilirlo con precisione.

³⁷ Un modo relativamente semplice per misurare la tensione di soglia τ_0 di un fluido omogeneo è lo *slump test*, applicato comunemente per valutare la lavorabilità del calcestruzzo fresco (dove però si usa un tronco di cono). Il metodo consiste nell'immettere la miscela in un cilindro per poi sollevarlo; la tensione di soglia è pari a $\rho g X/2$, dove X è la distanza (a partire dalla sommità) oltre la quale il materiale non è più indeformato.

In conclusione si può dunque affermare che sia le dispersioni colloidali di argilla che le sospensioni possono manifestare una tensione di soglia ma, rispetto al primo caso, nel secondo è necessaria una concentrazione volumetrica assai più elevata; in entrambi i casi però la tensione di soglia cresce esponenzialmente con la concentrazione e tende all'infinito quando quest'ultima tende a quella di massimo impaccamento, un comportamento simile a quello della viscosità (vedi §4.2).

Un miscuglio di acqua e sedimenti con un modesto contenuto di argilla e soggetto a una bassa velocità di deformazione può pertanto essere ancora considerato newtoniano fino a concentrazioni relativamente elevate (intorno a 0.5), quando diventano significative le tensioni trasmesse dall'attrito e dagli urti fra le particelle (Pierson & Costa, 1987).

Per i miscugli eterogenei, composti cioè da sedimenti con diverse dimensioni, può essere utile valutare la tensione di soglia con la formula di Coulomb corretta attraverso la teoria delle tensioni efficaci di Karl Terzaghi, che si è dimostrata valida anche quando le deformazioni sono ampie e avvengono in maniera moderatamente rapida (Iverson & Denlinger, 2001):

$$\tau_0 = \tau_c + (\sigma - p) \tan \varphi \quad (4-17)$$

dove τ_c rappresenta il contributo dovuto alla frazione solida più fine, σ è la tensione normale che viene scambiata vicendevolmente dalle particelle, p è la pressione del fluido interstiziale e infine φ è l'angolo di attrito fra i grani. L'equazione richiede di considerare il fluido bifase, cioè di analizzare separatamente il comportamento della fase fluida e di quella solida. Presuppone, inoltre, che prevalgano le azioni statiche dovute al contatto prolungato tra i grani.

Mentre il primo termine è trascurabile se scarseggia il materiale coesivo, il secondo è praticamente sempre nullo finché le concentrazioni non sono sufficientemente alte.

I numerosi studi sull'argomento hanno mostrato che il valore della tensione di soglia, oltre a crescere quando la concentrazione di particelle coesive aumenta, dipende sia dalle proprietà fisiche e mineralogiche dei grani che dal metodo di misurazione, per cui è spesso complicato fare dei confronti fra i risultati ottenuti da diversi gruppi di ricerca.

Risulta inoltre difficile nelle prove reometriche misurare tensioni inferiori a circa 0.1 Pa, per cui solitamente la tensione di soglia viene considerata nulla quando essa non supera tale valore (Coussot, 1997 pag. 94).

E' interessante notare che per le sospensioni molto concentrate (in genere con $c > 0.5$), aumentando le tensioni tangenziali, appena viene superata la tensione di soglia il moto poi può essere mantenuto applicando delle tensioni anche minori. Tale comportamento può essere spiegato tenendo conto che, quando il fluido viene messo in moto, cambia la configurazione spaziale dei grani; finché le forze inerziali sono piccole (i.e. la velocità di deformazione angolare è piccola, se la miscela è soggetta a taglio puro), gli urti sono poco frequenti e i contatti fra le particelle sono per lo più lubrificati dal liquido interstiziale (Figura 4-6-a).

In un reogramma questa proprietà viene rappresentata da un minimo nella curva per valori di $\dot{\gamma}$ sufficientemente piccoli (Figura 4-6-b); è evidente che in questi casi risulta problematico calcolare la vera tensione di soglia della miscela, soprattutto se per interpretare i dati si utilizza un modello di Bingham.

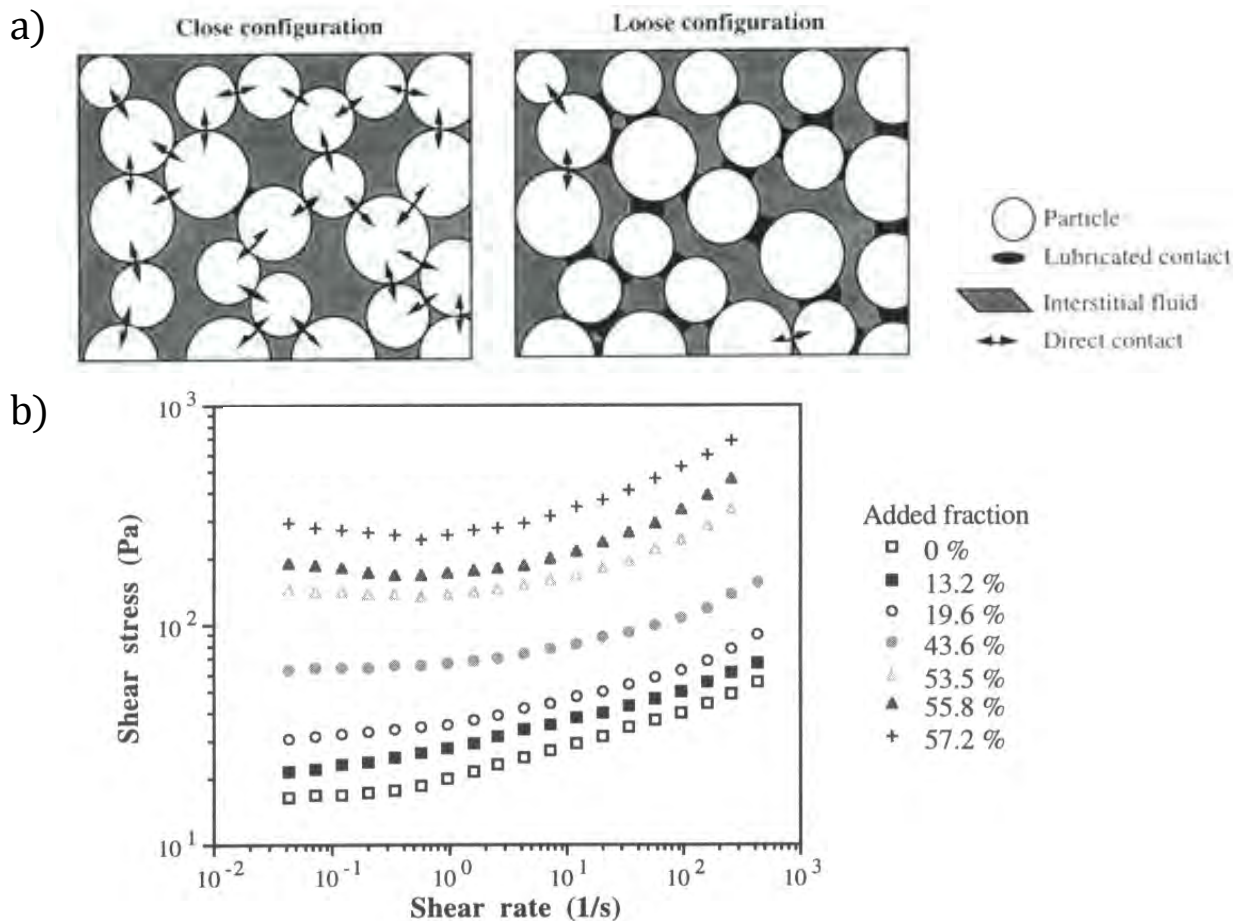


Figura 4-6: una miscela ad alte concentrazioni di sedimenti grossolani può esibire un comportamento anomalo alle basse velocità di deformazione, visto che, a parità di concentrazione, i grani possono assumere due diverse configurazioni spaziali (a); in (b) è presentato il reogramma logaritmico relativo a una dispersione di acqua e caolinite al 20.4% e con una concentrazione variabile di grani in polistirene con $d = 0.1 \div 0.2$ mm (da Coussot, 1997).

Anche alcuni test svolti su particolari miscele di argilla hanno in passato evidenziato un comportamento analogo, ma darne una spiegazione fisica appare in questo caso più difficile.

La corrispondenza di questo minimo a delle reali caratteristiche delle miscele è attualmente ancora dibattuta, visto che, soprattutto quando la concentrazione è molto elevata, possono insorgere alcuni problemi nelle misurazioni³⁸.

Sebbene in passato siano stati condotti delle prove reometriche su campioni prelevati da colate di detriti (e.g. Major & Pierson, 1992), quasi sempre queste hanno riguardato sedimenti con diametro inferiore al centesimo di metro. Il motivo è che, per poter garantire le usuali ipotesi di continuità, la dimensione minima richiesta ai reometri impiegati è proporzionale al massimo diametro presente nella miscela.

4. L'esperimento di Bagnold (1954).

Nello studio delle miscele concentrate di acqua e sedimenti grossolani, cioè la composizione tipo per la maggior parte delle colate di detriti, rivestono una particolare importanza alcuni dei risultati ottenuti da Ralph Alger Bagnold e pubblicati a partire dal 1954.

Prima di tutto, egli notò che, per queste miscele, già per $c > 0.09$ circa³⁹, le interazioni tra le particelle dovrebbero incominciare a diventare importanti, mentre per concentrazioni maggiori, vicine a quelle di massimo impaccamento, diventa misurabile la tensione di soglia (Bagnold, 1956).

L'apparato sperimentale da lui adottato consisteva in una cella composta da due cilindri coassiali (vedi Figura 4-7), nella cui intercapedine era aggiunta una miscela composta da un fluido newtoniano e da sfere di paraffina del diametro di 0.132 cm. Le particelle avevano una densità praticamente uguale a quella del liquido nel quale erano immerse, in modo da impedire la sedimentazione e affinché l'accelerazione radiale non le facesse accumulare su una faccia dei cilindri; in questo modo è stato possibile ritenere la loro concentrazione costante nel tempo e nello spazio.

Mettendo in movimento il cilindro più esterno, Bagnold misurò il momento torcente e la pressione in corrispondenza del cilindro interno, facendo variare opportunamente la concentrazione della miscela (tra 0.13 e 0.62 circa), la velocità di rotazione e la viscosità del fluido intergranulare μ_0 (usando acqua o una miscela di acqua, glicerina e alcool).

³⁸ Tra gli inconvenienti più comuni che possono verificarsi durante una prova reometrica si citano i seguenti: lo scivolamento lungo le pareti (o *wall slip*), la presenza di porzioni di fluido pressoché indeformate a causa della presenza di una tensione di soglia, la frattura (i.e. si verificano nella miscela delle discontinuità del campo delle velocità), l'evaporazione e infine la migrazione delle particelle, la quale causa una distribuzione eterogenea irreversibile delle particelle ed è dovuta alle forze inerziali e/o a un taglio non omogeneo. In certi casi possono anche verificarsi delle correnti secondarie. Ulteriori informazioni sui reometri più comuni possono essere trovate nel libro *Mudflow rheology and dynamics* di Philippe Coussot del 1997.

³⁹ A tale valore corrisponde una distanza media tra le particelle circa uguale al loro diametro. Utilizzando un parametro introdotto poco più avanti in questo paragrafo, per questo livello di concentrazione $\lambda \sim 1$.

Per evitare il problema dello scivolamento dei grani sulle pareti (*wall slip*), le prove sono state eseguite cambiando il rivestimento dei cilindri.

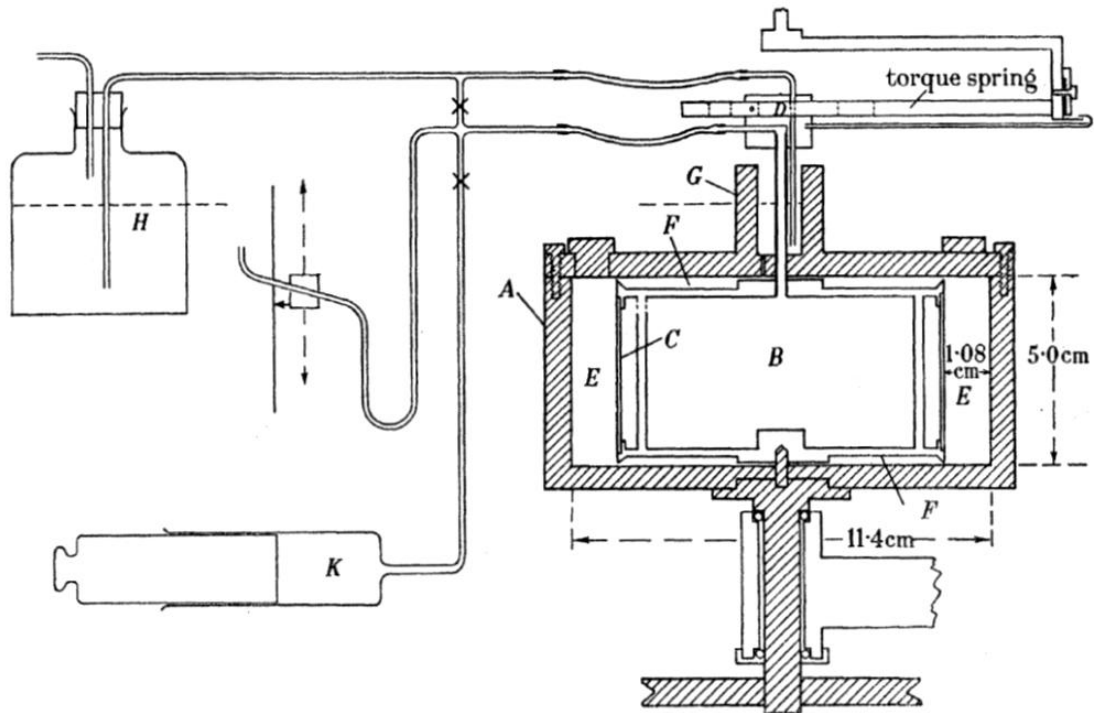


Figura 4-7: schema dell'apparecchio utilizzato da Bagnold nei suoi esperimenti; l'intercapedine fra i due cilindri, indicata con la lettera E, era larga 1.08 cm e alta 5 cm (da Bagnold, 1954).

Nella sua analisi Bagnold ritenne conveniente introdurre il parametro λ , da lui chiamato concentrazione lineare:

$$\lambda = \left[\left(\frac{c_{max}}{c} \right)^{1/3} - 1 \right]^{-1} \quad (4-18)$$

In pratica λ rappresenta il rapporto fra il diametro delle particelle e la distanza libera media tra di esse a una data concentrazione; questo significa che se $c \rightarrow c_{max}$ si ottiene $\lambda \rightarrow +\infty$, mentre quando $c \rightarrow 0$ la concentrazione lineare tende a zero.

Sperimentalmente poi osservò che la miscela si poteva comportare (dal punto di vista macroscopico) in due maniere completamente diverse, a seconda della velocità di rotazione impressa al cilindro esterno e anche della concentrazione: quando la concentrazione e soprattutto la velocità sono elevate, il comportamento fu denominato "grano-inerziale", mentre nel caso opposto "macro-viscoso".

Per ottenere una semplice soluzione analitica, Bagnold considerò il caso in cui la miscela omogenea di acqua e particelle di paraffina si muove tra due piani paralleli.

Grazie ad alcune semplificazioni (tra cui quella per cui il fluido e le particelle si muovono all'incirca alla stessa velocità), per il campo grano-inerziale Bagnold ottenne che l'effetto dovuto agli urti fra

grani appartenenti a due strati adiacenti provoca una sollecitazione media inclinata di un certo angolo α che, se proiettata in direzione normale, vale⁴⁰:

$$\frac{F_y}{A} = p_s = a\rho_s \lambda f_1(\lambda) d^2 (v_{y,y})^2 \cos \alpha \quad (4-19)$$

dove a , α e $f_1(\lambda)$, una funzione di λ , sono da determinare sperimentalmente; Bagnold chiamò p_s pressione dispersiva. La densità di una particella è indicata con ρ_s .

Proiettando nell'altra direzione si ottiene invece la tensione di taglio media:

$$\frac{F_x}{A} = \tau_s = p_s \tan \alpha \quad (4-20)$$

Questa tensione va sommata a quella assorbita dal fluido, indicata con τ_f , per ottenere il valore complessivo fornito al sistema per sostenere il movimento:

$$\tau_{tot} = \tau_s + \tau_f \quad (4-21)$$

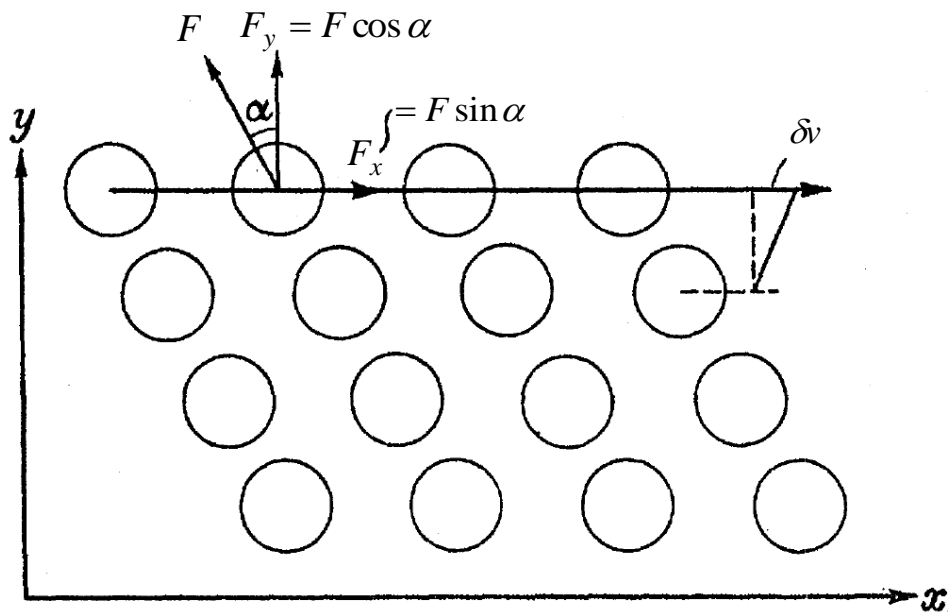


Figura 4-8: schema bidimensionale di un possibile posizionamento preferenziale delle particelle in grado di produrre una pressione dispersiva proporzionale al taglio in un fluido viscoso (modificato da Bagnold,1954).

Per il caso macro-viscoso Bagnold, attraverso qualche ipotesi semplificativa, riuscì ad esprimere il taglio medio totale nel seguente modo:

$$\tau_{tot} = \mu_0(1 + \lambda) \left(1 + \frac{f_2(\lambda)}{2}\right) v_{y,y} \quad (4-22)$$

Si nota che, per $\lambda \rightarrow 0$, la precedente equazione si trasforma nella (4-3), valida per i fluidi newtoniani.

⁴⁰ Gli urti sono considerati il frutto di oscillazioni casuali delle particelle, in modo che la concentrazione media della miscela rimanga mediamente costante nel tempo e nello spazio (ipotesi di omogeneità). Questa casualità però potrebbe generare anche delle sollecitazioni in altre direzioni, che Bagnold scelse di trascurare perché indeterminate.

Il campo fu denominato macro-viscoso perché, sebbene il moto complessivo della miscela non sia realmente laminare, la tensione tangenziale è direttamente proporzionale al gradiente della velocità.

Sperimentalmente (con $\lambda < 12$, i.e. $c < 0.58$ circa) furono poi determinati i parametri incogniti:

- ❖ per il campo inerziale (i.e. quando le collisioni fra i grani sono frequenti ed intense):

$$f_1(\lambda) \sim \lambda; \quad \tan \alpha \sim 0.32; \quad a \sim 0.042 \quad (4-23)$$

- ❖ nel campo macro-viscoso:

$$f_2(\lambda) \sim \lambda; \quad \tan \alpha \sim 0.75 \quad (4-24)$$

dove qui però $\tan \alpha$ è il rapporto tra la pressione dispersiva e il taglio totale (Bagnold, 1954 pag. 60). Si precisa che in presenza di concentrazioni elevate il fluido gioca un ruolo quasi secondario, per cui τ_{tot} non è molto più grande di τ_s .

Come ebbe modo di sostenere molto più tardi Bagnold, un aspetto importante di questi risultati è che l'angolo di attrito α tra le particelle disperse in una miscela al variare della concentrazione e della velocità di rotazione, è mediamente molto simile all'angolo di attrito φ , relativo a un terreno composto dallo stesso materiale (Bagnold, 1990).

Nel campo macro-viscoso, è stata ricavata la seguente relazione semi-empirica per la parte di taglio trasmessa alla fase solida e valida per $\lambda > 2.5$ (i.e. $c > 0.27$ circa):

$$\tau_s \sim 2.25 \mu_0 \lambda^{3/2} v_y \quad (4-25)$$

Per distinguere la zona grano-inerziale da quella macro-viscosa, Bagnold introdusse un nuovo parametro adimensionale (attualmente chiamato in suo onore numero di Bagnold), che rappresenta il rapporto fra le forze inerziali e quelle viscosi (in pratica la 4-18 rapportata alla 4-24):

$$Ba = \frac{\rho_s \lambda^2 d^2 (v_y)^2}{\mu_0 \lambda^{3/2} v_y} = \frac{\rho_s \lambda^{1/2} d^2 v_y}{\mu_0} \quad (4-26)$$

Quando $Ba > 450$ il moto avviene nel campo grano-inerziale, mentre quando $Ba < 40$ la miscela si trova nel campo macro-viscoso.

Nel regime grano-inerziale la pressione dispersiva è proporzionale al quadrato del diametro dei sedimenti, per cui può essere in grado di trascinare i massi più grandi verso le zone in cui la deformazione a taglio è minore. Questo effetto spiegherebbe l'affioramento di grandi massi osservato nei depositi di molte colate detritiche (gradazione inversa).

La questione non è stata però completamente risolta, visto che ad esempio Suwa (Suwa, 1988), sulla base di alcune osservazioni compiute sul monte giapponese Yakedake, ha affermato che le rocce presenti sul fronte sono troppo grandi affinché una pressione dispersiva sia in grado di

sollevarli, e che i massi di dimensioni maggiori avanzerebbero più rapidamente perché le forze di massa sono proporzionali a d^3 , mentre quelle di resistenza a d^2 (cfr. Takahashi, 1991 pag. 109)⁴¹.

Nonostante i notevoli progressi conseguiti dalla ricerca negli ultimi cinquanta anni nell'ambito delle miscele concentrate abbiano talvolta messo in luce l'infondatezza di alcune vecchie teorie, i risultati di Bagnold sono considerati ancora oggi importanti, dato che numerosi studi successivi hanno in sostanza confermato la presenza di due diversi comportamenti delle miscele concentrate, mentre appare difficile che in futuro vengano messi in discussione concetti come la pressione dispersiva.

L'applicazione di quanto appena visto a delle situazioni reali risulta però assai problematica; si ricordi ad esempio che nell'esperimento condotto $\rho_s \sim \rho_f$ e che i grani avevano tutte le stesse dimensioni, per cui l'applicazione di questi risultati alle colate detritiche reali presenta qualche difficoltà.

Inoltre, quando il gradiente di velocità è estremamente basso e la miscela è abbastanza concentrata, il comportamento risulta fortemente influenzato dall'attrito fra i grani, quindi è abbastanza diverso da quello che Bagnold chiamò macro-viscoso. Questo tipo di moto è stato chiamato quasi-statico (Savage & Sayed, 1984).

Si deve poi tener conto che recentemente sono stati analizzati nuovamente gli esperimenti di Bagnold ed è emerso che la cella in cui era confinata la miscela aveva un rapporto altezza-base troppo basso (pari a 4.63 circa); gli effetti al contorno devono essere stati pertanto rilevanti, soprattutto quando la velocità di rotazione del cilindro esterno era elevata, e hanno quasi certamente causato la formazione di moti secondari (Hunt, et al., 2002).

5. Alcune considerazioni aggiuntive.

Il comportamento di un fluido reale (anche non newtoniano) dipende in larga misura anche dal rapporto fra le forze inerziali e viscosi, cioè dal numero di Reynolds. Purtroppo il calcolo di questo importante parametro risulta molto difficile nel caso di miscele di acqua e sedimenti, visto che alcune proprietà come la viscosità e la tensione di soglia in generale possono variare sensibilmente sia con il trascorrere del tempo sia spazialmente (e.g. se la concentrazione o il gradiente della velocità non sono omogenei nel campo di moto).

E' anche difficile determinare la soglia oltre la quale avviene il cambiamento delle proprietà della corrente, visto che dipende sia dalle proprietà fisiche del fluido, sia dalle caratteristiche del campo di moto. Si può solamente asserire che, nel caso di fluidi non newtoniani (specialmente se dotati di

⁴¹ La gradazione inversa potrebbe in alternativa essere spiegata supponendo che, durante il moto, le particelle più piccole vanno a riempire i piccoli spazi che si aprono continuamente, mentre quelle più grandi, non potendo fare altrettanto, sono inevitabilmente destinate a sollevarsi (Middleton, 1970). E' comunque possibile che il fenomeno sia il risultato di più processi (Iverson, 1997).

una tensione di soglia), il numero di Reynolds critico che segna il passaggio da uno stato laminare a turbolento tende ad assumere valori maggiori rispetto a quelli relativi ai fluidi newtoniani (cfr. Coussot, 1997 a pag 63).

Il moto turbolento di un fluido non newtoniano è solo qualitativamente analogo a quello di uno newtoniano, ma purtroppo sono ancora relativamente poche le indagini teoriche e sperimentali al riguardo.

E' comunque interessante notare che, quando $\tau_0 \neq 0$, se il moto è turbolento non è permessa la formazione o il mantenimento di vere e proprie regioni indeformate a causa del forte grado di agitazione interna del fluido (cfr. P. Coussot, 1997 a pag. 153).

Nel caso in cui le forze inerziali sono dominanti, possono essere individuati due tipi di effetti (Batchelor, 1970):

- ❖ la turbolenza macroscopica, relativa alla miscela intesa come fluido omogeneo;
- ❖ la turbolenza del fluido interstiziale e il moto caotico dei grani (con le conseguenti collisioni, quando la concentrazione e il gradiente della velocità sono elevati).

Le osservazioni compiute in campo e in laboratorio hanno mostrato che una miscela può apparire globalmente in moto laminare anche quando a livello microscopico le forze inerziali sono dominanti.

Finché il moto risulta macroscopicamente regolare, è ancora possibile applicare le leggi reologiche viste in precedenza; in caso contrario, si possono formare delle strutture (vortici e correnti secondarie) che influenzano profondamente il moto e che dipendono dalle condizioni al contorno.

Da ciò deriva che non esiste (ad oggi) una espressione per il legame costitutivo di validità generale per i moti turbolenti (cfr. Coussot, 1997 pag. 56).

Queste difficoltà spingono spesso a mantenere invariate le leggi reologiche impiegate nei modelli numerici durante una singola simulazione. Nel caso specifico dei moti a superficie libera, se il fluido è considerato newtoniano si utilizza un modello valido per i moti turbolenti (visto che sono di gran lunga i più comuni), mentre di solito si considera il moto dominato esclusivamente dalla viscosità se si impiega ad esempio il modello di Bingham (Rickenmann, 1999).

6. Alcuni modelli comunemente applicati alle colate di detriti.

Per poter simulare la propagazione delle colate di detriti, una grande quantità di modelli sono stati proposti.

Nei casi in cui la concentrazione di terreno a grana fine è prevalente rispetto alla frazione più grossolana e il gradiente della velocità non è molto elevato, è stato a volte utilizzato il modello di Bingham⁴².

