

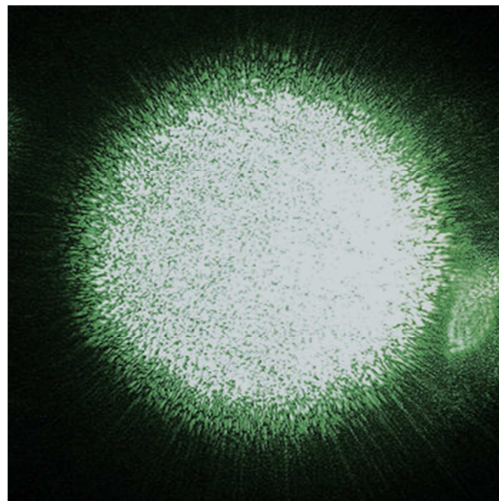
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Facoltà di ingegneria

Corso di Laurea in ingegneria biomedica

Tesi di Laurea

**METODI DI TRATTAMENTO
DELLO SPECKLE NOISE IN ECOGRAFIA**



RELATORE

Prof. Enrico Grisan

LAUREANDO

Alban Gručka

ANNO ACCADEMICO

2009-2010

INDICE

Introduzione pag.3

Cap.1 Metodi di filtraggio

1.1	Filtro Mediano	pag. 6
1.2	Filtri di Wiener	pag. 7
1.3	Filtro Mediano Pesato Adattabile	pag. 7
1.4	Filtro Bilaterale	pag. 10
1.5	Filtro Mediano Migliorato	pag. 12
1.6	Filtro Mediano Direzionale	pag. 13
1.7	Filtro di Lee	pag. 14
1.8	Filtro di Frost	pag. 15
1.9	Diffusione anisotropica	pag. 16
1.10	Riduzione di speckle con diffusione anisotropica (SRAD)	pag. 17
1.11	SRAD migliorato	pag. 18
1.12	Riduzione di speckle con diffusione anisotropica modificato (MSRAD)	pag. 20
1.13	Filtro Pesato 2-D di Savitzky-Golay	pag. 24
1.14	Filtro di Savitzky-Golay Anisotropico	pag. 27
1.15	Filtro Ibrido	pag. 30

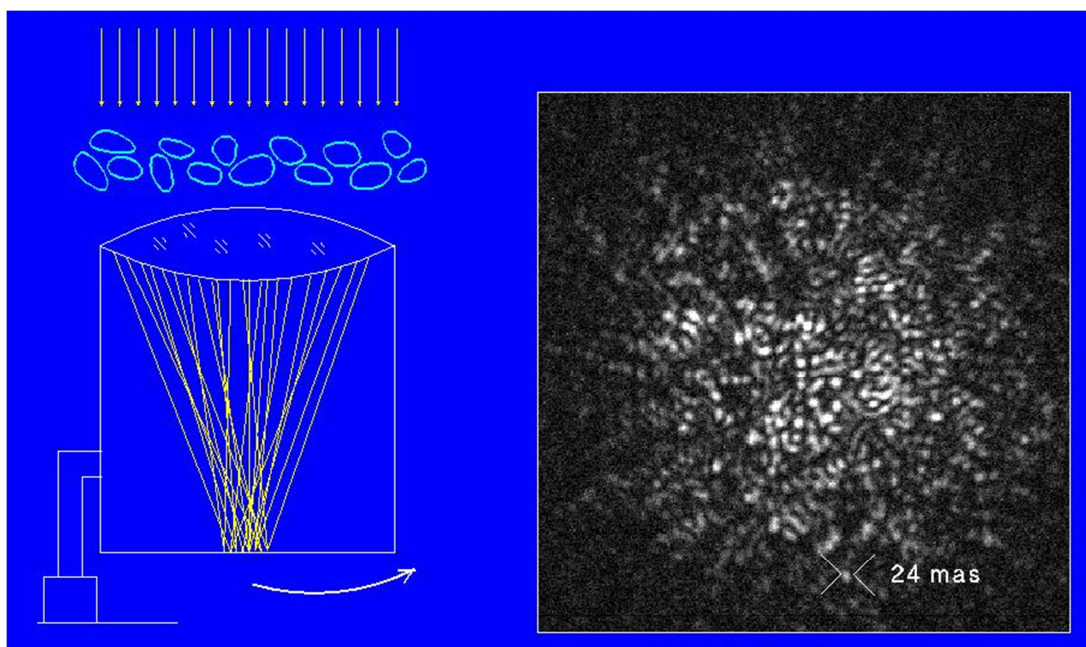
Cap. 2 Applicazione filtri su immagini
ultrasonore con speckle pag.33

Cap. 3 Conclusione pag.37

Introduzione

Speckle:

In fisica si chiama speckle (letteralmente macchiolina) la figura punteggiata che si ottiene quando un'onda coerente viene fatta passare attraverso un mezzo disordinato. Il motivo di questa figura è che quando un'onda compie un evento di scattering elastico non perde le proprie proprietà di coerenza ma compie un salto di fase casuale. Sulla superficie di uscita si avrà quindi la sovrapposizione di molte onde tra loro coerenti (e quindi in grado di produrre effetti di interferenza) ma con fase casuale; si produrrà quindi per alcune direzioni un effetto di interferenza costruttiva e per altre un effetto di interferenza distruttiva creando così una figura fatta di puntini luminosi e di puntini scuri.

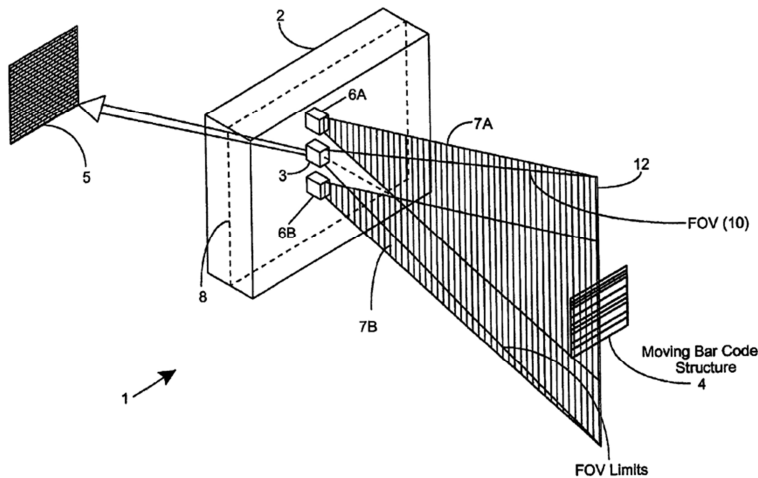


Ecografia

L'ecografia utilizza onde sonore con una frequenza superiore al limite massimo d'udito umano. Questo limite è di circa 20 kilohertz. L'ecografia è considerata come una tecnica di immagini sicura e non distruttiva, questo è dovuto alla sua caratteristica non-ionizzante. Le immagini ecografiche sono prodotte dalla riflessione delle onde sonore da parti interne del corpo. Dopo aver ricevuto il riflesso, il rivelatore deve determinare tre cose:

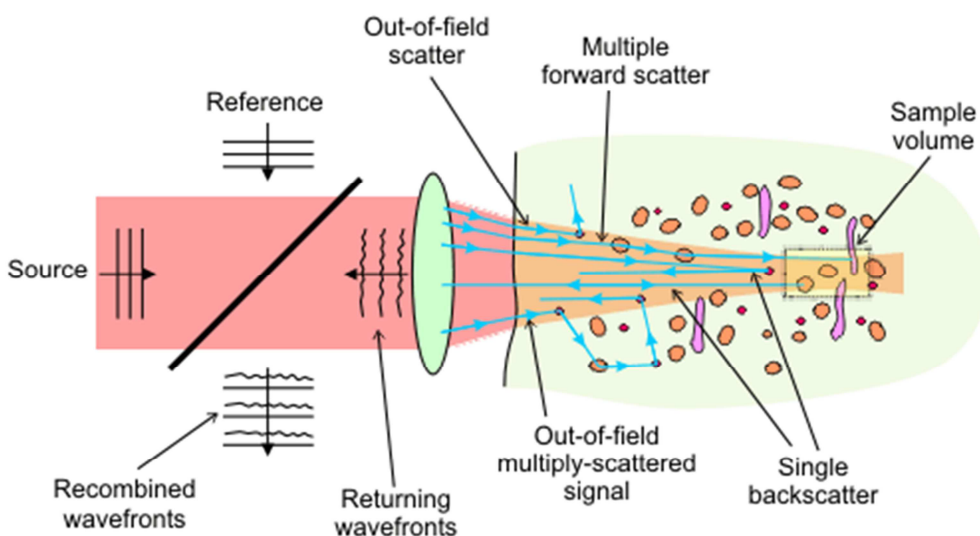
- direzione della eco
- intensità dell'eco
- trasmissione / tempo riflessione

Una volta che questi tre parametri sono noti, il rivelatore è in grado di individuare quali pixel dell'immagine vanno illuminati e di quale intensità.



Il fenomeno Speckle in ultrasuoni

Ultrasound speckle è un fenomeno quasi casuale che si verifica quando impulsi acustici di fase coerente vengono utilizzati per creare un'immagine nei tessuti molli, e non sono rilevati in modo coerente per formare l'immagine. Molti tessuti biologici contengono densità spaziali di dispersione degli ultrasuoni molto diverse, come gradi di discontinuità nel tessuto (gli obiettivi), le cui superfici sono ruvide nella scala tipica di lunghezza d'onda di un ultrasuono. Così *ultrasound speckle* in origine è simile a *laser o radar speckle*. Speckle è spesso modellato come un processo moltiplicativo¹, in quanto lo speckle completamente sviluppato ha la proprietà di rapporto segnale-rumore costante. Questo è il risultato del meccanismo fisico che dà origine a speckle, l'interferenza costruttiva e distruttiva di riflessioni di impulsi provenienti da diverse parti di una superficie ruvida. Pertanto, le fluttuazioni di speckle nel segnale saranno proporzionali in grandezza alla potenza del segnale, e l'immagine risultante avrà rumore significativo anche in regioni molto luminose.



¹M. Tur, K. C. Chin, and J. W. Goodman, "When is speckle noise multiplicative?", *Applied Optics*, vol. 21, no. 7, pp. 1157-1159, April 1982.

La statistica di speckle

Speckle è un rumore moltiplicativo di Rayleigh, che degrada le immagini ad ultrasuoni, violandone strutture fini e ridurre il rapporto segnale / rumore (SNR).

Gli aspetti teorici di Speckle in ultrasuoni sono stati studiati da diversi autori tra cui Wells² e Wagner³. Dato un segnale osservato z che risulta dalla moltiplicazione di un segnale con componente m , e una componente di rumore n , si ha:

$$z = m * n$$

La distribuzione di Rayleigh è data da

$$f(z) = \begin{cases} \frac{z}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-z^2}{2\sigma^2}\right) & \text{if } z > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

con media $\sigma\sqrt{\pi/2}$ e varianza $\sigma^2(2 - \pi/2)$.

Le tecniche di immagini a ultrasuoni sono ampiamente utilizzati per la diagnosi medica a causa della loro non-invasività, basso costo e facilità di funzionamento. Tuttavia, la presenza del rumore casuale speckle, causato dalla interferenza del fronte d'onda riflessa, rende l'elaborazione computerizzata di immagini ad ultrasuoni e l'interpretazione un compito difficile. La presenza di speckle in una immagine riduce l'individuazione dei bersagli, oscura i modelli spaziali delle caratteristiche di superficie, e diminuisce la precisione delle immagini. Così, è spesso necessario migliorare l'immagine con il filtraggio di speckle prima che i dati possono essere utilizzati in varie applicazioni.

Metodi di filtraggio

L'informazione del bordo è molto importante per la percezione umana. Pertanto la sua conservazione e, possibilmente, la sua valorizzazione è una caratteristica molto importante per un buon filtro d'immagine. Tuttavia, la nozione di un bordo dell'immagine è mal definita e non ha generalmente una definizione matematica accettabile.

Definizione: Bordo è il confine tra due regioni di immagini aventi intensità di illuminazione differenti.

Questa definizione implica che un bordo è una variante locale di illuminazione (ma non viceversa). Se i pixel dell'immagine hanno un valore a , $a + h$ sui due lati del bordo, rispettivamente, un margine di passaggio di altezza h è presente. Se l'intensità dell'immagine aumenta linearmente dal livello a al livello $a + h$, allora una rampa di bordo è presente.

