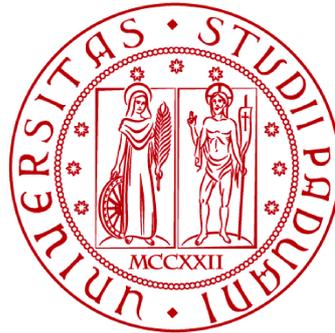


**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**  
**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E**  
**AMBIENTALE**

*Department Of Civil, Environmental and Architectural Engineering*

**Corso di Laurea Magistrale a Ciclo Unico in Ingegneria**  
**Edile-Architettura**



**TESI DI LAUREA**

**Modellazione di travi in calcestruzzo armato**  
**precompresso soggette a corrosione indotta da cloruri**

Relatore:

Chiar.ma Prof.ssa Ing. FLORA FALESCHINI

Correlatore:

Ing. SERGIO BELLUCO

Laureando: GIORGIO NERI

n.° matricola: 1195253

**ANNO ACCADEMICO 2024–2025**



*Alla mia famiglia.*



# Sommario

In questo elaborato di tesi si vuole andare ad analizzare come la scelta dei parametri che descrivono la corrosione e il metodo di modellazione della stessa, influenzino la previsione del comportamento strutturale di elementi in calcestruzzo armato precompresso. In questi, la corrosione indotta da cloruri può causare il degrado delle proprietà meccaniche dell'acciaio da armatura lenta e da precompressione, la fessurazione del calcestruzzo e il deterioramento dell'aderenza tra acciaio e matrice cementizia, portando, nel complesso, a rilevanti modifiche del comportamento strutturale. Nella prima parte dell'elaborato, dopo una revisione della letteratura scientifica, sono stati riassunti i parametri più rilevanti che descrivono il fenomeno della corrosione da cloruri e si è effettuato uno studio comparativo tra quattro legami costitutivi di trefoli deteriorati dalla corrosione. In seguito, i legami costitutivi sono stati implementati in un modello non lineare agli elementi finiti per simulare il comportamento di travi in calcestruzzo armato precompresso. Il codice implementato permette la modellazione non lineare di strutture formate da elementi mono-dimensionali di tipo *beam* (caratterizzati da rigidità assiale e flessionale) considerando il degrado da corrosione. Dopo le opportune validazioni, il codice è stato utilizzato per valutare l'accuratezza dei legami costitutivi analizzati, confrontando i risultati del modello analitico con alcuni risultati sperimentali pubblicati in letteratura, sia a livello sezionale, in termini di momento-curvatura, sia a livello strutturale, in termini di carico-spostamento. Da tali confronti è emerso come la differenza tra i risultati sperimentali e quelli analitici aumenti, in termini assoluti, al crescere del grado di corrosione, indicando una maggiore difficoltà nel prevedere il comportamento strutturale all'aumentare del livello di deterioramento. Inoltre, la scelta del parametro di danno per quantificare la corrosione (pit, perdita di sezione, o perdita di massa) e la definizione di resistenza ultima del trefolo corrosivo (intesa come rottura di un singolo filo o la rottura di tutti i fili) influenza significativamente i risultati del modello e il confronto con il dato sperimentale. In conclusione, in questo elaborato vengono analizzati i vantaggi e gli svantaggi del metodo di modellazione mono-dimensionale per elementi in calcestruzzo armato precompresso e viene illustrato come la scelta della strategia di modellazione della corrosione dal punto di vista meccanico e geometrico possa influenzare i risultati analitici sia a livello sezionale, in termini di capacità, che a livello globale, in termini di spostamento.



# ***Abstract***

*The thesis aims to analyze how the choice of parameters describing corrosion and the method of modeling it, influence the prediction of the structural behavior of prestressed reinforced concrete elements. In these, chloride-induced corrosion can cause degradation of the mechanical properties of prestressing strands and reinforcing steel, cracking of concrete, and deterioration of the bond between steel and cement matrix, leading to significant changes in structural behavior. In the first part of the paper, after a review of the scientific literature, the most relevant parameters describing the phenomenon of chloride corrosion were summarized, and a comparative study of four constitutive laws of strands deteriorated by corrosion was carried out. Next, the constitutive laws were implemented in a nonlinear finite element model to simulate the behavior of prestressed reinforced concrete beams. The implemented code allows nonlinear modeling of structures formed by one-dimensional beam-type elements (characterized by axial and flexural stiffness) considering corrosion degradation. After appropriate validations, the code was used to evaluate the accuracy of the analyzed constitutive laws by comparing the results of the analytical model with some experimental results published in the literature, both at the sectional level, in terms of bending moment-curvature, and at the structural level, in terms of load-displacement. These comparisons showed how the difference between the experimental and analytical results increases, in absolute terms, as the degree of corrosion increases, indicating greater difficulty in predicting structural behavior as the level of deterioration increases. In addition, the choice of damage parameter to quantify corrosion (pit, section loss, or mass loss) and the definition of the ultimate strength of the corroded strand (as the rupture of a single wire or the rupture of all wires) significantly influences the model results compared with the experimental data. In conclusion, this thesis discusses the advantages and disadvantages of the one-dimensional modeling method for prestressed reinforced concrete elements. It illustrates how the choice of corrosion modeling strategy from the mechanical and geometrical perspectives can influence the analytical results both at the sectional level, in terms of capacity, and at the global level, in terms of displacement.*



# Indice

<b>1</b>	<b>Comportamento meccanico di trefoli corrosi</b>	<b>3</b>
1.1	Meccanismo di corrosione elettrochimica . . . . .	3
1.2	Meccanismo di tenso-corrosione per dissoluzione anodica . . . . .	5
1.3	Variazione del grado di corrosione in funzione del livello di deformazione iniziale del provino . . . . .	5
1.4	Metodi di corrosione accelerata indotta da cloruri per l'acciaio da precompressione	7
1.4.1	Fattori che influenzano la corrosione . . . . .	7
1.4.2	Metodo per corrente indotta ( <i>IC method</i> ) . . . . .	7
1.4.3	Metodo di corrosione con utilizzo di <i>artificial climate box</i> . . . . .	9
1.5	Definizione del grado di corrosione . . . . .	10
1.6	Variazione del modulo elastico in funzione del grado di corrosione . . . . .	12
1.7	Morfologia della corrosione e distribuzione di pit . . . . .	13
1.8	Legami costitutivi di trefoli corrosi . . . . .	16
1.8.1	Legame costitutivo proposto da Lu et al., 2016 . . . . .	16
1.8.2	Legame costitutivo proposto da Jeon et al., 2019 . . . . .	18
1.8.3	Legame costitutivo proposto da Wang et al., 2020 . . . . .	21
1.8.4	Legame costitutivo proposto da Wu et al., 2022 . . . . .	23
1.8.5	Legami costitutivi proposti da Franceschini et al., 2022 e Franceschini et al., 2023 . . . . .	26
1.9	Confronto tra i legami costitutivi . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Modello per analisi non lineari agli elementi finiti di travi in calcestruzzo armato precompresso</b>	<b>41</b>
2.1	Elemento trave in calcestruzzo armato . . . . .	41
2.2	Non linearità geometriche . . . . .	44
2.3	Precompressione . . . . .	45
2.4	Integrazione della matrice di rigidità . . . . .	46
2.5	Leggi costitutive dei materiali . . . . .	49

2.5.1	Calcestruzzo . . . . .	49
2.5.2	Acciaio d'armatura longitudinale . . . . .	49
2.5.3	Acciaio da precompressione . . . . .	51
2.6	Criteri di convergenza . . . . .	52
2.7	Criteri di arresto . . . . .	52
2.8	Modello momento-curvatura . . . . .	54
2.9	Modello carico-spostamento . . . . .	55
2.10	Validazione del modello carico-spostamento per una trave non sottoposta a corrosione . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Modellazione non lineare agli elementi finiti di travi in calcestruzzo armato precompresso con trefoli corrosi</b>	<b>59</b>
3.1	Confronto con una prova a flessione retta su quattro punti di una trave a sezione rettangolare con trefoli da precompressione corrosi artificialmente . . . . .	59
3.1.1	Campagna sperimentale condotta da Imperatore et al., 2024 . . . . .	59
3.1.2	Campagna sperimentale condotta da Rinaldi et al., 2010 . . . . .	74
3.2	Confronto con una prova a flessione retta su tre punti di una trave a sezione rettangolare con trefoli da precompressione corrosi naturalmente . . . . .	94
3.2.1	Campagna sperimentale condotta da Vecchi et al., 2020 . . . . .	94
3.3	Discussione dei risultati . . . . .	123
	<b>Bibliografia</b>	<b>139</b>

# Elenco delle figure

1.1	Schematizzazione del meccanismo di corrosione elettrochimica, da Wang, 2023	4
1.2	Schematizzazione del meccanismo di tenso-corrosione, da Wang, 2023 . . . . .	5
1.3	Effetto della deformazione e del tempo di esposizione sul grado di corrosione, da Wu et al., 2022 . . . . .	6
1.4	Andamento del modulo elastico in funzione del grado di corrosione, da Liu et al., 2017 . . . . .	12
1.5	Calcolo della perdita di sezione, da Lu et al., 2016 . . . . .	14
1.6	Tipologie di pit, da Jeon et al., 2019 . . . . .	15
1.7	Tipologie di pit: (a) <i>spheroidicity pit</i> ; (b) <i>saddle pit</i> ; (c) <i>pyramidal pit</i> , da Wang et al., 2020 . . . . .	15
1.8	Andamento bilineare del rapporto di carico ultimo $\mu$ in funzione del grado di corrosione $\eta_A$ , da Wang et al., 2020 . . . . .	22
1.9	Schematizzazione del legame costitutivo probabilistico per trefoli corrosi, da Wu et al., 2022 . . . . .	25
1.10	Confronto tra legami costitutivi per diversi valori di pit massimo. . . . .	35
1.11	(a) Perdita di sezione trasversale del singolo filo in funzione del pit massimo e della tipologia di pit; (b) Perdita di sezione trasversale del trefolo in funzione del pit massimo. . . . .	36
1.12	(a) Confronto delle tensioni massime di diversi legami costitutivi in funzione del valore di pit massimo; (b) Confronto delle deformazioni massime di diversi legami costitutivi in funzione del valore di pit massimo . . . . .	37
2.1	Notazione della sezione e cambio di dominio . . . . .	48
2.2	Schema del legame costitutivo del calcestruzzo . . . . .	50
2.3	Schema del legame costitutivo dell'acciaio d'armatura longitudinale e trasversale.	50
2.4	(a) Legame costitutivo trilineare con rottura del trefolo coincidente con quella del primo filo; (b) legame costitutivo trilineare del trefolo considerando un valore di pit medio. . . . .	51
2.5	Lunghezza di trasmissione e di ancoraggio per trefoli, da Eurocodice 2 (2023) .	53

2.6	Schema concettuale del funzionamento del modello proposto per l'analisi non lineare agli elementi finiti di una trave in calcestruzzo armato precompresso. . .	56
2.7	(a) Schematizzazione della sezione per la simulazione della prova proposta nel bollettino CEB n.° 93 del luglio 1973; (b) Schematizzazione dello schema statico; (c) Carico-spostamento . . . . .	58
3.1	(a) Rappresentazione della sezione utilizzata nella prova sperimentale condotta da Imperatore et al., 2024; (b) Schematizzazione della sezione utilizzata nella modellazione. . . . .	62
3.2	Trave PRC_B1: (a) Schema statico; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata a rottura . . . . .	63
3.3	Trave PRC_B1: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500; (b) Carico-spostamento . . . . .	64
3.4	Trave PRC_B3: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata	69
3.5	Trave PRC_B3: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 1.08mm$ ); (b) Carico-spostamento . . . . .	70
3.6	Trave PRC_B4: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata	72
3.7	Trave PRC_B4: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 1.13mm$ ); (b) Carico-spostamento . . . . .	73
3.8	Trave n. 2: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . .	77
3.9	Trave n. 2: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500; (b) Carico-spostamento	78
3.10	Trave n. 3: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . .	81
3.11	Trave n. 3: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 1.67mm$ ); (b) Carico-spostamento . . . . .	82
3.12	Trave n. 1: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . .	84
3.13	Trave n. 1: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 2.45mm$ ); (b) Carico-spostamento . . . . .	85
3.14	Trave n. 4: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500; (b) Carico-spostamento	87
3.15	Trave n. 6: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . .	89
3.16	Trave n. 6: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 1.16mm$ ); (b) Carico-spostamento . . . . .	90
3.17	Trave n. 5: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . .	92
3.18	Trave n. 5: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 2.45mm$ ); (b) Carico-spostamento . . . . .	93
3.19	(a) Rappresentazione della sezione utilizzata nella prova sperimentale condotta da Vecchi et al., 2020; (b) Schematizzazione della sezione utilizzata nella modellazione. . . . .	95

3.20	Trave PBN3P1 - pit massimo da Franceschini, 2022: (a) Schema statico; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . . . . .	97
3.21	Trave PBN3P1 - pit massimo da Franceschini, 2022: (a) Momento-curvatura per la sezione 2605; (b) Carico-spostamento . . . . .	98
3.22	Trave PB3P10 - pit massimo da Franceschini, 2022: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . . . . .	101
3.23	Trave PB3P10 - pit massimo da Franceschini, 2022: (a) Momento-curvatura per la sezione 2802.5 ( $P_{max} = 2.88mm$ ); (b) Carico-spostamento . . . . .	102
3.24	Trave PB3P10 - pit massimo costante: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . . . . .	104
3.25	Trave PB3P10 - calcolo del pit massimo attraverso la formulazione di Franceschini, 2022: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . . . . .	106
3.26	Trave PB3P10: confronto delle modellazioni con diversi parametri di corrosione.	107
3.27	Trave PB3P11 - pit massimo da Franceschini, 2022: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . . . . .	109
3.28	Trave PB3P11 - pit massimo da Franceschini, 2022: (a) Momento-curvatura per la sezione 2605 ( $P_{max_A} = 1.40mm, P_{max_B} = 1.15mm$ ); (b) Carico-spostamento	110
3.29	Trave PB3P11 - pit massimo costante ( $P_{max_A} = 1.40mm, P_{max_B} = 1.15mm$ ): (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . . . . .	112
3.30	Trave PB3P11 - pit massimo con la formulazione di Franceschini, 2022: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . . . . .	114
3.31	Trave PB3P11: confronto delle modellazioni con diversi parametri di corrosione.	115
3.32	Trave VIGA 470 - pretensione diminuita per il valore medio di corrosione: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . . . . .	118
3.33	Trave VIGA 470 - pretensione diminuita per il valore medio di corrosione: (a) Momento-curvatura per la sezione 1750 ( $P_{max} = 2.38mm$ ); (b) Carico-spostamento . . . . .	119
3.34	Trave VIGA 470 - pretensione diminuita per il valore di corrosione di ogni elemento: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata . . . . .	121
3.35	Trave VIGA 470 - pretensione diminuita per il valore di corrosione di ogni elemento: (a) Momento-curvatura per la sezione 1750 ( $P_{max} = 2.38mm$ ); (b) Carico-spostamento . . . . .	122
3.36	Diagrammi a scatola e baffi dei parametri di accuratezza. . . . .	132
3.37	Parametri di accuratezza del modello numerico in relazione alle prove sperimentali ed in funzione del grado di corrosione. . . . .	133



# Introduzione

I costi della corrosione possono essere suddivisi in diretti ed indiretti: i primi rappresentano l'impatto sulla vita utile delle strutture o sulla capacità portante delle stesse, mentre i secondi rappresentano i costi di manutenzione o ricostruzione da parte delle amministrazioni pubbliche o private [1]. La NACE International nel 2016 stima che i costi indiretti relativi alla manutenzione o ricostruzione delle strutture danneggiate dalla corrosione ammonta, a livello globale, a \$2.5 trilioni [2]. In Europa si stima che il costo della corrosione sia il 3.8% del prodotto interno lordo (PIL), di cui \$297 milioni sono dovuti ai costi indiretti per infrastrutture e servizi. Questo settore, in Italia nel 2016, ha avuto un costo per il degrado da corrosione di \$1.5 milioni [1].

Tra i costi diretti della corrosione in Italia si vuole ricordare il crollo del viadotto di Polcevera, Genova, avvenuto il 14 agosto del 2018 e costato la vita a quarantatre persone. Il ponte utilizzava la tecnologia costruttiva del calcestruzzo armato precompresso e stralli rivestiti in calcestruzzo. Nella seconda parte della relazione della Commissione Ispettiva del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti (MIT), pubblicata il 25 settembre 2018, la terza ipotesi di crollo viene ricondotta alla riduzione di sezione per corrosione di uno strallo. Il crollo del viadotto di Polcevera fu solo l'ultimo di una serie di crolli dovuti al degrado dei materiali da costruzione, ponendo l'attenzione sulla necessità di un sistema di monitoraggio efficiente, protocolli di manutenzione stringenti e metodi analitici semplici al fine di valutare la capacità strutturale residua [1][3]. Le strutture in calcestruzzo armato precompresso sono ampiamente utilizzate nelle infrastrutture ed in edilizia per le loro elevate caratteristiche di resistenza e durabilità. Tuttavia, sono generalmente esposte a condizioni ambientali che ne possono compromettere la durabilità: la corrosione indotta da cloruri, presenti in ambiente marino o nei sali antigelo, è uno dei maggiori responsabili dei fenomeni di degrado [4][5]. La corrosione dei trefoli induce alla fessurazione del calcestruzzo e lo *spalling* del copriferro, oltre che alla riduzione della sezione trasversale dei trefoli [6]. Quando la concentrazione di cloruri è tale da compromettere l'ambiente alcalino del calcestruzzo, viene a mancare il film passivante che protegge la superficie dei trefoli, permettendo la formazione di pit da corrosione [7]. Nel caso di strutture precomprese, la formazione di pit può portare ad una riduzione della capacità tensionale e della duttilità dei trefoli, provocando una variazione delle modalità di rottura [8]. È stato dimostrato come la corrosione in presenza di

elevati livelli di tensione è più complessa e veloce rispetto a quella di barre ordinarie di armatura longitudinale [9].

Nel seguente elaborato si propone di investigare il cambiamento del comportamento flessionale di strutture in calcestruzzo armato precompresso con trefoli perfettamente aderenti per differenti livelli di degrado. Numerosi modelli del comportamento meccanico di trefoli corrosi sono proposti in letteratura utilizzando diverse tecniche sperimentali e di rilievo dei parametri di danno. Dal momento che la corrosione naturale richiede un periodo di esposizione molto lungo, in numerosi esperimenti si ricorre a metodi di corrosione artificiali, accelerati. Uno tra i più utilizzati è quello per corrente indotta, ovvero l'utilizzo di una densità di corrente superiore rispetto a quella presente in natura per diminuire il tempo di corrosione, in accordo con la legge di Faraday.

In seguito ad una prima fase di revisione della letteratura e di analisi dei legami costitutivi per trefoli corrosi, vengono selezionate quattro relazioni di tensione-deformazione al fine di un confronto: i parametri di corrosione utilizzati sono stati rilevati da trefoli di travi naturalmente corrose, da Franceschini et al., [10] e Franceschini [1].

La seconda fase dell'elaborato è relativa alla costruzione di un modello agli elementi finiti per l'analisi non lineare di strutture in calcestruzzo armato precompresso, formate da elementi mono-dimensionali caratterizzati da rigidità assiale e flessionale, tenendo in considerazione il degrado da corrosione mediante l'utilizzo dei quattro legami costitutivi selezionati.

Nell'ultima sezione vengono confrontati i risultati numerici ottenuti, con quelli sperimentali relativi alle prove a flessione su quattro punti di Imperatore et al., [11] e di Rinaldi et al., [12] e a flessione su tre punti di Vecchi et al., [13] e di Belletti et al., [14].

# Capitolo 1

## Comportamento meccanico di trefoli corrosi

### 1.1 Meccanismo di corrosione elettrochimica

La corrosione dell'acciaio all'interno del calcestruzzo è un processo elettrochimico che coinvolge una reazione catodica ed una anodica, collegate da un elettrolita. Il film passivante, all'interfaccia tra il trefolo ed il calcestruzzo, è facilmente distrutto per la presenza di biossido di carbonio  $CO_2$  e di ioni cloro  $Cl^-$ . Con la distruzione del film, una differenza di potenziale si viene a formare tra le parti opposte della superficie del trefolo, portando alla formazione di una zona anodica ed una catodica. L'acqua è generalmente presente nel calcestruzzo nella forma di soluzione  $Ca(OH)_2$ , contribuendo alla formazione di un ambiente alcalino: in queste condizioni si viene a formare un circuito chiuso di una cella elettrolitica, in cui l'acciaio è facilmente ossidato [7]. La corrosione elettrochimica può essere suddivisa in tre reazioni principali:

- i. Reazione di ossidazione nella regione anodica, dove il film passivante viene rotto

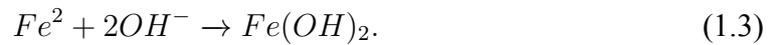


- ii. reazione di riduzione nella regione catodica, l'acciaio acquisisce ioni  $OH^-$  dove sono presenti ossigeno ed acqua

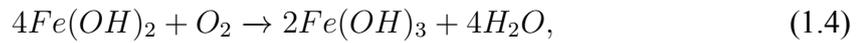


- iii. gli ioni  $OH^-$  generati dalla reazione di riduzione si muovono, attraverso l'elettrolita, verso il punto in cui il film passivante è danneggiato. Successivamente questi formano

$Fe(OH)_2$  con gli ioni  $Fe(OH)_2$



In un ambiente ricco di ossigeno può avvenire un'ulteriore ossidazione



mentre in un ambiente povero d'ossigeno una parte del  $Fe(OH)_2$  può essere ri-ossidato diventando il prodotto di corrosione  $Fe_3(O_4)$

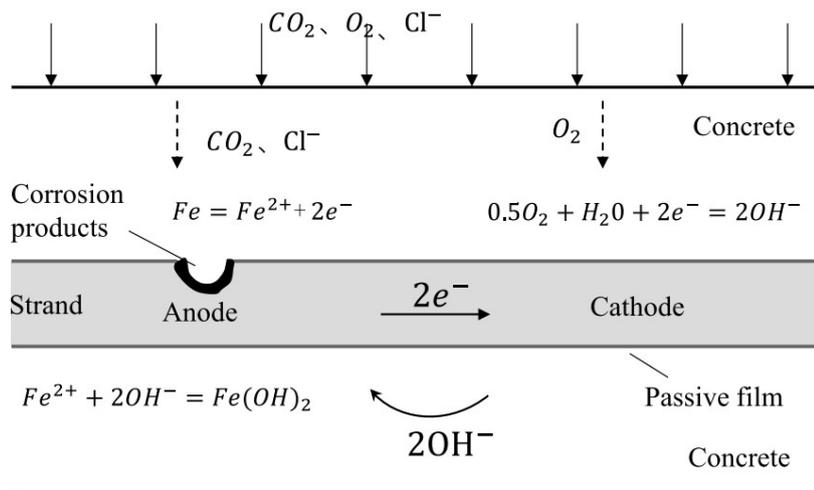
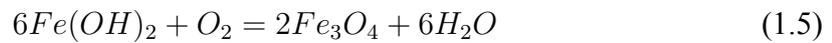


Figura 1.1: Schematizzazione del meccanismo di corrosione elettrochimica, da Wang, [7].

## 1.2 Meccanismo di tenso-corrosione per dissoluzione anodica

La presenza di un elevato grado di tensione in un ambiente corrosivo, può portare alla più frequente formazione di microcricche sulla superficie del trefolo, che possono indurre la frattura fragile del materiale a livelli di tensione ben al di sotto della tensione a rottura di un armatura non in tensione [7].

Sotto le condizioni di pretensione, la deformazione plastica locale sulla superficie del trefolo può indurre ad una rottura del film passivante, portandolo ad uno stato chimicamente attivo nel ruolo di anodo. Come risultato, comincia la dissoluzione anodica che contribuisce all'espansione della cricca nel materiale. I prodotti di corrosione prodotti dal processo di dissoluzione, vengono facilmente dissolti per la presenza della tensione, non permettendo la formazione di uno stato di protezione. Nel complesso, la presenza di una tensione sul materiale incrementa la velocità del meccanismo di corrosione [15].

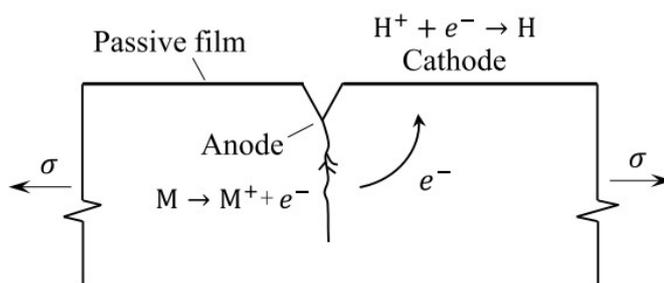


Figura 1.2: Schematizzazione del meccanismo di tenso-corrosione, da Wang [7].

## 1.3 Variazione del grado di corrosione in funzione del livello di deformazione iniziale del provino

Un contributo notevole riguardo la dimostrazione dell'aumento del grado di corrosione in funzione della tensione del materiale impressa durante il processo di corrosione, viene dato dalla campagna sperimentale condotta da Wu et al., [16]. Tre classi di provini vengono corrose per uno stesso periodo di tempo, ma con livelli di deformazione iniziale differenti: un primo gruppo ha una deformazione iniziale nulla; il secondo gruppo ha una deformazione iniziale di  $2.56 \cdot 10^{-3}$ , pari all'applicazione di una pretensione di 500 MPa e il terzo gruppo ha una deformazione di  $5.12 \cdot 10^{-3}$  pari ad una pretensione di 1000 MPa. Dalla Figura 1.3 si può concludere che il grado di corrosione dei trefoli, in termini di perdita di massa, aumenta con il tempo ed il livello di deformazione iniziale: una deformazione di  $2.56 \cdot 10^{-3}$  aumenta la perdita di massa per corrosione di circa 11%, mentre una deformazione di  $5.12 \cdot 10^{-3}$  aumenta la perdita di massa fino al

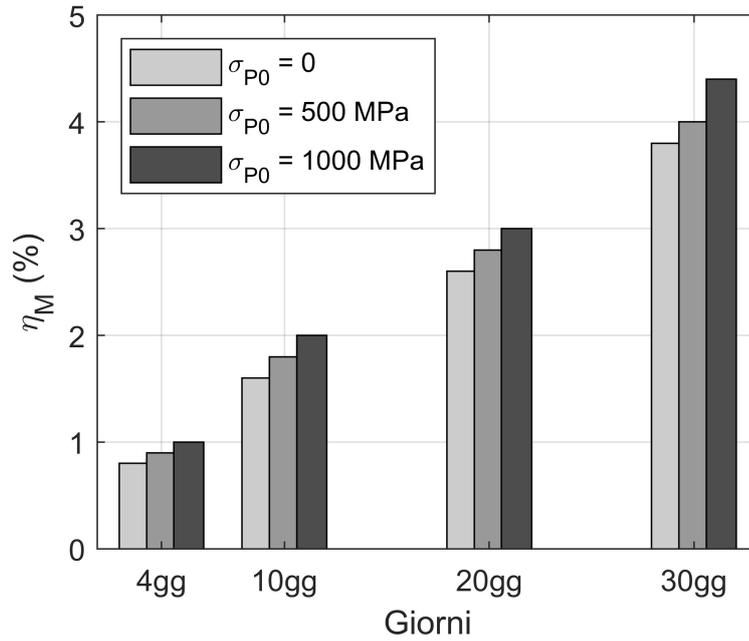


Figura 1.3: Effetto della deformazione e del tempo di esposizione sul grado di corrosione, da Wu et al. [16].

20%. Wu et al.,[16], propongono una relazione al fine di determinare il grado di corrosione in funzione del tempo  $t$  e della deformazione iniziale impressa  $\epsilon_{P0}$ :

$$\eta_M = (37.31 + 1.28\epsilon_{P0} - 0.01t^2)(1 - 2.72^{0.07t} + 4.33t)10^{-3} \quad (1.6)$$

dove le unità di misura della perdita di massa  $\eta_M$ , della deformazione iniziale  $\epsilon_{P0}$  e del tempo  $t$  sono espresse in  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  e giorni, rispettivamente.

Si ritiene necessario ricordare che le considerazioni precedenti vengono validate solamente per gradi di corrosione compresi tra 0 e 4.44% e non si esclude che possano esserci variazioni, anche considerevoli, per gradi di corrosione maggiori. Inoltre, nel medesimo studio, viene mostrato che non vi è una notevole variazione della forza e deformazione ultime del trefolo corroso al variare del livello di deformazione iniziale impressa: l'esistenza di un incremento della deformazione iniziale, provoca un aumento del grado di corrosione, a parità di condizione ambientali e tempo di esposizione, ma non cambia le proprietà meccaniche del materiale [16].

## 1.4 Metodi di corrosione accelerata indotta da cloruri per l'acciaio da precompressione

### 1.4.1 Fattori che influenzano la corrosione

La corrosione dell'armatura longitudinale, trasversale e dei trefoli da precompressione è influenzata da diversi fattori riassunti per tipologia nella Tabella 1.1.

Tabella 1.1: Fattori che influenzano il grado di corrosione in strutture in calcestruzzo armato precompresso.

Fattori ambientali	Caratteristiche meccaniche dei materiali	Caratteristiche geometriche della struttura
<ul style="list-style-type: none"><li>• Temperatura</li><li>• Umidità</li><li>• Alternanza di cicli asciutto-bagnato</li><li>• PH value del calcestruzzo</li><li>• Concentrazione di ioni <math>Cl^-</math> nel calcestruzzo</li><li>• Grado di carbonatazione del calcestruzzo</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Tipologia di calcestruzzo</li><li>• Porosità del calcestruzzo e grandezza degli inerti</li><li>• Presenza di additivi</li><li>• Apertura di fessurazioni</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Spessore del copriferro</li><li>• Diametro delle barre o trefoli d'armatura</li></ul>

Le tecniche di accelerazione di corrosione dell'acciaio si basano generalmente sul meccanismo termo-dinamico di penetrazione di cloruri [17].

In letteratura viene comunemente accettato l'aumento della velocità di corrosione per esigenze pratiche di riduzione delle tempistiche e dei costi sperimentali. Il processo può avvenire attraverso diverse tecniche, che possono essere categorizzate in due gruppi: *impressed current (IC)* e *artificial climate environment (ACE)* [17] [7].

### 1.4.2 Metodo per corrente indotta (*IC method*)

Il metodo della corrente indotta è ampiamente utilizzato per accelerare il processo di corrosione sia delle barre di armatura che dei trefoli da pre o post-tensione. Prevede l'applicazione di una corrente continua tra un anodo (barra di armatura o trefolo) ed un catodo, entrambi a contatto con una soluzione elettrolitica, ricca di cloruri, che ne favorisce lo scambio ionico. Da una

revisione della letteratura è possibile distinguere tre diverse modalità, caratterizzate dal livello di immersione del provino nella soluzione elettrolitica: la profondità di immersione va ad influenzare la quantità e l'uniformità dello scambio ionico e della penetrazione della soluzione all'interno dell'involucro in calcestruzzo. Le diverse configurazioni si suddividono in: *soaking method (SM)*, *partially soaking method (PSM)* e *surface coating method (SCM)*. Il metodo per immersione totale del provino (SM), nell'elettrolita, è caratterizzato da un grado di corrosione più uniforme rispetto alle altre modalità: con l'aumento del livello di soluzione, l'uniformità dei prodotti di corrosione aumenta gradualmente [18]. Considerando il fatto che il processo di corrosione è influenzato sia dal grado di umidità che dalla concentrazione di ossigeno, i provini che vengono immersi completamente in soluzione elettrolitica, hanno un deficit di quest'ultima, pertanto, i prodotti sono principalmente composti da  $Fe(OH)_2$ , caratterizzati da un colore scuro e da un volume minore rispetto a quelli prodotti in un ambiente naturale. Tale metodo, quindi, potrebbe indurre ad una sottostima dell'apertura di fessura dovuta alla corrosione per due motivi principali: l'accumulo dei prodotti da corrosione genera una pressione minore; i prodotti di corrosione tendono a dissolversi attraverso i pori e le micro-fratture del calcestruzzo nella soluzione elettrolitica [17].

Il metodo per immersione parziale (PSM), invece, prevede che il livello della soluzione elettrolitica non ricopra completamente il provino, ma si fermi a circa metà altezza del parallelepipedo in calcestruzzo. La soluzione risale per capillarità all'interno dei pori, fino ad arrivare a bagnare i trefoli. In questo caso risulta più agevole l'applicazione della corrente continua tra anodo e catodo in quanto il provino non è completamente immerso nella soluzione, non rendendo necessari collegamenti stagni. Rispetto alla completa immersione, si possono avere prodotti di corrosione sviluppatasi in presenza di maggiore concentrazione di ossigeno, a discapito però della disomogeneità: generalmente i prodotti di corrosione presentano lo strato più sottile sempre dal lato opposto al livello della soluzione elettrolitica.

Infine, il metodo per rivestimento della superficie (SCM) prevede l'applicazione di spugne impregnate di soluzione elettrolitica al cui interno è presente una rete di acciaio inossidabile che funziona come catodo. Questa configurazione crea un campo ionico uniforme che, di conseguenza, porta ad un grado di corrosione uniforme, più simile a quello naturale [18]. Rispetto alla corrosione per completa immersione, i prodotti di corrosione non si dissolvono nella soluzione, ma rimangono a contatto con la barra aumentandone la pressione laterale e portando a condizioni più simili a quelle che avvengono naturalmente.

Per completezza si ritiene necessario citare ulteriori due metodi di corrosione artificiale, meno diffusi nelle campagne sperimentali rispetto a quelli precedentemente citati: la corrosione artificiale per aggiunta di cloruri al *mix design* del calcestruzzo, il cui pattern di corrosione non rappresenta bene quello naturale in quanto molto disomogeneo; e la corrosione per utilizzo di

soluzione elettrolita solamente sulla superficie superiore del calcestruzzo, difficilmente realizzabile nella pratica e più ampiamente diffusa per travi a dimensione naturale.

La tecnica di corrosione artificiale per corrente impressa ha il vantaggio di essere di semplice applicazione, di basso costo, accurato controllo del grado di corrosione tramite la scelta dei parametri di densità di corrente e la concentrazione della soluzione salina e relativamente brevi tempi di applicazione [19]. Come conseguenze, però, può portare ad una corrosione non uniforme rispetto a quella che avviene naturalmente e, in riferimento a densità di corrente elevate, la formazione di pit di profondità elevate, non rappresentative di quelle formate per cause naturali.

### **1.4.3 Metodo di corrosione con utilizzo di *artificial climate box***

L'*artificial climate test box* è composta da due parti: le componenti esterne (condensatore, cisterna di contenimento della soluzione salina, compressore e una torre di raffreddamento) e un ambiente a condizioni ambientali controllate da un computer. Una nebbia contenente cloruri viene spruzzata ad intervalli regolari, per simulare condizioni ambientali di un ambiente corrosivo. Il grado di corrosione dei campioni può essere controllato attraverso la concentrazione di cloruri, il tempo di esposizione ed il livello di pretensione nel caso di provini in calcestruzzo armato precompresso [7].

Questo metodo si propone di simulare le condizioni ambientali naturali velocizzando il processo di corrosione attraverso l'alternanza di cicli asciutto-bagnato e non l'applicazione di una corrente continua a chiusura di una cella elettrolitica. Nel complesso presenta il vantaggio di ottenere una distribuzione di corrosione più simile alla quella naturale, ma con tempistiche e costi maggiori rispetto agli altri metodi citati.

## 1.5 Definizione del grado di corrosione

In letteratura non esiste un parametro unico per la definizione del grado di corrosione, ma possono esserci diverse formulazioni in base alle caratteristiche da valutare.

Nel caso di corrosione accelerata per mezzo di corrente indotta, risulta particolarmente utile la legge di Faraday per prevedere la perdita di massa dei campioni in funzione della corrente impressa. In particolare la legge determina la quantità di peso persa (o acquistata) per Ampere di corrente, nell'unità di tempo:

$$\Delta_M = \frac{A_m}{nF} \int_0^T I(t) dt \quad (1.7)$$

dove  $\Delta_M$  è la perdita di massa in grammi;  $A_M$  è la massa atomica di  $Fe$ ;  $n$  è il numero di elettroni di valenza ( $n = 2$ );  $F = 96.485C/mol$  è la costante di Faraday e  $I(t)$  è l'intensità di corrente misurata in Ampere al tempo  $t$  per la durata  $T$  dell'esperimento.

A seguito del processo corrosivo, naturale o artificiale, in alcuni casi è possibile andare a misurare la perdita di massa, ovvero la differenza tra la massa originaria del trefolo e quella attuale, caratterizzante lo stato di degrado del materiale:

$$\eta_M = \frac{M_0 - M_\eta}{M_0} \cdot 100 \quad (1.8)$$

dove  $M_0$  è la massa del trefolo o del filo iniziale;  $M_\eta$  è la massa del trefolo o del filo successiva alla corrosione. Le indicazioni per la misurazione della perdita di massa vengono descritte nella norma ASTM G1-03 Standard [20]. Questo parametro viene principalmente usato in sperimentazioni per corrosione accelerata in quanto è nota la massa iniziale. Ha il vantaggio di essere facilmente applicabile, ma presenta diverse limitazioni in termini di accuratezza nel descrivere il grado effettivo di corrosione: spesso questa si presenta sotto forma di pit localizzati, che non portano ad una perdita di massa considerevole nell'intera lunghezza. Inoltre, ogni trefolo è formato generalmente da sette fili, avvolti uniformemente a spirale attorno ad un filo centrale: è possibile che tra i fili vi siano dei vuoti, che, in seguito alla corrosione siano riempiti dai prodotti della stessa. Durante il processo di pulitura risulta difficile eliminare questi accumuli interni, per cui la perdita di massa effettivamente misurata potrebbe essere minore rispetto a quella effettiva.

Per far fronte a questa problematica, alcuni autori misurano il rapporto tra perdita di area della sezione trasversale e l'area iniziale di un singolo filo.

$$\eta_A = \frac{A_0 - A_\eta}{A_0} 100 \quad (1.9)$$

dove  $A_0$  è l'area della sezione iniziale;  $A_\eta$  è la sezione del filo successiva alla corrosione. Essendo i trefoli composti da più fili avvolti tra loro, non risulta sempre facile misurarne la sezione

in modo accurato. Spesso si utilizzano delle tecniche particolari, come un calibro avente una piastra metallica da appoggiare sulla superficie del trefolo ed una punta mobile, che può abbassarsi fino a raggiungere la base del pit [21] e leggerne la profondità. Alternativamente vengono utilizzate tecniche più avanzate come la scansione 3D del trefolo che va a ricreare un accurato modello tridimensionale della geometria [10]. Questo metodo, rispetto alla perdita di massa, presenta una maggior accuratezza nel rappresentare l'indice di corrosione, ma riscontra ancora diverse difficoltà d'applicazione per rilievi sul campo.

Dal momento che è generalmente complicato determinare la sezione caratterizzata dalla maggior perdita di area, Lu et al., [22], propongono delle relazioni tra il grado di corrosione medio  $\eta_{A_{ave}}$  e la massima perdita di sezione  $\eta_{A_{max}}$  e tra quest'ultima e la massima profondità di pit  $P_{max}$ , per un certo tempo di esposizione:

$$\begin{cases} \eta_{A_{max}} = \eta_{A_{ave}} & \eta_{A_{ave}} < 2\% \\ \eta_{A_{max}} = 0.015 + 0.97\eta_{A_{ave}} & 2\% \leq \eta_{A_{ave}} \leq 10\% \\ \eta_{A_{max}} = 0.062 + 0.95\eta_{A_{ave}} & 10\% > \eta_{A_{ave}} \end{cases} \quad (1.10)$$

$$\eta_{A_{max}} = \frac{d_0^2 - d_{min}^2}{d_0^2} = \frac{d_0^2 - (d_0 - 0.5P_{max})^2}{d_0^2} = \frac{P_{max}}{d_0} - \left(\frac{0.5P_{max}}{d_0}\right)^2 \quad (1.11)$$

Si ritiene necessario precisare che tali relazioni non sono state verificate per caratteristiche meccaniche e livelli di corrosione al di fuori del dominio sperimentale proposto da Lu et al., [22]. In conclusione si può motivare la scelta del parametro di corrosione in base alla disponibilità dei dati ricavabili *in situ*: generalmente la misurazione della perdita di massa è complicata da svolgere, in quanto sarebbe necessario pesare la massa del residuo; la misurazione della massima profondità di pit o della perdita di sezione massima possono essere effettuate mediante tecniche non distruttive o debolmente distruttive (raggi X, endoscopia, scansioni per campo magnetico) [1].

## 1.6 Variazione del modulo elastico in funzione del grado di corrosione

Al fine di indagare la variazione del modulo elastico in relazione al grado di corrosione, Liu et al., [23] dividono ogni filo in  $n$  parti lungo l'asse longitudinale, esprimendo l'allungamento come la somma dei singoli allungamenti:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{l_0}{n} \epsilon_i = \frac{l_0}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{E_{w\eta}} = \frac{l_0}{n E_{w\eta}} \sum_{i=1}^n \frac{F}{A_{w\eta i}} = \frac{F l_0}{n E_{w\eta}} \sum_{i=1}^n \frac{1}{A_{w\eta i}} \quad (1.12)$$

Il modulo elastico di un filo corrosivo, espresso come il rapporto tra la tensione  $\sigma$  e la deformazione  $\epsilon$ , può essere espresso come segue:

$$E_{w\eta} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{F/A_{w\eta}}{\delta l/l_0} = \frac{F l_0}{\delta l A_{w\eta}} = E_w \frac{1}{A_{\eta} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{A_{w\eta i}}} \quad (1.13)$$

dove  $E_{w\eta}$  e  $E_w$  sono i moduli elastici del filo corrosivo e non corrosivo, rispettivamente;  $\Delta l$  è l'allungamento dei trefoli corrosivi;  $l_0$  è la lunghezza misurata inizialmente dall'estensometro;  $F$  è il carico applicato durante la prova di trazione mono-assiale;  $A_{\eta}$  e  $A_{w\eta}$  sono l'area minima e l'area dell' $n$ -esima sezione corrosa. Questo dimostra come, teoricamente, il modulo elastico di un singolo filo decresca con l'aumentare del grado di corrosione dello stesso.

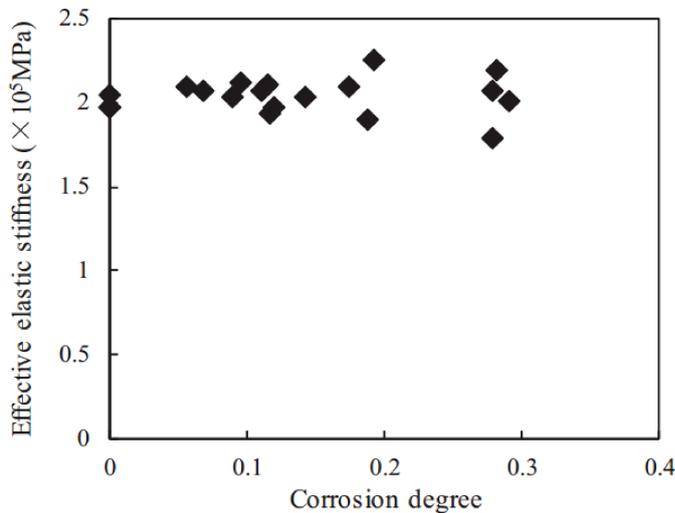


Figura 1.4: Andamento del modulo elastico in funzione del grado di corrosione, da Liu et al., [23]

Da alcune analisi statistiche sui campioni raccolti da Liu et al., [23], si evince che il modulo elastico non risente del grado di corrosione del materiale. Il risultato è confermato anche da

Wang et al., [24], dove la differenza il modulo elastico del filo maggiormente corrosivo e quello di riferimento, non corrosivo, è solamente del 6.67%. Facendo un'analisi comparativa tra i diversi legami costitutivi proposti, Ding et al., [15], citano il legame costitutivo proposto da Zeng et al., [25], per il quale il modulo elastico del singolo filo viene considerato come costante al variare del grado di corrosione, mentre quello per l'intero trefolo decresce all'aumentare dello stesso. In particolare, segue il seguente andamento:

$$E_{p,\eta} = (1 - 0.848\eta_M)E_{p,0} \quad (1.14)$$

dove  $\eta_M$  è il grado di corrosione e  $E_{p,0}$  è il modulo elastico del trefolo non corrosivo.

## 1.7 Morfologia della corrosione e distribuzione di pit

Un parametro che influenza il comportamento meccanico di un trefolo corrosivo è la tipologia di pit prevalente [24]. In letteratura non sono presenti delle tipologie di pit standardizzate e di conseguenza metodi per il calcolo della perdita di area trasversale, pertanto si riportano le valutazioni di alcuni autori.

**Lu et al., [22]** Ripropongono il modello emisferico per le barre di armatura longitudinale, introdotto da Val & Melchers nel 1997, per valutare la perdita di area trasversale. L'area di una sezione generica  $A_p(t)$ , di una barra d'armatura di diametro iniziale  $d_0$  dopo un periodo di esposizione alla corrosione, misurato in anni,  $t$ , può essere calcolata nel seguente modo:

$$A_p(t) = \begin{cases} A_1 + A_2 & p(t) \leq \frac{d_0}{\sqrt{2}} \\ \frac{\pi d_0^2}{4} - A_1 + A_2 & \frac{d_0}{\sqrt{2}} < p(t) < d_0 \\ \frac{\pi d_0^2}{4} & p(t) \geq d_0 \end{cases} \quad (1.15)$$

con

$$A_1 = \frac{1}{2} \left( \theta_1 \left( \frac{d_0}{2} \right)^2 - a \left| \frac{d_0}{2} - \frac{p(t)^2}{d_0} \right| \right) \quad \theta_1 = 2 \arcsin \left( \frac{a}{d_0} \right)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \left( \theta_2 p(t)^2 - a \frac{p(t)^2}{d_0} \right) \quad \theta_2 = 2 \arcsin \left( \frac{a}{2p(t)} \right) \quad (1.16)$$

dove il parametro  $a$  è dato da:

$$a = 2p(t) \sqrt{1 - \left( \frac{p(t)}{d_0} \right)^2} \quad (1.17)$$

e le aree  $A_1$  e  $A_2$  sono parametri geometrici, corrispondenti a quelli indicati in Figura 1.5. Tale modello non considera le differenze di geometria delle configurazioni di pit più diffuse in seguito ad un processo di corrosione o di tenso-corrosione.

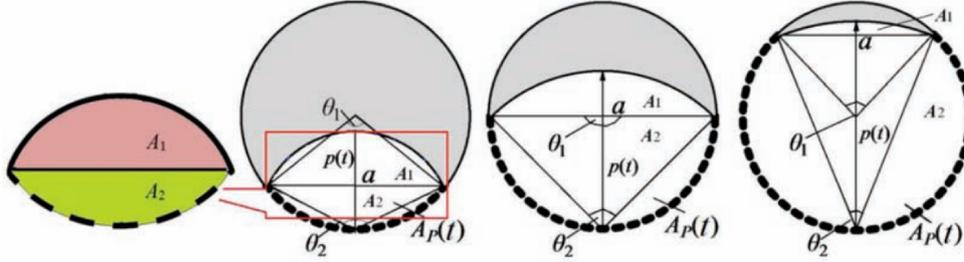


Figura 1.5: Calcolo della perdita di sezione, da Lu et al., [22]

**Jeon et al., [21]** A partire da osservazioni sperimentali, vengono proposte tre diverse configurazioni di pit al fine di calcolare la perdita di sezione in funzione di ciascuna tipologia:

$$A_{sl,1} = 2r^2(\theta_1 - \sin\theta_1\cos\theta_1) \quad \text{per } 0 \leq d_p \leq 2r \quad \theta_1 = \arccos(1 - \frac{d_p}{2r}) \quad (1.18)$$

$$A_{sl,2} = r^2(2\theta_2 - \pi - 2\sin\theta_2\cos\theta_2) \quad \text{per } 0 \leq d_p \leq 2r \quad \theta_2 = \arccos(-\frac{d_p}{2r}) \quad (1.19)$$

$$A_{sl,3} = r^2(\theta_3 - \sin\theta_3\cos\theta_3) \quad \text{per } 0 \leq d_p \leq 2r \quad \theta_3 = \arccos(1 - \frac{d_p}{r}) \quad (1.20)$$

dove  $A_{sl,1-3}$  sono le perdite di sezione in funzione della tipologia di pit,  $r$  è il raggio del filo e  $d_p$  è la profondità di pit, misurata sul fondo dello stesso. Attraverso un'ispezione visuale del trefolo corrosivo è possibile assegnare ogni pit ad una tipologia e, nota la profondità di ciascuno è possibile calcolare la perdita di sezione trasversale del trefolo.

**Wang et al., [24]** Vengono individuate tre principali tipologie di pit: *spheroidicity*, *saddle* e *pyramid*, riortate nella Figura 1.7. Inoltre, viene dimostrato come all'aumentare del grado di corrosione, il coefficiente  $\Omega$ , definito come il rapporto tra il massimo allungamento del trefolo corrosivo e quello non corrosivo, diminuisca più velocemente quando la tipologia di pit modale è di tipo *saddle*, rispetto alle altre tipologie. Si ritiene particolarmente interessante questo risultato in quanto lega la conformazione dei pit al livello di pretensione ed alla capacità ultima del trefolo. A differenza di Jeon et al., [21], quindi, viene sottolineato come la configurazione del pit e la perdita dell'area trasversale siano dipendenti dal livello di tensione. Da alcune analisi statistiche sui dati raccolti dai 119 pit, risulta che i pit di tipo *saddle* sono generalmente presenti in quantità maggiore. Data la piccola estensione della popolazione, risulterebbe necessario effettuare ulteriori indagini per verificare questa ipotesi.

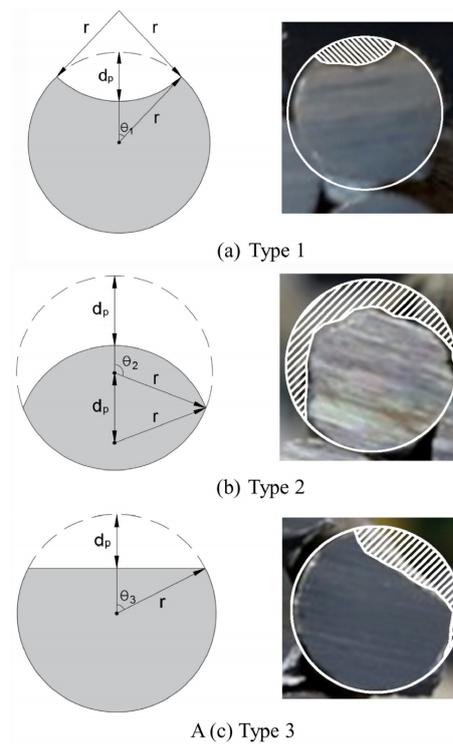


Figura 1.6: Tipologie di pit, da Jeon et al., [21]

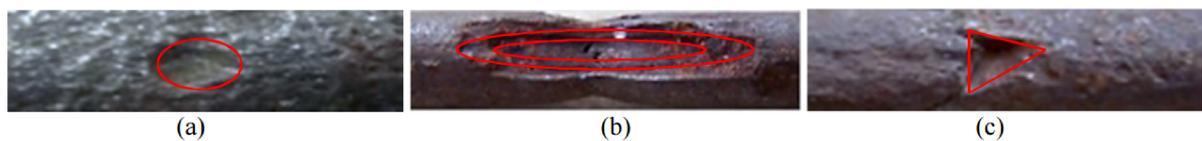


Figura 1.7: Tipologie di pit: (a) *spheroidicity pit*; (b) *saddle pit*; (c) *pyramidal pit*, da Wang et al., [24].