Nella Tabella 4-2 si può vedere che in una miscela composta da sedimenti dall'ampio spettro granulometrico possono presentarsi delle anomalie nella legge di variazione della viscosità dinamica con la concentrazione.

Tabella 4-2: relazioni empiriche per la tensione di soglia e la viscosità ottenute attraverso prove reometriche sul materiale proveniente dal deposito di un *debris flow* ($d \leq 2$ mm, concentrazione compresa fra 0.44 e 0.66) e facendo variare il gradiente della velocità da 5 a circa 50 s⁻¹; i dati sono stati interpolati utilizzando il modello di Bingham (da Major & Pierson, 1992).

RAPPORTO DI LIMO E ARGILLA SULLA SABBIA	$\tau_0 = \alpha_1 e^{\beta_1 c}$ [Pa]		$\mu = \alpha_2 e^{\beta_2 c}$ [Pa·s]	
	α_1	β_1	α_2	β_2
∞:1	3.08·10 ⁻⁵	29.38	1.61·10 ⁻¹⁰	46.05
11:1	3.79·10 ⁻⁶	33.07	6.76·10 ⁻¹⁷	73.54
5.5:1	5.09·10 ⁻¹²	58.09	1.91·10 ¹¹	-51.47
3.5:1	8.01·10 ⁻⁵	25.57	2.84·10 ⁸	-36.96
2:1	9.58·10 ⁻⁸	36.49	4.52·10 ⁻²¹	83.10
1:1	4.62·10 ⁻⁸	37.02	7.52·10 ⁻²³	88.32
1:4.5	1.20·10 ⁻⁸	36.72	1.78·10 ⁻²⁷	97.43

Numerosi studi (cfr. Coussot, 1997) hanno messo in evidenza che il modello di Herschel-Bulkley è da preferire a quello di Bingham, visto che si è dimostrato in grado di interpretare correttamente i dati sperimentali fino a gradienti di velocità prossimi a 0.01 s⁻¹; con questo modello τ_0 è dunque praticamente coincidente con la vera tensione di soglia del materiale.

Il modello di Herschel-Bulkley ha una minore attinenza con il comportamento reale di una miscela quando la concentrazione diventa elevata (circa maggiore di 0.4÷0.5), dato che nel reogramma si può osservare in questi casi un tratto decrescente seguito da uno crescente.

Nel caso delle colate di detriti, le forze inerziali sono di solito preponderanti per la maggior parte del tempo. Per questo motivo Takahashi ha proposto di utilizzare il modello di Bagnold nel campo grano-inerziale (*stony debris flow*), ovvero quando le tensioni vengono quasi completamente

⁴² Major e Pierson, attraverso delle prove condotte su miscele eterogenee ($d \leq 2$ mm) con un apparato composto da due cilindri coassiali (intercapedine di 31 mm), sono giunti alla conclusione che il modello di Bingham è applicabile finché $\gamma_{ij} > 5$ s⁻¹. Al di sotto di questo limite e/o per concentrazioni di sabbia superiori a 0.2 (comunque per velocità di rotazione non molto elevate) il comportamento reale è diverso (Major & Pierson, 1992).

assorbite dalla fase solida (con grani di dimensioni prevalentemente maggiori o uguali a quelle tipiche della sabbia) e scambiate fra le particelle attraverso gli urti.

Il bilancio della quantità di moto in direzione longitudinale di una corrente in moto uniforme in un canale prismatico molto largo e di inclinazione θ porge:

$$a\rho_s\lambda^2d^2(v_z)^2 \sin \alpha = g \sin \theta \int_z^D \rho dz \quad (4-27)$$

Considerando la concentrazione costante lungo la verticale⁴³ e imponendo che al fondo ($z = 0$) la velocità si annulla, si ottiene la velocità media per una sezione trasversale (Takahashi, 1978)⁴⁴:

$$V = \frac{2}{5d} \left\{ \frac{\rho g \sin \theta}{a\rho_s\lambda^2 \sin \alpha} \right\}^{1/2} D^{3/2} \quad (4-28)$$

dove il valore di α può, secondo Takahashi, essere sostituito dall'angolo di attrito interno φ .

Ricordando che il moto è considerato uniforme e ipotizzando che la pendenza del fondo sia piccola (i.e. $\sin \theta \sim \tan \theta = j$, dove j è la pendenza della linea dell'energia (o cadente piezometrica) nella direzione del moto), si può così adimensionalizzare la precedente equazione:

$$\frac{V}{v_*} = \frac{2\sqrt{\rho}}{5d\lambda\sqrt{a\rho_s \sin \alpha}} D \quad (4-29)$$

dove ρ è la densità della miscela, mentre v_* viene chiamata velocità di attrito e vale:

$$v_* = \sqrt{\tau_b/\rho} = \sqrt{gD \tan \theta} \quad (4-30)$$

Tenuto poi conto che la formula di Chezy, normalmente utilizzata nello studio dei fiumi, può essere scritta nel seguente modo:

$$V/v_* = \chi/\sqrt{g} \quad (4-31)$$

si ottiene:

$$V = \chi\sqrt{Dj} \quad (4-32)$$

$$\chi = \sqrt{g} \frac{2\sqrt{\rho/\rho_s}}{5d\lambda\sqrt{a \sin \alpha}} D \quad (4-33)$$

Questa formula sembra essere in grado di interpretare bene i dati sperimentali ma, quando il letto è erodibile, il valore di a si è rivelato più grande rispetto a quello previsto da Bagnold, ed è in genere molto variabile. Secondo Takahashi tale parametro è molto influenzato dal grado di saturazione del terreno.

Takahashi ha in passato ricavato una equazione anche nel caso di una colata di fango, dove la turbolenza della miscela è importante almeno tanto quanto gli urti fra i grani.

Il bilancio della quantità di moto può allora essere scritto nel seguente modo (Prandtl, 1925; Bagnold, 1954):

⁴³ Per Takahashi questa ipotesi può considerarsi soddisfatta quando la concentrazione è maggiore a circa 0.2; in caso contrario, i sedimenti si muovono prevalentemente sul fondo e si ha un *debris flow* immaturo. Se il grado di turbolenza della miscela è molto alto e il materiale trasportato sufficientemente minuto, allora la concentrazione potrebbe considerarsi ancora approssimativamente costante lungo la verticale; Takahashi per questo caso ha utilizzato la denominazione *debris flow* turbolento.

⁴⁴ Nel caso in cui la colata è composta da sedimenti di dimensioni molto differenti fra loro, d e λ sono riferiti alla frazione grossolana, mentre la frazione fine (ritenuta presente in concentrazioni modeste) viene considerata parte integrante del fluido interstiziale e pertanto influenza solo ρ_f (Takahashi, 1991).

$$(\rho \ell_m^2 + a \rho_s \lambda^2 d^2 \sin \alpha) (v_z)^2 = \rho g (D - z) \sin \theta \quad (4-34)$$

dove ℓ_m è la lunghezza di mescolamento e vale, nel caso di acqua limpida (sufficientemente vicino al fondo, i.e. per $z \ll D$):

$$\ell_m \sim \kappa_0 z \quad (4-35)$$

dove κ_0 è nota come costante universale di von Kàrmàn e vale circa 0.41. Si vede subito che per $\lambda \rightarrow 0$ ci si riconduce al caso in cui la turbolenza prevale.

Integrando questa equazione sull'intera profondità si ottiene un profilo della velocità logaritmico (Arai & Takahashi, 1983).

La presenza di materiale solido in sospensione tende generalmente a ridurre il grado di turbolenza, per cui alcuni studiosi, già a partire da H. A. Einstein e N. Chien (Einstein & Chien, 1955), hanno considerato opportuno ridurre il valore della costante di von Kàrmàn quando il livello di concentrazione non è nullo.

Anche Arai e Takahashi hanno proposto al riguardo una formula valida per una colata di fango. Questa correzione non sembra però particolarmente utile nello studio delle colate che avvengono in natura, visto che in tali circostanze sono così numerose le fonti di incertezza da rendere secondarie queste considerazioni.

In passato alcuni studiosi (e.g. Hungr, et al., 1984) hanno applicato la formula di Guackler-Strickler nello studio delle colate di detriti:

$$V = k_s D^{2/3} \sqrt{j} \quad (4-36)$$

dove k_s è un coefficiente di resistenza e tiene in considerazione la dissipazione di energia.

Questa formula è stata originariamente sviluppata nell'ambito dell'idraulica fluviale, dove il fluido coinvolto è newtoniano e in condizioni di moto turbolento, per cui è lecito attendersi che il suo utilizzo in altre situazioni possa condurre a risultati poco affidabili.

I meccanismi che generano una opposizione al movimento possono differire notevolmente da una colata all'altra, mentre quelli di un normale deflusso di acqua limpida sono in sostanza gli stessi (turbolenza idrodinamica). Per di più il coefficiente k_s , che rappresenta la resistenza al moto dovuta a fenomeni interni e al contorno, non può rimanere costante durante la fase di innesco e di arresto (Iverson, 1997).

Utilizzando i dati relativi ad alcune colate detritiche canadesi e giapponesi⁴⁵, Takahashi è arrivato alla conclusione che la velocità in una colata di detriti non è proporzionale a $D^{2/3}$ ma a $D^{3/2}$, per cui ritiene preferibile il suo modello dilatante (Takahashi, 1991).

⁴⁵ Anche se non specificato esplicitamente, Takahashi lascia intendere che l'analisi ha riguardato esclusivamente le colate nel campo grano-inerziale (Takahashi, 1991 pag. 40).

Visto che la (4-32) diventa irrealistica quando la concentrazione volumetrica di sedimenti tende a zero (i.e. $\chi \rightarrow \infty$), risulta conveniente adottare proprio in queste occasioni la formula di Gauckler-Strickler.

Questa formula può diventare utile anche quando la profondità relativa D/d diventa maggiore a circa 30, dato che in tali condizioni il moto diventa progressivamente dal campo grano-inerziale a turbolento (vedi §1.3).

Esiste un altro modello per simulare le colate di detriti, proposto da O'Brien e Julien, che presenta il vantaggio di poter gestire con un'unica semplice formula le diverse tipologie di correnti a superficie libera.

L'assunzione di base consiste nel ritenere possibile la scomposizione della tensione tangenziale totale in tre componenti distinte attraverso la seguente relazione lineare (O'Brien & Julien, 1985):

$$\tau_{tot} = \tau_0 + \mu v_{,y} + \Upsilon (v_{,y})^2 \quad (4-37)$$

Questo modello, chiamato dagli autori stessi quadratico, è in sostanza un modello di Bingham accoppiato a uno dilatante.

Viene ora data una breve spiegazione dei tre termini:

- ❖ il primo (una tensione di soglia) viene considerato per semplicità indipendente nei confronti del gradiente della velocità e rappresenta l'effetto della frazione più fine di sedimenti presenti nella miscela ed eventualmente dell'attrito fra i grani;
- ❖ il secondo serve per tenere in considerazione l'interazione viscosa del fluido interstiziale con le particelle in sospensione;
- ❖ il terzo tiene conto sia della turbolenza della miscela, sia del contributo dissipativo fornito dagli scontri fra i grani, e vale:

$$\Upsilon = \rho \ell_m^2 + a \rho_s \lambda^2 d^2 \sin \alpha \quad (4-38)$$

con $a \sin \alpha \sim 0.01$ se vengono utilizzati i valori trovati da Bagnold, mentre ℓ_m indica una lunghezza di mescolamento della miscela.

La (4-37) può essere in particolare utile per analizzare il comportamento intermedio tra quelli che Bagnold definì macro-viscoso e grano-inerziale.

Julien e Lan, per collaudare il modello, hanno ripreso i risultati delle seguenti prove sperimentali, svolte con apparecchi simili a quello di Bagnold (vedi Figura 4-7) per studiare delle miscele omogenee:

- ❖ Bagnold (Bagnold, 1954), di cui si è già discusso;
- ❖ Govier e collaboratori (Govier, et al., 1957), in cui furono usate particelle di galena ($\rho_s/\rho_f \sim 7.4$) con un diametro piccolissimo, pari a 0.0218 mm;
- ❖ Savage e McKeown (Savage & McKeown, 1983), in cui furono usate sfere in polistirene della stessa densità del fluido interstiziale (acqua salata) con diametro variabile fra 0.97 e 1.78

mm (valori dunque paragonabili a quelli delle particelle usate da Bagnold, che avevano $d = 1.32$ mm).

Nell'esperimento di Govier e collaboratori lo spazio in cui era confinata la miscela era minore di quello degli altri due casi, mentre l'esperimento di Savage e McKeown si distingue per l'aver messo in movimento la miscela ruotando il cilindro interno anziché quello esterno.

E' possibile anche riscrivere la (4-37) in forma adimensionale (Julien & Lan, 1991):

$$\frac{\tau_{tot} - \tau_0}{\mu v_y} = \tau^* = 1 + Y \frac{v_y}{\mu} \rightarrow \tau^* = 1 + N_{dv}^* (1 + N_{td}^*) a \sin \alpha \quad (4-39)$$

Per chiarezza vengono qui descritti i tre nuovi parametri:

- ❖ il taglio adimensionale τ^* rappresenta l'eccesso di tensione oltre la soglia ed è pari a uno se la miscela si comporta come un fluido di Bingham (o, al limite, newtoniano);
- ❖ il rapporto fra la tensione dilatante e quella viscosa è indicato con N_{dv}^* , vale:

$$N_{dv}^* = \rho_s (\lambda d)^2 v_y / \mu \quad (4-40)$$

ed è concettualmente analogo al numero di Bagnold⁴⁶;

- ❖ il rapporto tra la tensione turbolenta e quella dilatante vale:

$$N_{td}^* = \frac{\rho \ell_m^2}{a \rho_s \lambda^2 d^2 \sin \alpha} \quad (4-41)$$

e diventa pari a zero se le forze dispersive prevalgono nettamente su quelle turbolente (regime grano-inerziale di Bagnold), mentre nel caso opposto (i.e. moto turbolento con $c \rightarrow 0$) tende all'infinito.

Il confronto con i risultati sperimentali (Figura 4-9) sembrerebbe mostrare un buon accordo.

Julien e Lan hanno poi affermato che il modello di Bingham, già da decenni applicato per le miscele contenenti apprezzabili quantità sedimenti minuti sottoposte a basse velocità di deformazione, può essere utilizzato quando $N_{dv}^* < 30$, mentre quando $N_{dv}^* > 400$ è preferibile considerare il taglio proporzionale al quadrato del gradiente della velocità (e.g. la formula di Bagnold o quella per i fluidi turbolenti).

Nel campo intermedio sarebbe al contrario necessario considerare tutti i termini del modello quadratico.

⁴⁶ Utilizzando la formula di Dougherty e Krieger per calcolare la viscosità effettiva e con $c_{max} = 0.74$ si ottiene che $Ba/N_{dv}^* \sim 0.5$ per concentrazioni fra 0.20 e 0.65. Sarebbe poi necessario considerare che nell'esperimento di Bagnold $\rho_s \sim \rho_f$: tenendo conto che nella realtà è $\rho_s \sim 2.6 \rho_f$ si ottiene che tale rapporto vale circa $0.5 \cdot 2.6 = 1.3$.

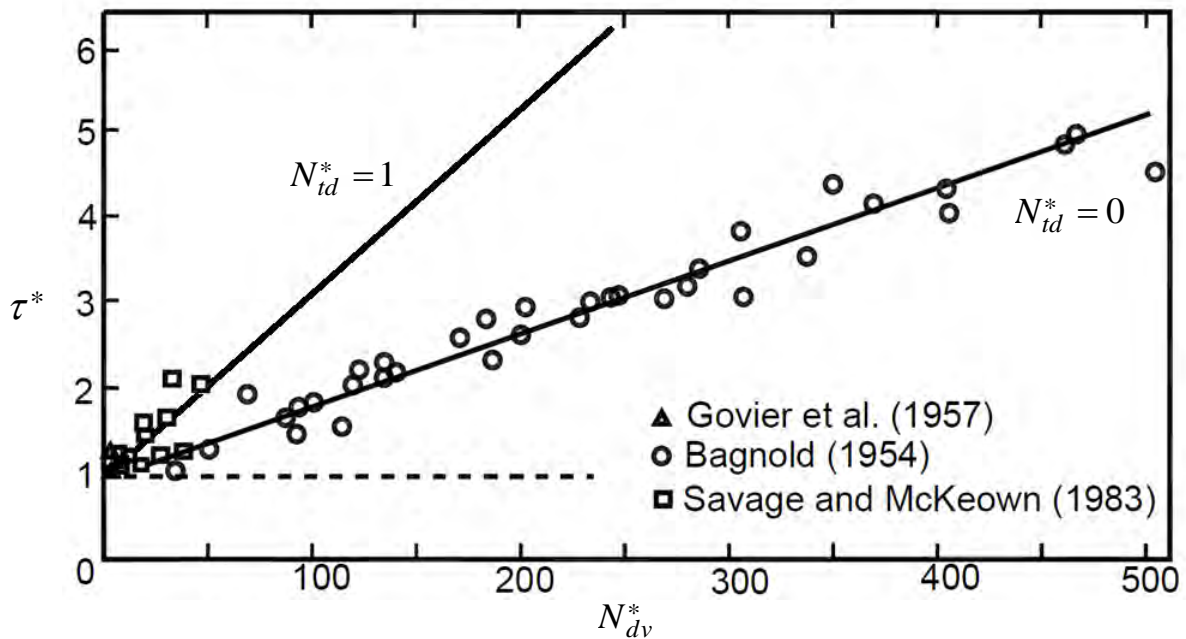


Figura 4-9: confronto tra il modello quadratico adimensionale e i dati sperimentali, ottenuto considerando $c_{max} = 0.615$ nel calcolo di λ (modificato da Julien & Lan, 1991).

Dal punto di vista pratico conviene lavorare con la pendenza della linea dell'energia; se questa viene considerata pari alla somma di un contributo "binghamiano" e uno turbolento (comprendente però anche gli eventuali effetti inerziali dei grani) e si considerano le tensioni e le altre proprietà del fluido costanti lungo la verticale, si ottiene (O'Brien, et al., 1993):

$$j = \frac{\tau_0}{\rho g D} + K \frac{\mu V}{\rho g D^2} + \frac{V^2}{k_s^2 D^{4/3}} \quad (4-42)$$

dove K è un parametro di calibrazione, al pari di α_{OJ} , che viene così impiegato nel calcolo di k_s in FV Shock:

$$k_s^{-1} = 0.538 \alpha_{OJ} e^{6.0896c} \quad (4-43)$$

Nel caso di un fluido newtoniano (i.e. $\tau_0 = 0$) in moto laminare uniforme su di un piano infinitamente esteso, K vale 3 e dipende esclusivamente dal legame fra la velocità massima e quella media V (cfr. Ghetti, 1980 pag. 203).

I valori di τ_0 e μ andrebbero infine calcolati con delle equazioni esponenziali del tutto analoghe a quelle proposte da Major e Pierson (vedi Tabella 4-2), ma con dei coefficienti diversi per poterle estendere ai casi in cui la concentrazione di sedimenti sia minore di 0.44.

CAPITOLO 5: EROSIONE E DEPOSIZIONE DEI SEDIMENTI

La composizione di una colata di detriti può subire dei cambiamenti significativi nel tragitto percorso dalla zona di innesco fino all'arresto e, come è facilmente intuibile, sono dovuti principalmente alla erosione del terreno sopra cui scorre e anche alla deposizione del materiale che non è più in grado di mantenere in movimento.

Il tema di questo ultimo capitolo a carattere teorico riveste un ruolo estremamente importante nello studio e nella simulazione delle colate, dato che questi due processi esercitano una influenza sul contenuto di sedimenti e di riflesso sulle equazioni della quantità di moto.

Vengono nel seguito forniti alcuni concetti di carattere generale per poi arrivare a presentare alcuni dei modelli più diffusi.

1. Deposizione.

Il processo di deposizione (o sedimentazione) può essere sinteticamente descritto da un unico parametro, il tasso di deposizione, ovverosia la velocità con cui le particelle disperse nella massa della colata si fermano (almeno temporaneamente) sul fondo.

Generalmente questo processo si intensifica quando le pendenze sono ridotte o se la larghezza della sezione aumenta, con il conseguente rallentamento della colata.

Si possono imparare molte cose al riguardo analizzando i depositi; si è in particolare constatato che in genere i massi più grandi tendono a depositare per primi (vedi anche il §2.3).

La sedimentazione può essere considerata il processo dominante durante la fase di arresto di una colata di detriti e, come già spiegato al quarto capitolo, riguarda principalmente i corpi presenti nella mistura con dimensioni maggiori a quelle colloidali; è per questo motivo che i sedimenti più minuti vengono spesso considerati come dei costituenti del liquido interstiziale.

Il caso di sedimentazione più semplice è stato studiato da George Gabriel Stokes, e riguarda una singola particella sferica immersa in un fluido newtoniano in quiete. In condizioni di moto uniforme, quando cioè la forza di gravità depurata dalla spinta archimedeica è perfettamente

controbilanciata dalla forza idrodinamica resistente al moto, la velocità di discesa verso il fondo vale (Stokes, 1851):

$$w = w_0 = \frac{d^2 g (\rho_s - \rho_f)}{18 \mu_0} \quad (5-1)$$

La formula di Stokes ha un campo di applicabilità abbastanza ristretto, essendo valida solo quando il numero di Reynolds di grano (valutato come $Re_g = \rho_s w d / \mu_0$) è minore di uno e se non ci sono altre particelle nei paraggi (sedimentazione libera), ma sotto tali ipotesi può essere ritenuta ancora valida anche se le particelle non sono sferiche.

Questa formula può essere estesa a numeri di Reynolds maggiori per particelle di forma anche non sferica attraverso l'introduzione di un opportuno coefficiente correttivo (Dietrich, 1982).

Se le particelle disperse sono abbastanza vicine fra loro, la velocità di sedimentazione di ciascuna di esse è influenzata dalle altre; si parla in questo caso di sedimentazione ostacolata (o *hindered settling*).

Infatti, quando una particella si muove verso il basso, il fluido circostante si muove verso l'alto per occupare lo spazio lasciato libero rallentando così la discesa altre particelle vicine (Figura 5-1-b).

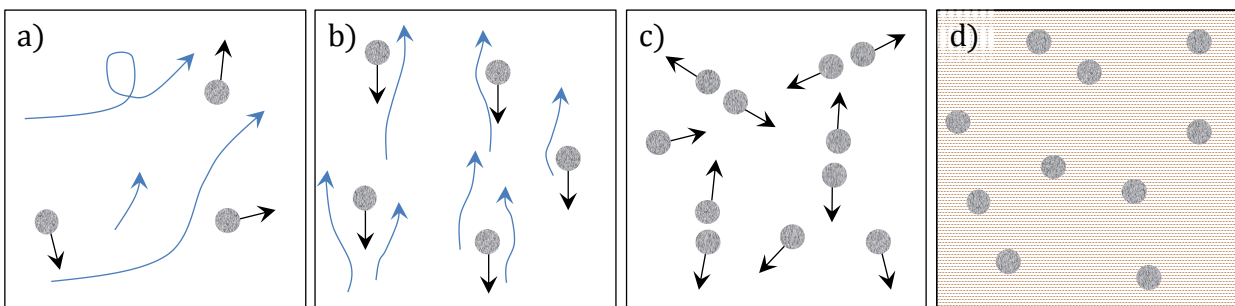


Figura 5-1: alcuni fenomeni che possono ostacolare la sedimentazione di particelle non colloidali: la turbolenza (a), il moto “di ritorno” del fluido (b), gli urti fra le particelle (c) e infine la presenza di un fluido ad alto tenore di argilla e localmente in quiete (d)⁴⁷.

G. K. Batchelor è riuscito a ottenere una soluzione analitica nel caso in cui il numero di Reynolds Re_g è piccolo, il *medium* è newtoniano e le concentrazioni non sono troppo elevate (in modo da poter trascurare gli effetti di ordine superiore al primo, similmente a quanto visto nel caso della viscosità al §4.2). Quando le particelle possono essere suddivise in N classi in base al loro diametro e alla densità (Batchelor, 1982), la velocità di sedimentazione vale:

$$\langle w_i \rangle = w_{i0} \left(1 + \sum_{j=1}^N c_j s_{ij} \right) \quad (5-2)$$

⁴⁷ Diversi esperimenti hanno dimostrato che un grano situato in una regione rigida con il fluido circostante in moto laminare uniforme, può essere mantenuto sollevato dal fondo; in presenza di continui disturbi la particella è tuttavia destinata a scendere (cfr. Davies, 1986).

dove $\langle w_i \rangle$ è la velocità media⁴⁸ di sedimentazione delle particelle di diametro d_i , w_{i0} è la velocità nel caso in cui $c \rightarrow 0$ (i.e. velocità di Stokes), c_j è la concentrazione volumetrica delle particelle di diametro d_j e s_{ij} è un coefficiente di sedimentazione per due coppie di classi granulometriche.

Nel caso di una colata detritica, il moto è praticamente sempre disordinato (almeno a scala microscopica) e le velocità sono elevate per la maggior parte del tempo, mentre le concentrazioni sono così alte che raramente l'interazione avviene solo tra coppie di particelle.

Per questo motivo sono molto diffuse le formule empiriche come quella di Richardson e Zaki per calcolare la velocità di sedimentazione (Richardson & Zaki, 1954):

$$\langle w \rangle = w_0(1 - c)^\omega \quad (5-3)$$

dove w_0 è la velocità di sedimentazione di una particella isolata, mentre ω è un coefficiente di calibrazione maggiore dell'unità. L'equazione ha l'inconveniente di prevedere una sedimentazione nulla quando $c = 1$ anziché per $c = c_{max}$.

Sebbene questa formula sia stata originariamente proposta per le miscele composte da particelle tutte identiche fra loro, è già stata applicata con successo anche nello studio delle colate detritiche (e.g. Armanini, et al., 2002).

Se la sedimentazione di una particella avviene in un fluido non newtoniano (e.g. miscela di acqua e argilla) in quiete, a causa della tensione di soglia una particella potrebbe non riuscire a raggiungere il fondo (Figura 5-1-d). Quando invece la particella è così grande da riuscire comunque a scendere, il campo di moto risulta molto complesso a causa della presenza di regioni che si mantengono rigide, per cui anche in questo caso non è applicabile la formula di Stokes (Coussot, 1997).

Quando una colata si arresta, una certa quantità di fluido interstiziale rimane confinato all'interno della massa di detriti e impiega molto tempo per drenare: la conducibilità idraulica è infatti tipicamente pari o inferiore a un millimetro al secondo (cfr. Tabella 2-1). Il processo di consolidazione può per questo motivo durare anche alcuni giorni⁴⁹.

Oltre alle complicazioni dovute soprattutto alle concentrazioni elevate, alla granulometria non uniforme e alle proprietà del fluido interstiziale, bisogna tenere in conto che un qualsiasi *debris flow* nel regime inerziale (grano-inerziale o turbolento) deve necessariamente passare per la fase viscosa prima di fermarsi; in genere i modelli numerici non tengono conto di questo (Takahashi, 1991 pag. 121) anche se ciò potrebbe influenzare significativamente la formazione del deposito⁵⁰.

⁴⁸ Istantaneamente la velocità di un singolo grano è influenzata dalla distribuzione spaziale delle particelle vicine (e non solo dalla concentrazione) e anche dal moto browniano. Questo simbolo di media $\langle \cdot \rangle$ ha pertanto un significato diverso rispetto a quello visto per la scomposizione di Reynolds.

