

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

***Relazione per la prova finale:  
«Generalizzazione della stima del tasso  
di conformità per pattern di  
accoppiamenti albero - foro»***

Tutor universitario: Prof. Gianmaria Concheri

Co-tutor: Ing. Mattia Maltauro

Laureando:  *Davide Fontana*

Padova, 20/09/2023



## DEFINIZIONE DEL PROBLEMA:

- è possibile stimare la probabilità di assemblaggio per un pattern di «nX» accoppiamenti albero-foro?
- Se sì, si può **generalizzare matematicamente**?



## OBIETTIVO DEL LAVORO SVOLTO:

- Definire un **modello analitico** che calcoli la **probabilità statistica di accoppiamento** per «nx» pattern-albero foro in funzione delle loro caratteristiche dimensionali.



## STRUMENTI UTILIZZATI:

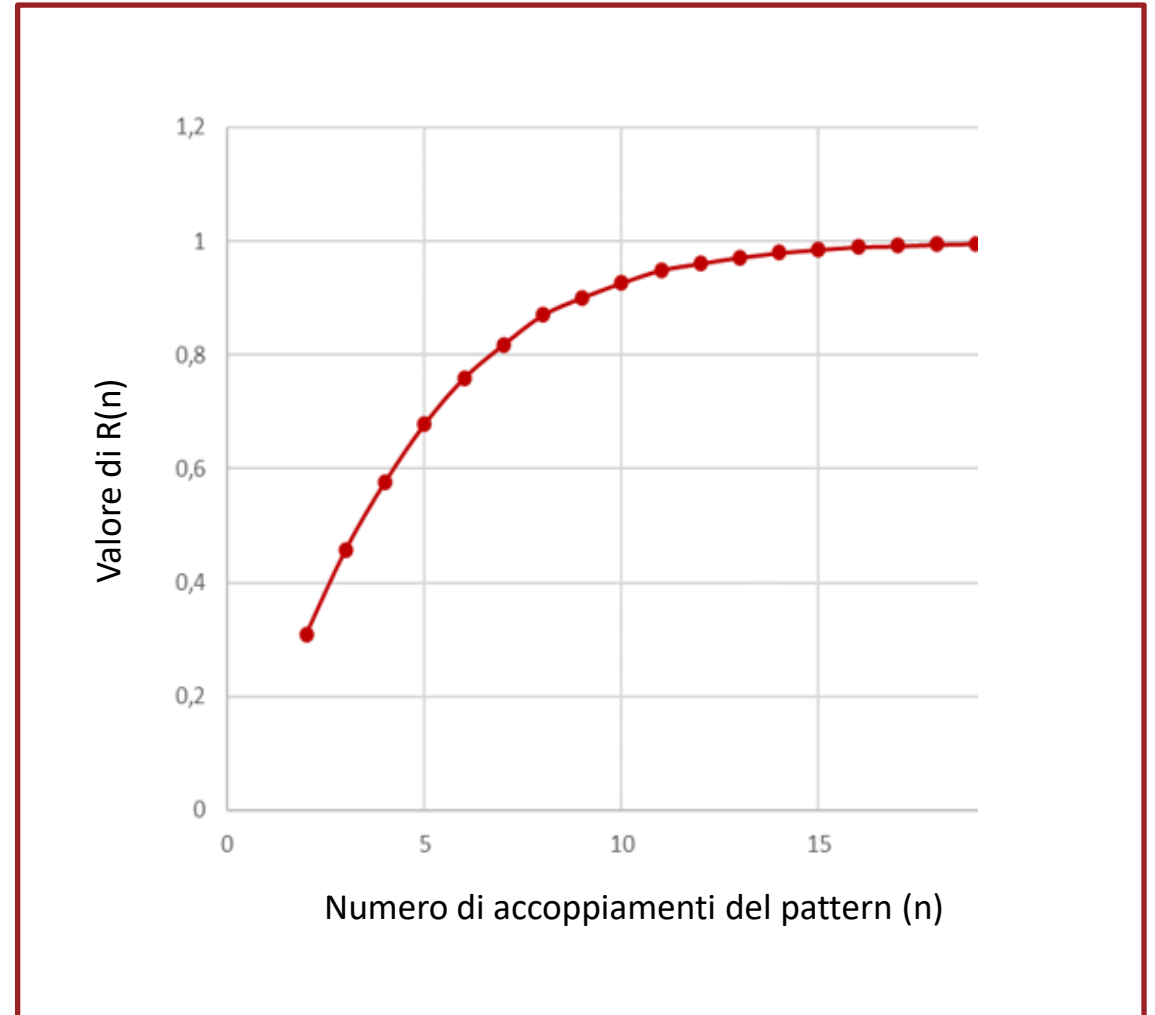
- **Software di analisi dei dati** → **DoE** e calcolo delle **curve di regressione**
- **Algoritmo di simulazione** → **sperimentazione** e calcolo di  $R(n)$