**Wu et al., [16]** Viene proposta una categorizzazione delle tipologie di pit prevalentemente in relazione al grado di corrosione, ma non viene trovata una relazione con le proprietà meccaniche del materiale: il grado di corrosione viene espresso in termini di perdita di massa, non andando a considerare l'area effettivamente resistente dopo il processo di corrosione come, invece, rilevano altri [21][10][24]. Nel medesimo studio, viene indagata anche la relazione che può avere la distribuzione della corrosione con la deformazione iniziale impressa al trefolo: si conclude che non vi siano evidenze sperimentali per le quali un differente livello di tensione interno, possa portare ad una distribuzione differente dei pit lungo la lunghezza di un filo [16]. La campagna sperimentale si limita solamente a bassi gradi di corrosione in termini di perdita di massa, al massimo raggiunge il 4.44%.

## 1.8 Legami costitutivi di trefoli corrosi

Il legame tra tensione e deformazione è la base per l'analisi teorica della capacità di una struttura, necessario per prevedere le caratteristiche meccaniche del materiale, a diversi gradi di degrado. Nei paragrafi successivi, vengono confrontate le campagne sperimentali ed i relativi modelli teorici di comportamento del materiale presentate da diversi autori. Per semplicità e chiarezza vengono unificate alcune notazioni, utilizzando i simboli seguenti:

$\eta_M$  grado di corrosione per perdita di massa;

$\eta_A$  grado di corrosione per perdita di sezione;

$\eta_{cr}$  grado di corrosione critico;

$f_{pu,\eta}$  tensione ultima del trefolo corrosivo;

$\epsilon_{pu,\eta}$  deformazione ultima del trefolo corrosivo;

$f_{py,\eta}$  tensione di snervamento del trefolo corrosivo;

$\epsilon_{py,\eta}$  deformazione di snervamento del trefolo corrosivo;

$f_{pu,0}$  tensione ultima del trefolo non corrosivo;

$\epsilon_{pu,0}$  deformazione ultima del trefolo non corrosivo;

$f_{py,0}$  tensione di snervamento del trefolo non corrosivo;

$\epsilon_{py,0}$  deformazione di snervamento del trefolo non corrosivo.

### 1.8.1 Legame costitutivo proposto da Lu et al. [22]

I parametri geometrici e meccanici relativi ai campioni analizzati nella campagna sperimentale condotta da Lu et al. [22], vengono riportati nella Tabella 1.2.

Tabella 1.2: Dati dei campioni di prova, da Lu et al., [22].

n. campioni	L[mm]	$\phi$ [mm]	$\phi_{ext}$ [mm]	$\phi_{int}$ [mm]	$f_{pu,0}$ [MPa]	$\epsilon_{pu,0}$ [%]	Metodo di corrosione	$\eta_{Amax}$ [%]
14	700	15.2	2.5	2.6	1950	5.0	Sponge (5% NaCl)	20.4

Successivamente al processo di corrosione e di pulitura, i campioni vengono sottoposti ad una prova a trazione mono-assiale per controllo di forza, con un incremento di carico costante pari a 0.2 kN/s. Basandosi sulle curve sperimentali dei campioni non corrosi, gli autori approssimano il comportamento del materiale ad un modello bilineare:

$$\sigma(\epsilon) = \begin{cases} E\epsilon & \epsilon \leq \frac{0.85f_{pu,0}}{E} \\ 0.85f_{pu,0} + \frac{\epsilon - \epsilon_{py,0}}{\epsilon_{pu,0} - \epsilon_{py,0}} 0.15f_{pu,0} & 0.85f_{pu,0}/E < \epsilon \leq \epsilon_{pu,0} \end{cases} \quad (1.21)$$

dove  $E$  è il modulo elastico;  $f_{pu,0}$  è da tensione ultima e  $\epsilon_{py,0}$  è la deformazione corrispondente a  $0.85f_{pu,0}$ . Al fine di modellare la variazione di comportamento in funzione del grado di danno indotto dalla corrosione, viene proposto un modello a molle con le seguenti assunzioni:

- i. un trefolo è considerato come l'insieme di una serie di unità, con uguali caratteristiche ed un certo valore di danno. Ogni unità è composta da una serie di molle in parallelo, identiche;
- ii. il danneggiamento del materiale è causato solamente da fenomeni di corrosione e tensione interna, ogni difetto dovuto al processo di fabbricazione viene trascurato;
- iii. all'interno di un'unità viene considerata solamente una superficie danneggiata andando a definire un fattore di danneggiamento, esplicitato in seguito, come continuo fino alla rottura per tensione.

Il fallimento del trefolo comincia con la rottura di una molla dovuta alla variazione dei parametri meccanici in seguito alla corrosione ed una successiva redistribuzione della tensione: all'aumentare dello stato di sollecitazione, la diminuzione dell'area e l'aumento del livello interno di tensione portando alla rottura dell'intero trefolo. Per una singola unità, la perdita di area trasversale può essere rappresentata, in funzione del tempo di corrosione dalla seguente relazione:

$$A_p(t) = A_0 - \sum_{i=1}^n H(dA_i - \Delta A_i) \Delta A_i \quad (1.22)$$

dove  $A_0$  è l'area iniziale prima dello sviluppo della corrosione;  $\Delta A_i$  rappresenta l'area efficace successiva allo sviluppo della corrosione, che diventa 0 quando la molla rompe;  $t$  è il tempo di corrosione che è misurato dall'inizio del processo di corrosione fino alla funzione  $H(x)$  definita come:

$$H(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (1.23)$$

Sulla base della teoria di danno, per un materiale omogeneo ed isotropo, viene, quindi, proposto un un fattore di danno d'area definito come:

$$D(t) = A_p(t)/A_0 = 1 - \frac{1}{A_0} \sum_{i=1}^n H(dA_i - \Delta A_i) \Delta A_i \quad (1.24)$$

Sotto l'azione combinata della corrosione e della tensione, nuovi fattori di danno possono svilupparsi: vengono riassunti nella Tabella 1.3.

Tabella 1.3: Definizioni dei fattori di danno [22]

Fattore di danno	$D(E, t)$	$D(f, t)$	$D(\epsilon, t)$
Definizione	$E_\eta/ED$	$f_{pu,\eta}/f_{pu}$	$\epsilon_{pu,\eta}/\epsilon_{pu}$
Espressione	$1 - 1.8f(D)$	$1 - 2.8f(D)$	$0.1 - 0.9 \exp^{-20f(D)}$

dove  $f(D)$  è dato dalla Formula 1.24. Considerati i fattori di danno, Lu et al., [22], propongono un modello costitutivo in funzione di un grado di corrosione medio  $\eta$ , secondo la seguente formulazione:

$$f_{p,\eta} = \begin{cases} \eta \leq \eta_{cr} & \begin{cases} E\epsilon(1 - D(t)) & \epsilon \leq \epsilon_{py,\eta} \\ f_{py,\eta} + \frac{0.15f_{pu,\eta}}{\epsilon_{pu,\eta} - \epsilon_{py,\eta}} (\epsilon - (1 - D(t))\epsilon_{py,\eta}) & \epsilon_{py,\eta} \leq \epsilon \leq \epsilon_{pu,\eta} \end{cases} \\ \eta > \eta_{cr} & E\epsilon(1 - D(t)) \quad \epsilon \leq \epsilon_{py,\eta} \end{cases} \quad (1.25)$$

Quando il trefolo è caratterizzato da un grado di corrosione medio minore del valore critico, rispetta un comportamento bilineare, con ramo incrudente; invece, quando il grado di corrosione supera quello critico, il ramo incrudente scompare, lasciando spazio ad una frattura prevalentemente fragile. Dai risultati della prova si conclude che il grado di corrosione critico si approssima all'8% di perdita di area.

## 1.8.2 Legame costitutivo proposto da Jeon et al. [21]

Al fine di determinare un parametro di danno che possa essere facilmente riconosciuto visibilmente, Jeon et al., [21] propongono la definizione di tre differenti *pit type*, in modo tale che, da un'ispezione anche solamente visiva del materiale, si possa riconoscere la forma della corrosione. Nella Figura 1.6 vengono confrontate la sezione di un cavo corrosivo ed una schematizzazione dell'area residua, rappresentata in grigio, per determinare una perdita di sezione trasversale alla quale affidare un parametro di severità del danno. I dati sperimentali sono riportati nella Tabella 1.4. Un'accurata ispezione per determinare la perdita di sezione viene effettuata mediante

un calibro a punta mobile. La perdita di sezione viene espressa nel modo seguente:

$$\eta_A = \frac{A_{sl}}{A_0} \quad (1.26)$$

dove  $A_0$  è l'area del filo non corrosivo, mentre  $A_{sl}$  è l'area trasversale calcolata con le Equazioni (1.18)–(1.20).

Tabella 1.4: Dati dei campioni di prova, da Jeon et al., [21].

n. campioni	L[mm]	$\phi$ [mm]	$\phi_{ext}$ [mm]	$\phi_{int}$ [mm]	$f_{pu,0}$ [MPa]	$\epsilon_{pu,0}$ [%]	Metodo di corrosione	$\eta_{A_{max}}$ [%]
16	800-1000	15.2	5.0	5.2	1865	7.5	Naturale	20.28

La perdita di sezione totale del trefolo è data dalla somma delle perdite di sezione dei singoli fili. La campagna sperimentale prevede che i provini vengano testati per controllo di spostamento, fino a rottura, con una velocità di 5 mm/min. Al fine di non far rompere le estremità prima del raggiungimento della tensione a rottura, queste sono state protette con un foglio di silicato di alluminio. L'allungamento ultimo del trefolo è stato misurato dallo spostamento delle due pinze della macchina. Al fine di validare questo valore, viene misurato l'allungamento tra due marker posti sul trefolo, per mezzo di un calibro: questa misura include il recupero elastico del materiale dopo rottura, per cui si è reso necessario sottrarre quest'ultimo al valore di allungamento. Confrontando i due risultati, i dati direttamente misurati dalla macchina possono essere considerati affidabili.

Dai risultati ottenuti, Jeon et al., [21] osservano principalmente una diminuzione della duttilità del trefolo: per una perdita massima di sezione trasversale del 3.7% la deformazione ultima diminuisce del 87% rispetto alla prova di riferimento. Il ramo plastico-incrudente del legame bilineare diminuisce all'aumentare del grado di corrosione, con un conseguente abbassamento della tensione a rottura.

Il legame costitutivo per un singolo filo, di un trefolo corrosivo, viene proposto sulle seguenti ipotesi:

- i. il comportamento dell'intero trefolo viene espresso come la somma dei comportamenti di sette molle, disposte in parallelo ed agganciate a due piastre rigide alle estremità;
- ii. le forze d'attrito tra le superfici dei cavi vengono trascurate;
- iii. il carico e deformazione esterni sono assunti come ripartiti uniformemente e bilanciati dalle molle;
- iv. il comportamento di una molla è descritto dalla Equazione 1.31;

- v. la tensione e deformazione ultime dell'intero trefolo coincidono con la rottura del primo filo;
- vi. l'area di ogni sezione è quella iniziale, in quanto le proprietà meccaniche del materiale sotto corrosione sono già incluse all'interno della determinazione dello stato tensionale.

Il modello costitutivo viene definito a partire da regressioni lineari dei dati sperimentali, in modo da definire lo stato ultimo, in funzione del valore di perdita di sezione:

$$f_{pu,\eta} = a\eta_A + b \quad (1.27)$$

$$\epsilon_{pu,\eta} = \begin{cases} c\eta_A^2 + d\eta_A + e & d_p < 0.5 \\ f\eta_A^g & d_p \geq 0.5 \end{cases} \quad (1.28)$$

dove,  $f_{pu,\eta}$  e  $\epsilon_{pu,\eta}$  sono la tensione ultima e la deformazione ultima del filo corrosivo, rispettivamente. I coefficienti  $a, b, c, d, e, f$  e  $g$  sono calcolati attraverso delle regressioni lineari in funzione della tipologia di pit [21].

Dall'Equazione 1.28 si nota che, per un grado di corrosione nullo, viene imposto il limite di tensione ultima in funzione della tipologia di pit, attraverso il coefficiente  $b$  presente nella Tabella 1.5.

Tabella 1.5: Coefficienti per la valutazione della tensione e deformazione ultima [21].

	a	b	c	d	e	f	g
Pit type 1	-1991.8	1748.0	-5.96	-1.30	0.0754	0.0025	-0.621
Pit type 2	-1995.6	1801.6	-1.00	-0.69	0.0754	0.0045	-0.305
Pit type 3	-2302.7	1752.7	9.54	-1.77	0.0754	0.0045	-0.298

Al fine di confrontare il legame costitutivo proposto con i dati di altre campagne sperimentali, viene proposta la seguente normalizzazione:

$$f'_{pu,\eta} = \frac{a\eta_A + b}{b} f_{pu,0} \quad (1.29)$$

$$\epsilon'_{pu,\eta} = \begin{cases} \frac{c\eta_A^2 + d\eta_A + e}{e} \epsilon_{pu,0} & d_p < 0.5 \\ f\eta_A^g & d_p \geq 0.5 \end{cases} \quad (1.30)$$

Viene fatto notare come, nel calcolo della tensione per un filo corrosivo, non viene considerata l'area residua in seguito al processo di corrosione, ma l'area iniziale, in quanto il grado di danno viene considerato all'interno delle proprietà del materiale. Questo è particolarmente utile nel caso di analisi strutturali, quando l'area effettiva del trefolo corrosivo, non è nota. La formulazione

del legame tensione-deformazione, in funzione del grado di corrosione, può essere espressa nel seguente modo:

$$f_{p,\eta}(\epsilon) = \begin{cases} E_s \epsilon & \epsilon < \epsilon_{y,c} \\ 0.85 f_{pu,\eta} + \frac{\epsilon - \epsilon_{py,\eta}}{\epsilon_{pu,\eta} - \epsilon_{py,\eta}} 0.15 f_{pu,\eta} & \epsilon_{py,\eta} < \epsilon \leq \epsilon_{pu,\eta} \end{cases} \quad (1.31)$$

### 1.8.3 Legame costitutivo proposto da Wang et al., [24]

Gli autori prediligono l'utilizzo dell'*artificial climate box* (ACB) piuttosto che un metodo di corrosione artificiale per corrente indotta, al fine di ricreare un ambiente il più vicino possibile a quello naturale. Differenti gradi di corrosione sono stati ottenuti controllando tre diversi parametri: il livello di pretensione, il tempo di esposizione e la concentrazione di cloruri. Le caratteristiche dei provini sono riportate nella Tabella 1.6.

Tabella 1.6: Dati dei campioni di prova, da Wang et al., [24].

n. campioni	L[mm]	$\phi$ [mm]	$\phi_{ext}$ [mm]	$\phi_{int}$ [mm]	$f_{pu,0}$ [MPa]	$\epsilon_{pu,0}$ [%]	Metodo di corrosione	$\eta_{A_{max}}$ [%]
19	1500	15.2	5.0	2.6	1938	3	ACB	24.40

L'area residua di un trefolo dopo il processo di corrosione viene calcolata attraverso l'utilizzo del CAD, come la somma delle aree residue dei sette fili. Il filo centrale viene considerato come corrosivo. Il test a trazione mono-assiale è stato condotto per controllo di spostamento, con una velocità impressa di 1 mm/min, fino alla rottura del primo filo. Successivamente è stata continuata la prova ad una velocità di 2 mm/min, fino alla rottura di tutti i fili. L'allungamento viene misurato attraverso l'utilizzo di un estensometro posizionato direttamente sul trefolo. Da osservazioni sperimentali, si nota come sia il filo con la minor sezione trasversale ad essere il primo a raggiungere la rottura. Per questo motivo, si è deciso di utilizzare la perdita di sezione del filo maggiormente corrosivo come parametro per descrivere il comportamento meccanico di un trefolo.

Al di sopra di un certo grado di corrosione, viene notata la differenza tra la rottura di un trefolo non corrosivo ed uno corrosivo: nel primo caso si arriva alla formazione di un collo di strizione, poco prima della rottura quasi contemporanea di tutti i fili; mentre nel secondo i fili si rompono per tensioni diverse in quanto rappresentati da perdite di sezione diverse. Tre differenti tipologie di rottura in seguito alla corrosione sono state individuate in relazione alla forma assunta dalla superficie di distacco: *cup type*, *cup-cone type* e *wedge type*. Il provino di riferimento, non corrosivo, ha assunto una superficie di rottura *cup type* con la chiara presenza del collo di strizione. Per provini debolmente corrosivi si è osservata una rottura di tipo *cup-cone*, mentre con l'incremento del degrado da corrosione, scompare il fenomeno della strizione, portando ad una

frattura di tipo *wedge*.

Dall'osservazione dei risultati del test a trazione mono-assiale, si nota che la massima forza di trazione applicata decresce gradualmente all'aumentare del grado di corrosione. La relazione tra la tensione ultima e la perdita di sezione trasversale può essere espressa come:

$$f_{pu,\eta} = \frac{F_{pu,\eta}}{A_{s\eta}} = \frac{F_{pu,\eta}}{F_{pu,0}} \frac{F_{pu,0}}{A_{s0}} \frac{A_{s0}}{A_{s\eta}} = \mu \frac{f_{pu,0}}{1 - \eta_A} \quad (1.32)$$

dove  $f_{pu,\eta}$  e  $f_{pu,0}$  sono le tensioni ultime del trefolo corrosivo e non corrosivo, rispettivamente;  $A_{s\eta}$  e  $A_{s0}$  sono le aree del trefolo corrosivo e non corrosivo, rispettivamente;  $F_{pu,\eta}$  e  $F_{pu,0}$  sono i carichi ultimi applicati per un trefolo corrosivo e non corrosivo, rispettivamente e  $\mu$  è il rapporto di carico ultimo, definito come il carico ultimo del trefolo corrosivo su quello non corrosivo. Il rapporto di carico ultimo può essere descritto come bilineare all'aumentare del grado di corrosione: prima di un valore critico, identificato come  $\eta_A = 10.4\%$ , la tensione ultima del trefolo corrosivo diminuisce rapidamente, mentre, per valori di corrosione maggiori ne decresce la pendenza, come visibile nella Figura 1.8. Questo è dovuto al fatto che per gradi di corrosione elevati, la rottura diventa fragile: la deformazione ultima può essere semplicemente calcolata come il rapporto tra la tensione ultima ed il modulo elastico.

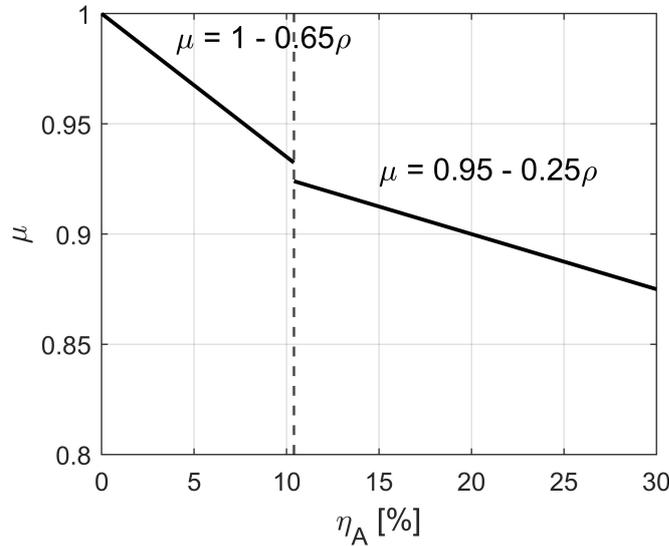


Figura 1.8: Andamento bilineare del rapporto di carico ultimo  $\mu$  in funzione del grado di corrosione  $\eta_A$ , da Wang et al., [24]

Il comportamento del trefolo viene descritto da una curva bilineare elastica-incrudente per gradi di corrosione bassi, mentre diminuisce la tensione ultima, all'aumentare del livello di corrosione: una volta che il grado di corrosione supera  $\eta_{cr} = 10.4\%$ , la curva tensione-deformazione degenera, raggiungendo il tratto elastico. Il modello costitutivo per trefoli corrosivi può essere

espresso come:

$$f_{p,\eta}(\epsilon) = \begin{cases} \eta_A \leq \eta_{cr} & \begin{cases} E_p \epsilon & \epsilon \leq \epsilon_{py,\eta} \\ f_{py,\eta} + E_{pp}(\epsilon - \epsilon_{py,\eta}) & \epsilon_{py,\eta} < \epsilon \leq \epsilon_{pu,\eta} \end{cases} \\ \eta_A > \eta_{cr} & E_p \epsilon \quad \epsilon \leq \epsilon_{py,\eta} \end{cases} \quad (1.33)$$

dove  $f_{p,\eta}$  e  $\epsilon$  sono la tensione e la deformazione del trefolo, rispettivamente;  $\epsilon_{pu,\eta}$  e  $\epsilon_{py,\eta}$  sono le deformazioni ultime del trefolo corrosivo e non corrosivo, rispettivamente;  $f_{py,\eta}$  e  $\epsilon_{py,\eta}$  sono la tensione e la deformazione a snervamento del trefolo corrosivo, rispettivamente e  $E_{pp}$  è il modulo elastico incoerente dopo lo snervamento, calcolato come:

$$E_{pp} = \frac{f_{pu,\eta} - f_{py,\eta}}{\epsilon_{pu,\eta} - \epsilon_{py,\eta}} \quad (1.34)$$

La tensione di snervamento viene considerata come  $0.85f_{pu,\eta}$ .

#### 1.8.4 Legame costitutivo proposto da Wu et al., [16]

Al fine della costruzione di un legame costitutivo, 75 campioni vengono corrosivi attraverso la nebulizzazione di una soluzione salina contenente il 5% di NaCl, in un'atmosfera controllata alla temperatura di 35°C circa e 90% di umidità relativa. Successivamente al processo di corrosione, i provini sono puliti secondo le indicazioni riportate nella norma ASTM G1-03 [20]. I provini vengono divisi in quattro classi per differenti tempi di esposizione ad ambiente corrosivo; ogni classe contiene tre sottogruppi con sei trefoli, ciascuno, con diversi valori di pretensione.

Tabella 1.7: Dati dei campioni di prova, da Wu et al., [16].

n. campioni	L[mm]	$\phi$ [mm]	$\phi_{ext}$ [mm]	$\phi_{int}$ [mm]	$f_{pu,0}$ [MPa]	$\epsilon_{pu,0}$ [%]	Metodo di corrosione	$\eta_{M_{max}}$ [%]
75	1000	15.2	5.15	5.025	1910	5.8	salt spray	4.40

La perdita di massa è stata calcolata come normalizzata alla lunghezza:

$$\eta_M = \frac{\frac{M_0}{L_0} - \frac{M_\eta}{L_\eta}}{\frac{M_0}{L_0}} \cdot 100 \quad (1.35)$$

dove  $M_0$  e  $L_0$  sono la massa e la lunghezza iniziale del trefolo e  $M_\eta$  e  $L_\eta$  sono la massa e la lunghezza della parte corrosa del trefolo, rispettivamente. La massa per unità di lunghezza del trefolo non corrosivo può essere calcolata come  $\rho = M/L$ . Dal momento che, per applicare un certo livello di pretensione sul trefolo, è necessario avere una lunghezza di ancoraggio alle estremità, il provino risulta parzialmente esposto all'ambiente corrosivo.

Per un trefolo a cui non è applicato un valore di deformazione iniziale, la massa e la lunghezza, prima della corrosione, corrispondono alla massa e alla lunghezza dell'intero trefolo. In modo differente, per un trefolo a cui è applicato un livello di pretensione, solamente una porzione della lunghezza è esposta alla corrosione: indicando quest'ultima con  $L_0$ , la massa iniziale può essere calcolata come  $M_0 = \rho L_0$ . Per calcolare la massa del provino preteso, dopo il processo di corrosione, è necessario andare a sottrarre le porzioni non corrose: andando ad indicare con  $M_1$  la massa totale del provino dopo la corrosione, la massa della porzione corrosa può essere calcolata come  $M_\eta = M_1 - \rho(L - L_0)$ .

Successivamente al processo di pulitura e determinazione dei gradi di corrosione dei rispettivi provini, viene condotta una prova a trazione mono-assiale, interrotta alla rottura del primo filo del trefolo. Dall'analisi dei risultati si evince un graduale degrado, non lineare, delle proprietà meccaniche del materiale all'aumentare del grado di corrosione. Wu et al., [16], propongono delle relazioni probabilistiche per la variazione delle proprietà meccaniche del trefolo in un dominio di corrosione  $1.0\% \leq \eta_M \leq 4.0\%$ , espresse nel seguente modo:

$$\begin{aligned}\mu_L &= 0.266\eta_M^3 - 2.075\eta_M^2 + 4.1\eta_M + 3.45 \\ \sigma_L &= -0.13\eta_M^3 + 1.05\eta_M^2 - 2.61\eta_M + 2.6\end{aligned}\tag{1.36}$$

$$\begin{aligned}\mu_{F_y} &= 1.16\eta_M^3 - 9\eta_M^2 + 16.83\eta_M + 229 \\ \sigma_{F_y} &= 0.2\eta_M^3 - 1.6\eta_M^2 + 4.2\eta_M - 0.2\end{aligned}\tag{1.37}$$

$$\begin{aligned}\mu_{F_u} &= 1.16\eta_M^3 - 9\eta_M^2 + 15.8\eta_M + 225 \\ \sigma_{F_u} &= -0.12\eta_M^3 + 0.6\eta_M^2 - 0.68\eta_M + 4.2\end{aligned}\tag{1.38}$$

dove  $\eta_M$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  rappresentano la perdita di massa, il valore medio e la varianza, rispettivamente. Il legame costitutivo viene costruito sulle seguenti ipotesi:

- i. la forza esterna si ripartisce equamente su tutti i fili;
- ii. i fili hanno tutti il medesimo allungamento;
- iii. il grado di corrosione del filo interno sia trascurabile.

Le proprietà meccaniche di un trefolo a sette fili possono essere descritte come segue:

$$\begin{aligned}F_{pu,\eta} &= F_{pu,\eta-inn} + 6 \cdot F_{pu,\eta-out} \cdot \cos\theta \\ F_{py,\eta} &= F_{py,\eta-inn} + 6 \cdot F_{py,\eta-out} \cdot \cos\theta\end{aligned}\tag{1.39}$$

$$E = \frac{F_{py,\eta}}{A \cdot \Delta_{trefolo}}\tag{1.40}$$

dove  $F_{pu,\eta}$  e  $F_{py,\eta}$  sono le il carico ultimo e il carico a snervamento del trefolo corrosivo, rispettivamente;  $E$  e  $\Delta_{trefolo}$  sono il modulo elastico e l'allungamento del trefolo corrosivo, rispettivamente;  $A$  e  $\theta$  sono l'area della sezione trasversale e l'angolo di avvolgimento del trefolo. Dal momento che il filo centrale si ipotizza come non corrosivo, la sua tensione può essere calcolata come:

$$\sigma(\epsilon) = \begin{cases} E\epsilon & \epsilon \leq \frac{f_{py,0}}{E} \\ f_{py,0} + \frac{f_{pu,0} - f_{py,0}}{\epsilon_{pu,0} - f_{py,0}/E} (\epsilon - f_{py,0}/E) & f_{py,0}/E < \epsilon < \epsilon_{pu,0} \end{cases} \quad (1.41)$$

da cui sono facilmente ricavabili i valori di  $F_{pu,\eta-inn}$  e  $F_{py,\eta-inn}$ , mentre i valori di carico e l'allungamento dei fili esterni possono essere trovati mediante la suddivisione in segmenti della dimensione longitudinale del filo:

$$f^i = \sigma^i A_{min}^i$$

$$F_{pu,\eta-out} = \min(f^1, f^2, \dots, f^i) \quad (1.42)$$

$$\Delta = \frac{\sum_{i=1}^n \epsilon^i l^i}{\sum_{i=1}^n l^i} \quad (1.43)$$

dove  $f^i$ ,  $\sigma^i$  e  $A_{min}^i$  sono la forza, la tensione e l'area minima dell' $i$ -esimo segmento, rispettivamente;  $F_{pu,\eta-out}$  e  $F_{py,\eta-out}$  sono il carico ultimo e il carico a snervamento del filo corrosivo, rispettivamente;  $\Delta$  è l'allungamento del singolo filo. Adottando almeno 500 suddivisioni nella lunghezza longitudinale del provino, il valore del carico di snervamento comincia a stabilizzarsi. Risultati simili sono stati trovati anche per la tensione ultima.

Si è ritenuto interessante includere questo modello al fine di considerare anche le caratteristiche stocastiche delle variabili.

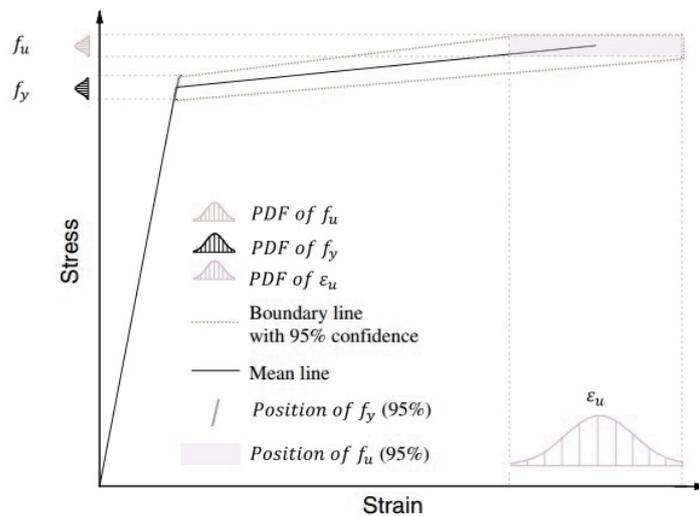


Figura 1.9: Schematizzazione del legame costitutivo probabilistico per trefoli corrosivi, da Wu et al., [16].

### 1.8.5 Legami costitutivi proposti da Franceschini et al., [10] [26]

**CPS - model** Nella trattazione di Franceschini et al., [10], viene proposto un modello di comportamento del materiale sotto corrosione da cloruri, che dipende da il *pit type* e la massima profondità di pit di ogni filo esterno.

Il modello è validato mediante il confronto con dati sperimentali di prove a trazione mono-assiale per campioni naturalmente corrosi, estratti da travi a scala reale. Franceschini et al., [10] raccolse un totale di ventiquattro campioni estratti da travi pretese, naturalmente corrose per dieci anni, provenienti da una torre di raffreddamento di una centrale elettrica, dove erano esposte a cicli di asciutto-bagnato per l'uso di acqua marina di raffreddamento.

Tabella 1.8: Dati dei campioni di prova, da Franceschini et al., [10].

n. campioni	L[mm]	$\phi$ [mm]	$\phi_{ext}$ [mm]	$\phi_{int}$ [mm]	$f_{pu,0}$ [MPa]	$\epsilon_{pu,0}$ [%]	Metodo di corrosione	$\eta_{M_{max}}$ [%]
24	450-700	12.7	4.26	4.38	1910	5.8	Naturale	69.20

Le caratteristiche geometriche e meccaniche dei campioni, vengono riportate nella Tabella 1.8. Dal momento che i campioni provengono da travi differenti, presentano diversi gradi di corrosione. Inoltre, sono stati raccolti quattro campioni con grado di corrosione trascurabile per ottenere delle misure di riferimento. Questi sono stati estratti dalla mezzeria delle travi in quanto non notevolmente attaccata dalla corrosione, mentre le estremità della trave, non adeguatamente coperte, presentavano un elevato numero di fessurazioni dovute ai prodotti di corrosione. Per ogni provino viene misurata la massima profondità di pit attraverso *ATOS Compact structured light 3D scanner* e calcolata la perdita di area massima attraverso le formule proposte da Jeon et al., [21] in funzione del *pit type*, Equazioni (1.18)–(1.20). Una volta calcolata la perdita di sezione di ogni singolo filo, la perdita di sezione del trefolo viene rappresentata dalla somma delle perdite di area. Gli autori si propongono di presentare una nuova correlazione tra la massima profondità di pit e la perdita di sezione trasversale, costruendo un database che include le prove sperimentali di Wang et al., [24]:

$$P_{max} = 3.9262\eta_A^{0.5852} \quad (1.44)$$

È necessario notare che le due campagne sperimentali presentano una differenza sia nel processo di corrosione dei campioni che nella misurazione della profondità di pit in quanto Wang et al., [24], utilizza una procedura manuale che può portare a una maggior incertezza dei risultati. Seppur con alcune differenze l'ampliamento dei dati sperimentali porta ad un aumento del coefficiente di determinazione tra questi e la relazione proposta.

Il test a trazione mono-assiale è stato condotto ancorando le estremità di ogni trefolo con della resina epossidica colata in tubi di acciaio, per evitare il danneggiamento di queste parti durante

la fase di carico. I provini sono stati poi portati a rottura attraverso una procedura a controllo di spostamento. Il campo di deformazione è stato stimato attraverso la tecnica di *Digital Image Correlation (DIC)*, andando a posizionare dei marcatori sulla lunghezza dei filo e, attraverso lo scatto di foto ad alta risoluzione, è stato stimato il loro spostamento. I risultati dei quattro provini non corrosi sono stati approssimati con una schematizzazione tri-lineare, per meglio rappresentare la fase di transizione tra il comportamento elastico e plastico. Il comportamento del materiale viene suddiviso in tre fasi distinte:

- i. fase elastica  $E_{p,0}$  da (0;0) a  $(\epsilon_{pp,0}; f_{pp,0})$
- ii. fase di snervamento  $E'_{p,0}$  da  $(\epsilon_{pp,0}; f_{pp,0})$  a  $(\epsilon_{py,0}; f_{py,0})$
- iii. fase incrudente  $E''_{p,0}$  da  $(\epsilon_{py,0}; f_{py,0})$  a  $(\epsilon_{pu,0}; f_{pu,0})$

dove i moduli elastici rappresentano la pendenza di ogni tratto di curva. I moduli elastici del tratto di snervamento ed incrudente possono essere calcolati nel modo seguente:

$$E'_{p,0} = \frac{f_{py,0} - f_{pp,0}}{\epsilon_{py,0} - \epsilon_{pp,0}} \quad (1.45)$$

$$E''_{p,0} = \frac{f_{pu,0} - f_{py,0}}{\epsilon_{pu,0} - \epsilon_{py,0}} \quad (1.46)$$

Per quanto riguarda i provini che hanno subito un processo di corrosione, il legame costitutivo precedente si modifica: mentre il modulo elastico non dipende dal grado di corrosione, come dimostrato in precedenza da Zhang et al., [27], la capacità ultima è notevolmente dipendente dal livello di danno.

Le principali ipotesi su cui si basa il modello costitutivo sono le seguenti:

- i. la risposta del trefolo è data dalla somma di contributi dei singoli fili che lavorano come molle in parallelo. Il contributo del singolo filo è stimato in corrispondenza della sezione caratterizzata dalla massima profondità di pit,  $P_{max}$ . Il comportamento del trefolo è ottenuto adottando la rigidità equivalente del materiale data da:

$$\sigma(\epsilon) = \frac{\sum_{i=1}^7 (\sigma_{w,i}(\epsilon) A_{p0,i})}{\sum_{i=1}^7 A_{p0,i}} \quad (1.47)$$

dove  $\sigma_{w,i}$  e  $A_{p0,i}$  sono la tensione e l'area della sezione trasversale dell'i-esimo filo;

- ii. la resistenza ultima di ciascun filo viene calcolata moltiplicando la tensione ultima per la sezione iniziale non corrosa;
- iii. la classificazione tipologica dei pit viene ripresa dal modello proposto da Jeon et al., [21];

- iv. il filo centrale è assunto come non corrosivo;
- v. la tensione ultima del trefolo coincide con quella del filo maggiormente corrosivo;
- vi. la curva sforzo-deformazione di ciascun filo non corrosivo viene schematizzata con una relazione tri-lineare;
- vii. per perdite di sezione maggiori del valore critico  $\eta_A > \eta_{cr}$ , non viene considerata la fase incrudente; la fase di snervamento dipende dalla tensione ultima: se  $f_{pu,\eta}$  è maggiore della tensione alla fine del tratto elastico  $f_{pp,0}$ , la fase di snervamento si sviluppa e il comportamento diventa bilineare; altrimenti si riduce ad un comportamento elastico lineare;
- viii. i moduli elastici sono assunti costanti al crescere del livello di corrosione. A partire da una tensione ultima  $f_{pu,\eta}$  prevista per un dato livello di corrosione ed un valore di *pit type*, viene stimata la deformazione ultima  $\epsilon_{pu,\eta}$ :

$$\frac{f_{pu,\eta}}{f_{pu,0}} = e^{-1.588\eta_A} \quad \text{pit type 1} \quad (1.48)$$

$$\frac{f_{pu,\eta}}{f_{pu,0}} = e^{-1.377\eta_A} \quad \text{pit type 2} \quad (1.49)$$

$$\frac{f_{pu,\eta}}{f_{pu,0}} = e^{-1.035\eta_A} \quad \text{pit type 3.} \quad (1.50)$$

La tensione al termine del campo elastico e la tensione di snervamento possono essere ricavate in funzione della tensione ultima per un trefolo non corrosivo:

$$f_{pp,0} = 0.7f_{pu,0} \quad (1.51)$$

$$f_{py,0} = 0.882f_{pu,0}. \quad (1.52)$$

Il modello costitutivo proposto può essere riassunto nella seguente formulazione:

$$\sigma_{w,\eta} = \begin{cases} \eta_A \leq \eta_{cr} \left\{ \begin{array}{l} \epsilon E_{p,0} \quad \epsilon \leq \epsilon_{pp,0} \\ \epsilon_{pp,0} E_{p,0} + E'_{p,0}(\epsilon - \epsilon_{pp,0}) \quad \epsilon_{pp,0} < \epsilon \leq \epsilon_{py} \\ \epsilon_{pp,0} E_{p,0} + E'_{p,0}(\epsilon - \epsilon_{pp,0}) + E''_{p,0}(\epsilon - \epsilon_{py}) \quad \epsilon_{py} < \epsilon \leq \epsilon_{pu,\eta} \\ 0 \quad \epsilon > \epsilon_{pu,\eta} \end{array} \right. \\ \eta_A > \eta_{cr} \left\{ \begin{array}{l} f_{pp,0} < f_{pu,\eta} \leq f_{py,0} \left\{ \begin{array}{l} \epsilon E_{p,0} \quad \epsilon \leq \epsilon_{pp,0} \\ \epsilon_{pp,0} E_{p,0} + E'_{p,0}(\epsilon - \epsilon_{pp,0}) \quad \epsilon_{pp,0} < \epsilon \leq \epsilon_{pu,\eta} \\ 0 \quad \epsilon > \epsilon_{pu,\eta} \end{array} \right. \\ f_{pu,\eta} < f_{pp,0} \left\{ \begin{array}{l} \epsilon E_{p,0} \quad \epsilon \leq \epsilon_{pu,\eta} \\ 0 \quad \epsilon > \epsilon_{pu,\eta} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases} \quad (1.53)$$

In base alla tensione a rottura, il comportamento tensionale del trefolo corroso è stato suddiviso in due gruppi:

- i. comportamento plastico (ELA/PLA) caratterizzato da una fase elastica (i), una fase di snervamento (ii) ed una fase incrudente (iii);
- ii. comportamento fragile (ELA) caratterizzato da una fase elastica (i) ed una fase di snervamento (ii), oppure solamente dalla fase elastica.

Dall'interpolazione dei dati sperimentali presentata da Franceschini et al., [10], per un certo valore di perdita di sezione, si può notare come il decadimento del valore di deformazione ultima è risulta superiore al decadimento di tensione ultima: per un valore di perdita di massa del 15% si ha il 30% di perdita di tensione ultima e il 80% di deformazione.

Viene individuato un valore limite di perdita di sezione  $\eta_{cr}$  per il quale si ha il passaggio tra il comportamento plastico a quello elastico, in funzione del *pit type*: 8.1%, 10% e 5.4% per i *pit type* 1, 2 e 3, rispettivamente. Le maggiori differenze rispetto alla modellazione di Jeon et al., [21] risiedono nell'interpolazione dei dati relativi ai parametri di tensione e deformazione ultima con funzioni esponenziali, invece che lineari.

**SCPS - model** Con riferimento al modello costitutivo proposto nel paragrafo precedente, il SCPS-model (*Simplified Model for Corroded Prestressing Strands*), dipende solamente dalla massima profondità di pit del filo maggiormente corroso, in seguito  $P_{max}$ , che può essere facilmente misurata da ispezioni *in situ*. Inoltre, è indipendente dalla morfologia del pit al fine di risultare di più semplice applicabilità nella pratica ingegneristica.

Per un trefolo a sette fili corroso, a partire dalla misura della massima penetrazione di pit, viene attribuita una profondità di pit media,  $P_{ave}$  ai rimanenti cinque fili esterni, mentre quello centrale viene ipotizzato come non danneggiato. Un'ulteriore differenza dal modello precedente si nota riguardo l'area di riferimento: nel modello semplificato, la resistenza ultima viene calcolata moltiplicando la tensione ultima, ridotta per il fattore di corrosione, per l'area residua e non l'area del filo iniziale, come invece avviene nei modelli proposti precedentemente.

La profondità di pit media è correlata alla profondità di pit massima, attraverso la definizione del fattore di pitting trasversale  $\Omega$ :

$$\Omega_i = \frac{P_{max} P_{ave}/r_{out}}{2r_{out} P_{max}/r_{out}} = 0.189 \left( \frac{P_{max}}{r_{out}} \right)^2 + 0.125 \left( \frac{P_{max}}{r_{out}} \right) \quad (1.54)$$

Moltiplicando quest'ultimo per il diametro del filo esterno si ottiene il valore di pit medio da attribuire ai fili rimanenti:

$$\begin{aligned} P_{ave} &= 2r_{out}\Omega_i = 2r_{out} \left( 0.189 \left( \frac{P_{max}}{r_{out}} \right)^2 + 0.125 \left( \frac{P_{max}}{r_{out}} \right) \right) = \\ &= r_{out} \left( 0.387 \left( \frac{P_{max}}{r_{out}} \right)^2 + 0.25 \left( \frac{P_{max}}{r_{out}} \right) \right) \end{aligned} \quad (1.55)$$

dove  $\Omega_i$  è il fattore di pitting trasversale del singolo filo;  $P_{max}$  e  $P_{ave}$  sono la profondità di pit massima e media, rispettivamente e  $r_{out}$  è il raggio del filo esterno corrispondente. Il valore della deformazione ultima di un filo corroso viene espresso in funzione della profondità di pit massima, adimensionalizzata, secondo le relazioni che seguono:

$$\epsilon_{pu,\eta} = \left[ \left( 1 - 3.03 \frac{P_{max}}{r_{out}} \right) (\epsilon_{pu,0} - \epsilon_{py,0}) \right] + \epsilon_{py,0} \quad 0.00 < \frac{P_{max}}{r_{out}} < 0.33 \quad (1.56)$$

$$\epsilon_{pu,\eta} = \left[ 1 - 0.599 \left( \frac{P_{max}}{r_{out}} - 0.33 \right) \right] \epsilon_{py,0} \quad 0.33 \leq \frac{P_{max}}{r_{out}} \leq 2.00 \quad (1.57)$$

Sulla base delle ipotesi precedentemente esposte, il legame costitutivo semplificato assume la seguente forma:

$$f_{w,\eta} = \begin{cases} \epsilon_{pu,\eta} > \epsilon_{py,0} & \begin{cases} \epsilon E_{p,0} & \epsilon \leq \epsilon_{pp,0} \\ \epsilon_{pp,0} E_{p,0} + E'_{p,0}(\epsilon - \epsilon_{pp,0}) & \epsilon_{pp,0} < \epsilon \leq \epsilon_{py,0} \\ \epsilon_{pp,0} E_{p,0} + E'_{p,0}(\epsilon_{py,\eta} - \epsilon_{pp,0}) + E''_{p,0}(\epsilon - \epsilon_{py,0}) & \epsilon_{py,0} < \epsilon \leq \epsilon_{pu,\eta} \\ 0 & \epsilon > \epsilon_{pu,\eta} \end{cases} \\ \epsilon_{pu,\eta} \leq \epsilon_{py,0} & \begin{cases} 0.33 < \frac{P_{max}}{r_{out}} < 0.86 & \begin{cases} \epsilon E_{p,0} & \epsilon \leq \epsilon_{pp,0} \\ \epsilon_{pp,0} E_{p,0} + E'_{p,0}(\epsilon - \epsilon_{pp,0}) & \epsilon_{pp,0} < \epsilon \leq \epsilon_{pu,\eta} \\ 0 & \epsilon > \epsilon_{pu,\eta} \end{cases} \\ 0.86 < \frac{P_{max}}{r_{out}} < 2.00 & \begin{cases} \epsilon E_{p,0} & \epsilon \leq \epsilon_{pu,\eta} \\ 0 & \epsilon > \epsilon_{pu,\eta} \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (1.58)$$

Per gradi di corrosione bassi, fino ad un rapporto  $P_{max}/r_{out} < 0.33$ , il comportamento è di tipo tri-lineare con una fase incrudente, concluso con una rottura duttile del materiale; per gradi di corrosione maggiori, la fase incrudente non si sviluppa, portando il materiale ad una rottura fragile. Adottando la schematizzazione di un trefolo come una serie di sette molle disposte in parallelo, la risposta meccanica totale può essere predetta dall'equazione:

$$f_{s,\eta} = \frac{f_{w_{max},\eta}(\epsilon P_{max}) A_{w_{out},\eta}(P_{max}) + 5 f_{w_{ave},\eta}(\epsilon P_{ave}) A_{w_{ave},\eta}(P_{ave}) + f_{w_{in},\eta}(\epsilon P_{in}) A_{w_{in},\eta}(P_{in})}{\sum_{i=1}^6 (A_{w_{out},0_i}) + A_{w_{in},0}} \quad (1.59)$$

Considerando i cinque fili esterni come caratterizzati dalla stessa rigidità, arrivano a rottura per il medesimo valore di forza, a parità di area. L'ultimo a rompere sarà quello centrale, in quanto, per ipotesi, non corroso. In particolare è possibile ricavare i valori della tensione a rottura del filo maggiormente corroso e dei rimanenti cinque fili esterni, rispettivamente, dalle espressioni che seguono:

$$f_{w_{max}}(\epsilon, P_{max}) = \begin{cases} f_{py,0} + E''_{p,0}(\epsilon_{pu,\eta} - \epsilon_{py,0}) & 0.00 \leq \frac{P_{max}}{r_{out}} \leq 0.33 & \epsilon_{py,0} < \epsilon_{pu,\eta} \leq \epsilon_{pu,0} \\ f_{pp,0} + E'_{p,0}(\epsilon_{pu,\eta} - \epsilon_{pp,0}) & 0.33 \leq \frac{P_{max}}{r_{out}} \leq 0.86 & \epsilon_{pp,0} < \epsilon_{pu,\eta} \leq \epsilon_{py,0} \\ E_{p,0} \epsilon_{pu,\eta} & 0.86 \leq \frac{P_{max}}{r_{out}} \leq 2.00 & \epsilon_{pu,\eta} < \epsilon_{pp,0} \end{cases} \quad (1.60)$$

$$f_{w_{ave}}(\epsilon, P_{ave}) = \begin{cases} f_{py,0} + E''_{p,0}(\epsilon_{pu,\eta} - \epsilon_{py,0}) & 0.00 < \frac{P_{ave}}{r_{out}} \leq 0.33 & \epsilon_{py,0} < \epsilon_{pu,\eta} \leq \epsilon_{pu,0} \\ f_{pp,0} + E'_{p,0}(\epsilon_{pu,\eta} - \epsilon_{pp,0}) & 0.33 \leq \frac{P_{ave}}{r_{out}} \leq 0.86 & \epsilon_{pp,0} < \epsilon_{pu,\eta} \leq \epsilon_{py,0} \\ E_{p,0}\epsilon_{pu,\eta} & 0.86 \leq \frac{P_{ave}}{r_{out}} \leq 2.00 & \epsilon_{pu,\eta} < \epsilon_{pp,0} \end{cases} \quad (1.61)$$

Franceschini et al. [26] propongono una stima della riduzione dell'area trasversale della sezione, in base al rapporto  $P_{max}/r_{out}$ :

$$A_{w_{max},\eta}(P_{max}) = \left[ \left( 1 - 0.303 \frac{P_{max}}{r_{out}} \right) A_{w,0} \right] \quad 0.00 < \frac{P_{ave}}{r_{out}} \leq 0.33 \quad (1.62)$$

$$A_{w_{max},\eta}(P_{max}) = \left[ 0.9 - 0.539 \left( \frac{P_{max}}{r_{out}} - 0.33 \right) \right] A_{w,0} \quad 0.33 < \frac{P_{ave}}{r_{out}} \leq 2.00 \quad (1.63)$$

Andando a sostituire le ultime due relazioni nelle Equazioni 1.60 e 1.61, è possibile definire due coefficienti  $a_\eta$  e  $a'_\eta$  che stimano il valore della sezione trasversale, per una profondità di pit massima e media, rispettivamente. Dal momento che la profondità dei pit del filo interno può essere considerata come 0 e di conseguenza  $A_{w_{in},\eta} = A_{w_{in},0}$ , la tensione di un trefolo corroso rappresentata dall'Equazione 1.59, può essere riscritta come:

$$f_{s,\eta} = f_{w_{max},\eta}(\epsilon, P_{max})a_\eta + 5f_{w_{ave},\eta}(\epsilon, P_{ave})a'_\eta \quad (1.64)$$

Come conclusione è possibile calcolare agevolmente la resistenza ultima del trefolo:

i. in corrispondenza della rottura del primo filo

$$T_{pu,\eta,1} = f_{w_{max},\eta}(\epsilon, P_{max})a_\eta A_{s,0} \quad (1.65)$$

ii. in corrispondenza della rottura contemporanea dei cinque fili esterni

$$T_{pu,\eta,2} = f_{w_{ave},\eta}(\epsilon, P_{ave})a'_\eta A_{s,0} \quad (1.66)$$

## 1.9 Confronto tra i legami costitutivi

Nella sezione seguente si propone un confronto più approfondito tra quattro dei legami costitutivi precedentemente descritti, selezionati sulla base di alcune caratteristiche:

- i. Lu et al., [22] viene già utilizzato in letteratura per modellazioni numeriche agli elementi finiti, in particolare da Belletti et al., [28];
- ii. si è ritenuto rilevante confrontare i legami di Jeon et al., [21] e di Franceschini et al., [10], CPS-model in quanto condividono il calcolo della perdita di sezione a partire dal pit massimo e il *pit type*, ma utilizzano leggi di degrado differenti;
- iii. il legame SCPS-model di Franceschini et al., [26], risulta essere l'ultimo costruito in termini temporali (2023) e presenta un'impostazione differente rispetto agli altri. Come parametri di input richiede solamente il valore di pit massimo del trefolo, assegnando un pit medio ai cinque trefoli esterni. Questa particolarità presenta notevoli vantaggi da un punto di vista ingegneristico.

Tabella 1.9: Selezione dei campioni sperimentali pubblicati da Franceschini et al., [10] e Franceschini [1].