⁴⁹ Secondo quanto riportato da Iverson, i depositi di *debris flow* freschi non sono in grado di sostenere neppure il peso di una persona (Iverson, 2014).

⁵⁰ Basti pensare che in campo viscoso scompaiono molte delle forze in grado di mantenere i sedimenti in grande quantità anche sulla superficie, come quelle derivanti dal moto turbolento e dalla pressione dispersiva.

Viste tutte le difficoltà e le approssimazioni effettuate, attualmente è ancora molto comune calcolare il tasso di deposito con delle formule empiriche,

2. Erosione.

Affrontare il tema dell'erosione da un punto di vista puramente teorico è forse anche più complicato rispetto al caso della sedimentazione, dove perlomeno esisteva un chiaro punto di partenza.

Tra i primi studi sull'argomento si ricorda quello di Takahashi, che nel 1978 illustrò un semplice procedimento per calcolare la massima profondità di scavo in un pendio molto lungo con inclinazione θ rispetto all'orizzontale, nell'ipotesi che il letto sia composto da materiale granulare saturo e che il moto sia uniforme.

Se il carico è drenato, alla profondità ζ dal fondo la pressione del fluido interstiziale vale:

$$p(\zeta) = \rho_f g(D + \zeta) \cos \theta \quad (5-4)$$

Imponendo l'uguaglianza tra la tensione tangenziale destabilizzante e resistente (valutata con il criterio di rottura di Mohr-Coulomb), si ottiene:

$$(\rho g D + \rho_b g \zeta) \sin \theta = [\rho g D + \rho_b g \zeta - \rho_f g(D + \zeta)] \cos \theta \tan \varphi \quad (5-5)$$

dove ρ rappresenta come al solito la densità media della miscela, mentre ρ_b è la densità del materiale saturo sul fondo (in genere assume valori attorno a 2'000 kg/m³), pari a:

$$\rho_b = \rho_s(1 - n) + n\rho_f \quad (5-6)$$

L'equazione ottenuta da Takahashi è la seguente (Takahashi, 1978):

$$\frac{\zeta}{D} = \left[\frac{\rho}{\rho_b} \left(1 - \frac{\tan \theta}{\tan \varphi} \right) - \frac{\rho_f}{\rho_b} \right] / \left[\frac{\rho_f}{\rho_b} - \left(1 - \frac{\tan \theta}{\tan \varphi} \right) \right] \quad (5-7)$$

D'altra parte, in una colata il moto avviene in maniera molto rapida, per cui sarebbe più idoneo considerare il caso in cui il carico sul terreno non sia drenato (Hungry, et al., 2005).

La pressione del fluido interstiziale sarebbe allora pari a:

$$p(\zeta) = g(\rho D + \rho_f \zeta) \cos \theta \quad (5-8)$$

e quindi, dopo qualche calcolo, si otterrebbe:

$$\frac{\zeta}{D} = \left[-\frac{\rho \tan \theta}{\rho_b \tan \varphi} \right] / \left[\frac{\rho_f}{\rho_b} - \left(1 - \frac{\tan \theta}{\tan \varphi} \right) \right] \quad (5-9)$$

L'andamento delle due equazioni è illustrato nel grafico di Figura 5-2.

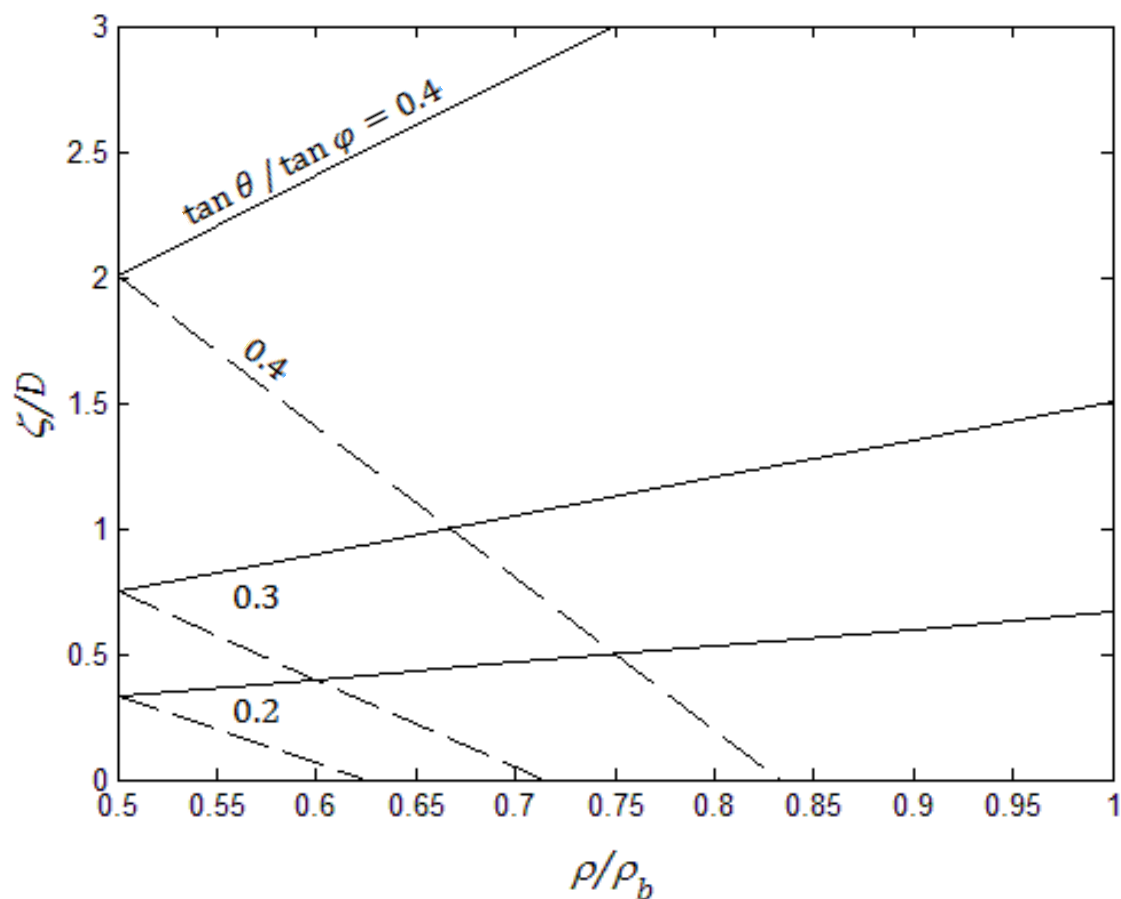


Figura 5-2: scavo massimo adimensionalizzato secondo Takahashi (tratteggiato) e secondo O. Hungr e collaboratori (linea continua) per tre diversi valori del rapporto fra pendenza del fondo e tangente dell'angolo di attrito (ridisegnato da Hungr, et al., 2005).

La differenza maggiore consiste nel fatto che, mentre la soluzione di Takahashi prevede che la profondità di scavo si riduca all'aumentare del contenuto di sedimenti nella colata (i.e. per ρ/ρ_b crescenti), nel caso non drenato avviene il contrario.

Probabilmente la profondità teorica di massimo scavo è intermedia tra le due curve, ma è da evidenziare che in natura non si instaura quasi mai il moto uniforme, soprattutto in fenomeni instabili come un *debris flow*. Queste formule quindi suscitano un limitato interesse sul piano pratico.

Inoltre, come indicato da alcuni ricercatori (McDougall & Hungr, 2005), l'erosione avviene sia in corrispondenza del fronte della colata (*plowing*, lett. "dissodamento") che nella parte retrostante (*basal erosion*). Le equazioni esposte poc'anzi sarebbero valide solo se l'erosione in corrispondenza del fronte fosse trascurabile.

Un approccio alternativo si basa invece sulla stima della tensione tangenziale sul fondo, che per essere in grado di mobilitare i sedimenti deve superare un certo valore critico. Si tratta di un tipo di

analisi che presenta molte affinità con i classici studi compiuti nel campo dell'idraulica fluviale, sia per quanto riguarda il concetto di tensione critica (Shields, 1936), che per la necessità di legare la tensione effettiva con quella critica e con l'entità del trasporto solido attraverso delle formule empiriche (e.g. Meyer-Peter & Müller, 1948).

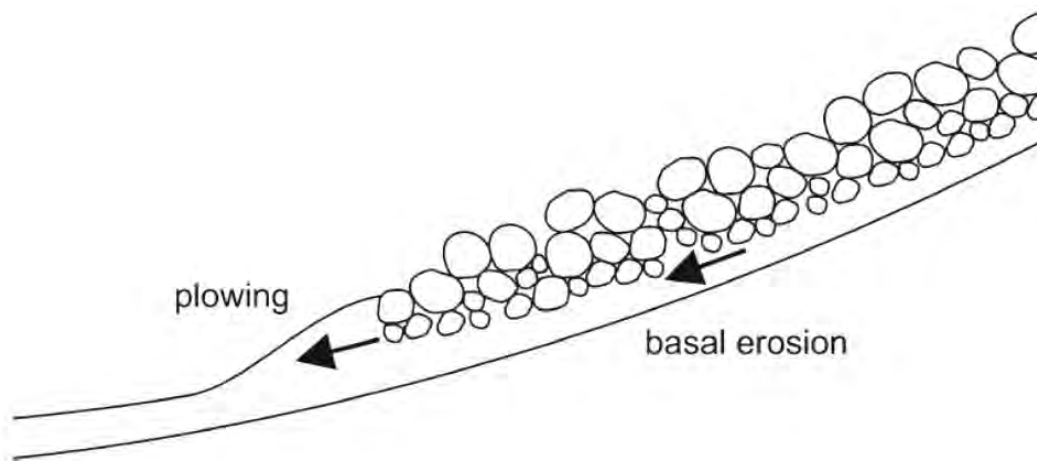


Figura 5-3: erosione basale e di frontiera in una colata di detriti (da McDougall & Hungr, 2005).

Come visto per la sedimentazione, anche questo fenomeno appare difficile da inquadrare da un punto di vista teorico; le conclusioni a cui sono giunti gli studiosi attraverso le loro analisi sperimentali a volte paiono persino essere fra loro contraddittorie.

Le difficoltà sembrano nascere soprattutto dalla forte dispersione dei dati a disposizione, presente anche quando si studiano delle colate avvenute in uno stesso bacino (e.g. Schürch, et al., 2011), mentre i risultati ottenibili con i modelli fisici sono inevitabilmente condizionati dagli effetti di scala (vedi §2.4).

Secondo alcuni studiosi (Schürch, et al., 2011), nel caso di uno *stony debris flow* l'erosione è dovuta in larga parte all'impatto con i massi trasportati e il tasso di erosione cresce all'aumentare dei tiranti, visto che così aumenta lo sforzo tangenziale applicato; lo scavo avverrebbe quindi soprattutto in corrispondenza del passaggio del fronte.

Per altri esperti (come Takahashi) l'erosione prevale sulla deposizione se, in un certo tratto, la concentrazione della frazione più grossolana dei sedimenti risulta inferiore a quella di equilibrio; questa posizione è concettualmente equivalente a quella in cui il parametro discriminante è costituito dalla pendenza di equilibrio (Egashira & Ashida, 1992).

Takahashi (Takahashi, 2007) inoltre sostiene che la diffusa opinione secondo la quale una colata di detriti su un pendio indefinitamente lungo possa continuare a crescere come una valanga debba essere riveduta, visto che si sono osservati diversi casi in cui il loro passaggio non ha causato alcuna erosione apprezzabile su un pendio erodibile (cfr. Tubino & Lanzoni, 1993 pag. 213). Questo in

particolare sembrerebbe suggerire l'esistenza di un qualche meccanismo inibitorio, che nel modello di Takahashi viene appunto rappresentato dal raggiungimento della concentrazione di equilibrio nella colata⁵¹.

Vengono nel seguito esposti alcuni modelli empirici proposti negli ultimi decenni che consentono di prevedere la variazione del volume di una colata, molti dei quali sono stati già implementati nel codice di FV Shock.

3. Formula di Hungr (1995) e di McDougall e Hungr (2005) per l'erosione.

Un esempio di quei modelli in cui l'entità dell'erosione è in qualche modo legata ai tiranti nella colata è quello sviluppato inizialmente da Hungr (Hungr, 1995).

Si basa sull'assunzione che la rapidità con cui cala la quota del fondo b sia controllata esclusivamente dalla velocità media della generica sezione e dal tirante D :

$$b_t = -e_r VD \quad (5-10)$$

dove e_r (in $[m^{-1}]$ se si usa il S.I.) è stata definita come tasso di crescita, e rappresenta la profondità di terreno eroso (in direzione normale) per unità di tirante e di spazio percorso. Al tasso di crescita si possono assegnare valori diversi da zona a zona per avere un maggiore accordo con le osservazioni.

Durante il moto il tasso di deposito D_b viene evidentemente considerato sempre minore di quello di erosione, per cui il deposito con questo modello è costituito dalla massa di colata dopo la cessazione di ogni movimento.

La formula appena presentata è estremamente semplice, visto che l'unico parametro da determinare preliminarmente è il tasso di crescita, mentre localmente gli altri due parametri sono calcolati dal modello numerico.

È anche possibile utilizzare un valore medio costante di e_r , valido cioè dalla zona di innesco fino a quella di arresto (McDougall & Hungr, 2005):

$$\bar{e}_r = \frac{\ln V_{fin}/V_{iniz}}{L} \quad (5-11)$$

dipendente sia dalla distanza totale percorsa L che dalla variazione complessiva del volume della colata presa come riferimento (V_{fin} e V_{iniz} rappresentano appunto il volume finale e iniziale, rispettivamente).

Questo metodo per calcolare la profondità di scavo è relativamente recente, per cui è stato fin'ora applicato solo ad un numero abbastanza limitato di casi.

⁵¹ Nel caso del disastro della Val di Stava, Takahashi ha osservato che, nonostante la grande potenza distruttiva di quell'evento, nel letto del torrente non c'erano tracce di una importante erosione o deposizione. Per Takahashi questo è imputabile all'elevata concentrazione di sedimenti, la cui stima è stata di circa 0.48 (Takahashi, 1991).

Attualmente non è implementato in FV Shock.

4. Erosione e sedimentazione secondo Egashira e Ashida (1992).

Nel caso di un letto erodibile costituito da materiale scarsamente coesivo, l'ipotesi di base è che il passaggio di una colata tende a modificare la pendenza del fondo – tramite l'erosione o la sua antagonista, la deposizione – verso quella di equilibrio.

Per Egashira e Ashida il tasso netto di erosione e deposito (in [m/s]) vale (Egashira & Ashida, 1992):

$$-(1-n)b_t = E_b - D_b = KV(1-n)\tan(\theta - \theta_e) \quad (5-12)$$

dove n è la porosità del suolo ($1-n \approx c_{max}$), K è parametro adimensionale di calibrazione (il valore da loro proposto è $K = 1$) e $\tan \theta_e$ rappresenta la pendenza di equilibrio:

$$\tan \theta_e = \frac{(\rho_s - \rho_w)C \tan \varphi}{(\rho_s - \rho_w)C + \rho_w} \quad (5-13)$$

con C indicante la concentrazione media nella sezione.

Come appare evidente, se la pendenza θ della canaletta è superiore a quella di equilibrio, prevale l'erosione, altrimenti avviene la deposizione dei sedimenti trasportati.

Naturalmente C non può essere troppo elevato, visto che altrimenti lo spazio tra i grani sarebbe così ridotto che in pratica risulterebbe impossibile il movimento; da alcuni esperimenti condotti in passato Takahashi ha notato che il massimo valore per la concentrazione di una colata è $0.9c_{max}$.

A causa della sua semplicità, la formula di Egashira e Ashida presenta diversi limiti, alcuni dei quali sono qui elencati:

- ❖ non considera alcune importanti proprietà della colata: il trasporto di massi grandi potrebbe ad esempio sollecitare maggiormente il fondo e incrementare lo scavo;
- ❖ non considera alcune caratteristiche del letto, come il grado di saturazione e la granulometria: in particolare, se è costituito da massi molto grandi, è possibile che l'erosione sia nulla anche quando $(\theta - \theta_e) > 0$ (corazzamento);
- ❖ la formula è stata ricavata sulla base di studi condotti su colate create in canaletta, ma nella realtà possono presentarsi anche brevi tratti in contropendenza.

A quest'ultimo punto si può rimediare considerando la pendenza della linea j dell'energia al posto di θ . La (5-12) diventa allora (Brufau, et al., 2000):

$$E_b - D_b = KV(1-n)\tan(\arctan j - \theta_e) \quad (5-14)$$

Attraverso alcune manipolazioni elementari si ottiene infine:

$$E_b - D_b = KV(1-n) \left(\frac{j - \tan \theta_e}{1 + j \tan \theta_e} \right) \quad (5-15)$$

Visto che la formula è cambiata rispetto alla (5-12), può essere necessario assegnare un nuovo valore alla costante K per rendere i risultati più congrui con le osservazioni.

Appare ragionevole supporre che la sedimentazione sia un fenomeno in cui entrano in gioco meccanismi anche profondamente diversi da quelli che interessano l'erosione, per cui è conveniente attuare la seguente scomposizione:

$$E_b = K_{er}V(1 - n) \left(\frac{j}{1 + j \tan \theta_e} \right) \quad (5-16)$$

$$D_b = K_{dep}V(1 - n) \left(\frac{\tan \theta_e}{1 + j \tan \theta_e} \right) \quad (5-17)$$

In questa maniera, attribuendo valori diversi alle costanti di calibrazione, è possibile rompere la simmetria fra i due processi.

Il tasso di erosione è perfettamente controbilanciato da quello di deposito quando $j = \tan \theta_e K_{dep} / K_{er}$; in altre parole il rapporto K_{dep} / K_{er} determina la pendenza di equilibrio effettiva della linea di energia.

Teoricamente, uno dei modi per calcolare i due coefficienti potrebbe allora consistere nel realizzare in una canaletta sufficientemente lunga le condizioni di moto uniforme (i.e. $j = \tan \theta$) e, confrontando il valore della pendenza realizzata con quella teorica, si determina il rapporto K_{dep} / K_{er} . Se viene poi quantificato uno dei due coefficienti, risulta immediatamente determinato anche l'altro.

Un difetto di questo procedimento sta però nel fatto che osservare un moto in condizioni stazionarie è molto difficile nel caso delle colate detritiche (perfino nelle canalette da laboratorio), a causa della loro natura altamente instabile.

Risulta interessante notare che la formula di Egashira e Ashida prevede in particolare un tasso di deposito direttamente proporzionale alla velocità della colata, mentre ci si aspetterebbe proprio il contrario.

Un moto molto rapido dovrebbe fornire infatti sufficiente energia cinetica al materiale in sospensione impedendone la sedimentazione, mentre quando la velocità tende a zero la deposizione dovrebbe avvenire più intensamente.

Questo modello costringe una colata a non sedimentare né erodere il terreno quando $V = 0$, mentre per velocità sufficientemente grandi e con una pendenza della linea dell'energia modesta (in modo tale da rendere poco importante l'erosione), il tasso di deposito potrebbe perfino superare il valore ottenibile con la formula di Stokes.

5. Erosione e sedimentazione secondo Ghilardi e Natale (1998).

Nel 1998 Ghilardi e Natale hanno proposto un modello per calcolare $E_b - D_b$ che, in pratica, costituisce una variante di quello di Takahashi (Takahashi, 1991; Ghilardi & Natale, 1998).

Quando la concentrazione di sedimenti nel flusso è inferiore a quella di equilibrio C'_e (i.e. quando dovrebbe prevalere l'erosione), il tasso netto di erosione e deposizione viene così calcolato:

$$E_b - D_b = \delta_e (1 - n) \frac{C'_e - C}{C_{max} - C_e} \left(\frac{\tan \varphi - j}{\tan \varphi - \tan \theta} \right) \frac{DV}{d} \quad (5-18)$$

Se prevale la deposizione si ha invece:

$$E_b - D_b = \delta_d (1 - n) \frac{C'_e - C}{C_{max}} V < 0 \quad (5-19)$$

In queste due formule C'_e è una speciale concentrazione di equilibrio, che vale:

$$C'_e = \frac{j}{(\rho_s/\rho_f - 1)(\tan \varphi - j)} \quad (5-20)$$

mentre C_e può essere determinata con la (5-13).

Naturalmente le due concentrazioni di equilibrio non possono superare un certo valore, che per Takahashi vale $0.9c_{max}$.

Per concludere, δ_e e δ_d sono due coefficienti empirici; il valore di δ_e è circa pari a 10^{-3} , mentre δ_d assume tipicamente valori compresi tra 0.05 e 1.00⁵².

Occorre constatare che il tasso di erosione e di deposizione cresce in maniera proporzionale con la velocità media, quindi il modello di Ghilardi e Natale è afflitto da problematiche analoghe a quelle messe in evidenza per la formula di Egashira.

Contrariamente alla formulazione originale di Takahashi, le (5-18) e (5-19) non tengono in conto della frazione solida fine della colata, per cui il fluido interstiziale viene considerato composto essenzialmente da acqua limpida.

Questa semplificazione non rappresenta necessariamente una grave limitazione, essendo in pratica difficile valutare la concentrazione di sedimenti per le diverse classi granulometriche e perché in molte colate detritiche la presenza di materiale fine è scarsa.

6. Erosione e sedimentazione secondo Capart e Young (1998).

In passato (e in certa misura ancora oggi, cfr. Iverson, 1997 pag. 250) risultava complicato effettuare delle misurazioni precise delle miscele di acqua e sedimenti in movimento, specialmente quando il fenomeno evolve in maniera molto rapida.

Attualmente, adottando preliminarmente dei particolari accorgimenti, è possibile ricavare le informazioni di interesse facendo un uso esteso di fotografie e di opportuni algoritmi per analizzarle.

Grazie a queste nuove possibilità, Capart e Young hanno riprodotto in laboratorio un *dam-break* con la presenza sul fondo della canaletta di un materiale facilmente erodibile, soggetto perciò a sollecitazioni ben oltre a quella di moto incipiente di Shields (Capart & Young, 1998).

⁵² Nelle simulazioni sono stati utilizzati i valori $\delta_e = 0.007$ e $\delta_d = 0.05$.

Proprio per la notevole massa di sedimenti erosa che, con la sua inerzia, deve aver avuto un certo peso nel bilancio della quantità di moto, il fenomeno osservato è stato molto diverso da quello che si svilupperebbe con acqua limpida e in condizioni di fondo fisso.

Le immagini ottenute inoltre evidenziano che, escludendo una breve fase iniziale, le traiettorie seguite dai grani sono abbastanza rettilinee e orizzontali, anche là dove le curvature sono maggiori. Secondo i due studiosi è perciò possibile applicare un modello bidimensionale e assumere una distribuzione delle pressioni idrostatica lungo la verticale, prevedendo che l'errore così commesso sarà abbastanza piccolo.

Per chiudere il sistema di equazioni differenziali che regolano il moto, Capart e Young hanno proposto un nuovo modo di valutare il tasso di erosione e deposito che si è dimostrato capace di fornire dei risultati in linea con quanto osservato.

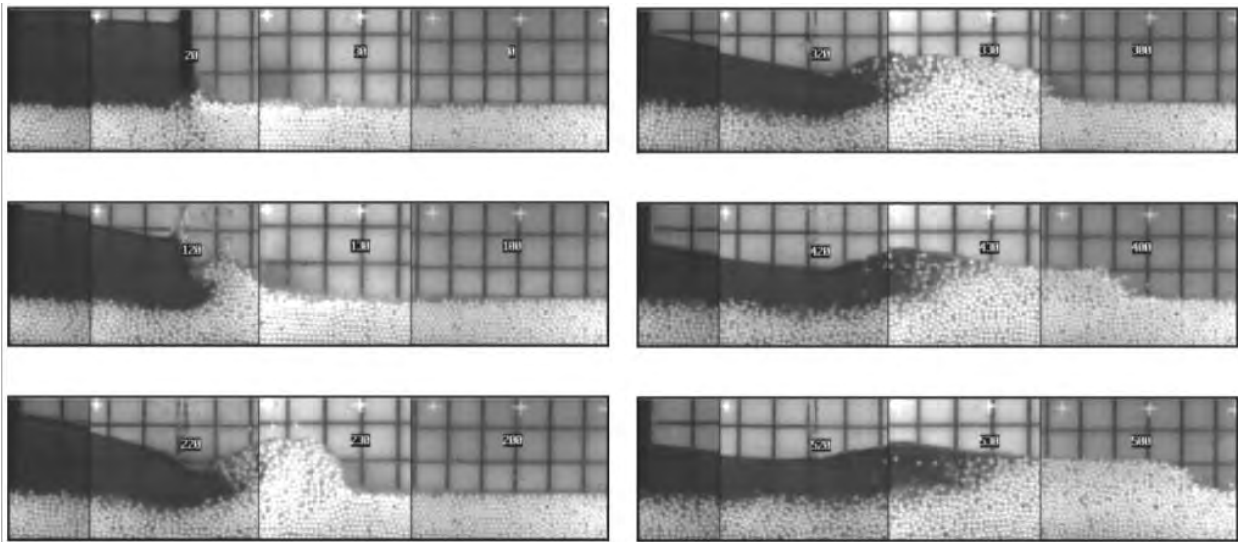


Figura 5-4: composizione di foto relative a una canaletta con il fondo ricoperto da piccole sfere ($\rho_s/\rho_f = 1.048$; $d = 6.1$ mm) per gli istanti immediatamente successivi (da 0.1 s fino a 0.5 s) alla rimozione dello sbarramento (da Capart & Young, 1998).

L'equazione, resa originariamente in forma adimensionalizzata, può essere riscritta dopo qualche semplice passaggio in questa maniera (Capart & Young, 1998):

$$E_b - D_b = k\epsilon V - gk \frac{CD}{V} \quad (5-21)$$

dove k viene detto coefficiente di scambio dei sedimenti, mentre ϵ rappresenta un coefficiente di mobilità dei sedimenti; sono entrambi numeri puri e il loro valore più appropriato è 1.0 e 0.4 rispettivamente.

Si può notare che il tasso di erosione cresce linearmente con il modulo della velocità media della miscela, mentre il tasso di deposito è inversamente proporzionale ad essa; in particolare, per $V \rightarrow 0$ si ha:

$$E_b \rightarrow 0; D_b \rightarrow +\infty \quad (5-22)$$

7. Alcune considerazioni di carattere pratico.

Come già indicato, in certe situazioni i modelli appena esposti per calcolare il tasso di erosione e deposito possono causare alcuni problemi.

Qui sono sinteticamente riportati i rimedi adottati in FV Shock:

- ❖ se viene raggiunto un substrato di terreno non erodibile, il tasso di erosione diventa nullo;
- ❖ se la concentrazione nella miscela scende al di sotto di un certo limite molto basso (i.e. $C \leq 10^{-4} \div 10^{-5}$) è necessario annullare il tasso di deposizione per evitare che essa divenga negativa;
- ❖ in certi casi il tasso di sedimentazione diventa altissimo (quando $V \rightarrow 0$ per il modello di Capart e Young, o quando $V \rightarrow +\infty$ per il modello di Ghilardi e Natale o di Egashira), per cui è necessario imporre un limite superiore. Questo limite in FV Shock vale (cfr. I. Fent, 2013):

$$\max\{D_b\} = CD/\Delta t \quad (5-23)$$

dove Δt è il passo temporale adottato durante l'elaborazione.

CAPITOLO 6: INQUADRAMENTO DEI DUE STUDI DI CASO

1. Le colate detritiche sul rio Lazer⁵³.

Il rio Lazer, situato ai confini orientali della provincia di Trento, è un affluente di sinistra del torrente Cismon (vedi Figura 6-1), a sua volta tributario del fiume Brenta⁵⁴.