Viene definita la funzione  $R(n)$ , indicante la **probabilità che il pattern non si assembli**, tale che:

$$\begin{cases} 0 \leq R(n) \leq 1, \forall n \in \mathbb{N} \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} R(n) = 1 \end{cases}$$

E possibile immaginare  $R(n)$  come una **funzione asintotica convergente**:

$$R(n) = 1 - [1 - \theta_2]e^{-\frac{1}{\theta_1}(n-2)}$$







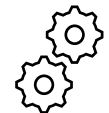
### INDIVIDUARE OBIETTIVI DELLA SPERIMENTAZIONE:

Calcolare i valori di  $\theta_1$  e  $\theta_2$  per ciascuna combinazione di fattori.



### DEFINIRE I FATTORI :

$$\theta_{1,2}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \theta_{1,2} \left( \frac{TOL}{D}, \frac{POS}{D}, \frac{tol}{TOL}, \frac{pos}{POS}, \frac{d}{D} \right)$$



### CREARE UN DESIGN OF EXPERIMENT:

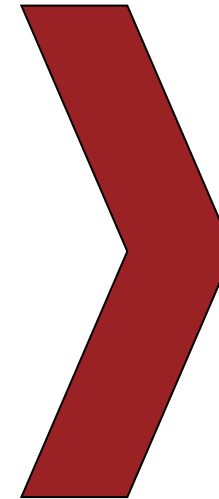
approccio multifattoriale ottimizzato: vengono modificati **più parametri simultaneamente**



### DISPORRE DI STRUMENTI DI SPERIMENTAZIONE:

- 1) **Algoritmo di simulazione** per il calcolo di R
- 2) **Regressione non lineare** per il calcolo di  $\theta_1$  e  $\theta_2$

TOL/D	POS/D	tol/TOL	pos/POS	d/D	Theta_1	Theta_2
0,135	0,135	4,50	1,00	0,850		
0,009	0,135	4,50	4,50	0,850		
0,135	0,009	4,50	4,50	0,850		
0,072	0,072	2,75	2,75	0,915		
0,135	0,135	1,00	4,50	0,850		
0,072	0,072	2,75	2,75	0,915		
0,135	0,009	1,00	1,00	0,850		
0,135	0,135	1,00	1,00	0,980		
0,009	0,009	4,50	4,50	0,980		
0,135	0,009	4,50	1,00	0,980		
0,072	0,072	2,75	2,75	0,915		
0,135	0,009	1,00	4,50	0,980		
0,072	0,072	2,75	2,75	0,915		
0,072	0,009	2,75	2,75	0,915		
0,072	0,072	2,75	1,00	0,915		
0,135	0,072	2,75	2,75	0,915		
0,009	0,072	2,75	2,75	0,915		
0,072	0,072	2,75	4,50	0,915		
0,072	0,072	1,00	2,75	0,915		
0,072	0,072	2,75	2,75	0,915		
0,072	0,135	2,75	2,75	0,915		
0,072	0,072	2,75	2,75	0,915		
0,072	0,072	4,50	2,75	0,915		



**SPERIMENTAZIONE**

Attraverso un **algoritmo di simulazione numerica**, è possibile calcolare l'andamento di  $R(n)$  per ciascuna delle singole combinazioni, fino ad un massimo di  $n=20$ :

## INPUT

TOL/D	POS/D	tol/TOL	pos/POS	d/D
0,135	0,135	4,50	1,00	0,850
0,009	0,135	4,50	4,50	0,850
0,135	0,009	4,50	4,50	0,850
0,072	0,072	2,75	2,75	0,915
0,135	0,135	1,00	4,50	0,850
0,072	0,072	2,75	2,75	0,915
0,135	0,009	1,00	1,00	0,850
0,135	0,135	1,00	1,00	0,980
0,009	0,009	4,50	4,50	0,980
0,009	0,135	1,00	4,50	0,980
0,135	0,009	4,50	1,00	0,980
0,072	0,072	2,75	2,75	0,915
0,135	0,009	1,00	4,50	0,980
0,072	0,072	2,75	2,75	0,915
0,072	0,009	2,75	2,75	0,915
0,072	0,072	2,75	1,00	0,915
0,135	0,072	2,75	2,75	0,915
0,009	0,072	2,75	2,75	0,915

## OUTPUT

n	R
2	0,63204
3	0,77585
4	0,86831
5	0,92362
6	0,95522
7	0,97447
8	0,98495
9	0,99160
10	0,99436
11	0,99742
12	0,99838
13	0,99893
14	0,99960
15	0,99978
16	0,99976
17	0,99993
18	1,00000
19	0,99995
20	0,99998

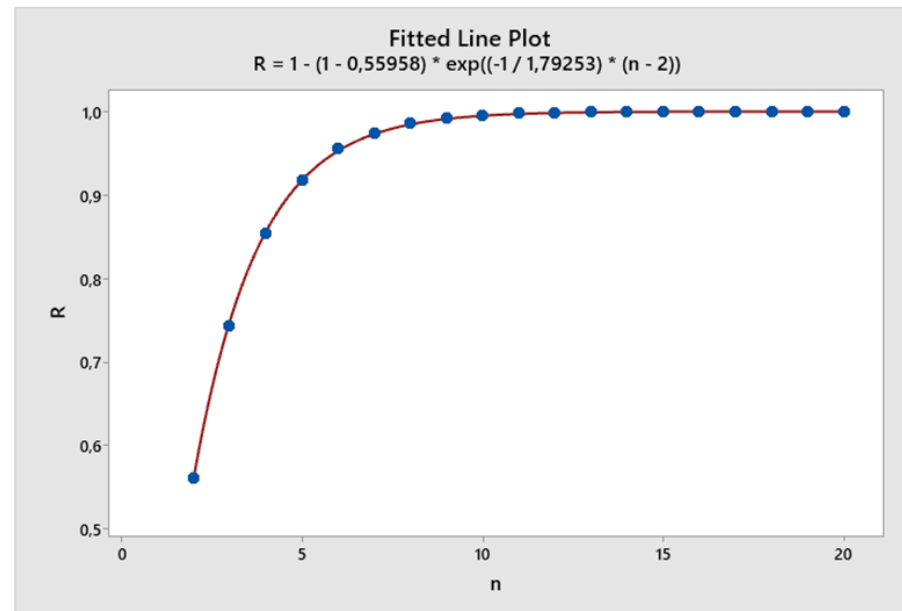
Una volta ottenuti i valori di  $R(n)$  per ciascuna combinazione di fattori, se ne è verificata la **corrispondenza con il modello matematico** ipotizzato e se ne sono ricavati i valori  $\theta_1$  e  $\theta_2$ .

## INPUT

n	R
2	0,56160
3	0,74400
4	0,85398
5	0,91849
6	0,95555
7	0,97482
8	0,98691
9	0,99273
10	0,99602
11	0,99820
12	0,99880
13	0,99935
14	0,99965
15	0,99982
16	0,99993
17	0,99996
18	0,99996
19	1,00000
20	1,00000

## OUTPUT

R\_11



### Parameter Estimates

Parameter	Estimate	SE Estimate
Theta2	0,55958	0,0015551
Theta1	1,79253	0,0115651

$$R = 1 - (1 - \text{Theta2}) * \exp((-1 / \text{Theta1}) * (n - 2))$$



Una volta associata a ciascuna sperimentazione i rispettivi valori di  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , è stato calcolato un modello tramite **regressione non-lineare** che esprimesse tali parametri come funzione dei diversi fattori.

## INPUT

TOL/D	POS/D	tol/TOL	pos/POS	d/D	Theta_2
0,20200	0,01400	1,00000	4,50	0,980	0,672220
0,20200	0,20200	1,00000	4,50	0,850	0,649850
0,20200	0,20200	4,50000	1,00	0,850	0,555930
0,10800	0,10800	2,75000	2,75	0,915	0,562820
0,20200	0,01400	1,00000	1,00	0,850	0,109500
0,10800	0,10800	2,75000	2,75	0,915	0,559840
0,20200	0,20200	1,00000	1,00	0,980	0,802600
0,10800	0,10800	2,75000	2,75	0,915	0,559580
0,20200	0,01400	4,50000	4,50	0,850	0,532550
0,01400	0,20200	4,50000	4,50	0,850	0,630090
0,01400	0,20200	4,50000	1,00	0,980	0,852742
0,01400	0,01400	4,50000	4,50	0,980	0,503990
0,10800	0,10800	2,75000	2,75	0,915	0,557070
0,10800	0,10800	1,00000	2,75	0,915	0,465220

## OUTPUT

### Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
0,324464	96,95%	95,64%	92,16%

### 20-fold S 20-fold R-sq

0,430604	92,16%
----------	--------

### Regression Equation

$$\begin{aligned} \text{Theta}_1 = & 175,1 - 446,0 \text{ TOL/D} - 691,6 \text{ POS/D} - 11,47 \text{ tol/TOL} - 8,27 \text{ pos/POS} - 166,9 \text{ d/D} \\ & + 190,8 \text{ TOL/D*TOL/D} + 396,3 \text{ POS/D*POS/D} + 0,2218 \text{ pos/POS*pos/POS} \\ & + 485,3 \text{ TOL/D*POS/D} + 397,4 \text{ TOL/D*d/D} + 11,43 \text{ POS/D*tol/TOL} + 566,1 \text{ POS/D*d/D} \\ & + 0,1441 \text{ tol/TOL*pos/POS} + 10,61 \text{ tol/TOL*d/D} + 6,37 \text{ pos/POS*d/D} \end{aligned}$$

### Coefficients

Term	Coef
Constant	175,1
TOL/D	-446,0
POS/D	-691,6
tol/TOL	-11,47
pos/POS	-8,27
d/D	-166,9
TOL/D*TOL/D	190,8
POS/D*POS/D	396,3
pos/POS*pos/POS	0,2218
TOL/D*POS/D	485,3
TOL/D*d/D	397,4
POS/D*tol/TOL	11,43
POS/D*d/D	566,1
tol/TOL*pos/POS	0,1441
tol/TOL*d/D	10,61
pos/POS*d/D	6,37

A partire da tale modello,  $\theta_1$  e  $\theta_2$  possono essere espressi come:

$$\theta_1 \left( \frac{\text{TOL}}{D}, \frac{\text{POS}}{D}, \frac{\text{tol}}{\text{TOL}}, \frac{\text{pos}}{\text{POS}}, \frac{d}{D} \right) = \text{cost} + \vec{q}_1 * \vec{d} + \vec{d}^T * [R_1] * \vec{d}$$

ove:

- $\vec{q}_1$  ed  $[R_1]$  indicano rispettivamente **il vettore e la matrice dei coefficienti**
- $d$  indica il **vettore delle variabili indipendenti**.

## Coefficients

Term	Coef
Constant	175,67
TOL/D	-485,1
POS/D	-712,2
tol/TOL	-10,71
pos/POS	-7,39
d/D	167,03
TOL/D*TOL/D	218,4
POS/D*POS/D	414,9
pos/POS*pos/POS	0,2099
TOL/D*POS/D	535,3
TOL/D*d/D	430,9
POS/D*tol/TOL	11,83
POS/D*d/D	579,7
tol/TOL*pos/POS	0,1169
tol/TOL*d/D	9,83
pos/POS*d/D	5,54

A partire da tale modello,  $\theta_1$  e  $\theta_2$  possono essere espressi come:

$$\theta_2 \left( \frac{\text{TOL}}{D}, \frac{\text{POS}}{D}, \frac{\text{tol}}{\text{TOL}}, \frac{\text{pos}}{\text{POS}}, \frac{d}{D} \right) = \boxed{\text{cost}} + \boxed{\bar{q}_2} * \vec{d} + \vec{d}^T * \boxed{[R_2]} * \vec{d}$$

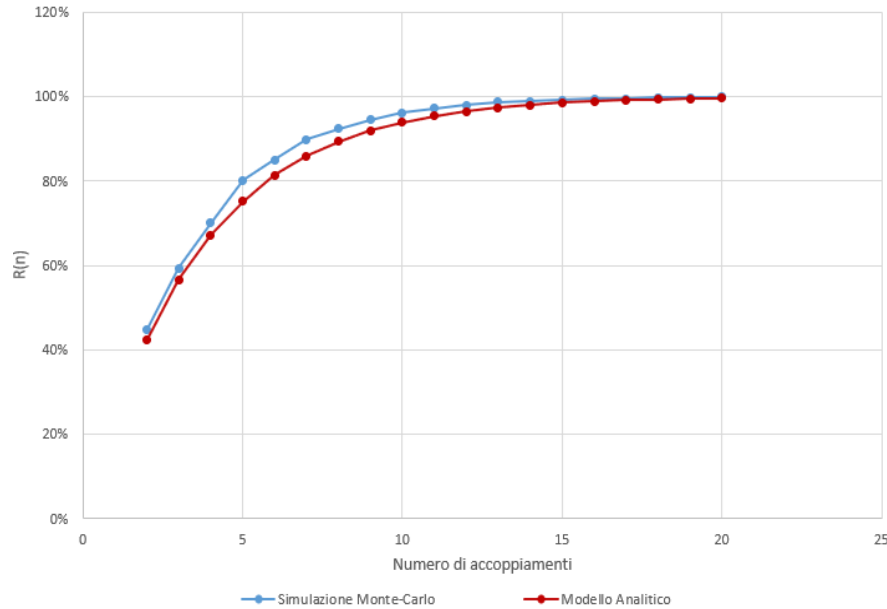
ove:

- $\bar{q}_2$  ed  $[R_2]$  indicano rispettivamente **il vettore e la matrice dei coefficienti**
- $d$  indica il **vettore delle variabili indipendenti**.

## Coefficients

Term	Coef
Constant	7,96
TOL/D	17,62
POS/D	1,874
tol/TOL	0,538
pos/POS	0,2884
d/D	-26,03
TOL/D*TOL/D	-11,01
d/D*d/D	18,57
TOL/D*POS/D	-10,14
TOL/D*d/D	-13,75
POS/D*pos/POS	0,5759
tol/TOL*d/D	-0,528
pos/POS*d/D	-0,3093

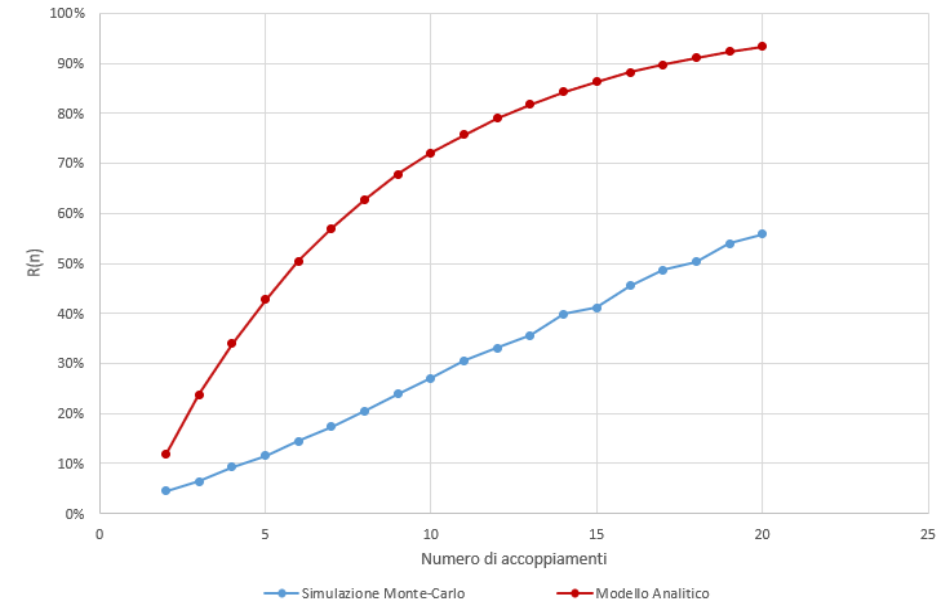
## ANDAMENTO ASINTOTICO $0,2 < R(2) < 1$



- Rappresenta il 92% dei casi testati: in essi l'errore medio si mantiene sotto al 10%.



## ANDAMENTO LINEARE $0 < R(2) < 0,2$



- Il modello non risulta utilizzabile nel caso in cui  $R(n)$  assuma un andamento lineare.



In conclusione, possiamo affermare che:

- È stato possibile definire una generalizzazione per «nx» pattern qualora l'andamento di  $R(n)$  risultasse asintotico.
- Non è stato possibile farlo per un andamento lineare. **Tuttavia, è possibile realizzare un modello analogo (seguendo lo stesso procedimento) ipotizzando come funzione di partenza una retta.**