² WELLS, P.N.T., and HALLIWELL, M.: 'Speckle in ultrasonic imaging', *Ultrasonics*, 1981, 19, (5), pp. 225-229

³ WAGNER, R.F., SMITH, S.W., SANDRIK, J.M., and LOPEZ, H.: 'Statistics of speckle in ultrasound B-scans', *IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics*, 1983, 30, (3), pp. 156-163

Filtro Mediano

La mediana di n osservazioni $x_i, i = 1, \dots, n$ è indicato con $\text{med}(x_i)$ ed è dato da:

$$\text{med}(x_i) = \begin{cases} x_{(v+1)} & n=2v+1 \\ \frac{1}{2}(x_{(v)}+x_{(v+1)}) & n=2v \end{cases}$$

dove $X_{(i)}$ indica l'ordine i -esimo della statistica

I- Il filtro mediano unidimensionale di dimensione $n = 2v + 1$ è definito dalla seguente relazione input-output:

$$y_i = \text{med}(x_{i-v}, \dots, x_i, \dots, x_{i+v}) \quad i \in \mathbf{Z}$$

II- Il filtro mediano bidimensionale ha la seguente definizione:

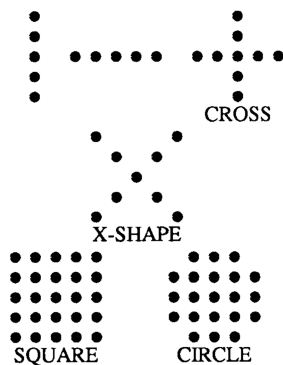
$$y_{ij} = \text{med}\{x_{i+r, j+s}; (r,s) \in A\} \quad (i,j) \in \mathbf{Z}^2$$

La serie $A \in \mathbf{Z}^2$ definisce un intorno del pixel centrale (i, j) e si chiama la finestra del filtro.

Tali finestre sono mostrate in figura. Se l'immagine di ingresso è di misura finita $N \times M$, $1 \leq i \leq N$, $1 \leq j \leq M$, la definizione è valida solo per l'interno della immagine in uscita, cioè per (i, j) per i quali :

$$1 \leq i+r \leq N, \quad 1 \leq j+s \leq M \quad (r,s) \in A$$

Tali finestre sono mostrate in figura:



Two-dimensional windows used in median filtering.

Filtri di Wiener

A causa del problema della convergenza della serie di Volterra e della difficoltà associata alla misura del suo kernel, Wiener ha proposto un mezzo generale di analizzare una vasta gamma di comportamenti non lineari sottoponendo un sistema non lineare ad un processo con ingresso Gaussiano bianco. Ha usato una procedura di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt per formare un insieme ortogonale di funzionali dai funzionali di Volterra. Per un sistema discreto con ingresso arbitrario $x(n)$, l'uscita $y(n)$ è data da:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{\infty} G_i[k_i; x(n)]$$

dove G_i , con un ingresso gaussiano, è un insieme completo di funzionali ortogonali e k_i sono i kernel del sistema. I primi termini della serie discreta di Wiener sono:

$$G_0[k_0; x(n)] = k_0$$

$$G_1[k_1; x(n)] = \sum_{i_1} k_1(i_1) x(n-i_1)$$

$$G_2[k_2; x(n)] = \sum_{i_1} \sum_{i_2} k_2(i_1, i_2) x(n-i_1) x(n-i_2) - \beta \sum_{i_1} k_2(i_1, i_1)$$

$$G_3[k_3; x(n)] = \sum_{i_1} \sum_{i_2} \sum_{i_3} k_3(i_1, i_2, i_3) x(n-i_1) x(n-i_2) x(n-i_3)$$

$$- 3\beta \sum_{i_1} \sum_{i_3} k_3(i_1, i_1, i_3) x(n-i_3)$$

dove β è la densità spettrale della potenza di un ingresso Gaussiano bianco e con k_i indichiamo il kernel di Wiener.

Sulla base della rappresentazione di Volterra e Wiener, diversi metodi che caratterizzano un sistema non lineare di ordine p -esimo tempo-invarianti sono stati sviluppati, sia nel dominio spazio/tempo che nel dominio della frequenza.

Filtro Mediano Pesato Adattabile⁴

La mediana ponderata è una classe generale di filtri di tipo mediano, in cui il mediano puro è un caso speciale. Per motivi di semplicità i filtri esaminati in questa sezione sono unidimensionali. La mediana ponderata di una sequenza $\{X_i\}$ è definito come il mediano puro di una lunga sequenza formata dalla presa in considerazione ogni termine X_i , w_i , dove $\{w_i\}$ sono i coefficienti di peso corrispondente. Ad esempio, se $w_1 = 2$, $w_2 = 3$, $w_3 = 2$, la mediana ponderata della successione $\{X_1, X_2, X_3\}$ è data da

$$y_{WM} = \text{median} \{ X_1, X_1, X_2, X_2, X_2, X_3, X_3 \}. \quad (1)$$

⁴An Adaptive Weighted Median Filter for Speckle Suppression in Medical Ultrasonic Images
T. LOUPAS, W. N. MCDICKEN, AND P. L. ALLAN, Jan 1989

Intuitivamente, si prevede che se più valore si dà al peso centrale più la capacità della media ponderata per sopprimere il rumore diminuisce, ma aumenta anche la conservazione del segnale. Una famiglia di pesi lineari con pendenza variabile α . Per una finestra di punti $2K + 1$, w è il coefficiente di peso, al punto i è dato:

$$w_i = [w_{K+1} - \alpha|K + 1 - i|]. \quad (2)$$

Il mediano puro corrisponde a $\alpha = 0$ con tutti i pesi pari a w_{k+1} . Fig. 1 visualizza i pesi per tre valori di α .

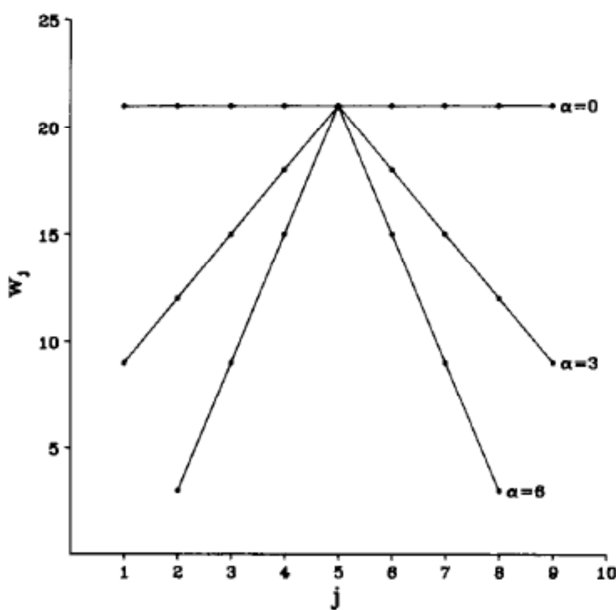


Fig. 1. A family of linear weight coefficients with variable slope α .

Un algoritmo di “smoothing” al rumore applicato alle scansioni a ultrasuoni deve soddisfare alcuni requisiti diversi e contrastanti. Un filtro spazio invariante che svolge lo stesso tipo di operazione per ogni singolo pixel di un'immagine non può soddisfare tutte le esigenze contemporaneamente. Ciò è vero anche nel caso di filtri non lineari di conservazione di bordo, perché la conservazione del segnale si deteriora rapidamente al crescere della dimensione della finestra per fornire un'adeguata riduzione del rumore. È necessario un algoritmo spazio-variante che tiene conto del contenuto locale delle immagini. Statistiche locali sono state ampiamente utilizzate per descrivere il contenuto dell'immagine nelle applicazioni di filtraggio spazio-variante. Le statistiche di speckle dei ultrasuoni sono state studiate in modo analogo come laser speckle e radar speckle ad apertura. Si è scoperto che il segnale ha una distribuzione di Rayleigh con media proporzionale alla deviazione standard. Ciò implica che speckle poteva essere modellato come rumore moltiplicativo. Tenendo conto di questi fattori siamo arrivati al grafico della deviazione standard rispetto alla media di speckle mostrato in fig. 5.

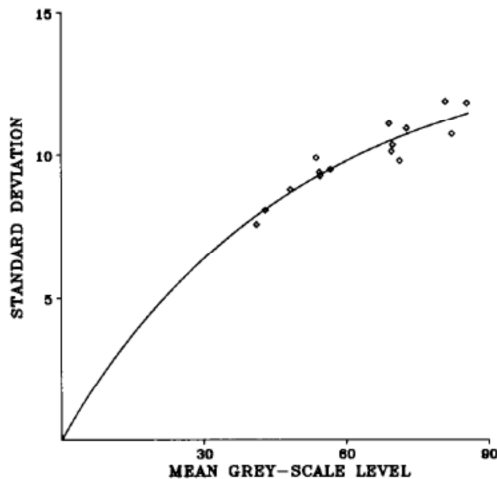


Fig. 5. Standard deviation vs. the mean of ultrasonic speckle noise.

La curva continua è stata ottenuta mediante la modellizzazione delle fasi di elaborazione del segnale parlato prima. I punti rappresentano le misure sperimentali dalle scansioni di oggetti che hanno proprietà acustiche simili a quelle dei tessuti molli. Da questa figura è evidente che speckle non è più moltiplicativo, nel senso che la media è proporzionale alla varianza piuttosto che la deviazione standard. Pertanto, se x indica il segnale vero, n è un termine di rumore che è indipendente da x e ha media 0 e y è il segnale osservato, il seguente modello del segnale di rumore dipendente può essere utilizzato:

$$y = x + x^{1/2}n \quad (7)$$

Supponendo che una zona omogenea è stata scandita, cioè, $x = m$ è costante, può essere facilmente dimostrato dalla (7) che la varianza σ^2 del segnale osservato è $\sigma^2 = m \sigma_n^2$, dove σ_n^2 è la varianza del rumore. La curva di fig. 5 stabilisce i valori attesi di σ^2/m per le zone uniformi di speckle.

La *adaptive weighted median* (AWM) sfrutta il fatto che il rapporto σ^2/m può caratterizzare il contenuto locale delle immagini eseguendo il filtraggio media pesata spazio-variante con il peso dei coefficienti regolato secondo le statistiche locali dell'immagine utilizzando la formula

$$w(i, j) = [w(K+1, K+1) - cd\sigma^2/m] \quad (8)$$

dove:

- c la costante di scala
- m, σ^2 la media locale e la varianza sulla finestra $2K+1$ per $2K+1$
- d distanza dei punti (i, j) dal centro della finestra $(K+1, K+1)$

L'equazione (8) è l'equivalente 2-D dell'equazione peso (2) con il prodotto $c\sigma^2/m$ corrispondente alla pendenza α .

La flessibilità offerta dal WM (weighted median) attraverso la selezione appropriata dei coefficienti di peso, può usare filtri mediani più efficienti e più adatte ad applicazioni particolari. Il filtro AWM per le soppressioni di speckle in immagini mediche ad ultrasuoni lo dimostra. Il filtro unisce

le proprietà di conservazione dei bordi del WM_S con l'implementazione spazio-variante in base alle caratteristiche locali dell'immagine, per ridurre sensibilmente lo speckle con trascurabile perdita dei dettagli dell'immagine originale.

Filtro Bilaterale⁵

L'idea fondamentale del filtraggio bilaterale è di fare della gamma di un'immagine quello che i filtri tradizionali fanno nel loro dominio. Due pixel possono essere vicini l'uno dall'altro, occupando posizioni spaziali vicine, oppure possono essere simili tra loro, cioè, hanno valori vicini, possibilmente in modo percettivamente significativo. La vicinanza riferisce alla vicinanza del dominio, la somiglianza alla vicinanza della gamma. Il filtraggio tradizionale è il filtraggio del dominio, e rafforza la vicinanza pesando i valori dei pixel con coefficienti che cadono con la distanza. Allo stesso modo, si definisce intervallo di filtraggio, che in media i valori dell'immagine hanno pesi che decadono con la diversità. I filtri della gamma non sono lineari, perché il loro peso dipende da intensità dell'immagine o colore. La località spaziale è ancora un concetto essenziale. Abbiamo combinato il filtraggio gamma e quello di dominio, dimostrando che la combinazione è molto più interessante. Indichiamo tale combinazione di filtraggio, "filtraggio bilaterale". Poiché i filtri bilaterali assumono una esplicita nozione di distanza nel dominio e nella gamma in funzione dell'immagine, possono essere applicati in qualsiasi funzione per la quale queste due distanze possono essere definite. In particolare, i filtri bilaterali possono essere applicati alle immagini a colori altrettanto facilmente come esse sono applicate a quelli in bianco e nero.

Il dominio di un filtro passa-basso applicato all'immagine $f(\mathbf{x})$ produce un'immagine definita come segue:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = k_d^{-1}(\mathbf{x}) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(\xi) c(\xi, \mathbf{x}) d\xi \quad (1)$$

dove $c(\xi, \mathbf{x})$ misura la vicinanza geometrica tra il centro \mathbf{x} e il punto ξ delle vicinanze.