Il profilo altimetrico del rio Lazer mostra che inizialmente la pendenza diminuisce sempre più, ma vicino alla confluenza essa ricomincia lievemente a crescere.

Questo corso d'acqua scorre in un territorio coperto da estese coltri di detriti, le quali costituiscono la fonte di materiale per le colate che a volte giungono fino ai centri abitati di Siror e Tonadico.

La pendenza media del bacino è piuttosto elevata e la piccola sua estensione, di soli 1.57 km², comporta un ritardo del colmo della portata di piena nei confronti del piovasco che l'ha generata dell'ordine di un'ora.

Il conoide del rio Lazer occupa una superficie più piccola di quella del bacino di circa 29 volte.

Fin dai tempi più remoti si hanno notizie di eventi franosi in questa zona; per quelli più gravi negli ultimi due secoli la ricorrenza è pari a circa vent'anni⁵⁵.

Nel 1966, negli stessi giorni in cui sono avvenute nel Veneto e in Toscana due storiche alluvioni, il rio Lazer tracimò provocando l'esondazione di circa 40'000 m³ di materiale sabbioso-argilloso, distribuiti in un'area di quasi 14 ettari tra i centri abitati di Siror e Tonadico (vedi Figura 6-2).

⁵³ I dati esposti in questo paragrafo sono stati ricavati prevalentemente dal libro di M. A. Lenzi e P. Paterno "La progettazione e la valutazione di impatto ambientale degli interventi di sistemazione idraulico-forestali; uno studio di caso sul rio Lazer" del 1997.

⁵⁴ Le portate del Cismon non sono molto inferiori a quelle del Brenta, da cui il motto dialettale: "*el Brenta no sarie el Brenta se 'l Cismon no 'l ghe dèse na spènta*".

⁵⁵ Una dettagliata analisi storica dei dissesti occorsi in questo bacino dal 1821 al 1994 può trovarsi nel già citato libro di M. A. Lenzi e P. Paterno.

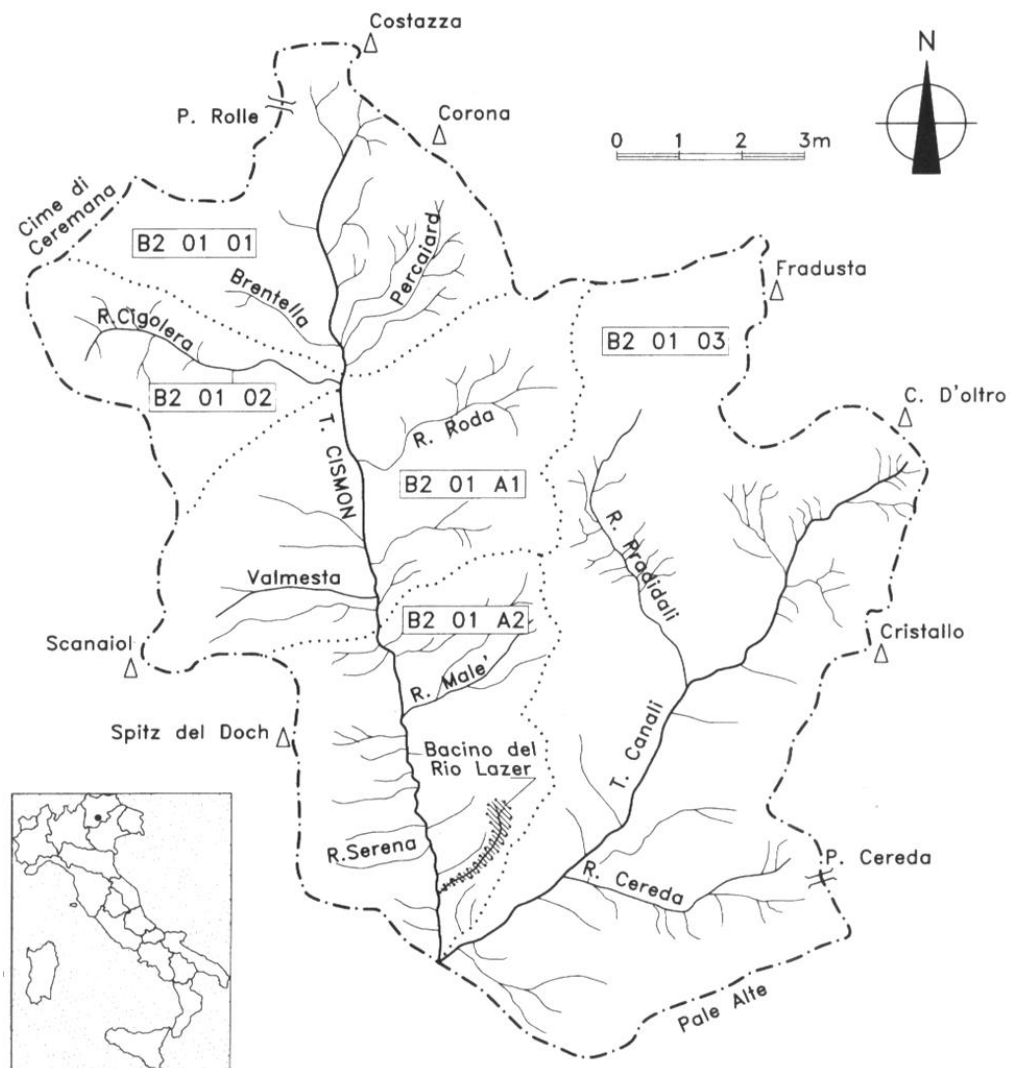


Figura 6-1: reticolo idrografico del bacino di 1° livello "Torrente Cison"
(da Lenzi e Paterno, 1997).

Le opere preesistenti non sono state in grado di impedire il disastro, soprattutto perché alcuni eventi precedenti avevano già ridotto la loro funzionalità, mentre gli interventi di manutenzione sono stati evidentemente insufficienti.

Dopo il '66 sono state costruite delle nuove briglie e gli argini sono stati rinforzati nelle parti ritenute più vulnerabili. Sono state inoltre apportate delle modifiche ai ponti già presenti affinché non costituiscano un ostacolo al normale deflusso delle acque. La parte terminale del corso d'acqua è però stata intubata fino alla confluenza nel Cison.

Tabella 6-1: principali caratteristiche morfometriche per il bacino del rio Lazer, ottenute attraverso una mappa del PAT a scala 1:10'000 (da Lenzi e Paterno, 1997).

PARAMETRI	VALORE
Superficie [km ²]	1.57
Quota massima [m s.l.m.]	1'608
Quota alla sezione di chiusura [m s.l.m.]	742
Quota media [m s.l.m.]	1'293
Pendenza media del collettore [%]	24.1
Lunghezza collettore [km]	1.9
Lunghezza rete idrografica totale [km]	2.9
Densità di drenaggio [km ⁻¹]	1.85
Superficie conoide [km ²]	0.084
Apice conoide [m s.l.m.]	800
Indice Melton [-]	0.64

Dagli studi effettuati in precedenza su questo bacino risulta a rischio tutta la parte che si trova a una quota inferiore di 1'100 m sul livello medio del mare e che comunque il percorso che potranno seguire le colate in futuro è difficile da stabilire.

Per questo bacino si è deciso di simulare l'evento del 1966.

Il modello digitale del terreno è stato ottenuto con un'interpolazione dei dati raccolti dal volo LiDAR 2009 eseguito della Provincia Autonoma di Trento. La qualità del rilevamento ha consentito di ottenere una definizione pari a un metro.

Volendo però simulare l'evento del '66, è stato necessario rimuovere gli edifici posteriori e la vasca di deposito della briglia filtrante situata a valle. Sono stati rimossi anche i ponti per poter consentire al flusso di proseguire verso valle.

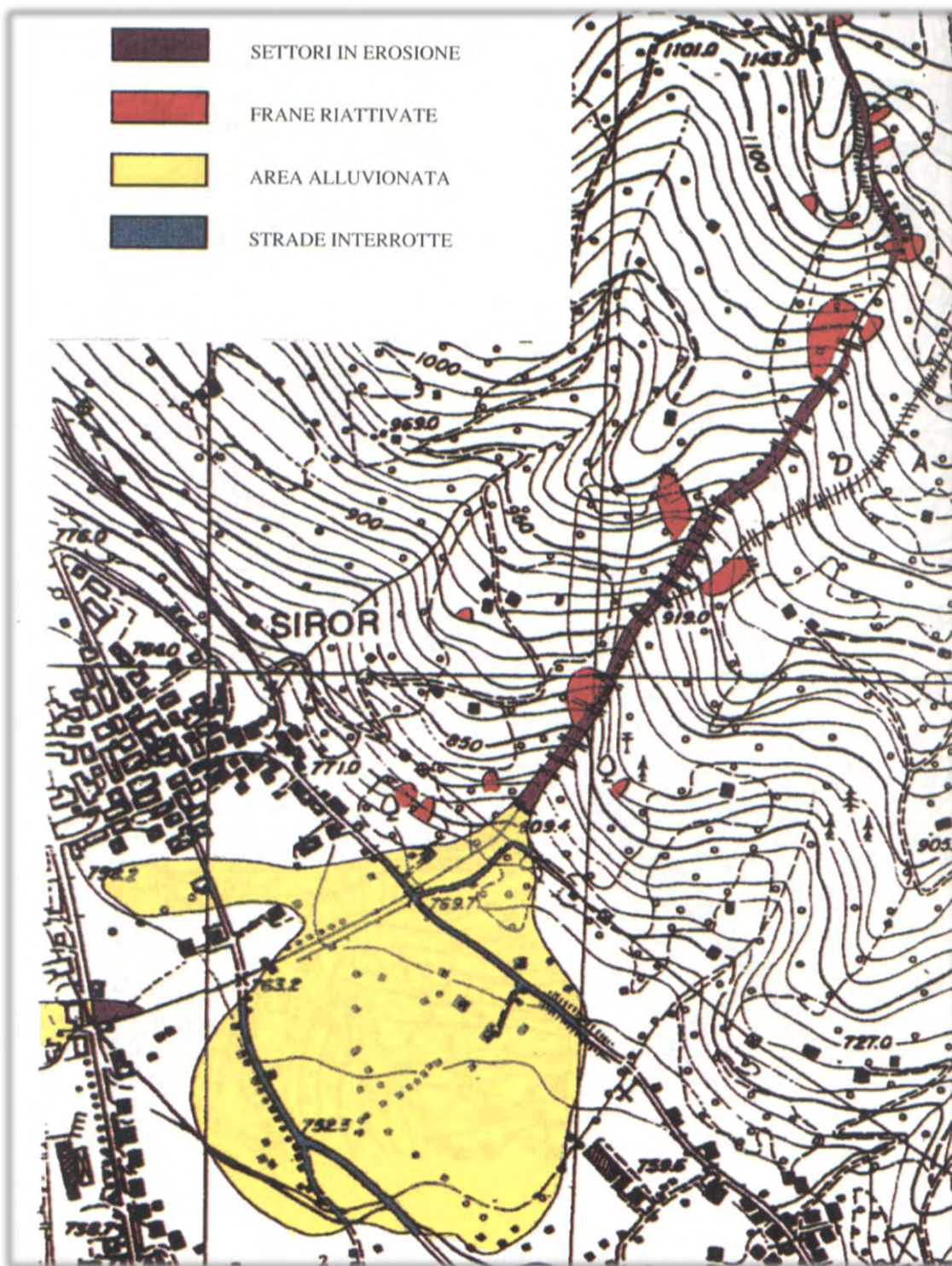


Figura 6-2: area interessata dall'alluvione del 4 novembre 1966 (da Lenzi & Paterno, 1997).

A partire dai dati a disposizione è inoltre stato calcolato l'idrogramma di piena efficace della colata, valutato in corrispondenza di una sezione situata a circa 787 m sul livello medio del mare⁵⁶.

⁵⁶ Lavoro svolto da Mauro Boreggio.

La portata immessa nel dominio di calcolo viene suddivisa equamente tra sei maglie triangolari; il picco viene raggiunto in 14 minuti, mentre la concentrazione viene al contrario mantenuta costante.

Qui sotto vengono riportati i dati relativi alle condizioni imposte in corrispondenza della sezione di immissione della portata; si può notare che l'idrogramma (e di conseguenza la simulazione) è stato allungato di 10 minuti dal momento in cui la portata immessa diviene nulla, in maniera da poter studiare meglio la fase di arresto.

Tabella 6-2: dati relativi alle condizioni al contorno per l'evento del 4/11/1966; il tirante è stato calcolato attraverso la formula di Gauckler-Strickler a partire dalla portata e dalla pendenza locale.

t [s]	Q [m ³ /s]	D [m]	C [-]	t [s]	Q [m ³ /s]	D [m]	C [-]
0	26.85	1.57	0.495	1320	37.56	1.92	0.495
120	27.52	1.59	0.495	1440	36.07	1.88	0.495
240	32.55	1.76	0.495	1560	34.48	1.83	0.495
360	36.19	1.88	0.495	1680	32.64	1.77	0.495
480	38.42	1.95	0.495	1800	30.53	1.70	0.495
600	39.91	1.99	0.495	1920	28.21	1.62	0.495
720	40.52	2.01	0.495	2040	0.01	0.01	0.495
840	40.58	2.01	0.495	2160	0.01	0.01	0.495
960	40.28	2.00	0.495	2280	0.01	0.01	0.495
1080	39.68	1.99	0.495	2400	0.01	0.01	0.495
1200	38.79	1.96	0.495	2520	0.01	0.01	0.495

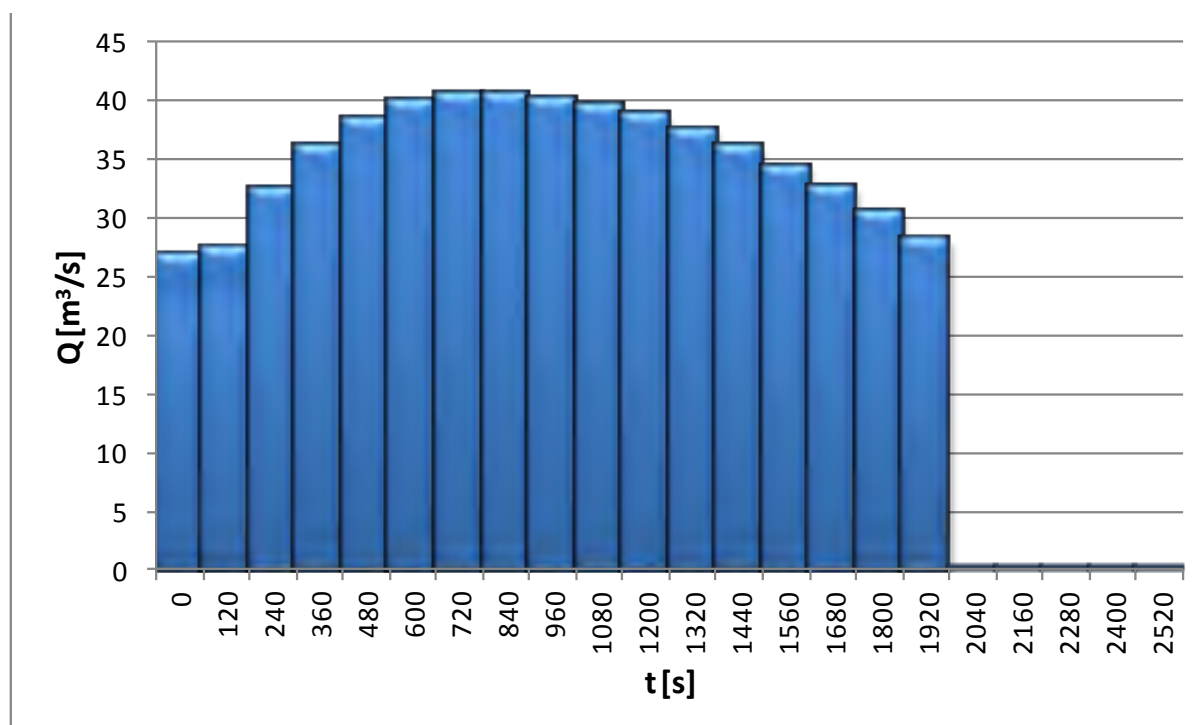


Figura 6-3: idrogramma di piena per l'evento simulato sul bacino del rio Lazer; per poter esaminare anche la fase di arresto, l'idrogramma (e di conseguenza la simulazione) è stato allungato di 10 minuti dal momento in cui la portata immessa diviene nulla.

2. Le colate detritiche di Cancia⁵⁷.

Il secondo studio di caso riguarda le colate detritiche che minacciano il centro abitato di Cancia, frazione del comune di Borca di Cadore (BL) e ubicato sul versante sinistro della valle del torrente Boite a 950 m sul livello medio del mare.

Le rocce calcaree e dolomitiche, erose dalla pioggia, dal vento e dai cicli di gelo e disgelo, hanno col tempo formato una spessa coltre di detriti, caratterizzata da pendenze di oltre $35 \div 40^\circ$ nella zona più a monte e di $10 \div 20^\circ$ al piede. Questi depositi possono all'occorrenza innescare delle colate di detriti in grado di raggiungere il fondovalle.

⁵⁷ Le informazioni contenute in questo paragrafo sono state ricavate prevalentemente da un passato studio svolto dall'Istituto di ricerca per la protezione idrologica di Padova (Bossi, et al., 2011). Per ulteriori informazioni si rimanda quindi il lettore interessato a questa fonte.



Figura 6-4: immagine satellitare dell'area di studio; è facilmente riconoscibile il percorso seguito dalle colate (noto anche come "rovina di Cancia"), mentre più a sinistra si trova una vasca di ritenuta con forma circolare (da Google Maps).

Come si può osservare nell'immagine satellitare, il canale da cui provengono le colate si divide a monte in due rami: quello di Forcella Salvella (destra idrografica) e di Bus del Diau (sinistra idrografica), quest'ultimo con uno scarso apporto di sedimenti. Sfortunatamente i picchi di portata solitamente giungono a valle quasi simultaneamente, aumentando così il livello di rischio.

Dal punto di vista climatico la valle è caratterizzata da temperature medie annue di circa 5° C e precipitazioni superiori a 1'000 mm l'anno; nel periodo primaverile ed estivo le piogge sono tipicamente brevi ed intense, mentre in autunno hanno una minore intensità ma durata maggiore.

Il regime pluviometrico ha una importanza notevole, dato che le colate avvengono specialmente in estate.

E' interessante ricordare uno studio condotto recentemente su 28 colate detritiche con volume superiore a 2'000 m³ che sono avvenute in sei bacini nelle Dolomiti (compreso quello di Cancia); attraverso l'involuppo dei minimi è stato individuata la seguente relazione tra l'intensità massima di

una precipitazione I_{max} e la sua durata t_p (rispettivamente in [mm/h] e in [min]) in grado di portare alla formazione di una colata (Gregoretti & Dalla Fontana, 2007):

$$I_{max} \geq 13t_p^{0.90} \quad (6-1)$$

Le colate detritiche che interessano il centro abitato di Cancia si originano a oltre duemila metri di quota e potenzialmente possono arrivare fino al torrente Boite, situato a 880 m; l'estensione del bacino di idrografico è di quasi 2 km², mentre il canale sul quale transitano ha una lunghezza di circa 2'400 m.

Come indicato nella Tabella 6-3, l'indice Melton è ampiamente maggiore di 0.5, quindi il fenomeno di trasporto principale sul conoide è rappresentato dalle colate.

Tabella 6-3: principali caratteristiche morfometriche per il bacino di Cancia

(da G. Bossi, et al., 2011).

PARAMETRI	VALORE
Superficie [km ²]	1.8
Quota massima [m s.l.m.]	3'066
Quota alla sezione di chiusura [m s.l.m.]	880
Lunghezza collettore [km]	2.4
Pendenza media del collettore [%]	20.0
Superficie conoide [km ²]	0.60
Apice conoide [m s.l.m.]	1'020
Indice Melton [-]	1.52

Le colate detritiche provenienti dall'Antelao sono in grado di mobilitare delle quantità ingenti di materiale; per l'evento più intenso di cui si abbia notizia, avvenuto il 27 luglio 1868 e che fece 12 vittime, la stima è di circa 100'000 m³. I danni furono comunque limitati a causa della bassa densità abitativa della zona a quell'epoca.

La situazione di rischio si è aggravata notevolmente negli anni '50, quando è stato costruito dall'ENI un villaggio turistico proprio nell'area di deposito.

Per tentare porvi rimedio è stato costruito un canale artificiale con la funzione di controllare il percorso delle colate in transito; in precedenza al contrario una colata poteva scorrere liberamente al di sopra del deposito vallivo lungo uno dei percorsi preferenziali presenti prima di arrestarsi.

Questo nuovo canale, se da un lato offre una certa protezione alla zona recentemente urbanizzata, dall'altro ha già dimostrato di aver aggravato il rischio per l'abitato storico di Cancia, visto che sono

stati danneggiati gravemente alcuni suoi edifici in occasione degli eventi avvenuti il 2 luglio 1994 e il 7 agosto 1996⁵⁸.

In seguito a questi episodi fu deciso di costruire a valle del canale artificiale una vasca di ritenuta della capacità di 25'000 m³, che però non è collegata idraulicamente ad alcun collettore principale per poter smaltire almeno una parte del volume di una eventuale colata⁵⁹. Nel luglio 2009 questa vasca non è stata in grado di offrire la protezione sperata, e sono morte due persone.

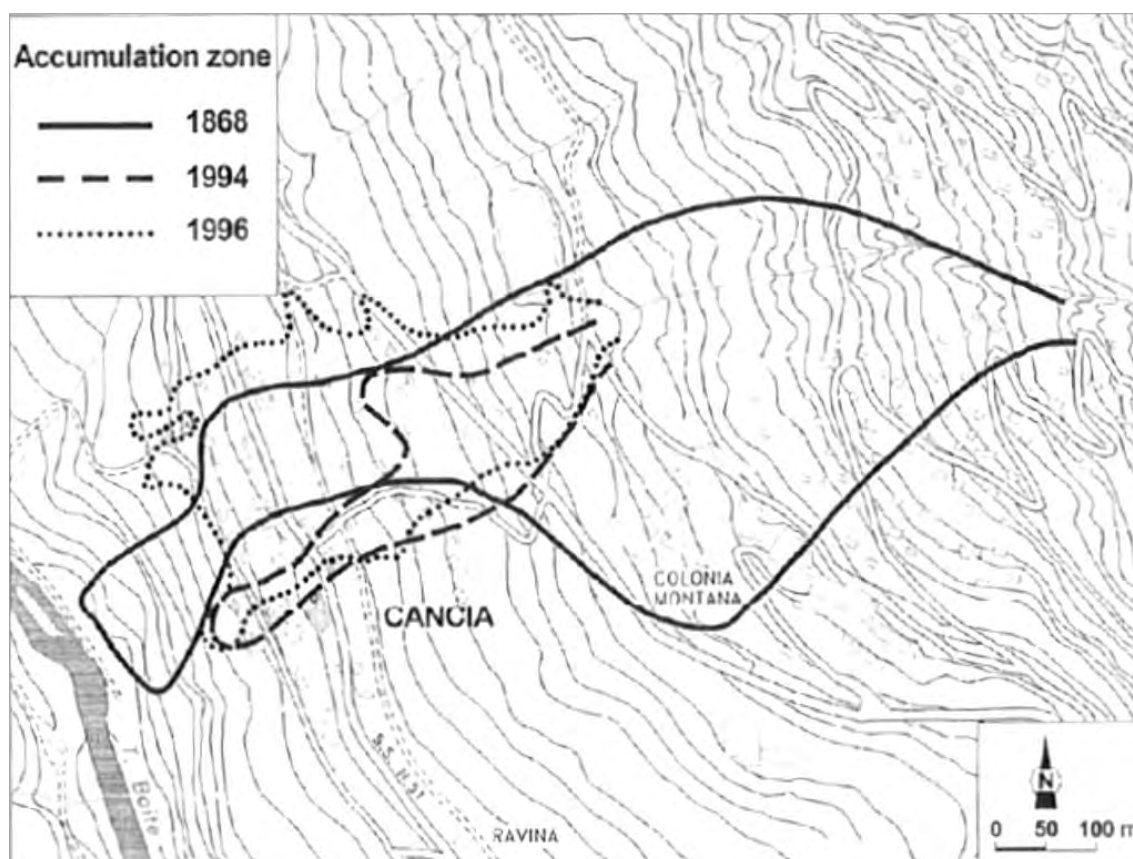


Figura 6-5: zona di accumulo di tre diverse colate detritiche avvenute a Cancia
(da Mantovani, et al., 2002).

G. Bossi e altri ricercatori nel 2011 hanno proposto alle Autorità competenti diverse alternative per mitigare il rischio, le quali in pratica consistono nel realizzare un nuovo canale con annessa una piazza di deposito e un canale emissario che si immette nel torrente Boite.

Tra le diverse alternative analizzate c'era anche quella di utilizzare il canale preesistente, ampliare la vasca e collegarla con il Boite attraverso la costruzione di un altro canale.

⁵⁸ Il volume della colata del 1994 è stato di circa 25'000 m³, mentre per quella del 1996 le stime parlano di 40'000÷50'000 m³.

⁵⁹ Probabilmente questa scelta è stata presa in considerazione della presenza a valle del Boite di un serbatoio artificiale (il lago di Vodo di Cadore) e della eventualità che i detriti possano causarne l'interrimento, congiuntamente alla potenziale situazione di rischio dovuta a un possibile intasamento anche solo parziale dell'alveo e del conseguente rigurgito a monte.

In ogni caso è stato anche osservato nel suddetto studio che il problema non potrà essere risolto in maniera definitiva; risulta perciò molto importante una precisa simulazione delle colate di detriti nella zona, in modo da poter calcolare la probabilità associata a un eventuale sormonto delle opere di difesa previste.

Per questo bacino le colate simulate con FV Shock fanno riferimento a un evento particolarmente recente, quello del 18 luglio 2009.

Per concludere vengono ora espone due tabelle contenenti i dati utilizzati nelle simulazioni. Come nel caso del rio Lazer, il tirante di ciascun passo temporale è stato calcolato attraverso la formula di Gauckler-Strickler a partire dal valore corrispondente della portata.