	L [mm]	$P_{1,max}$ [mm]	$P_{2,max}$ [mm]	$P_{3,max}$ [mm]	$P_{4,max}$ [mm]	$P_{5,max}$ [mm]	$P_{6,max}$ [mm]
PB9-R(428-473)	450	0	0	0	0	0	0
PB9-L(426-496)	700	0	0	0.414 (1)	0.424 (1)	0	0.377 (1)
PB10-L(138-208)	700	0	0.317 (3)	0.59 (3)	0.405 (3)	0	0
PB12-R(100-170)	700	0.894 (3)	1.04 (3)	0.766 (1)	0.866 (1)	0.782 (1)	0.677 (1)
PB13-L(1-46)	450	0.79 (3)	0.72 (3)	0.88 (1)	1.46 (1)	1.16 (1)	0.97 (3)
PB13-L(108-178)	700	1.59 (3)	1.28 (1)	1.76 (3)	1.32 (3)	1.28 (1)	1.64 (1)
PB14-L(10-55)	450	2.23 (3)	1.1 (3)	1.3 (1)	2.237 (1)	0.837 (2)	1.106 (2)
PB9-R(15-60)	450	1.574 (3)	1.62 (2)	1.43 (3)	2.784 (3)	1.393 (3)	1.202 (3)

Nella Figura 1.10 vengono rappresentate le relazioni tensione-deformazione, in funzione di un grado di corrosione crescente. A tal fine sono state utilizzate le caratteristiche di alcuni trefoli estratti da segmenti di travi naturalmente corrose e pubblicate da Franceschini et al. [10] e Franceschini [1]. La selezione dei gradi di corrosione è stata dettata dalla disponibilità di dati riguardanti la profondità massima di pit per ogni filo e la tipologia di pit, in accordo con le definizioni proposte da Jeon et al. [21].

Per un grado di corrosione nullo si può notare la differenza tra la relazione bilineare proposta da Lu et al. [22] e Jeon et al. [21] e quella trilineare proposta da Franceschini et al. [10] [26]; all'aumentare del grado di corrosione, relativo al valore di pit massimo, diminuisce il valore di

tensione massima raggiunta e la relativa deformazione ultima. L'andamento scalettato che si può notare in ciascun grafico è possibile associarlo alla perdita di tensione dovuta alla rottura del filo maggiormente corroso ed alla conseguente redistribuzione delle forze sull'area rimanente. Contrariamente a quanto espresso dai singoli autori si è fatto continuare il comportamento tensionale del trefolo, oltre la rottura del primo filo andando a pesare la redistribuzione delle forze per i valori delle aree dei singoli fili. Nei legami di Jeon et al. [21] e il CPS - model di Franceschini et al., [10], è possibile distinguere la rottura di ogni singolo filo in funzione del valore di pit massimo della lunghezza considerata. Invece, per il modello semplificato proposto da Franceschini et al., [26], si notano solamente due perdite di tensione dovute alla rottura del filo maggiormente corroso, a cui è associato il valore di pit massimo di una certa sezione e la rottura contemporanea dei rimanenti cinque fili esterni, a cui è associato un valore di pit medio. Il filo interno viene considerato come non corroso in tutte e quattro le relazioni. A differenza dei precedenti il legame di Lu et al., [22], non introduce un modello a molle disposte in parallelo, ma considera il trefolo come una barra d'acciaio di un diametro equivalente. La perdita di area, quindi, viene calcolata come la somma delle perdite di area dei singoli fili, divisa per l'area circolare di una barra equivalente. In questo modo, il legame non riesce a cogliere la prima rottura del filo maggiormente corroso, ma considera la rottura contestuale di tutti i fili, compreso quello centrale.

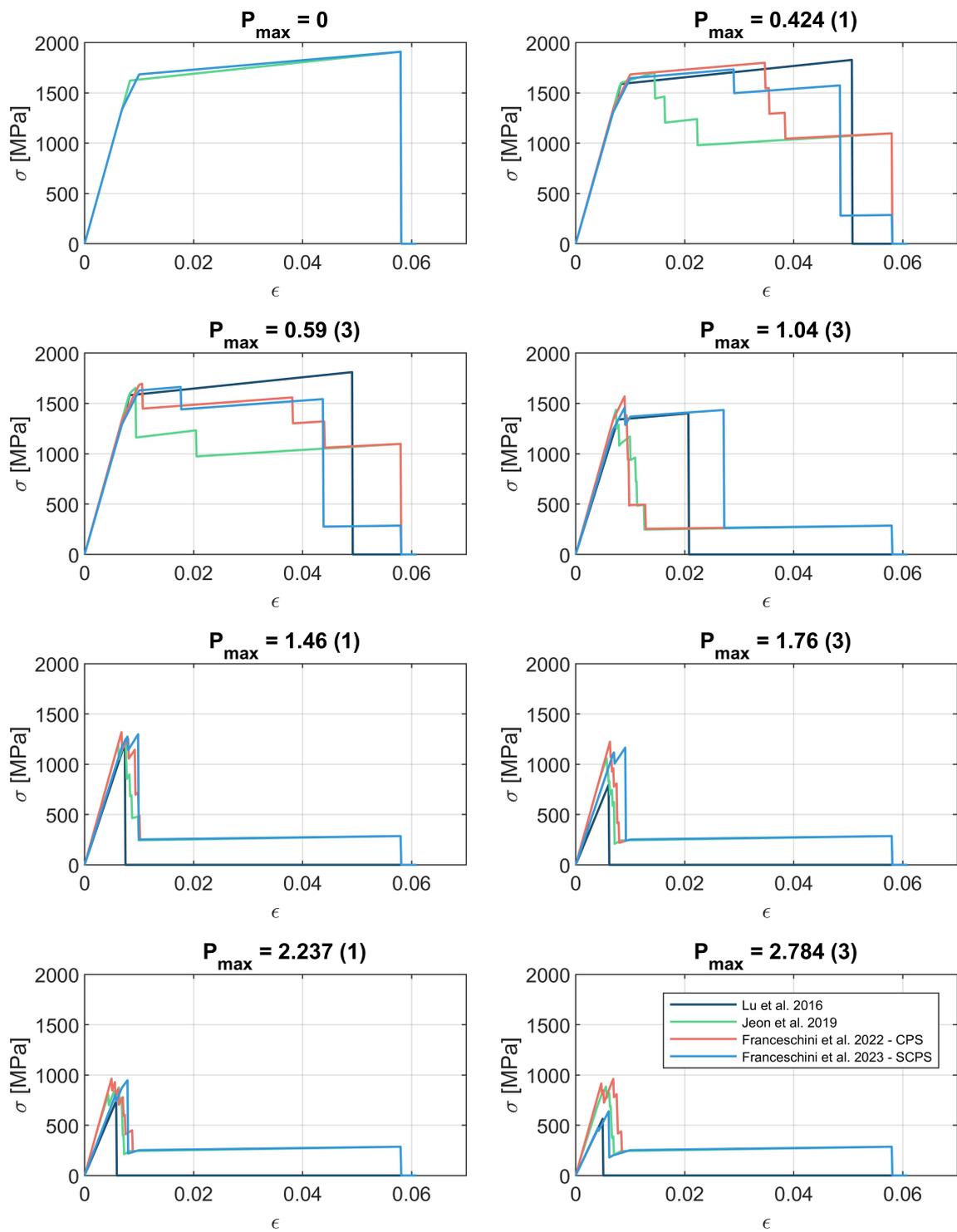


Figura 1.10: Confronto tra legami costitutivi per diversi valori di pit massimo.

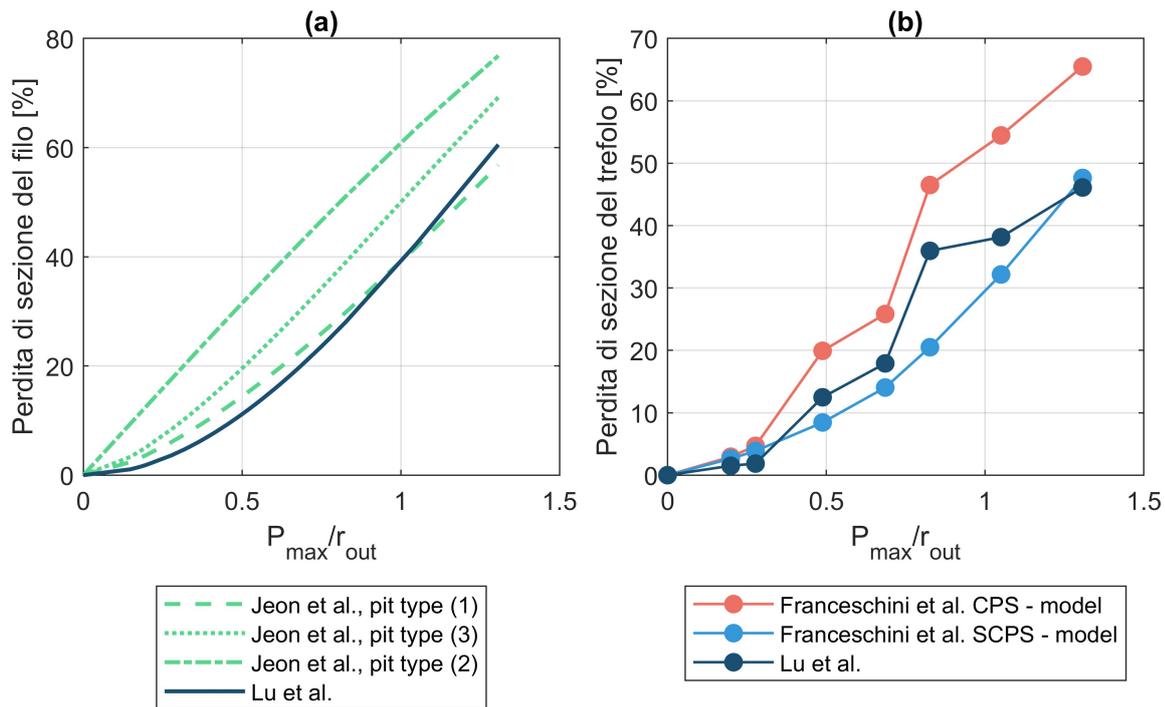


Figura 1.11: (a) Perdita di sezione trasversale del singolo filo in funzione del pit massimo e della tipologia di pit; (b) Perdita di sezione trasversale del trefolo in funzione del pit massimo.

Al fine di approfondire le caratteristiche di ogni legame, nella Figura 1.11 (a) viene rappresentato il calcolo della perdita di sezione percentuale a partire dalla profondità di pit, per le diverse tipologie di pit. Si nota una perdita di sezione massima per la tipologia 3, introdotta da Jeon et al. [21], ovvero quella tipologia per cui la corrosione genera un taglio orizzontale del filo, in accordo con la Figura 1.6 (c). Inoltre, si nota un'analogia tra i valori stimati con le formule proposte da Lu et al. e la tipologia 1: entrambe le formulazioni propongono il calcolo di un'area residua di tipo convesso. In conclusione, i legami di Jeon et al. e CPS - model di Franceschini et al., propongono che il calcolo dell'area residua sia particolarmente sensibile alla tipologia di pit assegnata.

Nella Figura 1.11 (b) viene mostrata la variazione della perdita di sezione dell'intero trefolo per i campioni selezionati, in accordo con le diverse metodologie presenti nei legami costitutivi. L'informazione sulle tipologie di ciascun pit massimo porta ad una stima della perdita di area trasversale maggiore rispetto agli altri legami confrontati. L'aumento della precisione, però, per le ragioni precedentemente esposte, non è sempre possibile: con la formulazione del SCPS - model viene comunque approssimato l'andamento della perdita di sezione, nonostante l'unica dipendenza dalla profondità di pit massimo.

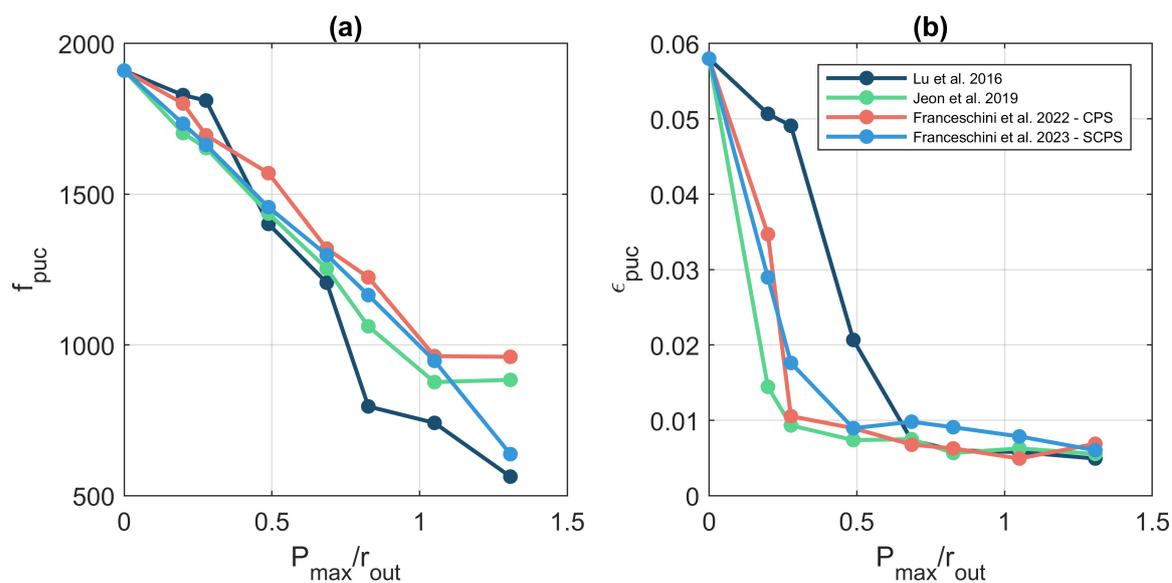


Figura 1.12: (a) Confronto delle tensioni massime di diversi legami costitutivi in funzione del valore di pit massimo; (b) Confronto delle deformazioni massime di diversi legami costitutivi in funzione del valore di pit massimo

Nella Figura 1.12 (a), viene mostrata la perdita di tensione ultima del trefolo, in funzione della profondità e tipologia di pit di ciascun filo. La tensione ultima viene calcolata come la massima forza agente sul trefolo, rapportata all'area non corrosa come nel simulare una prova per controllo di spostamento, ossia applicando spostamenti (deformazioni) crescenti. Allo stesso modo nella Figura 1.12 (b) viene rappresentato il valore di deformazione corrispondente alla tensione massima, per ogni valore di pit massimo considerato. Da questa rappresentazione si nota l'andamento prevalentemente bilineare di decremento di deformazione ultima, all'aumentare del grado di corrosione, in accordo con le leggi di degrado proposte dagli autori. L'unica eccezione viene fatta dal SCPS - model che rappresenta un lieve aumento di deformazione per un valore di pit massimo pari a 1.46 mm in quanto la resistenza sviluppata dai fili, a cui viene assegnato un valore di pit medio, porta ad un notevole aumento di deformazione, prima della perdita di tensione finale, apprezzabile nella Figura 1.10. Questo potrebbe portare ad una sovrastima dei valori di resistenza di un trefolo, rispetto ad altre relazioni costitutive, a parità di livello di corrosione.

Dopo aver analizzato i singoli legami, individuato i parametri che ne descrivono il degrado da corrosione ed aver confrontato le modellazioni meccaniche sviluppate con dati reali, relativi a trefoli naturalmente corrosi, si conclude che:

- (i) il legame costitutivo di Franceschini et al., [26], SCPS - model risulta essere di efficace applicabilità per la semplicità dei dati di input. Una problematica che viene riscontrata riguarda elevati incrementi di tensione e deformazione dopo la rottura del filo maggior-

mente corrosivo, che possono portare ad una sovrastima della capacità del trefolo. In questo caso non sempre la capacità massima del trefolo coincide con la tensione ultima raggiunta dal filo maggiormente corrosivo;

- (ii) il legame costitutivo di Franceschini et al., [10], CPS - model ed il legame proposto da Jeon et al., [21], presentano il medesimo modello a molle in parallelo e condividono il calcolo della perdita di area, a partire dal valore e dalla tipologia di pit massimo. A parità di perdita di sezione presentano differenti relazioni di decadimento: il primo legame risulta essere meno conservativo in termini di tensione e deformazione ultime;
- (iii) il legame costitutivo proposto da Lu et al., [22], non prevede un comportamento a molle come negli altri casi, pertanto al fine di calcolare la perdita di area è necessario fornire la profondità di pit massimo di ogni filo, il che non rappresenta un notevole vantaggio per la pratica ingegneristica.

La legge lineare di decadimento della tensione ultima, risulta meno conservativa per bassi valori di pit massimo, mentre per valori elevati diventa più conservativa, rispetto agli altri legami considerati. Infine, uno svantaggio rispetto ai gli altri legami proposti risulta essere il fatto di non considerare la rottura del filo maggiormente corrosivo e la conseguente redistribuzione delle forze a favore della rottura contestuale del trefolo.

Nella Tabella 1.10 vengono confrontate le impostazioni sperimentali e le tipologie di regressioni numeriche che hanno portato gli autori alla formulazione dei diversi legami.

Tabella 1.10: Tabella di confronto di quattro legami costitutivi proposti in letteratura

	Lu et al.[22]	Jeon et al. [21]	CPS - model [10]	SCPS - model [26]
<b>n° campioni</b>	2 non corrosi   12 corrosi	3 non corrosi   13 corrosi	4 non corrosi   19 corrosi	4 non corrosi   19 corrosi
$\phi_{eq}$	15.2	15.2	12.9	12.9
$\phi_{out}$	5.25	5.25	4.26	4.26
<b>Tipo di corrosione</b>	Artificiale: corrente impressa	Naturale: da cloruri	Naturale: da cloruri	Naturale: da cloruri
<b>Caratteristiche di corrosione</b>	100 $\mu A/cm^2$	-	-	-
<b>Parametro di misura del grado di corrosione</b>	Perdita di sezione (filo)	Perdita di sezione (filo)	Perdita di sezione (filo)	Profondità di pit massima
<b>Calcolo di <math>\eta_A</math> in funzione della tipologia di pit</b>	NO	SI	SI	NO
<b>Metodo di rilievo di <math>\eta_A</math> o <math>P_{max}</math></b>	Manuale con calibro a punta	Manuale con calibro a punta	3D scanner	3D scanner
<b>Perdita di sezione massima</b>	20.40% (trefolo)	20.28% (filo)	69.20% (filo)	69.20% (filo)
<b>Tipo di relazione <math>\sigma - \epsilon</math></b>	Bilineare	Bilineare	Trilineare	Trilineare
<b>Tipo di regressione <math>\sigma_{pu,\eta}</math></b>	Lineare	Lineare	Esponenziale	Lineare ad intervalli
<b>Tipo di regressione <math>\epsilon_{pu,\eta}</math></b>	Esponenziale	Quadratica fino al valore critico, poi esponenziale	Esponenziale	Lineare ad intervalli
<b>Valore del parametro critico</b>	8%	da 3.6% a 8.1%	(1) 8.1% (2) 10.7% (3) 5.4%	$P_{max}/r_{out} = 0.33$
<b>Variazione del modulo elastico</b>	SI	NO	NO	NO
<b>Area di riferimento</b>	Area non corrosa	Area non corrosa	Area non corrosa	Area non corrosa



## Capitolo 2

# Modello per analisi non lineari agli elementi finiti di travi in calcestruzzo armato precompresso

Al fine di prevedere il comportamento di una trave reale in calcestruzzo armato precompresso, viene proposto un modello strutturale la cui formulazione comprende le non linearità meccaniche dei materiali, associate alle leggi costitutive degli stessi e le non linearità geometriche, dovute agli effetti del secondo ordine. Il modello seguente considera solamente carichi monotoni e segue l'approccio proposto da Bontempi et al., [29], Biondini et al., [30], Anghileri et al., [31] e Quagliaroli et al., [32].

### 2.1 Elemento trave in calcestruzzo armato

Il campo di deformazione della sezione viene ricavato sulla base delle ipotesi di Bernulli-Navier: le deformazioni presentano un andamento lineare nell'altezza della sezione, mantenendosi piane anche nella configurazione deformata della trave. Inoltre, vengono trascurate le tensioni e deformazioni da taglio: le uniche componenti di tensione e deformazione rimangono l'allungamento longitudinale  $\epsilon_x$  e la corrispondente tensione normale  $\sigma_x$ .

Basandosi su queste ipotesi, il vettore degli spostamenti dell'elemento trave è dato da:

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u(x) & v(x) \end{bmatrix}^T \quad (2.1)$$

Il vettore della deformazione generalizzata risulta:

$$\underline{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_0(x) & \chi(x) \end{bmatrix}^T \quad (2.2)$$

dove

$$\epsilon_0 = \frac{\delta u}{\delta x}, \quad \chi = \frac{\delta^2 v}{\delta x^2}. \quad (2.3)$$

In accordo con il campo di deformazione, il vettore degli spostamenti nodali di ogni elemento viene definito come:

$$\underline{q} = \left[ u_i \quad v_i \quad \phi_i \quad u_j \quad v_j \quad \phi_j \right]^T \quad (2.4)$$

Considerato l'elemento come una trave elastica lineare, avente sezione e rigidezza costanti lungo tutta la lunghezza, il campo degli spostamenti nel piano bidimensionale, viene definito secondo le funzioni forma di Hermite. Assunta la posizione di una sezione generica a distanza  $x$  dall'origine del sistema di riferimento all'estremità sinistra della trave e considerata  $L$  la lunghezza dell'elemento, si definisce  $\xi = x/L$ . Le equazioni che determinano gli spostamenti nodali sono definite come:

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= 1 - \xi, \\ N_2(\xi) &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, \\ N_3(\xi) &= (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)L, \\ N_4(\xi) &= \xi, \\ N_5(\xi) &= 3\xi^2 - 2\xi^3, \\ N_6(\xi) &= (-\xi^2 + \xi^3)L. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Le funzioni  $N_1$  e  $N_4$  si riferiscono agli spostamenti assiali, mentre le rimanenti a quelli flessionali. La matrice che definisce gli spostamenti nodali in funzione della posizione della generica sezione  $x$  viene definita come:

$$\underline{\underline{N}} = \begin{bmatrix} N_1(x) & 0 & 0 & N_4(x) & 0 & 0 \\ 0 & N_2(x) & N_3(x) & 0 & N_5(x) & N_6(x) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Infine, viene definita una matrice  $\underline{\underline{B}}$  avente come componenti la derivata prima delle funzioni riferite agli spostamenti assiali e seconda per quelle flessionali:

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} \delta N_1/\delta x & 0 & 0 & \delta N_4/\delta x & 0 & 0 \\ 0 & \delta^2 N_2/\delta x^2 & \delta^2 N_3/\delta x^2 & 0 & \delta^2 N_5/\delta x^2 & \delta^2 N_6/\delta x^2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

A seguito della definizione delle precedenti matrici, il campo degli spostamenti può essere descritto come:

$$\underline{u} = \underline{\underline{N}}\underline{q} \quad (2.8)$$

mentre il campo delle deformazioni può essere calcolato come:

$$\underline{\epsilon} = \underline{\underline{B}}\underline{q} \quad (2.9)$$

Introducendo la matrice  $\underline{L} = [1 \quad -y]$ , la deformazione normale  $\epsilon_x = \epsilon_x(x, y)$  della generica fibra a distanza  $y$  dall'asse baricentrico della trave può essere espressa come:

$$\epsilon_x = \underline{L}\underline{\epsilon} = \underline{L}\underline{B}q \quad (2.10)$$

Si considera una struttura in equilibrio tra i carichi esterni ed il corrispondente stato di tensione interno: per ogni variazione del campo degli spostamenti, il principio dei lavori virtuali afferma l'uguaglianza tra il lavoro virtuale interno  $\delta L_i$  ed il lavoro virtuale esterno  $\delta L_e$ .

**Il lavoro virtuale esterno** è dato dalla somma dei lavori dovuti a:

i. carichi nodali

$$\underline{F}_0 = \left[ \underline{F}_{0a} \quad \underline{F}_{0b} \right]^T = \left[ F_{x_i} \quad F_{y_i} \quad M_{z_i} \quad F_{x_j} \quad F_{y_j} \quad M_{z_j} \right]^T \quad (2.11)$$

il cui lavoro risulta

$$\delta W_F = \delta \underline{q}^T \underline{F}_0; \quad (2.12)$$

ii. carichi distribuiti lungo l'elemento

$$\underline{f} = \left[ f_x(x) \quad f_y(x) \right]^T \quad (2.13)$$

il cui lavoro risulta

$$\delta W_f = \int_0^L \delta \underline{u}^T \underline{f} dx = \delta \underline{q}^T \int_0^L \underline{N}^T \underline{f} dx. \quad (2.14)$$

iii. le ragioni vincolari, rappresentate nel vettore  $\underline{Q}$

$$\underline{Q} = \left[ \underline{Q}_a \quad \underline{Q}_b \right]^T = \left[ Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad Q_4 \quad Q_5 \quad Q_6 \right]^T \quad (2.15)$$

il cui lavoro risulta

$$\delta W_Q = \delta \underline{q}^T \underline{Q}; \quad (2.16)$$

In generale il lavoro virtuale esterno risulta essere composto da tre componenti, definite come il lavoro dei tre diversi tipi di forze agenti:

$$\delta L_e = \delta W_F + \delta W_f + \delta W_Q \quad (2.17)$$

**Il lavoro virtuale interno** viene descritto in forma secante, in relazione ad un modello costitutivo uniassiale di un generico materiale elastico non lineare:

$$\delta L_i = \int_V \delta \epsilon_x \sigma_x dV = \int_V \delta \epsilon_x \bar{E} \epsilon_x dV. \quad (2.18)$$

dove  $\bar{E} = \bar{E}(\epsilon_x)$  è il modulo elastico secante del materiale. Il lavoro interno diventa:

$$\begin{aligned} \delta L_i &= \int_V \delta \underline{q}^T \underline{B}^T \underline{L}^T \bar{E} \underline{L} \underline{B} \underline{q} dV = \\ &= \delta \underline{q}^T \left\{ \int_0^L \underline{B}^T \left( \int_A \bar{E} \begin{bmatrix} 1 & -y \\ -y & y^2 \end{bmatrix} dA \right) \underline{B} dx \right\} \underline{q} = \\ &= \delta \underline{q}^T \left\{ \int_0^L \underline{B}^T \underline{H} \underline{B} dx \right\} \underline{q} = \delta \underline{q}^T \underline{K}_M \underline{q} \end{aligned} \quad (2.19)$$

dove  $\underline{H}$  è la matrice di rigidezza secante del materiale generico e  $\underline{K}_M$  è la matrice di rigidezza dell'elemento. Per il principio dei lavori virtuali, l'elemento risulta in equilibrio quando  $\delta L_i = \delta L_e$ , pertanto:

$$\underline{K}_M \underline{q} = \underline{F}_0 + \underline{F}_l + \underline{Q} \quad (2.20)$$

## 2.2 Non linearità geometriche

Nel caso di una trave insetensibile inflessa da una forza assiale  $P$ , lo spostamento  $\Delta$  risulta essere la differenza tra la lunghezza dell'asta inflessa e la lunghezza della corda sottesa dalla sua deformata. In termini infinitesimi:

$$\begin{aligned} ds - dx &= \sqrt{(dx^2 + dv^2)} - dx = dx \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 - \frac{1}{4} \left( \frac{dv}{dx} \right)^4 + \dots \right] - dx = \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 dx + O \left[ \left( \frac{dv}{dx} \right)^4 \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

Nell'intera lunghezza della trave, trascurando gli infinitesimi di ordine superiore, risulta:

$$\Delta = \int_0^l (ds - dx) dx = \frac{1}{2} \int_0^l \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 dx \quad (2.22)$$

Considerate le funzioni di forma di Hermite e ponendo

$$\frac{dv}{dx} = \begin{bmatrix} 0 & \delta N_2 / \delta x & \delta N_3 / \delta x & 0 & \delta N_5 / \delta x & \delta N_6 / \delta x \end{bmatrix} \underline{q} = \underline{G} \underline{q} \quad (2.23)$$

si ottiene

$$\Delta = \frac{1}{2} \underline{q}^T \int_0^l \underline{G}^T \underline{G} dx \underline{q} \quad (2.24)$$

Il lavoro virtuale dato dalla forza orizzontale  $P$  è dato da:

$$\delta L = -P \delta \Delta = -\delta \underline{q}^T P \int_0^l \underline{G}^T \underline{G} dx \underline{q} = -\delta \underline{q}^T \underline{K}_G \underline{q} \quad (2.25)$$

dove  $\underline{K}_G$  rappresenta la matrice di rigidità geometrica nella nota forma:

$$\underline{K}_G = -P \int_0^l \underline{G}^T \underline{G} dx = \frac{-P}{10l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & l & 0 & -12 & l \\ 0 & l & (4/3)l^2 & 0 & -l & -(1/3)l^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -l & 0 & 12 & -l \\ 0 & l & -(1/3)l^2 & 0 & -l & (4/3)l^2 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

La condizione di equilibrio, considerando le non linearità geometriche risulta:

$$(\underline{\bar{K}}_M + \underline{K}_G) \underline{q} = \underline{F}_0 + \underline{F}_l + \underline{Q} \quad (2.27)$$

## 2.3 Precompressione

L'elemento trave viene assunto come precompresso da  $i = 1, 2, \dots, n_p$  trefoli, aventi eccentricità dall'asse della trave pari a  $e_i$  ed in perfetta aderenza con il calcestruzzo. Sia  $\epsilon_i$  la deformazione dell' $i$ -esimo cavo, di eccentricità  $e_i$ :

$$\epsilon_i = \epsilon(e_i) = \underline{L}_{P_i} \underline{\epsilon} = \underline{L}_{P_i} \underline{B} \underline{q} \quad (2.28)$$

La deformazione totale di un trefolo è data dalla presenza di due contributi: la deformazione iniziale assegnata con la pre o post-tensione, detratta delle perdite istantanee e di lungo termine ed una componente compatibile con il campo di deformazione del calcestruzzo. Assumendo una deformazione iniziale da pretensione pari a  $\epsilon_{P0i}$ , il contributo di deformazione dell' $i$ -esimo cavo risulta:

$$\epsilon_{P_i} = \epsilon_{P0i} + \epsilon_i \quad (2.29)$$

In questo modo, il modulo elastico secante in funzione della deformazione totale è:

$$\underline{\bar{E}}_{P_i} = \underline{\bar{E}}_{P_i}(\epsilon_{P_i}) = \frac{\sigma_{P_i}(\epsilon_{P_i})}{\epsilon_{P_i}} \quad (2.30)$$

Il valore di tensione del cavo corrispondente  $\sigma_i$  può essere scritto come:

$$\sigma_{P_i} = \sigma_{P_i}(\epsilon_{P_i}) = \bar{E}_{P_i}(\epsilon_{P_{0i}} + \epsilon_i) \quad (2.31)$$

Per il principio dei lavori virtuali, il lavoro interno dato dalla pretensione vale:

$$\begin{aligned} \delta L_i &= \int_V \delta \epsilon \sigma_P dV = \int_0^l \sum_{i=1}^{n_p} \delta \epsilon_i \sigma_{P_i} A_{P_i} dx = \\ &= \int_0^l \sum_{i=1}^{n_p} \delta \epsilon_i \bar{E}_{P_i} (\epsilon_{P_{0i}} + \epsilon_i) A_{P_i} dx = \\ &= \delta \underline{q}^T \left[ \int_0^l \underline{\underline{B}}^T \sum_{i=1}^{n_p} \underline{\underline{L}}_{P_i}^T \bar{E}_{P_i} \epsilon_{P_{0i}} A_{P_i} dx \right] + \\ &+ \delta \underline{q}^T \left[ \int_0^l \underline{\underline{B}}^T \sum_{i=1}^{n_p} \bar{E}_{P_i} A_{P_i} \begin{bmatrix} 1 & -e_i \\ -e_i & e_i^2 \end{bmatrix} \underline{\underline{B}} dx \right] \underline{q} = \\ &= -\delta \underline{q}^T \underline{\underline{F}}_P + \delta \underline{q}^T \left[ \int_0^l \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{H}}_P \underline{\underline{B}} dx \right] \underline{q} = \\ &= \delta \underline{q}^T (-\underline{\underline{F}}_P + \underline{\underline{K}}_P \underline{q}) \end{aligned} \quad (2.32)$$

dove le matrici  $\underline{\underline{H}}_P = \underline{\underline{H}}_P(x, \underline{q})$  e  $\underline{\underline{K}}_P = \underline{\underline{K}}_P(\underline{q})$  sono i contributi dei trefoli alle matrici di rigidezza della sezione e dell'elemento, rispettivamente;  $\underline{\underline{F}}_P = \underline{\underline{F}}_P(\underline{q})$  è un vettore di forze nodali, equivalenti alla forza di pretensione iniziale.

La condizione d'equilibrio dell'elemento trave, può essere riscritta nella forma:

$$(\underline{\underline{K}}_M + \underline{\underline{K}}_G + \underline{\underline{K}}_P) \underline{q} = \underline{\underline{F}}_0 + \underline{\underline{F}}_l + \underline{\underline{F}}_P + \underline{\underline{Q}} \quad (2.33)$$

## 2.4 Integrazione della matrice di rigidezza

La matrice di rigidezza della sezione può essere esplicitata come somma dei contributi dei singoli materiali:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{H}}(x_i) &= \underline{\underline{H}}_C + \underline{\underline{H}}_{rs} + \underline{\underline{H}}_{ps} = \\ &= \int_A \bar{E}_c \begin{bmatrix} 1 & -y \\ -y & y^2 \end{bmatrix} dA_c + \sum_{i=1}^n \bar{E}_{rs} \begin{bmatrix} 1 & -y_i \\ -y_i & y_i^2 \end{bmatrix} A_{rs} + \sum_{i=1}^m \bar{E}_{ps} \begin{bmatrix} 1 & -e_i \\ -e_i & e_i^2 \end{bmatrix} A_{ps} \end{aligned} \quad (2.34)$$

dove  $A_c$ ,  $A_{rs}$  e  $A_{ps}$  sono l'area del calcestruzzo, dell'acciaio d'armatura longitudinale e d'armatura da pretensione, rispettivamente. Le distanze dal baricentro son rappresentate dalle grandez-

ze  $y$ ,  $y_i$  e  $e_i$  per il calcestruzzo, l' $i$ -esima barra d'armatura e l' $i$ -esimo trefolo da precompressione, rispettivamente. I moduli elastici secanti dei materiali sono determinati da:

$$\begin{aligned}\bar{E}_c &= \frac{\sigma_c(\epsilon_c)}{\epsilon_c} \\ \bar{E}_{rs} &= \frac{\sigma_{rs}(\epsilon_{rs})}{\epsilon_{rs}} \\ \bar{E}_{ps} &= \frac{\sigma_{ps}(\epsilon_{ps})}{\epsilon_{rs}}\end{aligned}\quad (2.35)$$

rispettivamente per il calcestruzzo, l'acciaio d'armatura longitudinale e l'acciaio armonico. L'integrazione della matrice di rigidezza e dei vettori delle forze nodali equivalenti alla precompressione, viene svolta in forma numerica [33]. Si opera attraverso un procedimento di quadratura di Gauss, secondo la regola di Gauss-Lobatto, che presenta tre passaggi successivi:

1. cambio di variabile da un dominio generico in cui  $y \in [a; b]$  ad un dominio di integrazione  $\eta \in [-1; +1]$ , da cui si ottiene una funzione  $g(\eta)$ :

$$g(\eta) = \frac{y_b - y_a}{2}\eta + \frac{y_b + y_a}{2}; \quad (2.36)$$

2. cambio di variabile all'interno dell'integrale:

$$\int_{y_a}^{y_b} f(y) dy = \int_{-1}^{+1} f(g(\eta))g'(\eta) d\eta; \quad (2.37)$$

3. Infine, l'integrale può essere approssimato a

$$\bar{H} \cong (z_s - z_d) \frac{y_b - y_a}{2} \sum_{i=1}^n g(\eta_i)w_i \quad (2.38)$$

dove  $\eta_i$  e  $w_i$  sono rispettivamente i punti di integrazione ed i pesi adottati nella quadratura di Gauss-Lobatto.

Limitandosi al caso di aste prismatiche, viene disposta una griglia tridimensionale di punti di campionamento: un primo reticolo lungo l'asse dell'elemento (ciclo di integrazione esterna) ed un secondo, bidimensionale, appartenente alle sezioni normali selezionate dal primo reticolo (ciclo di integrazione interna). L'integrazione può essere organizzata nel modo seguente:

- **ciclo di integrazione esterno:** lungo l'asse della trave si hanno le ascisse di campiona-

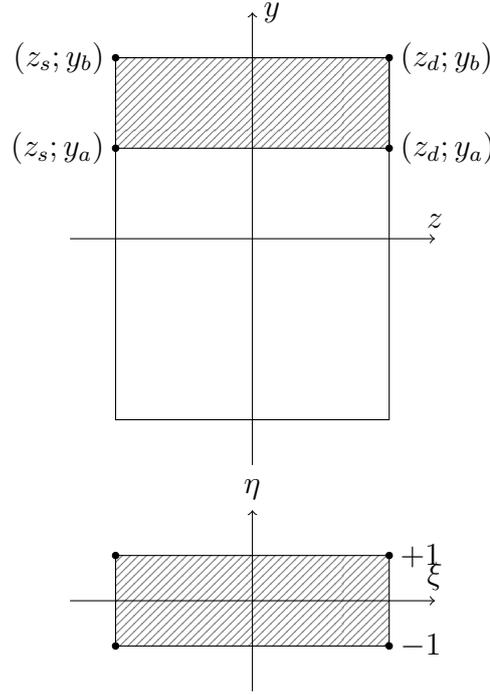


Figura 2.1: Notazione della sezione e cambio di dominio

mento  $\zeta_i$  a cui sono rispettivamente associati i pesi  $w_i$ .

$$\underline{\underline{K}} = \int_0^l \underline{\underline{B}}^T(x) \underline{\underline{H}}(x) \underline{\underline{B}}(x) dx \cong \frac{l}{2} \sum_{i=1}^{n_{GL}} \underline{\underline{B}}^T(\zeta_i) \underline{\underline{H}}(\zeta_i) \underline{\underline{B}}(\zeta_i) w_i \quad (2.39)$$

$$\underline{\underline{F}}_P = \int_0^l \underline{\underline{B}}^T(x) \sum_{i=1}^{n_P} \underline{\underline{L}}^T(e_i) \bar{E}_{P \in P0i} A_{Pi} dx \cong \frac{l}{2} \sum_{i=1}^{n_{GL}} \underline{\underline{B}}^T(\zeta_i) \sum_{i=1}^{n_P} \underline{\underline{L}}^T(e_i) \bar{E}_{P \in P0i} A_{Pi} w_i \quad (2.40)$$

$$\underline{\underline{F}}_{int} = \int_0^l \underline{\underline{B}}^T(x) \underline{\underline{H}}(x) \epsilon dx \cong \frac{l}{2} \sum_{i=1}^{n_{GL}} \underline{\underline{B}}^T(\zeta_i) \underline{\underline{H}}(\zeta_i) \epsilon(\zeta_i) w_i \quad (2.41)$$

- **ciclo di integrazione interno:** in corrispondenza di ogni ascissa di campionamento  $\zeta_i$  viene valutata la matrice di rigidità secante della sezione, come nell'Equazione 2.34. Le formulazioni delle matrici di rigidità dell'acciaio d'armatura longitudinale e quello armonico, risultano per loro natura discrete, mentre quella del calcestruzzo presenta un dominio continuo, pertanto viene integrata in forma numerica. Utilizzando un legame costitutivo dipendente dal grado di confinamento del calcestruzzo, la sezione viene modellata in sotto-domini quadrilateri con gradi di confinamento differenti; per ognuno di essi viene disposto un reticolo di punti secondo la regola di Gauss-Lobatto.

Per ogni sotto-dominio risulta:

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{H}} &= \int_A \overline{E} \begin{bmatrix} 1 & -y \\ -y & y^2 \end{bmatrix} dA = \int_{y_b}^{y_a} \int_{z_d}^{z_s} \overline{E} \begin{bmatrix} 1 & -y \\ -y & y^2 \end{bmatrix} dz dy = \\
 &= (z_s - z_d) \int_{y_b}^{y_a} \overline{E} \begin{bmatrix} 1 & -y \\ -y & y^2 \end{bmatrix} dy = \\
 &= B \frac{y_b - y_a}{2} \sum_{i=1}^{n_{gl}} \overline{E}_c \begin{bmatrix} 1 & -\eta_i \\ -\eta_i & \eta_i^2 \end{bmatrix} w_i
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Lo schema di integrazione considerato, diversamente dalla quadratura di Gauss-Legendre, prevede la possibilità di valutare lo stato di deformazione negli estremi della sezione, nei quali si verifica il massimo della deformazione [29].

Il metodo permette l'integrazione esatta di polinomi fino al grado  $2n - 3$ , dove  $n$  è il numero di punti di integrazione. Nel modello costruito vengono considerati otto punti di integrazione per ogni sotto-dominio della sezione al fine di verificare lo stato deformativo del calcestruzzo in più punti e dieci punti per ogni elemento per ottenere una migliore rappresentazione della deformata a rottura.

## 2.5 Leggi costitutive dei materiali

### 2.5.1 Calcestruzzo

Viene usato un legame tensione-deformazione sviluppato da Mander et al., [34], per carichi monotoni uniassiali, che prevede il confinamento del calcestruzzo con armatura trasversale. Il comportamento a trazione viene limitato ad un tratto elastico con resistenza ultima, se non diversamente indicato, calcolata in funzione della resistenza a compressione cilindrica, secondo quanto indicato nell'Eurocodice 2 (2023) [35]:

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3} \tag{2.43}$$

dove  $f_{ck}$  rappresenta la resistenza a compressione caratteristica. Nei calcoli seguenti, al fine di simulare i risultati sperimentali, viene usata la resistenza a compressione media  $f_{cm}$ .

### 2.5.2 Acciaio d'armatura longitudinale

Il comportamento dell'acciaio d'armatura longitudinale viene modellato come elasto-plastico incoerente, simmetrico sia a trazione che a compressione.

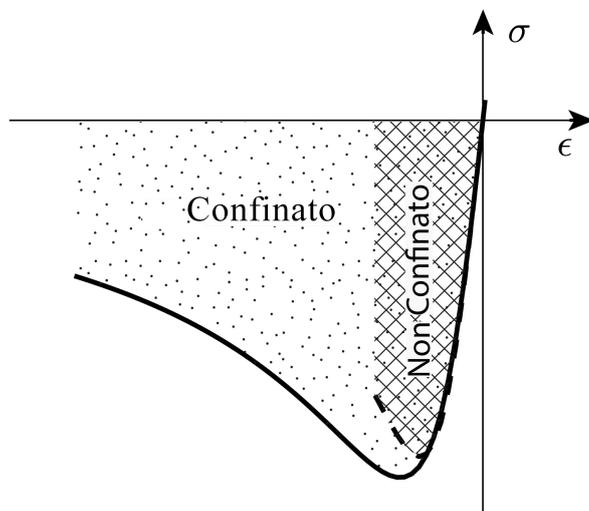


Figura 2.2: Schema del legame costitutivo del calcestruzzo

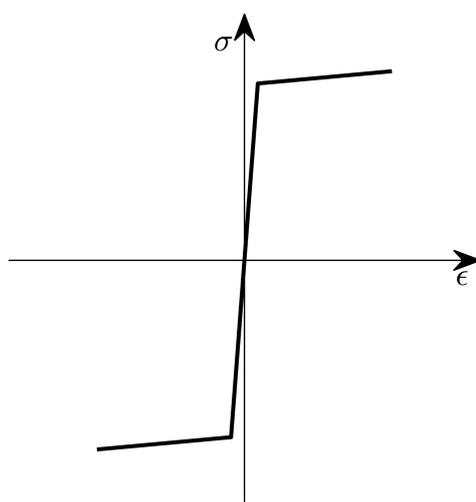


Figura 2.3: Schema del legame costitutivo dell'acciaio d'armatura longitudinale e trasversale.

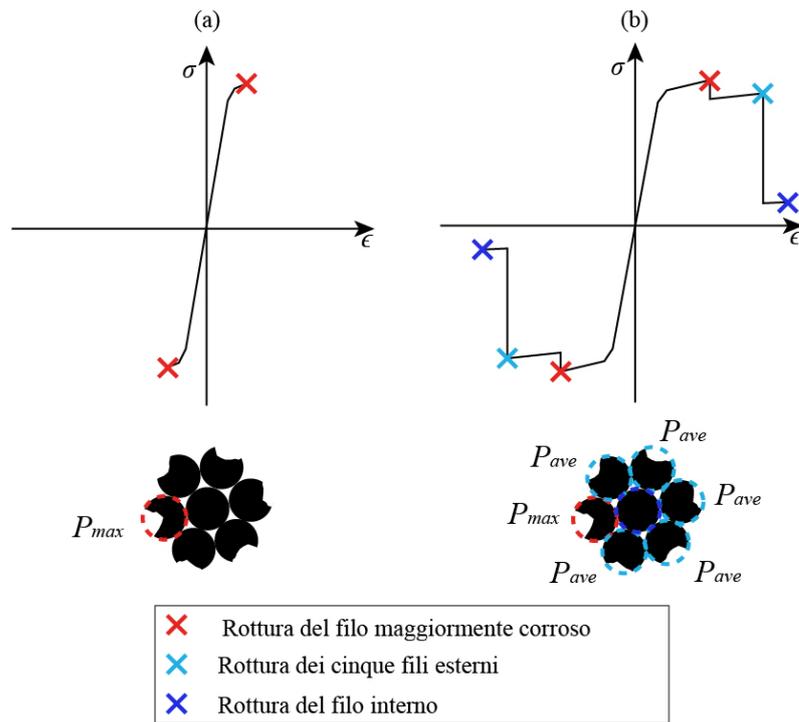


Figura 2.4: (a) Legame costitutivo trilineare con rottura del trefolo coincidente con quella del primo filo; (b) legame costitutivo trilineare del trefolo considerando un valore di pit medio.

### 2.5.3 Acciaio da precompressione

Il comportamento dell'acciaio d'armatura lenta non sottoposto ad un processo di corrosione, viene modellato con un comportamento bilineare, per i legami costitutivi di Lu et al., [22] e Jeon et al., [21] e trilineare per i legami di Franceschini et al., [10][26], CPS - model e SCPS - model, rispettivamente. Per maggiori dettagli, si rimanda alla Sezione 1.8.

In letteratura non sono sempre presenti i dati relativi alle profondità ed alle tipologie di pit dei trefoli corrosi. Con l'obiettivo di ottenere una modellazione omogenea per le diverse campagne sperimentali analizzate, è stato necessario limitare la deformazione del trefolo al raggiungimento della rottura del filo al quale viene assegnato il valore di pit massimo. La tipologia di pit, invece, viene assunta pari al *pit type 3* individuato da Jeon et al., [21], in quanto rappresenta una perdita di area media tra quelle proposte, Figura 1.11 (a). Il legame di Franceschini et al., [26], SCPS - model, prevede l'assegnazione di un pit medio ai cinque fili esterni, in funzione del pit massimo del sesto filo. Per tale motivo, viene considerato il comportamento complessivo dell'intero trefolo.

## 2.6 Criteri di convergenza

La risoluzione dell'equazione non lineare di equilibrio avviene attraverso uno schema iterativo che, partendo da un tentativo iniziale di spostamento  $\underline{q}^{(i=0)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  arriva ad una soluzione approssimata. Vengono impostati tre diversi criteri di convergenza:

- norma sugli spostamenti

$$\frac{\|\underline{q}^{(i)} - \underline{q}^{(i-1)}\|}{\|\underline{q}^{(i)}\|} \leq 10^{-3} \quad (2.44)$$

- norma sulle forze

$$\frac{\|\underline{F}_{ext}^{(i)} - \underline{F}_{int}^{(i)}\|}{\|\underline{F}_{ext}^{(i)}\|} \leq 10^{-2} \quad (2.45)$$

- norma sul lavoro

$$\frac{|\underline{q}^{(i)}(\underline{F}_{ext}^{(i)} - \underline{F}_{int}^{(i)})|}{|\underline{q}^{(i)}\underline{F}_{ext}^{(i)}|} \leq 10^{-2} \quad (2.46)$$

Nel caso della convergenza degli spostamenti viene utilizzata una tolleranza più conservativa pari al 0.1%, mentre per le forze e il lavoro si è ritenuto sufficiente il 1%, come in Bontempi et al., [29].

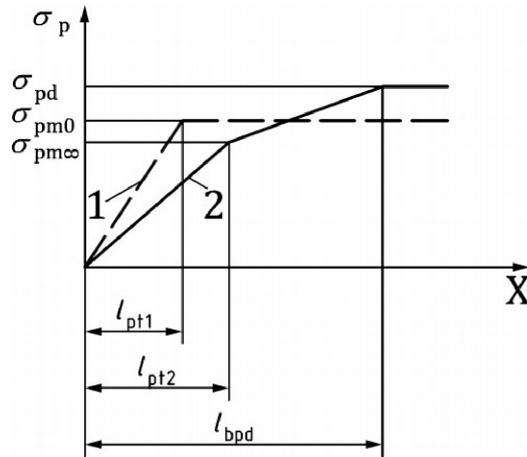
## 2.7 Criteri di arresto

Il modello ricerca l'equilibrio per ogni *step* incrementale di forza o di momento. Il fallimento della sezione o della struttura viene espresso come l'annullamento della norma di Frobenius di una delle matrici di rigidezza secante dei materiali. Tale situazione corrisponde ad una matrice di rigidezza con tutti gli elementi pari a 0, ovvero risulta nullo il modulo elastico secante. L'annullamento di quest'ultimo, essendo definito come il rapporto tra tensione e deformazione, avviene per il raggiungimento della tensione ultima del materiale.

Il carico massimo definito dal modello corrisponde ad una delle seguenti situazioni:

- rottura del calcestruzzo:  $\|\underline{\underline{H}}_C\|_2 = 0$ ;
- rottura dell'acciaio d'armatura longitudinale:  $\|\underline{\underline{H}}_{RS}\|_2 = 0$ ;
- rottura dell'acciaio d'armatura da pretensione:  $\|\underline{\underline{H}}_P\|_2 = 0$

Un ulteriore criterio di arresto del modello è stato individuato nel primo scorrimento dei trefoli all'interno della matrice di calcestruzzo, ovvero il caso in cui viene a mancare il legame di aderenza tra calcestruzzo e l'acciaio d'armatura lenta.



- X      distanza dall'estremità della trave  
 1      al rilascio  
 2      agli Stati Limite Ultimi

Figura 2.5: Lunghezza di trasmissione e di ancoraggio per trefoli, da Eurocodice 2 (2023) [35].

Vengono calcolati i seguenti parametri in accordo con quanto indicato nell'Eurocodice 2 (2023) [35]:

- i. lunghezza di trasmissione  $l_{pt}$ , nella quale la tensione da pretensione viene completamente trasferita al calcestruzzo;
- ii. lunghezza di ancoraggio  $l_{bpd}$  lungo la quale la forza di tensione del trefolo, allo stato limite ultimo, è totalmente trasmessa al calcestruzzo.