Il carattere grassetto per f e h sottolinea il fatto che le due immagini di input e output possono essere di multibanda. Se il filtro passa-basso è quello per preservare la componente dc dei segnali passa-basso si ottiene:

$$k_d(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(\xi, \mathbf{x}) d\xi . \quad (2)$$

Se il filtro è shift-invariante, $c(\xi, \mathbf{x})$ è solo una funzione della differenza vettore $\xi - \mathbf{x}$, e k_d è costante

Il filtraggio della gamma si definisce:

⁵Bilateral Filtering for Gray and Color Images, Tomasi, C.; Manduchi, R.; Computer Vision, 1998. Sixth International Conference on Digital Object Identifier: 10.1109/ICCV.1998.710815 Publication Year: 1998, Page(s): 839 - 846

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = k_r^{-1}(\mathbf{x}) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(\xi) s(\mathbf{f}(\xi), \mathbf{f}(\mathbf{x})) d\xi \quad (3)$$

solo che adesso $s(\mathbf{f}(\xi), \mathbf{f}(\mathbf{x}))$ misurano la somiglianza fotometriche tra il pixel del centro \mathbf{x} e quella di un punto ξ nelle vicinanze. Così, la funzione s di somiglianza opera nella gamma dell'immagine con funzione \mathbf{f} , mentre la funzione di vicinanza c opera nel dominio di \mathbf{f} . La costante di normalizzazione (2) è sostituito dal

$$k_r(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(\mathbf{f}(\xi), \mathbf{f}(\mathbf{x})) d\xi . \quad (4)$$

Contrariamente a quanto si verifica con la funzione di vicinanza c , la normalizzazione della funzione di somiglianza s dipende dall'immagine \mathbf{f} . Diciamo che la funzione s di somiglianza è imparziale se dipende solo dalla differenza $\mathbf{f}(\xi) - \mathbf{f}(\mathbf{x})$. La distribuzione spaziale delle intensità di immagine non ha alcun ruolo nel filtraggio di gamma preso da sola. Combinare l'intensità di tutta l'immagine, ha poco senso, dato che valori lontani dell'immagine da \mathbf{x} non dovrebbe influire sul valore finale in \mathbf{x} .

La soluzione è quella di combinare filtraggio di dominio con quella della gamma, così forzando sia la località geometrica che quella fotometrica. Il filtraggio combinato può essere descritto come segue:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = k^{-1}(\mathbf{x}) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}(\xi) c(\xi, \mathbf{x}) s(\mathbf{f}(\xi), \mathbf{f}(\mathbf{x})) d\xi \quad (5)$$

con la normalizzazione

$$k(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(\xi, \mathbf{x}) s(\mathbf{f}(\xi), \mathbf{f}(\mathbf{x})) d\xi . \quad (6)$$

Il filtraggio combinato di dominio e di gamma sarà indicato come filtraggio bilaterale. Esso sostituisce il valore del pixel in \mathbf{x} , con una media dei valori dei pixel vicini e simili. Nelle regioni lisce, i valori dei pixel in piccole vicinanze sono simili tra loro, e la funzione di similitudine normalizzata k^{-1} si trova vicino a uno. Di conseguenza, il filtro bilaterale agisce essenzialmente come un filtro standard di dominio, e fa la media delle piccole, e deboli correlazioni delle differenze tra i valori dei pixel causati dal rumore. Consideriamo ora un confine netto tra il buio e una regione luminosa, come in figura 1 (a). Quando il filtro bilaterale è centrato, ad esempio, su un pixel nel lato illuminato del confine, la funzione s di somiglianza assume valori vicino a uno per pixel sullo stesso lato, e vicine allo zero per pixel sul lato oscuro. La funzione di somiglianza è mostrata in Figura 1 (b) per un filtro 23x23 con supporto centrato nei pixel per il lato destro del passaggio in figura 1 (a). Il termine di normalizzazione $k(\mathbf{x})$ assicura che i pesi per tutti i pixel vanno fino a uno. Come risultato, il filtro sostituisce il pixel luminoso del centro con una media dei pixel luminosi nelle sue vicinanze, e ignora essenzialmente i pixel scuri. Al contrario, Quando il filtro è centrato su un pixel scuro, i pixel chiari sono invece ignorati. Così, come mostrato in

figura 1 (c), un buon comportamento di filtraggio si è realizzato per i bordi, grazie alla componente di dominio del filtro, i bordi netti sono conservati allo stesso tempo anche, grazie alla componente gamma.

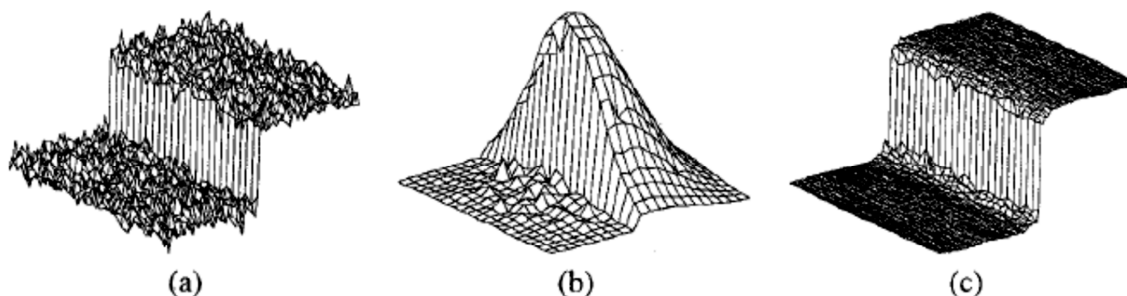


Figura 1: (a) Un passo di 100 livelli di grigio perturbati da rumore gaussiano con $\sigma = 10$ livelli di grigio. (b) pesi similari combinati $c(\xi, x)$ e $f(\xi), f(x)$ per un filtro 23×23 con supporto centrato nei pixel per il lato destro del passaggio in (a) La componente gamma sopprime efficacemente i pixel sul lato oscuro. (c) Il passo in (a) dopo il filtraggio bilaterale con $\sigma_r = 50$ livelli di grigio e $\sigma_d = 5$ pixel.

Filtro Mediano Migliorato⁶

Il filtro mediano è stato riconosciuto come una tecnica efficace per la soppressione del rumore impulso grazie alla sua caratteristica bordo conservazione e la sua semplicità computazionale. I filtri mediani sono utilizzati nella elaborazione delle immagini a mediare l'immagine senza sfocature i bordi, come i filtri passa-basso e medio fanno. I filtri mediani sono funzioni non lineari e non sono utilizzate nel linguaggio di elaborazione del segnale audio. Una difficoltà, tuttavia, con il filtro mediano è che rimuove i dettagli all'immagine e cambia la struttura del segnale. Il filtro mediano $N \times N$ è applicato ad ogni pixel dell'immagine e sostituisce il pixel con il valore medio.

Il presente documento illustra un semplice filtro mediano che rileva le linee sottili con bassa complessità crescente. Le prestazioni e il tempo di calcolo sono molto buoni a confronto con classici filtri mediani.

La rilevazione del impulso si basa su due presupposti: il pixel rumore ha un valore significativamente più grande o più piccolo rispetto a i suoi vicini d'immagine e una immagine priva di rumore è costituita da regolari settori locali uniformi separati da bordi.

Notiamo: $x_{i,j}$ - il (i, j) è il pixel corrotto dell'immagine, $y_{i,j}$ - il (i, j) è il pixel ricostruito dell'immagine e m_{ij} - il (i, j) il pixel mediano dell'immagine filtrata.

Il filtro mediano non riesce a distinguere le sottili linee dal rumore impulsivo. Pertanto, il filtro mediano interpreterà linee sottili come un rumore e lo rimuoverà dall'immagine.

Un rivelatore semplice di impulso viene presentato in questo articolo. L'immagine in ingresso è prima convoluta con quattro kernel, K_p , $p = 1$ a 4 dove:

⁶Improved Median Filter for Impulse Noise Removal; Sorin Zoican, POLITEHNICA University of Bucharest, Electronic and Telecommunication Faculty, Telecommunication Department.

$$\begin{array}{cc}
\begin{array}{ccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\mathbf{K}_1 = & -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
\mathbf{K}_2 = & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1
\end{array} &
\begin{array}{ccccc}
0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
\mathbf{K}_3 = & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
\mathbf{K}_4 = & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}
\end{array}$$

Notiamo $r_{ij} = \min(x_{ij} * K_p, p = 1,2,3,4)$ dove * è l'operatore di convoluzione.

Questo valore è in grado di rilevare gli impulsi perché:

- sarà piccola quando pixel corrente è privo di rumore (tutte e quattro le convoluzioni saranno vicino a zero),
- sarà piccola quando il pixel corrente è un bordo (qualcuna delle quattro convoluzioni sarà vicino a zero),
- sarà grande quando il pixel corrente è un impulso (tutte e quattro le convoluzioni saranno grandi)

Dalle analisi di sopra se si confronta r_{ij} con una soglia T , allora gli impulsi possono essere rilevati. Se notiamo a con:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & r_{ij} > T \\ 0, & r_{ij} \leq T \end{cases}$$

allora il mediano migliorato è dato da:

$$y_{ij} = a_{ij} * m_{ij} + (1 - a_{ij}) * x_{ij}$$

Filtro Mediano Direzionale⁷

In questo lavoro, proponiamo un nuovo filtro mediano adattivo, basato sul successo della tecnica dei bastoncini come miglioramento dell'immagine sensibile alle caratteristiche dell'immagine lineare. Noi definiamo una serie di brevi linee dritte passanti per il centro di un modello quadrato. In ogni punto dell'immagine originale, si calcola un insieme di valori medi, ciascuno corrispondente a un bastoncino di diverso orientamento θ , $s_\theta(x, y)$, e calcolato prendendo la media delle intensità dei pixel che si trovano lungo il bastoncino. L'immagine migliore è formata selezionando il valore più grande mediano in ogni punto. Matematicamente, questo può essere scritto come

$$I_{out}(x, y) = \max_\theta \text{med}_{\xi, \eta} [I_{orig}(x - \xi, y - \eta) s_\theta(\xi, \eta)]$$

⁷ULTRASOUND SPECKLE REDUCTION BY DIRECTIONAL MEDIAN FILTERING, Richard N. Czerwinska, Douglas L. Jones, William D. O'Brien, Jr., Department of Electrical and Computer Engineering University of Illinois at Urbana-Champaign Urbana, Illinois, 61801, USA

in termini dell'immagine originale $I_{orig}(x, y)$ e bastoncini $s_\theta(x, y)$. Il filtro mediano è applicato solo lungo una sola riga alla volta, e vale quindi la sua lisciatura solo in una sola direzione. In questo modo, la sfocatura dovuta al filtro mediano è ridotta, dal momento che la mediana è presa in direzione con la componente più rilevante della linea retta. Il filtro mediano direzionale è collegato al filtro passa-basso, nel senso che ogni orientamento del filtro può essere descritto come un blocco in cui alcuni elementi sono indicati con unità di peso, e agli altri gli è dato peso zero entro l'operazione di mediana. L'ottimizzazione viene decidendo, quale filtro di uscita viene mantenuto.

Filtro di Lee⁸

I filtri di Lee e Kuan hanno la stessa formazione, anche se le ipotesi del modello di segnale e le derivazioni sono diverse. In pratica, sia i filtri di Lee che di Kuan formano l'immagine uscita calcolando una combinazione lineare dell'intensità del pixel centrale in una finestra di filtraggio con l'intensità media della finestra. Così, il filtro raggiunge un equilibrio tra la media semplice (in regioni omogenee) e il filtro identità (dove i bordi e le caratteristiche dei punti esistono). Questo equilibrio dipende dal coefficiente di variazione all'interno della finestra movente.

Il filtro di Lee è stato progettato per eliminare il rumore speckle preservando i bordi e le caratteristiche del punto in immagini dei radar. Sulla base di un modello lineare del rumore speckle e l'approccio progettuale del minimo errore quadratico medio (MMSE), il filtro produce i dati rafforzati secondo:

$$\hat{I}_s = \bar{I}_s + k_s (I_s - \bar{I}_s)$$

dove \bar{I}_s è il valore medio di intensità all'interno della finestra del filtro η_s , k_s è il coefficiente del filtro adattativo determinato da:

$$k_s = 1 - C_u^2 / C_s^2.$$

qui

$$C_s^2 = (1 / \eta_s) \sum_{p \in \eta} (I_p - \bar{I}_s)^2 / (I_p - \bar{I}_s)^2$$

e C_u^2 è una costante per una data immagine e può essere determinato da:

$$C_u^2 = 1/ENL$$

o anche da:

⁸J. S. Lee, "Digital image enhancement and noise filtering by using local statistics," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-2, 1980

$$C_u^2 = \frac{\text{var}(z')}{(\bar{z}')^2}$$

dove ENL è il numero effettivo di sguardi all'immagine rumorosa, $\text{var}(z')$ e \bar{z}' sono la varianza e media dell'intensità su un'area omogenea dell'immagine, rispettivamente. La statistica locale C_s svolge un ruolo essenziale nel controllo del filtro: se $C_s \rightarrow C_u$, allora $k_s \rightarrow 0$, e se $C_s \rightarrow \infty$, allora $k_s \rightarrow 1$. In generale, il valore di un approccio a zero in aree uniforme, e porta allo stesso risultato di quello del filtro mediano. D'altra parte, il valore di k_s approssima l'unità al bordo, con una conseguente piccola modifica in valori dei pixel in prossimità dei bordi.