Tabella 6-4: dati relativi alle condizioni al contorno a Forcella Salvella per l'evento del 18 luglio 2009.

t [s]	Q [m ³ /s]	D [m]	C [-]	t [s]	Q [m ³ /s]	D [m]	C [-]
0	0.01	0.01	0.646	1200	25.58	1.53	0.592
60	0.01	0.01	0.646	1260	22.36	1.41	0.588
120	0.01	0.01	0.646	1320	19.15	1.28	0.583
180	0.01	0.01	0.646	1380	15.93	1.15	0.579
240	0.01	0.01	0.646	1440	12.71	1.00	0.574
300	0.01	0.01	0.646	1500	9.50	0.84	0.570
360	64.18	2.65	0.646	1560	6.28	0.66	0.565
420	64.18	2.65	0.646	1620	3.06	0.43	0.561
480	64.18	2.65	0.646	1680	0.01	0.01	0.556
540	60.96	2.57	0.642	1740	0.01	0.01	0.556
600	57.75	2.49	0.637	1800	0.01	0.01	0.556
660	54.53	2.40	0.633	1860	0.01	0.01	0.556
720	51.31	2.32	0.628	1920	0.01	0.01	0.556
780	48.10	2.23	0.624	1980	0.01	0.01	0.556
840	44.88	2.14	0.619	2040	0.01	0.01	0.556
900	41.66	2.04	0.615	2100	0.01	0.01	0.556
960	38.45	1.95	0.610	2160	0.01	0.01	0.556
1020	35.23	1.85	0.606	2220	0.01	0.01	0.556
1080	32.01	1.75	0.601	2280	0.01	0.01	0.556
1140	28.80	1.64	0.597	2340	0.01	0.01	0.556

Tabella 6-5: dati relativi alle condizioni al contorno a Bus del Diau per l'evento del 18 luglio 2009.

t [s]	Q [m ³ /s]	D [m]	C [-]	t [s]	Q [m ³ /s]	D [m]	C [-]
0	0.40	0.13	0.000	1200	2.00	0.33	0.000
60	0.68	0.17	0.000	1260	1.53	0.28	0.000
120	1.15	0.24	0.000	1320	1.25	0.25	0.000
180	2.16	0.35	0.000	1380	1.16	0.24	0.000
240	3.76	0.48	0.000	1440	0.01	0.01	0.000
300	7.47	0.73	0.000	1500	0.01	0.01	0.000
360	10.74	0.91	0.000	1560	0.01	0.01	0.000
420	12.55	1.00	0.000	1620	0.01	0.01	0.000
480	13.31	1.03	0.000	1680	0.01	0.01	0.000
540	13.61	1.04	0.000	1740	0.01	0.01	0.000
600	13.51	1.04	0.000	1800	0.01	0.01	0.000
660	12.77	1.01	0.000	1860	0.01	0.01	0.000
720	11.50	0.94	0.000	1920	0.01	0.01	0.000
780	10.05	0.87	0.000	1980	0.01	0.01	0.000
840	8.24	0.77	0.000	2040	0.01	0.01	0.000
900	6.29	0.66	0.000	2100	0.01	0.01	0.000
960	4.90	0.57	0.000	2160	0.01	0.01	0.000
1020	3.96	0.50	0.000	2220	0.01	0.01	0.000
1080	3.21	0.44	0.000	2280	0.01	0.01	0.000
1140	2.48	0.38	0.000	2340	0.01	0.01	0.000

CAPITOLO 7: SVILUPPO DI UNA INTERFACCIA FRA FV SHOCK E UN GIS

Come già accennato nella seconda parte del terzo capitolo, l'algoritmo che è alla base di FV Shock lavora con una geometria 2D formata da celle triangolari irregolari (o TIN, acronimo di *triangulated irregular network*).

Uno dei vantaggi principali derivanti dallo strutturare le informazioni in modo vettoriale (nel senso che, dato un sistema di riferimento, ad ogni vertice della maglia sono associate le coordinate x , y e z) consiste nella possibilità di infittire la griglia solo nei punti in cui è necessario e quindi permette di ridurre i tempi di calcolo nelle simulazioni.

Non tutte le cartografie digitali però hanno i dati strutturati in questo modo; esistono infatti altri tipi di formati vettoriali, ed esistono anche casi in cui la griglia è di tipo *raster*.

La principale differenza è che per questi ultimi tutte le celle sono quadrate ed hanno uguali dimensioni.

Visto che la geometria dei bacini su cui si è dovuta fare l'analisi era rappresentata in modalità *raster*, per poter effettuare le simulazioni e poi visualizzarne i risultati è stato necessario realizzare dei programmi per convertire i dati da un formato all'altro. Il linguaggio di programmazione che è stato adottato per raggiungere questo obiettivo è il Fortran 90.

Nel seguito viene prima descritto come sono strutturate le informazioni nei due casi, mentre successivamente è illustrato il funzionamento dei codici scritti per realizzare una interfaccia fra FV Shock e AdB Toolbox.

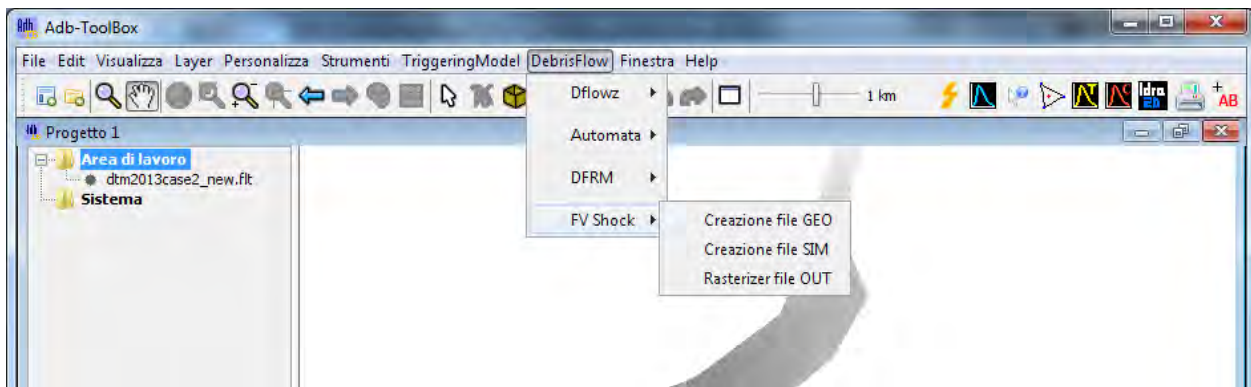


Figura 7-1: i tre nuovi comandi aggiunti al programma Adb Toolbox per poter simulare delle colate detritiche con FV Shock.

1. I file geo di FV Shock.

In FV Shock i dati della geometria devono essere in formato ASCII con estensione geo.

La geometria è composta essenzialmente da nodi, i quali possono formare elementi monodimensionali (tronchi e tronchi speciali) e bidimensionali (maglie e maglie speciali, ciascuna composta da tre nodi).

Esistono poi anche i cosiddetti nodi speciali, i quali possono ad esempio simulare la presenza di un serbatoio.

Nel caso in esame gli unici elementi di interesse sono semplicemente i nodi e le maglie.

Le informazioni in un geo sono così strutturate:

- ❖ due stringhe iniziali contenenti il suo titolo e il percorso;
- ❖ numero complessivo di nodi, nodi speciali, maglie, maglie speciali, canali e canali speciali;
- ❖ coordinate dei nodi (i nodi sono implicitamente numerati in ordine crescente a partire da 1);
- ❖ caratteristiche dei nodi speciali;
- ❖ caratteristiche delle maglie: vengono indicati i tre nodi che le compongono attraverso il loro indice identificativo, il valore della scabrezza⁶⁰, la quota del fondo e lo spessore strato erodibile;
- ❖ caratteristiche delle maglie speciali, dei tronchi e dei tronchi speciali.

Si precisa che in FV Shock le quote dei nodi non servono, visto che sono utilizzate solo quelle delle maglie.

Per maggiore chiarezza si è realizzato il *file* dimostrativo Esempio.geo (vedi Figura 7-2 e Figura 7-3).

⁶⁰ Al proposito si avvisa che attualmente il programma FV Shock non tiene conto della differenza di scabrezza tra le varie maglie. In futuro questo aspetto potrebbe essere facilmente migliorato.

```

Esempio.geo - Blocco note
File Modifica Formato Visualizza ?
E:\Gregoret\ Esempio.geo
titolo Esempio.geo
10 0 7 0 0 0 nodi,nodS,maglie,magS,ncan,ntroS
***** CARATTERISTICHE DI SCABREZZA *****
1 numero tipologie scabrezza
40.00
***** CARATTERISTICHE DEI NODI *****
2.10 14.00 0.000
2.28 11.10 0.000
4.40 10.02 0.000
6.55 9.95 0.000
8.49 12.24 0.000
10.10 12.33 0.000
8.95 14.20 0.000
6.52 13.87 0.000
6.02 14.50 0.000
4.41 13.09 0.000
***** CARATTERISTICHE NODI SPECIALI *****
***** CARATTERISTICHE DELLE MAGLIE *****
1 2 10 1 0.00 0.300
2 3 10 1 1.90 0.300
3 4 10 1 2.50 0.300
4 8 10 1 2.60 0.300
4 5 8 1 2.40 0.300
5 6 7 1 1.70 0.300
8 9 10 1 0.50 0.300
***** CARATTERISTICHE MAGLIE SPECIALI *****
***** CARATTERISTICHE DEI CANALI *****
***** CARATTERISTICHE TRONCHI SPECIALI *****

```

Figura 7-2: il file Esempio.geo aperto con un elaboratore di testo.

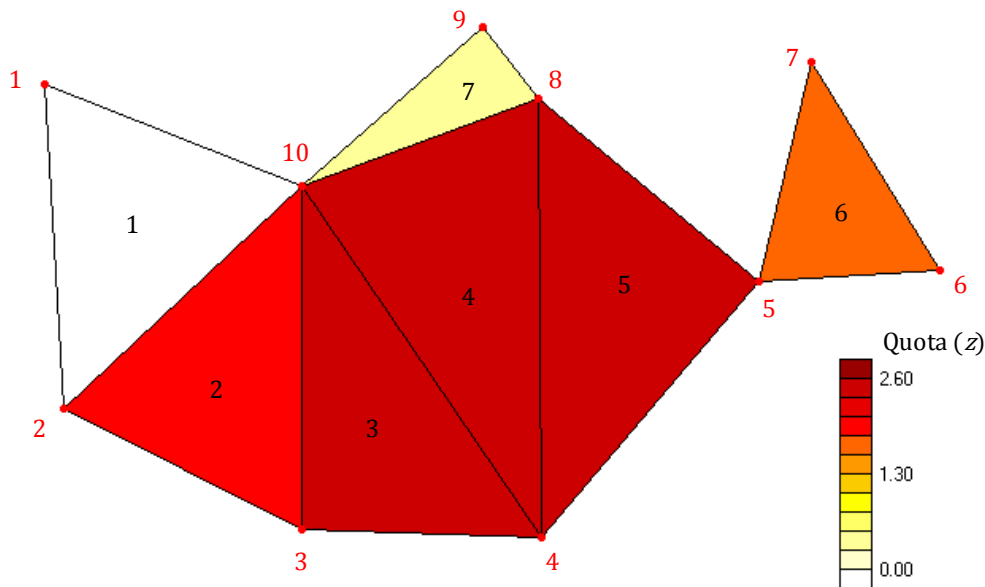


Figura 7-3: rappresentazione della geometria del file Esempio.geo; gli indici di maglia sono in nero, quelli di nodo sono in rosso.

2. I file flt e hdr di AdB Toolbox.

AdB Toolbox è un *software open source* che consente di visualizzare e modificare dati spazialmente distribuiti. Accanto alle funzionalità di base comuni anche in altri GIS, ha incorporati diversi moduli aggiuntivi. Recentemente è stato scelto di incorporarvi anche FV Shock.

Come già anticipato in apertura di questo capitolo, i *file* di AdB Toolbox sono di tipo *raster* e possono essere visualizzati come una immagine.

Il *file raster*, con estensione *flt*, è essenzialmente una tabella con un certo numero di righe e colonne. Rispetto a un *file geo*, un *file flt* contiene assai meno informazioni, visto che ad ogni cella è assegnato un solo valore numerico; questo valore può rappresentare una quota oppure qualche altro parametro.

Per poter leggere un *file flt* è necessario il cosiddetto *file* di intestazione (o *header*), che ha estensione *hdr* ed è così strutturato (l'ordine è fisso):

- ❖ numero di righe (n);
- ❖ numero di colonne (m);
- ❖ coordinata orizzontale origine dell'immagine (ascissa);
- ❖ coordinata verticale origine dell'immagine (ordinata);
- ❖ lato delle celle;
- ❖ valore indefinito (nel seguito assunto pari a -8'888.0);
- ❖ valore esterno all'immagine (nel seguito assunto pari a -9'999.0);
- ❖ Ordine dei *Bytes*.

E' importante notare che un *file flt* non può essere facilmente letto con un elaboratore di testi perché è in formato binario; l'ultimo punto dell'elenco serve per la codifica⁶¹.

Anche in questo caso è stato costruito per l'occasione un *file* dimostrativo, chiamato Esempio1.flt ed Esempio1.hdr (vedi Figura 7-4 e Figura 7-5).

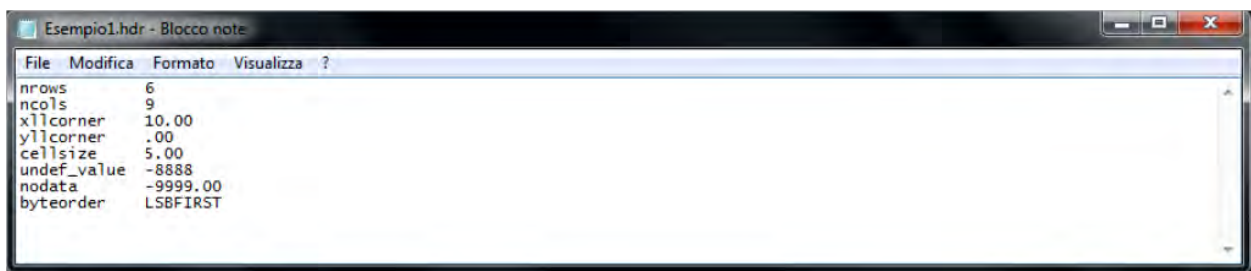


Figura 7-4: informazioni contenute in Esempio1.hdr (le maglie sono 54).

⁶¹ Nel caso mostrato in Figura 7-4, il byte meno significativo è il primo (*little-endian*).

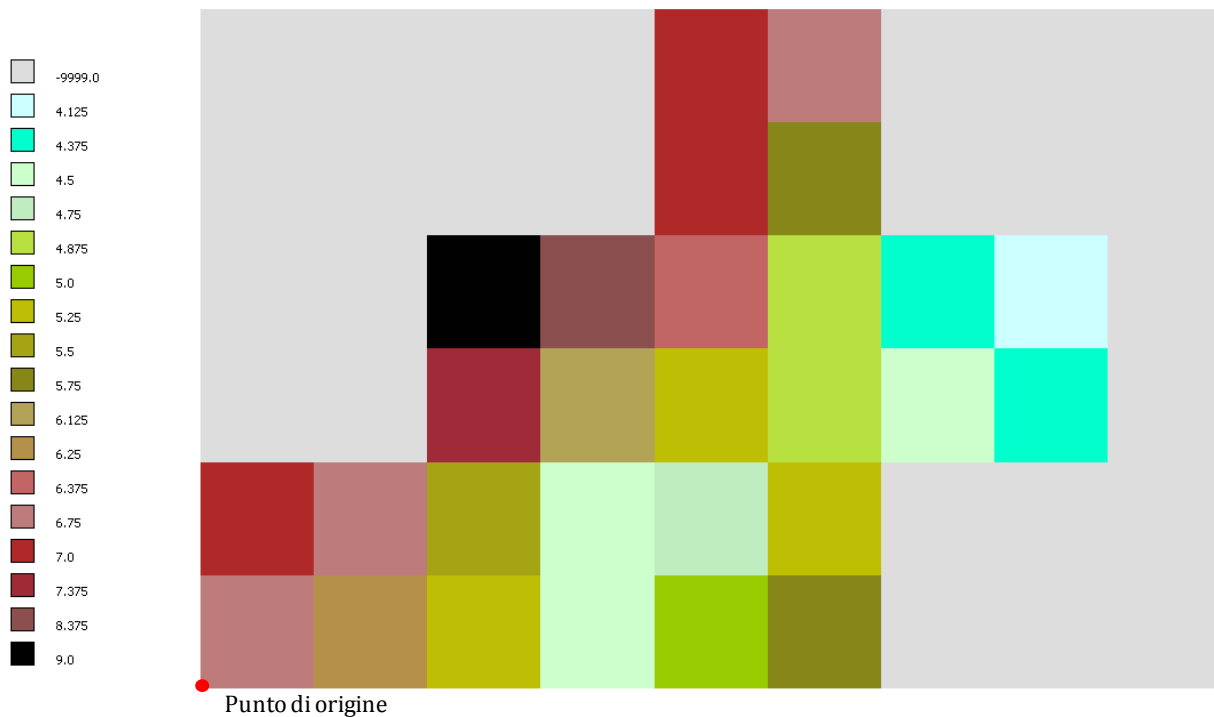


Figura 7-5: rappresentazione grafica di Esempio1.flt con indicato il punto a partire dal quale viene calcolata la griglia.

Come appare evidente, da un certo punto di vista questo modo di organizzare le informazioni non è particolarmente efficiente, dal momento che è necessario memorizzare anche i dati nelle celle esterne.

In ogni caso un *file* binario, rispetto a un normale *file* di testo ASCII (come il geo di FV Shock), offre almeno tre grandi vantaggi quando contiene molti dati:

- ❖ le informazioni sono meglio compresse, per cui i *file* binari hanno dimensioni molto inferiori (a parità di contenuti);
- ❖ i dati possono essere letti dall'elaboratore più velocemente, non essendo più costretto a convertirli preliminarmente (*idem* per la scrittura);
- ❖ molti linguaggi di programmazione prevedono degli strumenti per gestire con molta facilità un *file* di tipo binario.

3. Conversione di un *raster* di AdB Toolbox in un geo.

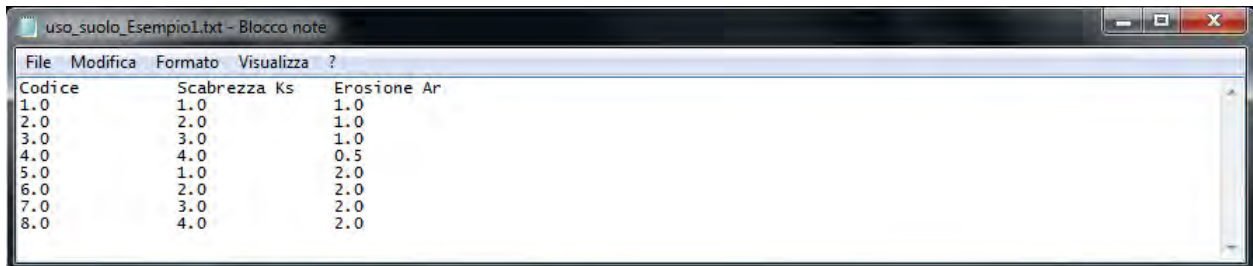
In questo paragrafo viene brevemente spiegato come opera l'algoritmo destinato alla creazione dei *file* geo.

Innanzitutto è necessario rammentare che un *file* geo contiene due tipi di informazioni: le coordinate dei nodi e le proprietà delle maglie. In un singolo flt sono contenute le posizioni dei nodi

(tramite l'*header*) e un solo parametro per ciascuna maglia (quote oppure qualche altra caratteristica del terreno).

Questo significa che per realizzare un *file* geo sono in teoria necessari almeno due *raster*:

Per il programma realizzato ne servono due: uno per definire la quota delle maglie e l'altro per specificare la tipologia di terreno (copertura); viene poi utilizzato un altro *file* (nel presente caso un ASCII con estensione txt) che metta in relazione quest'ultima con il valore della scabrezza e lo spessore dello strato erodibile, come mostrato in Figura 7-6.



Codice	Scabrezza Ks	Erosione Ar
1.0	1.0	1.0
2.0	2.0	1.0
3.0	3.0	1.0
4.0	4.0	0.5
5.0	1.0	2.0
6.0	2.0	2.0
7.0	3.0	2.0
8.0	4.0	2.0

Figura 7-6: esempio di un tipico *file* di testo (con N=8) per definire le caratteristiche del terreno a partire dal suo codice identificativo.

Se dovesse avere a disposizione un solo *file* flt, l'algoritmo fornisce al geo dei valori prefissati di scabrezza e dello spessore dello strato erodibile, uguali per tutte le maglie.

Come ausilio per la comprensione del funzionamento del codice è stato riportato in Figura 7-7 e Figura 7-7 un diagramma che riassume i passaggi più importanti (anche se per ovvie ragioni non tutte le singole operazioni).

La prima fase è l'apertura dei *file* necessari e la raccolta dei dati in essi contenuti.

Per prima cosa viene creato un *array* di nome "etichette" costituito da N righe e 2 colonne, contenente gli N valori di scabrezza (Ks) e di spessore dello strato erodibile (Ar); i dati sono ordinati in base all'indice (che corrisponde alla tipologia di terreno) dal più piccolo al più grande (N). L'*array* etichette ha tante righe quanti sono i tipi di copertura utilizzati.

Nel caso in cui le informazioni sono raccolte da un *file* di testo, eventuali buchi nella numerazione non sono di per se gravi (viene solo visualizzato sullo schermo un messaggio di avviso); viene anche eseguito un controllo che, se non soddisfatto, porta all'arresto forzato della esecuzione del codice (messaggio di errore 100).

Se manca l'immagine *raster* relativa all'uso del suolo, il vettore "etichette" ha solo due entrate, poste pari a zero.

Come già anticipato, per poter aprire correttamente un *file* flt è necessario prima leggere le informazioni contenute in quello di intestazione. I due *raster* utilizzati devono avere lo stesso file di intestazione (i.e. devono essere sovrapponibili).

Attraverso il numero di righe e di colonne, si può costruire una matrice, indicata con *XX*, che contiene le quote specificate nel *raster* della geometria, contenente le quote delle maglie (DEM).

Analogamente viene realizzata la matrice *ZZ* a partire dal *raster* copertura, contenente i vari indici utilizzati per distinguere il tipo di terreno. A questo punto bisogna evidenziare che non è possibile leggere un *flt* della copertura se il *file* di intestazione è diverso da quello della geometria, visto che *ZZ* viene creato con le stesse dimensioni di *XX*.

Su *ZZ* vengono anche svolti alcuni accertamenti per escludere la possibilità che ci siano indici negativi (escludendo i valori fuori dall'immagine, i quali assumono il valore definito nell'intestazione e che in genere è -9'999.0) o maggiori di N (messaggio di errore 101).

A ogni singolo valore di *ZZ* (esclusi quelli esterni) deve corrispondere un indice nell'*array* etichette; senza eseguire questi controlli, in seguito si potrebbero verificare delle situazioni dai risvolti imprevedibili.

E' implicitamente concesso che l'immagine relativa al tipo di suolo sia più grande di quella della geometria, ma non il contrario (messaggio di errore 102): in questo modo nel *geo* a ogni maglia saranno sempre associate la scabrezza e *Ar*.

A questo punto inizia la seconda parte del codice, che elabora le informazioni raccolte e crea il *file* *geo*.

Le maglie di una geometria in formato *raster* sono sempre quadrate, quindi in pratica l'algoritmo provvede a scomporle in due triangoli isosceli rettangoli.

Viene fatto anche un ultimo controllo per la matrice etichette; se non vengono trovate una o più classi, l'esecuzione viene fatta terminare con un messaggio di errore (errore 101).

Per creare il *file* *geo* vengono create tre matrici:

- ❖ *coord_nodi*, contenente le tre coordinate di ciascun nodo presente;
- ❖ *nodi_maglie2* (ricavato da *nodi_maglie*), in cui viene specificato da quali nodi è composta ciascuna maglia;
- ❖ *dati_maglie*, che contiene la quota, la scabrezza e lo spessore dello strato erodibile per ogni maglia.

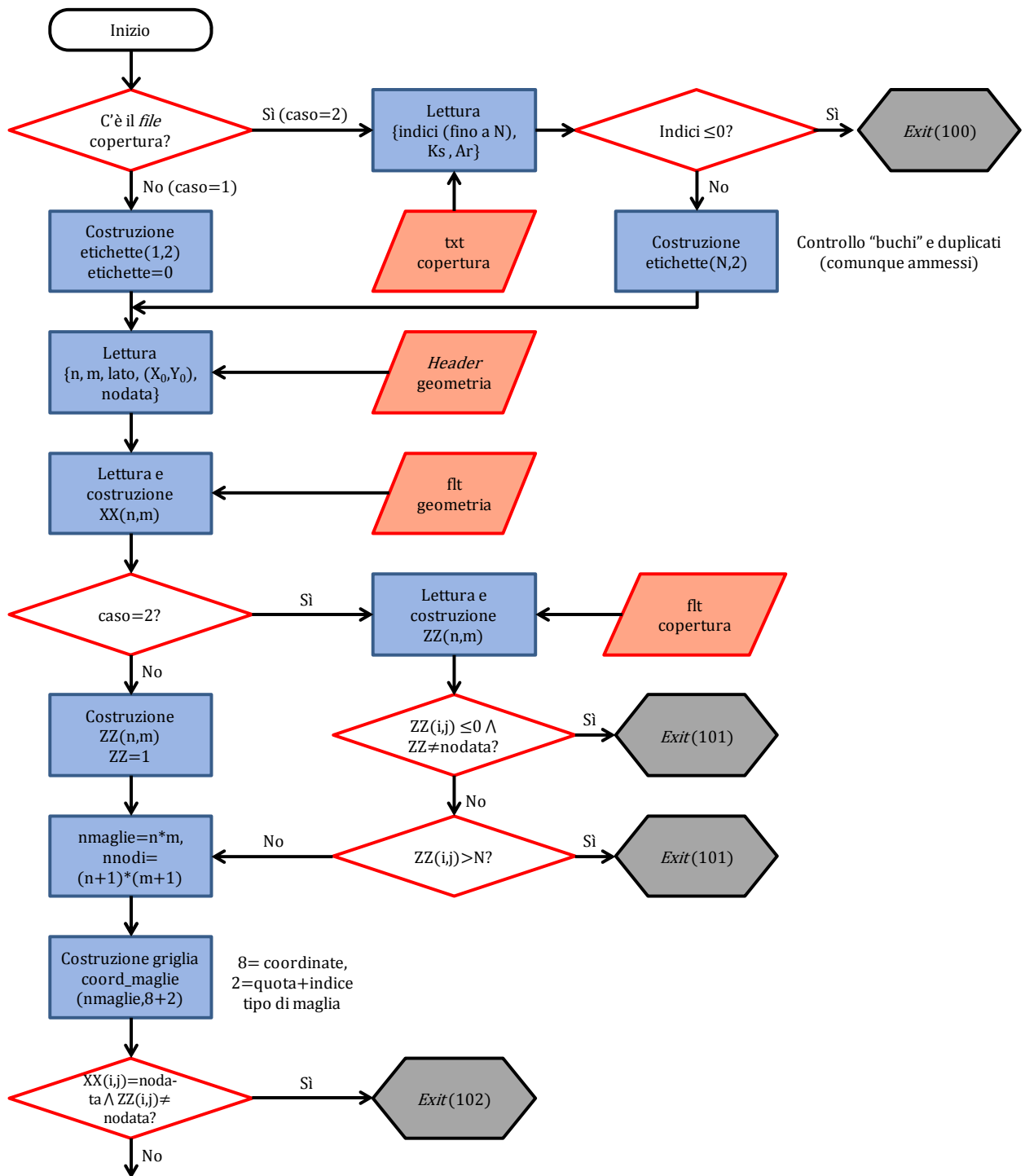


Figura 7-7: diagramma di flusso che riassume i passaggi salienti svolti dal codice per creare un file geo (continua).