La lunghezza di trasmissione per trefoli pretesi viene calcolata nel modo seguente:

$$l_{pt} = \frac{\gamma_C \alpha_1 \alpha_2 \sigma_{pm,0} \phi_p}{1,5 \eta_1 \sqrt{f_{ck}(t)}} \quad (2.47)$$

dove il coefficiente  $\alpha_1$  viene assunto pari a 1 per rilascio graduale, 1.25 per rilascio improvviso;  $\alpha_2$  viene assunto pari a 0.26 per trefoli a 7 fili;  $\phi_p$  è il diametro nominale del trefolo;  $\sigma_{pm,0}$  è la pretensione iniziale;  $\eta_1$  viene assunto pari a 1;  $f_{ck}(t)$  è la tensione caratteristica a compressione del calcestruzzo al momento del rilascio. Nel caso in cui il calcestruzzo non risulta fessurato nella lunghezza di trasmissione, la lunghezza di ancoraggio necessaria per lo sviluppo della tensione ultima del trefolo  $\sigma_{pd}$  può essere calcolata nel modo seguente:

$$l_{bpd} = l_{pt2} + \frac{\gamma_C 2\alpha_2\alpha_3(\sigma_{pd} - \sigma_{pm\infty}\phi_p)}{1,5 \eta_1 \sqrt{f_{ck}}} \quad (2.48)$$

dove  $l_{pt2}$  è il valore della lunghezza di trasmissione, pari a  $1,2l_{pt}$ ;  $\alpha_2$  viene assunto pari a 0.26 per trefoli a 7 fili;  $\alpha_3$  è pari a 1.5 nel caso di verifiche a fatica, altrimenti pari a 1;  $\sigma_{pm\infty}$  è il valore della tensione dopo tutte le perdite;  $\eta_1$  viene assunto pari a 1. Nel caso in cui la lunghezza che intercorre tra il punto di applicazione della forza e l'appoggio, risulti minore della lunghezza di ancoraggio, il trefolo non è in grado di sviluppare la tensione ultima, bensì raggiunge una tensione proporzionale alla lunghezza di ancoraggio effettiva  $l'_{bpd}$ , prima dello sfilamento. Definita  $\sigma_{sf}$  la tensione allo sfilamento, può essere calcolata come:

$$\sigma_{sf} = (l'_{bpd} - l_{pt2}) \frac{1.5\eta_1\sqrt{f_{ck}}}{2\gamma_C\alpha_2\alpha_3} + \sigma_{pm\infty}\phi_p \quad (2.49)$$

Viene imposta la limitazione sulla deformazione delle fibre all'altezza dei trefoli, pari a quella di sfilamento, calcolata in funzione del legame costitutivo scelto. Se al più un trefolo raggiunge la deformazione corrispondente allo sfilamento, il modello interrompe il ciclo di forza, riportando l'ultimo valore come carico ultimo.

## 2.8 Modello momento-curvatura

Il modello risulta semplificato rispetto a quello di carico spostamento; in seguito si riassumono i passaggi principali:

- i. lettura delle caratteristiche geometriche della sezione e meccaniche dei materiali;
- ii. prima approssimazione del campo delle deformazioni  $\underline{\epsilon} = \underline{0}$ ;
- iii. calcolo della matrice di rigidezza secante della sezione come somma delle matrici di rigidezza dei singoli materiali;
- iv. risoluzione dell'equazione di equilibrio data da:  $\underline{\epsilon} = \underline{\underline{H}}^{-1} \left( \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} - \underline{F}_P \right)$ ;
- v. controllo sulle convergenze: nel caso vengano soddisfatte tutte le condizioni, il programma passa all'incremento di momento successivo, le componenti di deformazione trovate vengono utilizzate per determinare le matrici di rigidezza secanti al punto *iii.*;
- vi. si raggiunge il momento massimo della struttura quando la matrice di rigidezza di uno dei materiali risulta avere tutte le componenti nulle o quando la deformazione di un trefolo risulta superiore al limite imposto dalla lunghezza di ancoraggio.

## 2.9 Modello carico-spostamento

Il modello si compone dei seguenti passaggi principali:

- i. lettura delle caratteristiche geometriche della trave e meccaniche dei materiali. La trave viene suddivisa in elementi di 500 mm, nelle zone centrali e di 125 o 250 mm in quelle corrispondenti alla lunghezza di trasmissione. Per ogni elemento vengono identificati 10 punti di integrazione;
- ii. definizione delle forze nodali, considerando il peso proprio della trave e i carichi puntuali applicati. Quest'ultimi vengono incrementati in un ciclo di forza per *step* di 2 kN, fino al carico di rottura;
- iii. prima approssimazione degli spostamenti nodali:  $\underline{q} = \underline{0}$ ;
- iv. calcolo delle componenti di deformazione per ogni punto di integrazione dell'elemento, in funzione degli spostamenti nodali;
- v. per ogni valore di deformazione avviene il calcolo della matrice di rigidezza della sezione come somma delle rigidezze secanti dei singoli materiali;
- vi. integrazione della matrice di rigidezza dell'elemento e delle forze nodali equivalenti della pretensione;
- vii. assemblaggio della matrice di rigidezza della struttura di dimensione  $3n + 3$  dove  $n$  è il numero di elementi che compongono la struttura. La matrice di ogni elemento viene disposta in modo tale che vengano sovrapposte le componenti di nodi comuni;
- viii. risoluzione dell'equazione di equilibrio;
- ix. controllo sulle convergenze: nel caso vengano soddisfatte tutte le condizioni, il programma passa allo *step* di carico successivo, in caso contrario a partire dal nuovo vettore di spostamenti nodali calcola le componenti di deformazione come al punto *iv*.;
- x. si raggiunge il carico massimo della struttura quando la matrice di rigidezza di uno dei materiali risulta avere tutte le componenti nulle o quando la deformazione di un trefolo è superiore al limite imposto dalla lunghezza di ancoraggio.

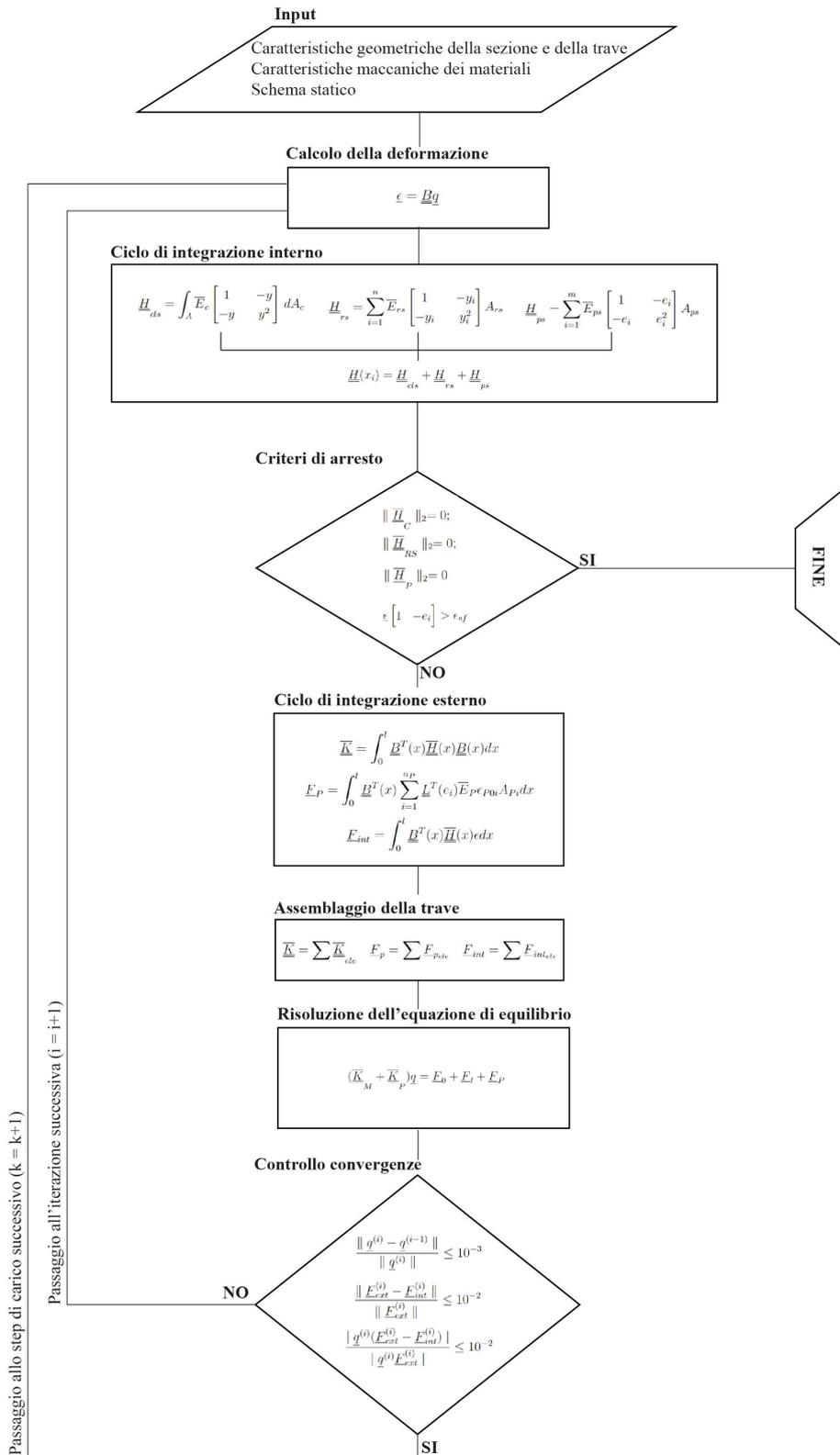


Figura 2.6: Schema concettuale del funzionamento del modello proposto per l'analisi non lineare agli elementi finiti di una trave in calcestruzzo armato precompresso.

## 2.10 Validazione del modello carico-spostamento per una trave non sottoposta a corrosione

Per verificare la capacità del modello di simulare il comportamento strutturale, si considera l'esempio di una trave la cui prova sperimentale viene riportata nel bollettino CEB n.° 93 del luglio 1973. Ulteriori considerazioni vengono fatte in merito alle travi di riferimento non corrose del capitolo successivo.

Tabella 2.1: Proprietà geometriche della sezione

Sezione	$B$ [mm]	$H$ [mm]	
	400	400	
Armatura longitudinale	$\phi$ [mm]	$n$ .°	$d^*$ [mm]
	22	4	40
	22	4	360

\*distanza dalla fibra superiore.

Le proprietà geometriche della sezione e meccaniche dei materiali vengono riportate nelle Tabelle 2.1 e 2.2. Lo schema statico è rappresentato da una colonna di altezza pari a 4 m, incastrata alla base ed avente un carico costante di 1280 kN in sommità.

Tabella 2.2: Proprietà meccaniche dei materiali

Calcestruzzo	$R_{cm}$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]
	-	20	-
Acciaio - armatura longitudinale	$f_y$ [MPa]	$f_u$ [MPa]	$\epsilon_u$
	-	420	0.01

Il legame costitutivo dell'acciaio da pretensione viene considerato come elastico-perfettamente plastico, come in Vergani [36]. Il calcolo viene eseguito per controllo di forza: per ogni incremento di carico di 2 kN viene determinato lo spostamento per il quale la struttura risulta in equilibrio, Figura 2.7. Definito il rapporto tra le aree sottese dalle curve sperimentale e analitica come:

$$\Delta_{AP} = \frac{\int_0^{v_u} P_{exp}(v)dv - \int_0^{v_u} P(v)dv}{\int_0^{v_u} P_{exp}(v)dv} \cdot 100 \quad (2.50)$$

si ottiene che  $\Delta_{AP} = -6.31\%$ . Si ritiene che i risultati rappresentino una buona approssimazione della prova sperimentale, pertanto il modello è capace di rappresentare in modo accurato il comportamento della struttura.

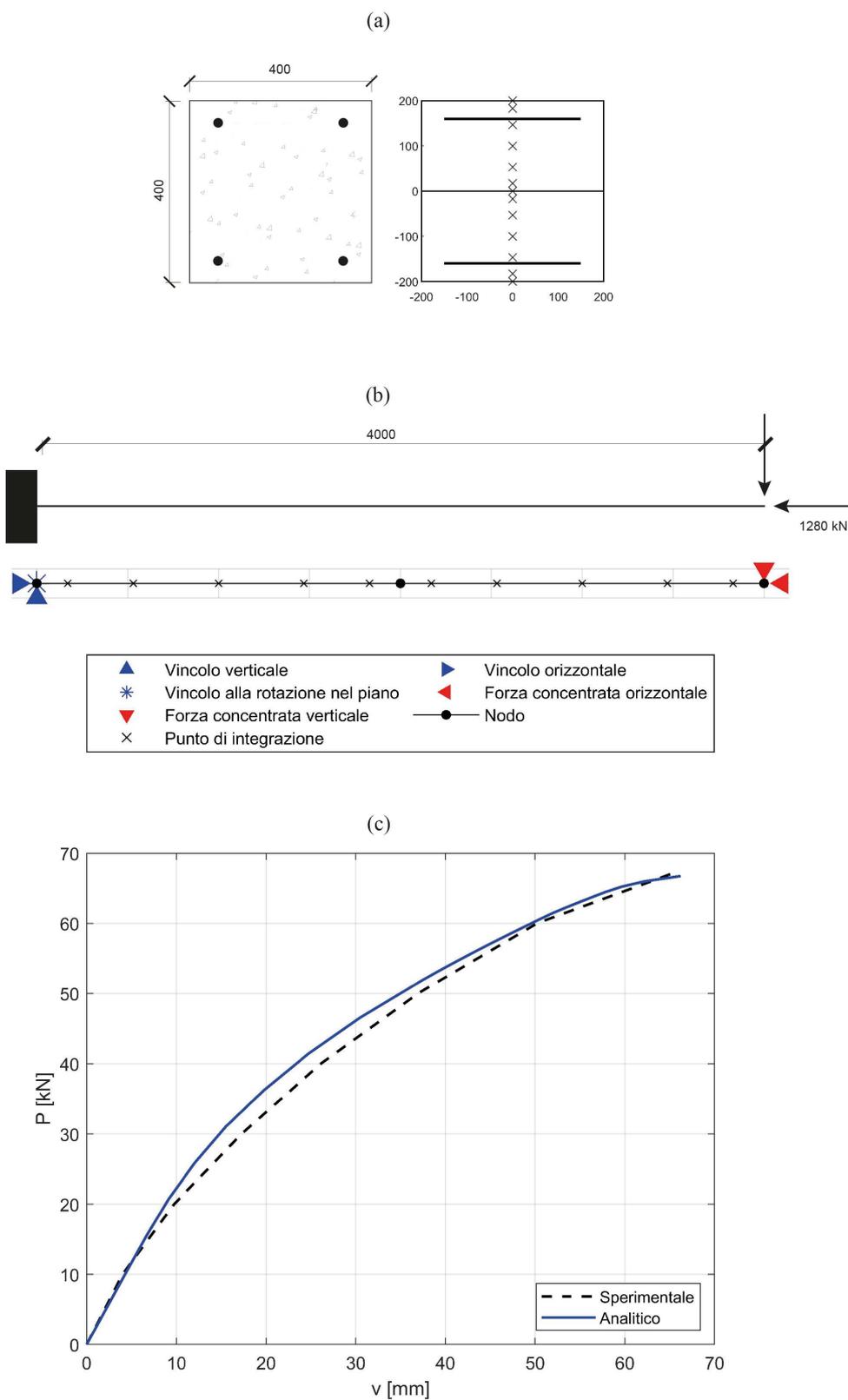


Figura 2.7: (a) Schematizzazione della sezione per la simulazione della prova proposta nel bollettino CEB n.° 93 del luglio 1973; (b) Schematizzazione dello schema statico; (c) Carico-spostamento

## Capitolo 3

# Modellazione non lineare agli elementi finiti di travi in calcestruzzo armato precompresso con trefoli corrosi

### 3.1 Confronto con una prova a flessione retta su quattro punti di una trave a sezione rettangolare con trefoli da precompressione corrosi artificialmente

#### 3.1.1 Campagna sperimentale condotta da Imperatore et al., 2024 [11]

##### Descrizione della campagna sperimentale

Il programma sperimentale prevede la realizzazione di quattro travi a sezione rettangolare, sottoposte ad una prova a flessione retta su quattro punti, fino a rottura. Le travi vengono realizzate con la stessa geometria di quelle proposte da Rinaldi et al. [12], al fine di confrontare i risultati. Le geometrie della sezione sono riportate nella Tabella 3.1, mentre le proprietà meccaniche dei materiali sono riportate nella Tabella 3.2.

I trefoli vengono pretesi con una tensione di 1300 MPa. Due delle quattro travi sono state artificialmente corrose per immersione parziale di soli 50 mm dell'altezza della sezione, in una soluzione elettrolita al 3% NaCl. Prima di cominciare il processo di corrosione, è stata applicata una resina vinilestere su 2/3 delle armature longitudinali e le staffature, al fine di prevenire la corrosione. I gradi di corrosione ottenuti vengono riportati nella Tabella 3.3, sia in termini di perdita di area media  $\eta_A$  che di profondità di pit massimo  $P_{max}$ . Da un'ispezione visuale della distribuzione e forma dei pit dovuti alla corrosione, è emerso che questi sono localizzati principalmente dove il copriferro del calcestruzzo è fessurato ed hanno una forma di tipo sferico

Tabella 3.1: Proprietà geometriche della sezione utilizzata da Imperatore et al. [11]

Sezione	$B$ [mm]	$H$ [mm]		
	200	300		
Armatura longitudinale	$\phi$ [mm]	$n.$ °	$d^*$ [mm]	
	10	2	32	
	10	2	268	
Armatura trasversale	$\phi$ [mm]	$n.$ °	$s$ [mm]	
	8	25	100 - 200	
Armatura da pretensione	$\phi$ [mm]	$n.$ °	$d^*$ [mm]	
	12.7	1	50	
	12.7	2	250	

\*distanza dalla fibra superiore.

Tabella 3.2: Proprietà meccaniche dei materiali utilizzati da Imperatore et al. [11]

Calcestruzzo	$R_{cm}$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]	
	28.21	-	1.98	
Acciaio - armatura longitudinale	$f_y$ [MPa]	$f_u$ [MPa]	$\epsilon_u$	
	593.00	698.18	0.0902	
Acciaio - armatura trasversale	$f_y$ [MPa]	$f_u$ [MPa]	$\epsilon_u$	
	678.34	771.76	0.0861	
Acciaio - pretensione	$f_{py,0}$ [MPa]	$f_{pu,0}$ [MPa]	$\epsilon_{pu,0}$	$E_{pu,0}$ [MPa]
	1755.36	1952.81	0.0658	202981

o a sella; in quest'ultimi prevale la dimensione lungo l'asse longitudinale del trefolo rispetto alla larghezza.

### Descrizione delle ipotesi del modello analitico e risultati

Al fine di simulare la prova a flessione condotta sperimentalmente attraverso la metodologia agli elementi finiti descritta nel Capitolo 2, vengono utilizzate le proprietà geometriche e meccaniche sperimentali, riportate nella Tabella 3.1 e e Tabella 3.2, rispettivamente. Nella Figura 3.1 viene rappresentata la sezione trasversale, a destra la schematizzazione assunta nel modello in cui vengono rappresentati i sei sotto-domini della matrice di calcestruzzo: quelli esterni, corrispondenti al copriferro della sezione reale, sono caratterizzati da un coefficiente di confinamento nullo, mentre i due interni presentano un grado di confinamento dipendente dal passo

Tabella 3.3: Livelli di corrosione, Imperatore et al. [11]

Trave	Trefolo	Segmento	Lunghezza [mm]	$\eta_A$	$P_{max}$ [mm]
PRC_B3	A	1_A_B3	995	4.88%	1.048
	A	2_A_B3	987	5.13%	1.075
	A	3_A_B3	995	4.91%	1.051
	B	1_B_B3	995	5.06%	1.067
	B	2_B_B3	987	4.46%	1.000
	B	3_B_B3	995	7.00%	1.260
PRC_B4	A	1_A_B4	995	4.85%	1.044
	A	2_A_B4	745.5	5.62%	1.126
	A	3_A_B4	241.5	8.34%	1.378
	A	4_A_B4	995	7.91%	1.341
	B	1_B_B4	995	7.74%	1.326
	B	2_B_B4	763.5	10.56%	1.555
	B	2_B_B4	223.5	14.69%	1.841
	B	3_B_B4	995	7.72%	1.325

della staffatura, variabile lungo la dimensione longitudinale della trave. In ogni sotto-dominio sono stati evidenziati i punti di integrazione secondo la regola di Gauss-Lobatto, necessari per l'integrazione interna della matrice di rigidità. Nella presente simulazione il danneggiamento da corrosione non viene considerato compromettere le proprietà del calcestruzzo, ma unicamente nel legame costitutivo dell'acciaio da pretensione. Per simulare l'interazione tra i due materiali in seguito alla corrosione, viene considerata una perdita di pretensione dovuta a questo fenomeno: il modello di Dai et al. [37] lega, attraverso una funzione esponenziale, la perdita di pretensione alla perdita di massa, per valori superiori al 6%.

$$\sigma'_p = \begin{cases} \sigma_p & \eta_M \leq 6\% \\ 2.3\sigma_p e^{-11.8\eta_M} & \eta_M > 6\% \end{cases} \quad (3.1)$$

Nella campagna sperimentale vengono misurate le perdite di sezione media e la profondità di pit massima, di porzioni dei due trefoli in zona tesa; i valori sono riportati nella Tabella 3.3.

Essendo la perdita di sezione una misura media nel segmento considerato e non avendo a disposizione altri dati, si considera come equivalente alla perdita di massa. Al fine di considerare una perdita di pretensione media nella lunghezza della trave, il grado di corrosione considerato nell'Equazione 3.1, è una media delle perdite di sezione, ponderata sulla lunghezza di ogni elemento.

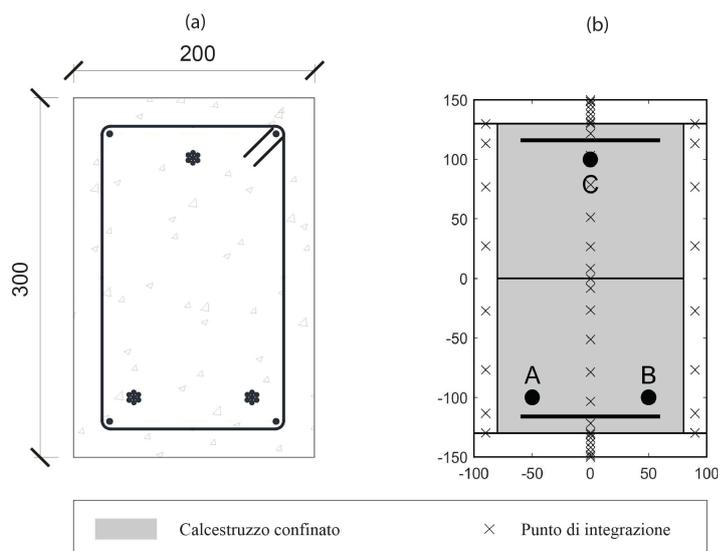


Figura 3.1: (a) Rappresentazione della sezione utilizzata nella prova sperimentale condotta da Imperatore et al., [11]; (b) Schematizzazione della sezione utilizzata nella modellazione.

**Trave PRC\_B1** Per la trave di riferimento non corrosa, il livello di pretensione iniziale è stato diminuito per le perdite di ritiro elastiche, stimate secondo la seguente formulazione:

$$\Delta\sigma_p = \frac{\sigma_{p0} \sum_{i=1}^n A_{s_i} E_{p0}}{A_C E_C} + \frac{\sigma_{p0} \sum_{i=1}^n A_{s_i} e_i^2 E_{p0}}{J_C E_C} \quad (3.2)$$

dove  $\sigma_{p0}$  è il valore della tensione da pretensione iniziale;  $A_{s_i}$  e  $e_i$  sono le aree e le eccentricità rispetto al baricentro della sezione di ciascun trefolo, rispettivamente;  $A_C$  è l'area della sezione di calcestruzzo;  $E_c$  e  $E_{p0}$  sono i moduli elastici del calcestruzzo e dell'acciaio da pretensione, rispettivamente. Nel complesso le perdite di pretensione istantanea risultano pari a 77.16 MPa. Al fine che venga trasmessa completamente la tensione del trefolo al calcestruzzo è necessaria una lunghezza di trasmissione pari a 549 mm, calcolata secondo l'Equazione 2.47. Per ancorare la tensione massima del trefolo di 1952.81 MPa è necessaria una lunghezza pari a 1206 mm. Dal momento che lo schema statico della prova a flessione prevede una lunghezza tra il punto di appoggio e quello di applicazione della forza di soli 900 mm, nessuno dei tre trefoli può raggiungere la tensione massima prima dello sfilamento. Al fine di considerare questo fenomeno all'interno della modellazione, è stato posto come limite di tensione superiore 1779.80 MPa, ovvero quello che è possibile ancorare nella lunghezza di 900 mm.

Infine, la pretensione viene discretizzata sugli elementi della lunghezza di trasmissione: alle estremità della trave viene posto il valore 0 MPa, e seguendo l'andamento lineare dell'Equazione 2.47, per ogni elemento viene assunto il valore medio tra quelli degli estremi. Negli elementi centrali viene trasmesso per intero il valore di pretensione.

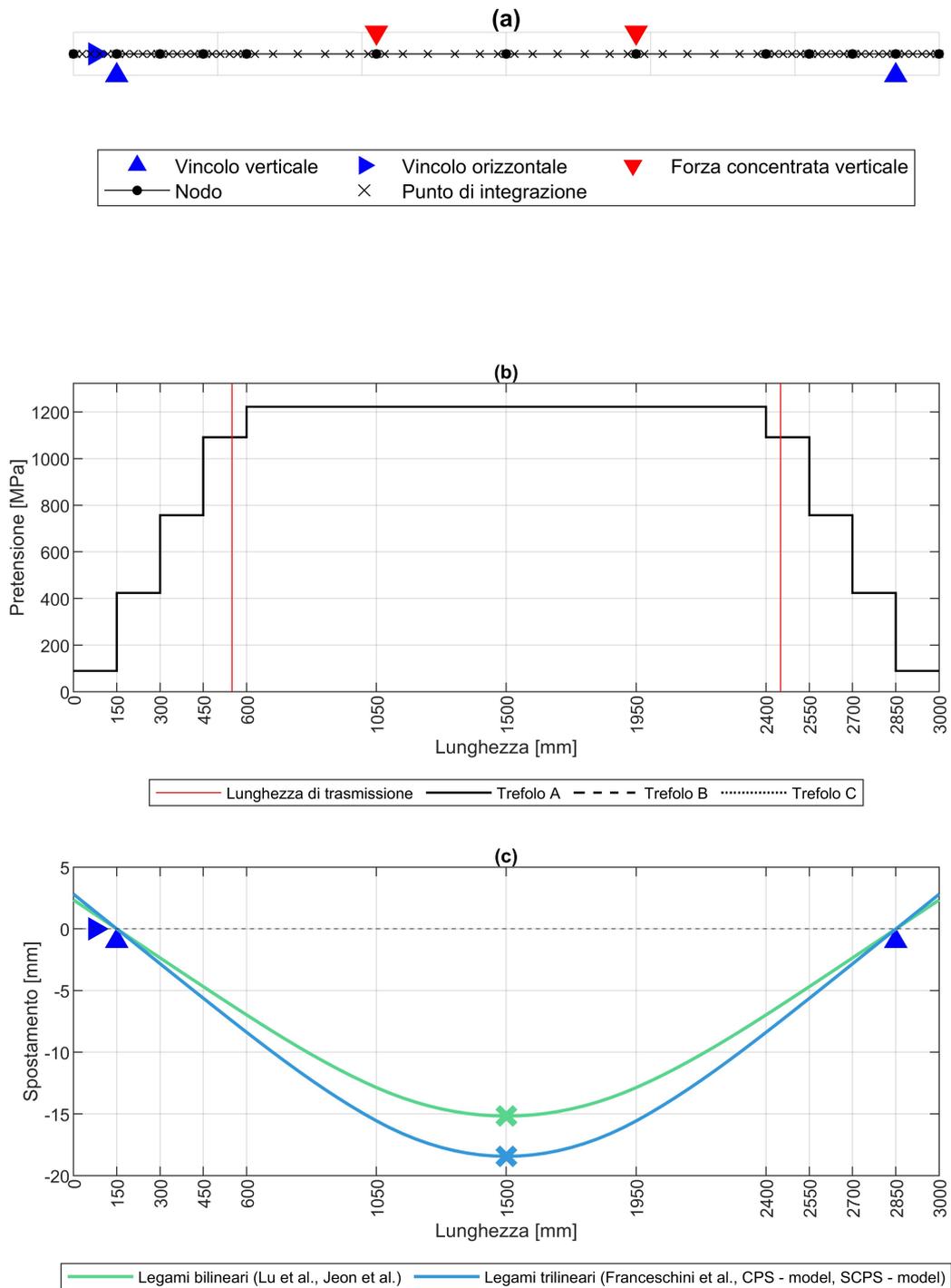


Figura 3.2: Trave PRC\_B1: (a) Schema statico; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata a rottura

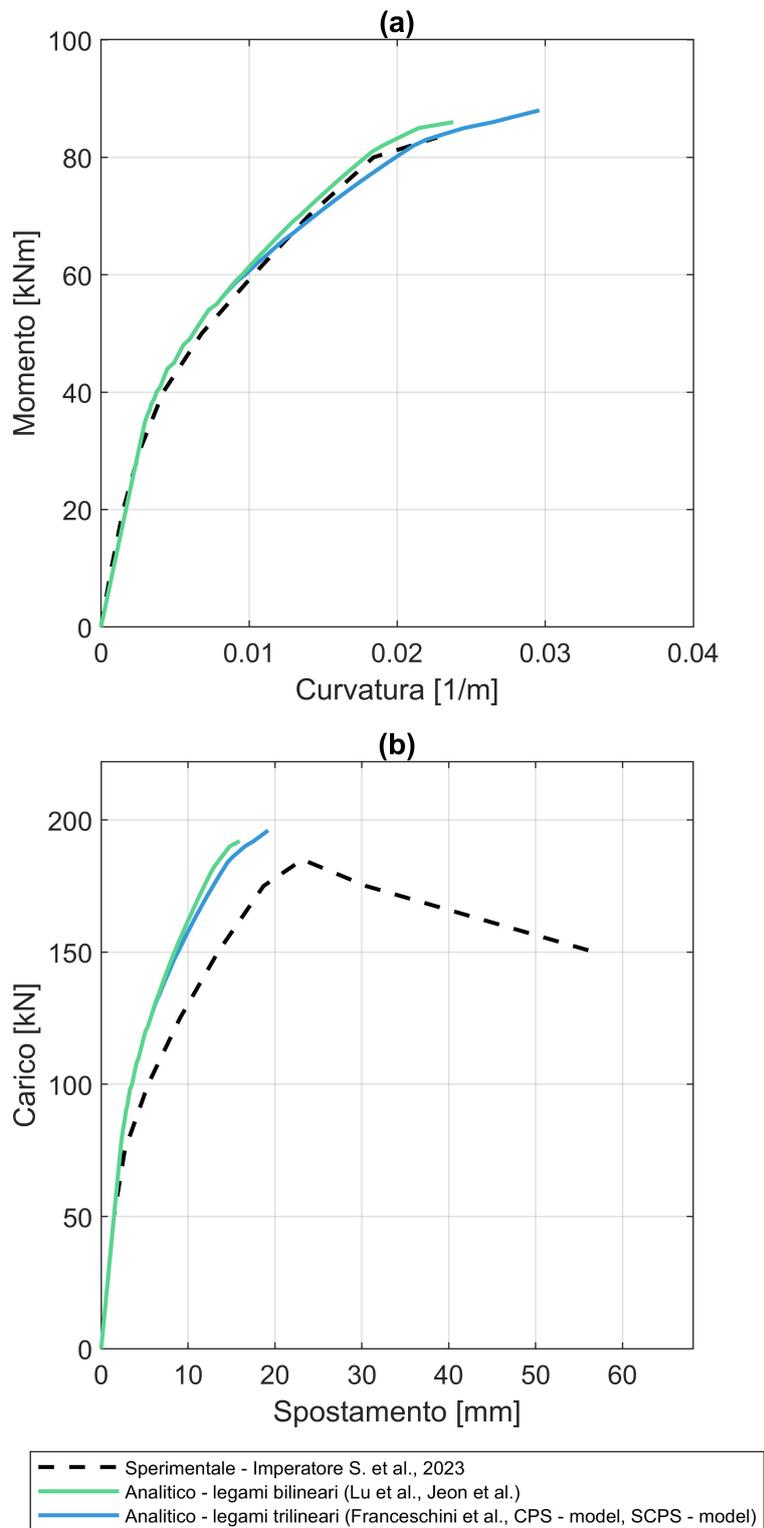


Figura 3.3: Trave PRC\_B1: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500; (b) Carico-spostamento

Dalla prova a flessione sperimentale si osserva che al lembo superiore delle sezioni centrali della trave PRC\_B1 si verificano i fenomeni dello *spalling* del copriferro e il raggiungimento dell'instabilità dell'armatura longitudinale in zona compressa. Al lembo inferiore, invece, si osservano fessurazioni verticali dovute alla rottura flessionale che cominciano a cambiare direzione ruotando di 45° nel verso degli appoggi, dove vi è azione combinata di flessione e taglio. Al carico di 187.5 kN è stato misurato uno slip del trefolo pari a 0.75 mm e la rottura del calcestruzzo in mezzera [11].

Al fine di valutare l'affidabilità del modello nel prevedere la curva momento-curvatura e carico-spostamento vengono definiti i seguenti parametri, riferiti a:

- momento ultimo

$$\Delta_M = \frac{M_{u_{exp}} - M_u}{M_{u_{exp}}} \cdot 100 \quad (3.3)$$

- curvatura ultima

$$\Delta_\chi = \frac{\chi_{u_{exp}} - \chi_u}{\chi_{u_{exp}}} \cdot 100 \quad (3.4)$$

- carico ultimo

$$\Delta_P = \frac{P_{u_{exp}} - P_u}{P_{u_{exp}}} \cdot 100 \quad (3.5)$$

- spostamento ultimo

$$\Delta_v = \frac{v_{u_{exp}} - v_u}{v_{u_{exp}}} \cdot 100 \quad (3.6)$$

- rigidezza iniziale

$$\Delta_K = \frac{K_{exp} - K}{K_{exp}} \cdot 100 \quad (3.7)$$

Con rigidezza iniziale si intende la pendenza della retta per i valori di forza fino al carico di fessurazione del calcestruzzo. Non sempre in letteratura viene fornito questo parametro sperimentale, pertanto in questi casi è ricavato graficamente. Inoltre, considerando l'area racchiusa tra la curva sperimentale o analitica e l'asse delle ascisse, viene definito il seguente parametro:

$$\Delta_{A_M} = \frac{\int_0^{\chi_u} M_{exp}(\chi) d\chi - \int_0^{\chi_u} M(\chi) d\chi}{\int_0^{\chi_u} M_{exp}(\chi) d\chi} \cdot 100 \quad (3.8)$$

Nella Figura 3.3 (a) si nota la distinzione tra la diversa impostazione dei legami costitutivi dell'acciaio da pretensione: bilineare per i legami di Lu et al., [22] e di Jeon et al., [21], mentre i legami proposti da Franceschini et al. [10] [26] vengono schematizzati con andamento trilineare.

Il modello rappresenta una buona approssimazione della rigidezza iniziale, fino al carico di prima fessurazione di 77 kN [11], per il quale  $\Delta_K = 22\%$ .

I valori dei parametri di accuratezza analizzati vengono riassunti nella Tabella 3.4. Il modello risulta leggermente sovrastimare il momento ultimo, mentre il carico a rottura ottiene una differenza di 7 kN e 11 kN dallo sperimentale, rispettivamente per legami bilineari e trilineari. Una sovrastima della curvatura si presenta nel caso dell'utilizzo dei legami trilineari, fino ad un valore di  $\Delta_\chi = 30.37\%$ , mentre nel caso dei bilineari risulta molto più contenuta. Nel caso dello spostamento, calcolato in corrispondenza del carico ultimo, il modello risulta sottostimare notevolmente il valore sperimentale. Questo accade in generale per carichi superiori a quello di fessurazione, in quanto il modello è formulato con la semplificazione per la quale non sono prese in considerazione le deformazioni da taglio: Imperatore et al., [11], specificano come le fessurazioni del calcestruzzo in prossimità degli appoggi, cambino direzione rispetto alla verticale, assumendo una conformazione a  $45^\circ$ , tipica della rottura a taglio. Inoltre, il modello è costruito sull'assunzione del mantenimento delle sezioni piane: tale ipotesi viene a mancare nelle zone di discontinuità in prossimità degli appoggi e dei punti di applicazione delle forze, portando ad una sottostima delle deformazioni e di conseguenza degli spostamenti.

Facendo un confronto in termini di energia, calcolata come il prodotto tra il momento flettente e la curvatura della sezione, risulta che i legami di impostazione bilineare hanno una sovrastima minore rispetto a quelli trilineari, dovuta principalmente ad una migliore approssimazione della curvatura a rottura.

Il criterio d'arresto del modello coincide con l'annullamento della norma di Frobenius della matrice di rigidezza secante del calcestruzzo. Nella Figura 3.2 (c) viene riportata la deformata a rottura della trave, in funzione del legame costitutivo dell'acciaio da precompressione e il punto di rottura coincidente con la massima sollecitazione di momento flettente.

Tabella 3.4: Trave PRC\_B1: parametri di accuratezza

	$\Delta_M[\%]$	$\Delta_\chi[\%]$	$\Delta_P[\%]$	$\Delta_v[\%]$	$\Delta_{AM}[\%]$
Legami bilineari (Lu et al., [22] e Jeon et al., [21])	-2.10	-4.78	-3.78	31.16	-9.81
Legami trilineari (Franceschini et al., [10] e [26], CPS - model e SCPS - model)	-4.50	-30.37	-5.95	17.07	-44.91

**Trave PRC\_B3** Nel caso delle travi corrose artificialmente il livello di pretensione è stato diminuito in funzione del grado di corrosione, secondo la formulazione proposta da Dai et al., [37] e riportata nell'Equazione 3.1. La Figura 3.4 (b) presenta l'andamento della pretensione nella direzione longitudinale della trave per i due trefoli A e B, a destra e sinistra della sezione. Il valore di pretensione del trefolo non corrosivo C risulta essere uguale a quello del trefolo A, in quanto quest'ultimo ha valori di perdita di massa minori al 6%. Nella Figura 3.4 (a) sono presenti i valori di corrosione per entrambi i trefoli: sull'asse delle ordinate di sinistra in termini di perdita di massa media, mentre sull'asse delle ordinate di destra in termini di pit massimo normalizzato sulla dimensione del raggio.

Al fine di risultare più conservativi nella modellazione, il valore di pretensione nel calcolo della lunghezza di trasmissione e ancoraggio, non è stato diminuito per le perdite dovute alla corrosione, pertanto le lunghezze sono state mantenute uguali a quelle della trave di riferimento.

Dalla prova sperimentale risulta che il quadro fessurativo osservato per la trave PRC\_B3 è caratterizzato da larghe fessure diagonali, indicativo di una risposta a taglio. Non sono stati registrati scorrimenti dei trefoli ed il primo valore di carico per cui si ha la rottura di uno di quest'ultimi è 179.62 kN, mentre il valore ultimo della trave è di 182.98 kN. La rottura avviene in seguito alla formazione di fessurazioni orizzontali nella zona compressa. Infine, la rottura di molteplici fili dei trefoli nella zona tesa porta ad una perdita di capacità quasi istantanea, risultando in una frattura fragile della trave [11]. Non tutti i fili raggiungono la rottura dove il momento flettente è massimo: la distribuzione della corrosione e le fessurazioni del calcestruzzo, hanno portato il trefolo a non essere in grado di rispondere alla domanda di deformazione richiesta.

Il modello rappresenta con buona approssimazione la rigidità iniziale, con  $\Delta_K = -7\%$ . Nella prova sperimentale la prima fessurazione si presenta al carico di 78 kN [11]. Il legame di Jeon et al., [21], arriva a rottura del primo trefolo al valore di momento di 27 kNm molto inferiore in rapporto con quanto rappresentato dagli altri legami costitutivi. Nella Tabella 3.5 vengono riassunti i parametri di accuratezza del modello. Anche in quanto caso i valori di spostamento ultimi risultano essere sottostimati rispetto allo sperimentale, per le motivazioni spiegate in precedenza. Il carico ultimo viene nel complesso sottostimato da tutti i legami costitutivi considerati.

Dal confronto in termini di aree racchiuse dalle curve momento-curvatura e l'asse delle ordinate, risulta che il legame costitutivo che meglio approssima il comportamento della sezione sperimentale è quello di Francheschini et al., [10], CPS - model.

Nella Figura 3.4 (c) sono presenti le deformate a rottura in funzione dei diversi legami costitutivi. Il punto di rottura coincide con la presenza della massima sollecitazione flettente ed il valore massimo di corrosione di uno dei trefoli. Le modalità di arresto del modello, per i legami costitutivi considerati, risultano essere l'annullamento dei termini della matrice di rigidità

dell'acciaio da pretensione.

Tabella 3.5: Trave PRC\_B3: parametri di accuratezza

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_\chi$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]	$\Delta_{A_M}$ [%]
Lu et al., [22]	55.80	67.14	54.70	78.71	84.99
Jeon et al., [21]	45.98	71.74	43.65	81.97	85.33
Franceschini et al., [10], CPS - model	7.92	7.95	7.18	45.76	12.97
Franceschini et al.,[26], SCPS - model	7.92	-61.01	6.08	11.43	-77.14

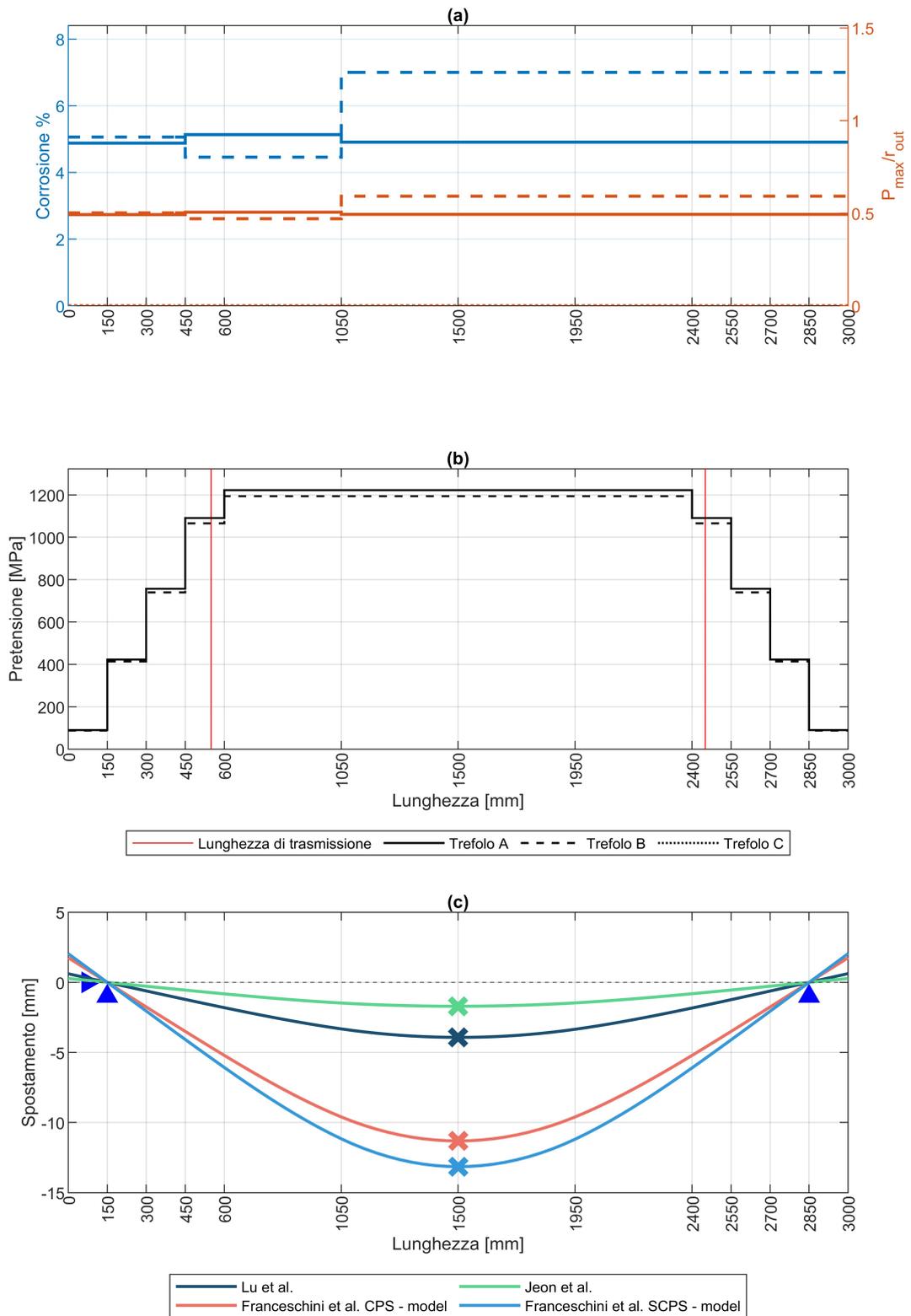


Figura 3.4: Trave PRC\_B3: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

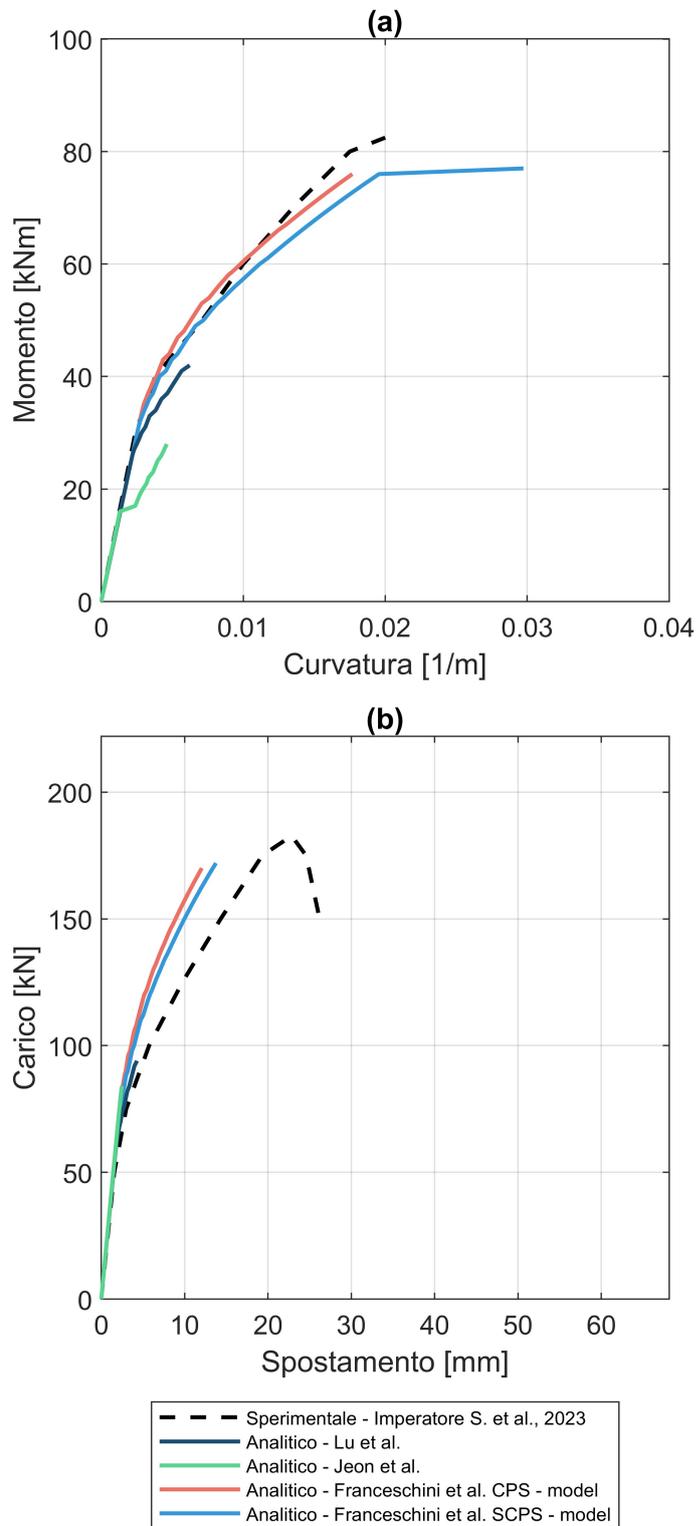


Figura 3.5: Trave PRC\_B3: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 1.08mm$ ); (b) Carico-spostamento

**Trave PRC\_B4** Nella Figura 3.6 (a) sono presenti i valori di corrosione, in relazione agli elementi in cui è stata suddivisa la trave. Come nella trave PRC\_B3, il trefolo C non viene sottoposto al processo di corrosione. I livelli di pretensione, per ogni trefolo, sono stati diminuiti secondo il modello precedentemente citato, assumendo un grado di corrosione medio nella lunghezza della trave e rappresentati nella Figura 3.6 (b).

Nella prova sperimentale vengono registrate numerose fessurazioni a taglio, uno scorrimento dei trefoli trascurabile e la rottura di quest'ultimi in corrispondenza delle sezioni centrali caratterizzate dalla presenza simultanea di massimo momento flettente e maggiori livelli di corrosione.

Per la relazione carico-spostamento, rappresentata nella Figura 3.7 (b) la simulazione approssima con  $\Delta_K = -10\%$  la pendenza della retta iniziale, fino al valore di forza di circa 50 kN. Per quanto riguarda la simulazione di momento e carico ultimo, l'approssimazione risulta pressoché invariata rispetto alla trave precedente. Il carico massimo ottenuto dai legami di Lu et al., [22], e di Jeon et al., [21], è di soli 82 kNm e di 102 kN, rispettivamente dopo il quale si ha il raggiungimento della tensione ultima attribuita al grado di corrosione considerato.

In termini di curvatura ultima, il legame semplificato di Franceschini et al., [26], raggiunge un valore sovrastimato rispetto agli altri legami, dovuto alla riserva di deformabilità dei fili mediamente corrosi in seguito alla rottura del primo filo. Il modello che meglio rappresenta la curva momento curvatura risulta essere il legame di Franceschini et al., [10], CPS - model con  $\Delta_{A_M} = 1.99\%$ . I valori dei parametri di accuratezza vengono riassunti nella Tabella 3.7.

Le modalità di arresto del modello sono le medesime di quelle descritte per la trave PRC\_B3. Come viene mostrato nella Figura 3.6 (c) la rottura avviene in corrispondenza della massima sollecitazione flettente della trave. Il livello di corrosione in questa posizione non è massimo per entrambi i trefoli: il trefolo B presenta il massimo in corrispondenza degli elementi compresi tra una lunghezza di 450 e 1050 mm dall'estremità della trave, mentre il trefolo A presenta un minor grado di degrado, contribuendo alla rigidità complessiva della sezione.