Filtro di Frost⁹

Il filtro di Frost utilizza un kernel di convoluzione esponenziale smorzato che si adatta alle regioni che presentano i bordi sfruttando le statistiche locali. Il filtro di uscita è determinato da:

$$\hat{I}_s = \sum_{p \in \eta_s} m_p I_p$$

dove η_s è la finestra del filtro, m_p è dato:

$$m_p = \exp(-KC_s^2 d_{s,p}) / \sum_{p \in \eta} \exp(-KC_s^2 d_{s,p})$$

e $d_{s,p}$ è dato da:

$$d_{s,p} = \sqrt{(i - i_p)^2 + (j - j_p)^2}$$

dove K è il fattore di smorzamento, (i, j) sono le coordinate della griglia del pixel s , e (i_p, j_p) sono quelli di pixel p . Il fattore K è scelto in modo che quando si è in una regione omogenea KC_s^2 approssima a zero, ottenendo un'uscita di filtro mediano; su un bordo KC_s^2 diventa così grande che il filtro è completamente inibito.

⁹V. S. Frost, J. A. Stiles, K. S. Shanmugan, and J. C. Holtzman, "A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-4, pp. 157–165, 1982

Diffusione anisotropica¹⁰

Perona e Malik ha proposto la seguente PDE non lineari (equazioni alle derivate parziali) per la lisciatura dell'immagine su un dominio continuo:

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = \text{div}[c(|\nabla I|) \cdot \nabla I] \\ I(t=0) = I_0 \end{cases} \quad (1)$$

dove ∇ è l'operatore gradiente, div l'operatore divergenza, $|\cdot|$ denota la grandezza, $c(\mathbf{x})$ il coefficiente di diffusione, e I_0 l'immagine iniziale. Hanno proposto due coefficienti di diffusione

$$c(x) = \frac{1}{1 + (x/k)^2} \quad (2)$$

e

$$c(x) = \exp[-(x/k)^2] \quad (3)$$

dove k è un parametro della grandezza del bordo.

Nel metodo di diffusione anisotropica, l'entità del gradiente è utilizzato per rilevare un bordo o un confine del immagine come un passo discontinuo del intensità. Se $|\nabla I| \gg k$ poi $c(|\nabla I|) \rightarrow 0$ e abbiamo un filtro passa-tutto, se $|\nabla I| \ll k$ allora $c(|\nabla I|) \rightarrow 1$, e otteniamo la diffusione isotropica (filtraggio gaussiano). Una forma discreta della (1) è data da:

$$I_s^{t+\Delta t} = I_s^t + \frac{\Delta t}{|\bar{\eta}_s|} \sum_{p \in \bar{\eta}_s} c(|\nabla I_{s,p}^t|) \nabla I_{s,p}^t \quad (4)$$

dove I_s^t è l'immagine discreta campionata, s indica la posizione dei pixel in una griglia discreta bidimensionale (2-D), e Δt è il passo differenziale di tempo, $\bar{\eta}$ rappresenta i pixel spaziali vicini di s , $|\bar{\eta}|$ è il numero di pixel nella finestra (solitamente quattro, tranne i confini dell'immagine), è:

$$\nabla I_{s,p}^t = I_p^t - I_s^t, \forall p \in \bar{\eta}_s.$$

I vantaggi della diffusione anisotropia includono, la lisciatura intra-regionale e la conservazione del bordo.

¹⁰P.Perona and J. Malik. "Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion", *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol.12, Jul, pp. 629–639,(1990)

Speckle Reducing Anisotropic Diffusion (SRAD)¹¹

I vantaggi della diffusione anisotropica includono l'arrotondamento intra-regionale e conservazione del bordo. La diffusione anisotropica funziona bene per le immagini corrotte da rumore additivo. Diversi miglioramenti e metodi di rilevamento dei bordi sono stati descritti in letteratura per immagini con rumore additivo. Nei casi in cui le immagini contengono speckle, la diffusione anisotropica effettivamente migliora speckle, invece di eliminare la corruzione. Il risultato di questo metodo utilizza la forza del approccio dei **PDE** (equazioni delle derivate parziali), per ridurre lo speckle.

Speckle è un rumore correlato a livello locale moltiplicativo. Filtri precedenti hanno cercato di ridurre speckle, come i filtri di Lee e Frost, basati nel coefficiente di variazione. Poi, sulla base di precedenti ricerche, Yu e Acton hanno proposto il seguente nuovo modello di diffusione anisotropica di per chiarire le immagini con speckle, che si chiama il **PDE SRAD**.

$$\begin{cases} \partial I / \partial t = \operatorname{div}(c(q)\nabla I(x, y; t)) \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y), (\partial I(x, y, t) / \partial n)|_{\partial \Omega} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

dove t rappresenta il tempo di diffusione, $\partial \Omega$ denota i confini di Ω , \mathbf{n} è la normale esterna alla Ω , ∂ , e il loro coefficiente di diffusione si scrive:

$$c(q) = \frac{1}{1 + [q^2 - q_0(t)] / [q_0(t)(1 + q_0^2(t))]}$$

o anche:

$$c(q) = \exp\{-[q^2(x, y; t) - q_0^2(t)] / [q_0^2(t)(1 + q_0^2(t))]\}.$$

dove $q(x, y, t)$ è il coefficiente di variazione istantaneo alla posizione (x, y) ed è dato da:

$$q(x, y, t) = \sqrt{\frac{1/2(|\nabla I|/I)^2 - (1/4)(\nabla^2 I/I)^2}{[1 + (1/4)(\nabla^2 I/I)^2]}}$$

dove $q_0(t)$ è il fattore di scala di speckle. Per le immagini ad ultrasuoni si può stimare $q_0(t)$ con

$$q_0(t) = q_0 \exp[-\rho t]$$

dove ρ è una costante che rallenta il calo di q_0 mentre l'algoritmo sta iterando.

Una forma discreta della (1) è data da:

$$I_s^{t+\Delta t} = I_s^t + \frac{\Delta t}{|\bar{\eta}_s|} [c_N \nabla I_N]$$

¹¹Y. Yu and S. Acton, "Speckle reducing anisotropic diffusion", *IEEE Trans. Image Process.*, vol.11, Nov, pp. 1260-1270, (2002)

$$+c_S \nabla I_S + c_W \nabla I_W + c_E \nabla I_E]_s^t$$

Le altre notazioni sono definiti come segue:

$$\nabla I_E = (I_E - I), \nabla I_N = (I_N - I)$$

$$\nabla I_W = (I_W - I), \nabla I_S = (I_S - I)$$

qui:

$$I_N = I(i-1, j), I_W = I(i, j-1)$$

$$I_S = I(i+1, j), I_E = I(i, j+1)$$

Questi pixel vengono utilizzati per calcolare il gradiente di grandezza $|\nabla I|$ del coefficiente di diffusione

$$|\nabla I|^2 = (\nabla I_E)^2 + (\nabla I_S)^2 + (\nabla I_N)^2 + (\nabla I_W)^2$$

e il Laplaciano

$$\nabla^2 I = I_E + I_N + I_W + I_S - 4I$$

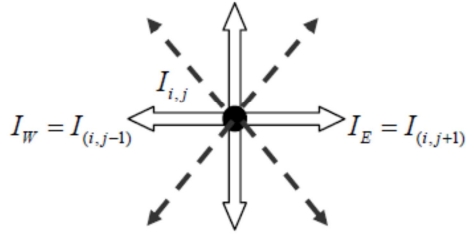
SRAD è in grado di eseguire bene per immagini mediche ad ultrasuoni, tuttavia, come la forma discreta di SRAD considera solo quattro pixel vicini per calcolare le statistiche di immagine ma ha anche alcuni svantaggi, come la sua sensibilità a valori anomali, o ai bordi caratteristici che a volte vengono smussati non correttamente.

An Anisotropic Diffusion Filter for Ultrasonic Speckle Reduction¹²

In questo lavoro abbiamo modificato l'algoritmo standard SRAD nel dominio discreto considerando grandi quartieri nella computazione della SRAD. Poi abbiamo adottato un termine di confine a mantenere il più vicino l'equivalenza tra l'immagine filtrata e l'immagine originale. Il metodo originale SRAD usa quattro bordi di direzione: nord, sud, ovest, est, e non usa lati diagonali. Usiamo otto direzioni per migliorare il metodo SRAD. Il metodo proposto è in grado di evitare lo smussamento eccessivo dei bordi dell'immagine, ed è più robusto al rumore della originale SRAD.

¹²Xiaona Zhi, Department of Biomedical Engineering Sichuan University Chengdu, China ;Tianfu Wang, College of Information Engineering, Shenzhen University Shenzhen, China.

$$I_{NW} = I_{(i-1,j-1)} \quad I_N = I_{(i-1,j)} \quad I_{NE} = I_{(i-1,j+1)}$$



$$I_{SW} = I_{(i+1,j-1)} \quad I_S = I_{(i+1,j)} \quad I_{SE} = I_{(i+1,j+1)}$$

Fig. 1 Otto direzioni sulla finestra di funzionamento.

L'ampiezza del gradiente e il Laplaciano può essere calcolato come:

$$\begin{aligned} |\nabla I|^2 &= (\nabla I_E)^2 + (\nabla I_S)^2 + (\nabla I_N)^2 + (\nabla I_W)^2 \\ &+ (\nabla I_{NW})^2 + (\nabla I_{SE})^2 + (\nabla I_{NE})^2 + (\nabla I_{SW})^2 \\ \nabla^2 I &= I_E + I_N + I_W + I_S + I_{NW} \\ &+ I_{SW} + I_{SE} + I_{NE} - 8I \end{aligned}$$

e la trasformazione discreto diventa:

$$\begin{aligned} I_s^{t+\Delta t} &= I_s^t + \frac{\Delta t}{|\bar{\eta}_s|} [c_N \nabla I_N + c_S \nabla I_S + c_W \nabla I_W + c_E \nabla I_E \\ &+ c_{NW} \nabla I_{NW} + c_{SE} \nabla I_{SE} + c_{SW} \nabla I_{SW} + c_{NE} \nabla I_{NE}]_s^t \end{aligned}$$

Per quanto riguarda il filtraggio ordinario di immagini, è necessario ridurre il più possibile la distorsione. Pertanto, il presente documento adotta un termine f per limitarsi a mantenere il più vicino l'equivalenza tra l'immagine filtrata e l'immagine originale;

$$f = \lambda(1 - c(q))(u - u_0)$$

dove λ è un parametro di aggiustamento, che è un valore relativamente piccolo, il ruolo del termine $I - c(q)$ svolge nel modo seguente: se l'area di trasformazione si trova nella zona di funzione di immagine, $c(q)$ sarà relativamente piccolo, $c(q) \approx 0$, $I - c(q) \approx I$, quindi il filtro sarà il più vicino possibile all'immagine originale, in modo da proteggere ulteriormente le forme dei bordi presenti, mentre, nella zona omogenea, il valore di $c(q)$, ($c(q) \approx I$), è grande, così $I - c(q) \approx 0$, allora la diffusione sarà la più forte nel processo di diffusione. Infine, sulla base delle considerazioni di cui sopra, si adotta la seguente forma discreta:

$$I_s^{t+\Delta t} = I_s^t + \frac{\Delta t}{|\bar{\eta}_s|} d_{ij} + \Delta t \lambda (1 - c(q))(u_{ij} - u_{ij}^0)$$

Questo lavoro ha presentato un metodo migliore di diffusione anisotropica adattato alla riduzione di speckle nei ultrasuoni. Questo metodo è basato sul lavoro di Yu e Acton . I risultati sperimentali su immagini reali ad ultrasuoni mostrano che il metodo proposto può preservare i bordi e le strutture di piccole dimensioni, mentre massimizza la rimozione del rumore speckle. Quindi, ha il potenziale per migliorare la capacità diagnostica di ecografia in corso e di assistere a segmentazione automatica e migliorare la tecnica di calcolo.

Modified Speckle Reduction Anisotropic Diffusion (MSRAD)¹³

Come mostrato in fig. 1a, Yu e Acton hanno utilizzato un modello di quattro pixel vicini più prossimi al pixel (i, j) in analisi per il calcolo del derivato (∇I) e Laplaciano ($\nabla^2 I$).