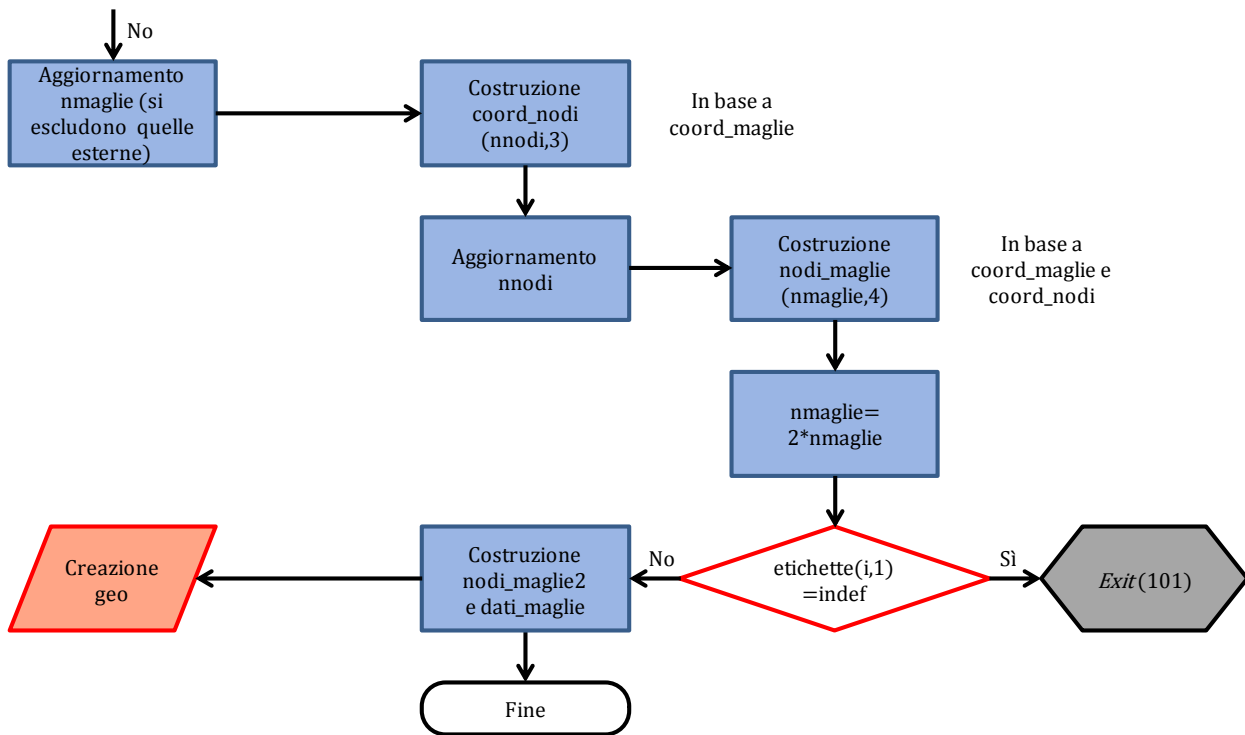


Figura 7-8: diagramma di flusso che riassume i passaggi salienti svolti dal codice per creare un *file* geo.

4. Conversione di un geo in un *raster* di ADB Toolbox.

In questo caso la struttura del programma, schematizzata con il diagramma di flusso di Figura 7-9, risulta molto più semplice della precedente; per creare una immagine *raster* contenente le quote del terreno è ora sufficiente un solo *file* di *input*.

Visto che in generale i triangoli presenti in un geo di FV Shock sono scaleni, questo passaggio presenta tuttavia qualche difficoltà di natura concettuale. Rispetto al caso precedente è evidente che qui le informazioni contenute nel geo e nel *file* flt ottenuto non potranno più essere perfettamente comparabili.

I metodi per passare da un reticolo di maglie triangolari a uno di maglie quadrate sono probabilmente infiniti.

E' stato scelto in fase di scrittura del codice di non utilizzare alcuna tecnica di interpolazione, visto che quasi sicuramente avrebbe dilatato i tempi di calcolo; nel seguito verrà spiegato concettualmente come funziona il metodo adottato.

Tralasciando le fasi preliminari di raccolta e di prima elaborazione dei dati, il codice carica nella memoria volatile una matrice rappresentante la posizione spaziale dei nodi del *raster* creato (nodi_mesh) e un'altra contenente le coordinate dei nodi (x e y) per ciascuna maglia triangolare presente nel geo (nodi_mesh2).

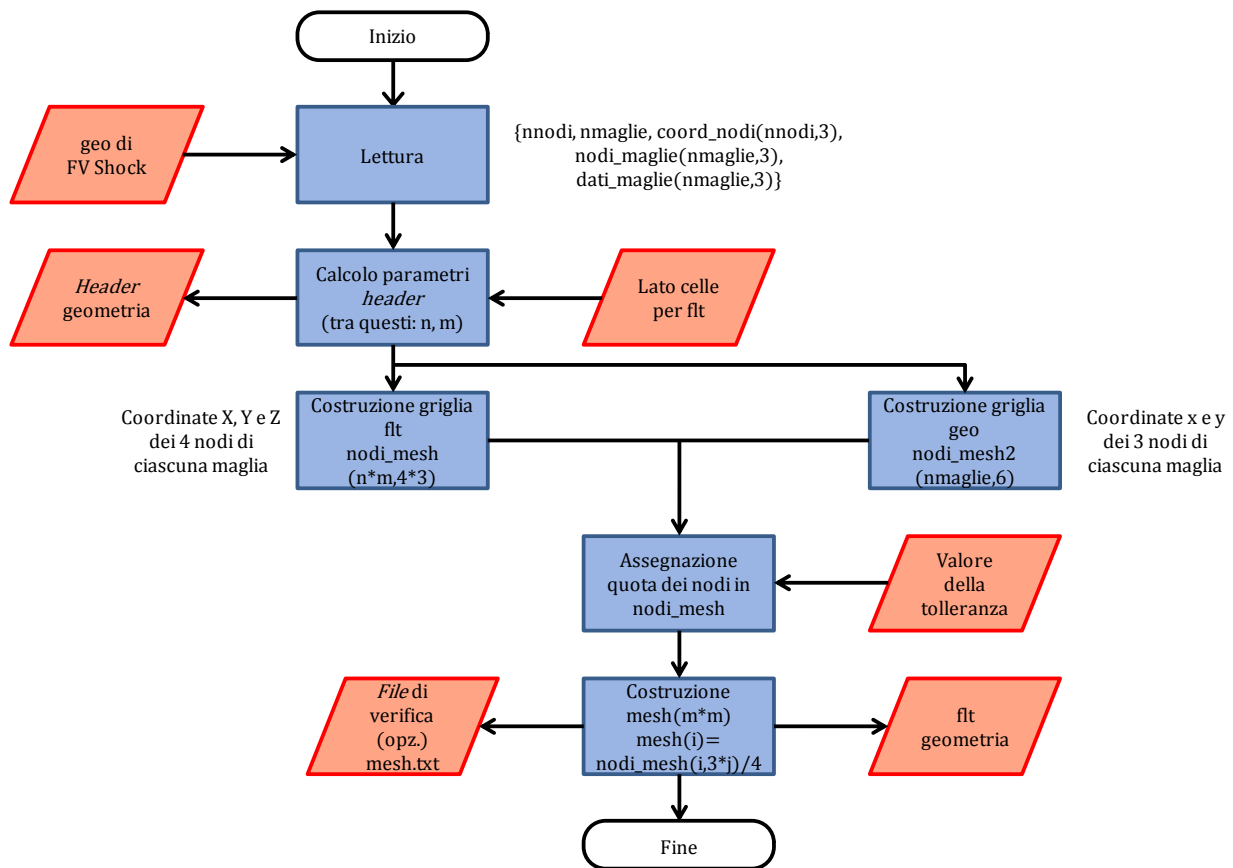


Figura 7-9: diagramma di flusso relativo alla conversione di una geometria dal formato geo a flt.

L'idea di base è stata quella di operare un confronto fra le due geometrie; per ogni nodo appartenente alle maglie definite da `nodi_mesh` viene stabilito se si trova all'interno di una maglia triangolare di `nodi_mesh2`.

La quota di ciascuna maglia quadrangolare viene infine posta pari alla media delle quote dei nodi che la compongono.

Può capitare che uno o più nodi di una generica maglia quadrata non si trovi all'interno di alcuna maglia triangolare (i.e. è posizionato all'esterno della geometria definita dal *file* `geo`); in questi casi la maglia viene considerata esterna e la sua quota assume il valore prestabilito nel *file header* (il valore prestabilito è -9'999.0).

Vengono ora spiegato in dettaglio come viene effettuato il confronto tra le matrici `nodi_mesh` e `nodi_mesh2`.

Per stabilire se un punto P in un dominio $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$ appartiene o meno ad un triangolo, conviene lavorare con le aree (vedi Figura 7-10); se è soddisfatta la relazione:

$$A + toll \geq A_1 + A_2 + A_3 \quad (7-1)$$

allora il punto P si trova all'interno del triangolo. In questa relazione il parametro *toll* (abbreviazione di tolleranza) assume un valore reale positivo piccolo a piacere (naturalmente maggiore del cosiddetto "epsilon di macchina") e serve per tenere in conto degli errori di

arrotondamento, mentre A , A_1 , A_2 e A_3 sono rispettivamente l'area del triangolo di vertici $\widehat{123}$, $\widehat{P23}$, $\widehat{1P3}$ e $\widehat{12P}$.

L'area di ciascun triangolo è ottenuta attraverso il calcolo del determinante di una matrice contenente le coordinate dei nodi che lo formano. Per determinare ad esempio A basta risolvere la seguente relazione:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 2A \quad (7-2)$$

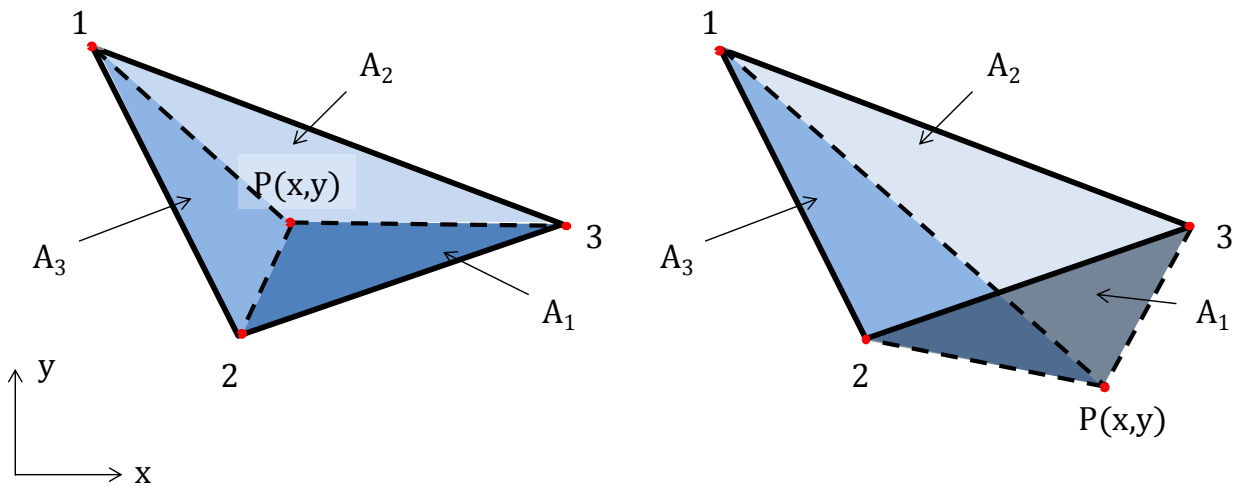


Figura 7-10: i due possibili casi: il punto P può essere interno al triangolo $\widehat{123}$ (a sinistra) oppure esterno ad esso (a destra).

Il risultato che si può ottenere è influenzato in larga misura dal lato delle celle quadrangolari, che viene scelto dall'utente.

Per ottenere una geometria molto fedele all'originale, è conveniente adottare per le maglie quadrate del *raster* un lato di minor lunghezza rispetto alla distanza media tra i nodi delle maglie nel geo; se però queste ultime risultano eccessivamente piccole, si può scegliere un valore maggiore per il lato delle celle, ottenendo così un *file flt* che occupa minor spazio in memoria.

Nelle immagini riportate nel seguito è mostrato come il lato della cella modifichi il risultato della conversione del *file Esempio.geo*, dove i nodi delle maglie si trovano in media a circa 2 unità di distanza tra di essi. I valori riportati all'interno delle maglie sono le quote calcolate mentre le celle con valore pari a -9'999.0 non sono illustrate.

Essendo le maglie del *file geo* disposte in modo poco compatto ed i valori assegnati ai lati delle celle nel *raster* relativamente grandi (per poter essere meglio rappresentate graficamente), non è ben distinguibile la maglia triangolare n°6 (vedi Figura 7-3).

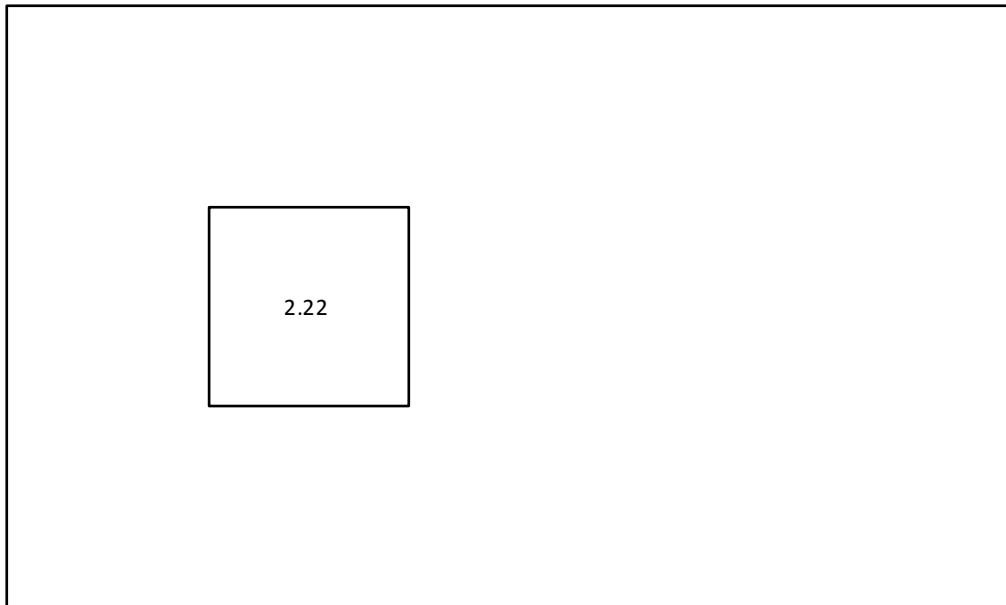


Figura 7-11: immagine *raster* ottenuta ponendo il lato delle celle pari a 2 unità
(dimensioni immagine: 6x10 unità; $X_0 = 2.1$; $Y_0 = 8.5$).

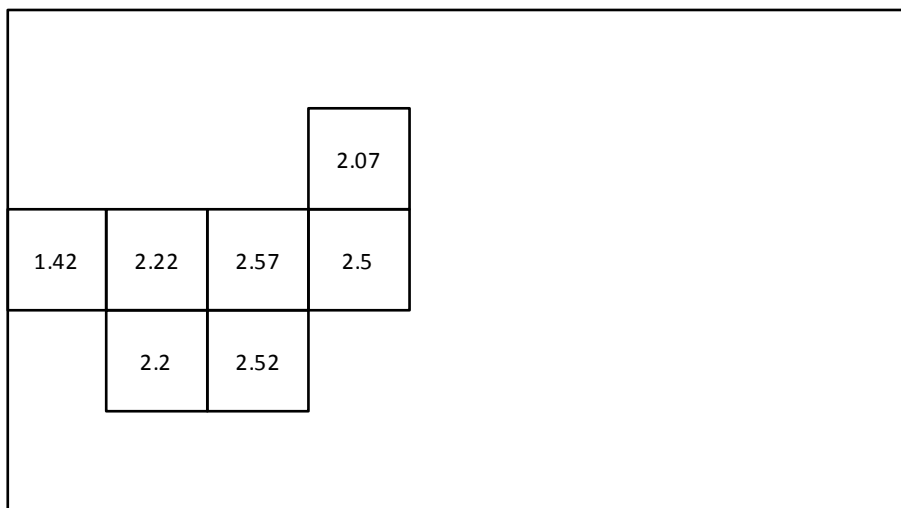


Figura 7-12: immagine *raster* ottenuta ponendo il lato delle celle pari a 1 unità
(dimensioni immagine: 5x9 unità; $X_0 = 2.1$; $Y_0 = 9.5$).

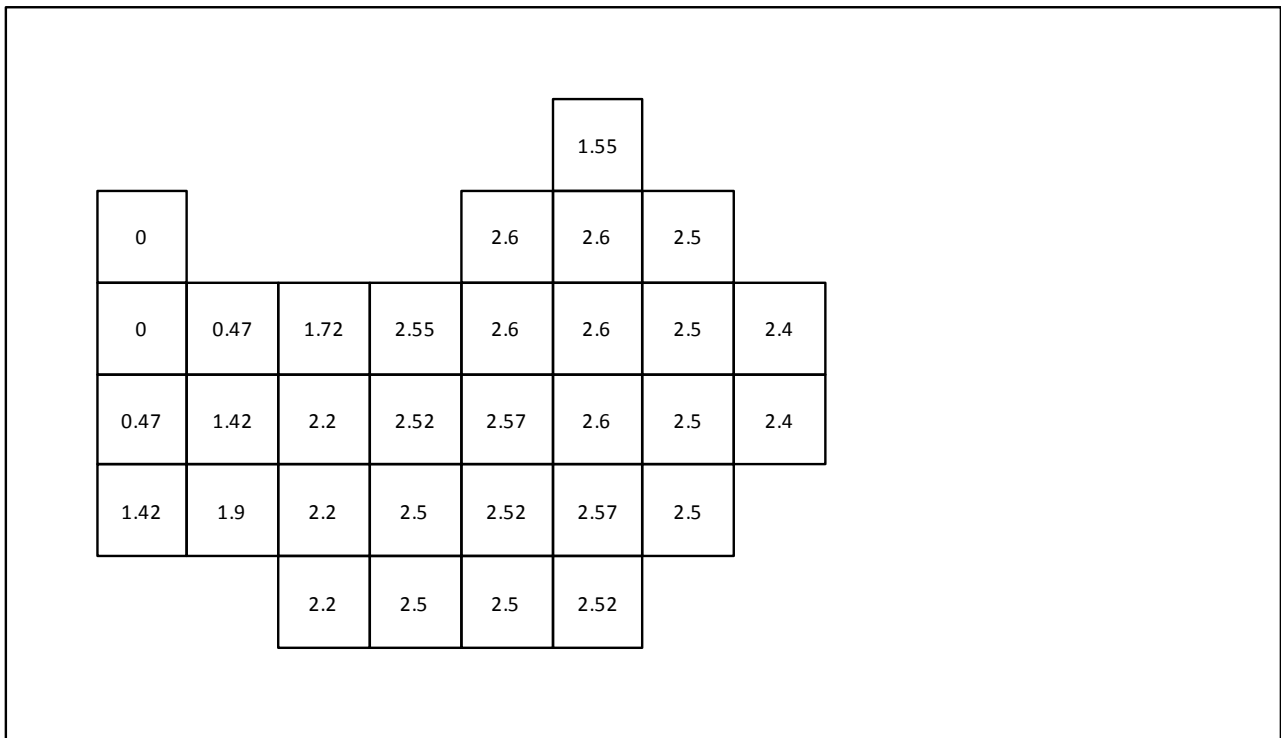


Figura 7-13: immagine *raster* ottenuta ponendo il lato delle celle pari a 0.6 unità (dimensioni immagine: 4.8x8.4 unità, non in scala con le precedenti; $X_0 = 2.1$; $Y_0 = 9.7$).

5. Conversione di un out in *raster* di AdB Toolbox.

Durante una simulazione, FV Shock salva i risultati ottenuti in diversi *file* binari con estensione out, visto che questi devono contenere molti più dati rispetto al geo di partenza.

I dati salvati in un *file* out possono essere di vario tipo, come ad esempio quote o tiranti, ma sono relativi a ciascuna maglia e per diversi passi temporali.

La struttura di un *file* out di FV Shock è la seguente:

- ❖ 4 cifre iniziali (non considerate);
- ❖ quote dei nodi per i vari istanti (non considerate);
- ❖ valori del primo parametro per ciascuna maglia e per i vari istanti (e.g. quote, velocità in direzione x , concentrazioni per tirante);
- ❖ valori del secondo parametro per ciascuna maglia e per i vari istanti (e.g. tiranti, velocità in direzione y , concentrazioni).

Conviene qui ricordare che il FORCE effettua i calcoli a un passo temporale variabile, che dipende dal numero di Courant (fisso) e da vari fattori.

Nelle applicazioni a scala di bacino la finestra temporale può essere piuttosto ampia, mentre il passo Δt è generalmente piccolo e il numero di maglie molto elevato, per cui un singolo *file* out potrebbe avere dimensioni davvero enormi⁶².

Di conseguenza prima della simulazione, più precisamente nella fase di impostazione dei parametri del modello, è necessario specificare l'intervallo di tempo tra un salvataggio e il successivo⁶³.

Il codice di calcolo deputato alla conversione di questo tipo di *file* è strutturato in modo quasi identico al precedente; viene creata una immagine in formato *flt* per i vari istanti e per ciascun parametro.

Quando le coordinate dei nodi presentano molte cifre significative (e.g. quando si usano le coordinate geografiche o la zona riprodotta è molto vasta), è necessario effettuare i calcoli in doppia precisione.

Questa modifica ha lo svantaggio di allungare il tempo necessario per completare la conversione.

Se il *file* geo utilizzato da FV Shock era stato precedentemente ottenuto a partire da un *file* *flt* attraverso il codice esposto al §7.3, le maglie sono costituite da triangoli isosceli rettangoli.

In questi casi è conveniente utilizzare un'altra versione di questo codice, che in pratica unisce a due a due le maglie per formarne una di quadrata; anche se è meno versatile del precedente, ha il vantaggio di non dover moltiplicare fra loro le coordinate dei nodi e quindi, potendo lavorare in semplice precisione, è estremamente veloce.

⁶² Per fare un esempio, si consideri un *debris flow* di durata pari a circa 30' e che la celerità raggiunta sia di 10 m/s; se il numero di Courant è posto pari a 0.5 e le celle hanno tutte diametro equivalente pari a un metro, si otterrebbe $\Delta t = 0.05$ s e quindi complessivamente per ogni singola maglia e per ciascun parametro considerato sarebbero da associare 36'000 valori. Per un bacino di media grandezza potrebbero esserci 400'000 maglie e 200'000 nodi e quindi, tenuto conto che i numeri sono rappresentati in semplice precisione, si otterrebbe un *file* out di circa 144.0 GB.

⁶³ Vengono in ogni caso sempre salvati i risultati all'istante iniziale e in quello finale.

CAPITOLO 8: RISULTATI DEL MODELLO NUMERICO.

Da circa due anni nel Dipartimento di Idraulica (ora parte di ICEA) dell'Università di Padova si sta cercando di estendere le funzionalità del programma FV Shock alla simulazione delle colate di detriti.

Per metterlo alla prova, erano stati riprodotti alcuni famosi esperimenti di laboratorio, condotti negli ultimi anni da diversi gruppi di ricerca⁶⁴. I risultati ottenuti furono ritenuti nel complesso abbastanza soddisfacenti, anche se si è anche notato che nelle diverse situazioni indagate era necessario cambiare le leggi reologiche e di l'erosione/deposito per interpretare al meglio i risultati.

Risultava inoltre spesso difficile riprodurre fedelmente sia la fase di propagazione in canaletta che quella di deposito con uno stesso *set* di parametri.

In un secondo momento, attraverso il presente lavoro, si è cercato di effettuare qualche simulazione di eventi naturali.

Vengono perciò descritti in questo capitolo alcuni dei risultati ottenuti simulando delle colate detritiche reali, mettendo in evidenza i problemi che si sono riscontrati.

1. Descrizione dei risultati.

Tenuto conto che una simulazione completa con FV Shock di un bacino composto anche da qualche milione di maglie e della durata di un idrogramma di circa un'ora richiede molto tempo⁶⁵, preliminarmente si sono realizzate delle simulazioni più brevi (della durata pari a un minuto circa) per individuare i migliori valori da assegnare ai vari parametri.

⁶⁴ Si sta facendo qui riferimento ai già citati esperimenti di Capart e Young, di Iverson e infine di Lanzoni e Tubino (cfr. I. Fent, 2013).

⁶⁵ Il tempo impiegato dipende da vari fattori, ma hanno un peso notevole anche i tiranti e le velocità raggiunte. Per un bacino come quello del rio Lazer, dove la durata complessiva di una simulazione sarebbe pari a 42 minuti, è stato stimato che per portare a termine i calcoli con un numero di Courant pari a 0.70 e un computer da circa 2.5 GHz sarebbero necessarie mediamente più di 24 ore.

Al riguardo occorre affermare che non ci sono stati problemi: i valori proposti in letteratura sono infatti parsi del tutto adeguati anche nel caso delle colate reali riprodotte con FV Shock.

In particolare, per quanto riguarda la reologia di Takahashi (vedi §4.6) si è notato che, per avere dei valori della velocità attendibili, il coefficiente a doveva essere aumentato di un ordine di grandezza rispetto a quello proposto da Bagnold (pari a 0.042). Questa correzione non rappresenta di certo una novità, visto che è stata segnalata anche da Takahashi stesso per il caso di una canaletta con fondo erodibile (cfr. Takahashi, 1991).

Con la legge di Gauckler-Strickler si è visto invece che, per contenere il picco di velocità entro valori verosimili (circa 10 m/s nella fase iniziale), è necessario che il coefficiente di scabrezza k_s assuma dei valori compresi nell'intervallo $10 \div 25 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$.

Con il modello quadratico di O'Brian e Julien è stato notato che, utilizzando dei valori per i parametri calcolati sulla base delle indicazioni presenti nella letteratura scientifica, si forma un fronte ripido con una concentrazione di sedimenti circa costante nell'intero corpo della colata. Cambiando alcuni di questi parametri è però possibile modificare notevolmente i risultati ottenuti. Sono state anche provate le diverse formule di erosione e deposito.

Cercando di effettuare delle simulazioni complete si sono però incontrate alcune serie difficoltà.

Infatti, fin nei primi istanti si sono formati dei rivoli d'acqua poco profondi che si diramano dal corpo principale della colata dirigendosi rapidamente verso valle, così come illustrato in Figura 8-1. Inoltre, al passare del tempo le velocità raggiunte tendono ad aumentare sempre di più; per rendere l'idea del fenomeno, basta qui ricordare che in certe simulazioni nei primi 20 secondi sono stati superati i 30 m/s.

Le grandi velocità inoltre abbreviano considerevolmente il passo temporale di avanzamento della simulazione, per cui la durata di quest'ultima si dilata moltissimo.

Questo fenomeno rende poi inattendibile il risultato ottenuto, anche perché al trascorre del tempo viene così sottratta una quantità non trascurabile di massa al corpo della colata.

Con FV Shock è attualmente possibile fronteggiare questi problemi modificando i valori assegnati ai seguenti parametri:

- ❖ la tolleranza n°1, detta di "cella bagnata": se il tirante in un certo momento e in una generica cella è inferiore al valore inserito, allora la cella viene considerata asciutta;
- ❖ la tolleranza n°2, che serve per smorzare i picchi di velocità: se in una cella il tirante scende al di sotto del valore impostato, la velocità viene mediata con quella delle celle vicine.

Risulta interessante notare che il modello non permette di "alzare troppo" il valore della tolleranza n°1, dato che ciò comporterebbe una violazione del bilancio di massa rilevabile dal modello: si potrebbero infatti formare in alcune maglie dei tiranti negativi, con la conseguente interruzione dell'esecuzione del codice.