Tabella 3.6: Trave PRC\_B4: parametri di accuratezza

	$\Delta_M[\%]$	$\Delta_\chi[\%]$	$\Delta_P[\%]$	$\Delta_v[\%]$	$\Delta_{A_M}[\%]$
Lu et al., [22]	-1.52	-23.30	-1.66	21.54	-32.64
Jeon et al., [21]	36.54	63.50	43.65	83.75	76.79
Franceschini et al., [10], CPS - model	3.39	1.56	7.18	47.58	1.99
Franceschini et al., [26], SCPS - model	5.85	-60.88	6.08	12.62	-78.36

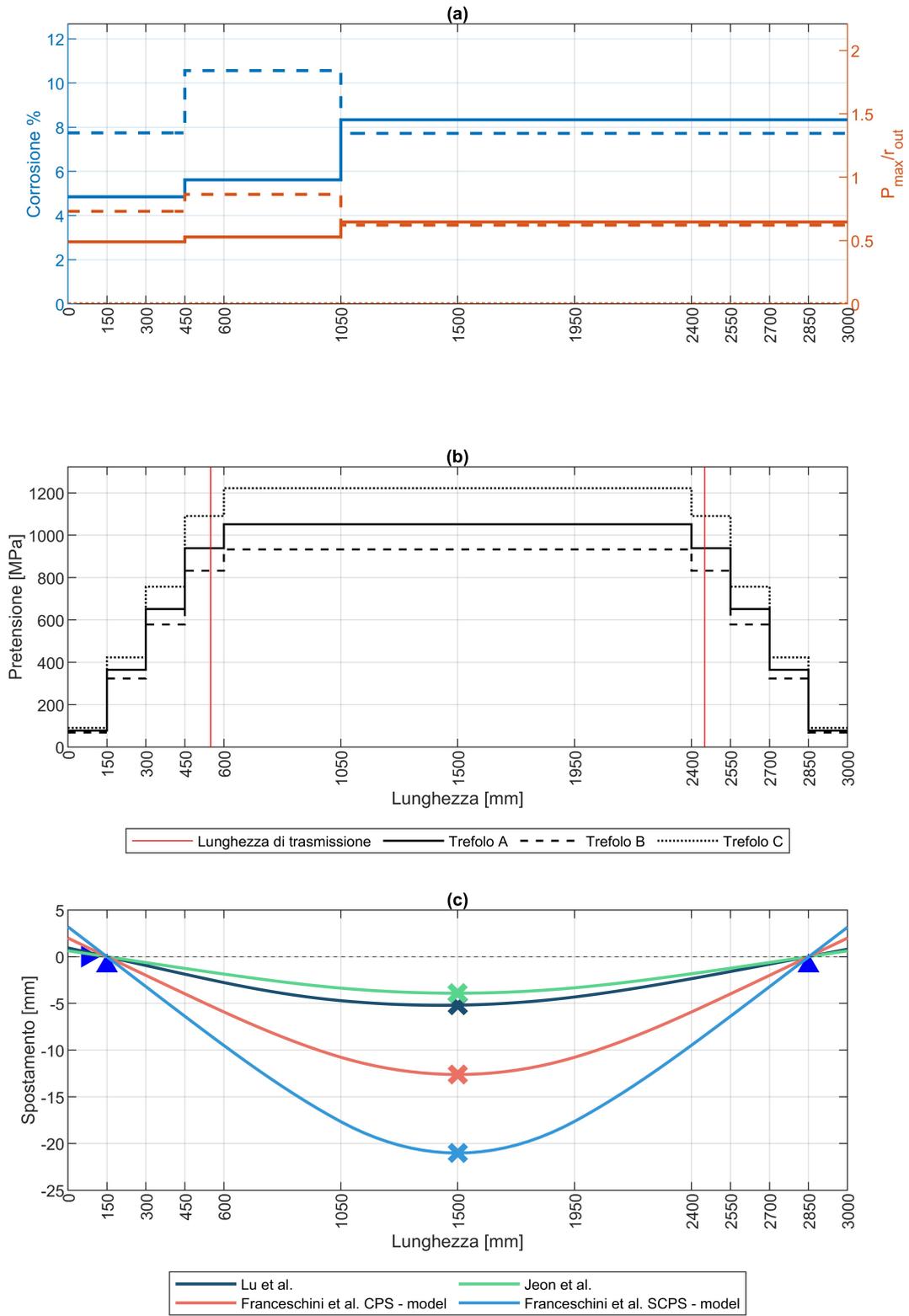


Figura 3.6: Trave PRC\_B4: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

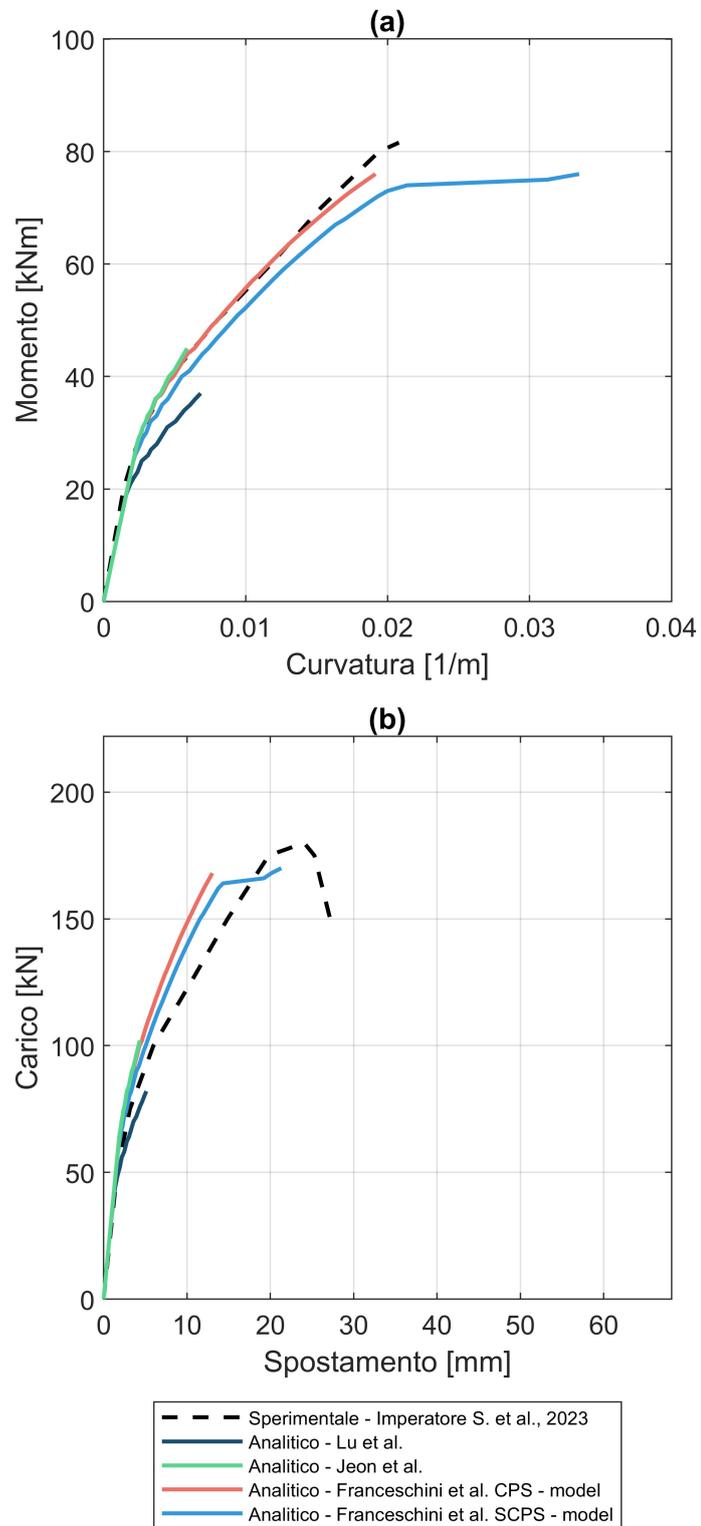


Figura 3.7: Trave PRC\_B4: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 1.13mm$ ); (b) Carico-spostamento

### 3.1.2 Campagna sperimentale condotta da Rinaldi et al., 2010 [12]

#### Descrizione della campagna sperimentale

La campagna sperimentale condotta da Rinaldi et al., [12] consiste nel testare un totale di nove travi per flessione retta su quattro punti, fino a rottura. Le travi vengono suddivise in tre serie ciascuna con un campione di riferimento e due danneggiati per diversi gradi di corrosione. Le proprietà geometriche della sezione sono uguali a quelle utilizzate da Imperatore et al., [11], riassunte nella Tabella 3.1 e nella Figura 3.1, mentre le proprietà meccaniche dei materiali, sono nella Tabella 3.7. Non vengono specificate le caratteristiche meccaniche dell'armatura longitudinale e trasversale. Sei delle nove travi sono state corrose attraverso un processo di

Tabella 3.7: Proprietà meccaniche dei materiali utilizzati da Rinaldi et al. [12]

Calcestruzzo	$R_{cm}$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]	
Serie 1	34.0	-	-	
Serie 2	41.5	-	-	
Serie 3	47.4	-	-	
Acciaio - armatura longitudinale	$f_y$ [MPa]	$f_u$ [MPa]	$\epsilon_u$	
	-	-	-	
Acciaio - armatura trasversale	$f_y$ [MPa]	$f_u$ [MPa]	$\epsilon_u$	
	-	-	-	
Acciaio - pretensione	$f_{py,0}$ [MPa]	$f_{pu,0}$ [MPa]	$\epsilon_{pu,0}$	$E_{pu,0}$ [MPa]
	1788	1976	0.0175	-

corrosione accelerata per corrente indotta: la corrosione viene limitata alla zona centrale della trave e ai due trefoli nella zona tesa della sezione. Le porzioni coinvolte vengono parzialmente sommerse in una soluzione salina al 5% NaCl. L'efficacia del processo è stata verificata dalla formazione di fessurazioni della cover di calcestruzzo dovute ai prodotti da corrosione. Il livello di corrosione viene valutato come la perdita di massa media dei due trefoli inferiori; i valori vengono riportati nella Tabella 3.8. Tutti i campioni vengono testati attraverso una prova a flessione retta a quattro punti per controllo di spostamento, con una lunghezza tra il punto di applicazione della forza e l'appoggio pari a 900 mm.

Tabella 3.8: Livelli di corrosione Rinaldi et al. [12]

Serie	Trave	$\eta_M$	$P_{max}[mm]$
Serie 1	7	0%	-
	8	20%	-
	9	20%	-
Serie 2	2	0%	-
	3	14%	-
	1	20%	-
Serie 3	4	0%	-
	6	7%	-
	5	20%	-

### Descrizione delle ipotesi del modello analitico e risultati

Per quanto riguarda i risultati della Serie 1, la trave di riferimento n. 7 presenta la formazione della prima fessura per un carico di 70 kN, mentre lo scorrimento dei fili comincia per valori di carico superiori a 80 kN. Dalla configurazione delle fessurazioni si nota come la rottura si verifichi per interazione tra taglio e flessione data la presenza di fessurazioni sia verticali, tra i due punti di carico, che diagonali in direzione degli appoggi. La trave collassa per la rottura del calcestruzzo: al valore di 160 kN si ha uno scorrimento dei trefoli di circa 30 mm, pertanto il valore della pretensione residua è trascurabile. Contrariamente, nelle travi della medesima serie, ma danneggiate dalla corrosione, il collasso si verifica per rottura dei trefoli avvenuto nel caso della trave n. 8 per un valore di carico di 45 kN. La trave n. 9 raggiunge un valore di carico ultimo maggiore del 20% rispetto alla precedente, pur presentando le medesime caratteristiche meccaniche e di corrosione. La principale differenza delle modalità di collasso delle due travi corrose, è la progressività di rottura dei trefoli interni: nel caso della trave n. 9 i fili interni continuano a contribuire alla resistenza della sezione, mentre nel caso della trave n. 8 si arriva alla rottura istantanea. Dato l'elevato scorrimento dei trefoli prima del raggiungimento della rottura e l'impossibilità di simulare con il modello proposto tale fenomeno, la serie viene esclusa dalle considerazioni successive.

Essendo le informazioni fornite dall'autore sulle proprietà meccaniche dei materiali utilizzati non complete, nella modellazione vengono assunte le caratteristiche raccolte nella Tabella 3.9. La resistenza a compressione cilindrica del calcestruzzo viene ridotta del 83% rispetto a quella cubica, mentre la resistenza a trazione è calcolata con l'Equazione 2.43. La corrosione viene

Tabella 3.9: Proprietà meccaniche dei materiali: evidenziate quelle ipotizzate

Calcestruzzo	$R_{cm}$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]	
Serie 2	41.5	34.4	2.9	
Serie 3	47.4	39.3	3.5	
Acciaio - armatura longitudinale	$f_y$ [MPa]	$f_u$ [MPa]	$\epsilon_u$	$E$ [MPa]
	<b>500</b>	<b>610</b>	<b>0.07</b>	<b>200000</b>
Acciaio - armatura trasversale	$f_y$ [MPa]	$f_u$ [MPa]	$\epsilon_u$	$E$ [MPa]
	<b>500</b>	<b>610</b>	<b>0.07</b>	<b>200000</b>
Acciaio - pretensione	$f_{py,0}$ [MPa]	$f_{pu,0}$ [MPa]	$\epsilon_{pu,0}$	$E_{pu,0}$ [MPa]
	1788	1976	0.0175	195000

descritta come la perdita di massa media nella porzione corrosa. Al fine di correlare la perdita di massa media ad un valore di profondità di pit è stata usata la formulazione ricavata da Franceschini [1] da dati sperimentali:

$$P_{max} = \begin{cases} r_{out}(0.1212\eta) & \eta \leq 4.15\% \\ r_{out}(0.002\eta^2 - 0.0076\eta + 0.5) & \eta > 4.15\% \end{cases} \quad (3.9)$$

Il livello di pretensione iniziale dichiarato dagli autori è pari a 1300 MPa, per tutte le serie. Le perdite elastiche istantanee calcolate secondo l'Equazione 3.2, risultano essere pari a 58.45 MPa.

**Trave n. 2** La trave di riferimento della seconda serie presenta lo schema statico, la suddivisione in elementi ed i livelli di pretensione uguali alla trave PRC\_B1, proposta nella campagna sperimentale di Imperatore et al., [11]. I risultati sperimentali sono paragonabili a quella di riferimento della prima serie in termini di modalità di rottura, ma con uno scorrimento dei trefoli inferiore: circa 4 mm al valore di carico ultimo di 190 kN. Questo è principalmente dovuto alla migliore qualità del calcestruzzo, che garantisce una maggiore aderenza.

Non essendo misurate le curvature in corrispondenza della sezione di mezzeria, è stato possibile confrontare la modellazione della sezione, solamente in relazione al momento massimo sperimentale. Il valore di momento ultimo raggiunto dai legami costitutivi considerati risulta essere pari a 89.69 kNm. Gli autori non riportano il valore di carico di prima fessurazione, pertanto viene assunto pari a 76 kN, per il quale il modello risulta sovrastimare la rigidità iniziale con  $\Delta_K = -16\%$ . Per quanto riguarda gli altri parametri analizzati, sono riassunti nella Tabella

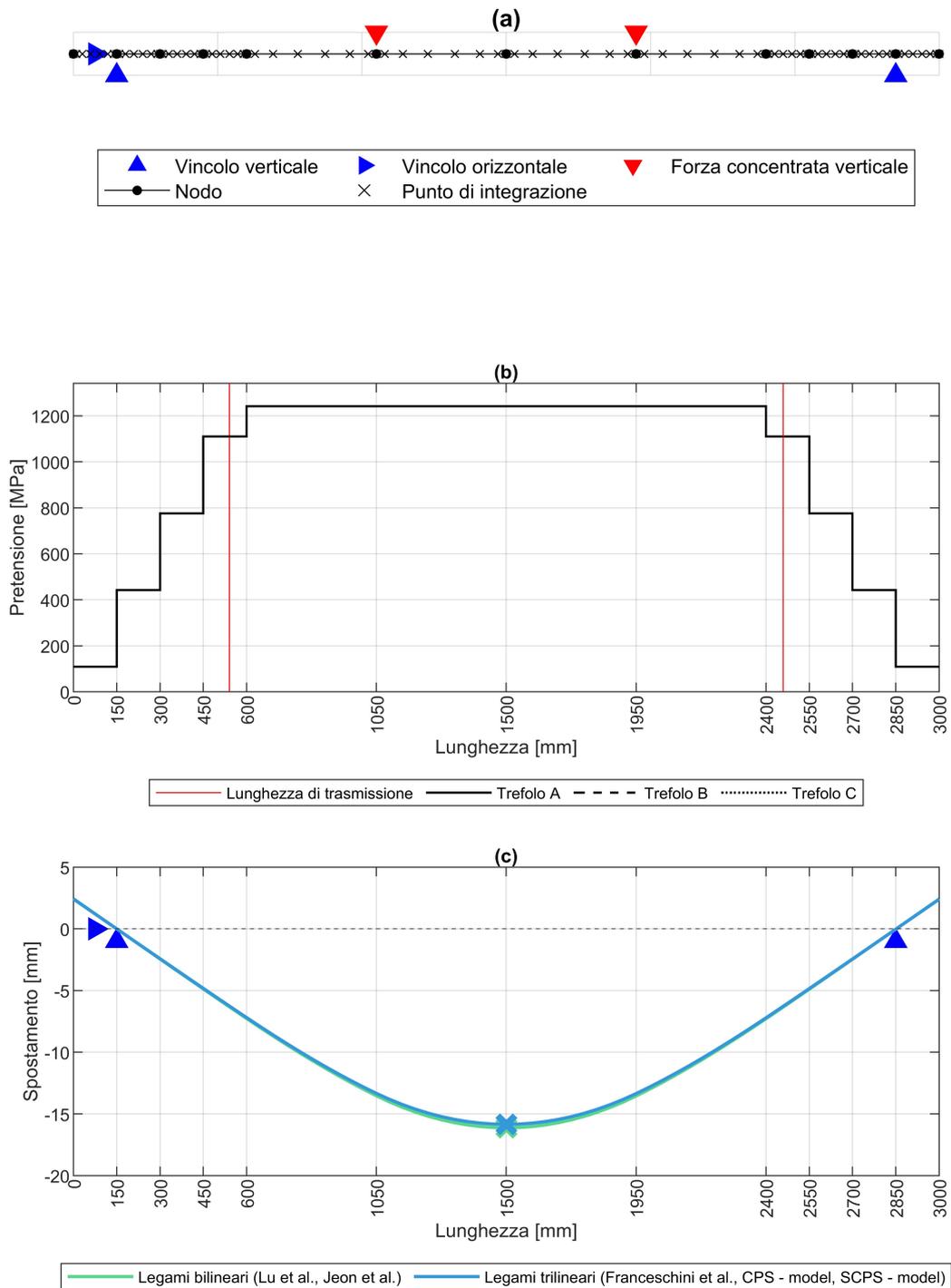


Figura 3.8: Trave n. 2: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

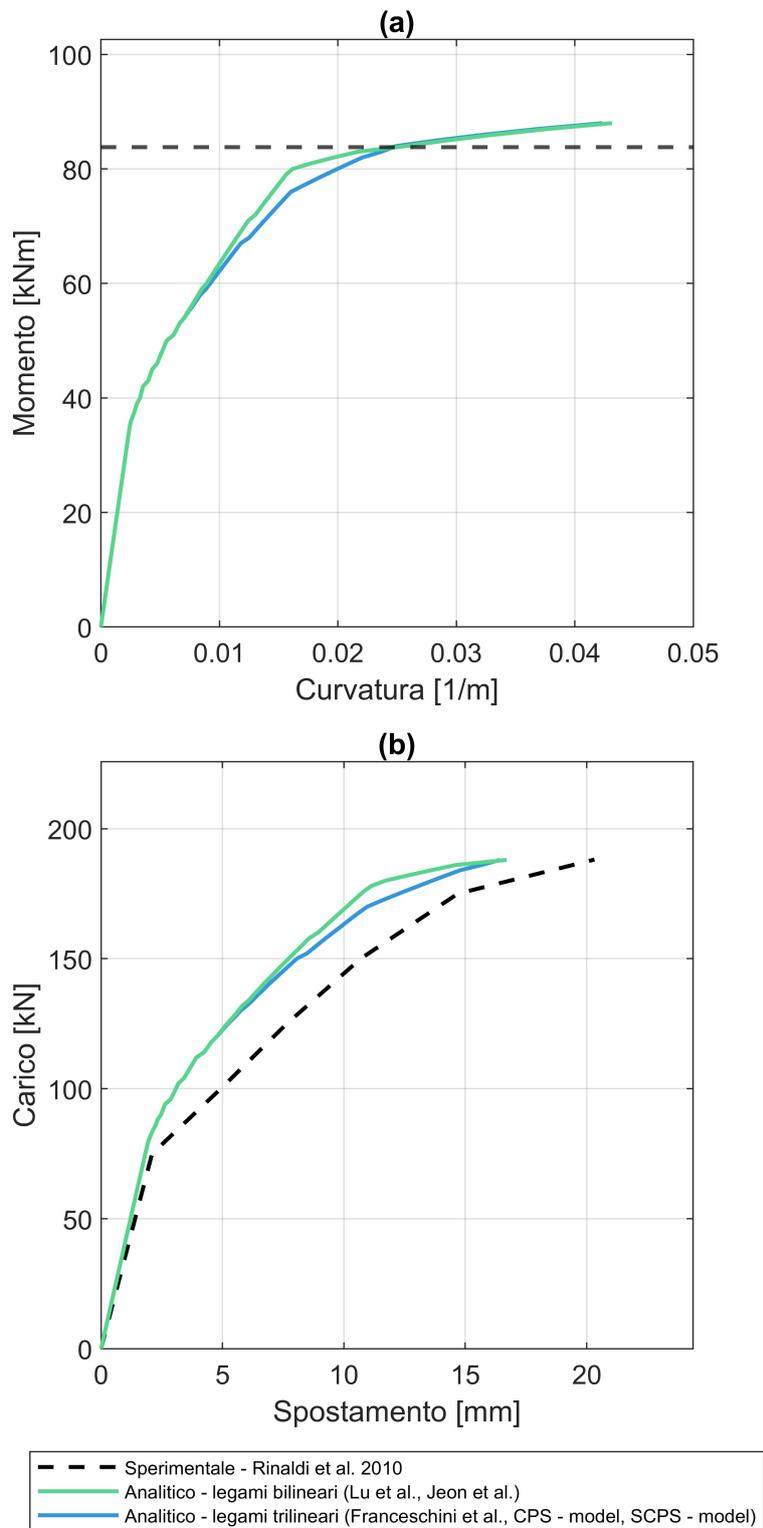


Figura 3.9: Trave n. 2: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500; (b) Carico-spostamento

3.10: lo spostamento ultimo viene sottostimato per le motivazioni precedentemente esposte. Il criterio d'arresto della simulazione risulta essere la rottura del calcestruzzo nella zona compressa prima dello sfilamento dei trefoli. Questo è in accordo con le osservazioni sperimentali che riportano la presenza di fessurazioni nella zona compressa delle sezioni di mezzeria. La simulazione della deformata nella situazione immediatamente prima la rottura, viene riportata nella Figura 3.8 (c).

Tabella 3.10: Trave n. 2: parametri di accuratezza del modello

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Legami bilineari (Lu et al., [22] e Jeon et al., [21])	-3.37	1.05	20.64
Legami trilineari (Franceschini et al., [10] e [26], CPS - model e SCPS - model)	-3.37	1.05	22.00

**Trave n. 3** Nella Figura 3.10 (a) vengono riportati i valori di corrosione dei due trefoli in zona tesa e pari al 14% di perdita di massa: il valore di pit massimo è calcolato attraverso il modello di Franceschini [1], precedentemente esposto. Nella Figura 3.10 (b) vengono presentati i valori di pretensione, ridotti in funzione del grado di corrosione medio della trave, nel caso dei due trefoli in zona tesa.

Dal punto di vista sperimentale, non è stata osservata una notevole riduzione di duttilità rispetto alla trave di riferimento, ma una riduzione della capacità di carico del 55%. Il collasso della trave avviene per la progressiva rottura dei fili dei trefoli da pretensione [12]. La prova sperimentale porta ad un momento massimo in mezzzeria di soli 38.48 kNm, mentre la simulazione arriva a valori dell'ordine di 80 kNm, variabili in relazione la legame costitutivo. In termini di carico ultimo il valore sperimentale risulta essere di 85.50 kN, mentre la simulazione raggiunge i valori di 158 kN e 152 kN per il CPS - model e il SCPS - model di Franceschini et al., [10] [26], rispettivamente e di 76 kN e 110 kN per i legami di Lu et al., [22], e di Jeon et al., [21], rispettivamente. Questa divergenza è dovuta, verosimilmente, ad una mancanza di dati dettagliati riguardanti la corrosione: una perdita di massa generalizzata può presentare aree dove la concentrazione e profondità di pit è maggiore, portando, nel complesso, ad una minor capacità della sezione. Nella simulazione in esame è stato assegnato un valore di pit costante nella porzione centrale della trave, non andando a specificare le profondità di pit reali. Andando a stimare la rigidità iniziale come la pendenza della curva carico-spostamento, il modello risulta sovrastimare quella sperimentale con  $\Delta_K = -23\%$ . I parametri di accuratezza vengono riassunti nella Tabella 3.12 Per quanto riguarda le modalità di arresto, il modello viene fermato per il raggiungimento della tensione ultima a compressione del calcestruzzo. Questo risulta essere in disaccordo con la modalità di collasso sperimentale che prevede la rottura progressiva dei fili dei trefoli corrosi. Non avendo a disposizione informazioni dettagliate sulla distribuzione della corrosione, è possibile che vi sia una concentrazione della stessa tale da portare alla riduzione di capacità di alcune sezioni, fino a rottura. Nella Figura 3.10 (c) viene proposta la deformata a rottura simulata.

Tabella 3.11: Trave n. 1: parametri di accuratezza

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Lu et al., [22]	-110.53	11.11	-70.38
Jeon et al., [21]	-58.54	-28.65	-87.81
Franceschini et al., [10], CPS - model	-100.13	-84.80	-271.65
Franceschini et al., [26], SCPS - model	-102.73	-77.78	-418.59

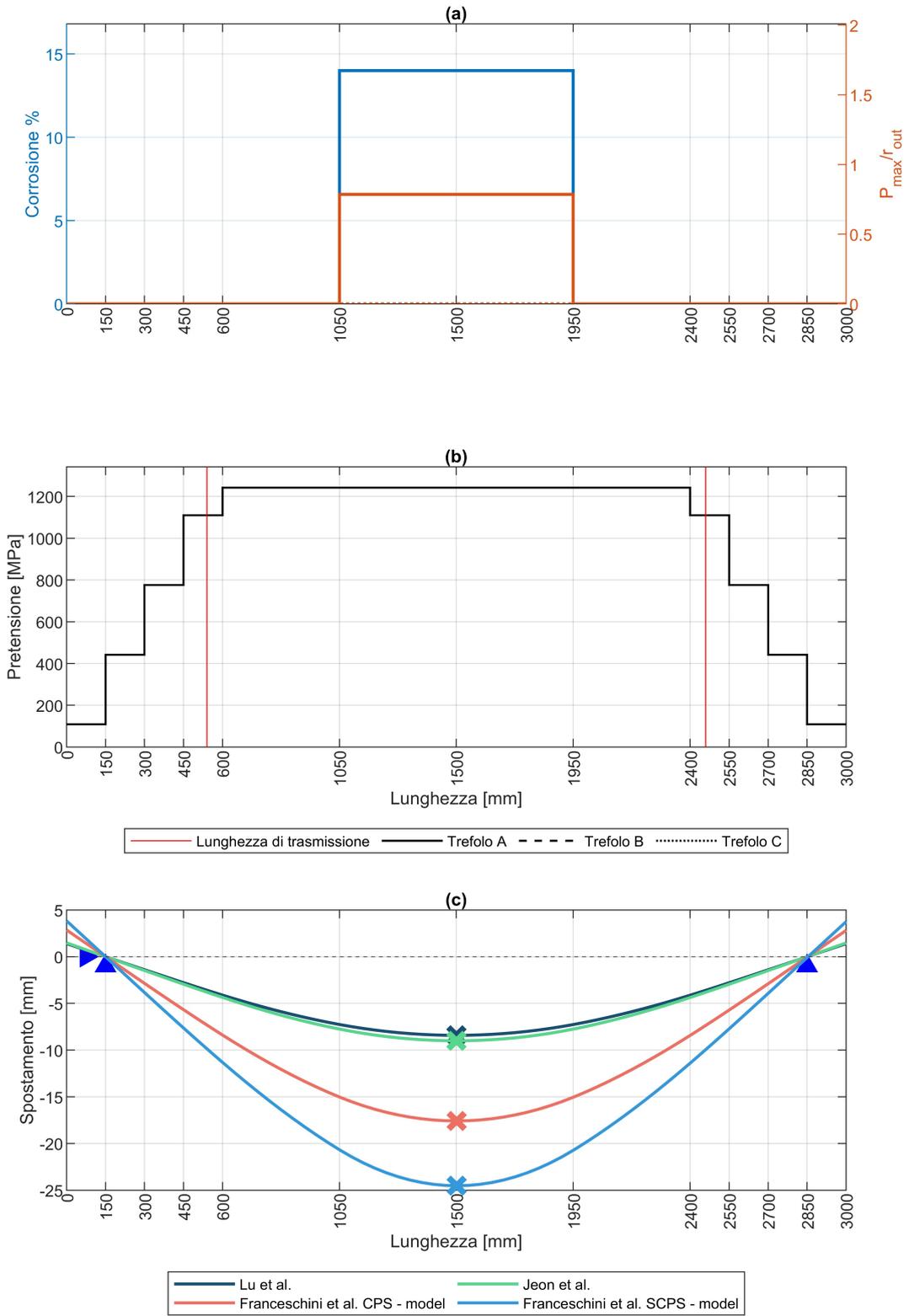


Figura 3.10: Trave n. 3: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

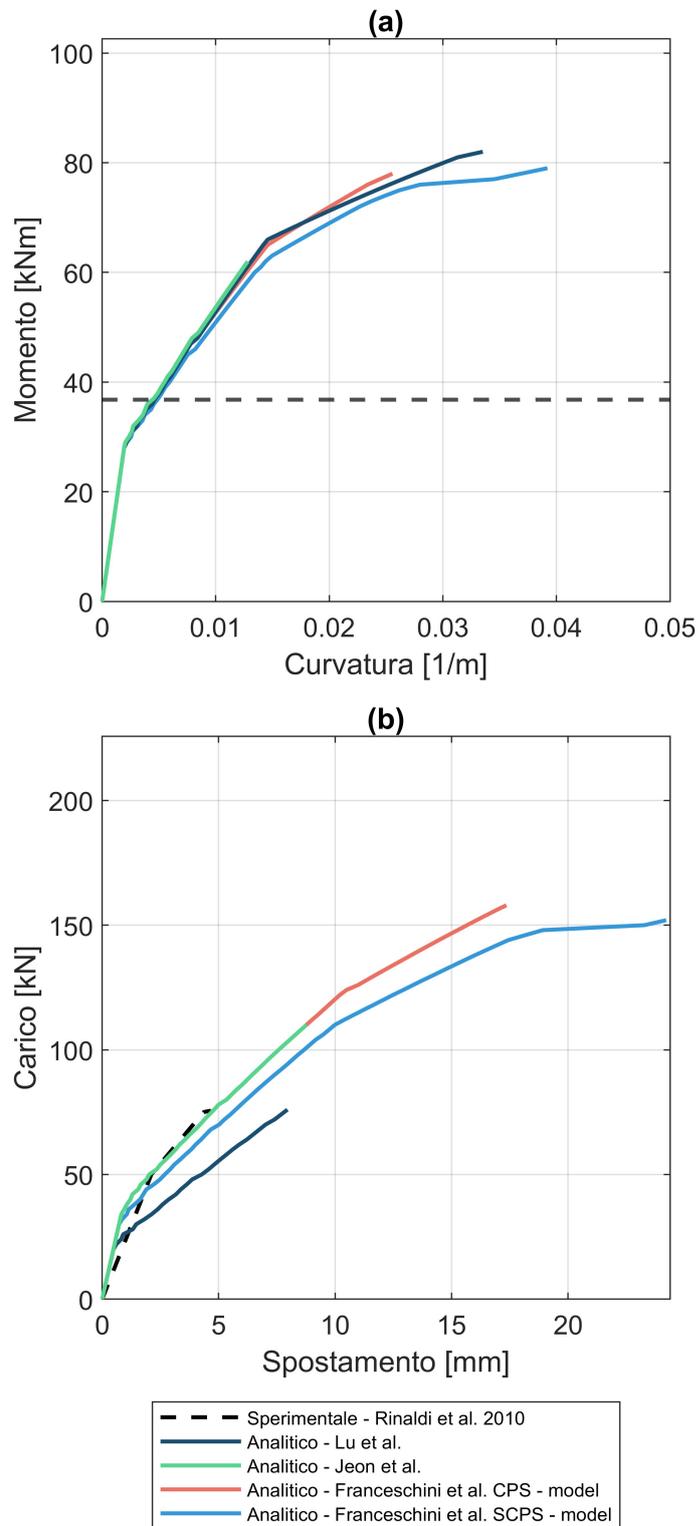


Figura 3.11: Trave n. 3: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 1.67mm$ ); (b) Carico-spostamento

**Trave n. 1** Nella Figura 3.12 (a) (b) sono presenti i valori di corrosione e pretensione. Per quanto riguarda la prova sperimentale questa presenta una riduzione del 65% del carico ultimo, rispetto alla trave di riferimento e modalità di rottura simili alla trave n. 3. Il momento massimo sperimentale è pari a 29.93 kNm, mentre la simulazione arriva a valori compresi tra 60 kNm e 80 kNm, variabili in relazione la legame costitutivo dell'acciaio da pretensione utilizzato ad eccezione del legame di Jeon et al., [21] per il quale i trefoli rompono per la deformazione imposta dalla pretensione. In termini di carico ultimo, il valore sperimentale risulta essere di 66.50 kN, mentre la simulazione raggiunge i valori di 134 kN e 122 kN per i legami di Franceschini et al., [10][26], CPS - model e SCPS - model, rispettivamente. Il legame di Lu et al., [22] risulta sottostimare il carico ultimo sperimentale arrivando ad un valore massimo di 28 kN. Anche in questo caso il criterio di arresto del modello è la rottura del calcestruzzo in zona compressa in corrispondenza delle sezioni maggiormente sollecitate per tutti i legami considerati, non corrispondente alla modalità di collasso sperimentale che invece prevede il fallimento dei trefoli. Le motivazioni sono riconducibili a quelle già esposte per la trave n. 3. Nella Figura 3.12 (c) viene proposta la deformata a rottura simulata.

Tabella 3.12: Trave n. 1: parametri di accuratezza

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Lu et al., [22]	-10.28	57.89	-59.12
Jeon et al., [21]	-	-	-
Franceschini et al., [10], CPS - model	-137.26	-101.50	-369.73
Franceschini et al., [26], SCPS - model	-133.92	-83.46	-527.44

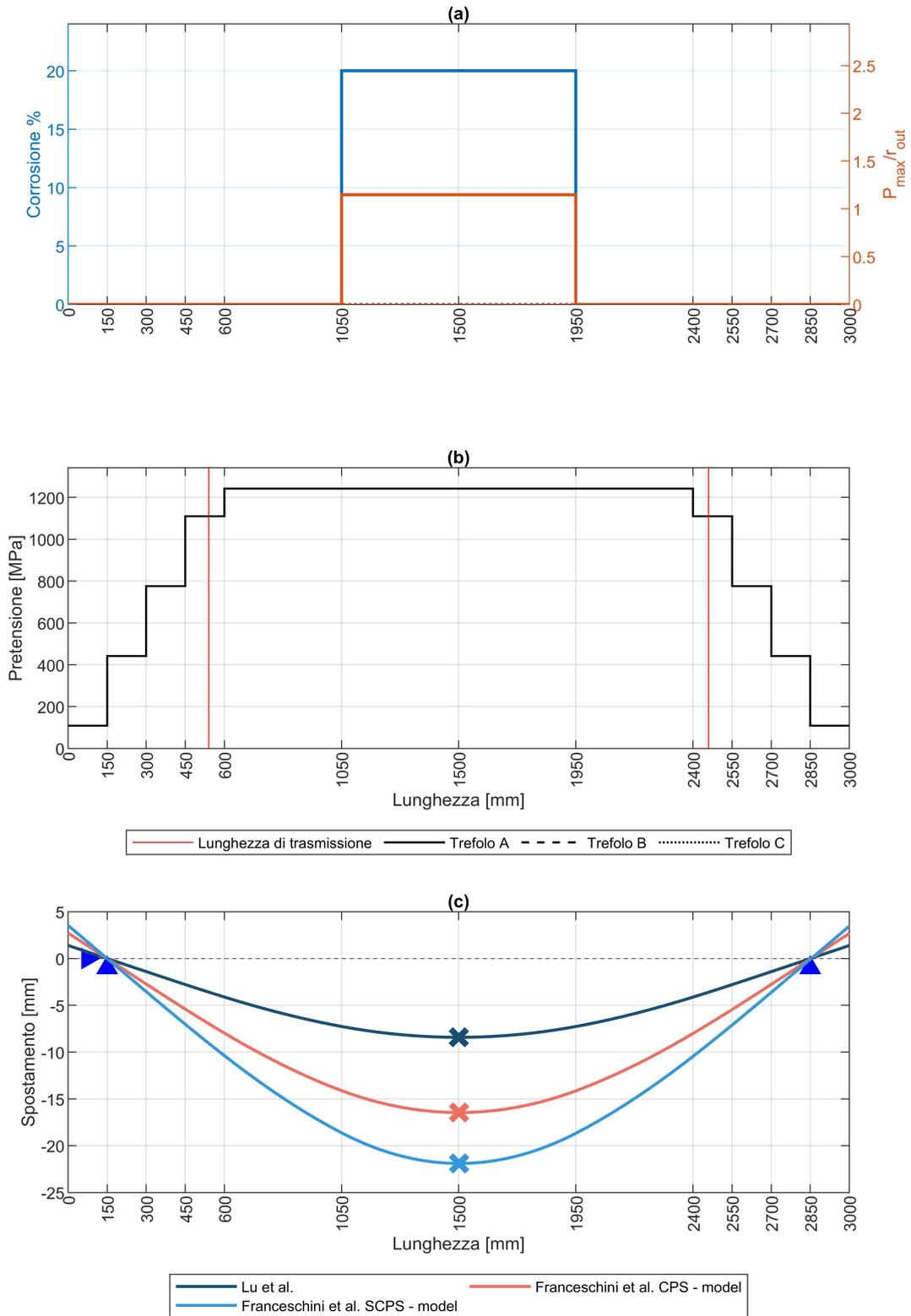


Figura 3.12: Trave n. 1: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

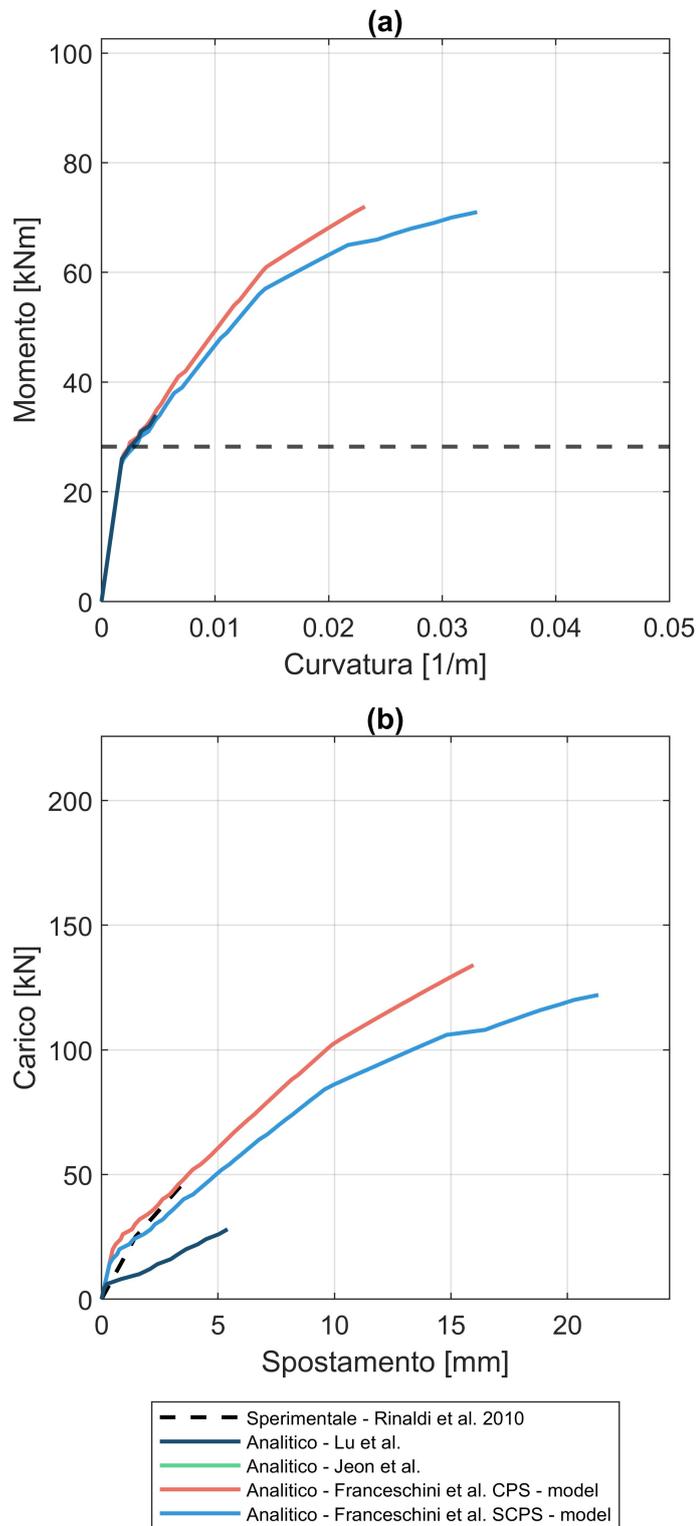


Figura 3.13: Trave n. 1: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 2.45mm$ ); (b) Carico-spostamento

**Trave n. 4** Lo schema statico ed i livelli di pretensione della trave di riferimento della serie 3 sono i medesimi della trave di riferimento della seconda serie e pertanto uguali alla trave PRC\_B1 ed esposti nella Figura 3.8 (a) (b). Nella prova sperimentale si è registrata una configurazione delle fessure a rottura prevalentemente flessionale e un raggiungimento del carico ultimo di 210 kN, dovuto ad una maggiore qualità del calcestruzzo [12]. Il modello risulta sovrastimare la rigidezza iniziale con  $\Delta_K = -23\%$ , considerando la retta iniziale fino al carico di 76 kN. Per carichi maggiori, i valori di spostamento risultano essere minori rispetto a quelli della prova sperimentale, ma in corrispondenza del carico ultimo si presenta un aumento della duttilità che porta a sovrastimare lo spostamento ultimo. La differenza tra il carico massimo sperimentale e quello analitico risulta essere inferiore alla sensibilità del modello di 2 kN. I parametri di accuratezza sono riassunti nella Tabella 3.13. L'uscita del modello avviene per rottura del calcestruzzo nella zona compressa delle sezioni di mezzera, in accordo con l'osservazione sperimentale.

Tabella 3.13: Trave n. 4: parametri di accuratezza del modello

	$\Delta_M[\%]$	$\Delta_P[\%]$	$\Delta_v[\%]$
Legami bilineari (Lu et al., [22] e Jeon et al., [21])	2.65	0.95	-42.71
Legami trilineari (Franceschini et al., [10] e [26], CPS - model e SCPS - model)	2.65	0.95	-42.71

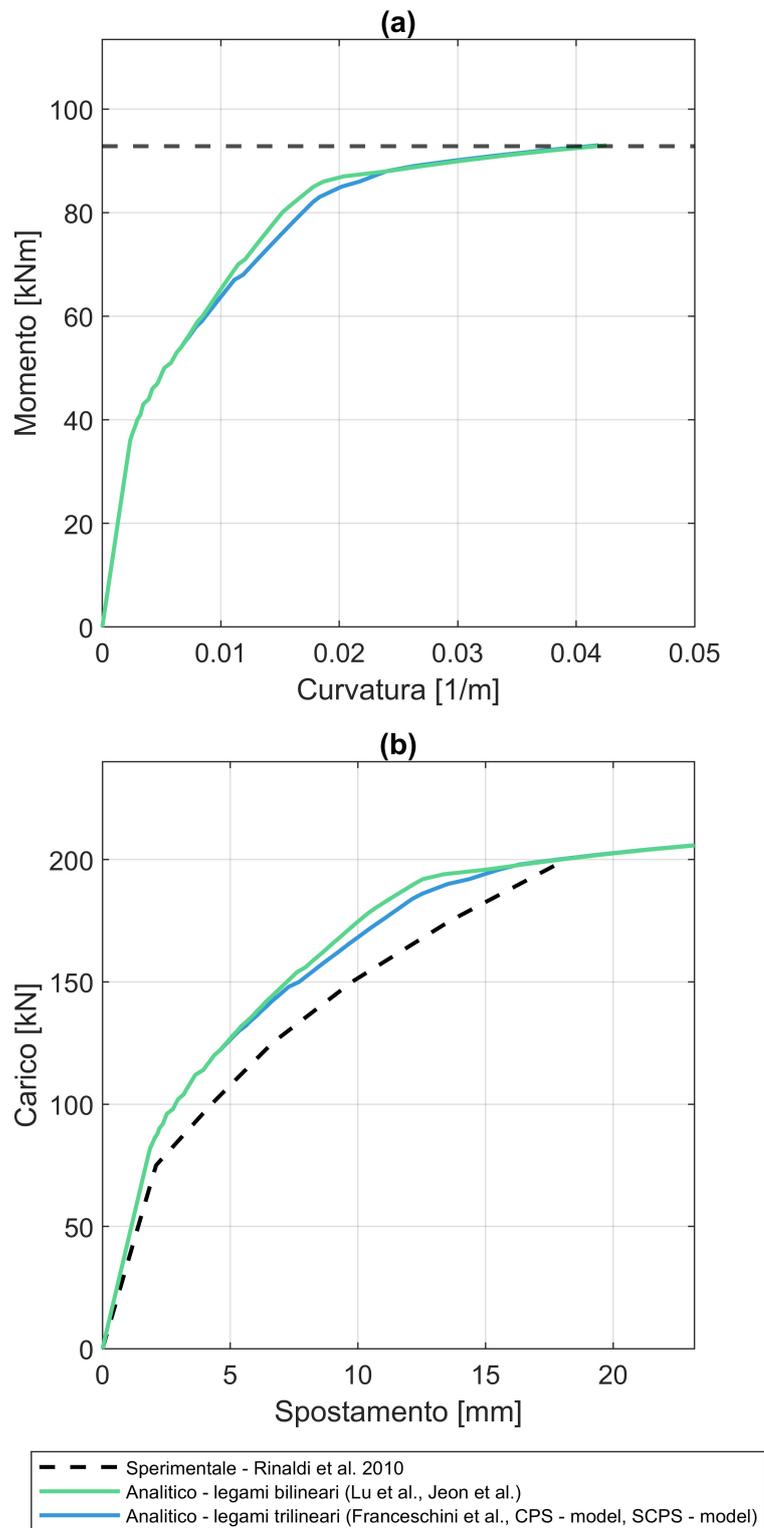


Figura 3.14: Trave n. 4: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500; (b) Carico-spostamento

**Trave n. 6** La prima trave corrosa della terza serie presenta un grado di corrosione costante nelle sezioni centrali del 7% di perdita di massa. I valori di corrosione e pretensione sono riassunti nella Figura 3.15 (a) (b). Dalla prova sperimentale emerge che la trave n. 6, avendo un livello di corrosione basso, presenta un comportamento simile alla trave di riferimento, fino al carico ultimo pari a circa 200 kN; successivamente crolla per la rottura simultanea dei trefoli da pretensione e quella della matrice di calcestruzzo [12]. Il confronto tra i risultati del modello analitico e quello sperimentale, viene riassunto nella Tabella 3.14. Diversamente dalle travi n. 3 e n. 1 della serie precedente, in questo caso il modello risulta essere più accurato in termini di carico e momento ultimo: si ipotizza che il minor grado di corrosione dei trefoli, possa non indurre ad una concentrazione elevata dei pit, rendendo la previsione di comportamento meccanico più accurata. Il legame che risulta essere più rappresentativo della curva sperimentale in termini dei tre parametri analizzati è quello di Franceschini et al., [10], CPS - model. Nonostante questo, la modalità di collasso individuata dal modello risulta essere la rottura della matrice del calcestruzzo, diversamente da quanto osservato sperimentalmente. Tale differenza può essere ricondotta all'ipotesi iniziale di non tenere in considerazione le deformazioni da taglio oltre ad un'errata stima delle caratteristiche meccaniche dell'acciaio d'armatura longitudinale e trasversale o del calcestruzzo. Nella Figura 3.15 (c) viene individuata la deformata massima con il punto di rottura in corrispondenza della massima sollecitazione di momento flettente.