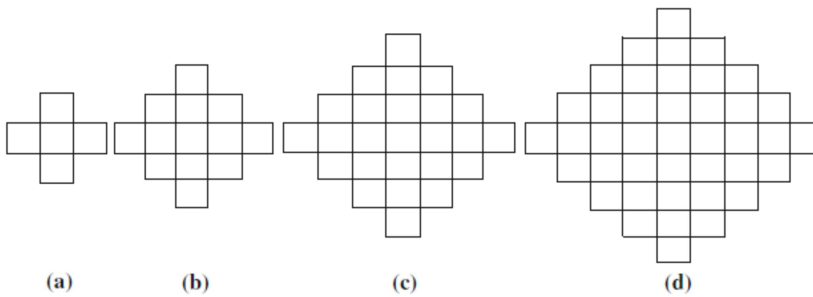


Fig 1. Modelli dei pixel (i,j) , **a** pixel utilizzati nel metodo SRAD, **b** 5 pixel, **c** 7 pixel e **d** 9 pixel per il metodo proposto MSRAD

Questi termini possono essere calcolati più accuratamente prendendo in considerazione modelli più grandi in dimensioni con numero più alto di pixel vicini e la corrispondente metodologia migliora la qualità visiva delle immagini ad ultrasuoni con speckle. Nello studio proposto, il metodo modificato di riduzione del speckle con diffusione anisotropica è concepito con tre nuovi modelli di pixel vicini 12, 24 e 40. Come mostrato in fig. 1b, il nuovo modello di 12 pixel di vicini ha una larghezza di 5 pixel, quindi il nome di modello è 5. Allo stesso modo gli altri due modelli di fig. 1c, d sono denominati modello 7 e modello 9, rispettivamente.

Le coordinate di tempo e spazio sono descritte come:

$$\begin{aligned}
 t &= n\Delta t, \quad n = 0, 1, 2, \dots \\
 x &= ih, \quad i = 0, 1, 2, \dots, M - 1 \\
 y &= jh, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N - 1 \\
 I_{ij}^n &= I(ih, jh, n\Delta t)
 \end{aligned}$$

¹³Enhancement of the ultrasound images by modified anisotropic diffusion method; Deepti Mittal , Vinod Kumar , Suresh Chandra Saxena , Niranjan Khandelwal , Naveen Kalra

dove Δt è il passo di tempo tra due iterazioni consecutive e h è il passo spaziale tra due pixel consecutivi in direzioni x e y in un'immagine con dimensioni $Mh \times Nh$. In implementazione numerica, h è assunto come 1, così I_{ij}^n rappresenta l'intensità dei pixel dell'immagine in posizione (i, j) al momento iterativo n .

La forma discreta del coefficiente di variazione istantanea $ICOV_{ij}^n$ può essere espressa in termini dei pixel spaziali vicini (i, j) come:

$$ICOV_{ij}^n = \sqrt{\frac{\left[\left(\frac{1}{2} \right) \left\| \nabla I_{ij}^n \right\|^2 - \left(\frac{1}{|n_{ij}|^2} \right) \left(\nabla^2 I_{ij}^n \right)^2 \right]}{\left(I_{ij}^n + \left(\frac{1}{|n_{ij}|} \right) \nabla^2 I_{ij}^n \right)^2}}$$

La figura 2 mostra la rappresentazione dei pixel vicini del pixel (i, j) nel modello 5.

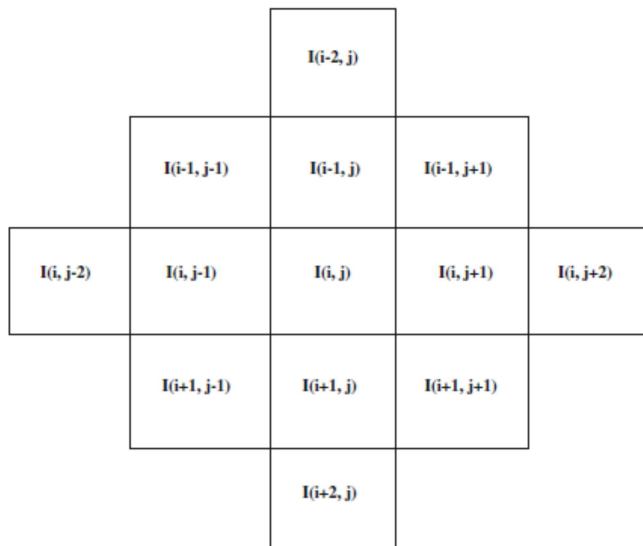


Fig. 2, Rappresentazione del pixel (i, j) e i suoi pixel di vicinanza nel modello 5 del MSRAD

Per spiegare i calcoli derivati mediante il modello 5, i pixel nel modello 5 sono raggruppati sulla base della loro distanza dal pixel centrale. Questi gruppi sono riportati di seguito:

Primo gruppo: i pixel ad una distanza h dal pixel centrale sono

$$I_{i-1,j}^n, I_{i,j-1}^n, I_{i+1,j}^n \text{ and } I_{i,j+1}^n$$

Per questi pixel, l'approssimazione della derivata può essere calcolata come:

$$\frac{I_{i-1,j}^n - I_{i,j}^n}{h}, \frac{I_{i,j-1}^n - I_{i,j}^n}{h}, \frac{I_{i+1,j}^n - I_{i,j}^n}{h} \text{ and } \frac{I_{i,j+1}^n - I_{i,j}^n}{h}$$

e l'approssimazione di Laplace può essere calcolata come:

$$\frac{I_{i-1,j}^n + I_{i,j-1}^n + I_{i+1,j}^n + I_{i,j+1}^n - 4I_{i,j}^n}{h^2}$$

dove , h=1

Secondo gruppo: i pixel a distanza $\sqrt{2}h$ dal pixel centrale sono

$$I_{i-1,j-1}^n, I_{i+1,j-1}^n, I_{i+1,j+1}^n \text{ and } I_{i-1,j+1}^n$$

per questi pixel l' approssimazione della derivata può essere calcolata come:

$$\frac{I_{i-1,j-1}^n - I_{i,j}^n}{\sqrt{2}h}, \frac{I_{i+1,j-1}^n - I_{i,j}^n}{\sqrt{2}h}, \frac{I_{i+1,j+1}^n - I_{i,j}^n}{\sqrt{2}h} \text{ and } \frac{I_{i-1,j+1}^n - I_{i,j}^n}{\sqrt{2}h}$$

e l' approssimazione di Laplace può essere calcolata come:

$$\frac{I_{i-1,j-1}^n + I_{i+1,j-1}^n + I_{i+1,j+1}^n + I_{i-1,j+1}^n - 4I_{i,j}^n}{2h^2}$$

Terzo gruppo: i pixel a distanza $2h$ dal pixel centrale, sono

$$I_{i-2,j}^n, I_{i+2,j}^n, I_{i,j-2}^n \text{ and } I_{i,j+2}^n$$

per questi pixel l' approssimazione della derivata può essere calcolata come:

$$\frac{I_{i-2,j}^n - I_{i,j}^n}{2h}, \frac{I_{i+2,j}^n - I_{i,j}^n}{2h}, \frac{I_{i,j-2}^n - I_{i,j}^n}{2h} \text{ and } \frac{I_{i,j+2}^n - I_{i,j}^n}{2h}$$

e l' approssimazione di Laplace può essere calcolata come:

$$\frac{I_{i-2,j}^n + I_{i+2,j}^n + I_{i,j-2}^n + I_{i,j+2}^n - 4I_{i,j}^n}{4h^2}$$

Le approssimazioni della derivata calcolata, in tutti i tre gruppi sono riassunte e similmente anche le approssimazioni di Laplace lo sono. Infine, il coefficiente di diffusione è stimato come segue:

$$c(\text{ICOV}_{ij}^n) \equiv c_{ij}^n = \frac{1}{1 + \left(\frac{(\text{ICOV}_{ij}^n)^2 - \text{ICOV}_0(n)^2}{\text{ICOV}_0(n)^2 (1 + \text{ICOV}_0(n)^2)} \right)}$$

dove:

$$\begin{aligned} \text{ICOV}_0(n) &= \left(1.4826 / \sqrt{2} \right) \text{MAD}(I(n)) \\ &= 1.0484 \text{ median}[\|I(n) - \text{median}\{\|I(n)\|\}\|] \end{aligned}$$

MAD indica la deviazione mediana assoluta e il fattore di moltiplicazione 1.4826 deriva dal fatto che il MAD di una distribuzione normale a media nulla con varianza unitaria è 1/1.4826. Il termine di divergenza è calcolato in tre parti secondo questi tre gruppi di pixel.

$$d1_{ij}^n = \frac{1}{h^2} \left[c_{i+1,j}^n (I_{i+1,j}^n - I_{ij}^n) + c_{i-1,j}^n (I_{i-1,j}^n - I_{ij}^n) \right. \\ \left. + c_{i,j-1}^n (I_{i,j-1}^n - I_{ij}^n) + c_{i,j+1}^n (I_{i,j+1}^n - I_{ij}^n) \right]$$

$$d2_{ij}^n = \frac{1}{2h^2} \left[c_{i-1,j-1}^n (I_{i-1,j-1}^n - I_{ij}^n) + c_{i+1,j-1}^n (I_{i+1,j-1}^n - I_{ij}^n) \right. \\ \left. + c_{i+1,j+1}^n (I_{i+1,j+1}^n - I_{ij}^n) + c_{i-1,j+1}^n (I_{i-1,j+1}^n - I_{ij}^n) \right]$$

$$d3_{ij}^n = \frac{1}{4h^2} \left[c_{i-2,j}^n (I_{i-2,j}^n - I_{ij}^n) + c_{i+2,j}^n (I_{i+2,j}^n - I_{ij}^n) \right. \\ \left. + c_{i,j-2}^n (I_{i,j-2}^n - I_{ij}^n) + c_{i,j+2}^n (I_{i,j+2}^n - I_{ij}^n) \right].$$

In fine:

$$I_{ij}^{n+1} = I_{ij}^n + \frac{\Delta t}{12} (d1_{ij}^n + d2_{ij}^n + d3_{ij}^n)$$

Similmente, $ICOV_{ij}^n$ e I_{ij}^{n+1} il modello 7 e il modello 9 sono date da:

Per il modello 7

$$ICOV_{ij}^n = \sqrt{\frac{\left| \left(\frac{1}{2} \right) \left\| \nabla I_{ij}^n \right\|^2 - \left(\frac{1}{24} \right) \left(\nabla^2 I_{ij}^n \right)^2 \right|}{\left(I_{ij}^n + \left(\frac{1}{24} \right) \nabla^2 I_{ij}^n \right)^2}}$$

$$I_{ij}^{n+1} = I_{ij}^n + \frac{\Delta t}{24} \left(\sum_{p=1}^6 dP_{ij}^n \right)$$

Per il modello 9

$$ICOV_{ij}^n = \sqrt{\frac{\left| \left(\frac{1}{2} \right) \left\| \nabla I_{ij}^n \right\|^2 - \left(\frac{1}{40} \right) \left(\nabla^2 I_{ij}^n \right)^2 \right|}{\left(I_{ij}^n + \left(\frac{1}{40} \right) \nabla^2 I_{ij}^n \right)^2}}$$

$$I_{ij}^{n+1} = I_{ij}^n + \frac{\Delta t}{40} \left(\sum_{p=1}^{10} dP_{ij}^n \right)$$

dove ogni termine dei $\nabla I_{ij}^n, \nabla^2 I_{ij}^n$, e dP_{ij}^n è calcolato secondo modello della distanza dei pixel dal pixel centrale(i, j).

Metodo Migliorato

Questa tecnica è composta da due componenti: il componente di diffusione SRAD che mantiene le caratteristiche di SRAD *filtraggio di speckle*, e la *componente contrazione di energia* che permette all'immagine di essere più attraente per il sistema visivo umano.

La forma discretizzata del SRAD-regolarizzato si puo scrivere come:

$$I_{ij}^{n+1} = I_{ij}^n + \frac{\Delta t}{4} \left(d_{ij}^n \right) - \lambda \gamma (\mathbf{Ic}^n)^{-\gamma} \left(I_{ij}^n \right)^{\gamma-1}$$

dove λ è un fattore di peso positivo, γ è un parametro maggiore di un unità, e \mathbf{Ic} è un valore soglia oltre la quale le caratteristiche dell'immagine sono considerate luminose. Nel presente studio, la regolarizzazione è stata aggiunta alle approssimazioni del MSRAD e la forma discretizzata dei metodi per ogni modello sono i seguenti:

per il modello regolarizzato MSRAD 5,

$$I_{ij}^{n+1} = I_{ij}^n + \frac{\Delta t}{12} \left(\sum_{p=1}^3 dP_{ij}^n \right) - \lambda \gamma (\mathbf{Ic}^n)^{-\gamma} \left(I_{ij}^n \right)^{\gamma-1},$$

per il modello regolarizzato MSRAD 7,

$$I_{ij}^{n+1} = I_{ij}^n + \frac{\Delta t}{24} \left(\sum_{p=1}^6 dP_{ij}^n \right) - \lambda \gamma (\mathbf{Ic}^n)^{-\gamma} \left(I_{ij}^n \right)^{\gamma-1};$$

e per il modello regolarizzato MSRAD 9,

$$I_{ij}^{n+1} = I_{ij}^n + \frac{\Delta t}{40} \left(\sum_{p=1}^{10} dP_{ij}^n \right) - \lambda \gamma (\mathbf{Ic}^n)^{-\gamma} \left(I_{ij}^n \right)^{\gamma-1}$$

Le caratteristiche delle immagini elaborate vengono conservate come in quella dell'immagine originale.