In Figura 8-1 è mostrato anche come aumentare il valore della tolleranza relativa alla velocità consente di ridurre apprezzabilmente la distanza percorsa dai rivoli dopo un certo intervallo di tempo, ma eliminarli del tutto è assai arduo. Bisogna poi tener conto che un valore relativamente troppo alto per questa soglia, se da un lato permette di contrastare il fenomeno, altera profondamente i risultati ottenuti.

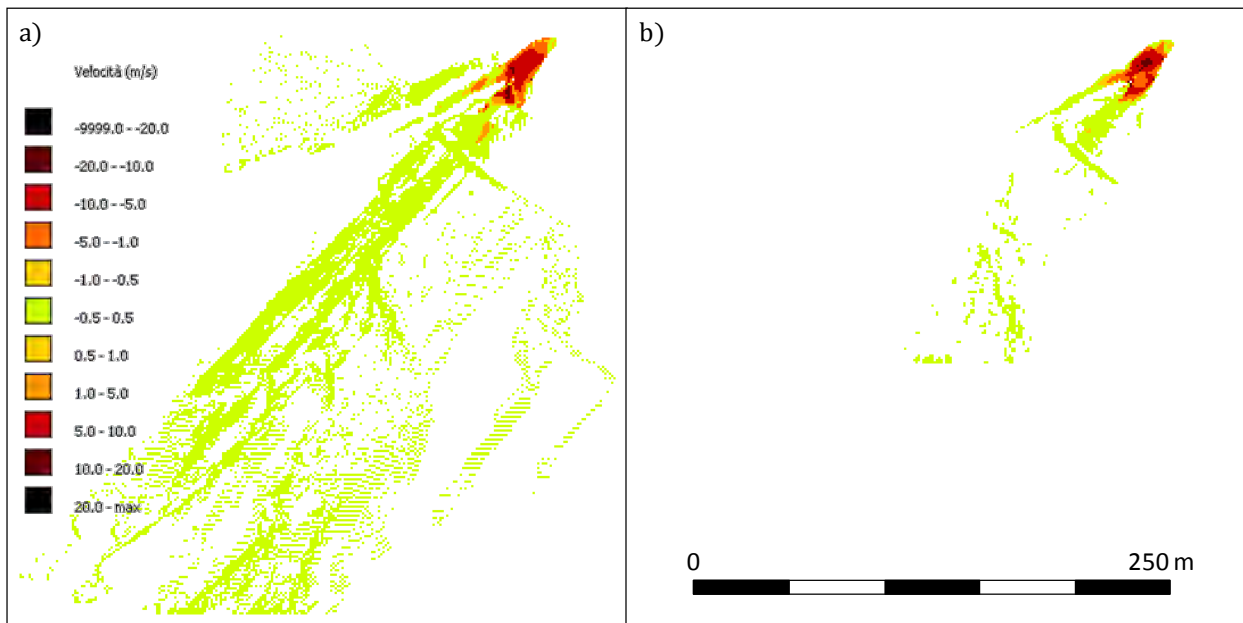


Figura 8-1: campo delle velocità V_y ottenuto dopo 3 s per una colata simulata nel bacino del rio Lazer utilizzando il modello quadratico di O'Brian e Julien e variando la tolleranza $n^{\circ}2$; a sinistra (a) la tolleranza è pari a 10^{-9} m, mentre a destra (b) è di 10^{-2} m.

Una peculiarità del fenomeno è che i rivoli d'acqua si propagano sempre verso valle con grande rapidità, ma le misurazioni del campo della velocità evidenziavano valori ben inferiori al metro per secondo.

Essendo la questione molto interessante, in alcuni si è provato casi a prolungare l'esecuzione del codice mantenendo relativamente alti i valori delle due tolleranze. Purtroppo, a prescindere dalla reologia scelta e da come venivano calcolati i tassi di erosione e di deposito, l'esecuzione rallentava (fino a praticamente fermarsi) molto prima di giungere al termine della simulazione.

Anche in questo caso vale quanto ricordato poc'anzi, ovvero che quando i tiranti oppure le velocità diventano elevate, il passo temporale $\Delta t \rightarrow 0$ e di fatto la simulazione si blocca.

Osservando le ultime istantanee fornite da FV Shock, si è notata in tutti i casi la rapida formazione di un accumulo d'acqua anomalo in cui tiranti e velocità crescono nel tempo e raggiungono valori estremamente alti⁶⁶.

⁶⁶ Come conseguenza, la concentrazione tende in quella zona al valore massimo ammissibile (c_{max}).

Questo accumulo d'acqua non deve essere considerato come un "lago", ma piuttosto come una "bolla", visto che le quote raggiunte dalla superficie libera superano in certi punti anche quelle del terreno circostante: una situazione evidentemente senza alcun significato dal punto di vista fisico, visto anche che l'accumulo non si forma nella zona più depressa (topograficamente) del bacino, come si può vedere in Figura 8-2.

In corrispondenza della anomalia i tiranti sono alti, per cui la tolleranza utilizzata per smorzare i picchi della velocità dei rivoli non ha alcuna influenza diretta.

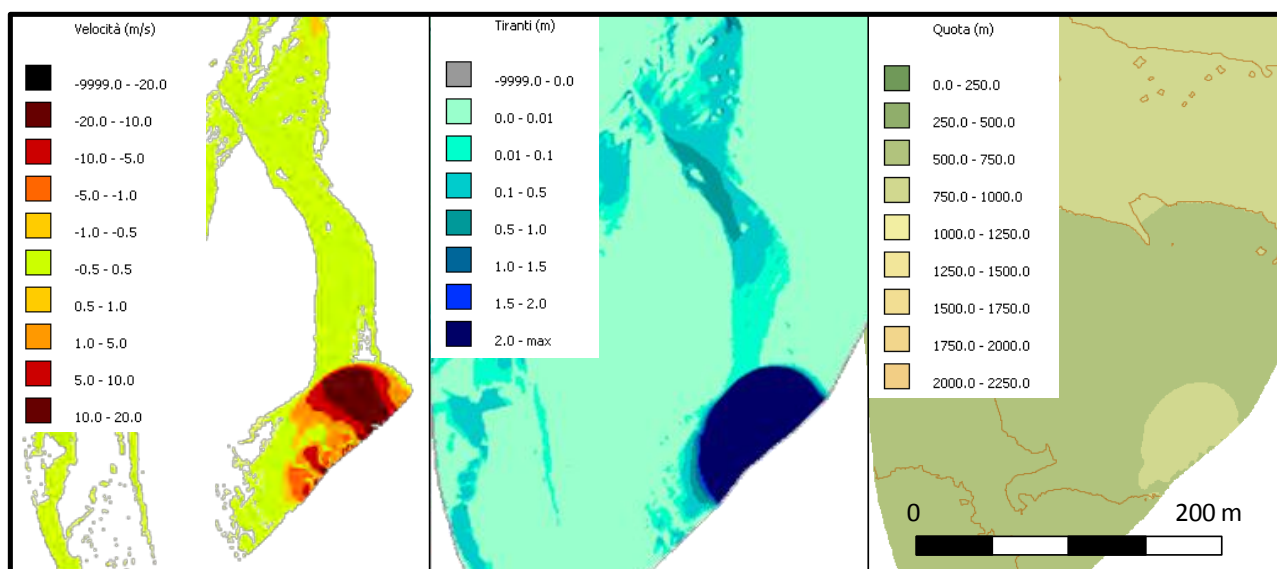


Figura 8-2: velocità (in direzione verticale), tiranti e quote nei dintorni dell'accumulo d'acqua dopo venti minuti di simulazione nel bacino del rio Lazer (reologia di Gauckler-Strickler con $k_s = 28.6 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ e le stesse tolleranze di Figura 8-1-b); le curve di livello nella terza immagine a destra sono riferite alle quote iniziali del terreno.

2. Commento dei risultati.

Il programma FV Shock era già stato adoperato con successo nella riproduzione di alcuni esperimenti di laboratorio descritti nella letteratura scientifica (Fent, 2013).

In questi casi, i problemi esposti al paragrafo precedente sono stati in buona parte risolti attraverso l'imposizione di certi valori alle tolleranze.

Bisogna però osservare che, anche con gli apparati sperimentali più grandi, la scala spaziale caratteristica è in tutti i casi dell'ordine di qualche metro, per cui il fenomeno indagato si esauriva in poco tempo, pressappoco un minuto e spesso anche meno.

Le simulazioni realizzate per i bacini di Cancia e del rio Lazer avrebbero dovuto durare circa 40 minuti, per cui gli errori commessi hanno avuto molto più tempo per svilupparsi e distruggere la soluzione.

Un'altra importante differenza con le colate ricreate in laboratorio è che la superficie di un bacino reale è molto più irregolare.

Qualche lieve anomalia nelle soluzioni fornite da FV Shock era già stata osservata durante lo studio delle correnti stratificate, ma forse in quei casi forse gli effetti sono stati meno rilevanti perché i tiranti erano generalmente molto grandi rispetto alle oscillazioni spurie; il fondo era inoltre più regolare e con pendenze assai minori.

Per comprendere meglio il funzionamento di FV Shock, si sono fatte due ulteriori simulazioni considerando la concentrazione nulla ed il fondo inderodibile.

Per la prima simulazione si è utilizzato ancora una volta il bacino del rio Lazer (qui indicato con la lettera A), mentre per la seconda si è utilizzato lo stesso bacino ma con tutte le quote delle maglie ridotte della metà (B), cioè con le pendenze ridotte.

In questa maniera si può capire innanzitutto se il problema è in qualche maniera legato all'equazione di bilancio dei sedimenti, e poi qual è l'importanza della pendenza e delle irregolarità della superficie.

Analizzando per prima cosa i passi temporali Δt delle simulazioni si può osservare che inizialmente sono per i due bacini quasi coincidenti; questo avviene perché nella zona dove viene immessa la portata il valore della celerità assoluta:

$$\|\vec{a}\| = \|\vec{V}\| + \sqrt{gD} \quad (8-1)$$

è maggiore che altrove.

Quanto osservato non è comunque sorprendente, dato che la colata viene simulata nel tratto terminale del suo percorso (i.e. la velocità tende a ridursi procedendo verso valle) e che le condizioni al contorno sono le stesse nei due casi.

Dopo circa sette minuti la celerità assoluta aumenta bruscamente nel bacino A, mentre nel bacino B questo succede circa venti minuti più tardi.

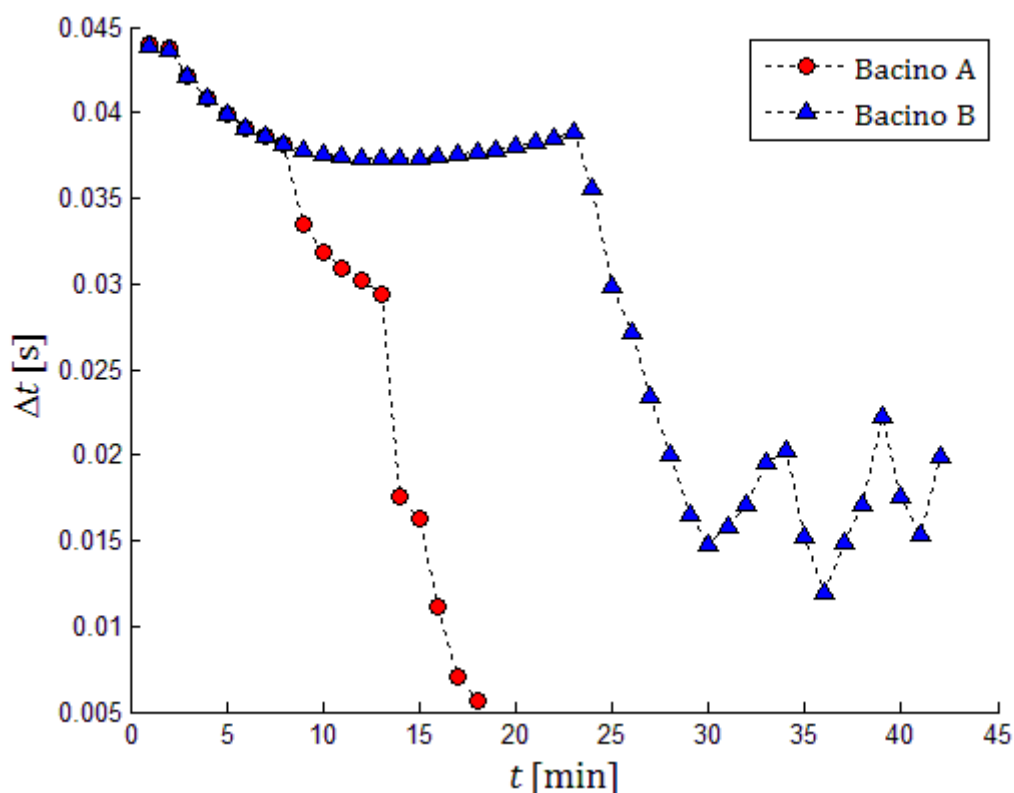


Figura 8-3: variazione del passo temporale Δt durante la simulazione per il bacino del rio Lazer (A) e per quello modificato (B).

In quest'ultimo caso poi i passi temporali si sono attestati intorno a 0.015 s, per cui è stato possibile terminare la simulazione.

L'istante in cui Δt inizia a diminuire è di poco successivo a quando inizia la formazione dell'accumulo d'acqua a valle.

Come si può vedere in Figura 8-4 e Figura 8-5, nonostante le pendenze nei due casi siano notevolmente diverse, i rivoli d'acqua si propagano verso valle circa con la stessa velocità, tanto che dopo cinque minuti in entrambi i casi si è già formato un piccolo accumulo d'acqua nella parte inferiore del dominio di calcolo.

La distanza di questa anomalia dal punto di immissione è pari a circa 750 m (il percorso seguito dall'acqua è naturalmente più lungo), per cui la velocità in entrambi i casi deve essere stata senz'altro superiore a 2.5 m/s.

Come già spiegato al paragrafo precedente, l'analisi del campo delle velocità indica al contrario che in questi rivoli la velocità è bassa, tipicamente inferiore a 0.5 m/s.

Sui rivoli si vedono anche delle notevoli oscillazioni del tirante a cui non corrispondono delle zone nella topografia con curvatura negativa (i.e. con concavità rivolta verso l'alto).

Per quanto riguarda la parte più a nord, da un punto di vista qualitativo si vede chiaramente che per il bacino A le masse d'acqua sono più allungate nella direzione del moto e i tiranti minori rispetto al bacino B, proprio come era prevedibile data la pendenza diversa.

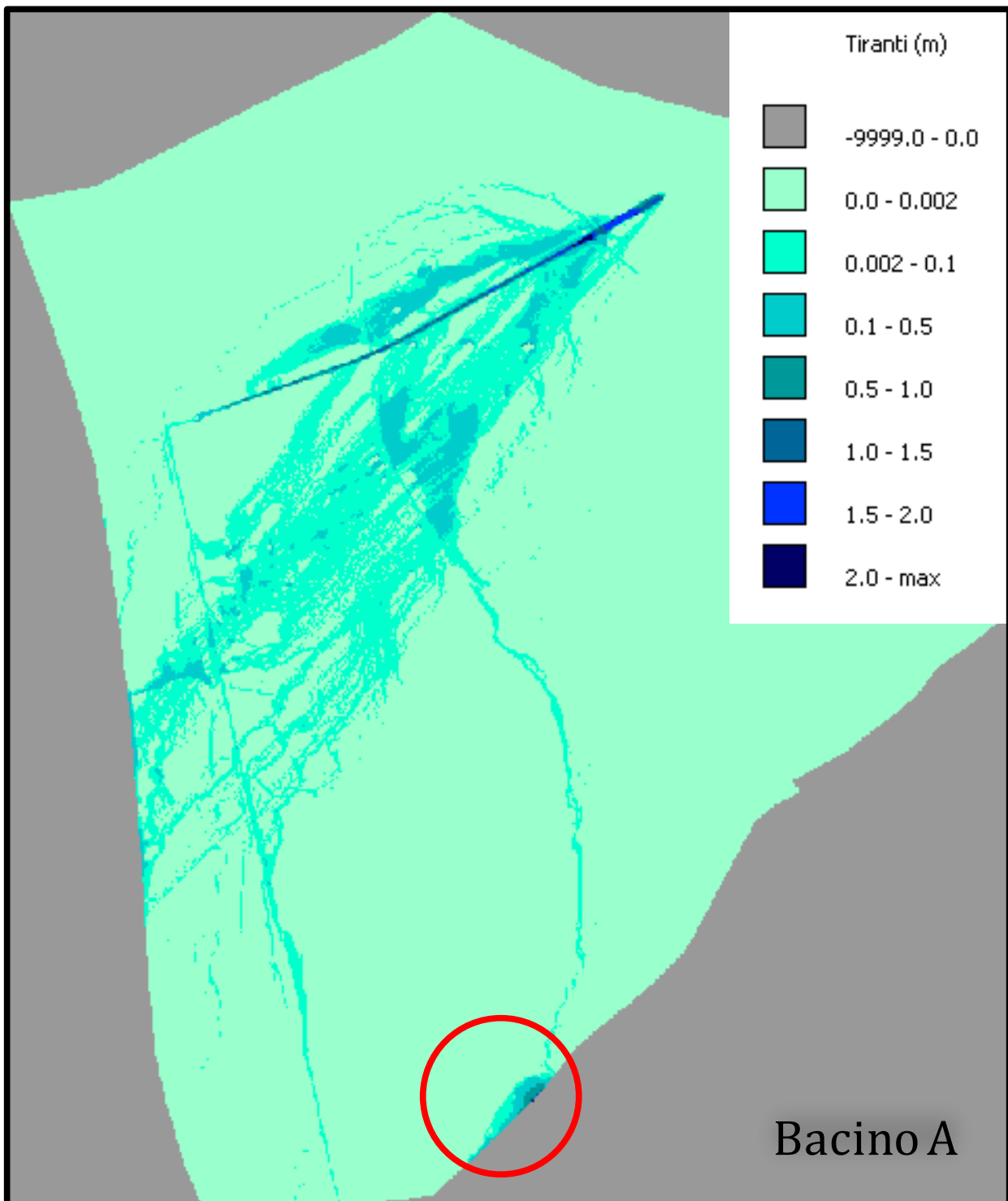


Figura 8-4: tiranti nel bacini A dopo 5 minuti di simulazione; è stato evidenziato l'insorgere di un accumulo d'acqua anomalo a valle.

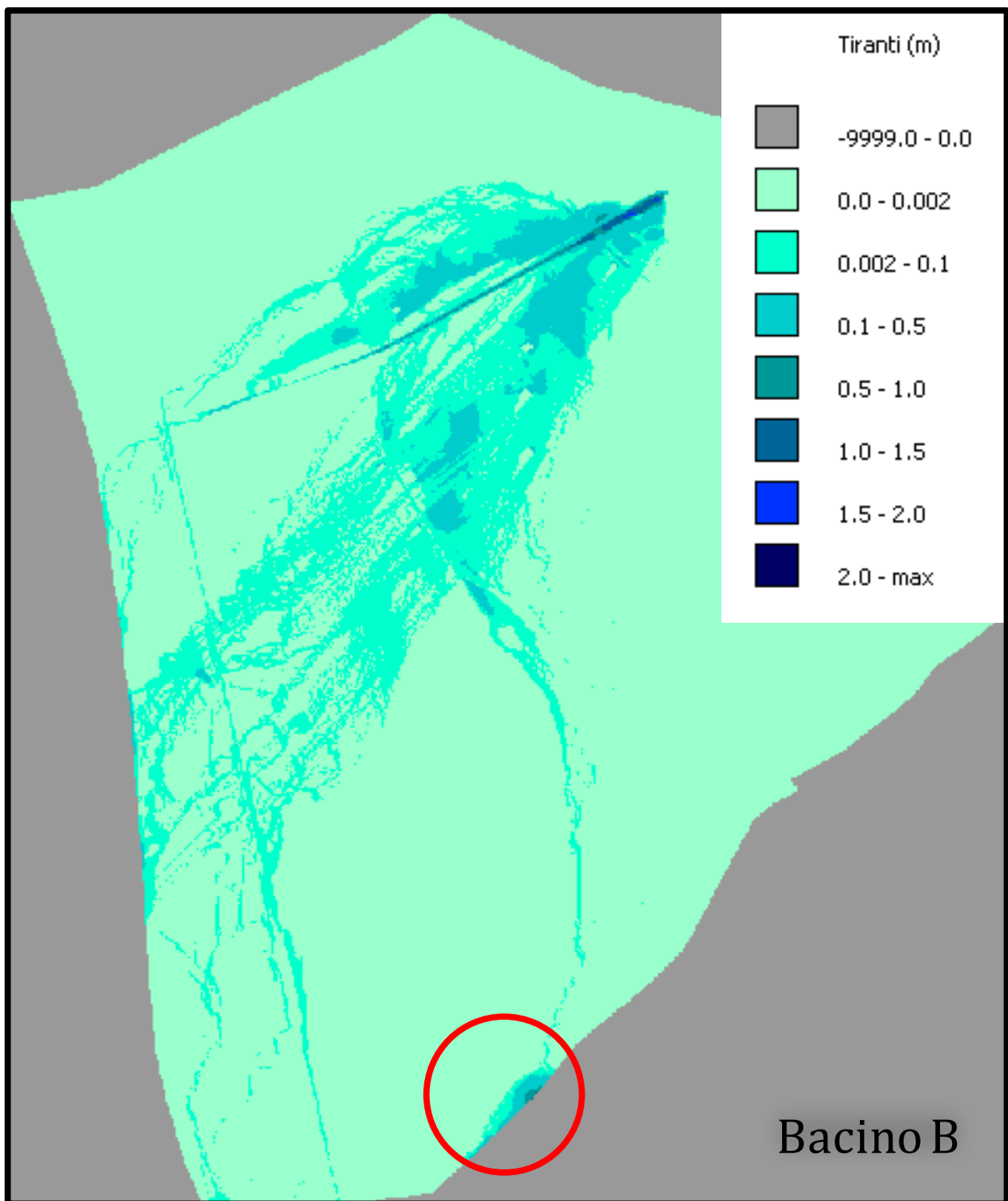


Figura 8-5: tiranti nel bacini A dopo 5 minuti di simulazione; è stato evidenziato l'insorgere di un accumulo d'acqua anomalo a valle.

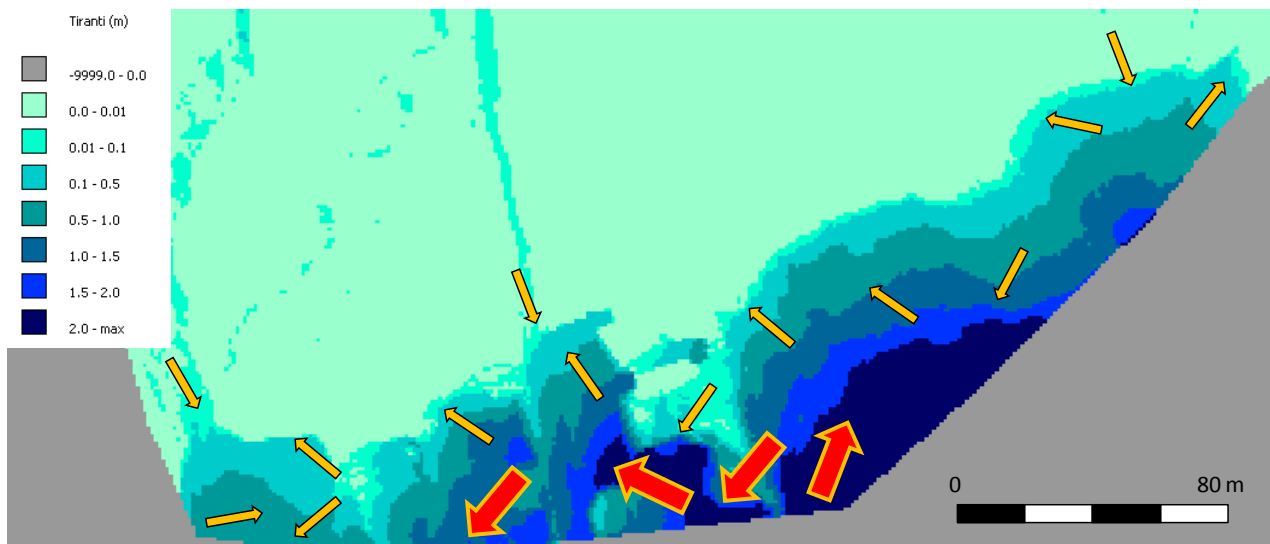


Figura 8-6: tiranti nella parte meridionale del bacino A dopo 10 minuti; è anche segnalato (qualitativamente) il campo della velocità con delle frecce, le più grandi delle quali sono riservate a quei valori che in modulo sono superiori a 10 m/s.

Per quanto riguarda l'accumulo d'acqua, per il bacino del rio Lazer (bacino A) si è notato che il regime delle velocità è alquanto strano, dato che queste sono maggiori soprattutto quando la profondità è più elevata e vicino ai bordi del bacino (Figura 8-6).

Nel bacino B, a causa della sua superficie meno pendente, a parità di volume nell'accumulo d'acqua i tiranti e le velocità sono minori; è proprio per questo motivo che la simulazione è stata completata in un tempo ragionevole (circa 36 ore).

Le osservazioni compiute per i due bacini consentono di giungere alle seguenti importanti conclusioni:

- ❖ i rivoli d'acqua sono generati da una instabilità del modello numerico;
- ❖ l'instabilità si è manifestata anche quando la concentrazione era nulla e il fondo inerosibile, quindi è legata unicamente alle equazioni di bilancio della quantità di moto e di continuità della miscela;
- ❖ le leggi reologiche e la topografia hanno una influenza marginale sull'instabilità;
- ❖ le due tolleranze non sono in grado di gestire l'instabilità numerica quando la simulazione dura più di qualche decina di secondi;
- ❖ l'evoluzione del corpo principale delle colate (esclusi quindi i rivoli e l'accumulo d'acqua di valle) pare essere correttamente descritta dal modello.

Dai dati ricavati si possono inoltre formulare alcune congetture al riguardo dell'accumulo d'acqua anomalo:

- ❖ le sue caratteristiche (velocità, tiranti) non sono molto realistici, per cui probabilmente è influenzato anch'esso dall'instabilità numerica;

- ❖ si forma sempre nella stessa posizione al limite sud-orientale del bacino, quindi vanno riviste le condizioni di uscita al contorno del bacino.

Si è così un po' ristretto il campo delle analisi che in futuro saranno svolte da chi tenterà di risolvere i problemi descritti poc'anzi.

Certamente questo campo rimane tuttora piuttosto ampio⁶⁷, e soprattutto non sarà facile trovare delle soluzioni. Si potrebbe però al proposito ricordare una celebre affermazione Thomas A. Edison:

“every wrong attempt discarded is another step forward.”

⁶⁷ I dubbi riguardano anche le più recenti modifiche a FV Shock, che se da un lato hanno risolto alcuni problemi riscontrati in alcune situazioni, dall'altro avrebbero potuto far perdere le caratteristiche di monotonìa e stabilità della soluzione.

CAPITOLO 9: CONSIDERAZIONI FINALI

Lo scopo principale di questo lavoro è stato quello di creare una interfaccia tra FV Shock ed il GIS Adb Toolbox, in modo da poter poi simulare delle colate naturali di detriti.

Questa interfaccia è necessaria perché i modelli digitali dei bacini idrografici sono frequentemente disponibili in un formato che purtroppo non può essere letto da FV Shock.

Sono stati pertanto realizzati quattro codici in linguaggio Fortran:

- ❖ per la conversione di due *file raster* (DEM e uso del suolo) nel formato vettoriale utilizzato da FV Shock;
- ❖ per effettuare l'operazione inversa;
- ❖ per poter visualizzare con Adb tutti i risultati della simulazione (in due differenti versioni⁶⁸).