Tabella 3.14: Trave n. 6: parametri di accuratezza

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Lu et al., [22]	44.44	43.00	65.66
Jeon et al., [21]	51.11	49.00	82.39
Franceschini et al., [10], CPS - model	10.00	9.00	33.47
Franceschini et al., [26], SCPS - model	13.33	11.00	-12.28

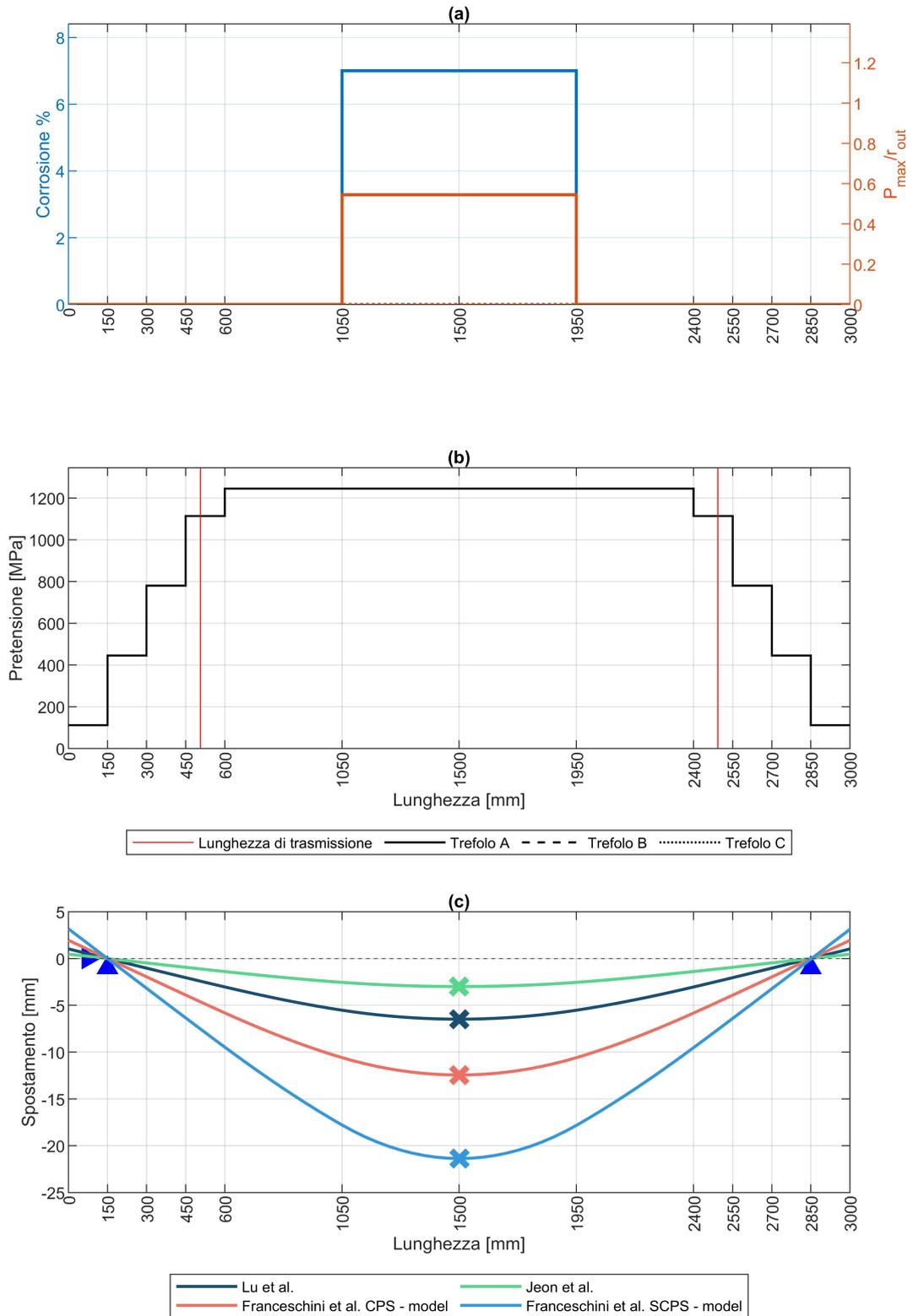


Figura 3.15: Trave n. 6: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

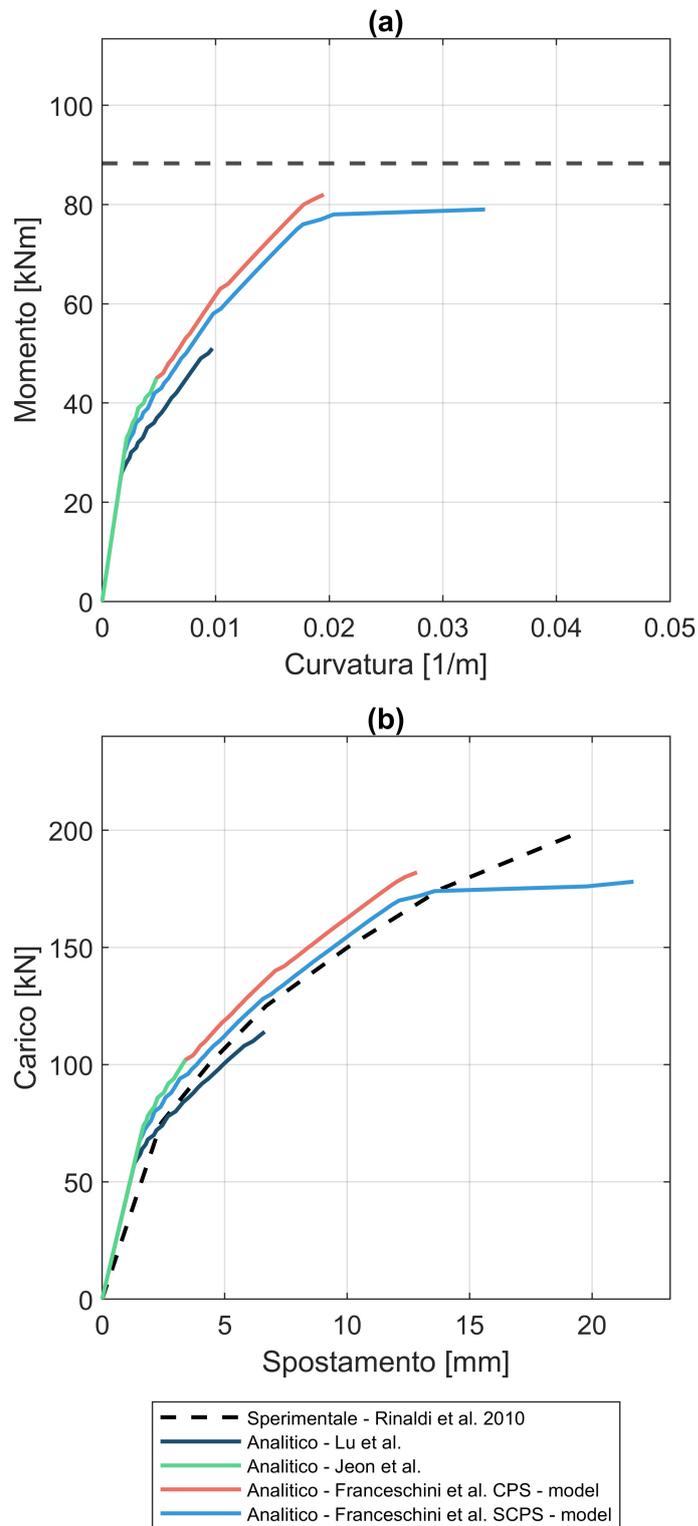


Figura 3.16: Trave n. 6: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 1.16mm$ ); (b) Carico-spostamento

**Trave n. 5** La trave presenta un grado di corrosione paragonabile alla trave n. 1 della serie 2 e pari al 20%; i valori di corrosione e pretensione sono riportati nella Figura 3.17 (a) (b). Anche il comportamento della trave n. 5 risulta simile a quelli delle travi delle serie precedenti con gradi di corrosione medi paragonabili; la rottura avviene per il raggiungimento della tensione ultima dei trefoli corrosi [12]. Il momento massimo sperimentale per la sezione centrale è pari a 22.50 kNm, mentre la simulazione arriva a valori dell'ordine di 60 kNm per i legami di Franceschini et al., [10][26]. Il legame di Jeon et al., [21] impone una limitazione sulla deformazione ultima inferiore rispetto a quella imposta dalla pretensione, come accade per la trave n. 1. In termini di carico ultimo il valore sperimentale risulta essere di 50 kN, mentre la simulazione raggiunge i valori di 144 kN e 130 kN per i legami di Franceschini et al., [10][26], CPS - model e SCPS - model, rispettivamente e di soli 28 kN per il legame di Lu et al., [22]. I parametri di accuratezza vengono riassunti nella Tabella 3.15. La differenza di risultati rispetto allo sperimentale, può essere ricondotta alle motivazioni esposte in merito alla trave n. 3, della serie precedente. Anche nel caso in esame, il criterio di uscita del modello differisce dalle modalità di rottura sperimentali: viene individuato il fallimento della matrice di rigidità del calcestruzzo e non la rottura dei trefoli da pretensione. Nella Figura 3.18 (c) viene proposta la deformata a rottura, avvenuta nel punto di maggior sollecitazione flettente.

Tabella 3.15: Trave n. 5: parametri di accuratezza

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Lu et al., [22]	64.44	44.00	-120.59
Jeon et al., [21]	-	-	-
Franceschini et al., [10], CPS - model	-180.00	-188.00	-578.59
Franceschini et al., [26], SCPS - model	-153.33	-160.00	-763.07

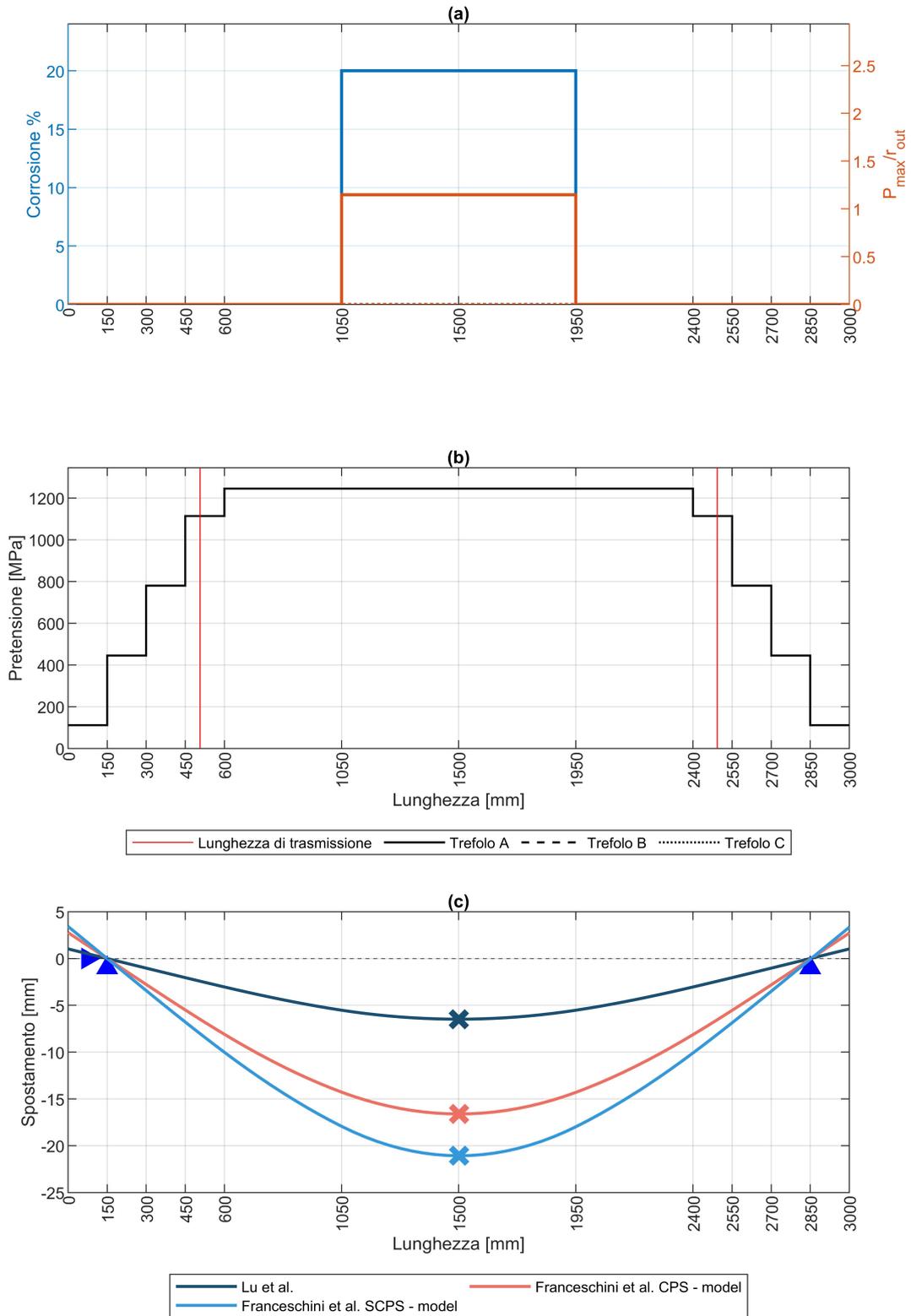


Figura 3.17: Trave n. 5: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

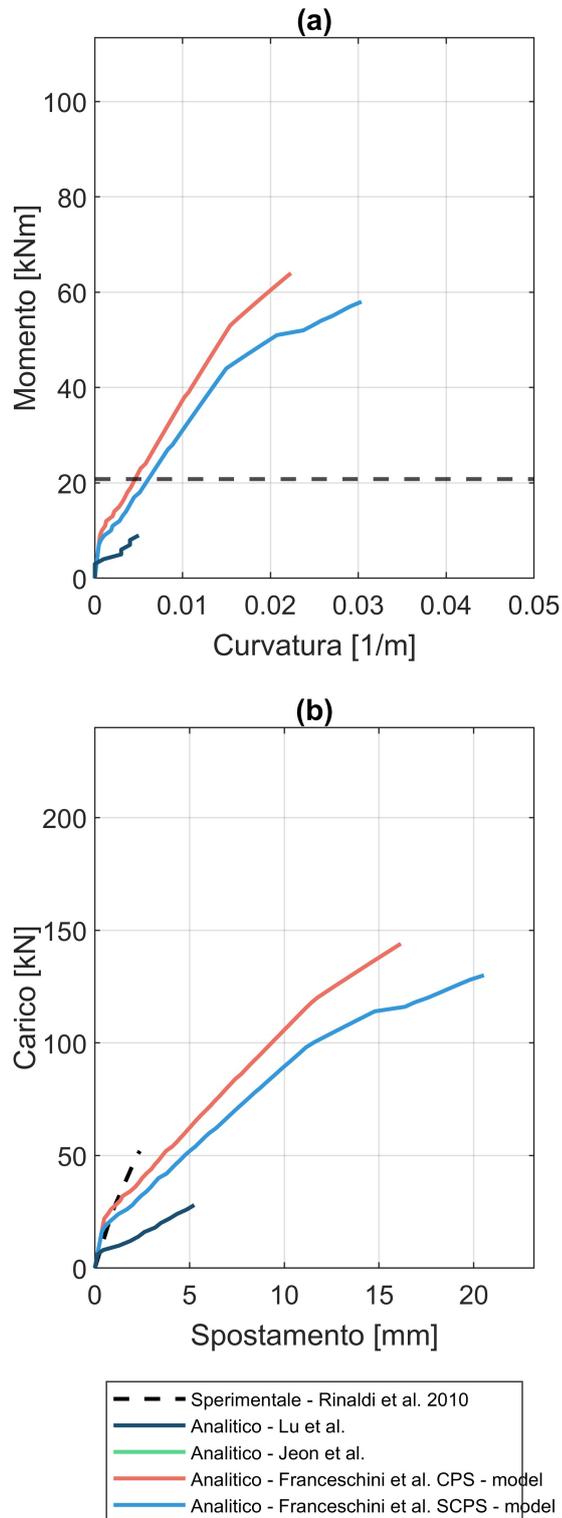


Figura 3.18: Trave n. 5: (a) Momento-curvatura per la sezione 1500 ( $P_{max} = 2.45mm$ ); (b) Carico-spostamento

## **3.2 Confronto con una prova a flessione retta su tre punti di una trave a sezione rettangolare con trefoli da precompressione corrosi naturalmente**

### **3.2.1 Campagna sperimentale condotta da Vecchi et al., 2020 [13]**

#### **Descrizione della campagna sperimentale**

Due travature con trefoli danneggiati da corrosione naturale e una di riferimento sono state testate a flessione retta su tre punti, sotto il controllo di forza. Le deformazioni sono state misurate attraverso il *Linear Variable Displacement Transducer (LVDT)*, posizionato nella faccia inferiore della trave, in corrispondenza dell'applicazione del carico. Al fine di registrare gli spostamenti verticali, all'aumentare del carico, viene utilizzata la metodologia *Digital Image Correlation (DIC)*: per ogni incremento di carico di 5 kN una fotocamera ad alta definizione registra un'immagine e compara la posizione di marcatori, precedentemente disposti sulla trave, con la loro posizione iniziale indeformata. La distanza tra i due supporti non viene mantenuta fissa per tutte le travi, ma è valutata in base al danneggiamento del copriferro esterno, in modo da non perdere quest'ultimo per causa delle tensioni insorte all'appoggio [13]. La sezione viene rappresentata nella Figura 3.19 (a) e presenta due trefoli da pretensione nella zona tesa e due barre d'armatura longitudinale nella zona compressa, in assenza di armatura trasversale. La schematizzazione utilizzata nel modello è rappresentata nella Figura 3.19 (b) e prevede la divisione in due sottodomini della matrice di calcestruzzo, integrati con otto punti, secondo la regola di Gauss-Lobatto. Le proprietà geometriche e meccaniche, uguali per le tre travi, vengono riassunte nella Tabella 3.16 e Tabella 3.17, rispettivamente. La resistenza meccanica del calcestruzzo viene misurata su cilindri 100x50 mm, mentre le dimensioni indicate dalla norma UNI EN 12390 [38] risultano essere 300x150 mm (altezza x diametro). Dal momento che il rapporto tra altezza e diametro risulta essere costante, nella simulazione viene mantenuto il valore fornito.

I parametri del grado di corrosione sono riassunti nella Tabella 3.18: si fa riferimento a quelli pubblicati da Franceschini et al., [10], per quanto riguarda la perdita di massa e a Franceschini [1] per i valori del pit del filo maggiormente corrosivo.

Per livello di corrosione si fa riferimento a quanto descritto da Franceschini [1] in merito all'ispezione visuale dei campioni corrosi.

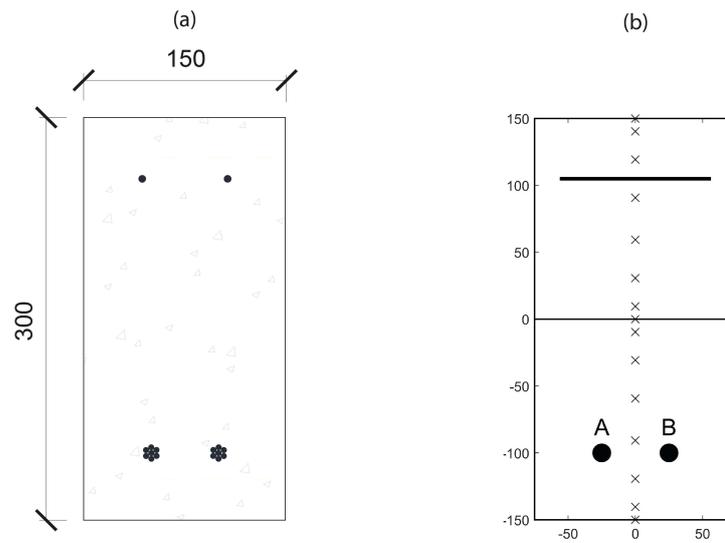


Figura 3.19: (a) Rappresentazione della sezione utilizzata nella prova sperimentale condotta da Vecchi et al., [13]; (b) Schematizzazione della sezione utilizzata nella modellazione.

Tabella 3.16: Proprietà geometriche della sezione utilizzate da Vecchi et al. [13]

Sezione	$B$ [mm]	$H$ [mm]	
	150	300	
Armatura longitudinale	$\phi$ [mm]	$n.$ °	$d^*$ [mm]
	5	2	45
Armatura da pretensione	$\phi$ [mm]	$n.$ °	$d^*$ [mm]
	12.9	2	250

\*distanza dalla fibra superiore.

### Descrizione delle ipotesi del modello analitico e risultati

Le travi risultano essere state fabbricate 10 anni prima della prova a flessione, pertanto risulta necessario diminuire in funzione di effetti di lungo tempo il livello di pretensione di progetto, pari a 1408 MPa [13]. Al fine di tale calcolo, non essendo a conoscenza delle condizioni termometriche alle quali sono state sottoposte le travi, ci si affida a quanto riportato da Belletti et al., [28] che provano a flessione retta su tre punti un'ulteriore trave, appartenente alla stessa centrale termoelettrica della campagna sperimentale in questione. Vengono calcolate le seguenti perdite di pretensione: il rilassamento dei trefoli in accordo con l'Eurocodice 2 (2002), pari a 30.50 MPa; la deformazione per effetto *shrinkage* del calcestruzzo pari a  $6.28 \cdot 10^{-4}$  e la deformazione da *creep* pari a  $2.64 \cdot 10^{-4}$ , calcolate secondo il Model Code [28]. Considerando le perdite di pretensione elastiche pari a 48.60 MPa e quelle a lungo termine sopra citate, risulta che la pretensione dei trefoli non affetti dal fenomeno della corrosione, è pari a 1154.96 MPa.

Tabella 3.17: Proprietà meccaniche dei materiali utilizzati da Vecchi et al. [13]

Calcestruzzo	$R_{cm}$ [MPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]	
	-	45.4	-	
Acciaio - armatura longitudinale	$f_y$ [MPa]	$f_u$ [MPa]	$\epsilon_u$	$E$ [MPa]
	450	500	0.180	195000
Acciaio - pretensione	$f_{py,0}$ [MPa]	$f_{pu,0}$ [MPa]	$\epsilon_{pu,0}$	$E_{pu,0}$ [MPa]
	-	1901.75	0.051	195000

Tabella 3.18: Gradi di corrosione, Franceschini et al., [10] e Franceschini [1]

Trave	Segmento [mm]*	Trefolo	$\eta_M$ [%]	$P_{max}$ [mm]	Livello di corrosione
PB3P10	1380 - 2080	A	2.4	0.59	LV-I
	4450 - 5150	A	6.3	2.57	LV-II
	320 - 1020	B	2.2	-	LV-II
	2870 - 3320	B	8.0	2.88	LV-II
PB3P11	1960 - 2660	A	2.9	1.4	LV-II
	60 - 510	B	2.0	0.98	LV-I
	2730 - 3180	B	4.8	1.26	LV-II

\*misura dall'estremità sinistra della trave.

Essendo la lunghezza di ancoraggio pari a 869 mm ed inferiore alla distanza che divide il punto d'appoggio con l'unico punto di applicazione della forza, risulta possibile ancorare il trefolo fino alla sua tensione ultima di 1902 MPa.

**Trave PBN3P1** Nel caso della trave di riferimento il livello della corrosione è nullo, pertanto i valori di pretensione non vengono ridotti ulteriormente. La lunghezza di trasmissione risulta essere pari a 393 mm: l'andamento lineare della pretensione viene discretizzato in elementi di 125 mm a partire dalle estremità della trave, Figura 3.20 (b). Da quanto emerge dalle osservazioni sperimentali, il collasso della trave PBN3P1 si presenta per rottura del calcestruzzo in corrispondenza del punto di applicazione del carico e snervamento dell'armatura longitudinale, presentando un ramo duttile fino ad un carico ultimo di 70.14 kN [1].

Nella Figura 3.21 il modello sovrastima la rigidità iniziale con  $\Delta_K = -6\%$ . Il carico a rottura della trave sperimentale risulta essere 70.14 kN, con uno spostamento di 72.96 mm. Pertanto, in tale situazione la cover di calcestruzzo risulta essere molto danneggiata, portando ad una difficile misurazione degli spostamenti attraverso il DIC. Al fine del confronto con i risultati della modellazione si è preferito mantenere come situazione a rottura quella indicata come "Fai-

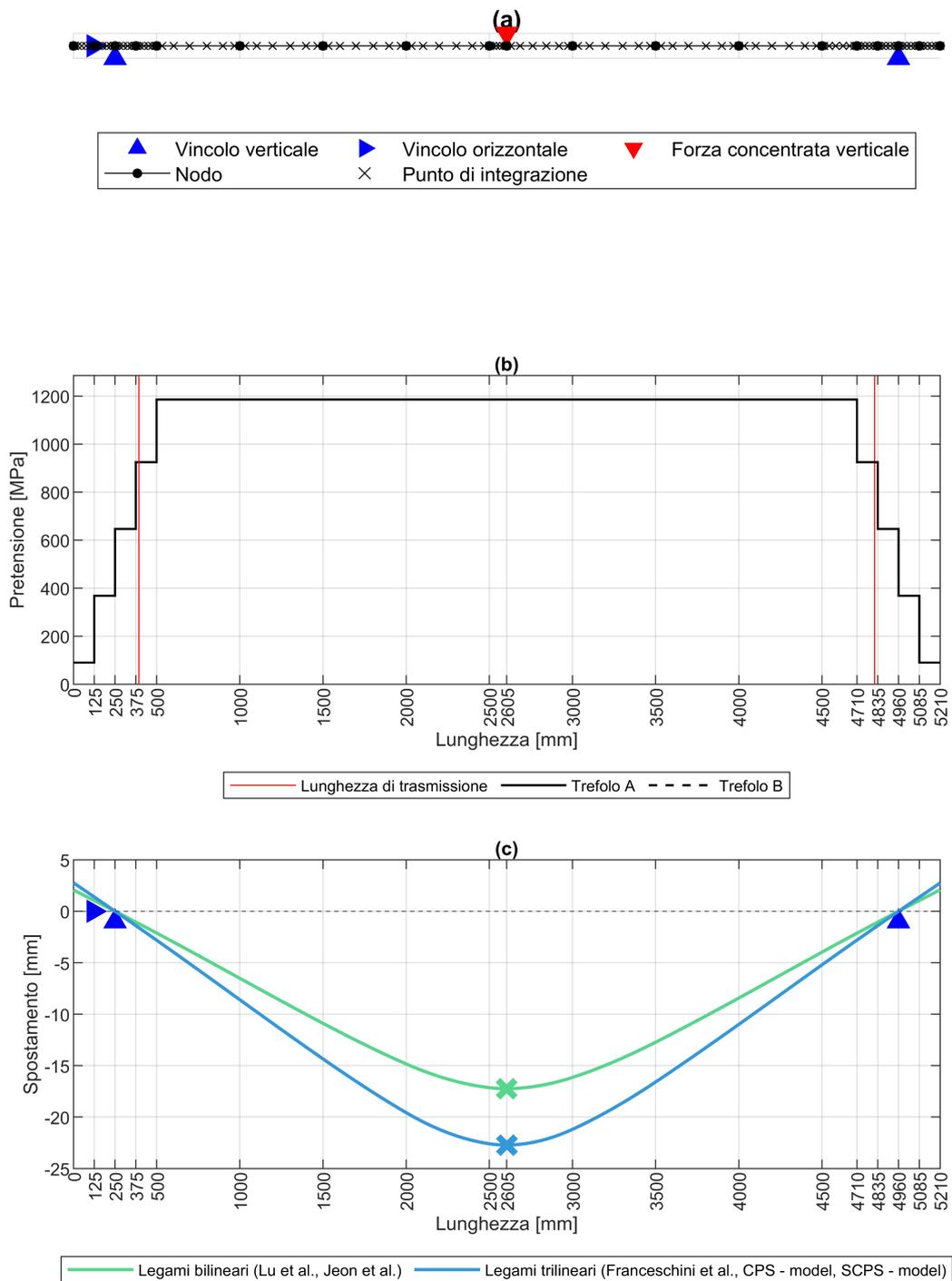


Figura 3.20: Trave PBN3P1 - pit massimo da Franceschini [1]: (a) Schema statico; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

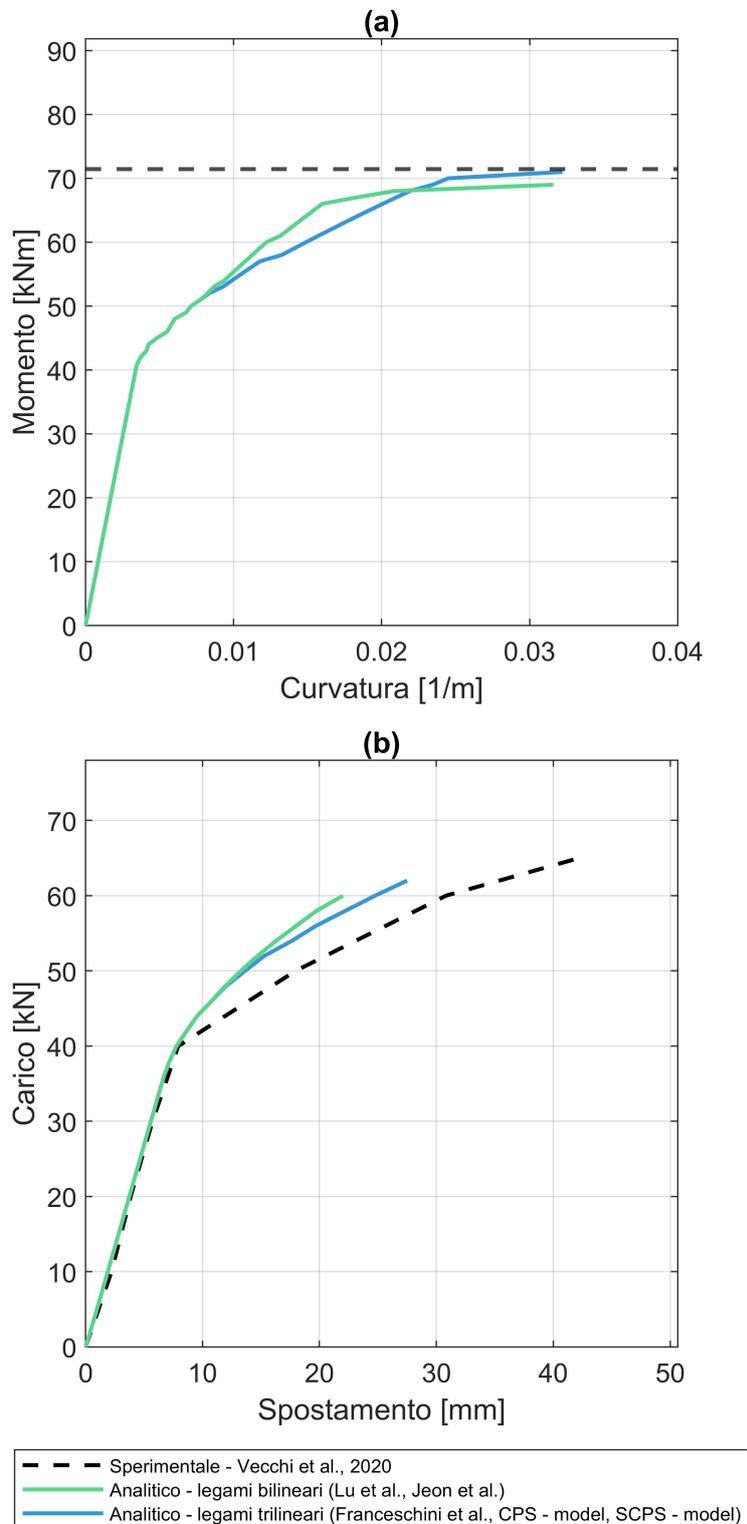


Figura 3.21: Trave PBN3P1 - pit massimo da Franceschini [1]: (a) Momento-curvatura per la sezione 2605; (b) Carico-spostamento

*lure DIC result*”, corrispondente a 65 kN di carico ultimo ed uno spostamento di 42.20 mm [1]. I parametri di affidabilità del modello vengono riportati nella Tabella 3.19: i legami costitutivi di impostazione trilineare ottengono risultati più accurati rispetto alle grandezze analizzate. La modalità di rottura simulata risulta uguale per i legami costitutivi considerati e corrispondente all’annullamento della matrice di rigidezza del calcestruzzo. Nella situazione sperimentale assunta come rottura al fine del confronto, vengono descritte molteplici fessurazioni, tipiche della rottura a flessione.

Tabella 3.19: Trave PBN3P1 pit massimo da Franceschini [1]: parametri di accuratezza del modello

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Legami bilineari (Lu et al., [22] e Jeon et al., [21])	11.15	7.69	47.83
Legami trilineari (Franceschini et al., [10] e [26], CPS - model e SCPS - model)	8.54	4.62	34.85

**Trave PB3P10** Essendo i valori di corrosione presenti nella Tabella 3.18 non continui per la lunghezza della trave, è stato necessario integrarli con ulteriori valori in accordo con il livello di corrosione definito per ispezione visuale da Franceschini [1]; sono riassunti nella Figura 3.22 (a). Dalle osservazioni sperimentali risulta che il collasso della trave PB3P10, è caratterizzato dalla presenza di fenomeni di *splitting* e *spalling* del copriferro al livello dei trefoli da pretensione, ma non la rottura di questi. Il fallimento della struttura avviene dopo la formazione di un'ampia fessura verticale [1]: la rottura del legame di aderenza tra il trefolo e il calcestruzzo dovuto sia alla corrosione che al mancato confinamento, porta la sezione a dover resistere in assenza di rinforzi a trazione. Il collasso della trave risulta di tipo fragile ad un valore di carico di soli 17.00 kN. Nella Figura 3.23 (b) la rigidezza iniziale viene approssimata dal modello con  $\Delta_K = 10\%$ . I legami di CPS - model, risultano arrivare a rottura del cavo da pretensione A, con un pit massimo in prossimità delle sezioni centrali di 2.88 mm, per la sola deformazione imposta dalla pretensione. Per le sezioni comprese tra 2605 mm e 3500 mm la pretensione determina una deformazione iniziale del trefolo pari a  $\epsilon_{P0} = 0.0061$ , superiore alla deformazione massima imposta dai legami costitutivi di Lu et al., [22], Jeon et al., [21], e di Franceschini et al., [10], per un pit massimo di 2.88 mm. In particolare si ottengono i valori di  $\epsilon_{pun} = 0.0051$ ,  $\epsilon_{pun} = 0.0034$  e  $\epsilon_{pun} = 0.0046$  rispettivamente per i legami costitutivi sopra citati. Diversamente, il legame di Franceschini et al., [26], SCPS-model considerando la resistenza di cinque fili esterni a cui viene assegnato un pit medio e quella del filo non centrale come non corrosivo, riesce ad ottenere una deformazione ultima del trefolo  $\epsilon_{pun} = 0.0068$ , portando complessivamente la trave a raggiungere il valore di carico massimo di 8 kN, inferiore del 88% rispetto alla trave di riferimento. Il criterio di arresto individuato dal legame semplificato di Franceschini et al., [26], risulta essere per rottura di entrambi i trefoli da pretensione, prima del raggiungimento della resistenza a compressione del calcestruzzo compresso. Nella simulazione la rottura non si presenta in corrispondenza della sollecitazione a flessione massima, ovvero nella mezzeria tra i due appoggi, ma nell'elemento compreso tra le misure di 2605 mm e 3000 mm dall'estremità sinistra della trave. Questo presenta il massimo valore di corrosione in termini di profondità di pit e la maggiore sollecitazione rispetto all'elemento successivo. Nella Figura 3.23 si presenta la deformata a rottura simulata e quella sperimentale a 88% del carico ultimo.

Tabella 3.20: Trave PB3P10 - pit massimo da Franceschini [1]: Parametri di accuratezza

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Lu et al., [22]	-	-	-
Jeon et al., [21]	-	-	-
Franceschini et al., [10], CPS - model	-	-	-
Franceschini et al.,[26], SCPS - model	56.76	52.94	57.31

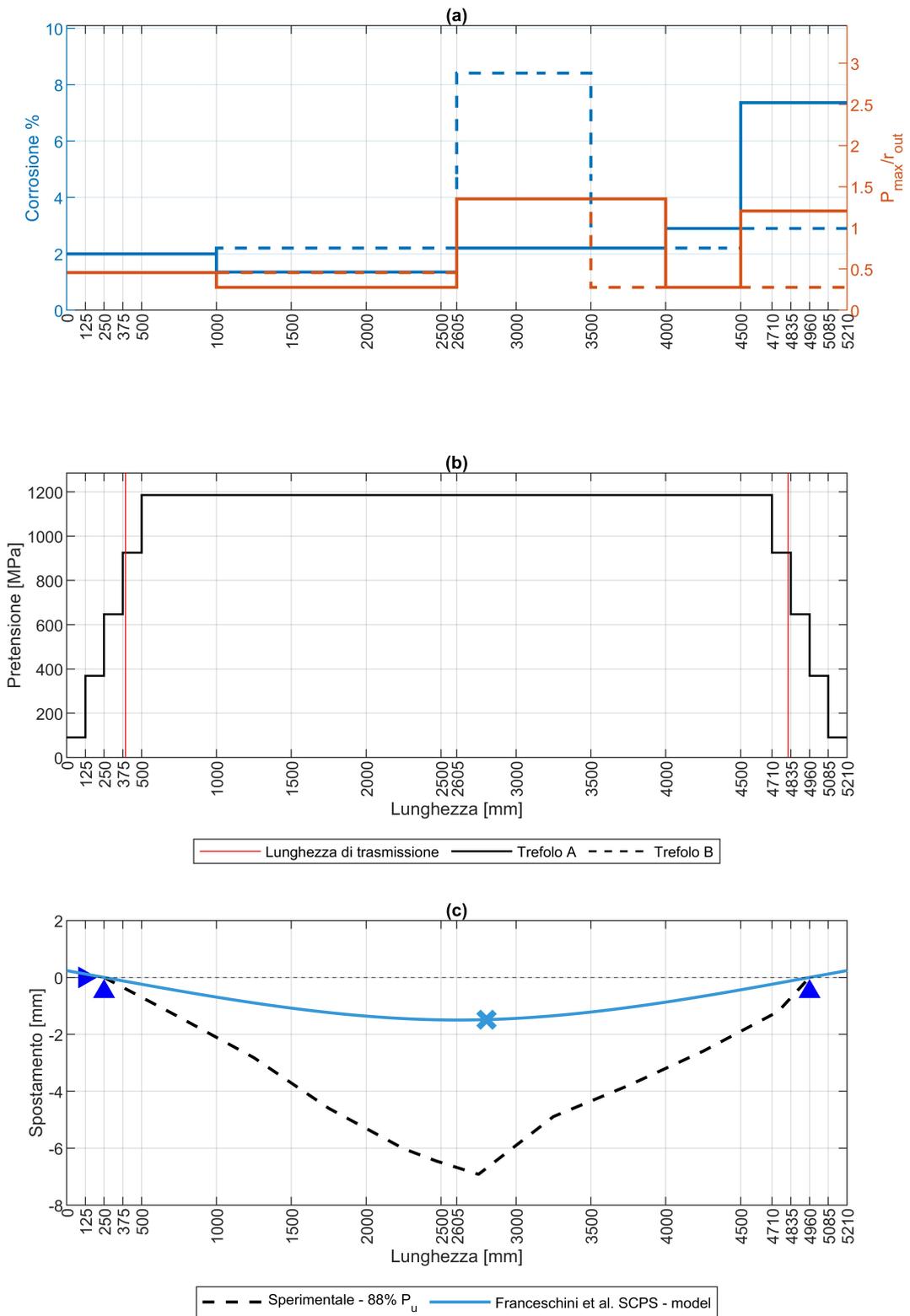


Figura 3.22: Trave PB3P10 - pit massimo da Franceschini [1]: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

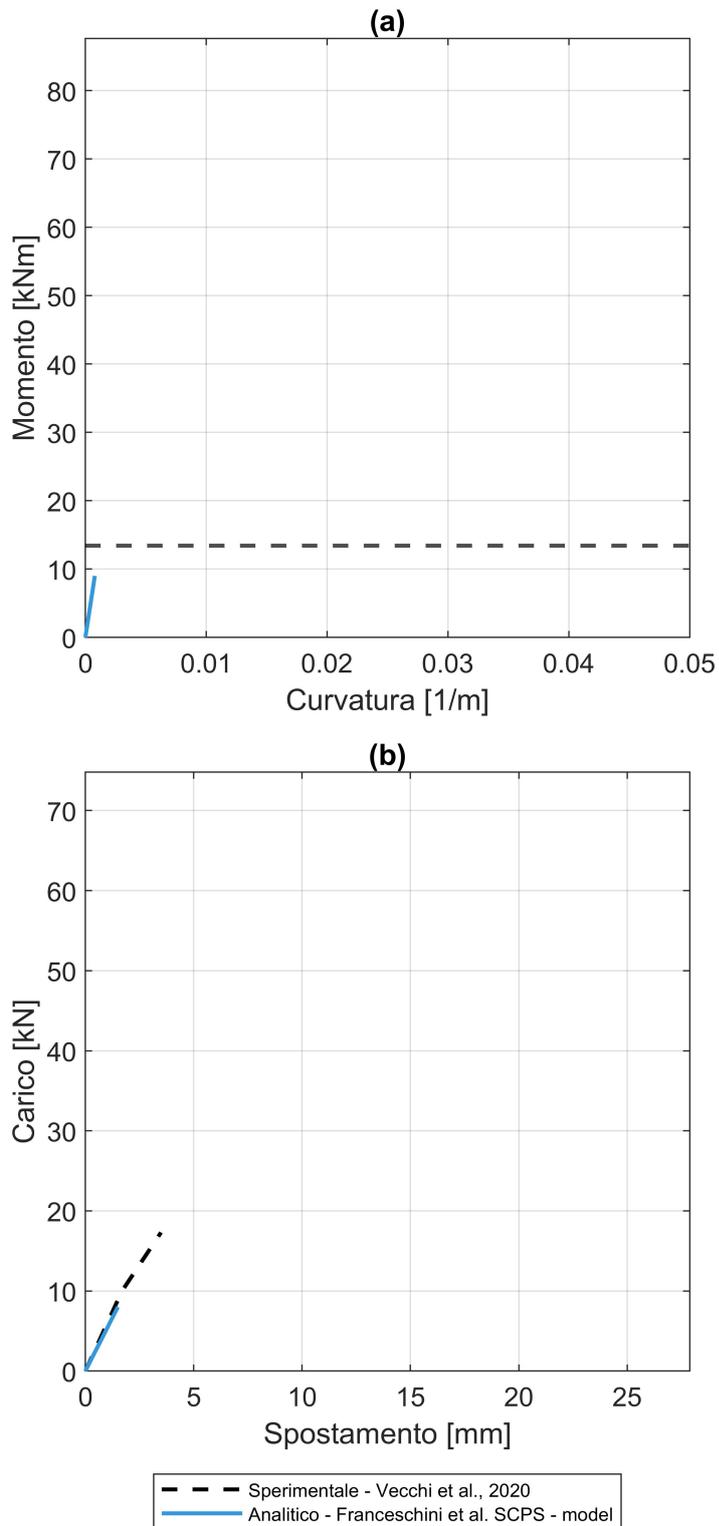


Figura 3.23: Trave PB3P10 - pit massimo da Franceschini [1]: (a) Momento-curvatura per la sezione 2802.5 ( $P_{max} = 2.88mm$ ); (b) Carico-spostamento

Al fine di comprendere meglio l'influenza dei parametri di misura della corrosione, viene effettuata la simulazione della trave PB3P10 massimizzando il valore di pit: per entrambi i trefoli viene assunta la profondità di pit pari a 2.88 mm. La perdita di massa percentuale viene mantenuta invariata rispetto alla simulazione precedente, per tutti gli elementi. La rigidezza iniziale risulta invariata rispetto alla configurazione di corrosione precedente. Per le ipotesi di modellazione imposte, non si apprezzano particolari differenze con la distribuzione di corrosione precedente: i legami di Lu et al., [22], Jeon et al., [21] e Franceschini et al., [10] CPS-model, impongono la limitazione sulla deformazione come nel caso precedente; il legame semplificato di Franceschini et al., [26] non ottiene una variazione in termini di carico ultimo, ma ed un aumento dello spostamento del 2%. La rottura avviene, come nel caso precedente, per annullamento della matrice di rigidezza dell'acciaio da pretensione. In questo caso il punto della rottura è in corrispondenza della maggiore sollecitazione flettente, in quanto la distribuzione della corrosione è costante.

Tabella 3.21: Trave PB3P10 - pit massimo costante. Parametri di accuratezza

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Lu et al., [22]	-	-	-
Jeon et al., [21]	-	-	-
Franceschini et al., [10], CPS - model	-	-	-
Franceschini et al.,[26], SCPS - model	56.76	52.94	56.66

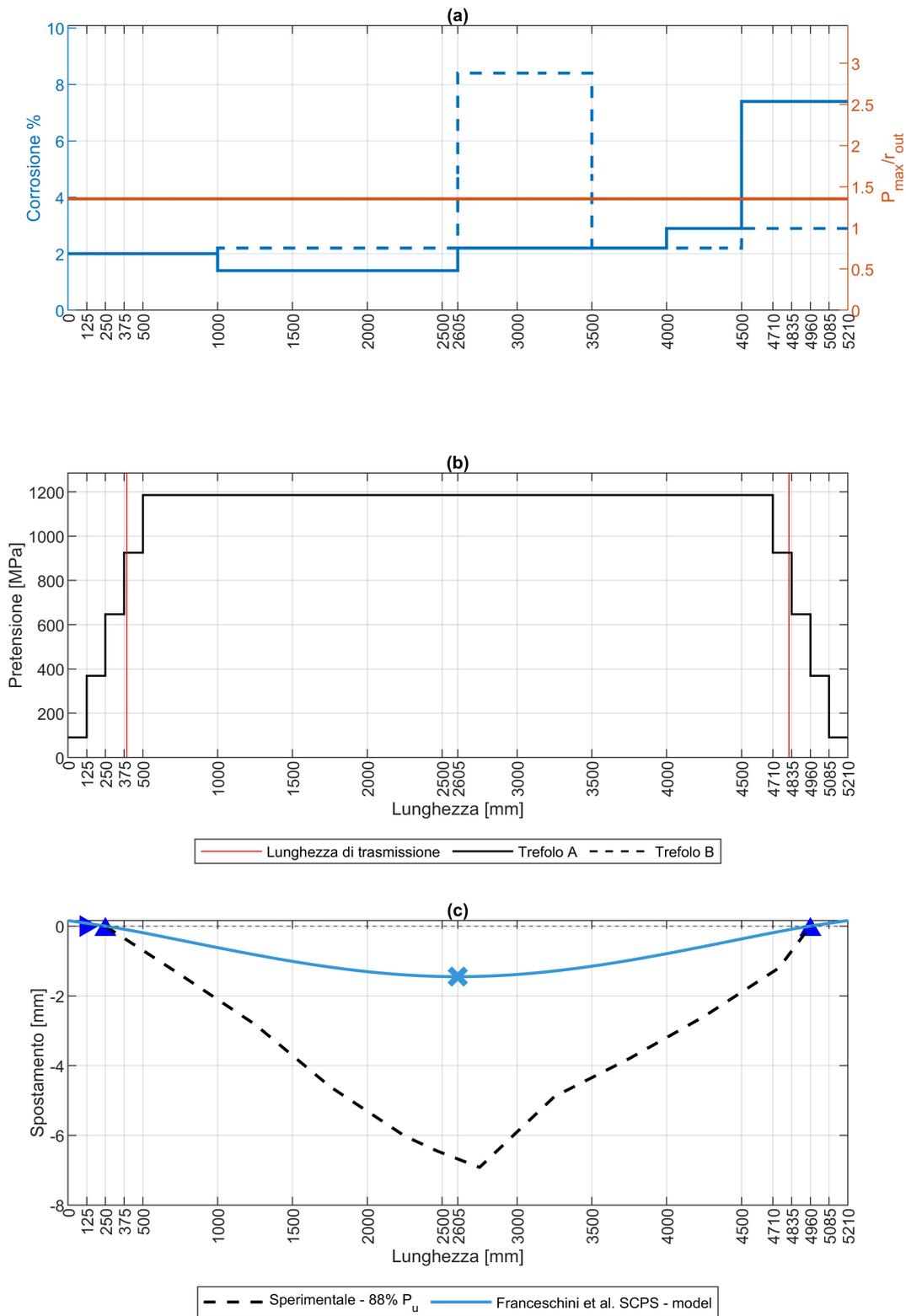


Figura 3.24: Trave PB3P10 - pit massimo costante: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

Andando a cambiare ulteriormente la modellazione della corrosione, mantenendo la perdita di massa media originale e calcolando il valore del pit massimo in funzione di questa, attraverso la formulazione di Franceschini [1], si ottiene un valore di pit massimo di 1.08 mm e di 0.75 mm per il trefolo A e B, rispettivamente. I valori di corrosione e pretensione sono riportati nella Figura 3.25 (a) (b). La rigidezza iniziale anche in questo caso risulta invariata, ma il grado di corrosione meno elevato di pit massimo, porta i legami costitutivi a non imporre la rottura per le deformazione iniziale di pretensione: i legami di Lu et al., [22], Jeon et al., [21] e Franceschini et al., [10], portano ad un carico ultimo di 40 kN 26 kN e 59 kN, rispettivamente. Il legame SCPS - model [26], risulta avere un incremento di carico ultimo dell'ordine del 650%. Il criterio di arresto del modello è l'annullamento della norma della matrice di rigidezza dell'acciaio da pretensione, per tutti i legami costitutivi considerati.

Il calcolo del momento nella Figura 3.26 (a), (b) e (c) viene effettuato nella medesima sezione, corrispondente a quella maggiormente corrosa, di ascissa 2802.5 mm, dal lembo sinistro della trave.

Tabella 3.22: Trave PB3P10 - calcolo del pit massimo attraverso la formulazione di Franceschini [1]. Parametri di accuratezza

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Lu et al., [22]	-116.22	-123.53	-133.97
Jeon et al., [21]	-40.54	-52.94	71.69
Franceschini et al., [10], CPS - model	-218.92	-229.41	139.85
Franceschini et al.,[26], SCPS - model	-240.54	-252.94	164.57

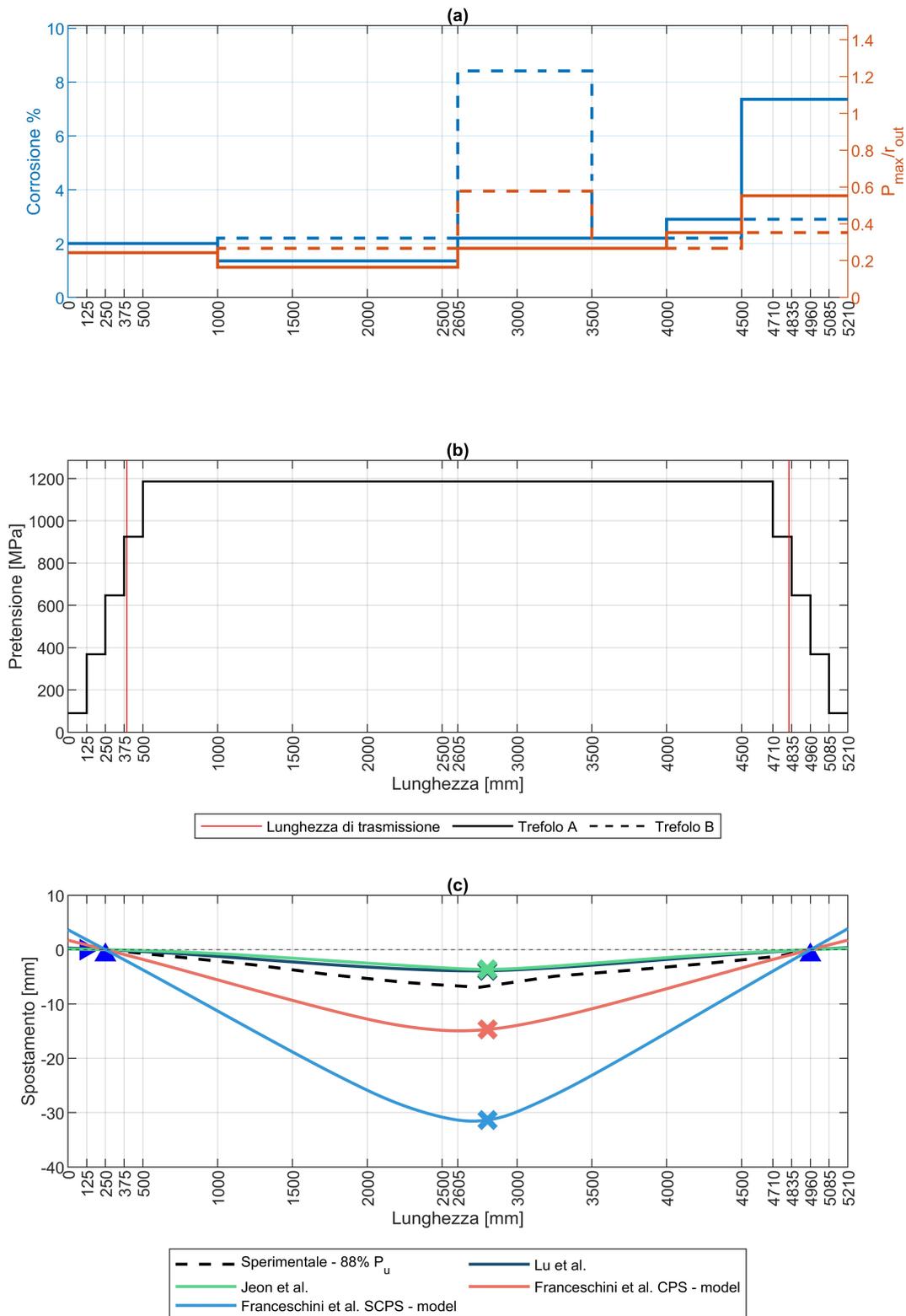


Figura 3.25: Trave PB3P10 - calcolo del pit massimo attraverso la formulazione di Franceschini [1]: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

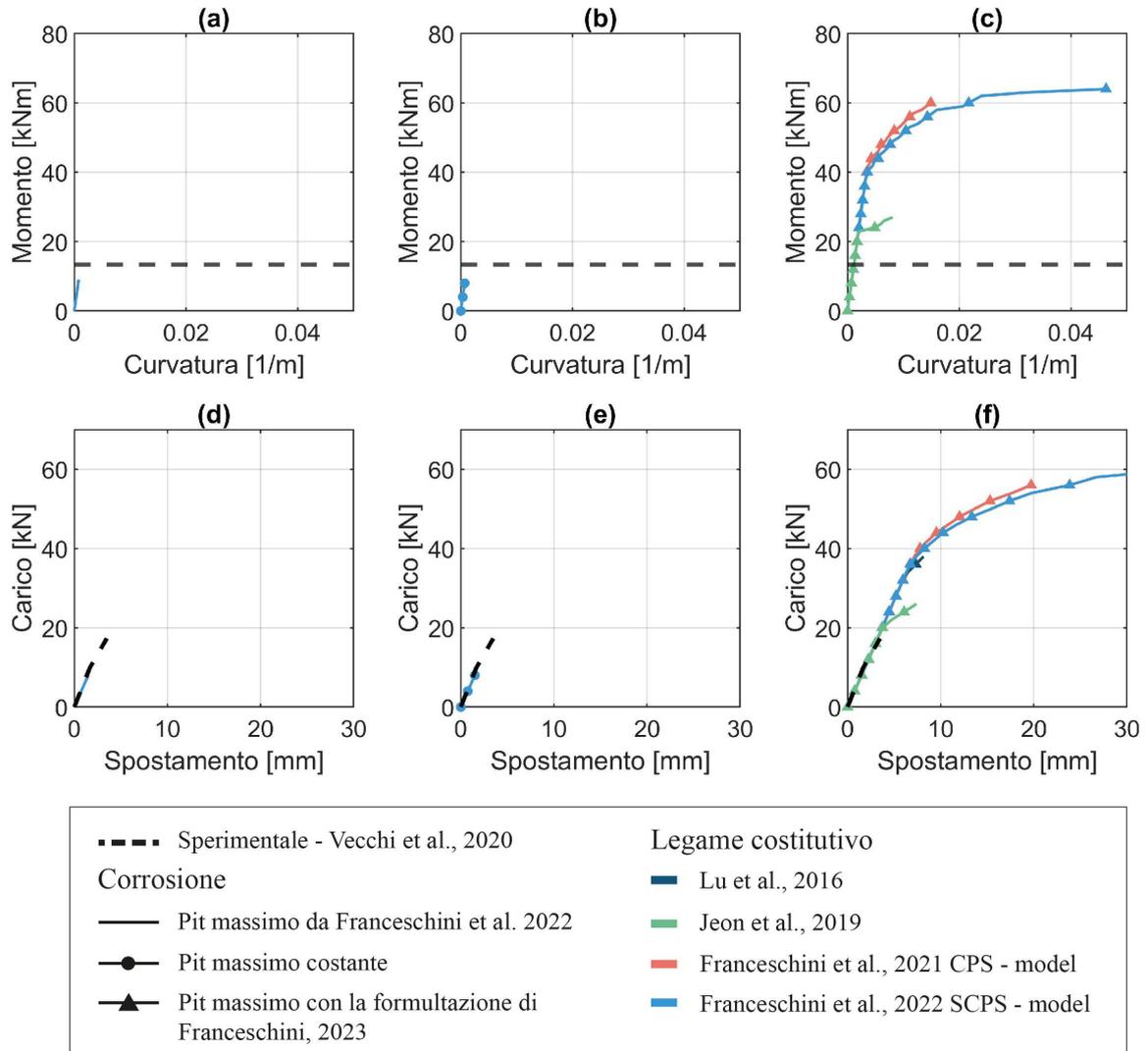


Figura 3.26: Trave PB3P10: (a) Momento-curvatura per la sezione 2802.5 - pit massimo da Franceschini [1] ( $P_{max} = 2.88mm$ ); (b) Momento-curvatura per la sezione 2802.5 - pit massimo costante ( $P_{max} = 2.88mm$ ); (c) Momento-curvatura per la sezione 2802.5 - pit massimo con la formulazione di Franceschini [1] ( $P_{max_A} = 1.18mm$ ,  $P_{max_B} = 1.23mm$ ); (d) Carico-spostamento - pit massimo da Franceschini [1]; (e) Carico-spostamento - pit massimo costante; (f) Carico-spostamento - pit massimo con la formulazione di Franceschini [1]

**Trave PB3P11** I valori di corrosione e pretensione sono riportati nella Figura 3.27 (a) (b). La trave PB3P11 arriva a rottura per il raggiungimento della tensione ultima dei trefoli corrosi in mezzzeria e rottura calcestruzzo sotto il punto di applicazione della forza, arrivando complessivamente ad un valore di carico di 62.00 kN [1]. Nella curva carico-spostamento, Figura 3.28 (b), la pendenza della retta iniziale della simulazione risulta sottostimata rispetto a quella sperimentale con  $\Delta_K = 10\%$ . Il modello risulta sovrastimare gli spostamenti del ramo duttile, rispetto allo sperimentale. Contrariamente per la prova a flessione su quattro punti precedentemente esposta, in questo caso la lunghezza che intercorre tra il punto di applicazione della forza e l'appoggio è di 2.35 m: le zone di discontinuità per le quali viene a mancare l'ipotesi di mantenimento delle sezioni piane, risultano essere minori in rapporto alla lunghezza analizzata e la trave riporta una deformazione prevalentemente flessionale, portando a rendere trascurabili le deformazioni da taglio.

Il modello con i legami costitutivi considerati risulta sottostimare il carico ultimo rispetto al valore sperimentale, ma ottiene una buona approssimazione dell'abbassamento in prossimità della rottura. Il legame che meglio riesce a rappresentare l'andamento sperimentale è quello di Franceschini et al., [26] SCPS-model, mentre quello proposto da Jeon et al., [21], prevede una deformazione massima del materiale corrosivo inferiore a quella imposta dalla pretensione. In particolare, la perdita di massa risulta essere sempre minore del 6%, limite oltre il quale viene ridotta la pretensione secondo la relazione di Dai et al., [37]. Nell'elemento compreso tra le sezioni 2605 e 3000, il livello di corrosione risulta massimo per entrambi i trefoli: per il legame costitutivo considerato la deformazione ultima del trefolo risulta essere  $\epsilon_{puc} = 0.0044$ , minore di quella imposta dalla pretensione  $\epsilon_{P0} = 0.0061$ , portando a rottura i trefoli prima dell'applicazione del carico. Facendo un confronto con la deformazione ultima calcolata con il legame di Franceschini et al., [26], SCPS - model per i medesimi valori di corrosione, risulta  $\epsilon_{puc} = 0.0102$ .

Tabella 3.23: Trave PB3P11 - pit massimo da Franceschini [1]. Parametri di accuratezza

	$\Delta_M[\%]$	$\Delta_P[\%]$	$\Delta_v[\%]$
Lu et al., [22]	76.71	70.97	76.23
Jeon et al., [21]	-	-	-
Franceschini et al., [10], CPS - model	23.29	19.35	41.32
Franceschini et al., [26], SCPS - model	26.03	16.13	0.22

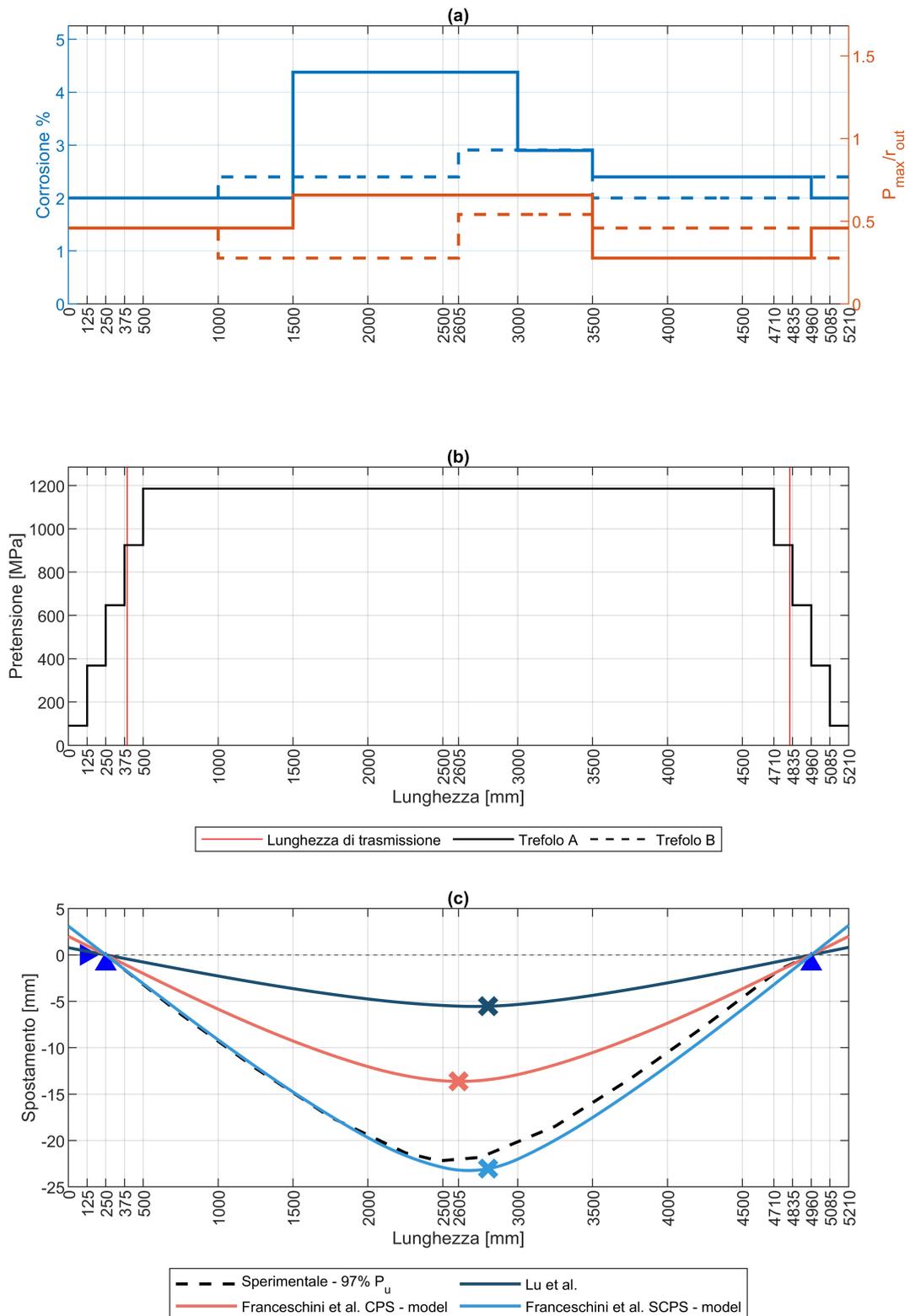


Figura 3.27: Trave PB3P11 - pit massimo da Franceschini [1]: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

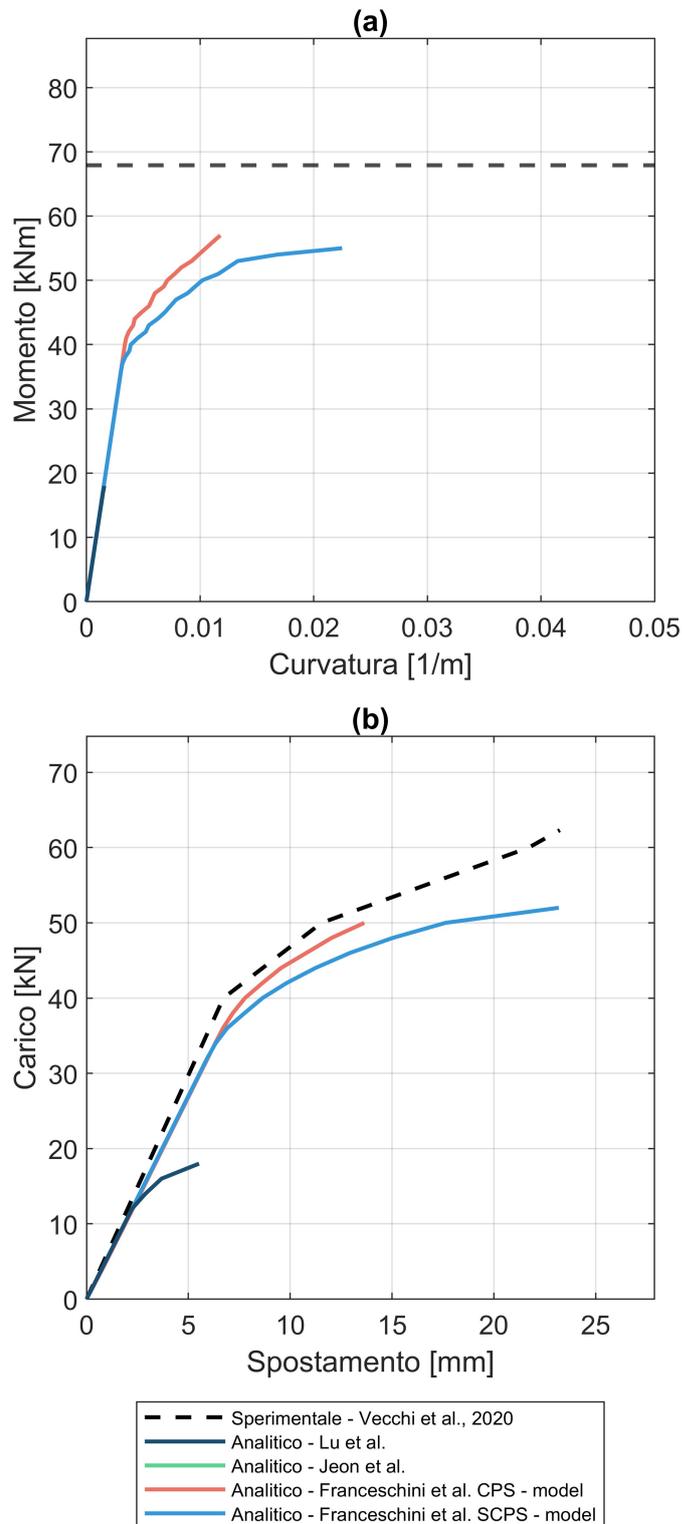


Figura 3.28: Trave PB3P11 - pit massimo da Franceschini [1]: (a) Momento-curvatura per la sezione 2605 ( $P_{max_A} = 1.40mm$ ,  $P_{max_B} = 1.15mm$ ); (b) Carico-spostamento

Come nel caso precedente, vengono modellate due configurazioni di corrosione diverse: la massimizzazione dei valori di pit nella lunghezza della trave e il calcolo del pit massimo attraverso la formulazione di Franceschini [1], mantenendo invariata la distribuzione della perdita di massa. Nel primo caso il pit massimo dei trefoli A e B risulta essere di 1.40 mm e 1.15 mm, rispettivamente; nel secondo, invece, i valori dei pit massimo calcolati per i trefoli A e B sono di 1.17 mm e 1.23 mm, rispettivamente.

Diversamente da quanto accade nella simulazione della trave precedente, il legame semplificato di Franceschini et al., [26], ottiene una diminuzione del carico massimo del 8% ed una diminuzione della freccia del 32%. Anche nel caso del legame di Lu et al., [22], si riscontra una diminuzione del carico e spostamento ultimo, mentre la modellazione con il legame di Franceschini et al., [10], non presenta variazioni.

Tabella 3.24: Trave PB3P11 - pit massimo costante. Parametri di accuratezza

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Lu et al., [22]	76.71	74.19	84.82
Jeon et al., [21]	-	-	-
Franceschini et al., [10], CPS - model	23.29	19.35	41.32
Franceschini et al., [26], SCPS - model	26.03	22.58	32.06

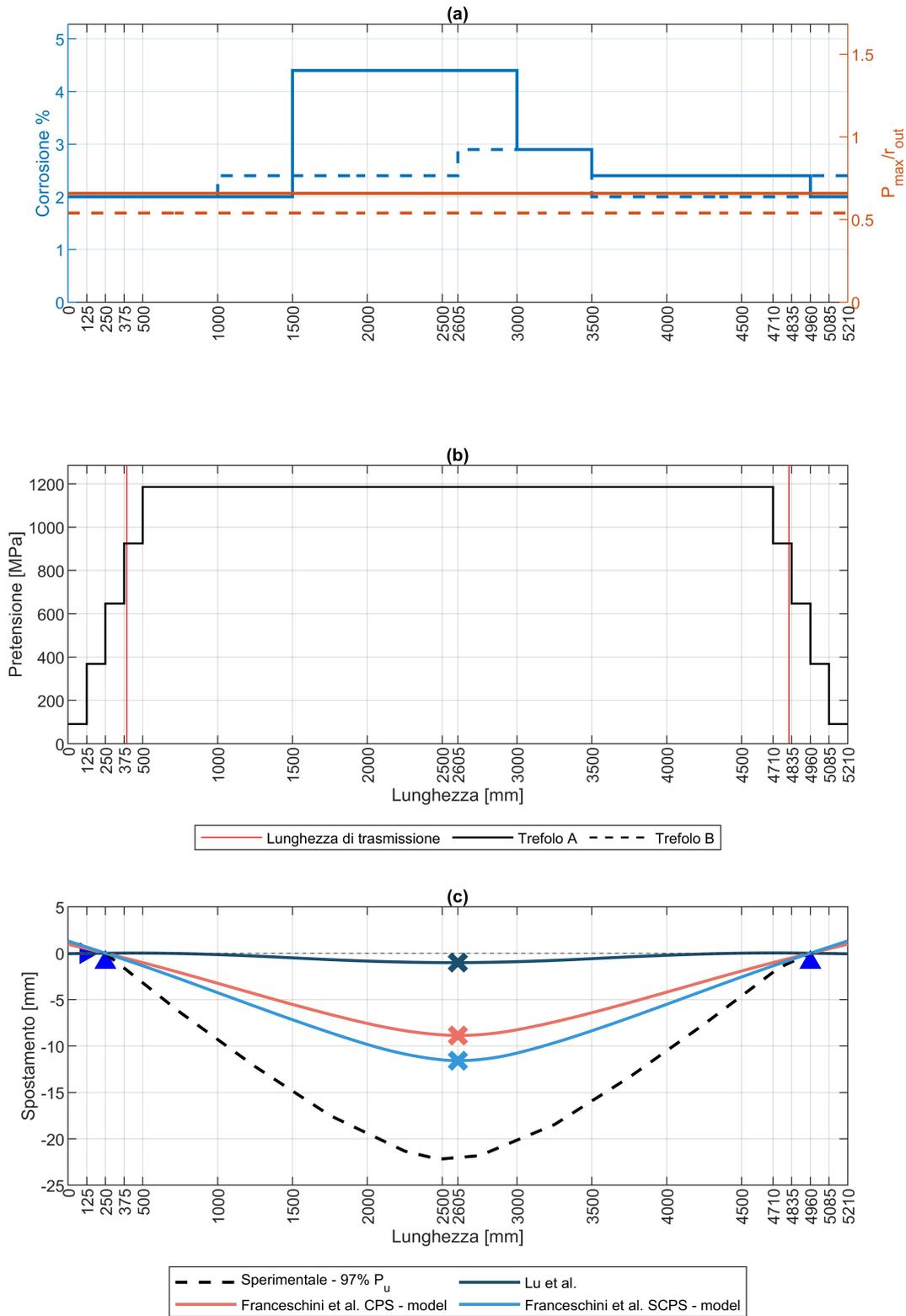


Figura 3.29: Trave PB3P11 - pit massimo costante ( $P_{maxA} = 1.40mm$ ,  $P_{maxB} = 1.15mm$ ): (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

Nel caso del calcolo del valore di pit attraverso la formulazione proposta da Franceschini, [1], la modellazione non presenta una differenza così elevata rispetto alle altre simulazioni del confronto, come nel caso della trave precedente. Si ottengono comunque valori inferiori rispetto al pit massimo misurato dagli autori, con un conseguente aumento del carico ultimo: rispetto alla prima simulazione il carico ultimo calcolato con Lu et al., [22] risulta essere maggiore del 122%, Franceschini et al., [10], CPS - model del 12% e Franceschini et al., [26], SCPS - model del 8%. I criteri di arresto del modello risultano essere congruenti per ogni legame costitutivo e sono rappresentati dal fallimento della matrice di rigidezza dell'acciaio armonico. Il punto di rottura per la distribuzione di corrosione costante nella lunghezza della trave, risulta in corrispondenza della sollecitazione flettente massima; per la seconda distribuzione di corrosione ipotizzata, il punto di rottura si trova in corrispondenza dell'elemento per il quale corrosione e sollecitazione sono massime, Figura 3.30 (c).

Tabella 3.25: Trave PB3P11 - pit massimo con la formulazione di Franceschini [1]. Parametri di accuratezza

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Lu et al., [22]	39.73	35.48	80.45
Jeon et al., [21]	45.21	45.16	114.51
Franceschini et al., [10], CPS - model	13.70	9.68	16.40
Franceschini et al., [26], SCPS - model	17.81	9.68	5.24

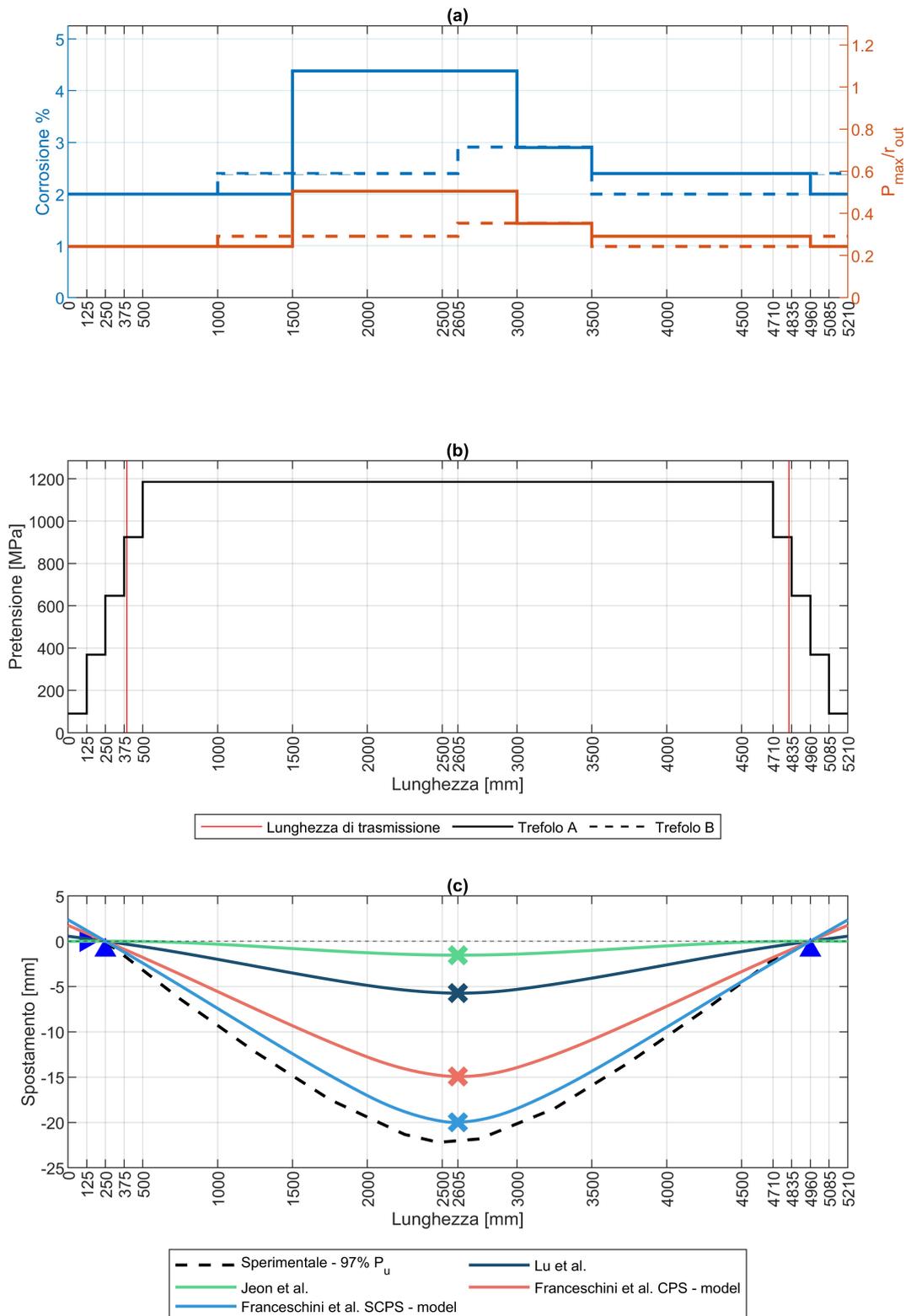


Figura 3.30: Trave PB3P11 - pit massimo con la formulazione di Franceschini [1]: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

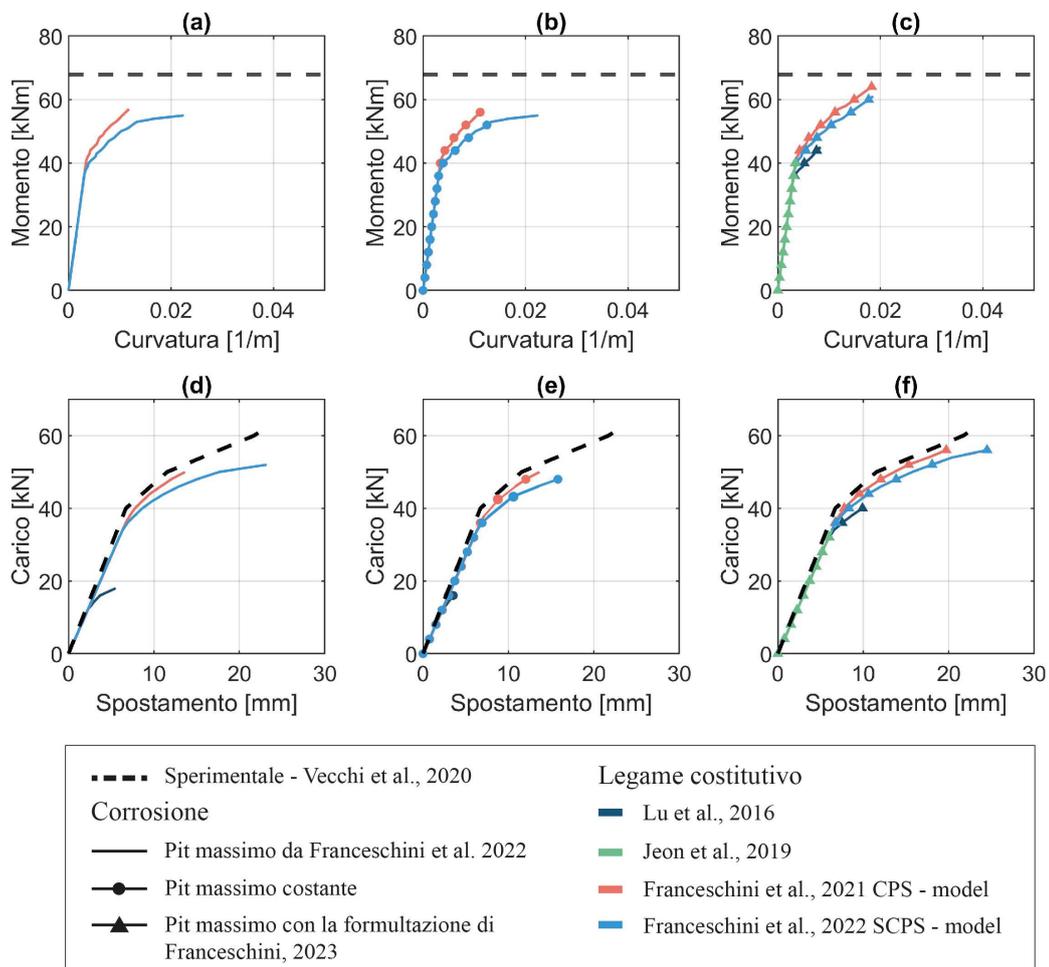


Figura 3.31: Trave PB3P11: (a) Momento-curvatura per la sezione 2605 - pit massimo da Franceschini [1] ( $P_{max_A} = 1.40mm$ ,  $P_{max_B} = 1.15mm$ ); (b) Momento-curvatura per la sezione 2605 - pit massimo costante ( $P_{max_A} = 1.40mm$ ,  $P_{max_B} = 1.15mm$ ); (c) Momento-curvatura per la sezione 2605 - pit massimo con la formulazione di Franceschini [1] ( $P_{max_A} = 1.17mm$ ,  $P_{max_B} = 1.23mm$ ); (d) Carico-spostamento - pit massimo da Franceschini [1]; (e) Carico-spostamento - pit massimo costante; (f) Carico-spostamento - pit massimo con la formulazione di Franceschini [1]

**Trave VIGA 470 [28]** La trave appartiene alla stessa torre di raffreddamento della centrale termoelettrica da cui provengono le travi testate da Vecchi et al., [13], pertanto presenta le medesime caratteristiche geometriche e meccaniche. I valori delle caratteristiche di corrosione vengono stimati in seguito ad un processo che comprende una prima fase di ispezione visuale della trave, divisa in elementi di 500 mm di lunghezza ad ognuno dei quali viene assegnato uno dei cinque gradi di corrosione riassunti nella Tabella 3.26. Una seconda fase prevede la misurazione della perdita di massa e di area residua di cinque campioni selezionati, uno per ciascun livello individuato. La distribuzione del degrado rilevata da Belletti et al., [28], viene rappresentata nella Figura 3.32 (a): i valori dell'asse delle ordinate di sinistra corrispondono alla perdita di area percentuale sull'area non corrosa (NC), mentre il valore delle profondità di pit viene calcolato attraverso la formulazione di Franceschini [1].

Tabella 3.26: Livelli di corrosione da Belletti et al. [28]

Livello di corrosione	Massa media [g]	Lunghezza media [mm]	Area residua media [mm]
NC	149.41	188.50	93.00
LP	132.49	169.50	91.71
HDP	119.77	160.00	87.83
UC	129.36	183.00	82.94
HC	12.25	202.75	74.80

La prova è stata condotta per controllo di forza e gli spostamenti sono misurati in corrispondenza del lembo inferiore della sezione d'applicazione del carico. Durante il test sperimentale, la trave ha mostrato un'improvvisa rottura di tipo fragile per un carico di 26 kN, con l'espulsione della cover di calcestruzzo in prossimità del punto di rottura. In tale punto i trefoli si sono presentati come altamente corrosi con la rottura di alcuni fili [28].

Nel seguito si propongono due modellazioni della perdita di pretensione in funzione della corrosione: nel primo caso il valore di pretensione iniziale, dopo essere stato ridotto per le perdite di lungo periodo viene ulteriormente diminuito secondo il modello di Dai et al., [37], utilizzando una media della perdita di massa ponderata sulla lunghezza di ogni elemento, come nelle simulazioni precedenti; nel secondo caso, la pretensione viene ridotta seguendo la medesima legge, ma utilizzando il grado di corrosione specifico per ogni elemento.

Nella prima ipotesi di modellazione della pretensione l'analisi della capacità flessionale della sezione viene effettuata nella sezione maggiormente corrosa con distanza 1750 mm dall'estremità sinistra della trave: il legame costitutivo che meglio approssima tale valore è quello di Franceschini et al., [10] CPS - model; il legame di Lu et al., [22] risulta essere più conservativo con un carico massimo di 14 kNm, invece Franceschini et al., [26] SCPS - model, ottiene un risultato meno conservativo. La rigidità iniziale della curva carico-spostamento risulta sottostimata ri-

spetto a quella sperimentale con  $\Delta_K = 8\%$ . L'andamento della curva viene ben rappresentato da tutti i legami considerati con un carico massimo di 28 kN, ad eccezione di Jeon et al., [21], che limita la deformazione ultima del trefolo ad un valore inferiore rispetto a quello imposto dalla pretensione. Come nel caso della trave PB3P11, in corrispondenza dell'elemento compreso tra le sezioni 540 e 1000 la deformazione ultima data da Jeon et al., [21], è  $\epsilon_{puc} = 0.0049$ , minore di quella indotta dalla pretensione  $\epsilon_{P0} = 0.0061$ . La deformazione ultima calcolata con Franceschini et al., [26], SCPS - model, risulta  $\epsilon_{puc} = 0.0222$ .

Il termine del calcolo analitico avviene per annullamento della matrice di rigidezza dell'acciaio armonico, portando a rottura entrambi i trefoli prima del raggiungimento della resistenza a compressione del calcestruzzo, in accordo con le osservazioni sperimentali [28].

Tabella 3.27: Trave VIGA 470: pretensione diminuita per il valore medio di corrosione - Parametri di accuratezza

	$\Delta_M[\%]$	$\Delta_P[\%]$	$\Delta_v[\%]$
Lu et al., [22]	19.02	-7.28	-10.32
Jeon et al., [21]	-	-	-
Franceschini et al., [10], CPS - model	7.45	-7.28	-7.50
Franceschini et al., [26], SCPS - model	-79.31	-7.28	-8.05

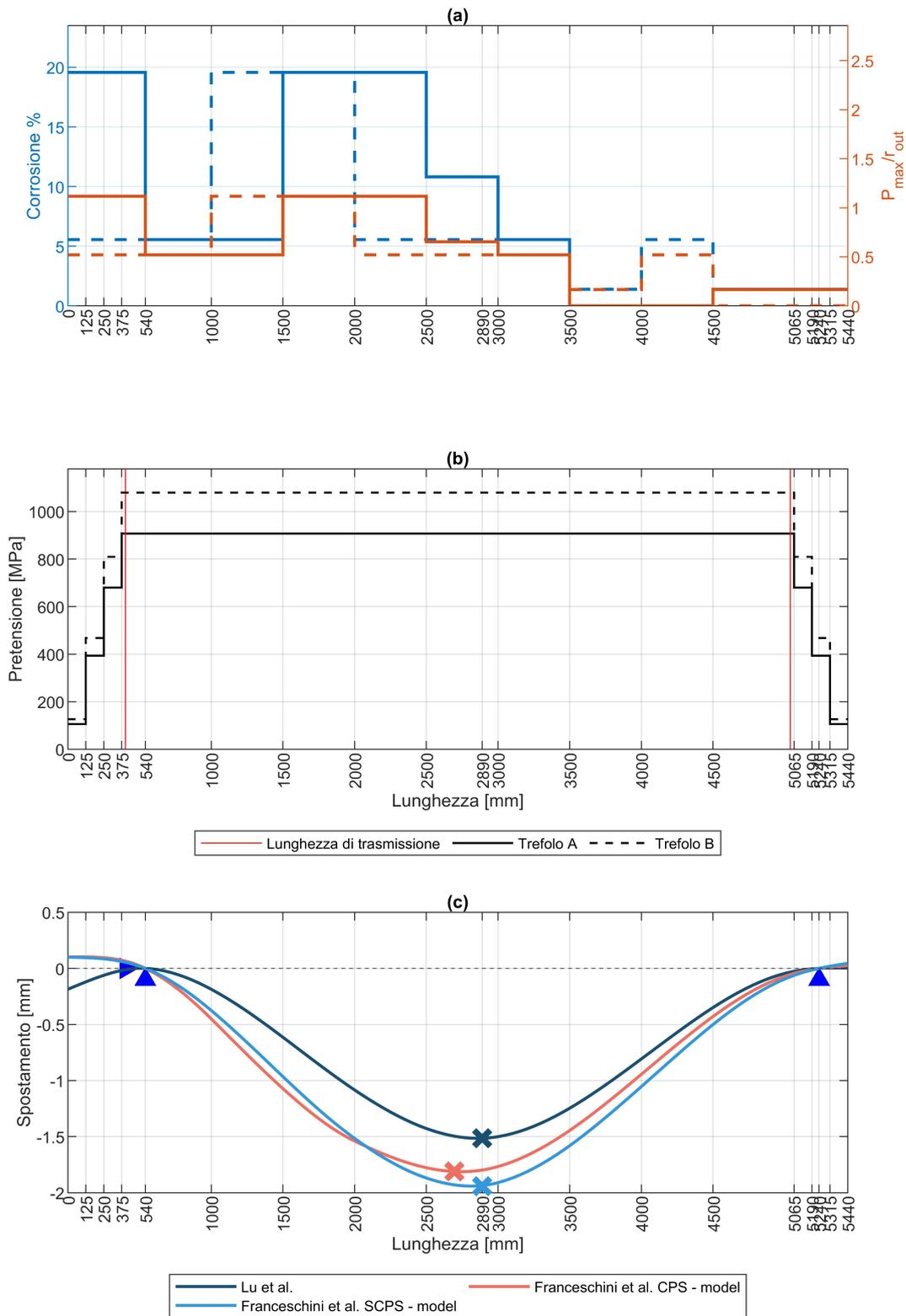


Figura 3.32: Trave VIGA 470 - pretensione diminuita per il valore medio di corrosione: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

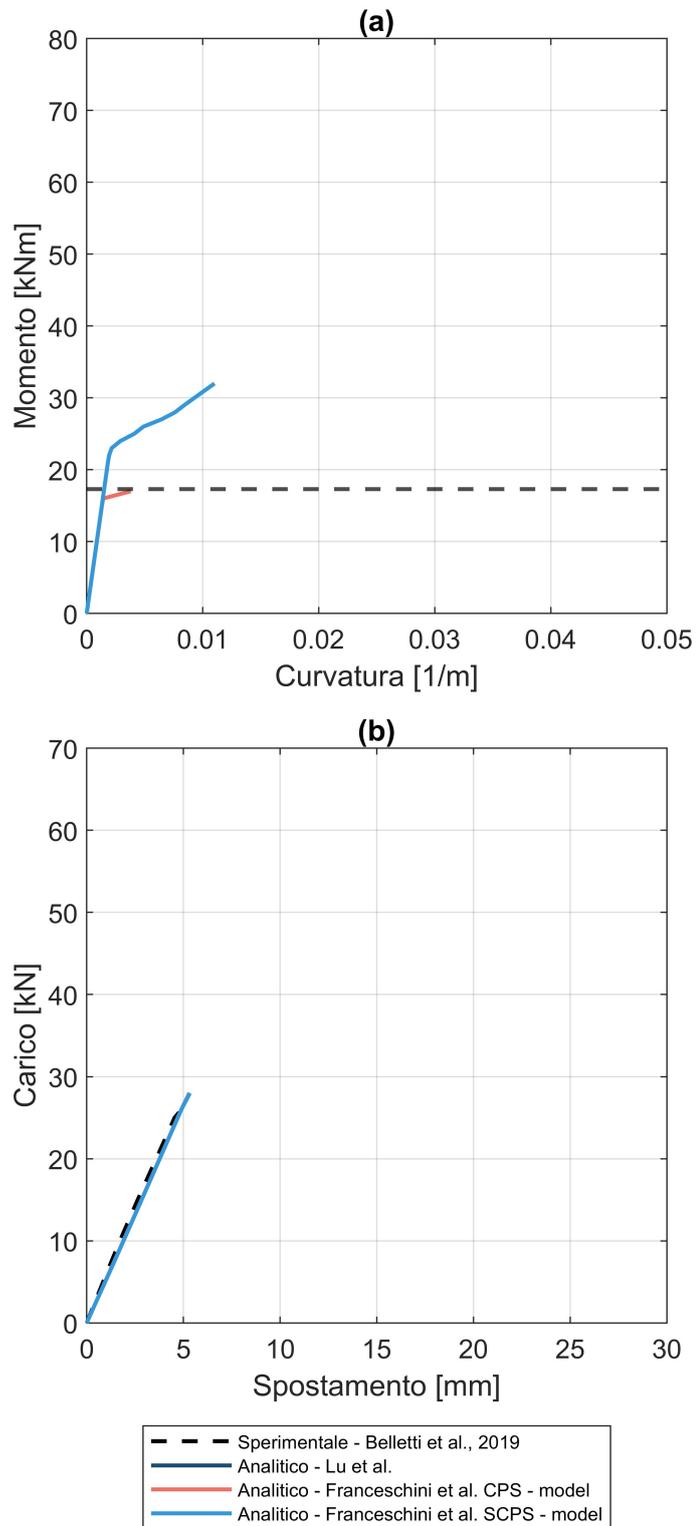


Figura 3.33: Trave VIGA 470 - pretensione diminuita per il valore medio di corrosione: (a) Momento-curvatura per la sezione 1750 ( $P_{max} = 2.38mm$ ); (b) Carico-spostamento

Dal momento che la corrosione è concentrata verso l'estremità sinistra della trave, si ipotizza che l'accumulo dei prodotti di corrosione porti ad una diminuzione della pretensione in tali sezioni in quanto viene a mancare il legame di perfetta aderenza all'interfaccia con il calcestruzzo. Si propone un'ulteriore modellazione che prevede la diminuzione della pretensione iniziale, in funzione della perdita di massa specifica per ogni elemento. Seguendo il modello di Dai et al., [37], viene assegnata una pretensione di 238 MPa per gli elementi fino alla sezione 2500. Gli elementi tra le sezioni 540 e 1000, avendo un grado di corrosione inferiore al 6% di perdita di massa, mantengono una pretensione pari a quella iniziale. Data la piccola lunghezza disponibile alla trasmissione e il proposito di operare una simulazione a favore di sicurezza, viene mantenuto il medesimo valore degli elementi precedenti. L'estremità destra della trave è parzialmente danneggiata dalla corrosione, pertanto viene assunto il valore di pretensione massima, ridotto per le perdite di lungo periodo e raccordato nelle lunghezze di trasmissione. Il modello simula una variazione di rigidità dovuta alla fessurazione del calcestruzzo in zona tesa, ottenendo spostamenti maggiori rispetto a quelli sperimentali. La diminuzione della pretensione, risulta essere più conservativa in termini di spostamento, ma non si riscontra cambiamento nella previsione del carico ultimo. L'utilizzo del legame di Jeon et al., [21], diversamente dal caso precedente, porta ad un carico ultimo di 18 kN: essendo la pretensione minore rispetto al valore originale, la deformazione ultima del trefolo risulta maggiore di quella imposta dalla pretensione. Date le modalità di rottura e la distribuzione asimmetrica sia del grado di pretensione che di corrosione rispetto alla mezzera della trave, il punto di rottura si verifica in corrispondenza della sezione maggiormente corrosa, Figura 3.34 (c).

Tabella 3.28: Trave VIGA 470: Parametri di accuratezza

	$\Delta_M$ [%]	$\Delta_P$ [%]	$\Delta_v$ [%]
Lu et al., [22]	-131.36	-7.28	-168.02
Jeon et al., [21]	13.24	31.03	-37.06
Franceschini et al., [10], CPS - model	-137.15	-7.28	-145.69
Franceschini et al., [26], SCPS - model	-96.66	-7.28	-216.70

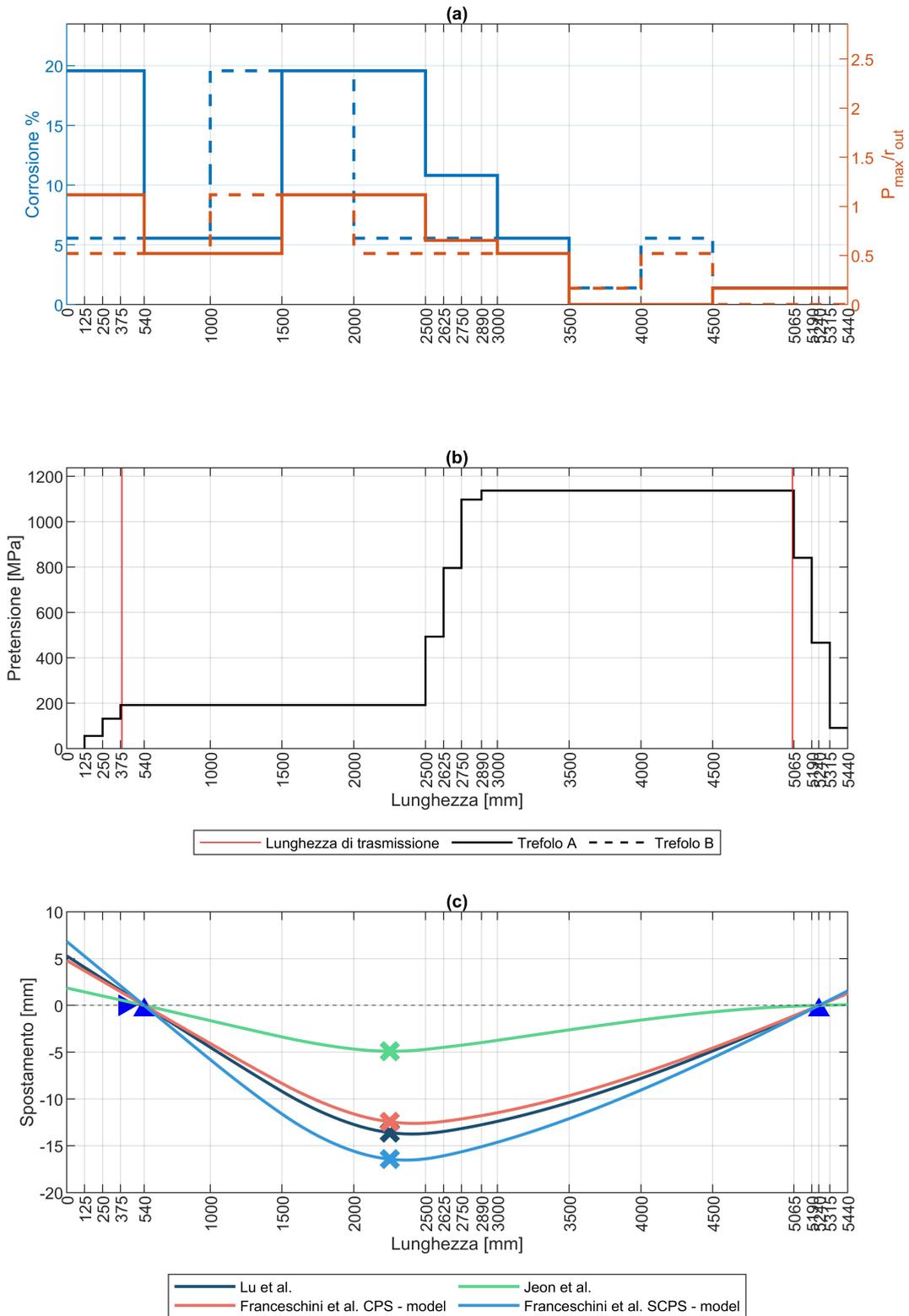


Figura 3.34: Trave VIGA 470 - pretensione diminuita per il valore di corrosione di ogni elemento: (a) Grado di corrosione; (b) Valori di pretensione; (c) Deformata

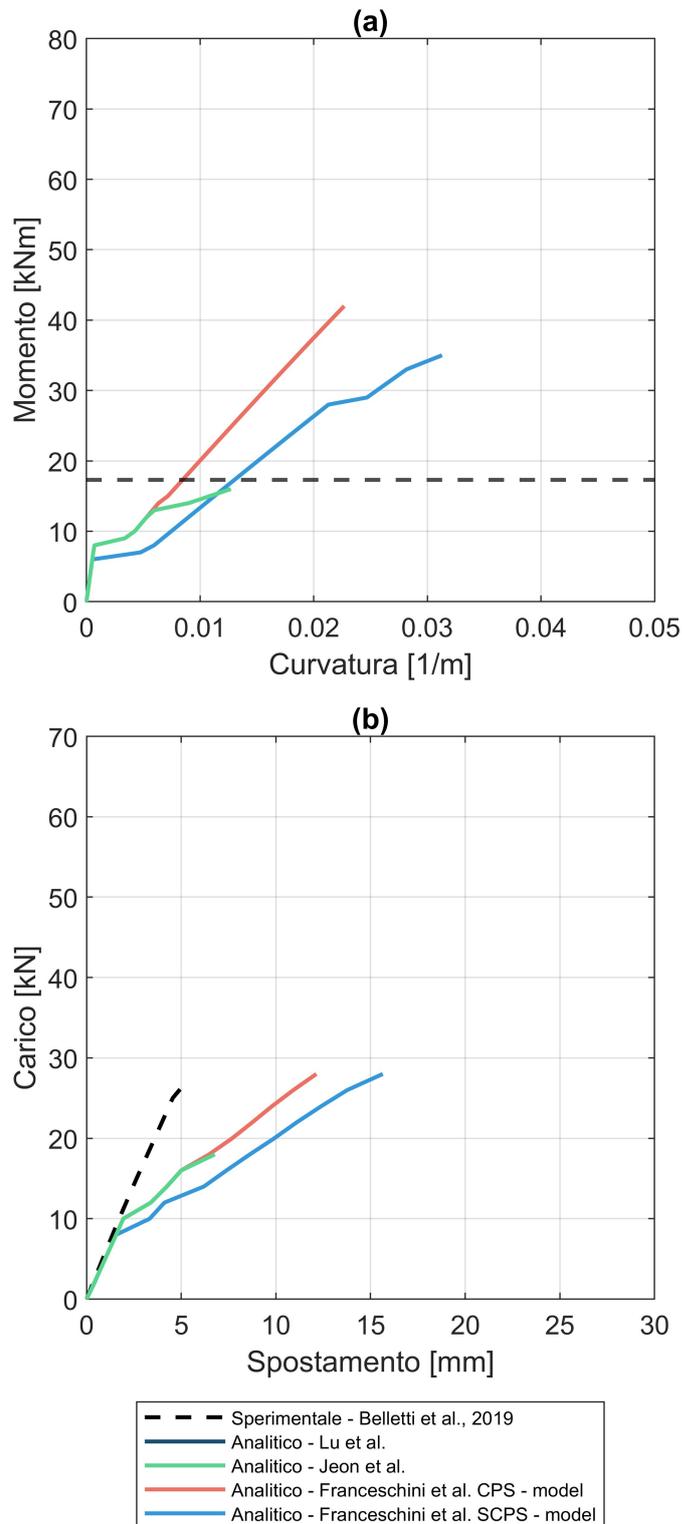


Figura 3.35: Trave VIGA 470 - pretensione diminuita per il valore di corrosione di ogni elemento: (a) Momento-curvatura per la sezione 1750 ( $P_{max} = 2.38mm$ ); (b) Carico-spostamento

### 3.3 Discussione dei risultati

In seguito alle analisi svolte per ogni campagna sperimentale, si intende riassumere i risultati e confrontare i diversi approcci alla modellazione, in relazione ai parametri di descrizione del degrado ed ai legami costitutivi scelti.

Considerando la simulazione di travi non esposte ad un ambiente corrosivo, la modellazione della curva momento-curvatura ottiene una buona approssimazione, come riscontrato per la trave di riferimento PRC\_B1, per la quale sono disponibili le misurazioni sperimentali. La simulazione della curva carico-spostamento, invece, presenta alcune limitazioni date dalle ipotesi di Eulero-Bernulli che, se non rispettate, inducono al calcolo di spostamenti ultimi inferiori a quelli sperimentali. In merito alle travi di riferimento non corrosive (LC-NC) delle campagne sperimentali di Imperatore et al., [11] e Rinaldi et al., [12], la simulazione viene influenzata da un valore basso del rapporto  $a/d$  (dove  $a$  è la distanza tra appoggio e carico concentrato e  $d$  è l'altezza utile della sezione): le deformazioni da taglio non risultano trascurabili e viene a mancare l'ipotesi di mantenimento delle sezioni piane anche nella configurazione deformata, portando complessivamente a sottostimare il campo delle deformazioni. Nel caso della campagna sperimentale condotta da Vecchi et al., [13], il rapporto  $a/d$  risulta essere 7.85: il comportamento della trave diventa prevalentemente flessionale, rendendo trascurabili le deformazioni da taglio e l'influenza delle zone di discontinuità. La simulazione della curva carico-spostamento della trave PBN3P1 porta ad una buona approssimazione anche per il ramo duttile: si ottengono valori significativi per lo spostamento in seguito alla variazione di rigidità fino a rottura.

In generale, si ritiene che il modello approssimi in modo soddisfacente il valore della rigidità iniziale, con  $\max(|\Delta_K|) = 23\%$  per la trave n. 4 della serie 3 di Rinaldi et al., [12].

Tabella 3.29: Travi non sottoposte al processo di corrosione (LC-NC)

Travi	$a/d$	$\Delta_K [mm]$	Criterio di arresto del modello	Modalità rottura
<b>PRCB1</b>	3	-22	$\ \underline{\underline{H}}_C\  = 0$	Rottura combinata a taglio-flessione: raggiungimento della tensione ultima a compressione del calcestruzzo ed instabilità dell'armatura longitudinale compressa.
<b>n. 2*</b>	3	-16	$\ \underline{\underline{H}}_C\  = 0$	Rottura a flessione: raggiungimento della tensione ultima a compressione del calcestruzzo.
<b>n. 4</b>	3	-23	$\ \underline{\underline{H}}_C\  = 0$	Rottura a flessione: raggiungimento della tensione ultima a compressione del calcestruzzo.
<b>PBN3P1</b>	7.85	-6	$\ \underline{\underline{H}}_C\  = 0$	Rottura a flessione: rottura del calcestruzzo a compressione e snervamento dell'armatura da pretensione.

\* trave non considerate nella discussione dei risultati.

Al fine di individuare l'influenza dei parametri di descrizione della corrosione e la scelta del legame costitutivo per l'acciaio da pretensione, si propone un confronto dei risultati ottenuti dalla simulazione di travi corrose.

In letteratura non viene definito un unico parametro di valutazione della corrosione: Rinaldi et al., [12], rilevano solamente la perdita di massa dei trefoli corrosi; Imperatore et al., [11], rilevano la perdita di area media e la profondità di pit massimo; Vecchi et al., [13], rilevano la perdita di massa e il pit massimo; Belletti et al. [28], rilevano la perdita di massa media e la perdita di sezione media. Al fine di unificare la rappresentazione della corrosione sotto un unico parametro, questa viene modellata in funzione della profondità di pit massimo per ogni elemento; la tipologia di pit viene assunta pari al *pit type 3* individuato da Jeon et al., [21], in quanto rappresenta una perdita di area media tra quelle proposte. Dove non è disponibile il valore della massima profondità di pit, viene utilizzata la relazione empirica proposta da Franceschini [1] che ne correla il valore in funzione della perdita di massa.

Con il proposito di semplificare l'esposizione delle conclusioni successive, il parametro della corrosione viene suddiviso in tre diversi intervalli: livello di corrosione basso (LC-B)  $P_{max}/r_{out} \leq 0.4$ , livello di corrosione medio (LC-M)  $0.4 < P_{max}/r_{out} \leq 0.8$  e livello di corrosione alto (LC-A)  $P_{max}/r_{out} > 0.8$ . Inoltre, vengono definiti altri quattro parametri di confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali in quanto si intende valutare quanto i primi siano conservativi rispetto allo sperimentale. Le grandezze alle quali sono riferiti sono le medesime di quelle analizzate nella Sezione 3.1:

- momento ultimo

$$\theta_M = \frac{M_{uexp}}{M_u} \quad (3.10)$$

- curvatura ultima

$$\theta_\chi = \frac{\chi_{uexp}}{\chi_u} \quad (3.11)$$

- carico ultimo

$$\theta_P = \frac{P_{uexp}}{P_u} \quad (3.12)$$

- spostamento ultimo

$$\theta_v = \frac{v_{uexp}}{v_u} \quad (3.13)$$

In particolare, se i rapporti risultano maggiori di 1 la modellazione è più conservativa e di conseguenza a favore di sicurezza, se risultano minori di 1 la modellazione è meno conservativa. Le travi n. 3 e n. 1 della serie 2 della campagna sperimentale di Rinaldi et al., [12], risultano avere un rapporto sulla rigidezza iniziale sperimentale eccessivamente basso: durante la prova sono stati registrati scorrimenti dei trefoli anche per valori di forza bassi. La trave PB3P10 sottoposta ad una prova a flessione su tre punti da Vecchi et al., [13], presenta lo *splitting* del copriferro e la conseguente perdita del legame di aderenza tra il calcestruzzo e l'acciaio da pre-tensione. Avendo considerato l'ipotesi di perfetta aderenza tra i due materiali nell'impostazione della modellazione, le simulazioni delle tre travi precedentemente citate portano a risultati eccessivamente distanti da quelli sperimentali, pertanto vengono escluse dalle considerazioni successive.

Tabella 3.30: Travi sottoposte al processo di corrosione

Travi	$a/d$	$\eta_{max}$	$Pit_{max}$	Calcolo $Pit_{max}$	$\Delta_K$ [%]	Criterio di arresto del modello	Modalità di rottura sperimentale
<b>PRCB3</b>	3	4.80	1.08	da Imperatore et al., [11]	-7	$\ \underline{\underline{H}}_C\  = 0$	Rottura del calcestruzzo compresso ed instabilità dell'armatura compressa.
<b>PRCB4</b>	3	8.09	1.13	da Imperatore et al., [11]	-10	$\ \underline{\underline{H}}_C\  = 0$	Rottura fragile: raggiungimento della tensione ultima dei trefoli nella zona tesa.
<b>n. 3*</b>	3	14.00	1.67	con formulazione Franceschini [1]	-77	$\ \underline{\underline{H}}_C\  = 0$	Raggiungimento della tensione ultima del calcestruzzo compresso e rottura dei trefoli in zona tesa.
<b>n. 1*</b>	3	20.00	2.45	con formulazione Franceschini [1]	-140	$\ \underline{\underline{H}}_C\  = 0$	Raggiungimento della tensione ultima del calcestruzzo compresso e rottura dei trefoli in zona tesa.
<b>n. 6</b>	3	7.00	1.16	con formulazione Franceschini [1]	-41	$\ \underline{\underline{H}}_C\  = 0$	Rottura a taglio-flessione: rottura simultanea del calcestruzzo in zona compressa e dei trefoli in zona tesa.
<b>n. 5</b>	3	20.00	2.45	con formulazione Franceschini [1]	-64	$\ \underline{\underline{H}}_C\  = 0$	Rottura a taglio-flessione: rottura dei trefoli in zona tesa.
<b>PBN3P10*</b>	7.85	8.00	2.88	da Vecchi et al., [13]	10	$\ \underline{\underline{H}}_{RS}\  = 0$	<i>Splitting</i> del copriferro. Rottura fragile per formazione di una singola fessura sotto il punto di applicazione del carico.
<b>PBN3P11</b>	7.85	4.80	1.40	da Vecchi et al., [13]	10	$\ \underline{\underline{H}}_{RS}\  = 0$	Rottura per flessione semplice: rottura del calcestruzzo compresso e rottura dei trefoli da pretensione.
<b>VIGA 470</b>	7.83	19.57	2.38	con formulazione Franceschini [1]	8	$\ \underline{\underline{H}}_{RS}\  = 0$	Rottura fragile: espulsione della cover di calcestruzzo e perdita di aderenza in corrispondenza del maggior grado di corrosione.

\* travi non considerate nella discussione dei risultati.

Per le travi PB3P10 e PB3P11, oltre alla simulazione con la distribuzione di corrosione rilevata, viene proposta la massimizzazione del valore di pit nella lunghezza di tutta la trave e il calcolo dello stesso in funzione della perdita di massa. Il confronto tra le modellazioni porta a concludere che:

- i. la formulazione di Franceschini [1] per il calcolo del pit massimo a partire da un valore medio di corrosione risulta più rappresentativa per gradi di corrosione medio-bassi (LC-B e LC-M), mentre per valori di perdita di massa maggiori, circa 14%, porta ad una simulazione poco conservativa. In quest'ultimo caso rientra la trave n. 5 per la quale il calcolo del carico a rottura non corrisponde a quello sperimentale, in quanto il grado di danno considerato risulta inferiore a quello reale. L'utilizzo di un valore di corrosione medio può portare a non considerare la concentrazione di pit di elevata profondità, pertanto il rilievo del pit massimo porta sempre ad una modellazione a favore di sicurezza nei casi considerati;
- ii. la lunghezza dei segmenti per i quali viene rilevata la massima profondità di pit, influenza il carico ultimo della trave, diminuendo la duttilità complessiva della struttura. Per la simulazione della trave PB3B11 l'assunzione di un pit massimo in tutta la lunghezza della trave porta ad una diminuzione del carico ultimo del 8% e lo spostamento verticale a rottura del 32%, considerando il legame di Franceschini et al., [26], SCPS-model;
- iii. la distribuzione della corrosione nella lunghezza della trave determina il punto di rottura nel caso in cui l'acciaio da pretensione raggiunga la tensione ultima prima degli altri materiali. In particolare, se il livello di corrosione è tale per cui la deformazione ultima del trefolo risulta minore di quella richiesta dalla sezione questa arriva a rottura, anche se non in corrispondenza della sollecitazione massima. Un ulteriore fattore che influenza questo aspetto è il numero di suddivisioni in elementi della trave: al fine di ottenere una stima sempre più corretta, risulterebbe necessaria una divisione in elementi finiti sempre più piccoli ed un rilievo della corrosione per ognuno di questi.

Per la trave VIGA 470 vengono effettuate due modellazioni diverse della pretensione: la prima andando a diminuire tale parametro per una perdita di massa media della trave; la seconda massimizzando la perdita di pretensione in relazione della perdita di massa del trefolo in un determinato segmento. Si è osservato come la diminuzione della pretensione influenza il comportamento della struttura nei seguenti aspetti:

- i. un aumento della duttilità della struttura, portando ad una previsione dello spostamento ultimo eccessiva rispetto al quello misurato sperimentalmente ed ad una variazione di rigidità della sezione. Si osserva una variazione nella modalità di rottura da fragile, nel primo caso, a duttile nel secondo.

- ii. influenza il punto di rottura della trave. Nel caso della trave in questione, a parità di sollecitazione flettente, la minor deformazione imposta dalla pretensione porta a curvature maggiori, fino al raggiungimento della rottura;
- iii. nel caso del legame di Jeon et al., [21] data la minor deformazione iniziale presente sulla sezione, il comportamento del trefolo non è bloccato dalla restrizione iniziale di deformazione. La struttura arriva a resistere fino ad un carico ultimo di 18 kN.

Tabella 3.31: Tabella comparativa dei risultati

	Lu et al., [22]			Jeon et al., [21]			Franceschini et al., [10], CPS - model			Franceschini et al., [26], SCPS - model			
	$P_{max}$	$\theta_M$	$\theta_P$	$\theta_v$	$\theta_M$	$\theta_P$	$\theta_v$	$\theta_M$	$\theta_P$	$\theta_v$	$\theta_M$	$\theta_P$	$\theta_v$
<b>LC-NC</b>													
<b>PRCB1</b>	0.00	0.98	0.96	1.45	0.98	0.96	1.45	0.96	0.94	1.21	0.96	0.94	1.21
<b>n. 4</b>	0.00	1.03	1.01	0.70	1.03	1.01	0.70	1.03	1.01	0.70	1.03	1.01	0.70
<b>PBN3P1</b>	0.00	1.13	1.08	1.92	1.13	1.08	1.92	1.09	1.05	1.53	1.09	1.05	1.53
Media	1.04	1.02	1.36	1.04	1.02	1.36	1.03	1.00	1.15	1.03	1.00	1.15	
CoV [%]	7	6	45	7	6	45	7	5	37	7	5	37	
<b>LC-M</b>													
<b>PRCB3</b>	1.08	2.01	1.95	5.32	3.05	2.18	9.25	1.10	1.08	1.89	1.08	1.06	1.66
<b>PRCB4</b>	1.13	2.26	2.21	4.70	1.85	1.77	5.55	1.09	1.08	1.84	1.09	1.06	1.13
<b>n. 6</b>	1.16	1.80	1.75	2.91	2.05	1.96	5.68	1.11	1.10	1.50	1.15	1.12	0.89
<b>PBN3P11</b>	1.40	4.29	3.44	4.21	-	-	-	1.30	1.24	1.70	1.35	1.19	1.00
Media	2.59	2.34	4.28	2.32	1.97	6.82	1.15	1.12	1.74	1.17	1.11	1.17	
CoV [%]	44	33	24	28	10	31	9	7	10	11	5	29	
<b>LC-A</b>													
<b>VIGA</b>	2.38	1.23	0.93	0.91	-	-	-	1.08	0.93	0.93	0.56	0.93	0.93
<b>n. 5</b>	2.45	2.81	1.79	0.45	-	-	-	0.36	0.35	0.15	0.39	0.38	0.12
Media	2.02	1.36	0.68	-	-	-	0.72	0.64	0.54	0.48	0.66	0.52	
CoV [%]	55	44	47	-	-	-	71	65	103	24	59	110	
<b>TOTALE</b>													
Media	1.95	1.68	2.51	1.68	1.50	4.09	1.01	0.97	1.27	0.97	0.97	1.02	
CoV [%]	55	49	74	48	36	81	26	26	46	31	24	45	

Nella Tabella 3.31 vengono riassunti i risultati del modello per le travi analizzate, in rapporto con i dati sperimentali. Il modello risulta avere una buona approssimazione di momento e carico ultimo, nel caso di travi non corrose (LC-NC) con una media poco superiore all'unità e coefficienti di variazione ( $CoV$ ) per il carico ultimo del 6% e 5% per i legami bilineari e trilineari,

rispettivamente. Maggiori risultano i  $CoV$  per gli spostamenti, dovuti al fatto che vengono considerate travi di lunghezze e schemi di carico diversi.

Per livelli di corrosione medi (LC-M) la modellazione sovrastima mediamente i risultati sperimentali. I legami di Lu et al., [22] e Jeon et al., [21], sono più conservativi ottenendo rapporti superiori all'unità e alti valori di dispersione. Particolarmente conservativa risulta la legge del degrado della deformazione ultima del legame di Jeon et al., [21], portando a rottura i trefoli per la sola pretensione nel caso della trave PB3P11. Una buona approssimazione ottengono i legami di Franceschini et al., [10], CPS-model e Franceschini et al., [26], SCPS-model: i rapporti per il carico ultimo risultano il 12% e 11%, rispettivamente, superiori rispetto alle modellazioni non corrose (LC-NC), mentre aumenta del 2% il  $CoV$  per il legame CPS-model. Il legame SCPS-model risulta più accurato nella previsione degli spostamenti a rottura, ma con una maggiore dispersione dei risultati rispetto al CPS-model.

Per alti livelli di corrosione (LC-A) il legame di Lu et al., [22], risulta sempre più conservativo rispetto agli altri legami; Jeon et al., [21], come nel caso precedente, è eccessivamente conservativo sulla deformazione ultima per elevati gradi di degrado. I legami di Franceschini et al., [10], CPS-model e Franceschini et al., [26], SCPS-model, invece sono poco conservativi: i rapporti rispetto allo sperimentale sono minori di 1, indicando una modellazione non a favore di sicurezza; anche la dispersione dei risultati risulta molto superiore rispetto ai casi precedenti, nonostante si siano considerati solamente due valori.

Considerando l'insieme di tutte le simulazioni, si ritiene che i legami di Franceschini et al., [10], CPS-model e Franceschini et al., [26], SCPS-model, ottengano una modellazione più accurata ed in particolare quest'ultimo una migliore previsione degli spostamenti a rottura.

Le considerazioni fin ora esposte, unitamente alle informazioni riassunte nelle Figure 3.36 e 3.37 hanno permesso di trarre le seguenti conclusioni riguardanti l'influenza del legame costitutivo dell'acciaio da pretensione sul risultato finale della modellazione:

#### **legame di Lu et al., [22]**

- i. risulta più conservativo rispetto agli altri legami considerati per livelli di corrosione medio-bassi (LC-B e LC-M), portando a valori di momento e carico ultimo inferiori a quelli misurati sperimentalmente;
- ii. differentemente dagli altri legami, è conservativo anche per livelli di corrosione alti (LC-A). La legge di degrado della tensione massima diminuisce più velocemente rispetto agli altri legami, all'aumentare del pit massimo, Figura 1.12 (a);
- iii. la dispersione dei risultati è caratterizzata da un relativamente elevato scarto interquartile campionario (IQR) pari al 55%, sia per i parametri di  $\Delta_M$  che  $\Delta_P$ . Inoltre, si nota che l'ampiezza del terzo quartile risulta maggiore rispetto a quella del primo, con un valore della mediana pari a 11% e 7% per  $\Delta_M$  e  $\Delta_P$ , rispettivamente. Questo porta alla conclusione che le simulazioni prodotte mediante l'utilizzo di questo legame risultano essere complessivamente più conservative rispetto alle prove sperimentali analizzate. Meno accurata risulta la previsione degli spostamenti, con un IQR pari al 96%;

#### **legame di Jeon et al., [21]**

- i. la legge di degrado della deformazione ultima è maggiormente conservativa per livelli di corrosione medio-alti (LC-M e LC-A): passa dalla forma quadratica a quella esponenziale per valori di pit maggiori a 0.5 mm, normalizzati sul raggio del filo esterno;
- ii. per gradi di corrosione alti (LC-A) la limitazione sulla deformazione non permette ai trefoli di resistere alla deformazione imposta dalla pretensione, non trovando corrispondenza in alcuna delle osservazioni sperimentali considerate;
- iii. la dispersione dei risultati è simile a quella descritta per il legame precedente: l'indice IQR per i parametri  $\Delta_M$  e  $\Delta_P$  è pari al 48% e 47%, rispettivamente. Differentemente, risulta maggiore l'ampiezza della fascia centrale dei valori di spostamento con un IQR pari a 116%. In questa considerazione non sono inclusi risultati delle tre travi aventi un grado di corrosione superiore a  $P_{max}/r_{out} = 0.54$ , in quanto il legame portava alla rottura immediata dei trefoli;

### **legame di Franceschini et al., [10], CPS - model**

- i. l'impostazione trilineare porta ad ottenere risultati più prossimi a quelli sperimentali per le travi di riferimento, rispetto ai due legami precedentemente analizzati;
- ii. il legame costitutivo presenta una buona approssimazione per valori medi di corrosione (LC-M), ma meno accurato nel calcolo dello spostamento, rispetto al SCPS - model. Questo viene associato alla maggiore capacità deformativa sviluppata dal modello semplificato, in seguito alla rottura del primo filo;
- iii. i parametri di accuratezza delle simulazioni prodotte con questo legame sono caratterizzate da una dispersione di valori relativamente bassa con un IQR pari a 11% e 12 % per  $\Delta_M$  e  $\Delta_P$ , rispettivamente. Nel caso del primo parametro si segnala la presenza di un *outlier* nel caso della trave PB3P11. Più contenuta è la distribuzione dei parametri di accuratezza rispetto agli spostamenti, con un IQR pari al 64%;
- iv. per valori di corrosione alti (LC-A), il legame costitutivo risulta essere meno accurato in termini di carico e spostamento a rottura, rispetto al SCPS - model. Nella Figura 3.37 si nota come l'accuratezza dei risultati rientra in un intervallo  $\Delta = \pm 30\%$  per  $\Delta_M$  e  $\Delta_P$ , mentre per  $\Delta_v$  si ottengono valori prossimi al +50%;

### **legame di Franceschini et al., [26], SCPS - model**

- i. il legame presenta una buona approssimazione per livelli medi di corrosione (LC-M) in termini di carico e spostamento ultimo: lo sviluppo di maggiore capacità deformativa da parte dei fili ai quali viene assegnato un valore di pit medio porta ad una modellazione più vicina alla misurazione sperimentale;
- ii. il valore IQR risulta generalmente il minore rispetto agli altri legami considerati: 11% per  $\Delta_M$  e  $\Delta_P$ , 46% per  $\Delta_v$ . Nel caso delle travi PB3P11 e VIGA 470, l'accuratezza di previsione del momento ultimo non risulta rientrare nell'intervallo  $\pm 1.5 \cdot \text{IQR}$ ;
- iii. per le simulazioni sviluppate, anche per valori di pit elevati (LC-A) il legame risulta ottenere una buona accuratezza nei confronti delle prove sperimentali, con  $\Delta_M$  e  $\Delta_P$  compresi nell'intervallo  $\Delta = \pm 30\%$ . Migliore rispetto agli altri legami è la previsione dello spostamento ultimo con un intervallo di accuratezza  $\Delta_v = \pm 50\%$ .

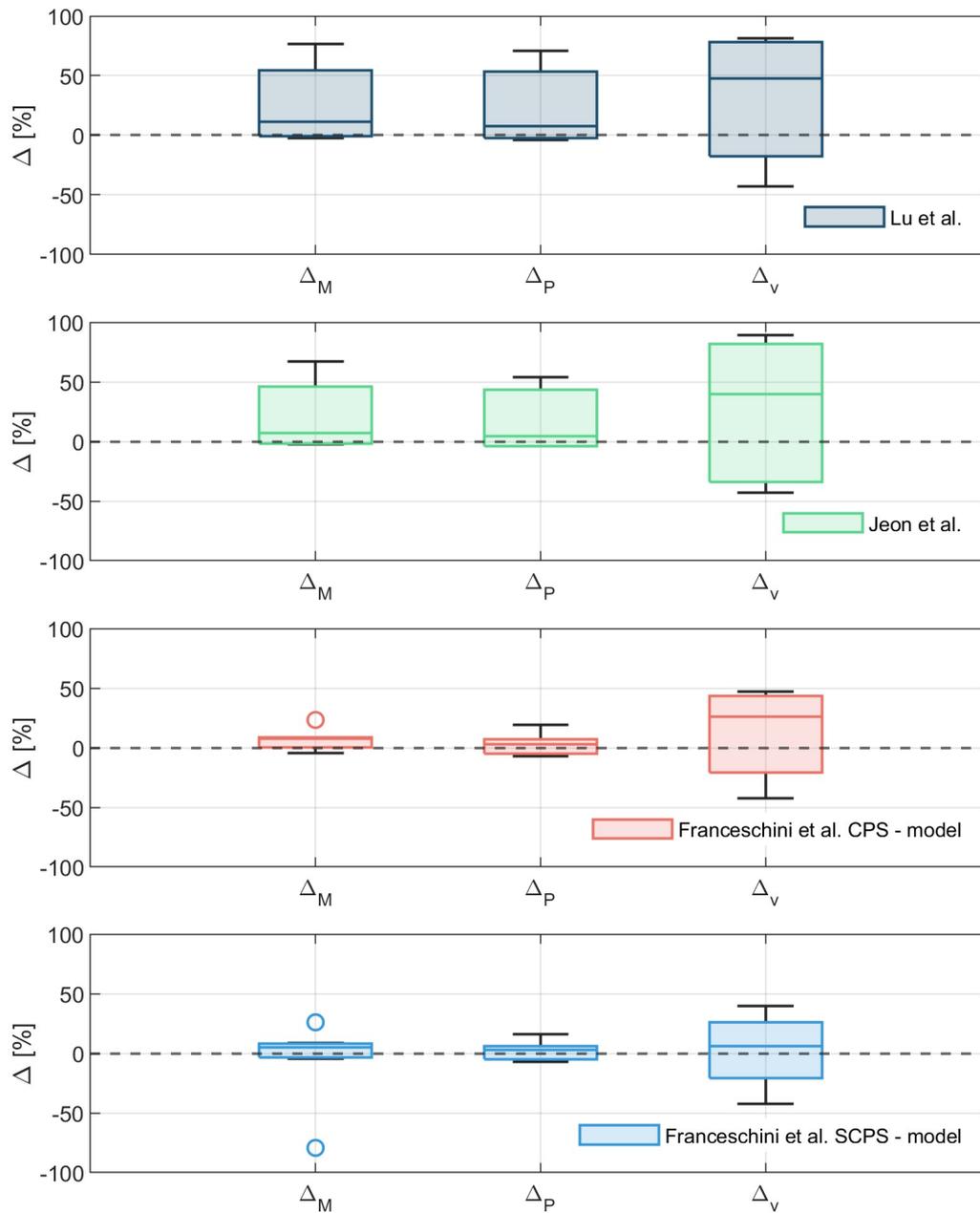


Figura 3.36: Diagrammi a scatola e baffi dei parametri di accuratezza.

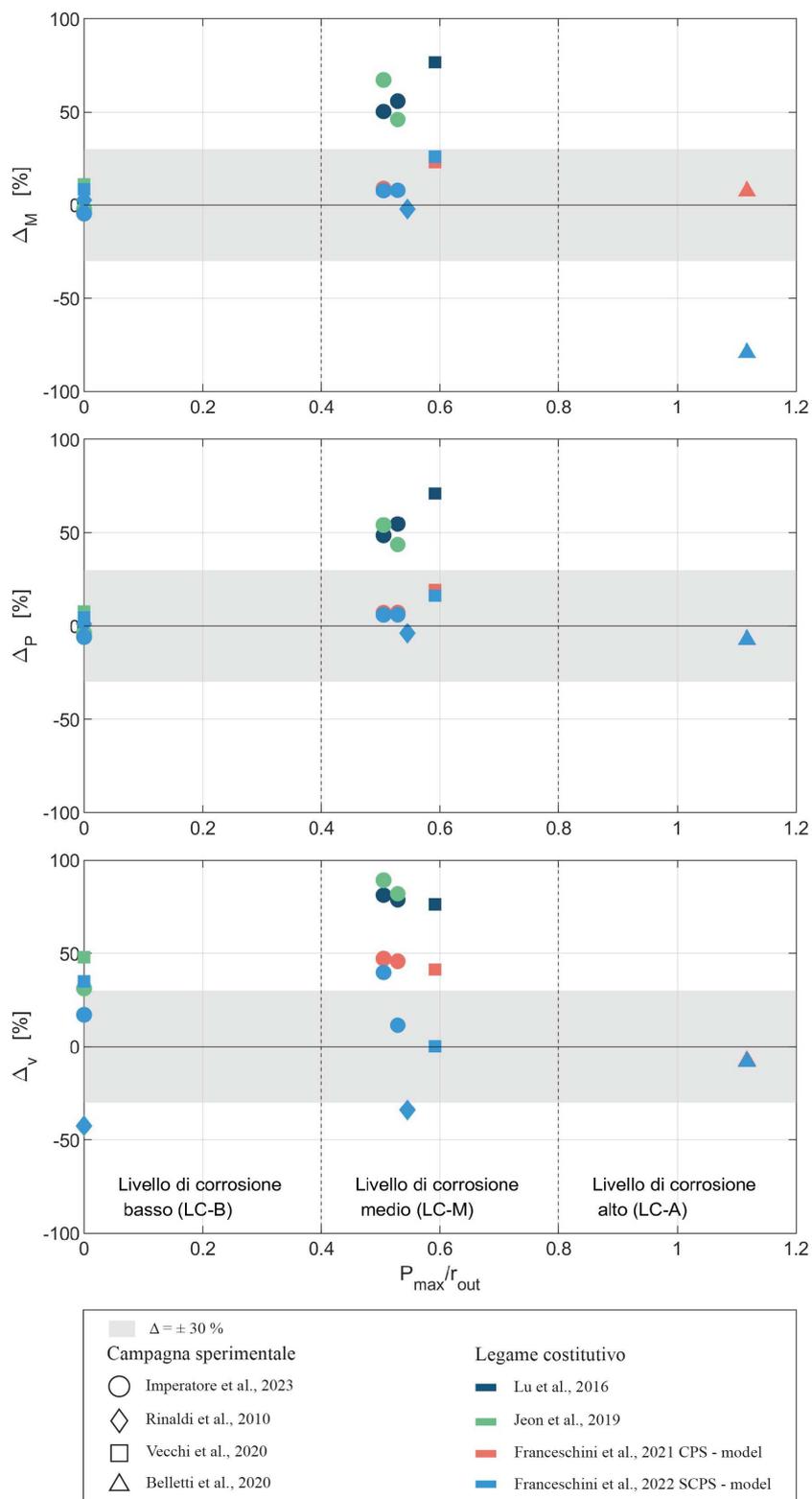


Figura 3.37: Parametri di accuratezza del modello numerico in relazione alle prove sperimentali ed in funzione del grado di corrosione.



## Conclusioni

Questo studio si è concentrato sull'analisi della corrosione indotta da cloruri e dell'impatto che può avere sul comportamento strutturale delle travi in calcestruzzo armato precompresso. Il fenomeno è causato principalmente dalla presenza di cloruri in ambienti marini o nei sali antigelo, che distruggono il film passivante superficiale dell'acciaio, provocando la formazione di pit da corrosione. Nel caso di trefoli da pretensione e in presenza di elevate concentrazioni di tensione, la velocità di corrosione può essere maggiore rispetto alle barre d'armatura tradizionali. Oltre alla riduzione della sezione trasversale dell'armatura, tale fenomeno può portare a fessurazioni del calcestruzzo e ad una riduzione del legame d'aderenza tra l'acciaio e la matrice cementizia, diminuendo complessivamente le proprietà meccaniche della struttura e la durabilità.

L'obiettivo principale dell'elaborato è quello di comprendere i principali parametri rappresentativi del degrado da corrosione e la modellazione delle proprietà meccaniche a partire da questi. Viene indagato quale variazione di accuratezza ottengono i risultati di un modello numerico non lineare agli elementi finiti, rispetto a prove sperimentali, al variare dei parametri di rilievo della corrosione ed alla distribuzione della stessa. In particolare, sono valutate, attraverso uno studio comparativo per diversi livelli di corrosione, le leggi di degrado utilizzate da quattro legami costitutivi per trefoli in acciaio armonico.

La metodologia seguita prevede una prima fase di revisione della letteratura al fine di comprendere i metodi ed i parametri di valutazione della corrosione (perdita di massa, perdita di sezione e formazione di pit) e come questi influenzino le proprietà meccaniche dell'acciaio. Data la difficoltà di ricreare questo processo in laboratorio vengono analizzate le principali tecniche di corrosione artificiale e le differenze che queste possono portare rispetto al fenomeno naturale. In seguito, sono state confrontate le principali caratteristiche di quattro legami tensione-deformazione per diversi gradi di corrosione. Tali legami sono stati successivamente implementati nelle proprietà dei materiali di un modello agli elementi finiti (FEM) per l'analisi non lineare di strutture formate da elementi modo-dimensionali. Opportune validazioni sono state svolte confrontando i risultati del modello con i dati sperimentali di travi reali, sia a livello sezionale, in termini di momento-curvatura, sia a livello strutturale, in termini di carico-spostamento. Le campagne sperimentali selezionate riguardano prove a flessione retta su quattro punti e tre

punti, con trefoli da pretensione corrosi artificialmente o naturalmente, aventi diverse configurazioni e valori di corrosione.

Dall'analisi dei risultati è emerso come l'accuratezza di previsione diminuisca, in termini assoluti, con l'incremento del grado di corrosione. In particolare il modello risulta generalmente meno conservativo per alti gradi di corrosione, portando alla previsione di un momento ultimo della sezione e carico ultimo della struttura elevati rispetto al reale comportamento sperimentale. Dal confronto tra i legami costitutivi implementati è emerso come all'aumentare del grado di corrosione diminuisca il campo di deformazione plastica del comportamento meccanico dei trefoli. Per alti livelli di corrosione la relazione sforzo-deformazione è limitata al solo ramo elastico, inducendo ad una rottura fragile dei campioni. Allo stesso modo, per il comportamento strutturale delle travi, diminuisce la duttilità all'aumentare del livello di danno, ottenendo una variazione delle modalità di rottura per raggiungimento della tensione ultima sopportabile dai trefoli corrosi. All'aumentare del deterioramento, la previsione del comportamento strutturale diventa più complessa: la modellazione riesce a cogliere le diminuzioni della capacità della sezione e carico ultimo della trave, ma diminuisce il livello di accuratezza. Questi risultati sono in linea con quanto osservato in letteratura, confermando che la corrosione incide significativamente sia sulla capacità flessionale e sia in termini di resistenza globale.

Un aspetto rilevante è emerso da un'analisi relativa all'influenza dei parametri di descrizione della corrosione: la perdita di massa, in queste ipotesi di modellazione, non risulta essere un parametro rappresentativo, soprattutto nel caso di gradi di corrosione elevati, in quanto possono essere presenti profondità di pit (e di conseguenza perdite di sezione massima) localizzate, tali da ridurre notevolmente la capacità del trefolo e di conseguenza la capacità portante della trave. Tuttavia, la misurazione della profondità di pit massima può non essere sempre rilevabile nel caso di una struttura reale, limitando l'applicabilità di questo metodo ad alcune situazioni pratiche.

Le leggi di degrado dei legami costitutivi analizzati ottengono prestazioni diverse, in termini di accuratezza rispetto ai dati sperimentali. In particolare, alcuni modelli hanno dimostrato una maggiore aderenza al comportamento reale solo nel caso di livelli di corrosione bassi, mentre altri hanno fornito previsioni relativamente accurate per tutti i livelli di corrosione analizzati. Inoltre, in alcuni casi viene evidenziata una legge di degrado della deformazione ultima eccessivamente restrittiva rispetto al comportamento reale del trefolo. Il legame costitutivo che ottiene la migliore accuratezza per i valori di momento, carico e spostamento ultimo rispetto allo sperimentale, presenta una descrizione della corrosione caratterizzata dall'assegnazione un pit massimo per un filo esterno ed un pit medio, calcolato in funzione di del primo, ai restanti fili.

Il modello lineare agli elementi finiti (FEM) costruito per strutture in calcestruzzo armato pre-

compresso risulta accurato per travi lunghe e snelle. Nel caso in cui la lunghezza che intercorre tra il punto di applicazione della forza e l'appoggio non sia sufficientemente elevata rispetto all'altezza della sezione, il modello presenta due limitazioni: si basa sull'ipotesi di mantenimento delle sezioni piane anche nella configurazione deformata, non rispettata nelle zone di discontinuità in prossimità dei punti di applicazione delle forze; le deformazioni da taglio vengono assunte come trascurabili, in via semplificativa. Dalle validazioni rispetto ai dati sperimentali emerge che tali ipotesi influenzino principalmente la previsione delle curvature e degli spostamenti successivi alla fessurazione del calcestruzzo, senza incidere significativamente sulla previsione del momento e carico ultimo. Per quanto riguarda la modellazione della corrosione, non sempre sono disponibili i dati relativi a tutti i parametri di descrizione del degrado (perdita di massa, perdita di sezione o profondità di pit massimo), pertanto è stato necessario ricorrere a relazioni sperimentali per correlare i diversi parametri. È emerso come, al fine di una modellazione rappresentativa di una struttura sottoposta a corrosione, sia necessario assumere un valore verosimile della profondità di pit massimo nella sezione maggiormente corrosa. Altre limitazioni delle simulazioni sviluppate possono essere ricondotte al fatto che il calcestruzzo non viene modellato in funzione del degrado da corrosione: dalle osservazioni sperimentali, al di sopra di un certo livello di danno, la pressione laterale generata dai prodotti di corrosione genera delle tensioni sul calcestruzzo fino a farlo fessurare. Come conseguenza il legame di aderenza tra il calcestruzzo e l'acciaio da pretensione risulta compromesso: nel modello numerico questo fenomeno viene simulato attraverso una diminuzione del livello di pretensione.

Tra i vantaggi di questo approccio alla modellazione troviamo la semplicità della formulazione, considerando elementi mono-dimensionali e la velocità computazionale. Inoltre, a differenza di alcuni software commerciali è risultato possibile implementare il grado di danno direttamente all'interno delle proprietà dei materiali.

Le modellazioni analizzate possono essere considerate come un punto di partenza per la previsione della capacità portante residua di strutture sottoposte ad un degrado da corrosione. Opportune modifiche devono essere implementate in relazione a casi studio specifici. Si ritiene che il modello proposto sia un buon compromesso tra accuratezza e complessità computazionale, ma è necessario svolgere ulteriori valutazioni rispetto ad altri modelli FEM (es. considerando elementi di tipo *brick*). Non sempre è possibile il rilievo dei parametri di descrizione della corrosione citati. Le fessurazioni superficiali del calcestruzzo risultano essere cruciali nella definizione di canali preferenziali per la diffusione degli ioni cloro, pertanto sviluppi futuri possono essere condotti nella correlazione tra l'apertura di fessura e il pit massimo. Alternativamente, possono essere seguiti approcci teorici che permettano di definire il grado di corrosione in relazione alle condizioni ambientali ed in funzione di leggi di diffusione dei cloruri all'interno del calcestruzzo.



# Bibliografia

- [1] L. Franceschini, «A Study on Existing Prestressed Concrete Beams under Chloride-induced Corrosion,» PhD Thesis, Università degli Studi di Parma, 2022.
- [2] G. Koch, «1 - Cost of corrosion,» in Trends in Oil and Gas Corrosion Research and Technologies, ser. Woodhead Publishing Series in Energy, A. M. El-Sherik, cur., Boston: Woodhead Publishing, gen. 2017, pp. 3–30, ISBN: 978-0-08-101105-8. DOI: [10.1016/B978-0-08-101105-8.00001-2](https://doi.org/10.1016/B978-0-08-101105-8.00001-2). indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780081011058000012> (visitato il giorno 10/10/2024).
- [3] M. di Prisco, «Critical infrastructures in Italy: state of the art, case studies, rational approaches to select the intervention priorities,» en, in Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete - Innovations in Materials, Design and Structures, Politecnico di Milano, ott. 2020, pp. 545–557, ISBN: 978-294064300-4.
- [4] Y. Liu e Y. Fan, «Experimental Study on Flexural Behavior of Prestressed Concrete Beams Reinforced by CFRP under Chloride Environment,» en, Advances in Civil Engineering, vol. 2019, pp. 1–14, ago. 2019, ISSN: 1687-8086, 1687-8094. DOI: [10.1155/2019/2424518](https://doi.org/10.1155/2019/2424518). indirizzo: <https://www.hindawi.com/journals/ace/2019/2424518/> (visitato il giorno 25/06/2024).
- [5] L. Wang, X. Zhang, J. Zhang, J. Yi e Y. Liu, «Simplified Model for Corrosion-Induced Bond Degradation between Steel Strand and Concrete,» en, Journal of Materials in Civil Engineering, vol. 29, n. 4, p. 04016257, apr. 2017, ISSN: 0899-1561, 1943-5533. DOI: [10.1061/\(ASCE\)MT.1943-5533.0001784](https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0001784). indirizzo: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29MT.1943-5533.0001784> (visitato il giorno 23/10/2023).
- [6] C. Q. Li, Y. Yang e R. Melchers, «Prediction of reinforcement corrosion in concrete and its effects on concrete cracking and strength reduction,» ACI Materials Journal, vol. 105, pp. 3–10, gen. 2008.

- [7] L. Wang, *Strand Corrosion in Prestressed Concrete Structures*, en. Singapore: Springer Nature Singapore, 2023, ISBN: 978-981-9920-56-3 978-981-9920-54-9. DOI: [10.1007/978-981-99-2054-9](https://doi.org/10.1007/978-981-99-2054-9). indirizzo: <https://link.springer.com/10.1007/978-981-99-2054-9> (visitato il giorno 11/10/2024).
- [8] X. Zhang, L. Wang, J. Zhang, Y. Ma e Y. Liu, «Flexural behavior of bonded post-tensioned concrete beams under strand corrosion,» en, *Nuclear Engineering and Design*, vol. 313, pp. 414–424, mar. 2017, ISSN: 00295493. DOI: [10.1016/j.nucengdes.2017.01.004](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2017.01.004). indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0029549317300043> (visitato il giorno 25/06/2024).
- [9] F. Li, Y. Yuan e C.-Q. Li, «Corrosion propagation of prestressing steel strands in concrete subject to chloride attack,» *Construction and Building Materials*, vol. 25, n. 10, pp. 3878–3885, ott. 2011, ISSN: 0950-0618. DOI: [10.1016/j.conbuildmat.2011.04.011](https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.04.011). indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061811001516> (visitato il giorno 07/10/2024).
- [10] L. Franceschini, F. Vecchi, F. Tondolo, B. Belletti e J. Sánchez Montero, «Mechanical behaviour of corroded strands under chloride attack: A new constitutive law,» en, *Construction and Building Materials*, vol. 316, p. 125 872, gen. 2022, ISSN: 09500618. DOI: [10.1016/j.conbuildmat.2021.125872](https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.125872). indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S09500618211036059> (visitato il giorno 05/10/2023).
- [11] S. Imperatore, A. Benenato, S. Spagnuolo, B. Ferracuti e M. Kioumars, «Corrosion effects on the flexural performance of prestressed reinforced concrete beams,» en, *Construction and Building Materials*, vol. 411, p. 134 581, gen. 2024, ISSN: 09500618. DOI: [10.1016/j.conbuildmat.2023.134581](https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.134581). indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061823043003> (visitato il giorno 10/10/2024).
- [12] Z. Rinaldi, S. Imperatore e C. Valente, «Experimental evaluation of the flexural behavior of corroded P/C beams,» en, *Construction and Building Materials*, vol. 24, n. 11, pp. 2267–2278, nov. 2010, ISSN: 09500618. DOI: [10.1016/j.conbuildmat.2010.04.029](https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.04.029). indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061810001492> (visitato il giorno 16/10/2023).
- [13] F. Vecchi, B. Belletti, L. Franceschini, C. Andrade, C. Rodriguez e J. Sánchez Montero, «Flexural Tests on Prestressed Beams Exposed to Natural Chloride Action,» en, vol. 21311, on line, gen. 2020, pp. 205–212, ISBN: 978-2-940643-10-3.
- [14] B. Belletti, J. Rodríguez, C. Andrade, L. Franceschini, J. Sánchez Montero e F. Vecchi, «Experimental tests on shear capacity of naturally corroded prestressed beams,» en, *Structural Concrete*, vol. 21, n. 5, pp. 1777–1793, ott. 2020, ISSN: 1464-4177, 1751-

7648. DOI: [10.1002/suco.202000205](https://doi.org/10.1002/suco.202000205). indirizzo: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/suco.202000205> (visitato il giorno 25/06/2024).
- [15] Z. Ding e Q. Cao, «A state-of-the-art review of flexural behaviors of PC beams with corroded prestressing tendons,» en, *Structures*, vol. 63, pp. 106–430, mag. 2024, ISSN: 23520124. DOI: [10.1016/j.istruc.2024.106430](https://doi.org/10.1016/j.istruc.2024.106430). indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2352012424005824> (visitato il giorno 17/05/2024).
- [16] T. Wu, W. Chen, H. Li, J. Xu e B. Zhang, «Experiment and Probabilistic Prediction on Mechanical Properties of Corroded Prestressed Strands under Different Strain Levels,» en, *Journal of Materials in Civil Engineering*, vol. 34, n. 8, p. 04 022 164, ago. 2022, ISSN: 0899-1561, 1943-5533. DOI: [10.1061/\(ASCE\)MT.1943-5533.0004298](https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0004298). indirizzo: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29MT.1943-5533.0004298> (visitato il giorno 21/05/2024).
- [17] W. Feng, A. Tarakbay, S. Ali Memon, W. Tang e H. Cui, «Methods of accelerating chloride-induced corrosion in steel-reinforced concrete: A comparative review,» en, *Construction and Building Materials*, vol. 289, p. 123 165, giu. 2021, ISSN: 09500618. DOI: [10.1016/j.conbuildmat.2021.123165](https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.123165). indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061821009259> (visitato il giorno 31/10/2023).
- [18] J. Chen, C. Fu, H. Ye e X. Jin, «Corrosion of steel embedded in mortar and concrete under different electrolytic accelerated corrosion methods,» en, *Construction and Building Materials*, vol. 241, p. 117 971, apr. 2020, ISSN: 09500618. DOI: [10.1016/j.conbuildmat.2019.117971](https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.117971). indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061819334245> (visitato il giorno 31/10/2023).
- [19] J. Li, T. Miki, Q. Yang e M. Mao, «Experimental Study on Prestressing Force of Corroded Prestressed Concrete Steel Strands,» en, *Journal of Advanced Concrete Technology*, vol. 20, n. 9, pp. 550–563, set. 2022, ISSN: 1346-8014, 1347-3913. DOI: [10.3151/jact.20.550](https://doi.org/10.3151/jact.20.550). indirizzo: [https://www.jstage.jst.go.jp/article/jact/20/9/20\\_550/\\_article](https://www.jstage.jst.go.jp/article/jact/20/9/20_550/_article) (visitato il giorno 18/10/2023).
- [20] G01 Committee, Practice for Preparing, Cleaning, and Evaluating Corrosion Test Specimens, en. DOI: [10.1520/G0001-03](https://doi.org/10.1520/G0001-03). indirizzo: <http://www.astm.org/cgi-bin/resolver.cgi?G1-03> (visitato il giorno 18/05/2024).
- [21] C.-H. Jeon, J.-B. Lee, S. Lon e C.-S. Shim, «Equivalent material model of corroded prestressing steel strand,» en, *Journal of Materials Research and Technology*, vol. 8, n. 2, pp. 2450–2460, apr. 2019, ISSN: 22387854. DOI: [10.1016/j.jmrt.2019.02.010](https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2019.02.010). indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2238785418309724> (visitato il giorno 17/05/2024).

- [22] Z.-H. Lu, F. Li e Y.-G. Zhao, «An Investigation of Degradation of Mechanical Behaviour of Prestressing Strands Subjected to Chloride Attacking,» en, in *Proceedings of the 5th International Conference on the Durability of Concrete Structures*, Purdue University Press, 2016, ISBN: 978-1-62671-065-8. DOI: [10.5703/1288284316111](https://doi.org/10.5703/1288284316111). indirizzo: <http://docs.lib.purdue.edu/icdcs/2016/TRANSPORTPROPERTIES/5/> (visitato il giorno 10/11/2023).
- [23] X. Liu, W. Zhang, X. Gu e Y. Zeng, «Degradation of Mechanical Behavior of Corroded Prestressing Wires Subjected to High-Cycle Fatigue Loading,» en, *Journal of Bridge Engineering*, vol. 22, n. 5, p. 04 017 004, mag. 2017, ISSN: 1084-0702, 1943-5592. DOI: [10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0001030](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001030). indirizzo: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29BE.1943-5592.0001030> (visitato il giorno 21/05/2024).
- [24] L. Wang, T. Li, L. Dai, W. Chen e K. Huang, «Corrosion Morphology and Mechanical Behavior of Corroded Prestressing Strands,» en, *Journal of Advanced Concrete Technology*, vol. 18, n. 10, pp. 545–557, ott. 2020, ISSN: 1346-8014, 1347-3913. DOI: [10.3151/jact.18.545](https://doi.org/10.3151/jact.18.545). indirizzo: [https://www.jstage.jst.go.jp/article/jact/18/10/18\\_545/\\_article](https://www.jstage.jst.go.jp/article/jact/18/10/18_545/_article) (visitato il giorno 29/10/2023).
- [25] Y. H. Zeng, Q. H. Huang, X. L. Gu e W. P. Zhang, «Experimental Study on Bending Behavior of Corroded Post-Tensioned Concrete Beams,» en, in *Earth and Space 2010*, Honolulu, Hawaii, United States: American Society of Civil Engineers, mar. 2010, pp. 3521–3528, ISBN: 978-0-7844-1096-7. DOI: [10.1061/41096\(366\)336](https://doi.org/10.1061/41096(366)336). indirizzo: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/41096%28366%29336> (visitato il giorno 25/06/2024).
- [26] L. Franceschini, B. Belletti, F. Tondolo e J. Sanchez Montero, «A simplified stress–strain relationship for the mechanical behavior of corroded prestressing strands: The SCPS model,» en, *Structural Concrete*, vol. 24, n. 1, pp. 189–210, feb. 2023, ISSN: 1464-4177, 1751-7648. DOI: [10.1002/suco.202200170](https://doi.org/10.1002/suco.202200170). indirizzo: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/suco.202200170> (visitato il giorno 29/05/2024).
- [27] W.-p. Zhang, C.-k. Li, X.-l. Gu e Y.-h. Zeng, «Variability in cross-sectional areas and tensile properties of corroded prestressing wires,» en, *Construction and Building Materials*, vol. 228, p. 116 830, dic. 2019, ISSN: 09500618. DOI: [10.1016/j.conbuildmat.2019.116830](https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.116830). indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0950061819322603> (visitato il giorno 07/10/2024).

- [28] B. Belletti, F. Vecchi, C. Bandini, C. Andrade e J. S. Montero, «Numerical evaluation of the corrosion effects in prestressed concrete beams without shear reinforcement,» en, *Structural Concrete*, vol. 21, n. 5, pp. 1794–1809, ott. 2020, ISSN: 1464-4177, 1751-7648. DOI: [10.1002/suco.201900283](https://doi.org/10.1002/suco.201900283). indirizzo: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/suco.201900283> (visitato il giorno 25/06/2024).
- [29] F. Bontempi, P. Malerba e L. Romano, «Formulazione diretta secante dell'analisi non lineare di telai in C.A./C.A.P.», it, *STUDI E RICERCHE*, vol. 16, 1994.
- [30] F. Biondini, F. Bontempi e P. Giorgio Malerba, «Fuzzy reliability analysis of concrete structures,» en, *Computers & Structures*, vol. 82, n. 13-14, pp. 1033–1052, mag. 2004, ISSN: 00457949. DOI: [10.1016/j.compstruc.2004.03.011](https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.03.011). indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0045794904000811> (visitato il giorno 05/07/2024).
- [31] M. Anghileri e F. Biondini, «Nonlinear Structural Analysis of PC Bridge Deck Beams,» en, in *Proceedings of the 1st Conference of the European Association on Quality Control of Bridges and Structures*, C. Pellegrino, F. Faleschini, M. A. Zanini, J. C. Matos, J. R. Casas e A. Strauss, cur., vol. 200, Series Title: Lecture Notes in Civil Engineering, Cham: Springer International Publishing, 2022, pp. 1007–1017, ISBN: 978-3-030-91876-7 978-3-030-91877-4. DOI: [10.1007/978-3-030-91877-4\\_115](https://doi.org/10.1007/978-3-030-91877-4_115). indirizzo: [https://link.springer.com/10.1007/978-3-030-91877-4\\_115](https://link.springer.com/10.1007/978-3-030-91877-4_115) (visitato il giorno 05/07/2024).
- [32] M. Quagliaroli, P. Malerba e L. Sgambi, «A parametric subdomain discretization for the analysis of the multiaxial response of reinforced concrete sections,» en, *Advances in Engineering Software*, vol. 82, pp. 87–104, apr. 2015, ISSN: 09659978. DOI: [10.1016/j.advengsoft.2014.12.005](https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2014.12.005). indirizzo: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0965997814002051> (visitato il giorno 05/07/2024).
- [33] A. Khennane, *Introduction to Finite Element Analysis Using MATLAB and Abaqus*, en, 0<sup>a</sup> ed. CRC Press, giu. 2013, ISBN: 978-1-4665-8021-3. DOI: [10.1201/b15042](https://doi.org/10.1201/b15042). indirizzo: <https://www.taylorfrancis.com/books/9781466580213> (visitato il giorno 05/07/2024).
- [34] J. B. Mander, M. J. N. Priestley e R. Park, «Theoretical Stress–Strain Model for Confined Concrete,» en, *Journal of Structural Engineering*, vol. 114, n. 8, pp. 1804–1826, set. 1988, ISSN: 0733-9445, 1943-541X. DOI: [10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1988\)114:8\(1804\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:8(1804)). indirizzo: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%281988%29114%3A8%281804%29> (visitato il giorno 05/07/2024).
- [35] Eurocode 2. Design of concrete structures. en, OCLC: 10078467812, 2023.

- [36] M. Vergani, «Modellazione del degrado di strutture in calcestruzzo armato soggette a corrosione.» Tesi di laurea, Politecnico di Milano.
- [37] L. Dai, H. Bian, L. Wang, M. Potier-Ferry e J. Zhang, «Prestress Loss Diagnostics in Pretensioned Concrete Structures with Corrosive Cracking,» en, Journal of Structural Engineering, vol. 146, n. 3, p. 04 020 013, mar. 2020, ISSN: 0733-9445, 1943-541X. DOI: [10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0002554](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002554). indirizzo: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29ST.1943-541X.0002554> (visitato il giorno 05/07/2024).
- [38] Testing hardened concrete. Part 1, Shape, dimensions and other requirements for specimens and moulds, en, OCLC: 1263808723, London, 2021.