Filtro Pesato 2-D di Savitzky-Golay ¹⁴

In questo articolo, descriviamo un nuovo filtro, denominato filtro bidimensionale (2-D) pesato di Savitzky-Golay, sviluppato per ridurre il rumore speckle in images in immagini di ecografia medica nuovo. Il nuovo filtro è un estensione 2-D del filtro unidimensionale (1-D) di Savitzky-Golay, inizialmente utilizzato per rendere visibile larghezze e altezze relative delle righe spettrali in ambienti rumorosi di dati in spettrometria.

Filtro 1-D Pesato di Savitzky-Golay:

I filtri di Savitzky-Golay sono filtri lineari 1-D passa-basso, formulati in base ai minimi quadrati adattati per funzioni polinomiali dei punti dati. Si consideri una sequenza di valori di dati

¹⁴Fast Edge-Preserving Noise Reduction for Ultrasound Images, Chedsada Chinrungrueng and Aimamorn Suvichakorn

f_i dove viene definita in $\dots, -1, 0, 1, \dots$. Sia p_i un polinomio di grado K in m , nominato:

$$p_i(m) = \sum_{k=0}^K a_k m^k \quad (1)$$

dove m è definita in $-M, \dots, M$. Ad ogni posizione i , il filtro Savitzky-Golay deriva la sua uscita g_i con i minimi quadrati del polinomio p_i dei punti di dati f_{i-M}, \dots, f_{i+M} ; e poi impostando l'uscita g_i di essere $p_i(0)$, nominato, a_0 . Sia \mathbf{a}^{\rightarrow} un vettore che denotano i coefficienti $(\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_K)^T$ e \mathbf{f}^{\rightarrow} denota il vettore di dati $(f_0, f_1, \dots, f_K)^T$. Il così detto problema ai minimi quadrati tenta di trovare il vettore dei coefficienti \mathbf{a}^{\rightarrow} che minimizza la funzione obiettivo

$$\epsilon = \sum_{m=-M}^M (p_i(m) - f_{i+m})^2. \quad (2)$$

Il vettore soluzione \mathbf{a}^{\rightarrow} di questo problema di ottimizzazione può essere espresso in notazione matriciale come

$$\vec{a} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \vec{f}) \quad (3)$$

dove \mathbf{A} è una matrice di dimensioni $(2M+1) \times (K+1)$. L'elemento $\mathbf{a}_{qr}^{\text{th}}$ di una matrice è definito come :

$$\mathbf{A}_{qr} = (q - M - 1)^{r-1} \quad (4)$$

dove $q = 1, \dots, 2M+1$ e $r = 1, \dots, K+1$. Poiché l'uscita g_i del filtro Savitzky-Golay è uguale a a_0 , il suo valore può essere espresso simbolicamente sulla base di (3) come:

$$g_i = a_0 = \left\{ (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \vec{f}) \right\}_1 \quad (5)$$

dove la notazione $\{ \}_1$ indica il primo elemento del vettore. Sia \vec{e}_q a denotare un vettore unitario di cui l'elemento q^{th} è uguale a uno, e definito:

$$\alpha_q = \left\{ (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \vec{e}_q) \right\}_1. \quad (6)$$

Sulla base della definizione di coefficiente α_q , siamo in grado di ri organizzare la (5) in forma lineare

$$g_i = \sum_{q=1}^{2M+1} \alpha_q f_{i-M-1+q}. \quad (7)$$

Questa equazione indica che esiste un particolare insieme di coefficienti α_q che ci permette di eseguire automaticamente il processo dei minimi quadrati dei polinomi, semplicemente calcolando la combinazione lineare dei dati di f_{i-M}, \dots, f_{i+M} e coefficienti $\alpha_1, \dots, \alpha_{2M+1}$. Il fatto che il coefficiente α_q dipende solo dalla matrice A e che il disegno della matrice A è noto in anticipo ci permette di calcolare il coefficiente α_q prima dell'operazione di filtraggio. Inoltre, poiché la matrice A è costante per tutte le posizioni, abbiamo bisogno solo di calcolare il coefficiente α_q una volta per l'intera operazione di filtraggio, rendendo il processo di calcolo altamente efficiente.

Filtro Pesato 2-D di Savitzky-Golay:

In questa sezione, si ricava un nuovo filtro, denominato filtro pesato 2-D Savitzky-Golay, estendendo la formulazione 1-D di Savitzky-Golay.

Si consideri un array di 2-D di dati $f_{i,j}$, dove i è definito in $\dots, -1, 0, 1, \dots$ e j in $\dots, -1, 0, 1, \dots$. Sia $p_{i,j}$ un polinomio di grado K di grado L in n , nominato.

$$p_{i,j}(m, n) = \sum_{k=0}^K \sum_{l=0}^L a_{k,l} m^k n^l \quad (8)$$

dove m è definito su $-M, \dots, M$ e n su $-N, \dots, N$. Per ogni posizione (i, j) , l'uscita $g_{i,j}$ del filtro 2-D pesato di Savitzky-Golay è impostato a pari $a_{0,0}$, che è derivata dal adattamento del polinomio $p_{i,j}$ ai punti di dati $f_{i+m, j+n}$ per m in $-M, \dots, M$ e n su $-N, \dots, N$. Tuttavia, la funzione obiettivo di questo polinomio adottato 2-D è definito nella forma:

$$\epsilon = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N w_{m,n}^2 (p_{i,j}(m, n) - f_{i+m, j+n})^2 \quad (9)$$

dove $w_{m,n}$ è un fattore di ponderazione di solito definito ad essere massima nel origine poi decrescendo gradualmente verso lo zero in quanto va oltre l'origine.

Per organizzare i coefficienti $a_{k,l}$ in una forma vettoriale, li riordiniamo in serie con un indice r che è definito su $1, \dots, (K+1)(L+1)$. Introducendo le funzioni indice

$k(r) = \text{floor}((r-1)/(L+1))$ e $l(r) = (r-1) \bmod (L+1)$, si definisce il vettore \vec{a} che rappresenta tutti i coefficienti $a_{k,l}$ di $p_{i,j}$ come:

$$\vec{a} = (a_{k(r), l(r)}; r = 1, \dots, (K+1)(L+1))^T \quad (10)$$

Allo stesso modo, per l'introduzione delle funzioni indice

$$\begin{aligned} m(q) &= \text{int}((q-1)/(2N+1)) - M \\ n(q) &= (q-1) \bmod (2N+1) - N \end{aligned}$$

possiamo inserire $f_{i+m, j+n}$ in forma vettoriale come:

$$\vec{f} = (f_{i+m(q),j+n(q)}: q = 1, \dots, (2M+1)(2N+1))^T. \quad (11)$$

In corrispondenza alle definizioni di sopra di \vec{a} e \vec{f} , definiamo la matrice \mathbf{A} come:

$$\mathbf{A}_{qr} = m(q)^{k(r)} n(q)^{l(r)}. \quad (12)$$

Risolvendo le equazioni normali per \vec{a} rispetto alla funzione obiettivo definito in (9), abbiamo

$$\vec{a} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \vec{f}) \quad (13)$$

dove \mathbf{W} è una matrice diagonale in quale elemento (q, q) è definito da $w_{m(q), n(q)}$.

La componente $a_{0,0}$, che definisce l'uscita g_{ij} può essere espressa simbolicamente come:

$$g_{i,j} = \sum_{q=1}^{(2M+1)(2N+1)} \alpha_q f_{i+m(q),j+n(q)} \quad (14)$$

dove α_q è definita come:

$$\alpha_q = \left\{ (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \vec{e}_q) \right\}_1. \quad (15)$$

Simile al filtro 1-D Savitzky-Golay, l'uscita $g_{i,j}$ definita in (14) è ancora una combinazione lineare delle intensità dell'immagine $f_{i,j}$ nella finestra del filtro.

Filtro di Savitzky-Golay Anisotropico¹⁵

In questo articolo, descriviamo un nuovo algoritmo di filtraggio sviluppato per riduzione speckle in tempo reale e migliorare l'immagine ecografica. Il nuovo filtro, denominato filtro anisotropico Savitzky-Golay (ASG), è il filtro (2-D) pesato Savitzky-Golay (WSG) migliorato con un meccanismo per determinare il minimo quadrato dei pesi in modo che sia il grado e la direzione di lisciatura corrispondono alle proprietà anisotropiche di ogni regione locale dell'immagine. L'algoritmo di filtraggio ASG può essere visto come un processo di due fasi descritte di seguito.

¹⁵Real-Time Speckle Reduction and Coherence Enhancement of Ultrasound Images Based on Anisotropic Savitzky-Golay Filters, Chedsada Chinrungrueng and Pollakrit Toonkum Department of Electrical Engineering Chulalongkorn University Bangkok, Thailand

La prima fase calcola l'anisotropia dell'immagine dovuta alla coerenza locale. Poiché la coerenza si riflette nel contorno locale e nelle sue direzioni principali di curvatura associata, si propone di misurare tale anisotropia nella posizione (i, j) con la curvatura locale della matrice hessiana (autovalori):

$$H(i, j) = \begin{bmatrix} f_{uu}(i, j) & f_{uv}(i, j) \\ f_{uv}(i, j) & f_{vv}(i, j) \end{bmatrix}.$$

Per calcolare le derivate f_{uu} , f_{uv} e f_{vv} applichiamo il principio dei minimi quadrati di superficie polinomiale, adattandosi come nel filtraggio WSG 2-D. La differenza è che, invece di calcolare il coefficiente $a_{i,j}(0,0)$ come nel filtraggio WSG, si calcola $2a_{i,j}(2,0)$, $a_{i,j}(1,1)$ e $2a_{i,j}(0,2)$, e quindi utilizzare tali coefficienti derivati come le stime di $f_{uu}(i,j)$, $f_{uv}(i,j)$ e $f_{vv}(i,j)$ rispettivamente. Per tutti questi calcoli derivati, abbiamo fissato tutte le funzioni $w_{i,j}$ dei pesi ad essere un valore neutro di uno.

La seconda fase esegue il filtraggio WSG. Affinché sia il grado e la direzione del filtro WSG conformi alla anisotropia dell'immagine, abbiamo scelto di definire la funzione $w_{i,j}$, nella funzione obiettivo dei minimi quadrati (9) con le curvature e le loro direzioni principali legati derivati dalla prima fase. Sia λ_1 ad essere la curvatura massima e λ_2 essere la curvatura minima. Basati sulla differenza assoluta $||\lambda_1| - |\lambda_2||$, classifichiamo ciascuna regione locale all'interno dell'immagine in una delle seguenti tre categorie:

1 - regioni isotropiche, che corrispondono alle aree dell'immagine con $||\lambda_1| - |\lambda_2|| \leq \epsilon$, dove ϵ è un valore prossimo allo zero positivo. Visivamente, tali regioni riflettono aree dell'immagine senza strutture coerenti o speculari, e sono corrotti con speckle completamente formato. Il filtro WSG per sopprimere il rumore speckle in queste zone utilizza la funzione pesata $w_{i,j}$ della forma:

$$w_{i,j}(m, n) = \sigma^{m^2 + n^2},$$

dove σ è un numero positivo minore di uno, utilizzato per il controllo del grado di smussamento. Visto che tale funzione di pesatura è invariante rispetto alla rotazione attorno al centro della finestra (i, j), il filtro risultante WSG possiede caratteristiche isotropiche di smussamento.

2 - Le regioni anisotropiche, che corrispondono alle aree dell'immagine con $\epsilon < ||\lambda_1| - |\lambda_2|| \leq \delta$, dove δ è una soglia determinata sulla base dei dati speckle. Queste regioni locali riflettono visivamente le aree con strutture spazialmente variabili irrisolte. Per definire la funzione peso $w_{i,j}$ per sopprimere il rumore in questa regione anisotropiche, indaghiamo l'orientamento degli assi principali di curvatura nelle coordinate della finestra di filtro $D_{i,j}$, come illustrato nella Figura 1.

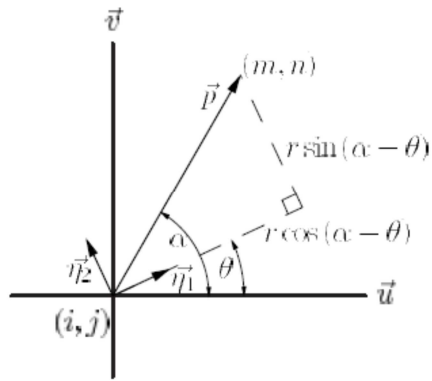


Figura 1: L'orientamento delle direzioni di curvatura nelle coordinate della finestra $D_{i,j}$

Sia $\eta_1 \rightarrow$ un vettore unitario che rappresenta la direzione principale di curvatura massima e $\eta_2 \rightarrow$ sia un vettore unitario che rappresenta la direzione principale di curvatura minima. Per ogni *pixel* (m, n) , si definisce vettore $p \rightarrow$ il vettore che punta dal centro della finestra (i, j) in posizione (m, n) . Tale vettore $p \rightarrow$ può scomporsi in due componenti, in base al nuovo sistema di coordinate orientato secondo $\eta_1 \rightarrow$ e $\eta_2 \rightarrow$ come:

$$\vec{p} = r \cos(\alpha - \theta) \vec{\eta}_1 + r \sin(\alpha - \theta) \vec{\eta}_2,$$

dove $r = (m^2 + n^2)^{1/2}$, $\alpha = \arctan(n/m)$, e θ è l'angolo fra gli assi $\eta_1 \rightarrow$ e $\eta_2 \rightarrow$. Per controllare la direzione di smussamento del filtro ASG in modo che il grado di smussamento lungo $\eta_2 \rightarrow$ sia superiore a quello lungo $\eta_1 \rightarrow$, abbiamo scelto di definire la funzione di pesatura:

$$w_{i,j}(m, n) = \sigma_1^{r^2 \cos^2(\alpha - \theta)} \sigma_2^{r^2 \sin^2(\alpha - \theta)},$$

dove i parametri σ_1 e σ_2 sono costanti e soddisfano la condizione $0 < \sigma_1 < \sigma_2 < 1$, in modo che il filtraggio può essere più smussante lungo la direzione $\eta_2 \rightarrow$ che lungo la direzione $\eta_1 \rightarrow$.