Grazie a una nuova libreria java, è inoltre possibile eseguire questi codici direttamente da Adb Toolbox, così come mostrato nel settimo capitolo.

In un secondo momento si è provveduto a testare il programma eseguendo delle simulazioni per due eventi occorsi nel bacino del rio Lazer e di Cancia nel 1966 e 2009 rispettivamente; i risultati ottenuti non sono stati del tutto soddisfacenti.

A questo punto, conviene ripercorrere brevemente gli argomenti dei vari capitoli e riassumerne gli aspetti fondamentali.

Il percorso seguito, schematizzato nelle sue fasi salienti in Figura 9-1, inizia dalla descrizione del fenomeno naturale.

Anche se le colate di detriti sono oggetto di studi da almeno cinquant'anni, per certi loro aspetti particolari non c'è ad oggi l'unanimità nei consensi all'interno della comunità scientifica.

Sicuramente la dipendenza del fenomeno da numerosi fattori (e.g. concentrazioni, tipo di terreno, velocità) rende il loro studio ancora più arduo.

⁶⁸ Un codice può effettuare la conversione anche quando la griglia è composta da triangoli scaleni, mentre l'altro è stato concepito per funzionare solo quando il *file* della geometria di FV Shock ha particolari caratteristiche (cfr. il settimo capitolo).

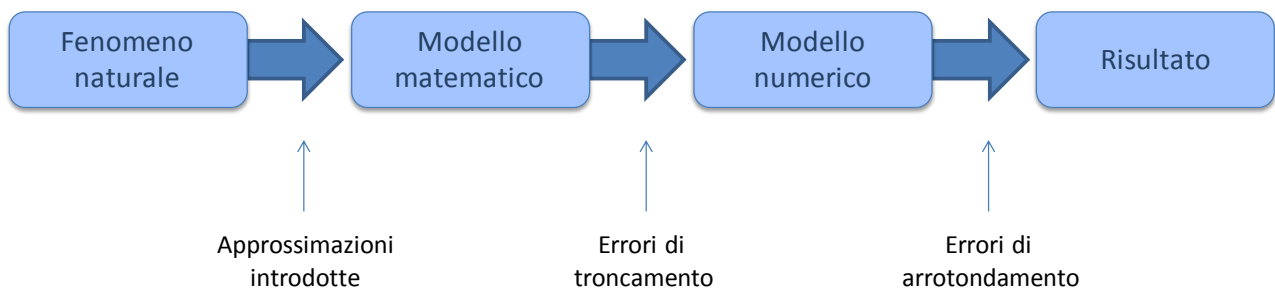


Figura 9-1: schema concettuale del processo che dall'osservazione del fenomeno naturale conduce al risultato ottenuto con un modello numerico; ad ogni passaggio vengono inevitabilmente commessi degli errori.

I risultati delle prove reologiche presentati in letteratura mostrano inoltre che le miscele di acqua e sedimenti ad alta concentrazione presentano un comportamento complesso, non facile da spiegare con le attuali teorie anche per i casi più semplici (cfr. capitolo 4)⁶⁹.

La conoscenza relativamente poco approfondita di questa classe di fenomeni naturali comporta alcuni errori già nella fase di realizzazione del modello matematico.

Le approssimazioni commesse riguardano sia le equazioni del moto (equazioni di continuità e di bilancio della quantità di moto), sia soprattutto quelle di chiusura (leggi reologiche, di erosione e sedimentazione).

Se l'obiettivo è unicamente quello di descrivere il fenomeno fisico indagato nel modo più fedele possibile, allora in linea di principio si dovrebbe seguire un approccio bifasico in cui il bilancio della quantità di moto viene effettuato separatamente per la fase solida e per quella liquida.

Questo approccio presenta però anche alcune approssimazioni, la più importante riguarda la modellazione delle tensioni scambiate vicendevolmente dalle due fasi.

Nella pratica poi i risultati dipendono molto dai valori assegnati ai parametri del modello, che in questi casi sono molti e non sempre dal chiaro significato fisico.

Ipotizzando invece che le velocità relative tra fluido e grani siano molto piccole⁷⁰, il modello matematico risulta molto più facile da gestire; con tale scelta tuttavia si rinuncia alla possibilità di riprodurre correttamente certi processi che avvengono in una colata reale, come ad esempio la gradazione inversa, l'accumulo dei massi più grandi sul fronte e la formazione dei depositi laterali (detti anche *lateral levees*).

I modelli dedicati allo studio di correnti a superficie libera possono inoltre essere distinti in base alle ipotesi adottate per il campo della velocità.

Si possono così identificare le seguenti tre tipologie:

⁶⁹ Batchelor (1970) addirittura avanzò la possibilità che il tensore degli sforzi relativo alla dispersione di particelle solide in un fluido non fosse simmetrico (i.e. continuo polare).

⁷⁰ In questo contesto il bilancio della quantità di moto viene effettuato per la miscela nel suo complesso.

- ❖ modelli tridimensionali, ancora oggi poco utilizzati a causa dell'alto onere computazionale;
- ❖ modelli quasi-tridimensionali, ossia tridimensionali ma semplificati;
- ❖ modelli bidimensionali (e.g. equazioni delle onde lunghe in acque basse), per i quali il campo della velocità non varia in una specifica direzione.

Anche in questo caso le semplificazioni introdotte nel modello avranno un grande peso sui risultati. Ci si può a questo punto chiedere, viste le varie semplificazioni che possono essere poste alla base delle equazioni che governano il moto, come scegliere il modello adatto per lo studio del fenomeno di interesse.

Seguendo il consiglio di Fisher (Fischer, 1976), il modellista dovrebbe comportarsi come un pittore di paesaggi, che sceglie di rappresentare solo quei dettagli indispensabili per la buona riuscita dell'opera.

In altre parole si dovrà scegliere il modello più semplice, compatibilmente con la accuratezza dei risultati richiesta dal caso.

Quando l'obiettivo principale della simulazione è quello di riprodurre fedelmente i meccanismi principali che avvengono all'interno di una colata di detriti, è senza dubbio molto utile un modello tridimensionale e bifasico.

D'altra parte, se da un punto di vista scientifico può essere quasi necessario ricorrere a questi modelli per mettere alla prova le nuove teorie, in molte applicazioni ingegneristiche è generalmente sufficiente un modello meno complesso.

Per FV Shock il modello matematico utilizzato è bidimensionale ed effettua un bilancio della quantità di moto solo per la miscela, e per questo è soggetto a qualche limitazione⁷¹.

Questo programma permette di valutare quali siano i percorsi seguiti dalle colate, oltre a fornire per ogni maglia informazioni riguardo:

- ❖ al valore e alla direzione della velocità;
- ❖ al tirante;
- ❖ alla concentrazione media;
- ❖ alla variazione della quota del fondo.

Dal punto di vista ingegneristico quindi i risultati ottenuti hanno una chiara utilità.

Come si può verificare consultando ad esempio la delibera DGP 2759 del 22/12/2006 della Provincia Autonoma di Trento, attraverso queste grandezze si possono ottenere i parametri indicatori del pericolo necessari per poter realizzare una carta di pericolosità relativa alle colate di detriti.

⁷¹ Ad esempio, l'ipotesi di distribuzione idrostatica della pressione in direzione verticale può rappresentare un problema nei casi in cui le pendenze del terreno sono elevate.

Con questi dati a disposizione si può inoltre tentare una stima della forza di impatto sulle strutture preesistenti; un metodo tradizionale per determinarla è attraverso l'amplificazione della spinta idrostatica (Armanini & Scotton, 1992):

$$F_{max} \propto \rho g D^2 / 2 \quad (9-1)$$

dove F_{max} è la forza massima esercitata per unità di larghezza e D è la profondità della corrente in corrispondenza del fronte al momento dell'impatto, mentre il coefficiente di proporzionalità è rappresentato da un numero puro che dipende soprattutto dalla velocità (in prima approssimazione può essere posto pari a 5).

FV Shock presenta anche alcune caratteristiche che lo rendono in prospettiva preferibile a molti programmi analoghi attualmente in uso.

In Italia uno dei più diffusi è sicuramente Trent2D (acronimo di *transport in rapidly evolutive, natural torrent*), sviluppato dall'Università degli Studi di Trento.

Il programma si basa su uno schema bidimensionale ai volumi finiti centrato di Godunov, con una accuratezza temporale e spaziale del secondo ordine.

Le equazioni del modello matematico sono molto simili a quelle relative a FV Shock, ma considera le colate esclusivamente nel regime grano-inerziale. La concentrazione dei sedimenti viene inoltre calcolata con una formula di derivazione semi-empirica.

Trent2D è già stato applicato con discreto successo⁷² nella simulazione di eventi passati, perché con una adeguata scelta dei parametri di *input* è possibile scontare in parte le inadeguatezze del modello.

Dato che perfino due colate detritiche che avvengono in uno stesso bacino possono a volte manifestare un comportamento differente (Schürch, et al., 2011), spesso è necessario cambiare i valori assegnati al modello. Questo programma non è perciò molto affidabile per formulare delle previsioni.

A differenza di Trent2D, con FV Shock la concentrazione viene determinata risolvendo l'equazione di bilancio dei sedimenti, con l'aggiunta di opportune leggi di erosione e deposizione per le quali esiste un'ampia documentazione (vedi il quinto capitolo).

Un altro vantaggio consiste nel poter tenere in conto dello spessore dello strato erodibile del terreno per ciascuna maglia; in futuro potrebbe inoltre essere apportata una modifica al programma in modo da tenere in conto della non uniforme distribuzione delle scabrezze nel bacino⁷³.

⁷² Anche con Trent2D possono alle volte emergere dei problemi nelle simulazioni, naturalmente diversi da quelli descritti da FV Shock essendo i due programmi basati su schemi numerici differenti.

⁷³ I codici esposti al settimo capitolo sono stati preparati tenendo in conto di questo eventuale sviluppo.

In conclusione, FV Shock presenta delle caratteristiche interessanti e, se verrà risolto il problema legato all'instabilità numerica, potrà diventare uno strumento molto utile per gli ingegneri che dovranno affrontare il problema delle colate di detriti.

BIBLIOGRAFIA

- Arai, M. & Takahashi, T., 1983. A method for measuring velocity profiles in mud flows. *Proceedings of the 20th International Congress*.
- Armanini, A. et al., 2002. Osservazioni sulla reologia delle colate di fango non omogeneo. *XXVIII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, pp. 149-158.
- Armanini, A. & Scotton, P., 1992. *Experimental analysis on the dynamic impact of a debris flow on structures*. s.l., s.n., pp. 107-117.
- Ashida, K. et al., 1977. On sediment disasters in Shodo island. In: *Research Report of Damages done by Typhoon No. 17 in 1976*. s.l.:s.n., pp. 109-115.
- Bagnold, R. A., 1954. Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a newtonian fluid under shear. *Proceedings of the Royal Society of London*, CCXXV(1160), pp. 49-63.
- Bagnold, R. A., 1956. The flow of cohesionless grains in fluids. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, pp. 235-297.
- Bagnold, R. A., 1990. *Sand, wind and war: memoirs of a desert explorer*. s.l.:University of Arizona Press.
- Batchelor, G. K., 1969. *An introduction to fluid dynamics*. s.l.:Cambridge University Press.
- Batchelor, G. K., 1970. The stress system in a suspension of force-free particles. *Journal of Fluid Mechanics*, XLI(3), pp. 545-570.
- Batchelor, G. K., 1982. Sedimentation in a dilute polydisperse system of interacting spheres. Part1. General theory. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume CXIX, pp. 739-408.
- Bingham, E. C. & Green, H., 1919. Paint, a plastic material and not a viscous liquid: the measurement of its mobility and yield value. *Proceedings of the American Society of Testing and Materials*, Volume XIX, pp. 640-664.
- Bossi, G., Deganutti, A., Pasuto, A. & Tecca, R. P., 2011. *Collaborazione in ricerche sul sito di Cancia (comune di Borca di Cadore, BL) per lo studio e l'individuazione di possibili soluzioni progettuali per interventi di mitigazione del rischio da colata detritica*. s.l.:s.n.
- Boussinesq, J. V., 1877. Essai sur la théorie des eaux courantes. *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences*, XXIII(1).
- Brufau, P. et al., 2000. 1D mathematical modelling of debris flow. *Journal of Hydraulic Research*, XXXVIII(6), pp. 435-446.

- Canestrelli, A., Fagherazzi, A. & Lanzoni, S., 2012. A mass-conservative centered finite volume model for solving two-dimensional two-layer shallow water equations for fluid mud propagation over varying topography and dry areas. *Advances in Water Resources*, Volume XL, pp. 54-70.
- Capart, H. & Young, D. L., 1998. Formation of a jump by the dam-break wave over a granular bed. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume CCCLXXII, pp. 165-187.
- Casagrande, A., 1948. Classification and identification of soils. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, CXIII(1), pp. 901-930.
- Chigira, M., 2001. Large scale landslide. In: *Handbook of disaster reduction science*. s.l.:Asakura Shoten, pp. 190-191.
- Coussot, P., 1997. *Mudflow rheology and dynamics*. s.l.:Balkema.
- Coussot, P. & Ancey, C., 1999. Rheophysical classification of concentrated suspensions and granular pastes. *Physical Review E*, LIX(4), pp. 4445-4457.
- Coussot, P. & Meunier, M., 1996. Recognition, classification and mechanical description of debris flows. *Earth-Science Reviews*, XL(3), pp. 209-227.
- Cruden, D. M. & Varnes, D. J., 1996. Landslide types and processes. In: *Landslides: investigation and mitigation*. s.l.:s.n., pp. 36-75.
- Davies, T. R. H., 1986. Large debris flows: a macri-viscous phenomenon. *Acta Mechanica*, LXIII(1-4), pp. 161-178.
- Davies, T. R. H., 1988. *Debris flow surges: a laboratory investigation*. s.l.:Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie.
- de Waele, A., 1923. Viscometry and plastometry. *Journal of the Oil & Colour Chemist's Association*, Volume VI, pp. 33-69.
- Di Silvio, G., 1994. Floods and sediment dynamics in mountain rivers. In: *Coping with floods*. s.l.:s.n., pp. 375-392.
- Dietrich, W. E., 1982. Settling velocity of natural particles. *Water Resources Research*, XVIII(6), pp. 1615-1626.
- Dumbser, M. et al., 2009. FORCE schemes on unstructured meshes II: Non-conservative hyperbolic systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pp. 625-647.
- Egashira, S. & Ashida, K., 1992. Unified view of the mechanics of debris flow and bed-load. *Advances in Micromechanics of Granular Materials*, pp. 391-400.
- Einstein, A., 1905. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. *Annalen der Physik*, pp. 549-560.
- Einstein, H. A. & Chien, N., 1955. Effects of heavy sediment concentration near the bed on velocity and sediment distribution. *Missouri River Division - USACE*, Volume VIII.
- Evans, L. C., 1998. *Partial differential equations*. s.l.:s.n.

- Fent, I., 2013. *Studio sulla propagazione di colate detritiche tramite la applicazione di un modello bidimensionale ai volumi finiti*. s.l.:s.n.
- Fischer, H. B., 1976. Mixing and dispersion in estuaries. *Annual Review of Fluid Mechanics*, VIII(1), pp. 107-133.
- Ghetti, A., 1980. *Idraulica*. Seconda a cura di s.l.:Cortina.
- Ghilardi, P. & Natale, L., 1998. Colate detritiche: equazioni unidimensionali per le correnti in moto vario. *Internal report, University of Pavia*.
- Glimm, J., 1965. Solutions in the large for nonlinear hyperbolic systems of equations. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Volume XVIII, pp. 697-715.
- Godunov, S. K., 1959. A difference method for numerical calculation of discontinuous solutions of equations of hydrodynamics. *Matematicheskii Sbornik*, LXXXIX(3), pp. 159-193.
- Govier, G. W., Shook, C. A. & Lilge, E. O., 1957. The rheological properties of water suspensions of finely subdivided magnetite, galena and ferrosilicon. *Transactions of the Canadian Institute of Mining and Metallurgy*, Volume LX, pp. 147-154.
- Gregoretti, C. & Dalla Fontana, G., 2007. Rainfall threshold for the initiation of debris flows by channel-bed failure in the Dolomites. In: *Debris-flow mitigation: mechanics, prediction and assessment*. s.l.:Milpress, pp. 11-21.
- Heim, A., 1932. *Bergsturz und Menschenleben*. s.l.:Fretz und Wasmuth.
- Herschel, W. H. & Bulkley, R., 1926. Konsistenzmessungen von Gummi-Benzollösungen. *Kolloid Zeitschrift*, XXXIX(4), pp. 291-300.
- Highland, L., 2004. *Landslide types and processes*, s.l.: US Geological Survey.
- Higley, D. K., Pantea, M. P. & Slatt, R. M., 1997. *3-D reservoir characteristics of the House Creek oil field, Powder river basin, Wyoming*, s.l.: US Geological Survey Digital Data Series 33.
- Hinze, O., 1959. *Turbulence: an introduction to its mechanism and theory*. s.l.:McGraw-Hill.
- Hooke, R., 1678. *De potentia restitutiva*. s.l.:s.n.
- Hsü, K. J., 1975. Catastrophic debris streams (sturzstroms) generated by rockfalls. *Geological Society of America Bulletin*, LXXXVI(1), pp. 129-140.
- Hungr, O., 1995. A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows, and avalanches. *Canadian Geotechnical Journal*, XXXII(4), pp. 610-623.
- Hungr, O., Evans, S. G., Bovies, M. J. & Hutchinson, J. N., 2001. A review of the classification of landslides of the flow type. *Environmental & Engineering Geoscience*, VII(3), pp. 221-238.
- Hungr, O., McDougall, S. & Bovis, M., 2005. Entrainment of material by debris flows. In: *Debris flow hazard and related phenomena*. s.l.:Springer Berlin Heidelberg, pp. 135-158.
- Hungr, O., Morgan, G. C. & Kellerhals, R., 1984. Quantitative analysis of debris torrent hazards for design of remedial measures. *Canadian Geotechnical Journal*, XXI(4), pp. 663-677.

- Hunt, M. L., Zenit, R., Campbell, C. S. & Brennen, C. E., 2002. Revisiting the 1954 suspension experiment of R. A. Bagnold. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume CDLII, pp. 1-24.
- ISTAT, 2010. *Annuario statistico italiano 2010*. s.l.:s.n.
- IUPAC, 2007. *Compendium of chemical terminology*. s.l.:s.n.
- Iverson, R. M., 1997. The physics of debris flows. *Reviews of geophysics*, XXXV(3), pp. 245-296.
- Iverson, R. M., 2014. Debris flows: behaviour and hazard assessment. *Geology Today*, XXX(1), pp. 15-20.
- Iverson, R. M. & Denlinger, R. P., 2001. Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain 1. Coulomb mixture theory. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, CVI(B1), pp. 537-552.
- Jackson, L. E., Kostaschuk, R. A. & Macdonald, G. M., 1987. Identification of debris flow hazard on alluvial fans in the Canadian Rocky Mountains. *Reviews in Engineering Geology*, Volume VII, pp. 115-124.
- Jackson, L. E. & MacDonald, G. M., 1987. Identification of debris flow hazard on alluvial fans in the Canadian Rocky Mountains.
- Jakob, M., 2005. Debris-flow hazard analysis. In: *Debris-flow hazard and related phenomena*. s.l.:Springer Berlin Heidelberg, pp. 411-443.
- Julien, P. Y. & Lan, Y., 1991. Rheology of hyperconcentrations. *Journal of Hydraulic Engineering*, CXVII(3), pp. 346-353.
- Kaneko, T. & Kamata, K., 1992. Discussion of the arrival distances of pyroclastic flows at Unzen in 1991. *Energy line/cone concept: Kazan*, XXXVII(1), pp. 35-46.
- Krieger, I. M., 1972. Rheology of monodisperse latices. *Advances in Colloid and Interface Science*, III(2), pp. 111-136.
- Krieger, I. M. & Dougherty, T. J., 1959. A mechanism for non-newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *Transactions of the Society of Rheology*, III(1), pp. 137-152.
- Lancellotta, R. & Calavera, J., 1999. *Fondazioni*. s.l.:McGraw-Hill.
- Lax, P. D., 1954. Weak solutions of nonlinear hyperbolic equations and their numerical computation. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, VII(1), pp. 159-193.
- Lax, P. & Wendroff, B., 1960. Systems of conservation laws. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, XIII(2), pp. 217-237.
- Lenzi, M. A. & Paterno, P., 1997. *La progettazione e la valutazione di impatto ambientale degli interventi di sistemazione idraulico-forestali; uno studio di caso sul rio Lazer*. s.l.:Progetto.
- Mainardi, F. & Spada, G., 2011. Creep, relaxation and viscosity properties for basic fractional models in rheology. *The European Physical Journal - Special Topics*, CXCI(1), pp. 133-160.

- Major, J. J. & Pierson, T. C., 1992. Debris flow rheology: experimental analysis of fine-grained slurries. *Water Resources Research*, XXVIII(3), pp. 841-857.
- Mantovani, F., Pasuto, A. & Silvano, S., 2002. Definition of the elements at risk and mitigation measures of the Cancia debris flow (Dolomites, Northeastern Italy). In: *Engineering geology for developing country*. s.l.:s.n., pp. 1201-1209.
- Maxwell, J. C., 1867. On the dynamical theory of gases. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, pp. 49-88.
- McDougall, S. & Hungr, O., 2005. Dynamic modelling of entrainment in rapid landslides. *Canadian Geotechnical Journal*, XLII(5), pp. 1437-1448.
- Melton, M. A., 1965. The geomorphic and paleoclimatic significance of alluvial deposits in southern Arizona. *The Journal of Geology*, Volume LXXIII, pp. 1-38.
- Mewis, J. & Wagner, N. J., 2012. *Colloidal suspension rheology*. s.l.:Cambridge University Press.
- Meyer-Peter, E. & Müller, R., 1948. Formulas for bed-load transport. *Proceedings of the 2nd Meeting of the International Association for Hydraulic Structures Research*.
- Middleton, G. V., 1970. Experimental studies related to problems of flysch sedimentation. *The Geological Association of Canada*, Issue 7, pp. 253-272.
- Nessyahu, H. & Tadmor, E., 1990. Non-oscillatory central differencing for hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, LXXXVII(2), pp. 408-463.
- Newton, I., 1687. *Philosophiae naturalis principia mathematica*. s.l.:s.n.
- O'Brien, J. S. & Julien, P. Y., 1985. Physical properties and mechanism of hyperconcentrated flows. *Proceedings of the specialty conference on delineation of landslides, flash flood and debris flow hazards in Utah*.
- O'Brien, J. S., Julien, P. Y. & Fullerton, W. T., 1993. Two-dimensional waterflood and mudflow simulation. *Journal of hydraulic engineering*, CXIX(2), pp. 244-261.
- Ostwald, W., 1925. Ueber die Geschwindigkeitsfunktion der Viskosität Disperser Systeme II. *Kolloid Zeitschrift*, XXXVI(3), pp. 157-167.
- Pierson, T. C. & Costa, J. E., 1987. A rheologic classification of subaerial sediment-water flows. *Reviews in Engineering Geology*, Volume VII, pp. 1-12.
- Prandtl, L., 1925. Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, V(2), pp. 136-139.
- Reiner, M., 1964. The Deborah number. *Physics today*, XVIII(1), p. 62.
- Reynolds, O., 1894. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Volume CLXXXVI, pp. 123-164.
- Richardson, J. F. & Zaki, W. N., 1954. Sedimentation and fluidisation: part I. *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, Volume XXXII.

- Rickenmann, D., 1999. Empirical relationships for debris flows. *Natural Hazards*, XIX(1), pp. 47-77.
- Savage, S. B. & McKeown, S., 1983. Shear stress developed during rapid shear of concentrated suspensions of large spherical particles between concentric cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume CXXVII, pp. 453-472.
- Savage, S. B. & Sayed, M., 1984. Stress developed by dry cohesionless granular materials sheared in an annular shear cell. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume CXLII, pp. 391-430.
- Schürch, P., Densmore, A. L., Rosser, N. J. & McArdeell, B. W., 2011. Dynamic controls on erosion and deposition on debris-flow fans. *Geology*, XXXIX(9), pp. 827-830.
- Shields, A., 1936. Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebebewegung. In *Mitteilungen der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau*, Volume XXVI.
- Stokes, G. G., 1851. *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums*. s.l.:Pitt Press.
- Suwa, H., 1988. Focusing mechanism of large boulders to a debris-flow front. *Transactions of the Japanese Geomorphological Union*, IX(3), pp. 151-178.
- Svendsen, I. A., 2006. *Introduction to nearshore hydrodynamics*. s.l.:s.n.
- Takahashi, T., 1978. Mechanical characteristics of debris flow. *Journal of the Hydraulic Division*, CIV(8), pp. 1153-1169.
- Takahashi, T., 1991. *Debris flows*. s.l.:Balkema.
- Takahashi, T., 2007. *Debris flows; mechanics, prediction and countermeasures*. s.l.:Balkema.
- Takahashi, T., 2014. *Debris flow; mechanics, prediction and countermeasures*. Seconda a cura di s.l.:CRC Press.
- Toro, E. F., 2009. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction*. Terza a cura di s.l.:Springer Verlag.
- Toro, E. F., Hidalgo, A. & Dumbser, M., 2009. FORCE schemes on unstructured meshes I: conservative hyperbolic systems. *Journal of Computational Physics*, CCXXIX(9), pp. 3368-3389.
- Treccani, 2008. *Enciclopedia degli idrocarburi*. s.l.:s.n.
- Tubino, M. & Lanzoni, S., 1993. Rheology of debris flows: experimental observations and modelling problems. *Excerpta of the italian contribution to the field of hydraulic engineering*, Volume VII, pp. 201-236.
- Varnes, D. J., 1978. Slope movement types and processes. *Transportation Research Board Special Report*, Volume CLXXVI.
- Wright, T. L. & Pierson, T. C., 1992. *Living with volcanoes; the US Geological Survey's Volcano Hazard Program*. s.l.:s.n.

Zienkiewicz, O. C. & Taylor, R. L., 2000. *The finite element method; fluid dynamics*. Quinta a cura di s.l.:s.n.

Zingarelli, N., 2003. *Vocabolario della lingua italiana*. s.l.:Zanichelli.

RINGRAZIAMENTI

Giunti a questo importante traguardo, penso sia doveroso ringraziare tutte le persone che mi hanno aiutato più o meno direttamente in questo percorso.

Ringrazio innanzitutto il prof. Stefano Lanzoni, per avermi dato la possibilità di confrontarmi con questo importante argomento e per l'incoraggiamento che ha saputo darmi nei momenti più difficili.

Ringrazio anche il prof. Carlo Gregoretti, per la sua pazienza e soprattutto la sua disponibilità durante tutti questi mesi. La realizzazione dei codici in Fortran credo sarebbe stata molto più difficile senza di lui, senza contare le migliorie che mi ha suggerito per la tesi scritta e per la presentazione finale.

Ringrazio anche Ilaria e Martino, che mi hanno dato una mano quando il programma sembrava non andare molto bene.

Ringrazio anche tutti quelli che mi sono stati vicini e che a loro modo mi hanno accompagnato in questi anni, nonostante qualche sacrificio.

Un ringraziamento particolare va infine alla mia famiglia che, nonostante le difficoltà, mi ha sempre appoggiato. Il solo aiuto economico di certo non sarebbe stato sufficiente per arrivare fino in fondo.