3 - Le regioni speculari, corrispondono alle aree dell'immagine con $||\lambda_1| - |\lambda_2|| > \delta$. Gli esempi di regioni speculari sono superfici di organi e vasi sanguigni. Per queste regioni, il filtraggio normale 2-D WSG è ridotto allo smussamento 1-D nella direzione principale di variazione minima. Per il filtro WSG impiegato in ciascuna categoria per generare l'output in modo efficiente, siamo in grado di pre-calcolare i coefficienti del filtro usando la formula descritta in WSG, riducendo così il processo di filtraggio in base ai minimi quadrati pesati adottandolo alla sola operazione di convoluzione. Tuttavia, poiché l'orientamento del $\eta_1 \rightarrow$ è continua e variabile da 0 a 2π , il numero dei filtri WSG impiegati nella regione anisotropiche potrebbe diventare infinita. Per evitare tale problema, abbiamo discretizzato l'orientamento del $\eta_1 \rightarrow$ in una serie di orientamenti di riferimenti finiti, ognuno dei quali viene poi utilizzato per determinare una distinta funzione di peso $w_{i,j}$ per definire il filtro WSG.

Filtro Ibrido¹⁶

In questo lavoro, un metodo ibrido di filtraggio per l'eliminazione del rumore viene proposto, basata su una migliore diffusione anisotropica (AD) di filtraggio, e considerando il filtraggio mediano e quello di diffusione isotropica. Il gradiente di matrice viene analizzato, e le soglie sono scelte in base a esperimenti. Quindi il metodo ibrido è fatto unendo i tre metodi di filtraggio per tre campi di scala del grigio. L'utilizzo di questo metodo ibrido mette in evidenza il vantaggio del filtraggio AD in conservazione del bordo, migliorando la velocità di elaborazione del filtraggio diffusivo.

A. Soglia della Sfumatura del Grigio

Il gradiente rappresenta il cambiamento di scala di grigio, che di solito è usato come operatore di rilevazione di bordo. Discussione dettagliata è stata fatta in questo lavoro per determinare la distribuzione del cambiamento del gradiente quando l'iterazione è in processo. Gli esperimenti dimostrano che tendenze simili di distribuzione del gradiente in scala grigio si trovano in diverse immagini a ultrasuoni con la stessa fonte di rumore.

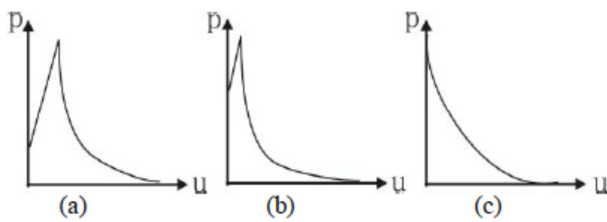


Figura 1. Matrice originale del gradiente (a), in trasformazione (b), e trasformata (c) le immagini vengono visualizzate come sopra, dove p rappresenta il fattore di probabilità, mentre il fattore u da il valore del gradiente. Aree omogenee hanno valore più basso di gradiente, rappresentato dal segmento vicino all'origine in asse u . Segmenti di zone di bordo hanno un valore u più elevato, che sono lontani dall'origine, e il segmento di rumore è compreso tra i loro.

Nella fig. 1, le immagini originali sono più rumorose, e quindi hanno un minor numero di aree omogenee. Altre zone con pendenza media fanno il picco della curva di distribuzione nel mezzo dello spettro di valore u . Durante l'elaborazione, il rumore è stato eliminato, ma le aree con valore di pendenza media sono meno, e le aree a bassa pendenza con valori sono sopraffatte, il picco della curva di distribuzione si muove a sinistra. Immagini idealmente elaborate possono ottenere una curva di distribuzione con il loro picco sovrapposto con l'asse p . La soglia per le immagini ad ultrasuoni è ottenuta e dimostrata da numerosi esperimenti:

$$Y_{\max} = 120 \quad Y_{\min} = 1$$

¹⁶Edge Enhancement and Filtering of Medical Ultrasonic Images using a Hybrid Method; Wang Rui, Lin Jiangli, Li Deyu Department of Biomedical Engineering Sichuan University Chengdu, China, Wang Tianfu College of Information Engineering Shenzhen University Shenzhen, China

B. Il Modello del Filtraggio Ibrido

La matrice gradiente viene analizzata prima in questo modello, e poi sogliata in base agli esperimenti. Per le alte frequenze casuali, il filtraggio mediano è usato, per rumore a pendenza bassa, la diffusione isotropica viene introdotta per migliorare la velocità di filtraggio e per eliminare il rumore casuale, per pendenze medie del rumore, il filtraggio a diffusione anisotropica migliorata può efficacemente rimuovere speckle e migliorare il bordo.

Modello del Filtraggio Ibrido:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y < Y_{\min}: \\ \quad \frac{\partial u}{\partial t} = g \cdot \Delta u \quad (1) \\ \\ Y_{\min} \leq Y \leq Y_{\max}: \\ \quad \frac{\partial u}{\partial t} = g |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda(1-g)(u-I) \quad (2) \\ \\ Y > Y_{\max}: \text{ median filtering with } 3 \times 3 \text{ windows} \end{array} \right.$$

dove u è l'immagine in interazione, I è l'immagine originale, λ è una costante (usualmente $\lambda=1$),

$$|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$$

è il termine degradato di diffusione per il filtraggio diffusivo, e servirà a migliorare i bordi, perché il termine degradato di diffusione elabora solo lungo i bordi, $(1-g)(u-I)$ è un termine che forza il bilanciamento per ridurre gli effetti degrading della diffusione a un livello più che accettabile, g è il coefficiente del rilevamento dei bordi e di controllo della velocità di diffusione:

$$g = \frac{1}{1 + k |\nabla(G_\sigma * u)|^2} \quad (3)$$

Abbiamo corretto l'equazione auto-adattiva per k dal riferimento [9]¹⁷ sulla base di grandi quantità di esperimenti, dove $\omega = 0.005$ per immagini mediche ad ultrasuoni.

$$k = \omega * \frac{1}{|\nabla(G_\sigma * u)|_{avg}^2} \quad (4)$$

G_σ è la funzione gaussiana utilizzata come operatore di convoluzione per il filtraggio di

¹⁷[9] Wang Ling. "Filtering of Medical Ultrasonic Images Based on Anisotropic Diffusion Equation. Degree Paper for Department of Biomedical Engineering", Sichuan University. 2005

smussatura, $\sigma = 2$:

$$G_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right). \quad (5)$$

In implementazione numerica del nostro modello, l'equazione di iterazione è:

$$u_{ij}^{n+1} = u_{ij}^n + \Delta t H(u_{ij}^n). \quad (6)$$

Il valore sperimentale $\Delta t = 0.48$

Iteration stop criterion (ISC)¹⁸:

$$(ISC)_{k+1} = 100 \times \frac{|RSNR_{k+1} - RSNR_k|}{RSNR_k} \leq \Omega. \quad (7)$$

$$RSNR_{k+1}(\text{dB}) = 10 \log \left(\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I_{k+1}(i, j)^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_{k+1}(i, j) - I_k(i, j))^2} \right). \quad (8)$$

Qui $I_k(i, j)$ e $I_{k+1}(i, j)$ rappresentano il risultato di immagine $I(i, j)$ iterata k e $k+1$ volte, rispettivamente, in cui il limite $\Omega = 1$. Per evitare l'influenza della fluttuazione iniziale di ISC sulla soglia e ridurre il funzionamento, il valore di ISC è generalmente giudicato dopo che il programma viene iterato 10 volte. Secondo il modello, in (1), la velocità del filtro è aumentata e la qualità delle immagini è migliorata usando il termine forzante di bilanciamento e il termine degradante di diffusione al stesso tempo. In (4), la funzione di auto-adattamento k è definita per immagini mediche ad ultrasuoni. E i valori sperimentali di altri parametri sono decisi ugualmente. Tutti offrono la possibilità di realizzare il modello. L'utilizzo di questo modello riduce notevolmente i tempi di iterazione dell'equazione di diffusione e migliora l'efficienza del filtraggio.

¹⁸Lv Yisong, CHEN Yazhu, Guo Yuhong. "A Medical Image Nonlinear Filtering Method Based on Anisotropic Diffusion. Beijing Biomedical Engineering, 2003;6(22): 81–84

Applicazione filtri su immagini ultrasonore con speckle

In questa sessione vediamo il miglioramento delle immagini ecografiche con speckle noise, dopo essere state filtrate con qualcuno dei filtri visti prima:

Filtraggio con il Filtro Pesato 2-D di Savitzky-Golay:

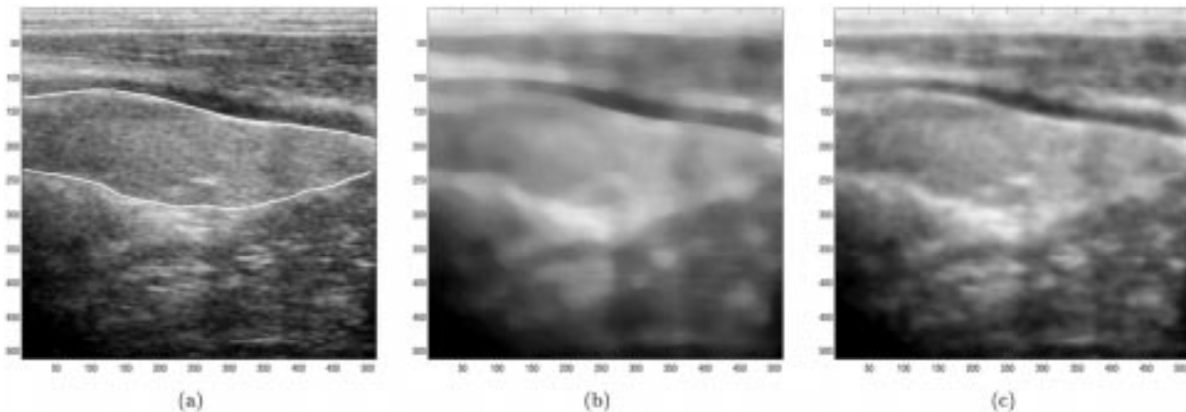


Fig.1 Confronto tra la performance del filtro 2-D pesato di Savitzky-Golay e il filtro mediano sull'immagine ecografica della tiroide. (a) immagine ecografica della tiroide (b) immagine risultante della tiroide ottenuta dal filtro mediano con la dimensione della finestra di 29x29 pixel. (c), immagine risultante della tiroide ottenuta dal filtro 2-D pesato di Savitzky-Golay con la dimensione della finestra 43x43 pixel.

Il filtro denominato filtro 2-D pesato di Savitzky-Golay, è stato applicato per ridurre il rumore speckle in una immagine ecografica della tiroide, la quale mostra di avere livello comparativo per la riduzione del rumore e prestazioni di conservazione del bordo con quella del filtro comune mediano, ma con tempo di calcolo notevolmente inferiore. Inoltre, dimostra di essere meno sensibile alla dimensione della finestra di filtraggio rispetto al filtro mediano. Il filtro 2-D pesato di Savitzky-Golay è adatto per il filtraggio dei problemi con grandi dimensioni di finestra. A causa di queste proprietà, il filtro 2-D pesato di Savitzky-Golay è adatto a sostituire il filtro mediano nella riduzione del rumore speckle in immagini ecografiche mediche.

Filtraggio con SRAD:

Per questo filtro si è sviluppata una tecnica non lineare di diffusione anisotropica, per ridurre speckle. A differenza di altre tecniche di diffusione esistenti, questa tecnica elabora i dati direttamente a fine di preservare le informazioni utili per l'immagine. I dati di rendimento ottenuti mediante simulazione al computer rivelano che l'algoritmo SRAD offre prestazioni superiori rispetto alle tradizionali tecniche di diffusione anisotropiche, come il filtro En-Lee e il filtro En-Frost, in termini di smussamento uniforme di regioni e il preservamento dei bordi e altre caratteristiche. L'efficacia della tecnica favorisce la possibilità di utilizzare l'approccio in una larga serie di applicazioni in ultrasuoni e radar. In figura 2 è dato un esempio di tale filtraggio.

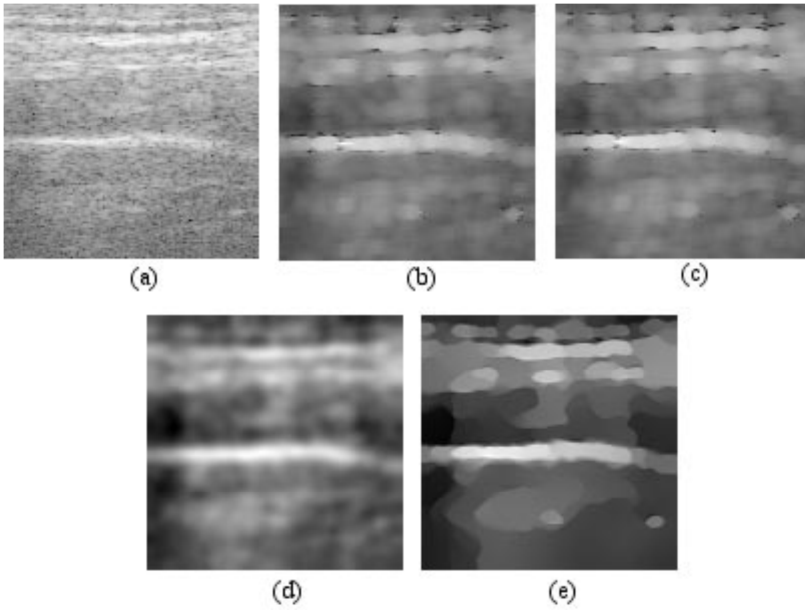


Fig.2 (a) immagine ad ultrasuoni di un arteria carotide umana originale con rumore.
 (b) - (e) immagini filtrate da En-Lee,En-Frost, AD-Homomorph e SRAD

Filtraggio con SRAD migliorato:

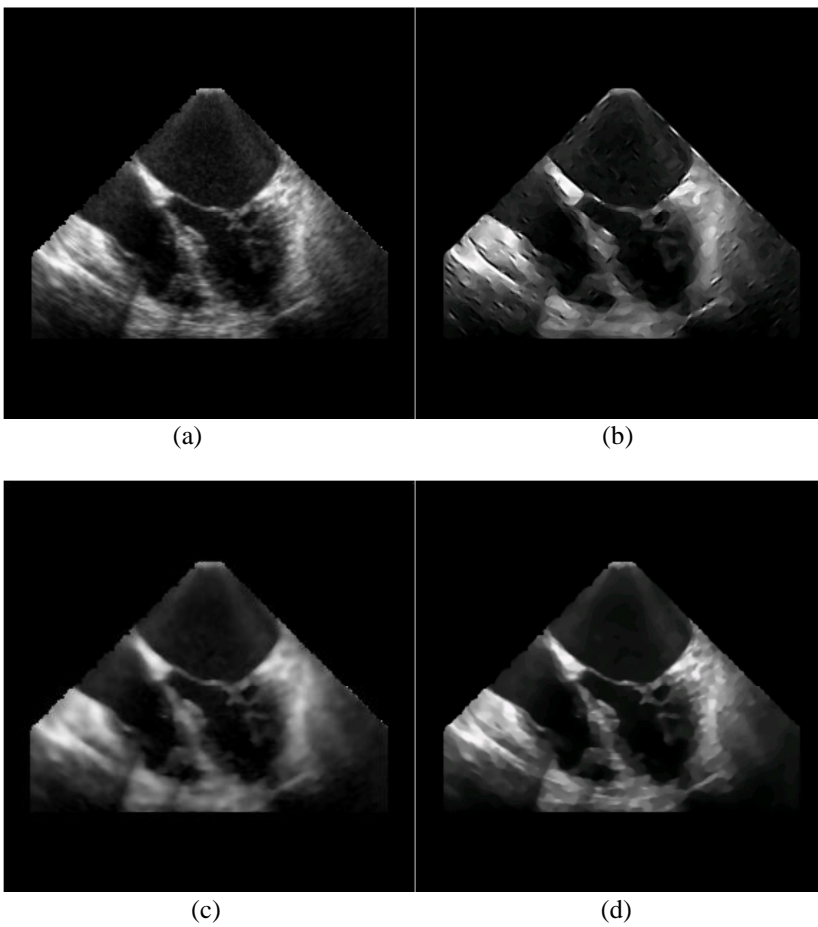
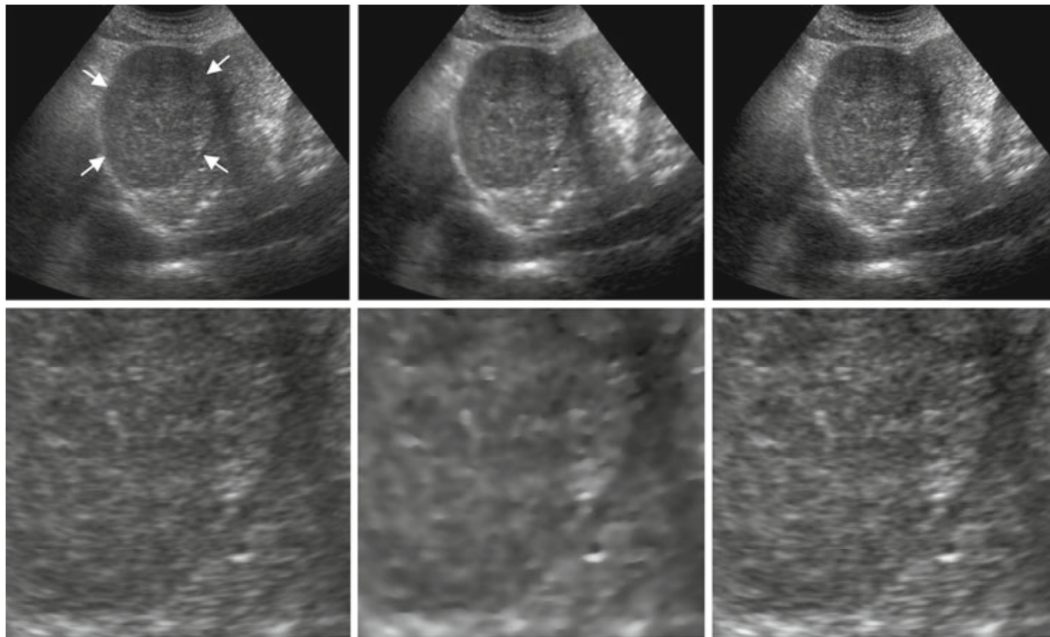


Fig.3(a) Immagine originale (b) PM (Perona e Malik) (c) SRAD (d) SRAD migliorato

Questo algoritmo presentato un metodo migliore di diffusione anisotropica adattato per riduzione dello speckle in ultrasuoni. Questo metodo si basa sul lavoro di Yu e Acton.

I risultati sperimentali su immagini reali ad ultrasuoni mostrano che il metodo proposto può conservare i bordi e le strutture di piccole dimensioni, mentre massimizza la rimozione del rumore speckle. Quindi, ha il potenziale per migliorare la capacità diagnostica di ecografia.

Filtraggio con MSRAD:



A1, A2
A: Immagine originale
B: Immagine filtrate con SRAD
C: Immagine filtrata con MSRAD

B1, B2
1: La lesione di Hepato cellular carcinomas (HCC)
2: Ingrandimento del area danneggiata

C1, C2

Fig.4 Immagine originale e immagine elaborata da SRAD e MSRAD di modello 9.

Si è concluso che il metodo proposto MSRAD riduce speckle senza sfocare l'immagine e aumenta il contrasto delle strutture, che consente di visualizzare i minimi dettagli dell'immagine in modo chiaro. Le prestazioni del metodo MSRAD sono stati testati su un grande insieme di dati e mostrano di avere elevate prestazioni.

Filtraggio con il filtro ibrido:

Questo metodo ibrido si è basato su la diffusione anisotropica per ridurre speckle nei ultrasuoni e migliorare i bordi. L'uso del metodo ibrido, risolve il problema della diffusione anisotropica la quale non può separare le alte frequenze dai bordi in modo efficace, e aumenta la velocità di filtrazione. La diffusione anisotropica migliorata, con termine di diffusione ottimizzato, coefficienti di diffusione e termini di equilibrio migliorati, può conservare meglio e migliorare i bordi. Gli esperimenti dimostrano che questo metodo ha prestazioni migliori sia in termini di velocità e qualità ed è adatto per l'elaborazione delle immagini 3D.

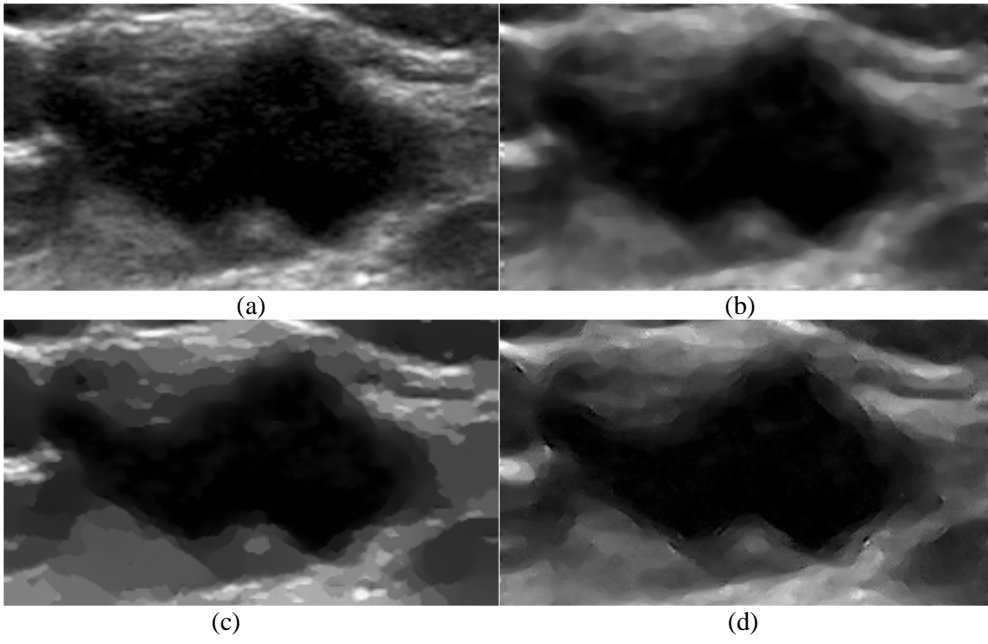


Fig. 5 (a) Immagine originale ad ultrasuoni di un tumore al seno, (b) filtro mediano con finestra 7x7; (c) filtro SRAD; (d) filtro ibrido

Conclusion

In questa relazione abbiamo visto la formazione dello speckle in immagini ecografiche, tale fenomeno causato dalla densità diversa spaziale di dispersione degli ultrasuoni nei tessuti biologici fa sì che l'immagine ecografica creata sia affetta da speckle noise in tutta la sua regione. Abbiamo visto che speckle noise può essere definito matematicamente come un rumore moltiplicativo di Rayleigh, il quale degrada le immagini ad ultrasuoni. Molti tipi diversi di filtri sono basati su questa statistica di distribuzione dello speckle noise, per poterlo eliminare. La parte più importante dello speckle sta nel fatto che tale rumore non può essere rimosso del tutto visto che l'informazione riguardo le caratteristiche dell'immagine ecografica sono correlate al rumore speckle. Così tale rumore non può essere tolto del tutto, che facendo così anche parte dell'informazione utile viene rimossa. Quindi si deve trovare un compromesso tra la rimozione dello speckle e le caratteristiche dell'immagine.

In questa relazione sono stati trattati diversi tipi di filtri con diversi tipi di progettazioni e diversi modi di funzionamento. Ognuno dei quali con caratteristiche diverse di funzionamento nelle zone di utilizzo. Si sono visti diversi tipi di filtri come i filtri mediani per poi passare agli ultimi filtri più innovativi come la diffusione anisotropica.

Qui si sono visti alcuni esempi di filtraggio di immagini ecografiche affette da speckle, le quali poi si sono messe in confronto con l'immagine originale e quelle filtrate da vari filtri. Dai confronti si potevano notare i miglioramenti fatti nella progettazione dei nuovi tipi di filtri e anche il fatto che tipi specifici di filtri erano adatti in situazioni particolari di filtraggio.

In fine le immagini ad ultrasuoni saranno sempre affette dal rumore speckle il quale non potrà mai essere rimosso del tutto.

Riferimenti bibliografici

I. Pitas , A. N. Venetsanopoulos,
Nonlinear Digital Filters: Principles and Application, (1990)
Kluwer Academic Publishers

Sitografia

<http://www.sciencedirect.com>

<http://ieeexplore.ieee.org/Xplore/dynhome.jsp>

<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed>