

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Tesi di Laurea Magistrale

**Scheduling delle comunicazioni  
per la minimizzazione distribuita  
delle perdite di linea  
in una smart grid**

**Relatore:**

Prof. Stefano TOMASIN

**Candidato:**

Enrico SCARABOTTOLO

Dicembre 2012



# Sommario

Il continuo aumento di impianti di generazione di energia elettrica dislocati in modo distribuito all'interno della rete elettrica tradizionale e l'utilità di sfruttare appieno le loro potenzialità impongono il passaggio ad una gestione intelligente della rete elettrica stessa.

Per raggiungere questo scopo è essenziale una rete di telecomunicazioni che permetta alle componenti della rete elettrica di scambiarsi informazioni tra loro.

In questa tesi si studia il problema della minimizzazione delle perdite di energia sulle linee di distribuzione, cercando di risolverlo in modo distribuito e tenendo conto delle limitazioni imposte dalla rete di telecomunicazioni utilizzata.

Infatti, a causa dei limiti della rete di telecomunicazioni, non è possibile scambiare una quantità arbitrariamente grande di informazioni: nella tesi si cerca di capire quali sono le conoscenze sullo stato della rete più importanti per il raggiungimento dell'obiettivo desiderato.

Si propongono due algoritmi che cercano di organizzare lo scheduling delle comunicazioni in modo da rispettare le priorità trovate, al fine di raggiungere più rapidamente possibile lo stato di funzionamento della smart grid che garantisce perdite di linea minime.



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1	L'idea di smart grid . . . . .	1
1.2	Introduzione a questa tesi . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Modello della smart grid</b>	<b>5</b>
2.1	Modello della rete elettrica . . . . .	5
2.1.1	I nodi . . . . .	5
2.1.2	I collegamenti . . . . .	7
2.1.3	Rete elettrica lineare . . . . .	9
2.2	Modello della rete di telecomunicazioni . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Minimizzazione distribuita delle perdite di linea</b>	<b>13</b>
3.1	Conoscenza locale della rete e suo aggiornamento . . . . .	14
3.2	Problema locale: corrente ottima da iniettare data la conoscenza locale della rete . . . . .	16
3.2.1	Approssimazione: conoscenza necessaria a ciascun nodo generatore . . . . .	19
3.3	Scheduling: trovare i migliori messaggi da inviare in ogni istante . . . . .	22
<b>4</b>	<b>Algoritmi utilizzabili</b>	<b>25</b>
4.1	Algoritmo proposto 1 . . . . .	25
4.2	Algoritmo proposto 2 . . . . .	27
4.3	Token ring . . . . .	28
<b>5</b>	<b>Risultati ottenuti</b>	<b>31</b>
5.1	Rete A . . . . .	32

5.1.1	Simulazione 1 . . . . .	32
5.1.2	Simulazione 2 . . . . .	35
5.1.3	Simulazione 3 . . . . .	40
5.2	Rete B . . . . .	43
5.2.1	Simulazione 4 . . . . .	45
5.2.2	Simulazione 5 . . . . .	47
5.2.3	Simulazione 6 . . . . .	49
5.3	Rete C . . . . .	51
5.3.1	Simulazione 7 . . . . .	51
5.4	Rete D . . . . .	53
5.4.1	Simulazione 8 . . . . .	56
5.5	Risultati medi . . . . .	58
5.5.1	Simulazione 9 . . . . .	58
5.5.2	Simulazione 10 . . . . .	59
5.5.3	Simulazione 11 . . . . .	65
5.5.4	Simulazione 12 . . . . .	70
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>75</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>79</b>

# 1

## Introduzione

### 1.1 L'idea di smart grid

Negli ultimi anni si assiste ad un continuo aumento delle installazioni di impianti di generazione di energia elettrica distribuiti all'interno della rete elettrica tradizionale. Questo fatto è dovuto soprattutto al sempre maggiore sfruttamento di energie rinnovabili quali fotovoltaico ed eolico, aiutato anche da politiche di incentivazione statale.

Questi nuovi impianti di generazione sono stati inseriti nella rete elettrica tradizionale senza tenere conto che quest'ultima è stata pensata e progettata per distribuire agli utenti l'energia elettrica prodotta in modo accentrato in pochi grandi impianti. Il sistema di integrazione dei nuovi generatori distribuiti all'interno della rete elettrica tradizionale utilizzato finora può essere accettabile solo nel caso in cui i generatori distribuiti contribuiscono relativamente poco al soddisfacimento della richiesta energetica rispetto alle grandi centrali.

Infatti, quando la potenzialità dei generatori distribuiti aumenta, è opportuno ripensare la funzione della rete elettrica che, da semplice mezzo di distribuzione dell'energia prodotta nelle centrali verso gli utilizzatori, deve diventare un sistema intelligente che gestisce i flussi di potenza in modo bidirezionale (capace cioè di avere il controllo sia sulle richieste che sulle immissioni di potenza in rete): proprio per indicare questo nuovo paradigma è stato coniato il termine *smart grid*, traducibile come *rete intelligente* (si veda la figura 1.1).

In contesti ad alta concentrazione di generatori distribuiti il passaggio ad una

rete intelligente può essere addirittura necessario al fine di mantenere il sistema in equilibrio ed evitare sovraccarichi della rete stessa. Anche in situazioni meno critiche, una smart grid permette comunque di sfruttare meglio l'energia prodotta, limitando fortemente gli sprechi e aumentando quindi l'efficienza della rete stessa. Questo miglioramento porterebbe, oltre a vantaggi di tipo economico, anche alla riduzione delle emissioni inquinanti e quindi un notevole beneficio per l'ambiente.

Per passare da una rete di distribuzione dell'energia elettrica di tipo tradizionale ad una smart grid è necessario introdurre capacità elaborativa (l'intelligenza) all'interno dei nodi della rete e fare in modo che le diverse parti della rete possano comunicare tra loro: in questo senso diventa fondamentale il ruolo svolto dalle telecomunicazioni [2]. Dal punto di vista della comunicazione di dati è necessario garantire un ottimo livello di sicurezza, in quanto il sistema dovrebbe essere immune da attacchi malevoli, oltre a dover assicurare la privacy degli utenti.

In uno scenario in cui, all'interno della rete elettrica, sono presenti dei generatori distribuiti di proprietà dei privati, cambia anche il ruolo dell'utente che, da semplice consumatore, diventa *prosumer* ovvero produttore e consumatore allo stesso tempo.

Legato all'idea di smart grid è il concetto di *active demand*, cioè delle pratiche che coinvolgono in modo attivo ogni utente, il quale viene messo in condizione di assumere comportamenti virtuosi grazie alla progressiva automazione del controllo dell'energia domestica e alla possibile applicazione di politiche commerciali incentivanti connesse alla flessibilità della domanda e dell'offerta [1].

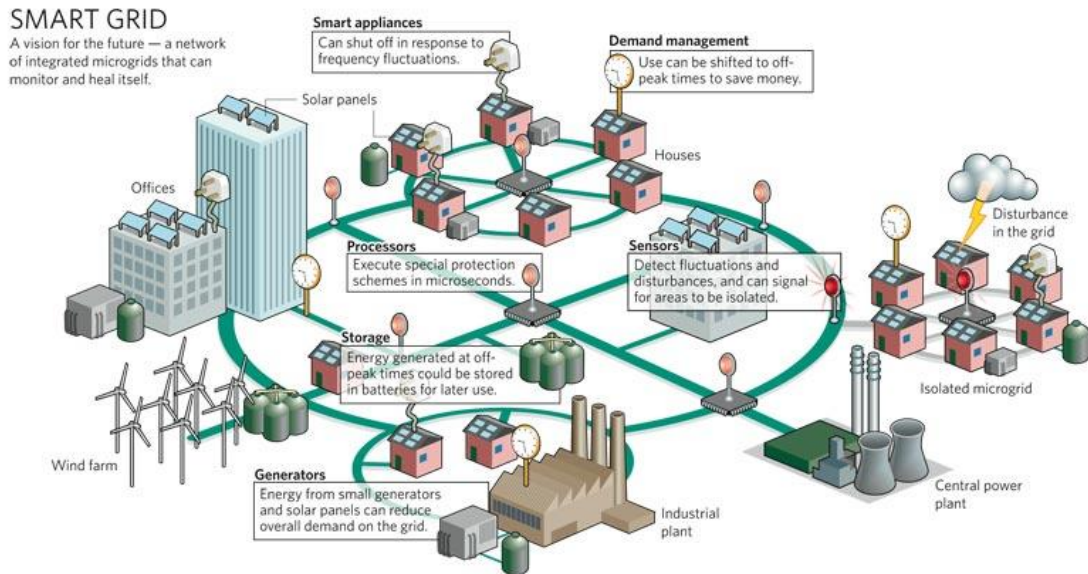
## 1.2 Introduzione a questa tesi

Una smart grid può essere gestita in modo da raggiungere diversi obiettivi.

Si può massimizzare l'efficienza della rete di distribuzione dal punto di vista puramente energetico (cercando cioè di minimizzare le perdite di energia sulle linee di distribuzione) o dal punto di vista economico (cercando di sfruttare maggiormente l'energia prodotta dalle sorgenti a più basso costo). Si possono anche cercare di ottimizzare i cicli di carica e scarica di accumulatori che immagazzinano l'energia prodotta dalle fonti rinnovabili, che molto spesso hanno una produzione intermittente ed aleatoria, o altro.



Figura 1.1: Rappresentazione dell'idea di smart grid [1].



In questa tesi ci si è concentrati nella minimizzazione delle perdite sulle linee di distribuzione, ipotizzando che le richieste di energia elettrica siano variabili ma non controllabili e che il comportamento dei generatori distribuiti sia controllabile dalla rete stessa.

Questo problema può essere affrontato in modo distribuito o centralizzato.

La soluzione di tipo centralizzato prevede che il comportamento dei generatori distribuiti sia deciso da un unico nodo della rete che deve conoscere le potenze richieste da tutti gli utilizzatori: questo approccio è affetto dai problemi caratteristici di tutti i sistemi gestiti in modo centralizzato, primo tra tutti la debolezza ad eventuali guasti.

La soluzione di tipo distribuito si basa sull'idea che ogni generatore distribuito deve decidere autonomamente la potenza da iniettare in rete, sulla base di alcuni dati ad esso conosciuti: in questa tesi si è considerato solo questo tipo di soluzione.

Per poter risolvere il problema è necessario un continuo scambio di informazioni tra le componenti della smart grid e per questo si utilizza una rete di telecomunicazioni. Si potrebbe pensare di poter scambiare tutte le informazioni necessarie alla risoluzione del problema molto rapidamente e senza alcun vincolo, tuttavia la rete di telecomunicazioni utilizzata non è ideale ed è quindi soggetta a

limitazioni.

In questa tesi si cerca di modellare in modo abbastanza semplice i limiti del sistema di telecomunicazioni e di capire quali sono le informazioni più importanti che possono essere scambiate al fine di minimizzare le perdite sulle linee di distribuzione (che quindi devono essere scambiate il più velocemente possibile).

Si propongono due algoritmi che scambiano le informazioni cercando di rispettare le priorità trovate, in modo da raggiungere in modo rapido lo stato della smart grid caratterizzato da perdite minime sulle linee di distribuzione.

Infine si prova a risolvere il calcolo della corrente ottima che ogni generatore deve iniettare in rete in modo approssimato, ritenendo cioè trascurabile la conoscenza dello stato di una parte delle componenti della rete elettrica. Questo potrebbe permettere di limitare lo scambio di informazioni sulla rete di telecomunicazioni.

## 2

# Modello della smart grid

Una smart grid può essere vista come un sistema costituito da due livelli distinti: una rete elettrica utilizzata per la distribuzione dell'energia e una rete di telecomunicazioni che permette alle diverse parti della rete elettrica di scambiarsi informazioni.

Queste due reti sono concettualmente ben diverse, anche se la rete di telecomunicazioni in alcune sue implementazioni, in particolare quella tramite PLC (Power Line Communications), tende a sovrapporsi a quella elettrica.

Si vedranno ora i modelli utilizzati in questa tesi per entrambe le reti.

## 2.1 Modello della rete elettrica

La rete elettrica è rappresentabile con un grafo, composto da nodi e collegamenti.

I nodi rappresentano i punti della rete dove si immette o si assorbe energia elettrica, i collegamenti rappresentano le linee di distribuzione che permettono il trasferimento di energia tra i nodi.

Il modello utilizzato è quello di una *rete elettrica lineare* [4].

### 2.1.1 I nodi

I nodi della rete elettrica possono essere di tre diversi tipi, a seconda della funzione che svolgono all'interno della rete stessa.

## PCC

Un nodo di tipo PCC (Power Common Couplings) rappresenta un punto di congiunzione tra la smart grid e il sistema di distribuzione dell'energia elettrica convenzionale.

Viene modellato come generatore ideale di tensione alla tensione nominale di rete  $V_{CC}$ .

## Generatore

Un nodo di tipo generatore rappresenta un generatore di energia elettrica presente nella smart grid. Può modellare un qualunque tipo di generazione distribuita di energia (pannelli fotovoltaici, celle a combustibile, batterie, ...) che si interfaccia alla smart grid tramite *inverter*.

Viene modellato come generatore ideale di corrente: si ipotizza che il valore a cui è mantenuta questa corrente possa essere variato a discrezione del nodo stesso, pur dovendo rispettare un limite di massima corrente erogabile.

## Carico

Un nodo di tipo carico rappresenta un'utenza che assorbe potenza dalla rete elettrica.

Viene modellato come un'impedenza: il valore dell'impedenza del carico determina di conseguenza la potenza assorbita da esso. L'impedenza dei nodi carico può variare nel tempo entro i limiti imposti dal massimo assorbimento di potenza che può avere una singola utenza.

Le variazioni delle impedenze dei nodi carico sono aleatorie e non controllabili da parte della smart grid.

La smart grid abbia  $N_{CC}$  nodi di tipo PCC,  $N_{EI}$  nodi di tipo generatore e  $N_L$  nodi di tipo carico. La rete è quindi costituita complessivamente da  $N$  nodi, con

$$N = N_{CC} + N_{EI} + N_L \quad (2.1)$$

Ogni nodo è distinguibile grazie a un indice  $n \in \mathcal{I} = \{1, \dots, N\}$ .

Senza alcuna perdita di generalità si possono ordinare le etichette dei nodi in modo che i nodi di tipo PCC abbiano indici in  $\mathcal{I}_{CC} = \{1, \dots, N_{CC}\}$ , i nodi di

tipo generatore abbiano indici in  $\mathcal{I}_{EI} = \{N_{CC} + 1, \dots, N_{CC} + N_{EI}\}$ , i nodi di tipo carico abbiano indici in  $\mathcal{I}_L = \{N_{CC} + N_{EI} + 1, \dots, N\}$ : usare questo accorgimento semplificherà la notazione.

### 2.1.2 I collegamenti

I collegamenti rappresentano le linee di distribuzione che permettono il trasferimento di energia elettrica tra i diversi nodi.

Ogni collegamento della rete elettrica è quindi completamente descritto quando si conoscono i due nodi che vengono uniti da esso e il valore della sua impedenza.

La smart grid abbia  $L$  collegamenti: ogni collegamento è distinguibile grazie a un indice  $\ell \in \{1, \dots, L\}$  che dipende dalla coppia di nodi che costituisce gli estremi del collegamento stesso. Si indichi con  $\ell_s$  il nodo d’inizio e con  $\ell_e$  il nodo di fine del collegamento  $\ell$ . Senza alcuna perdita di generalità si può imporre che la coppia di nodi  $(\ell_s, \ell_e)$  rispetti la proprietà  $\ell_e > \ell_s$  per garantire il conteggio univoco di ogni collegamento. Inoltre si assegnino le etichette dei collegamenti in modo che l’indice  $\ell$  rispetti l’ordine lessicografico della coppia  $(\ell_s, \ell_e)$ .

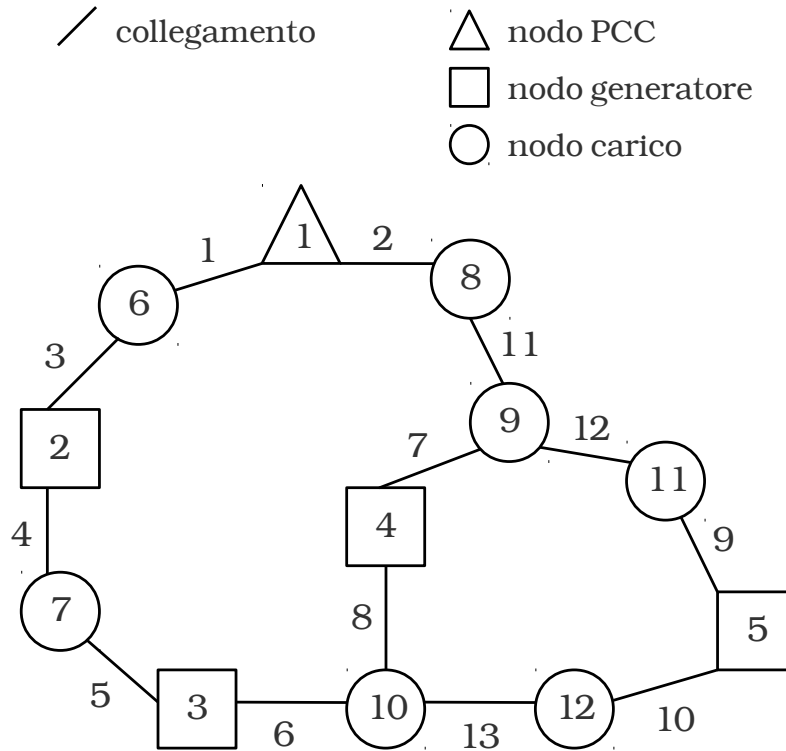
Conoscendo i collegamenti della rete elettrica è possibile costruire la *matrice d’incidenza della rete*  $\mathbf{A}$ , una matrice di dimensioni  $L \times N$  utile a riassumere la struttura dei collegamenti della rete. Gli elementi della matrice  $\mathbf{A}$  sono tutti nulli, eccetto gli elementi  $A_{\ell, \ell_s}$  e  $A_{\ell, \ell_e}$  posti rispettivamente a 1 e  $-1$ .

Le impedenze dei collegamenti possono essere calcolate a partire dalla conoscenza delle lunghezze dei collegamenti stessi, stimabili con delle particolari tecniche denominate tecniche di *ranging*. Infatti, supponendo che tutti i cavi che costituiscono le linee di distribuzione all’interno della smart grid siano dello stesso tipo e abbiano un’impedenza per unità di lunghezza  $z_{\text{line}}$  nota, per calcolare l’impedenza  $Z_{\text{line}\ell}$  del collegamento  $\ell$  conoscendone la lunghezza  $l_\ell$ , si può utilizzare

$$Z_{\text{line}\ell} = z_{\text{line}} l_\ell \quad (2.2)$$

Un esempio di rete elettrica nella quale sono rispettate le convenzioni descritte per l’assegnazione degli indici di nodi e collegamenti è riportato in figura 2.1. In tabella 2.1 sono specificati i nodi d’inizio e fine di ogni collegamento.

**Figura 2.1:** Esempio di rete elettrica con  $N_{CC} = 1$  nodi PCC,  $N_{EI} = 4$  nodi generatore e  $N_L = 7$  nodi carico uniti da  $L = 13$  collegamenti.



**Tabella 2.1:** Rappresentazione tabellare dei collegamenti della rete elettrica di figura 2.1.

$\ell$ indice collegamento	$\ell_s$ nodo d'inizio	$\ell_e$ nodo di fine
1	1	6
2	1	8
3	2	6
4	2	7
5	3	7
6	3	10
7	4	9
8	4	10
9	5	11
10	5	12
11	8	9
12	9	11
13	10	12

### 2.1.3 Rete elettrica lineare

Quella appena descritta è una *rete elettrica lineare* quindi, tra le correnti assorbite o iniettate dai nodi e le loro tensioni, valgono delle relazioni di tipo lineare [4].

In questo lavoro di tesi le correnti iniettate dai nodi e le loro tensioni vengono rappresentate mediante notazione fasoriale: si assume quindi che tutti i nodi della rete dispongano di un riferimento temporale comune, necessario per valutare in modo corretto l'argomento dei fasori stessi. Per poter raggiungere questo obiettivo è essenziale una sincronizzazione tra i nodi della rete che si può ottenere sfruttando la rete di telecomunicazioni [6] [9].

Si indichi con  $I_n$  il fasore (numero complesso) della corrente iniettata o assorbita dal nodo  $n$  e con  $V_n$  il fasore (numero complesso) della tensione del nodo  $n$ .

Definito il vettore  $\mathbf{I}$ , contenente i valori delle correnti, e il vettore  $\mathbf{V}$ , contenente i valori delle tensioni di ogni nodo della rete, nel seguente modo

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

vale la relazione lineare

$$\mathbf{I} = \mathbf{YV} \quad (2.4)$$

dove  $\mathbf{Y}$  è una matrice  $N \times N$  chiamata *matrice delle ammettenze di rete* che dipende dalle struttura della rete e dalle impedenze dei collegamenti. Infatti

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^T \mathbf{Y}_{\text{line}} \mathbf{A} \quad \mathbf{Y}_{\text{line}} = \text{diag}([1/Z_{\text{line}\ell}]_{\ell=1, \dots, L}) \quad (2.5)$$

I vettori  $\mathbf{I}$  e  $\mathbf{V}$  possono essere partizionati in tre parti contenenti rispettivamente correnti e tensioni dei nodi di tipo PCC, generatore e carico

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\text{CC}} \\ \mathbf{I}_{\text{EI}} \\ \mathbf{I}_{\text{L}} \end{bmatrix} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\text{CC}} \\ \mathbf{V}_{\text{EI}} \\ \mathbf{V}_{\text{L}} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Indicando con  $Z_n$  il valore dell'impedenza del nodo carico  $n$  e definendo la matrice diagonale  $\mathbf{Y}_L = \text{diag}([1/Z_n]_{n \in \mathcal{I}_L})$ , vista la linearità della rete è immediato trovare

$$\mathbf{I}_L = -\mathbf{Y}_L \mathbf{V}_L \quad (2.7)$$

Inoltre, conoscendo  $\mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{Y}_L$  e  $\mathbf{V}_{CC}$ , è possibile scrivere le tensioni di tutti i nodi della rete in funzione delle correnti iniettate dai nodi generatore  $\mathbf{I}_{EI}$ .

Si partiziona la matrice delle ammettenze di rete  $\mathbf{Y}$  in quattro parti nel modo seguente

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{CC,CC} & \mathbf{Y}_{CC,EI+L} \\ \mathbf{Y}_{EI+L,CC} & \mathbf{Y}_{EI+L,EI+L} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

dove  $\mathbf{Y}_{CC,CC}$  è una matrice  $N_{CC} \times N_{CC}$ ,  $\mathbf{Y}_{CC,EI+L}$  è una matrice  $N_{CC} \times (N_{EI} + N_L)$ ,  $\mathbf{Y}_{EI+L,CC}$  è una matrice  $(N_{EI} + N_L) \times N_{CC}$ ,  $\mathbf{Y}_{EI+L,EI+L}$  è una matrice  $(N_{EI} + N_L) \times (N_{EI} + N_L)$ .

Si indichi con  $\mathbf{E}_N$  una matrice identità di dimensione  $N \times N$  e con  $\mathbf{0}_{N_1, N_2}$  una matrice di zeri di dimensione  $N_1 \times N_2$ .

Calcolando la matrice

$$\mathbf{U} = \left( \mathbf{Y}_{EI+L,EI+L} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_{EI}, N_{EI}} & \mathbf{0}_{N_{EI}, N_L} \\ \mathbf{0}_{N_L, N_{EI}} & \mathbf{Y}_L \end{bmatrix} \right)^{-1} \quad (2.9)$$

e la matrice  $\mathbf{B}$  e il vettore  $\boldsymbol{\beta}$  come

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_{CC}, N_{EI}} \\ \mathbf{U} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{N_{EI}} \\ \mathbf{0}_{N_L, N_{EI}} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{N_{CC}} \\ -\mathbf{U} \mathbf{Y}_{EI+L,CC} \end{bmatrix} \mathbf{V}_{CC} \quad (2.10)$$

si possono esprimere le tensioni di tutti i nodi della rete come

$$\mathbf{V} = \mathbf{B} \mathbf{I}_{EI} + \boldsymbol{\beta} \quad (2.11)$$

Alcune grandezze che influiscono sul comportamento della rete possono però variare nel tempo quindi, in molte definizioni e formule date, si rende necessario esplicitare anche l'istante temporale finora tralasciato per semplicità: si è deciso di modellare la smart grid come un sistema a tempo discreto dove l'istante temporale viene indicato con  $t$ .

In particolare si assume che la matrice  $\mathbf{Y}$  rimanga costante, mentre il vettore  $\mathbf{I}_{EI}$  e la matrice  $\mathbf{Y}_L$  possono variare nel tempo: di conseguenza anche i vettori  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{V}$  e  $\boldsymbol{\beta}$  e la matrice  $\mathbf{B}$  sono dipendenti dall'istante  $t$ .



## 2.2 Modello della rete di telecomunicazioni

In una smart grid i diversi nodi della rete elettrica devono poter comunicare tra loro: per questo si utilizza una rete di telecomunicazioni.

Si ipotizza che ogni nodo della rete elettrica costituisca anche un nodo della rete di telecomunicazioni: esso può quindi trasmettere e ricevere messaggi. Questo è un modello del tutto generale, si vedrà che in realtà per alcuni nodi sarà sufficiente poter inviare messaggi: per esempio per i nodi carico, che all'interno della rete svolgono un ruolo passivo e non possono essere controllati o modificati da parte della smart grid stessa, la ricezione diventa superflua, mentre molto utile rimane la possibilità di inviare messaggi ad altri nodi.

I sistemi presenti attualmente nel mondo delle telecomunicazioni sono molteplici e, in linea di principio, potrebbero essere utilizzati indistintamente per svolgere il compito di mettere in comunicazione tra loro le componenti della rete elettrica. Tuttavia, la robustezza richiesta al sistema e l'alto livello di sicurezza desiderato restringono la scelta ad un paio di possibili tecnologie.

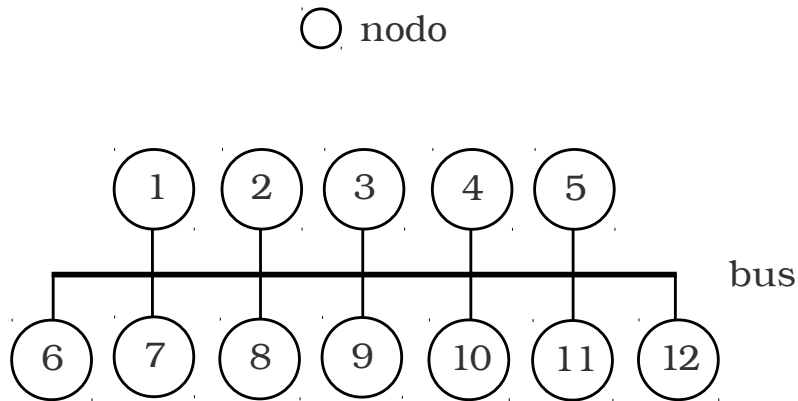
La prima è la tecnologia wireless, che sfrutta la propagazione dei campi elettromagnetici nello spazio libero.

La seconda è la tecnologia PLC (Power Line Communications), traducibile in italiano come *comunicazioni ad onde convogliate*, nella quale il canale di comunicazione è costituito dagli stessi cavi di distribuzione dell'energia elettrica. In questo caso il contenuto informativo che si vuole trasmettere viene sovrapposto alla tensione presente in rete, ma su frequenze molto più elevate: le bande di frequenza utilizzate dipendono dallo specifico standard [3] [8]. Tra i possibili standard utilizzabili per la comunicazione in una smart grid si cita PRIME (PowerLine Intelligent Metering Evolution).

Comunque, visto che in entrambe le tecnologie il canale di comunicazione è condiviso tra tutti i nodi della rete, in questa tesi si è scelto di utilizzare un modello di rete con *topologia a bus*: tutti i nodi si interfacciano ad un unico canale condiviso chiamato *bus* (si veda la figura 2.2).

Naturalmente in una rete a bus non è possibile inviare più messaggi contemporaneamente e sulla stessa banda di frequenza, altrimenti si generano delle *collisioni* tra i messaggi. In questa evenienza i nodi ricevitore non riescono a discriminare i diversi segnali presenti sul bus e quindi tutti i messaggi transitanti sul canale

**Figura 2.2:** Rete di telecomunicazioni con topologia a bus associata alla rete elettrica di figura 2.1.



condiviso in quell'istante vengono persi.

Supponendo di poter sfruttare il canale di comunicazione in più bande di frequenza diverse, è quindi realistico imporre un vincolo sul numero massimo di messaggi che si possono trasmettere in ogni istante affinché, esclusi gli errori dovuti al rumore che affligge il canale di comunicazione, sia garantita l'integrità in ricezione di tali messaggi. Questo limite è dato dal numero di bande di frequenza disponibili.

Inoltre in questa tesi si è scelto di utilizzare solamente trasmissioni di tipo *unicast*, corrispondenti a comunicazioni di tipo punto-punto, e di non utilizzare trasmissioni di tipo *broadcast*.

### 3

## Minimizzazione distribuita delle perdite di linea

Il problema che si è scelto di risolvere è la minimizzazione delle perdite di energia elettrica sulle linee di distribuzione.

La potenza dissipata su un singolo collegamento  $\ell$  al tempo  $t$  è pari a

$$c_\ell(t) = \Re\{[Z_{\text{line}\ell}]|I_{\text{line}\ell}(t)|^2\} = \Re\{[Z_{\text{line}\ell}]\left|\frac{V_{\ell_s}(t) - V_{\ell_e}(t)}{Z_{\text{line}\ell}}\right|^2\} \quad (3.1)$$

dove con  $I_{\text{line}\ell}(t)$  si indica il fasore della corrente che scorre nel collegamento  $\ell$  al tempo  $t$ .

La potenza dissipata su tutti i collegamenti della smart grid risulta allora

$$C(t) = \sum_{\ell=1}^L c_\ell(t) = \sum_{\ell=1}^L \Re\{[Z_{\text{line}\ell}]\left|\frac{V_{\ell_s}(t) - V_{\ell_e}(t)}{Z_{\text{line}\ell}}\right|^2\} \quad (3.2)$$

e quindi le perdite di linea al tempo  $t$  dipendono dalle tensioni dei nodi  $\mathbf{V}(t)$ , che a loro volta soddisfano le relazioni del paragrafo 2.1.3.

Per minimizzare le perdite si intende agire sulle correnti iniettate dai nodi generatore (che costituiscono il vettore  $\mathbf{I}_{\text{EI}}(t)$ ) ovvero

$$\min_{\mathbf{I}_{\text{EI}}(t)} C(t)$$

Per la risoluzione di questo problema bisogna ricorrere alla (2.11), qui richiamata esplicitando l'istante temporale

$$\mathbf{V}(t) = \mathbf{B}(t)\mathbf{I}_{\text{EI}}(t) + \boldsymbol{\beta}(t) \quad (3.3)$$

Inoltre si vuole risolvere il problema in modo distribuito: ogni nodo generatore deve calcolare autonomamente, in base alle conoscenze sullo stato della rete ad esso note, il nuovo valore di corrente da iniettare per minimizzare le perdite.

In questo caso ogni nodo generatore deve conoscere la struttura e le proprietà della rete elettrica (considerate costanti nel tempo) e i valori delle impedenze dei nodi carico (che invece sono variabili in  $t$ ). Inoltre ogni nodo generatore deve conoscere i fasori delle correnti iniettate da tutti gli altri nodi generatore.

### 3.1 Conoscenza locale della rete e suo aggiornamento

Si assume che ogni nodo generatore abbia una conoscenza completa della struttura e delle proprietà della rete elettrica (riassumibili nella matrice  $\mathbf{Y}$ , nelle impedenze dei collegamenti e nelle tensioni dei nodi PCC) dal momento che queste grandezze non variano e possono quindi essere comunicate in una fase di inizializzazione del sistema.

Invece l'aggiornamento della conoscenza di un nodo generatore rispetto ai valori d'impedenza dei nodi carico e delle correnti iniettate dagli altri nodi generatore rende necessario uno scambio di messaggi tra i diversi nodi durante il funzionamento della smart grid: se questi messaggi non vengono trasmessi o ricevuti correttamente i nodi generatore non possono aggiornare la loro conoscenza sullo stato della rete che rimane pertanto obsoleta.

Per spiegare in modo più rigoroso quanto appena detto si associ allo stato di un nodo (caratterizzato dalla corrente iniettata in un nodo generatore e dall'impedenza in un nodo carico) un contatore (numero naturale) che aumenta di una unità ogni volta che lo stato del nodo varia rispetto all'istante precedente. Allora si può pensare all'evoluzione dello stato di un singolo nodo come all'aumento del contatore corrispondente.

Sia  $s_{i,i}(t)$  il valore raggiunto dal contatore dello stato del nodo  $i$  all'istante  $t$  e si indichi con  $s_{i,j}(t)$  il valore del contatore dello stato del nodo  $j$  corrispondente alla conoscenza che ha il nodo  $i$  all'istante  $t$  sullo stato del nodo  $j$ . Naturalmente vale

$$s_{i,j}(t) \leq s_{j,j}(t) \quad \forall i, j \in \mathcal{I} \quad (3.4)$$

in quanto il nodo  $i$  può avere una conoscenza obsoleta dello stato del nodo  $j$ .

Si utilizzi la variabile  $x_{i,j}^{(n)}(t)$  per indicare se all'istante  $t$  avviene una comunicazione dal nodo  $j$  al nodo  $i$  riguardante lo stato del nodo  $n$ :  $x_{i,j}^{(n)}(t)$  assume valore 1 se la comunicazione avviene, 0 altrimenti.

Per quanto detto nel paragrafo 2.2 si ipotizzano dei limiti del sistema di comunicazione: in ogni istante è possibile scambiare un numero massimo di messaggi pari a  $M$ , altrimenti si genera una collisione con la perdita di tutti i messaggi trasmessi in quell'istante.

Lo scheduling dei messaggi inviati al tempo  $t$  risulta perciò valido solo se viene rispettato

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{\substack{j \in \mathcal{I} \\ j \neq i}} \Delta \left( \sum_{n \in \mathcal{I}} x_{i,j}^{(n)}(t) \right) \leq M \quad (3.5)$$

dove  $\Delta(x) = 1$  se  $x \neq 0$  e  $\Delta(x) = 0$  se  $x = 0$ .

Nella scrittura del vincolo per la validità dello scheduling non si è tenuto conto della dimensione del messaggio, dipendente dalla quantità di informazioni in esso contenute, ma solo del fatto che il messaggio venga trasmesso. Questa scelta è motivata dal fatto che in una rete a bus la maggiore criticità è dovuta alla fase di accesso al mezzo trasmissivo, indipendente dalla dimensione del messaggio stesso.

Visto il modello della smart grid utilizzato e il problema che si vuole risolvere, risulta chiaro che gli unici messaggi utili sono quelli destinati ai nodi generatore.

Inoltre si assume che le informazioni contenute nei messaggi dipendano dal tipo di nodo che tramette il messaggio: se il trasmettitore è un nodo generatore il messaggio contiene tutte le informazioni conosciute dal trasmettitore (correnti di tutti i nodi generatore e impedenze di tutti i nodi carico); se il trasmettitore è un nodo carico il messaggio contiene solo il valore della sua impedenza.

L'aggiornamento della conoscenza locale di ogni nodo in seguito alla ricezione di uno o più messaggi rispetta la seguente regola

$$s_{i,j}(t) = \max_w x_{i,w}^{(j)}(t) s_{w,j}(t-1) = \max_{w: x_{i,w}^{(j)}(t)=1} s_{w,j}(t-1) \quad \forall i \neq j \quad (3.6)$$

cioè ogni nodo  $i$  che riceve qualche messaggio contenente informazioni sul nodo  $j$  mantiene come stato conosciuto del nodo  $j$  quello più recente tra tutti quelli che gli sono stati comunicati.

Per quanto appena detto vale sicuramente

$$s_{i,j}(t+1) \geq s_{i,j}(t) \quad \forall i,j \in \mathcal{I} \quad (3.7)$$

Quindi il problema di minimizzazione distribuita delle perdite fin qui esposto contiene al suo interno due problemi diversi.

Un primo problema è quello che deve risolvere ogni nodo generatore: data la sua conoscenza locale della rete si deve trovare il valore della corrente che, se iniettata dal generatore stesso, minimizza le perdite. Questo problema verrà meglio definito e risolto al paragrafo 3.2.

Un secondo problema riguarda invece lo scheduling delle comunicazioni: l'aggiornamento della conoscenza della rete in tutti i nodi generatore richiederebbe un numero molto elevato di messaggi scambiati che porterebbe alla violazione del vincolo (3.5). È allora interessante trovare quali sono i messaggi che conviene trasmettere affinché le perdite si abbassino il più possibile e rispettando il vincolo sul numero massimo di messaggi scambiabili in ogni istante. Questo problema verrà trattato al paragrafo 3.3.

## 3.2 Problema locale: corrente ottima da iniettare data la conoscenza locale della rete

Per semplificare la notazione ridefiniamo il vettore delle correnti iniettate dai nodi generatore nel seguente modo

$$\mathbf{I}_{EI} = \begin{bmatrix} I_{N_{CC}+1} \\ I_{N_{CC}+2} \\ \vdots \\ I_{N_{CC}+N_{EI}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_{N_{EI}} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

È così possibile identificare ogni nodo generatore con un indice  $k \in \{1, \dots, N_{EI}\}$ .

Il problema che deve risolvere ogni nodo generatore  $k$  per determinare la corrente ottima da iniettare è il seguente

$$\mathcal{P}_{\text{loc},1}: \begin{cases} i_k(t) = \arg \min_{\hat{i}_k(t)} \hat{C}(t) = \arg \min_{\hat{i}_k(t)} \sum_{\ell=1}^L \Re[Z_{\text{line}\ell}] \left| \frac{\hat{V}_{\ell_s}(t) - \hat{V}_{\ell_e}(t)}{Z_{\text{line}\ell}} \right|^2 \\ \hat{\mathbf{V}}(t) = \hat{\mathbf{B}}(t) \hat{\mathbf{I}}_{\text{EI}}(t) + \hat{\boldsymbol{\beta}}(t) \\ |\hat{i}_k(t)| \leq i_{k,\max} \end{cases}$$

dove con il simbolo  $\hat{x}$  si rappresenta il valore di  $x$  conosciuto dal nodo  $k$ : per quanto detto finora sulla conoscenza locale di ogni generatore, questo valore può non essere quello vero o attuale.

Il vincolo  $|\hat{i}_k(t)| \leq i_{k,\max}$  modella il limite di massima corrente erogabile che ha nella realtà ogni nodo generatore: con  $i_{k,\max}$  si indica la massima corrente erogabile dal nodo generatore  $k$ .

Il problema è riscrivibile come

$$\mathcal{P}_{\text{loc},2}: \begin{cases} i_k(t) = \arg \min_{\hat{i}_k(t)} \sum_{\ell=1}^L \Re[Z_{\text{line}\ell}] \left| \frac{\hat{V}_{\ell_s}(t) - \hat{V}_{\ell_e}(t)}{Z_{\text{line}\ell}} \right|^2 \\ \hat{V}_i(t) = \hat{\mathbf{B}}_{i,k}(t) \hat{i}_k(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{N_{\text{EI}}} \hat{\mathbf{B}}_{i,j}(t) \hat{i}_j(t) + \hat{\beta}_i(t) \quad \forall i \in \mathcal{I} \\ |\hat{i}_k(t)| \leq i_{k,\max} \end{cases}$$

e sostituendo nella funzione da minimizzare l'espressione delle tensioni  $\hat{V}_i(t)$  si ottiene

$$\mathcal{P}_{\text{loc},3}: \begin{cases} i_k(t) = \arg \min_{\hat{i}_k(t)} \sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} |\hat{m}_\ell(t) \hat{i}_k(t) + \hat{q}_\ell(t)|^2 \\ \hat{m}_\ell(t) = \hat{\mathbf{B}}_{\ell_s,k}(t) - \hat{\mathbf{B}}_{\ell_e,k}(t) \quad \forall \ell \in \{1, \dots, L\} \\ \hat{q}_\ell(t) = \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{N_{\text{EI}}} (\hat{\mathbf{B}}_{\ell_s,p}(t) - \hat{\mathbf{B}}_{\ell_e,p}(t)) \hat{i}_p(t) + \hat{\beta}_{\ell_s}(t) - \hat{\beta}_{\ell_e}(t) \quad \forall \ell \in \{1, \dots, L\} \\ |\hat{i}_k(t)| \leq i_{k,\max} \end{cases}$$

La variabile  $\hat{i}_k(t)$ , in funzione della quale si vuole trovare il minimo, rappresenta un fasore e quindi può assumere valori complessi: per risolvere il problema

è necessario scomporla. Si chiamino  $\Re[\hat{i}_k(t)] = \hat{a}$ ,  $\text{Im}[\hat{i}_k(t)] = \hat{b}$ ,  $\Re[\hat{m}_\ell(t)] = \hat{m}_\ell^R(t)$ ,  $\text{Im}[\hat{m}_\ell(t)] = \hat{m}_\ell^I(t)$ ,  $\Re[\hat{q}_\ell(t)] = \hat{q}_\ell^R(t)$ ,  $\text{Im}[\hat{q}_\ell(t)] = \hat{q}_\ell^I(t)$ . Il problema diventa

$$\mathcal{P}_{\text{loc},4}: \begin{cases} (a,b) = \arg \min_{(\hat{a},\hat{b})} f(\hat{a},\hat{b}) \\ f(\hat{a},\hat{b}) = \sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} \left[ |\hat{m}_\ell(t)|^2 \hat{a}^2 + 2(\hat{m}_\ell^R(t)\hat{q}_\ell^R(t) + \hat{m}_\ell^I(t)\hat{q}_\ell^I(t))\hat{a} + \right. \\ \left. + |\hat{m}_\ell(t)|^2 \hat{b}^2 + 2(\hat{m}_\ell^R(t)\hat{q}_\ell^I(t) - \hat{m}_\ell^I(t)\hat{q}_\ell^R(t))\hat{b} + |\hat{q}_\ell(t)|^2 \right] \\ \hat{m}_\ell(t) = \hat{\mathbf{B}}_{\ell_s,k}(t) - \hat{\mathbf{B}}_{\ell_e,k}(t) \quad \forall \ell \in \{1, \dots, L\} \\ \hat{q}_\ell(t) = \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{N_{\text{EI}}} (\hat{\mathbf{B}}_{\ell_s,p}(t) - \hat{\mathbf{B}}_{\ell_e,p}(t)) \hat{i}_p(t) + \hat{\beta}_{\ell_s}(t) - \hat{\beta}_{\ell_e}(t) \quad \forall \ell \in \{1, \dots, L\} \\ \hat{a}^2 + \hat{b}^2 \leq i_{k,\text{max}}^2 \end{cases}$$

La soluzione di  $\mathcal{P}_{\text{loc},4}$  viene trovata in due fasi.

Prima si trova  $(\bar{a}, \bar{b})$ , l'unica coppia di valori  $(\hat{a}, \hat{b})$  che annulla il gradiente di  $f(\hat{a}, \hat{b})$

$$\begin{cases} \bar{a} = - \frac{\sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} (\hat{m}_\ell^R(t)\hat{q}_\ell^R(t) + \hat{m}_\ell^I(t)\hat{q}_\ell^I(t))}{\sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} |\hat{m}_\ell(t)|^2} \\ \bar{b} = - \frac{\sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} (\hat{m}_\ell^R(t)\hat{q}_\ell^I(t) - \hat{m}_\ell^I(t)\hat{q}_\ell^R(t))}{\sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} |\hat{m}_\ell(t)|^2} \end{cases} \quad (3.9)$$

Se la coppia  $(\bar{a}, \bar{b})$  rispetta il vincolo  $\bar{a}^2 + \bar{b}^2 \leq i_{k,\text{max}}^2$  il problema è risolto, la soluzione a  $\mathcal{P}_{\text{loc},4}$  è data da  $(a,b) = (\bar{a}, \bar{b})$  e quindi la soluzione a  $\mathcal{P}_{\text{loc},1}$  è  $i_k(t) = \bar{a} + j\bar{b}$  che si può riscrivere come

$$i_k(t) = - \frac{\sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} \hat{m}_\ell^*(t)\hat{q}_\ell(t)}{\sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} |\hat{m}_\ell(t)|^2} \quad (3.10)$$



Se invece il vincolo sul modulo della massima corrente iniettabile non è rispettato è necessario cercare il punto di minimo in corrispondenza del vincolo (cioè sulla circonferenza  $\hat{a}^2 + \hat{b}^2 = i_{k,\max}^2$ ) utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange. In questo caso le possibili soluzioni sono

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{a} = \pm \frac{i_{k,\max}}{\sqrt{1 + \frac{\left( \sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} (\hat{m}_\ell^R(t)\hat{q}_\ell^I(t) - \hat{m}_\ell^I(t)\hat{q}_\ell^R(t)) \right)^2}{\left( \sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} (\hat{m}_\ell^R(t)\hat{q}_\ell^R(t) + \hat{m}_\ell^I(t)\hat{q}_\ell^I(t)) \right)^2}}}} \\ \tilde{b} = \pm \tilde{a} \frac{\sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} (\hat{m}_\ell^R(t)\hat{q}_\ell^I(t) - \hat{m}_\ell^I(t)\hat{q}_\ell^R(t))}{\sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} (\hat{m}_\ell^R(t)\hat{q}_\ell^R(t) + \hat{m}_\ell^I(t)\hat{q}_\ell^I(t))} \end{array} \right. \quad (3.11)$$

Tra le quattro coppie  $(\tilde{a}, \tilde{b})$  ottenibili, la soluzione cercata  $(a, b)$  è quella che minimizza il valore di  $f(\tilde{a}, \tilde{b})$ . Una volta trovata la coppia  $(a, b)$  che risolve il problema  $\mathcal{P}_{\text{loc},4}$ , la soluzione al problema iniziale  $\mathcal{P}_{\text{loc},1}$  è ancora una volta  $i_k(t) = a + jb$ .

### 3.2.1 Approssimazione: conoscenza necessaria a ciascun nodo generatore

La soluzione al problema locale  $\mathcal{P}_{\text{loc},1}$  richiede, da parte dei nodi generatore, la conoscenza delle correnti iniettate dagli altri nodi generatore e i valori delle impedenze dei nodi carico. Per mantenere questa conoscenza più aggiornata possibile utilizzando pochi messaggi si è pensato che i messaggi scambiati tra i nodi generatore contengano la conoscenza che ha il nodo trasmettitore relativamente a tutta la rete, come specificato al paragrafo 3.1. In questo lavoro di tesi si è sfruttata questa possibilità, tuttavia un sistema di controllo della smart grid che utilizzi questo tipo di messaggi non può dirsi completamente distribuito poiché la dimensione dei messaggi scambiati aumenta all'aumentare del numero di nodi  $N$ .

Intuitivamente però si può pensare che il valore della corrente ottima calcolato da un nodo generatore dipenda soprattutto dallo stato (valori delle correnti iniettate e delle impedenze) dei nodi ad esso più vicini.

Si sono quindi trovati due metodi, leggermente diversi tra loro, per capire quali sono gli stati dei nodi che potrebbero essere trascurati nella risoluzione del problema  $\mathcal{P}_{loc,1}$ , offrendo di conseguenza la possibilità di ridurre le informazioni contenute nei messaggi e quindi le dimensioni di questi ultimi.

### Metodo di approssimazione A

Osservando la soluzione trovata in (3.9) e la definizione delle grandezze  $\hat{m}_\ell(t)$  e  $\hat{q}_\ell(t)$  in  $\mathcal{P}_{loc,4}$ , si possono fare alcune considerazioni su quali siano le conoscenze davvero necessarie al nodo generatore  $k$  per il calcolo della nuova corrente da iniettare.

Supponendo che le espressioni

$$\hat{m}_\ell^R(t)\hat{q}_\ell^R(t) + \hat{m}_\ell^I(t)\hat{q}_\ell^I(t) \quad \text{e} \quad \hat{m}_\ell^R(t)\hat{q}_\ell^I(t) - \hat{m}_\ell^I(t)\hat{q}_\ell^R(t)$$

presenti nei numeratori di  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$  in (3.9) abbiano un comportamento simile a

$$|\hat{m}_\ell(t)||\hat{q}_\ell(t)|$$

visto che si eseguono comunque dei prodotti tra le componenti di  $\hat{m}_\ell(t)$  e  $\hat{q}_\ell(t)$ , si può scrivere

$$\begin{aligned} \bar{a}, \bar{b} &\approx \sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{line\ell}]}{|Z_{line\ell}|^2} |\hat{m}_\ell(t)||\hat{q}_\ell(t)| = & (3.12) \\ &= \sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{line\ell}]}{|Z_{line\ell}|^2} \left| \hat{\mathbf{B}}_{\ell_s,k}(t) - \hat{\mathbf{B}}_{\ell_e,k}(t) \right| \left| \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{N_{EI}} (\hat{\mathbf{B}}_{\ell_s,p}(t) - \hat{\mathbf{B}}_{\ell_e,p}(t)) \hat{i}_p(t) + \hat{\beta}_{\ell_s}(t) - \hat{\beta}_{\ell_e}(t) \right| \end{aligned}$$

Si può quindi considerare che il contributo del valore della corrente iniettata dal nodo generatore  $p$  nel calcolo della corrente ottima effettuato dal nodo generatore  $k$  dipenda da un coefficiente del tipo

$$W_{k,p} = \sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{line\ell}]}{|Z_{line\ell}|^2} \left| \hat{\mathbf{B}}_{\ell_s,k}(t) - \hat{\mathbf{B}}_{\ell_e,k}(t) \right| \left| \hat{\mathbf{B}}_{\ell_s,p}(t) - \hat{\mathbf{B}}_{\ell_e,p}(t) \right| \quad p \neq k \quad (3.13)$$

### Metodo di approssimazione B

Si definisce il coefficiente

$$\underline{W}_{k,p} = \sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} (\hat{\mathbf{B}}_{\ell_s,k}(t) - \hat{\mathbf{B}}_{\ell_e,k}(t))^* (\hat{\mathbf{B}}_{\ell_s,p}(t) - \hat{\mathbf{B}}_{\ell_e,p}(t)) \quad p \neq k \quad (3.14)$$

Sostituendo in (3.10) le espressioni di  $\hat{m}_\ell(t)$  e  $\hat{q}_\ell(t)$  e utilizzando il coefficiente appena definito si trova che la corrente ottima che dovrebbe iniettare il nodo generatore  $k$  può essere riscritta come

$$i_k(t) = - \frac{\sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{N_{\text{EI}}} \underline{W}_{k,p} \hat{i}_p(t) + \sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} \hat{m}_\ell^*(t) (\hat{\beta}_{\ell_s}(t) - \hat{\beta}_{\ell_e}(t))}{\sum_{\ell=1}^L \frac{\Re[Z_{\text{line}\ell}]}{|Z_{\text{line}\ell}|^2} |\hat{m}_\ell(t)|^2} \quad (3.15)$$

Avendo, in un modo o nell'altro, trovato i coefficienti  $\underline{W}_{k,p}$ , si può dire che il valore della corrente ottima che dovrebbe iniettare il nodo generatore  $k$  dipende dalle correnti iniettate dagli altri nodi generatore proprio secondo questi coefficienti.

Tuttavia, indipendentemente dal modo in cui sono stati calcolati i coefficienti  $\underline{W}_{k,p}$ , valutare il contributo dei nodi generatore osservando solamente il loro valore non è corretto, ma è opportuno procedere ad una normalizzazione nel modo seguente

$$W_{k,p} = \frac{|\underline{W}_{k,p}|}{\sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^{N_{\text{EI}}} |\underline{W}_{k,p}|} N_{\text{EI}} \quad p \neq k \quad (3.16)$$

dove si trascura anche l'eventuale fase dei  $\underline{W}_{k,p}$ .

Quindi, se il coefficiente  $W_{k,\bar{p}}$  ottenuto per un particolare  $\bar{p}$  è piccolo rispetto ai coefficienti  $W_{k,p}$  relativi ad altri valori di  $p$ , la conoscenza della corrente iniettata dal nodo generatore  $\bar{p}$  può ritenersi trascurabile ai fini del calcolo della corrente ottima che deve essere iniettata dal nodo generatore  $k$ .

Nelle simulazioni effettuate per provare la validità di queste approssimazioni (i cui risultati sono proposti nel capitolo 5) si è pensato di fissare una soglia: se il valore di  $W_{k,p}$  non è inferiore alla soglia lo stato del nodo generatore  $p$  viene utilizzato nel calcolo della corrente ottima che deve essere iniettata dal nodo  $k$ , altrimenti la conoscenza dello stato del nodo  $p$  viene ritenuta trascurabile.

Trascurare un particolare nodo generatore  $p$  nella risoluzione del problema  $\mathcal{P}_{\text{loc},1}$  relativo al nodo generatore  $k$  si traduce nel risolvere il problema imponendo che la corrente iniettata dal nodo  $p$  sia nulla.

Capire quali siano le impedenze dei nodi carico trascurabili è più complesso, visto che i loro valori vengono utilizzati nel calcolo della matrice  $\hat{\mathbf{U}}$  da cui poi dipende la matrice  $\hat{\mathbf{B}}$ . Si è pensato quindi di poter trascurare solo le impedenze dei nodi carico che hanno come nodo generatore più vicino un nodo generatore escluso secondo la tecnica appena spiegata. Trascurare un nodo carico si traduce nel risolvere il problema  $\mathcal{P}_{\text{loc},1}$  imponendo che il nodo carico in questione si comporti come un circuito aperto (valore dell'impedenza molto grande).

Naturalmente il fatto di trascurare lo stato di alcuni nodi della rete porta a trovare un valore di corrente da iniettare che è un'approssimazione della soluzione ottima, per cui ci si aspetta di avere delle perdite superiori rispetto a quelle ottenibili a partire dalla conoscenza completa della rete (l'entità del peggioramento dipenderà dal valore scelto per la soglia).

### 3.3 Scheduling: trovare i migliori messaggi da inviare in ogni istante

Rimane ancora da decidere quali sono gli  $M$  messaggi più utili da trasmettere al fine minimizzare le perdite. Questo problema può essere scritto come

$$\mathcal{P}_{\text{sched}} : \begin{cases} \mathbb{M}(t) = \arg \min_{\underline{\mathbb{M}}} C'(t) = \arg \min_{\underline{\mathbb{M}}} \sum_{\ell=1}^L \Re[Z_{\text{line}\ell}] \left| \frac{V'_{\ell_s}(t) - V'_{\ell_e}(t)}{Z_{\text{line}\ell}} \right|^2 \\ \mathbf{V}'(t) = \mathbf{B}(t) \mathbf{I}'_{\text{EI}}(t) + \boldsymbol{\beta}(t) \end{cases}$$

dove  $\mathbb{M}(t)$  indica la scelta ottima degli  $M$  messaggi da trasmettere al tempo  $t$ ;  $\underline{\mathbb{M}}$  l'insieme avente per elementi tutti i possibili sottoinsiemi di cardinalità  $M$

dei messaggi inviabili;  $x'(t)$  il valore che assume  $x$  al tempo  $t$  in seguito a una particolare scelta degli  $M$  messaggi trasmessi.

I messaggi utili per risolvere il problema di minimizzazione dato sono quelli che vengono trasmessi dai nodi carico verso i nodi generatore e quelli che vengono trasmessi dai nodi generatore ad altri nodi generatore. Il numero totale dei messaggi che possono essere inviati è dunque pari a

$$G = N_L N_{EI} + (N_{EI} - 1) N_{EI} \quad (3.17)$$

e la cardinalità di  $\underline{\mathbb{M}}$  è data dal numero di combinazioni senza ripetizioni di  $M$  elementi da scegliere da un insieme che ne contiene  $G$ . Dunque

$$|\underline{\mathbb{M}}| = \binom{N_L N_{EI} + (N_{EI} - 1) N_{EI}}{M} \quad (3.18)$$

Si vede che  $|\underline{\mathbb{M}}|$  cresce molto rapidamente all'aumentare del numero dei nodi della rete e del valore di  $M$ , rendendo di fatto ingestibile la complessità del problema. Si è quindi scelto di adottare un criterio *greedy* per trovare gli  $M$  migliori messaggi: i messaggi vengono scelti uno per volta (ogni volta scegliendo il migliore) fino ad arrivare ad aver scelto tutti gli  $M$  messaggi disponibili.

Per risolvere il problema si scorrono tutti i possibili messaggi inviabili.

A seconda del messaggio trasmesso scelto ogni nodo generatore ottiene diverse matrici  $\hat{\mathbf{B}}(t)$  e diversi vettori  $\hat{\mathbf{I}}_{EI}(t)$  e  $\hat{\mathbf{\beta}}(t)$  da utilizzare per risolvere il problema  $\mathcal{P}_{loc,1}$ . Ogni nodo generatore  $k$  ricalcola la propria corrente ottima risolvendo il problema  $\mathcal{P}_{loc,1}$  utilizzando la conoscenza sullo stato della rete determinata dal messaggio trasmesso scelto. Si ottiene così il vettore delle correnti che verrebbero iniettate  $\mathbf{I}'_{EI}(t)$  dal quale si ricavano le tensioni  $\mathbf{V}'(t)$  e di conseguenza le perdite  $C'(t)$ .

Si confrontano i valori delle perdite così ottenute per tutti i diversi messaggi inviabili e si decide che la scelta migliore sul messaggio da inviare è quella che minimizza le perdite. Ripetendo questo procedimento  $M$  volte si riescono a trovare gli  $M$  messaggi cercati.

Da notare che questi  $M$  messaggi trovati non costituiscono la soluzione del problema  $\mathcal{P}_{sched}$  in quanto sono stati trovati con un approccio greedy (la loro scelta è avvenuta cercando l'ottimo ad ogni passo), tuttavia si è pensato di procedere comunque in questo modo per rendere computazionalmente risolvibile il problema. Inoltre, visto che in questo lavoro di tesi ci si è concentrati principalmente

nel caso con  $M = 1$ , questa scelta diventa ininfluyente dato che allora la soluzione trovata coincide con quella del problema  $\mathcal{P}_{\text{sched}}$  dato.

# 4

## Algoritmi utilizzabili

In questo capitolo vengono descritti tre algoritmi utilizzabili per portare la smart grid a minimizzare le perdite sulle linee di distribuzione.

I primi due algoritmi, spiegati ai paragrafi 4.1 e 4.2, sono stati pensati basandosi sui risultati del problema dello scheduling dei messaggi esposto al paragrafo 3.3.

Il secondo algoritmo è stato presentato in [5] e viene qui richiamato al paragrafo 4.3.

### 4.1 Algoritmo proposto 1

Questo algoritmo è stato ideato supponendo di avere un limite sui messaggi inviabili in ogni istante  $M = 1$  e di poter scambiare messaggi tra nodi generatore che contengono lo stato di tutti i nodi della rete.

Per definire in modo completo l'algoritmo è necessario specificare sia il modo con il quale i nodi generatore calcolano la corrente ottima da iniettare, sia con che criterio vengono scambiati i messaggi tra i nodi della smart grid.

Per quanto riguarda il calcolo della corrente ottima, in ogni istante, tutti i nodi generatore la cui conoscenza locale della rete sia stata aggiornata grazie ad un messaggio ricevuto ricalcolano la corrente ottima da iniettare risolvendo il problema locale  $\mathcal{P}_{\text{loc},1}$  come esposto al paragrafo 3.2 e utilizzando la propria conoscenza locale della rete.

Rimane da specificare in che modo viene organizzato lo scheduling delle comunicazioni tra i nodi.

Analizzando i risultati ottenuti dalle simulazioni del problema di scheduling  $\mathcal{P}_{\text{sched}}$  (riportati al paragrafo 5.1.2) emerge che il messaggio più importante da scambiare ai fini della minimizzazione delle perdite è quello che porta, a seguito della variazione dell'impedenza di un nodo carico, la conoscenza del nuovo valore dell'impedenza al nodo generatore più vicino al nodo carico che si è modificato. Quindi è opportuno che l'algoritmo di scheduling permetta ai messaggi che contengono informazioni riguardanti un nuovo valore dell'impedenza di un nodo carico di raggiungere velocemente il nodo generatore più vicino.

Il problema che si deve affrontare nella trasmissione delle informazioni sull'unico canale disponibile, condiviso tra tutti i nodi della rete di telecomunicazioni, è risolvibile utilizzando le tecniche note per l'accesso multiplo.

Per evitare collisioni tra i messaggi si potrebbe pensare di riservare, a rotazione, un istante temporale per la trasmissione da parte di ogni nodo della rete. In questo modo il problema delle collisioni sarebbe risolto, ma in tutti gli istanti temporali assegnati a nodi carico il cui stato rimane invariato non verrebbe trasmesso alcun messaggio, rallentando di fatto la convergenza dell'algoritmo verso lo stato caratterizzato da perdite di linea minime.

Si è quindi deciso di gestire l'accesso al canale di comunicazione secondo una modalità che può essere definita *slotted aloha*. Quando un qualsiasi nodo ha necessità di inviare un messaggio lo trasmette, senza preoccuparsi dello stato in cui si trova il bus di comunicazione. Se nessun altro nodo occupa il canale allora il messaggio inviato viene ricevuto correttamente, altrimenti si genera una collisione con la conseguente perdita di tutti i messaggi trasmessi in quell'istante. In quest'ultimo caso ogni nodo trasmettitore ritenta un altro invio del proprio messaggio dopo un numero di istanti temporali aleatorio.

In condizioni di rete elettrica stabile (nel caso cioè che non avvenga nessuna variazione delle impedenze dei nodi carico) il messaggio disponibile in ogni istante viene utilizzato per uno scambio continuo di informazioni tra i nodi generatore. I nodi generatore si scambiano tra loro, seguendo una sequenza di inoltro ben determinata e fissa che porta ad aggiornare a rotazione tutti i nodi generatore, un messaggio contenente la conoscenza relativa a tutta la rete posseduta dal nodo trasmettitore.

Quando un nodo carico si modifica, esso cerca di inviare immediatamente un messaggio per aggiornare il nodo generatore più vicino del suo nuovo valore



d'impedenza. Ogni nodo carico trasmette quindi i propri aggiornamenti solamente al nodo generatore ad esso più vicino: la decisione di quale debba essere, per ogni nodo carico, il nodo generatore destinatario dei messaggi viene presa una sola volta in fase di inizializzazione del sistema.

Tuttavia il messaggio trasmesso dal nodo carico genera sicuramente una collisione con il messaggio che viene scambiato in continuazione tra i nodi generatore e altre collisioni possono capitare quando più nodi carico cercano di trasmettere un messaggio nello stesso istante.

Nell'eventualità di una collisione tutte le trasmissioni vengono bloccate e ritentate dopo un ritardo di durata aleatoria.

In pratica, nel caso di collisione tra un messaggio trasmesso da un nodo carico e uno trasmesso da un nodo generatore, si ritenta l'invio del messaggio originato dal nodo carico e, nello stesso modo ma in maniera del tutto indipendente, si cerca di far ripartire il messaggio che si scambiano tra loro i nodi generatore dallo stesso punto dove si era bloccato a causa della collisione. Importante notare che quest'ultimo messaggio contiene ancora il valore ormai obsoleto dell'impedenza del nodo carico che è variato fino a quando raggiunge l'unico nodo generatore che è stato aggiornato direttamente dal nodo carico modificato.

Il ritardo con cui ritentare la trasmissione è scelto in modo casuale e indipendente da ogni nodo trasmettitore: più precisamente il ritardo è una variabile aleatoria uniforme compresa tra 1 e  $d_{EI,max}$  nel caso il trasmettitore sia un nodo generatore e una variabile aleatoria uniforme compresa tra 1 e  $d_{L,max}$  nel caso il trasmettitore sia un nodo carico. Vista la maggiore rilevanza, ai fini della minimizzazione delle perdite sulle linee di distribuzione, di aggiornare la conoscenza dei nuovi valori d'impedenza dei nodi carico che si sono modificati, è opportuno scegliere  $d_{L,max} < d_{EI,max}$ .

## 4.2 Algoritmo proposto 2

Questo algoritmo ha un funzionamento simile al precedente.

Il calcolo della corrente ottima da iniettare svolto da ogni nodo generatore viene eseguito come nell'algoritmo proposto 1 e anche in questo caso l'accesso al canale di comunicazione è di tipo slotted aloha.

I messaggi che vengono inviati dai nodi carico verso i nodi generatore e le loro eventuali ritrasmissioni vengono gestiti esattamente come nell'algoritmo precedente.

Ciò che varia è quello che succede al messaggio che circola tra i nodi generatore nell'eventualità di una collisione. Mentre prima questo messaggio veniva ritrasmesso dallo stesso nodo generatore che non era riuscito nel primo invio a causa della collisione, in questo algoritmo il messaggio che aveva subito la collisione non viene più ritrasmesso.

Infatti, in questo algoritmo, il compito di far ricominciare a girare il messaggio che in condizioni di rete stabile circola tra i nodi generatore è del nodo generatore che riceve l'aggiornamento riguardante il nodo carico che si è modificato. In pratica ogni nodo generatore che in un determinato istante riceve un aggiornamento da parte di un nodo carico trasmette, nell'istante successivo, tutta la conoscenza della rete da esso posseduta ad un altro nodo generatore.

Per cercare di rendere ancora più rapida la convergenza verso lo stato di funzionamento della smart grid a perdite di linea minime si è deciso che il nuovo messaggio che circola tra i nodi generatore venga immediatamente inviato al secondo nodo generatore più vicino al nodo carico che si è modificato. Successivamente il messaggio che circola tra i nodi generatore ricomincia a passare, a rotazione, tra tutti i nodi generatore, come avviene nell'algoritmo proposto 1.

Quindi l'unico parametro di questo algoritmo è  $d_{L,max}$ , il ritardo massimo con cui i nodi carico possono ritentare la trasmissione in caso di collisione.

### 4.3 Token ring

Questo algoritmo distribuito, proposto in [5], è così chiamato perché i nodi generatore si scambiano un messaggio (chiamato *token*) che abilita il solo nodo generatore che lo possiede a variare la corrente iniettata in rete. La tecnica del token ring, ben nota nel mondo delle telecomunicazioni, è utilizzata per evitare che nello stesso istante più nodi generatore modifichino la corrente da essi iniettata.

Ogni nodo generatore, per calcolare la corrente ottima da iniettare, deve conoscere le tensioni di tutti i nodi attivi (nodi generatore o nodi PCC) ad esso adiacenti, oltre all'impedenza di linea esistente verso tali nodi. Invece la conoscenza dello

stato dei nodi carico non è necessaria: è quindi possibile escludere completamente i nodi carico dalla rete di telecomunicazioni.

Per quanto appena detto, la conoscenza della rete necessaria a ciascun nodo generatore è limitata alla sola parte ad esso circostante e anche le comunicazioni avvengono solo tra nodi attivi adiacenti.

Come per gli algoritmi precedenti, anche in questo caso si ipotizza che le impedenze delle linee e altre proprietà della rete (come per esempio le adiacenze tra i nodi attivi) necessarie per ricalcolare il valore di corrente ottima da iniettare siano conosciute da tutti i nodi generatore come risultato di una fase di inizializzazione del sistema.

Quando il nodo generatore  $k$  riceve il token, esso ricalcola la corrente da iniettare in rete nel seguente modo.

Definito  $\mathcal{A}_k$  come l'insieme dei nodi attivi adiacenti al nodo generatore  $k$  e  $Z_{\text{ad}k,j}$  come l'impedenza del tratto di linea di distribuzione compreso tra il nodo generatore  $k$  e il nodo attivo adiacente  $j \in \mathcal{A}_k$  (calcolato come la somma di tutte le impedenze dei collegamenti che si devono percorrere per arrivare al nodo  $j$  partendo dal nodo  $k$ ), vale

$$i_k^{\text{opt}}(t+1) = i_k(t) - \sum_{j \in \mathcal{A}_k} \frac{V_k(t) - V_j(t)}{Z_{\text{ad}k,j}} + \sum_{j \in \mathcal{A}_k} \frac{V_k^{\text{opt}}(t+1) - V_j(t)}{Z_{\text{ad}k,j}} \quad (4.1)$$

dove

$$V_k^{\text{opt}}(t+1) = \frac{\sum_{j \in \mathcal{A}_k} \frac{\Re[Z_{\text{ad}k,j}]}{Z_{\text{ad}k,j}^2} V_j(t)}{\sum_{j \in \mathcal{A}_k} \frac{\Re[Z_{\text{ad}k,j}]}{Z_{\text{ad}k,j}^2}} \quad (4.2)$$

Visto che nella realtà il nodo generatore  $k$  ha comunque un limite massimo di corrente erogabile pari a  $i_{k,\text{max}}$ , si è scelto di aggiornare la corrente iniettata in questo modo

$$i_k(t+1) = \begin{cases} i_k^{\text{opt}}(t+1) & \text{se } \left| i_k^{\text{opt}}(t+1) \right| \leq i_{k,\text{max}} \\ i_{k,\text{max}} e^{j \angle i_k^{\text{opt}}(t+1)} & \text{se } \left| i_k^{\text{opt}}(t+1) \right| > i_{k,\text{max}} \end{cases} \quad (4.3)$$

Tuttavia dalla (4.1) e dalla (4.2) risulta evidente che ogni nodo generatore, per ricalcolare la corrente da iniettare, deve conoscere le tensioni dei nodi attivi adiacenti e deve quindi scambiare un messaggio con ognuno di questi nodi. Quindi,

nel caso il numero massimo di messaggi scambiabili in ogni istante sia  $M = 1$ , il nodo generatore  $k$  impiega  $|\mathcal{A}_k|$  istanti per raccogliere le informazioni necessarie a ricalcolare e quindi aggiornare la corrente che deve iniettare.

In questo intervallo di tempo il token viene mantenuto dal nodo  $k$  che in questo modo inibisce la variazione contemporanea delle correnti iniettate da altri nodi generatore e, soprattutto, può gestire in modo completo e autonomo il canale di comunicazione evitando collisioni.

Una volta calcolata la nuova corrente ottima il nodo generatore  $k$  cambia il suo stato iniettando la corrente appena trovata e passa il token al successivo nodo generatore: la sequenza di inoltro del token utilizzata è fissa e porta il token a passare a rotazione per tutti i nodi generatore.

In assenza di limiti sulla corrente erogabile dai nodi generatore, questo algoritmo converge in uno stato caratterizzato dal raggiungimento, da parte di tutti i nodi generatore, della tensione imposta dal nodo PCC.

Da specificare che questo algoritmo è stato pensato ipotizzando che la rete elettrica abbia delle ramificazioni solo in corrispondenza dei nodi attivi (cioè nodi generatore o nodi PCC), mentre i nodi carico possono essere raggiunti al più da due collegamenti. Quindi questo algoritmo non è immediatamente applicabile in una qualsiasi rete elettrica, ma in alcuni casi si dovrebbe ricorrere a nodi generatore fittizi (con corrente erogabile massima nulla) in corrispondenza dei nodi carico nei quali la rete elettrica presenta delle diramazioni. Questa soluzione non è comunque stata considerata in [5] e in questa tesi.

## 5

# Risultati ottenuti

In questo capitolo sono presentati i risultati di alcune simulazioni effettuate per testare e confrontare tra loro gli algoritmi precedentemente esposti. Tutte le simulazioni sono state eseguite in ambiente MATLAB<sup>®</sup>, che permette di svolgere in modo semplice operazioni matriciali.

Gli algoritmi sono stati provati su diverse reti: in tutte si è supposta la presenza di un solo nodo PCC con tensione  $V_{CC} = 230\text{V}$  e tutte le linee di distribuzione sono state modellate come linee aventi impedenza per unità di lunghezza pari a  $z_{\text{line}} = (2,94 + j0,0861)\Omega/\text{km}$  [4].

Per ogni rete sono state fatte più simulazioni, ma si è scelto di avere sempre le stesse condizioni iniziali dei nodi generatore e carico. In particolare tutti i nodi carico hanno inizialmente un'impedenza di valore  $(25 + j18)\Omega$  corrispondente, alla tensione nominale della rete, ad un assorbimento di potenza pari a circa 1,4kW e uno scambio di circa 1,0kVAR. All'inizio della simulazione tutti i nodi generatore sono spenti (cioè la corrente da essi iniettata è nulla) e la conoscenza locale di tutti i nodi generatore corrisponde all'effettivo stato in cui si trova la rete.

A seconda del tipo di simulazione effettuata, le impedenze dei nodi carico possono variare in istanti decisi a priori o con delle probabilità assegnate tuttavia, ogni volta che un nodo carico si modifica, il nuovo valore d'impedenza viene scelto in modo casuale. Più precisamente il modulo dell'impedenza è modellato come una variabile aleatoria gaussiana di media  $50\Omega$  e deviazione standard  $15\Omega$ , con delle soglie minime e massime rispettivamente di  $10\Omega$  e  $100\Omega$ . La fase  $\varphi$  dell'impedenza può avere segno positivo o negativo (ciascuno con probabilità 0,5)

ed è scelta in modo tale che il fattore di potenza ( $\cos \varphi$ ) sia una variabile aleatoria uniforme compresa tra 0,8 e 1.

Nell'ultimo paragrafo del capitolo sono riportati alcuni dati ottenuti mediando i risultati di simulazioni svolte su più reti diverse. Questo serve a dare un'idea del comportamento medio che hanno gli algoritmi testati indipendentemente dalla specifica rete utilizzata.

## 5.1 Rete A

La rete A è quella già vista nel capitolo 2 e viene qui riproposta in figura 5.1, mentre in tabella 5.1 vengono enumerati tutti i collegamenti e le loro lunghezze. Queste ultime permettono, utilizzando la (2.2), di trovare le impedenze dei collegamenti  $Z_{line\ell}$ .

La rete A è composta da  $N_{EI} = 4$  nodi generatore e  $N_L = 7$  nodi carico, oltre al nodo PCC, uniti da  $L = 13$  collegamenti.

Il modulo delle correnti massime iniettabili da tutti i nodi generatore è fissato a 20 A, che alla tensione nominale della rete corrispondono a 4,6 kVA.

Con questa rete sono state fatte tre simulazioni diverse.

### 5.1.1 Simulazione 1

In questa prima prova si cerca di minimizzare le perdite sulle linee di distribuzione facendo risolvere a tutti i nodi generatore, in ogni istante, il problema  $\mathcal{P}_{loc,1}$  utilizzando come conoscenza locale lo stato effettivo della rete in quell'istante. Questo corrisponde alla situazione in cui tutti i nodi generatore possono ricevere messaggi di aggiornamento di stato da tutti i nodi della smart grid, equivalente a non avere un limite sul numero di messaggi scambiabili in ogni istante ( $M = \infty$ ).

Dai grafici di figura 5.2 e 5.3, che riportano le perdite e il modulo delle correnti iniettate dai nodi generatore, si vede che, anche avendo a disposizione molti messaggi, l'approccio distribuito al problema di minimizzazione rimane comunque molto delicato. Infatti non solo non si arriva ad ottenere il risultato desiderato, ma si crea addirittura una situazione di instabilità dovuta al fatto che in ogni istante ogni nodo generatore cerca di minimizzare le perdite senza tenere conto che contemporaneamente anche gli altri nodi generatore fanno lo stesso.

Figura 5.1: Rete A; rappresentazione grafica.

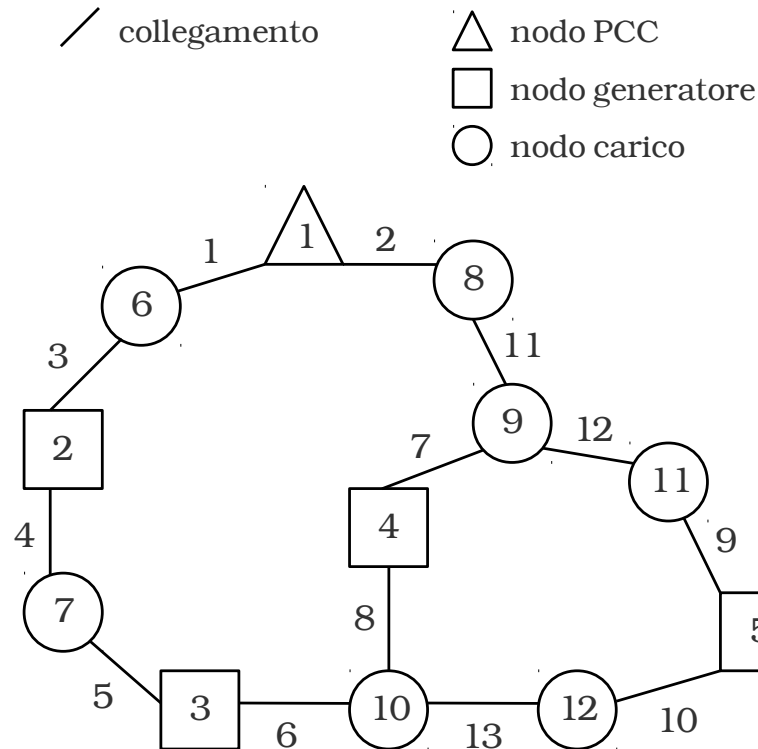


Tabella 5.1: Rete A; rappresentazione tabellare dei collegamenti.

$l$ indice collegamento	$l_s$ nodo d'inizio	$l_e$ nodo di fine	$l_l$ lunghezza (m)
1	1	6	80
2	1	8	60
3	2	6	30
4	2	7	120
5	3	7	100
6	3	10	50
7	4	9	60
8	4	10	40
9	5	11	50
10	5	12	80
11	8	9	50
12	9	11	120
13	10	12	60

Figura 5.2: Simulazione 1; perdite sulle linee di distribuzione.

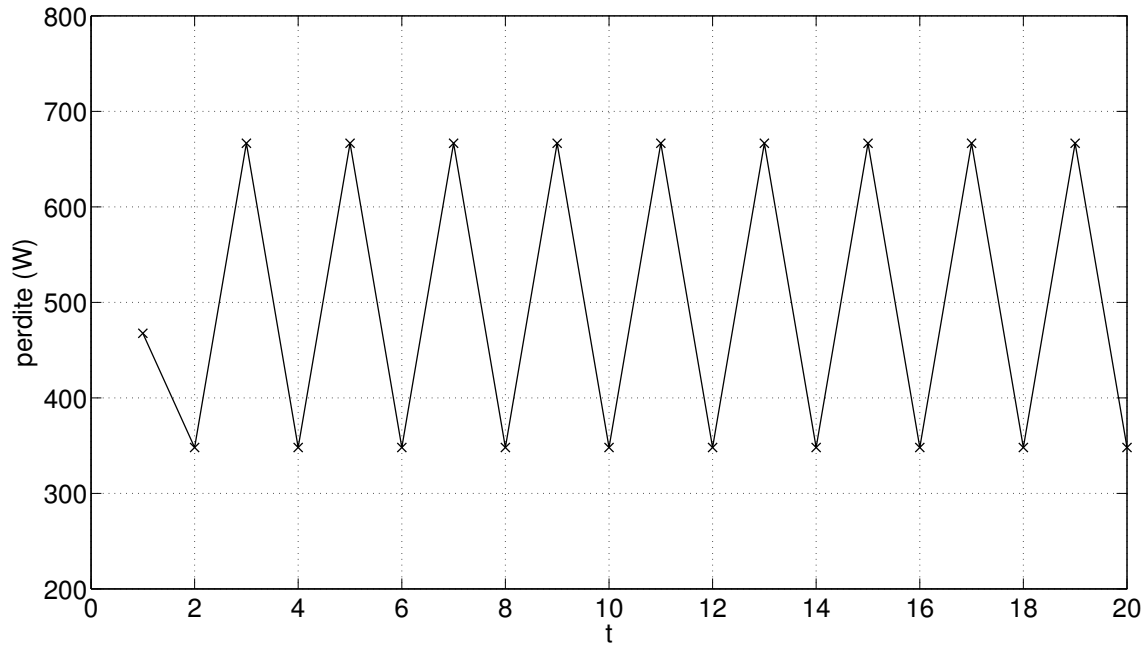
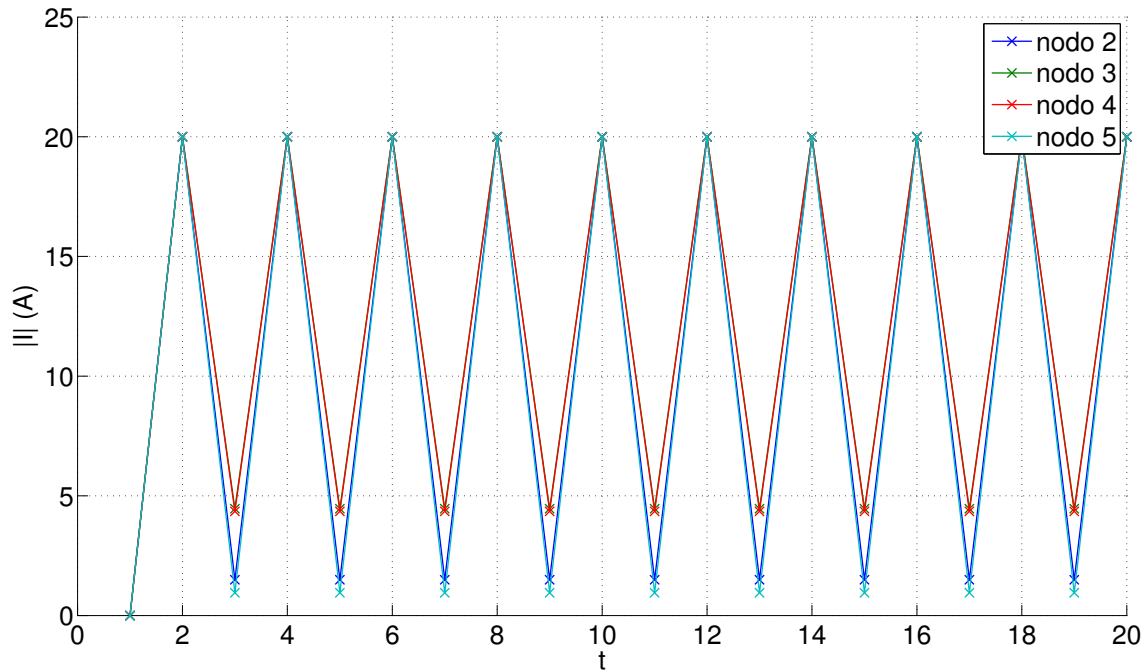


Figura 5.3: Simulazione 1; modulo delle correnti iniettate dai nodi generatore.





### 5.1.2 Simulazione 2

In questa simulazione si fanno variare le impedenze dei nodi carico per vedere come evolvono le perdite sulle linee di distribuzione nel caso in cui in ogni istante vengano scelti i messaggi ottimi, calcolati come spiegato al paragrafo 3.3. Si confrontano i risultati ottenuti al variare del numero di messaggi disponibili in ogni istante.

Per poter interpretare i risultati si è scelto di variare un solo nodo carico ogni 50 istanti, durante i quali si dovrebbe raggiungere la convergenza nello stato corrispondente a perdite minime.

Dagli andamenti di figura 5.4 e 5.5, che riportano le perdite nelle fasi iniziali della simulazione, e di figura 5.6, che invece riporta le perdite attorno all'istante 451, è possibile fare due considerazioni.

La prima riguarda il fatto che avere a disposizione più messaggi sembra velocizzare l'abbassamento delle perdite sulle linee di distribuzione, almeno all'inizio della simulazione, in quanto più nodi generatore vengono aggiornati delle nuove condizioni della rete nello stesso istante.

La seconda, molto importante, è che quando  $M > 2$  le perdite non arrivano

Figura 5.4: Simulazione 2; perdite sulle linee di distribuzione attorno all'istante 1.

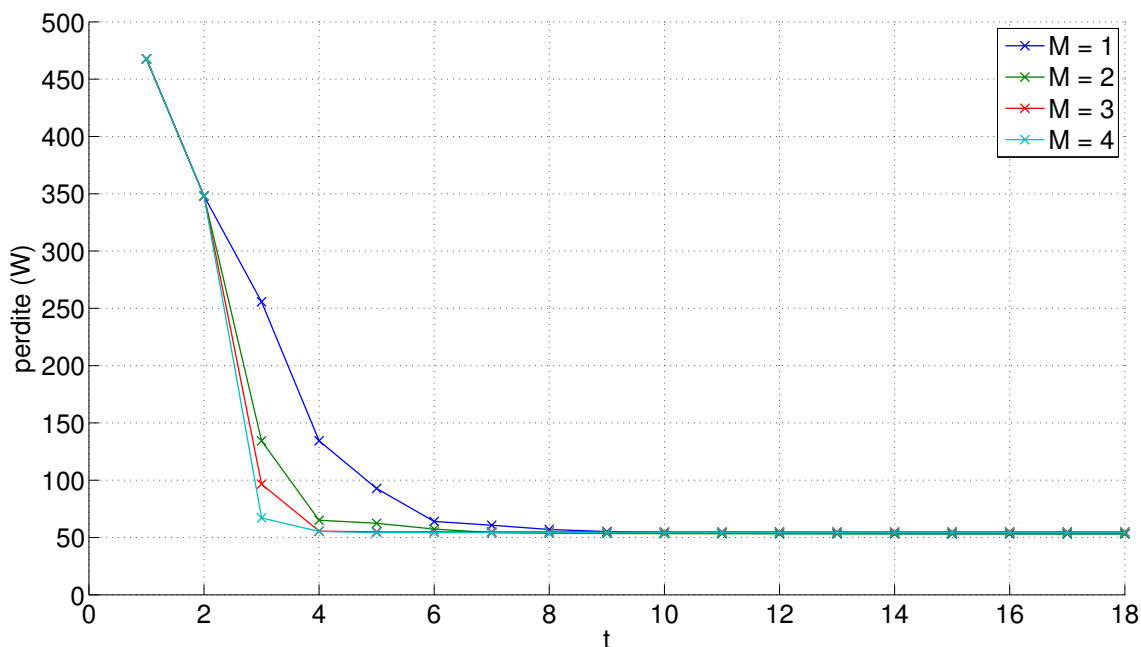


Figura 5.5: Simulazione 2; perdite sulle linee di distribuzione attorno all'istante 1 (zoom).

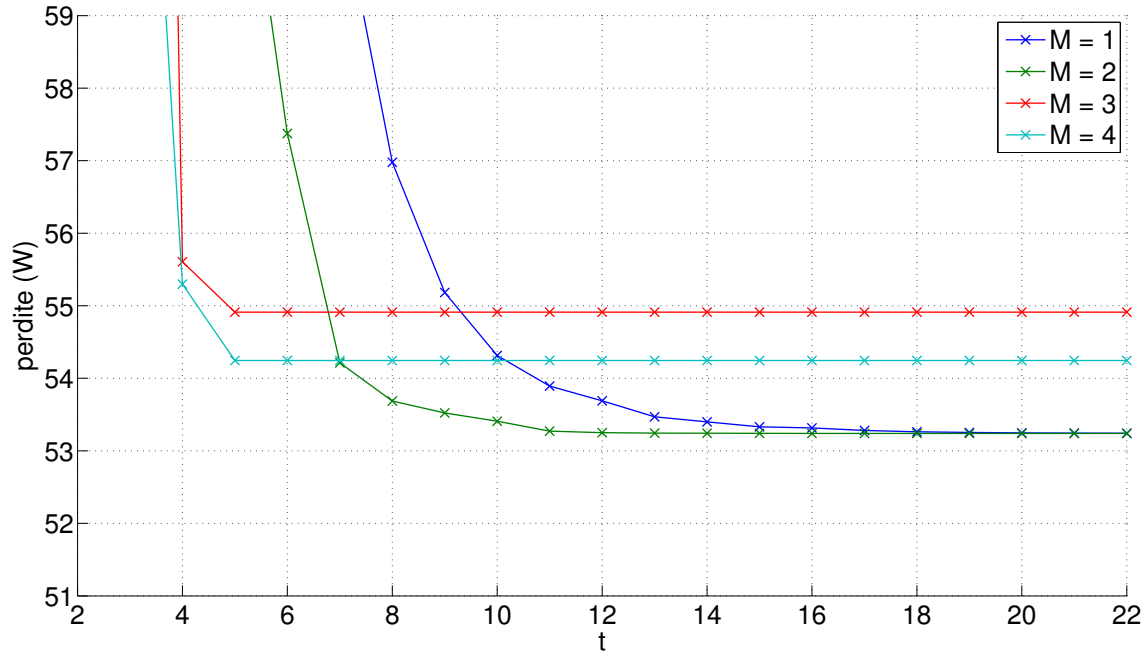
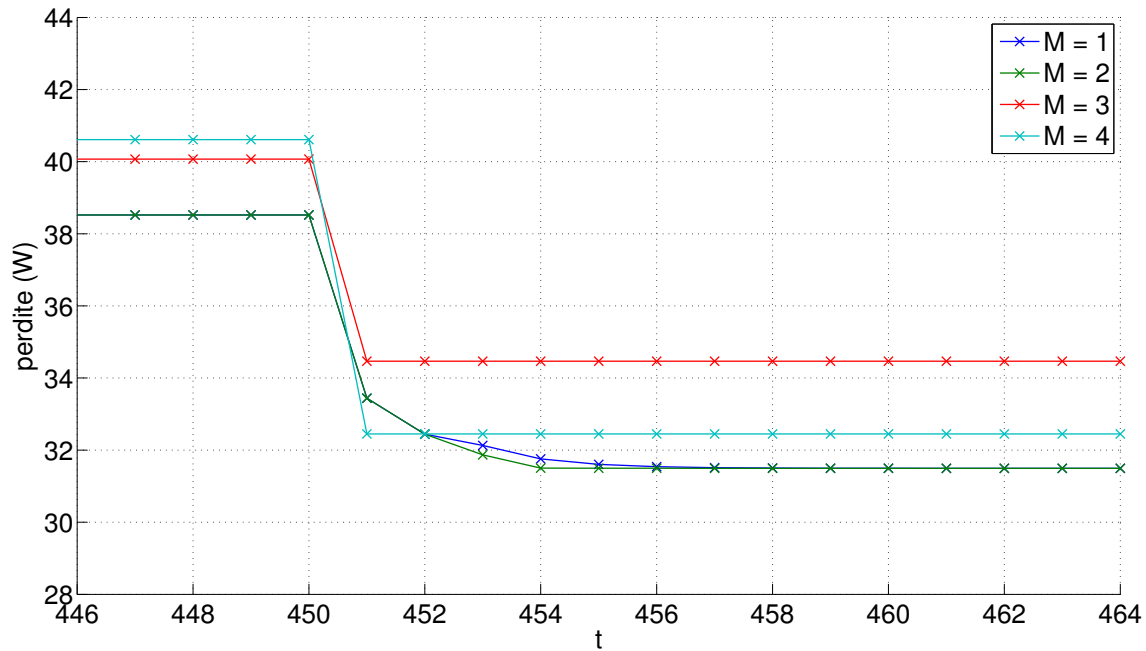


Figura 5.6: Simulazione 2; perdite sulle linee di distribuzione attorno all'istante 451.



allo stesso valore raggiunto nel caso  $M = 1$  o  $M = 2$ , ma si assestano su valori leggermente superiori. Questo comportamento è spiegabile ricordando che l'algoritmo utilizzato per risolvere il problema dello scheduling delle comunicazioni è di tipo greedy: si trova l'ottimo istante per istante e, nel caso si possano usare più messaggi in ogni istante, messaggio per messaggio. Il blocco dell'algoritmo in uno stato che chiaramente non è ottimo è dovuto al fatto che si raggiunge una situazione nella quale, qualunque messaggio venga scambiato, non si riesce ad ottenere una diminuzione delle perdite: a questo punto l'algoritmo decide che la soluzione migliore è quella di non scambiare alcun messaggio, causando il blocco.

Quindi, se si hanno a disposizione 3 o più messaggi in ogni istante, l'algoritmo pensato per risolvere il problema dello scheduling delle comunicazioni non funziona come ci si sarebbe aspettati. Per risolvere il problema nel modo corretto bisognerebbe tenere conto dell'andamento delle perdite nel tempo e non limitarsi a considerare il loro valore istante per istante.

Concentrando l'analisi nel caso  $M = 1$  si sono osservati nel dettaglio i messaggi ottimi che vengono scambiati: in tabella 5.2 si riportano i messaggi scelti dall'algoritmo che trova lo scheduling ottimo negli istanti corrispondenti alle variazioni d'impedenza dei nodi carico.

Dallo studio di questi dati si è cercato di capire quali messaggi portano effettivamente informazioni prioritarie ai fini della minimizzazione delle perdite sulle linee di distribuzione: si nota immediatamente che il primo messaggio scambiato (e dunque il più importante) è sempre quello trasmesso dal nodo carico che si è modificato al nodo generatore ad esso più vicino.

In figura 5.7 e 5.8 sono mostrati gli andamenti del modulo delle correnti iniettate dai nodi generatore attorno agli istanti 1 e 451 nel caso  $M = 1$ . Da notare che, in ogni istante, le correnti che si modificano sono quelle dei nodi che ricevono i messaggi inviati in quello stesso istante: infatti sono solo questi nodi che hanno ricevuto nuove informazioni utili a ricalcolare la corrente ottima da iniettare, mentre gli altri nodi generatore continuano a iniettare la stessa corrente dell'istante precedente.

Tabella 5.2: Simulazione 2; variazioni dei nodi carico e messaggi ottimi nel caso  $M = 1$ .

istante $t$	nodo carico modificato	messaggio ottimo	istante $t$	nodo carico modificato	messaggio ottimo
1	-	-	301	9	9 $\rightarrow$ 4
2	-	-	302	-	4 $\rightarrow$ 5
3	-	4 $\rightarrow$ 3	303	-	5 $\rightarrow$ 4
4	-	5 $\rightarrow$ 3	304	-	4 $\rightarrow$ 5
5	-	3 $\rightarrow$ 5	305	-	5 $\rightarrow$ 4
51	6	6 $\rightarrow$ 2	351	9	9 $\rightarrow$ 4
52	-	2 $\rightarrow$ 5	352	-	4 $\rightarrow$ 5
53	-	4 $\rightarrow$ 3	353	-	5 $\rightarrow$ 4
54	-	3 $\rightarrow$ 4	354	-	4 $\rightarrow$ 5
55	-	4 $\rightarrow$ 3	355	-	5 $\rightarrow$ 4
101	11	11 $\rightarrow$ 5	401	8	8 $\rightarrow$ 4
102	-	5 $\rightarrow$ 4	402	-	4 $\rightarrow$ 5
103	-	4 $\rightarrow$ 5	403	-	5 $\rightarrow$ 4
104	-	5 $\rightarrow$ 4	404	-	4 $\rightarrow$ 5
105	-	4 $\rightarrow$ 5	405	-	5 $\rightarrow$ 4
151	8	8 $\rightarrow$ 4	451	12	12 $\rightarrow$ 5
152	-	4 $\rightarrow$ 5	452	-	5 $\rightarrow$ 3
153	-	5 $\rightarrow$ 4	453	-	3 $\rightarrow$ 5
154	-	4 $\rightarrow$ 5	454	-	5 $\rightarrow$ 4
155	-	5 $\rightarrow$ 4	455	-	4 $\rightarrow$ 5
201	7	7 $\rightarrow$ 3	501	10	10 $\rightarrow$ 4
202	-	3 $\rightarrow$ 2	502	-	4 $\rightarrow$ 3
203	-	2 $\rightarrow$ 3	503	-	3 $\rightarrow$ 4
204	-	3 $\rightarrow$ 2	504	-	4 $\rightarrow$ 5
205	-	2 $\rightarrow$ 3	505	-	5 $\rightarrow$ 4
251	6	6 $\rightarrow$ 2	551	7	7 $\rightarrow$ 3
252	-	2 $\rightarrow$ 5	552	-	3 $\rightarrow$ 2
253	-	5 $\rightarrow$ 3	553	-	2 $\rightarrow$ 3
254	-	3 $\rightarrow$ 2	554	-	3 $\rightarrow$ 2
255	-	2 $\rightarrow$ 3	555	-	2 $\rightarrow$ 3

Figura 5.7: Simulazione 2; modulo delle correnti iniettate dai nodi generatore attorno all'istante 1.

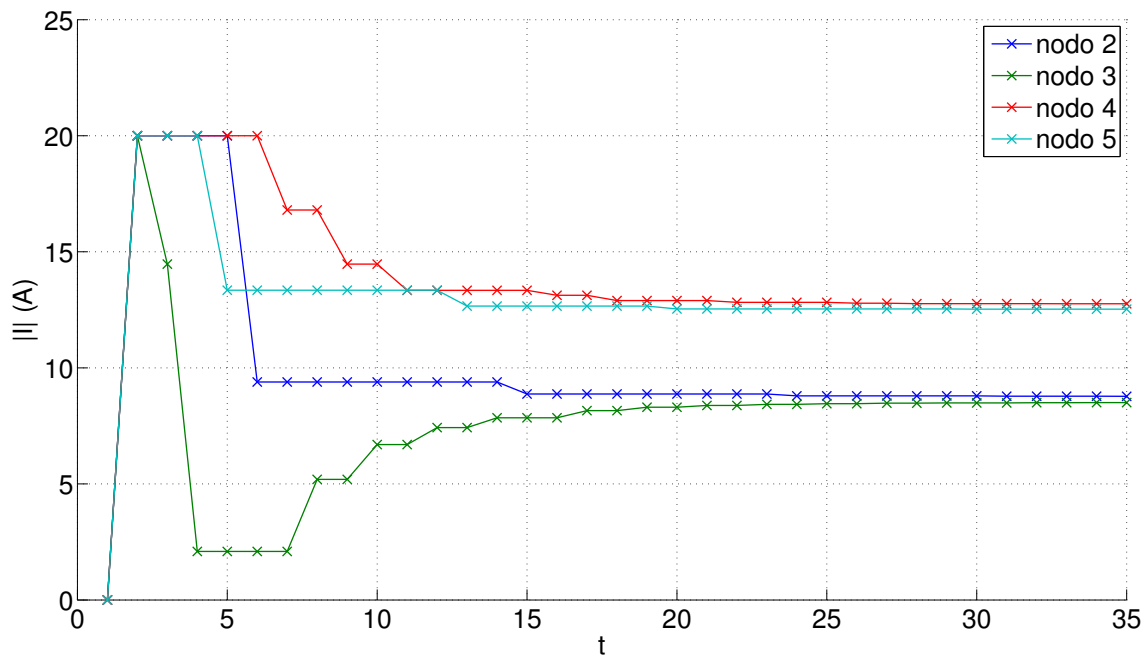
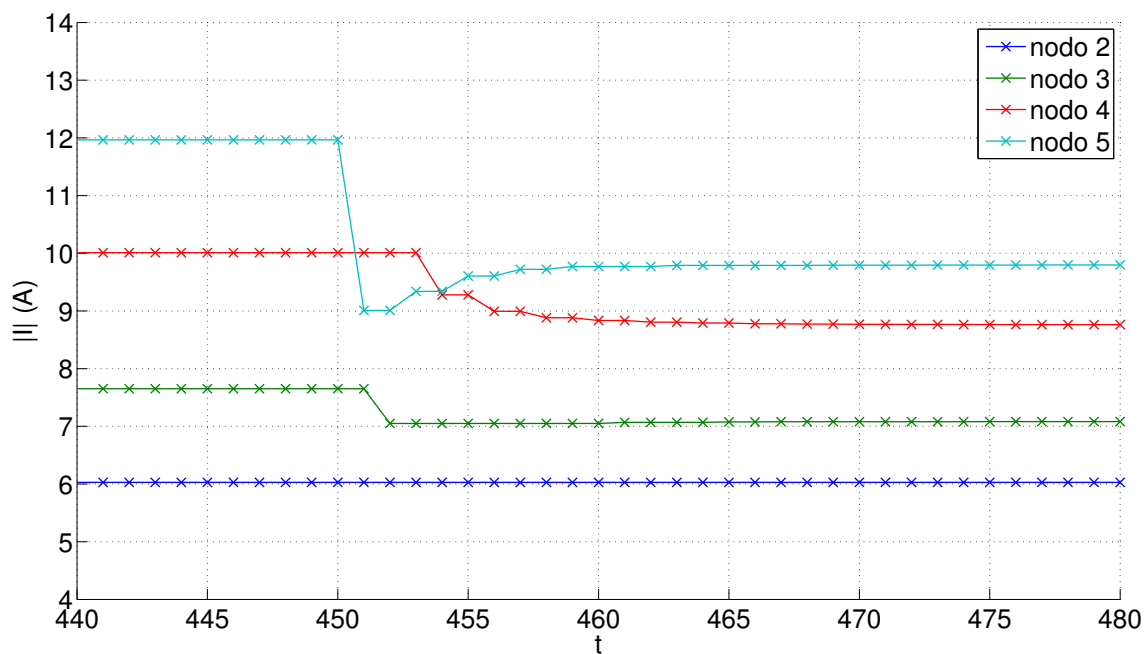


Figura 5.8: Simulazione 2; modulo delle correnti iniettate dai nodi generatore attorno all'istante 451.



### 5.1.3 Simulazione 3

In questa simulazione si fanno variare i nodi carico come nella simulazione precedente: un solo nodo carico si modifica ogni 50 istanti. Si lavora nell'ipotesi  $M = 1$  e si cerca di minimizzare le perdite utilizzando l'algoritmo proposto 1 e l'algoritmo proposto 2. Gli unici parametri degli algoritmi proposti che è necessario valorizzare sono i massimi ritardi con cui è possibile tentare una ritrasmissione in caso di collisione: per questa simulazione si è scelto di porre

$$d_{EL,max} = 10 \quad d_{L,max} = 5$$

Si mostrano gli andamenti delle perdite ottenute con gli algoritmi proposti e di quelle ottenibili trasmettendo i messaggi che si trovano risolvendo il problema  $\mathcal{P}_{sched}$ . Non è invece possibile fare un confronto con l'algoritmo token ring visto che la rete A presenta delle diramazioni in corrispondenza di nodi carico.

Nelle tabelle 5.3 e 5.4 si analizzano in dettaglio i comportamenti dei due algoritmi proposti attorno all'istante 451, in cui si ha una variazione dell'impedenza del nodo carico 12. Nelle figure 5.9 e 5.10 sono riportate le perdite sulle linee di distribuzione negli istanti iniziali della simulazione e attorno all'istante 451.

Nella simulazione dell'algoritmo proposto 1, il nodo carico 12 cerca di aggiornare immediatamente il nodo generatore 5, ma si ha una collisione con il messaggio che in condizioni normali viene scambiato continuamente tra i nodi generatore. Il nodo 12 decide di ritentare la trasmissione dopo 4 istanti (in  $t = 455$ ), mentre il nodo 2 ritenta con un ritardo di 2 istanti (in  $t = 453$ ). Nell'istante 452 non viene quindi scambiato alcun messaggio. In  $t = 453$  ricomincia ad essere trasmesso il messaggio che circola tra i nodi generatore, ma nell'istante 455, quando il nodo carico 12 riprova a trasmettere il suo aggiornamento, avviene un'altra collisione. I ritardi estratti casualmente dai nodi trasmettitori sono, in questo caso, di 3 istanti per il nodo 12 e di 5 istanti per il nodo 4. Finalmente in  $t = 458$  il nodo generatore 5 viene aggiornato sul nuovo valore d'impedenza del nodo carico 12 (in figura 5.10 si può vedere che è proprio in questo istante che le perdite calano maggiormente) e dall'istante 460 riprende a circolare il messaggio che si scambiano i nodi generatore portando, in una decina di istanti, alla definitiva minimizzazione delle perdite.

Nella simulazione dell'algoritmo proposto 2, il nodo carico 12 cerca di aggiornare immediatamente il nodo generatore 5, ma si ha una collisione con il

**Tabella 5.3:** *Simulazione 3; variazioni dei nodi carico, messaggi ottimi nel caso  $M = 1$  e messaggi trasmessi utilizzando l’algoritmo proposto 1 attorno all’istante 451.*

istante $t$	nodo carico modificato	messaggio ottimo	algoritmo proposto 1		
			messaggi trasmessi		note
451	12	12 $\rightarrow$ 5	2 $\rightarrow$ 3	12 $\rightarrow$ 5	collisione
452	-	5 $\rightarrow$ 3	-		
453	-	3 $\rightarrow$ 5	2 $\rightarrow$ 3		
454	-	5 $\rightarrow$ 4	3 $\rightarrow$ 4		
455	-	4 $\rightarrow$ 5	4 $\rightarrow$ 5	12 $\rightarrow$ 5	collisione
456	-	5 $\rightarrow$ 4	-		
457	-	4 $\rightarrow$ 5	-		
458	-	5 $\rightarrow$ 4	12 $\rightarrow$ 5		
459	-	4 $\rightarrow$ 5	-		
460	-	5 $\rightarrow$ 4	4 $\rightarrow$ 5		
461	-	4 $\rightarrow$ 3	5 $\rightarrow$ 2		
462	-	3 $\rightarrow$ 4	2 $\rightarrow$ 3		

**Tabella 5.4:** *Simulazione 3; variazioni dei nodi carico, messaggi ottimi nel caso  $M = 1$  e messaggi trasmessi utilizzando l’algoritmo proposto 2 attorno all’istante 451.*

istante $t$	nodo carico modificato	messaggio ottimo	algoritmo proposto 2		
			messaggi trasmessi		note
451	12	12 $\rightarrow$ 5	3 $\rightarrow$ 4	12 $\rightarrow$ 5	collisione
452	-	5 $\rightarrow$ 3	-		
453	-	3 $\rightarrow$ 5	12 $\rightarrow$ 5		
454	-	5 $\rightarrow$ 4	5 $\rightarrow$ 4		
455	-	4 $\rightarrow$ 5	4 $\rightarrow$ 5		
456	-	5 $\rightarrow$ 4	5 $\rightarrow$ 2		
457	-	4 $\rightarrow$ 5	2 $\rightarrow$ 3		
458	-	5 $\rightarrow$ 4	3 $\rightarrow$ 4		
459	-	4 $\rightarrow$ 5	4 $\rightarrow$ 5		
460	-	5 $\rightarrow$ 4	5 $\rightarrow$ 2		
461	-	4 $\rightarrow$ 3	2 $\rightarrow$ 3		
462	-	3 $\rightarrow$ 4	3 $\rightarrow$ 4		

Figura 5.9: Simulazione 3; perdite sulle linee di distribuzione attorno all'istante 1.

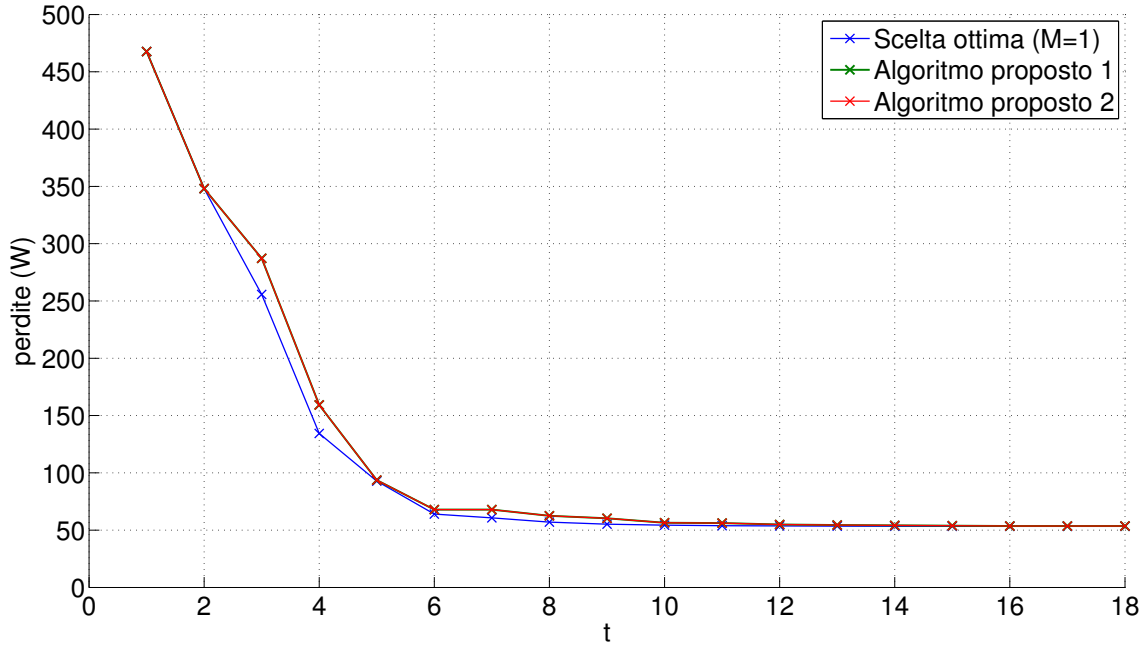
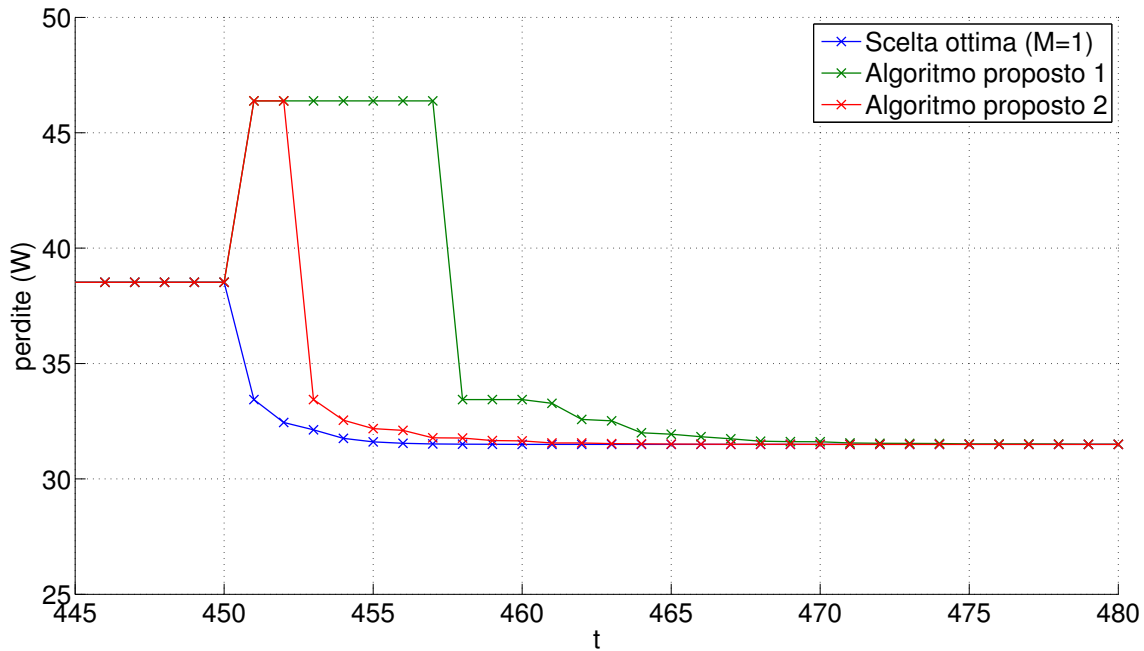


Figura 5.10: Simulazione 3; perdite sulle linee di distribuzione attorno all'istante 451.





messaggio che in condizioni normali viene scambiato continuamente tra i nodi di generatore. Il nodo 12 decide di ritentare la trasmissione dopo 2 istanti (in  $t = 453$ ), mentre il nodo 3 non tenta più la ritrasmissione del proprio messaggio. Nell'istante 452 non viene quindi scambiato alcun messaggio e in  $t = 453$  il nodo carico 12 riesce ad aggiornare il nodo generatore 5 (in figura 5.10 si può vedere che è proprio in questo istante che le perdite calano maggiormente). Nell'istante 454 il nodo generatore 5, appena aggiornato del nuovo stato del nodo carico 12, riprende a far circolare il messaggio che si scambiano tra loro i nodi generatore trasmettendolo al nodo generatore 4. Da questo momento in poi il messaggio continua ad essere scambiato a rotazione tra i nodi generatore portando, in una decina di istanti, alla definitiva minimizzazione delle perdite.

In tabella 5.5 sono riportate le perdite mediate su tutto l'intervallo della simulazione.

**Tabella 5.5:** *Simulazione 3; media delle perdite sulle linee di distribuzione.*

algoritmo usato	perdite (W)
scelta ottima (M=1)	43
algoritmo proposto 1	44
algoritmo proposto 2	43

## 5.2 Rete B

Questa rete è stata introdotta per permettere un confronto degli algoritmi proposti con l'algoritmo token ring.

Anche in questo caso la rete è composta da  $N_{EI} = 4$  nodi generatore e  $N_L = 7$  nodi carico, oltre al nodo PCC, che però sono uniti da  $L = 12$  collegamenti diversi rispetto alla rete A. In figura 5.11 e tabella 5.6 sono riportati la rappresentazione grafica della rete e i dettagli di tutti i collegamenti.

Il modulo delle correnti massime iniettabili da tutti i nodi generatore è fissato a 20A, che alla tensione nominale della rete corrispondono a 4,6kVA.

In tutte e tre le simulazioni fatte su questa rete i parametri degli algoritmi proposti sono stati valorizzati allo stesso modo della simulazione precedente

$$d_{EI,max} = 10 \qquad d_{L,max} = 5$$

Figura 5.11: Rete B; rappresentazione grafica.

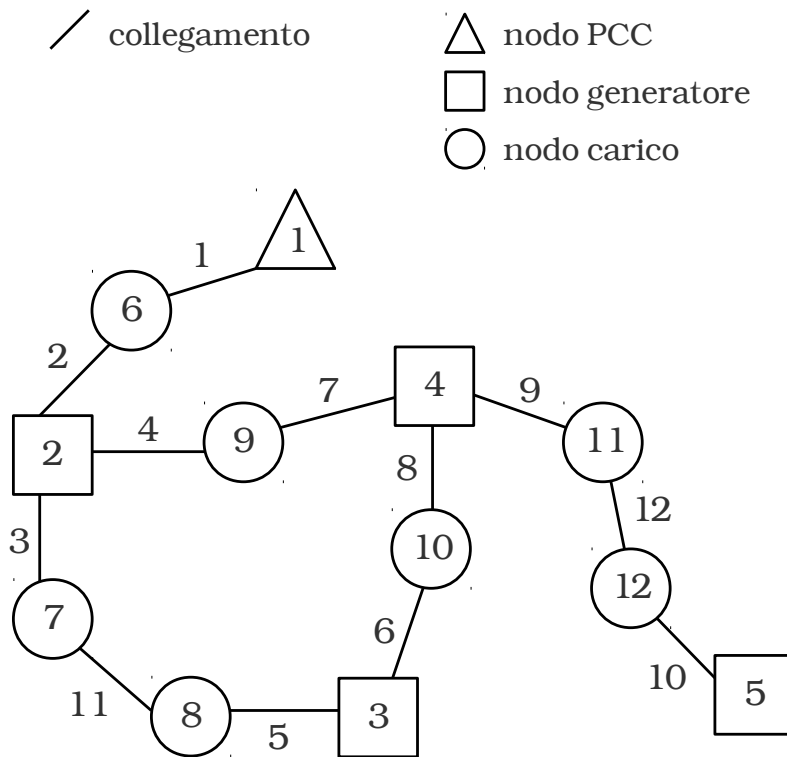


Tabella 5.6: Rete B; rappresentazione tabellare dei collegamenti.

$l$ indice collegamento	$l_s$ nodo d'inizio	$l_e$ nodo di fine	$l_l$ lunghezza (m)
1	1	6	100
2	2	6	60
3	2	7	80
4	2	9	120
5	3	8	80
6	3	10	50
7	4	9	60
8	4	10	100
9	4	11	50
10	5	12	80
11	7	8	140
12	11	12	40

### 5.2.1 Simulazione 4

In questa simulazione si varia l'impedenza di un solo nodo carico ogni 50 istanti.

In figura 5.12 sono riportate le perdite sulle linee di distribuzione in un ampio intervallo temporale. Gli algoritmi proposti riescono a minimizzare le perdite più velocemente rispetto all'algoritmo token ring; naturalmente conoscendo lo scheduling ottimo si potrebbero avere prestazioni ancora migliori.

Nelle figure 5.13 e 5.14 sono riportate delle viste più dettagliate degli andamenti delle perdite nelle fasi iniziali della simulazione e attorno all'istante 351. Si può notare che le perdite ottenute usando l'algoritmo token ring rimangono costanti a tratti: gli istanti in cui non si hanno variazioni sullo stato di alcun nodo della rete, e quindi le perdite non cambiano, sono quelli che vengono utilizzati dai nodi generatore per scambiare messaggi con i nodi attivi adiacenti al fine di raccogliere le informazioni necessarie a ricalcolare la corrente da iniettare.

In tabella 5.7 sono riportate le perdite mediate su tutto l'intervallo della simulazione.

Figura 5.12: Simulazione 4; perdite sulle linee di distribuzione.

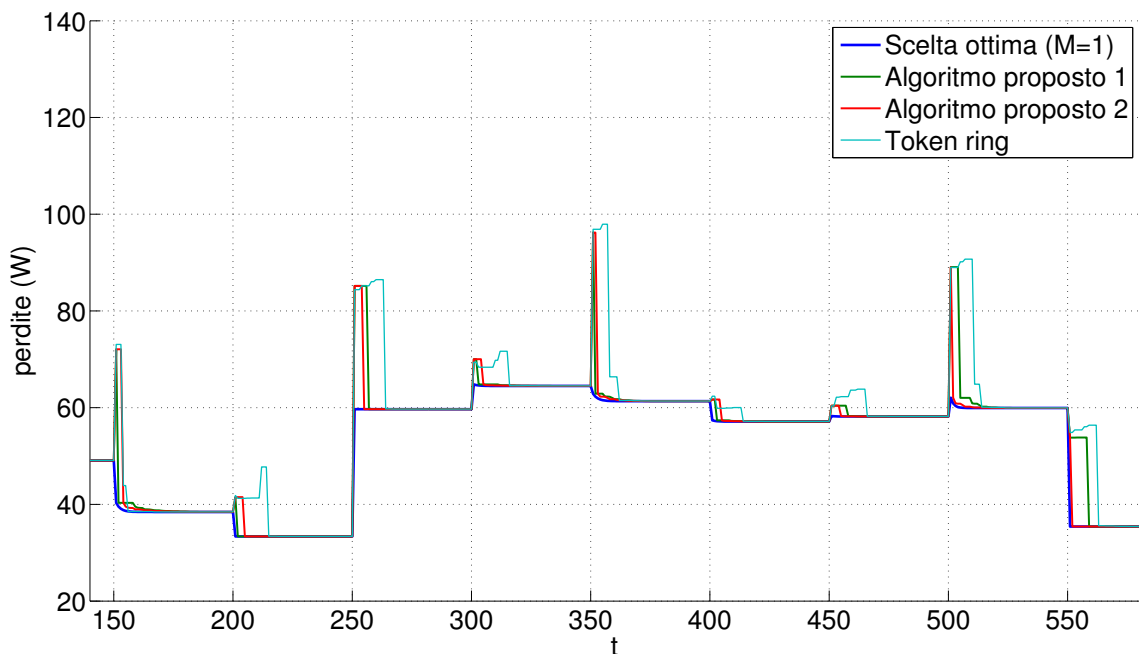


Figura 5.13: Simulazione 4; perdite sulle linee di distribuzione attorno all'istante 1.

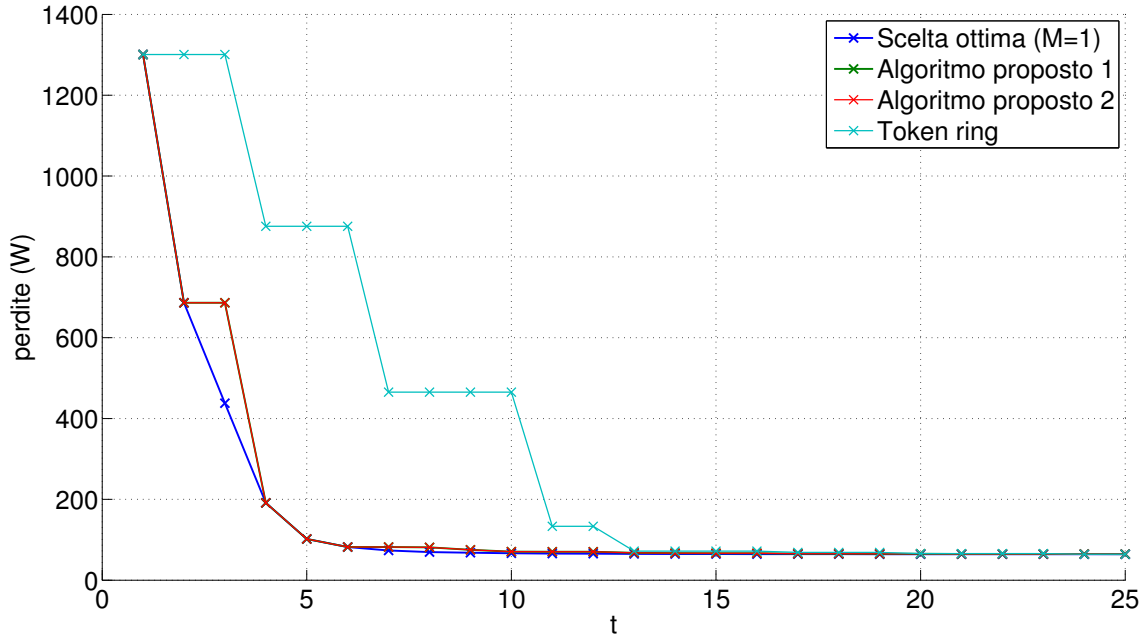
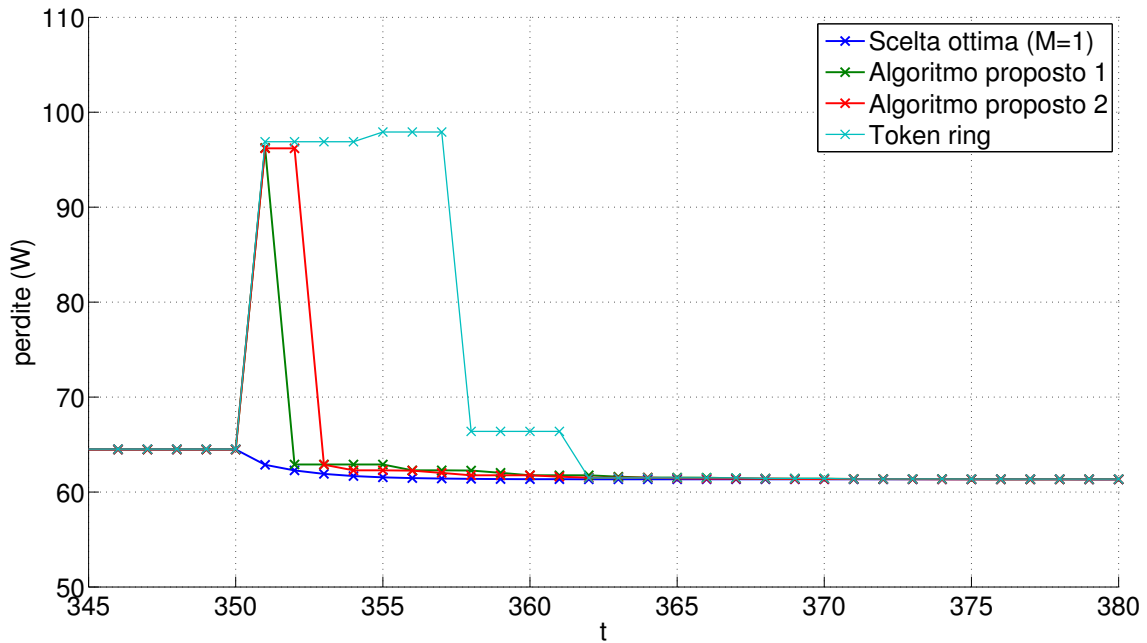


Figura 5.14: Simulazione 4; perdite sulle linee di distribuzione attorno all'istante 351.



**Tabella 5.7:** *Simulazione 4*; media delle perdite sulle linee di distribuzione.

algoritmo usato	perdite (W)
scelta ottima (M=1)	57
algoritmo proposto 1	59
algoritmo proposto 2	59
token ring	72

### 5.2.2 Simulazione 5

In questa prova le variazioni delle impedenze dei nodi carico sono completamente aleatorie: in ogni istante ogni nodo carico ha una probabilità pari a 0,005 di modificare il valore della sua impedenza.

In figura 5.15 sono riportate le perdite sulle linee di distribuzione in un ampio intervallo temporale, in figura 5.16 viene ingrandito un intervallo attorno all'istante 300 e in figura 5.17 viene mostrato un dettaglio attorno all'istante 485.

Anche in questa simulazione si può notare che, nella maggior parte dei casi, gli algoritmi proposti riescono a minimizzare le perdite più velocemente dell'algoritmo token ring. Solo attorno all'istante 370 l'algoritmo token ring si dimostra più rapido dell'algoritmo proposto.

In tabella 5.8 sono riportate le perdite mediate su tutto l'intervallo della simulazione.

**Tabella 5.8:** *Simulazione 5*; media delle perdite sulle linee di distribuzione.

algoritmo usato	perdite (W)
scelta ottima (M=1)	55
algoritmo proposto 1	57
algoritmo proposto 2	57
token ring	69

Figura 5.15: Simulazione 5; perdite sulle linee di distribuzione.

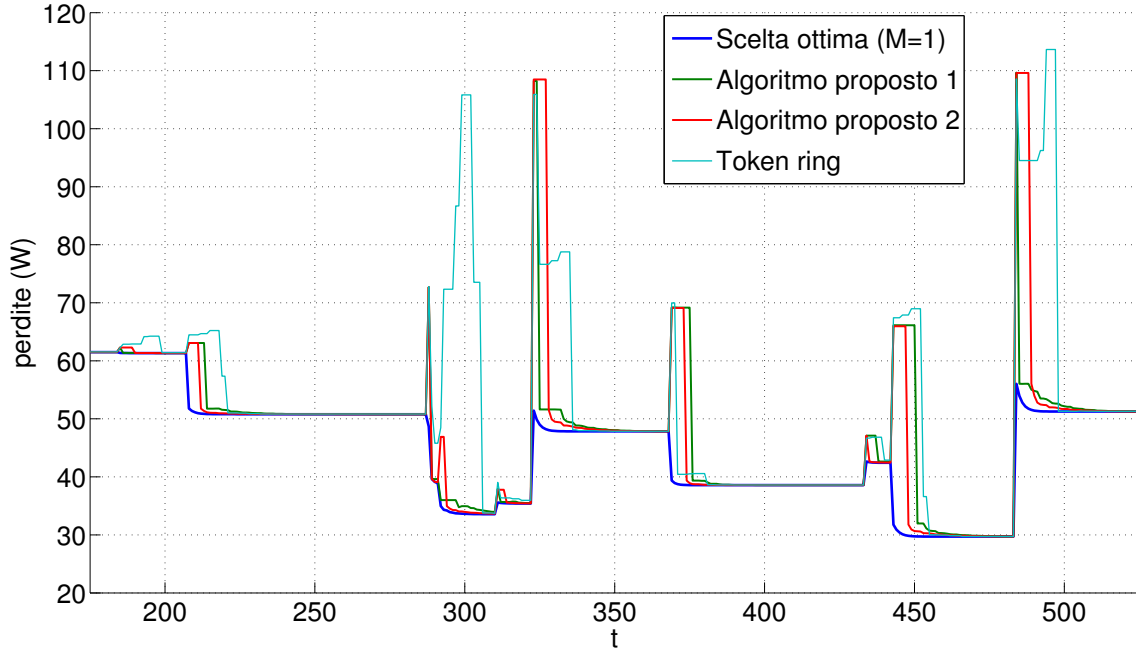


Figura 5.16: Simulazione 5; perdite sulle linee di distribuzione attorno all'istante 300.

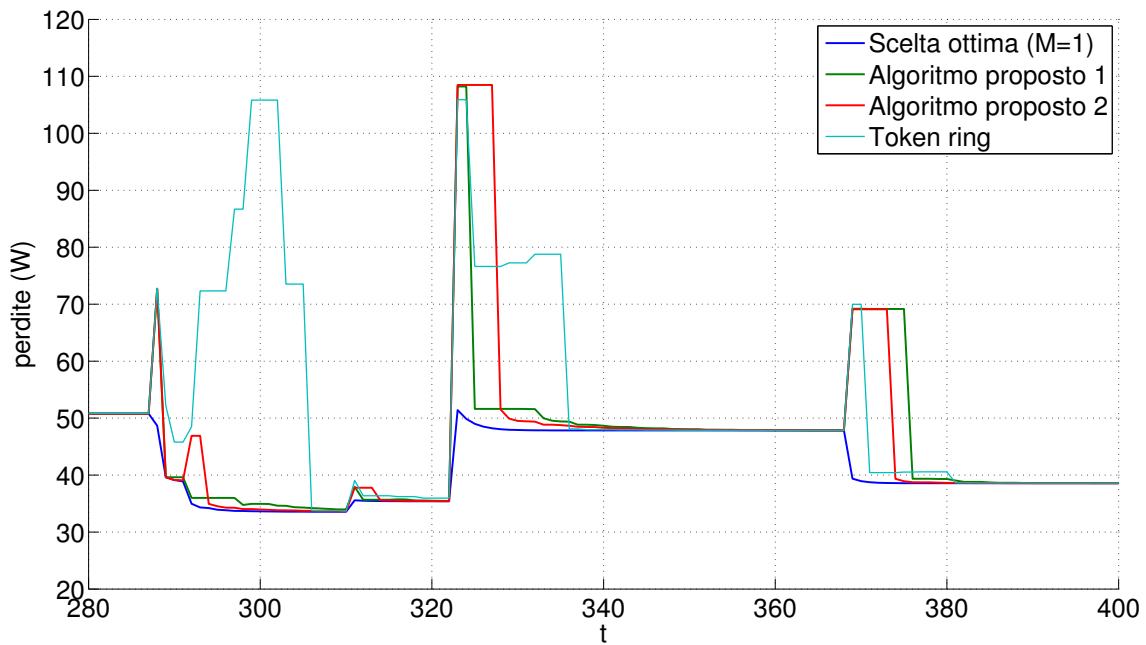
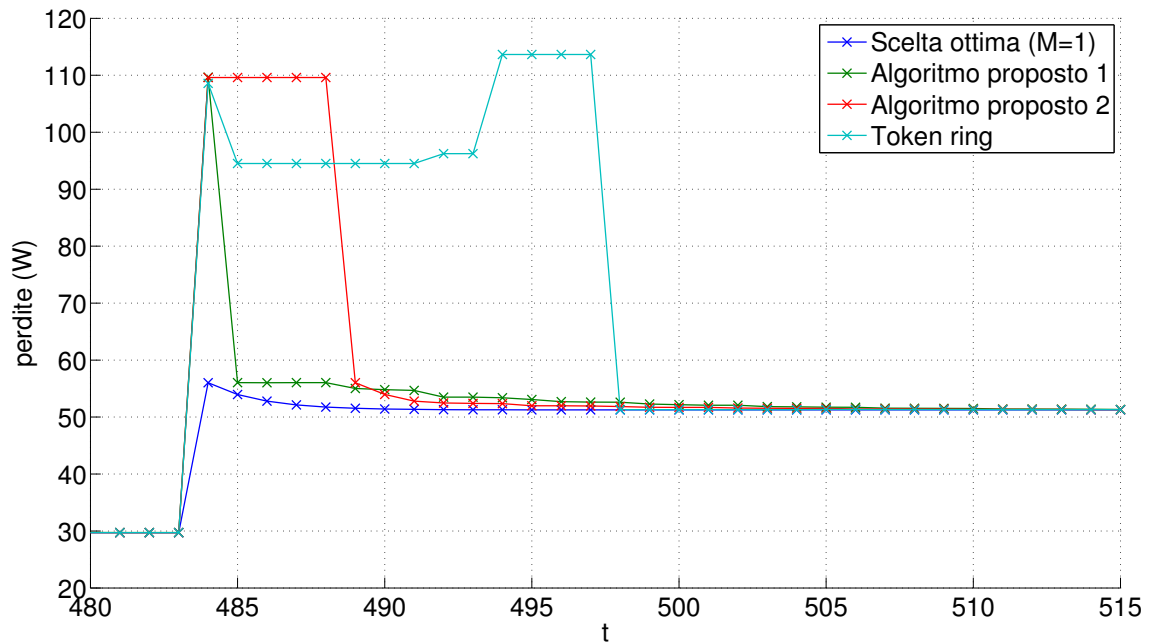


Figura 5.17: Simulazione 5; perdite sulle linee di distribuzione attorno all'istante 485.



### 5.2.3 Simulazione 6

Questa prova è molto simile alla simulazione 5, ma la probabilità di variazione delle impedenze dei nodi carico è pari a 0,05 in ogni istante e quindi le modifiche dei nodi carico si susseguono più rapidamente.

Nelle figure 5.18 e 5.19 sono riportate le perdite ottenute in diversi intervalli temporali. Come si può vedere in alcuni istanti si hanno prestazioni piuttosto distanti dall'ottimo, sia con gli algoritmi proposti che con l'algoritmo token ring. Questo fatto è dovuto a diversi motivi per ciascun algoritmo, anche se la causa scatenante sono sempre le frequenti variazioni delle impedenze dei nodi carico.

Negli algoritmi proposti si hanno parecchie collisioni che bloccano momentaneamente gli algoritmi stessi. Nell'algoritmo token ring, le tensioni comunicate al nodo generatore che possiede il token dai nodi attivi ad esso adiacenti diventano quasi immediatamente obsolete.

In tabella 5.9 sono riportate le perdite mediate su tutto l'intervallo della simulazione.

Figura 5.18: Simulazione 6; perdite sulle linee di distribuzione dall'istante 50 all'istante 350.

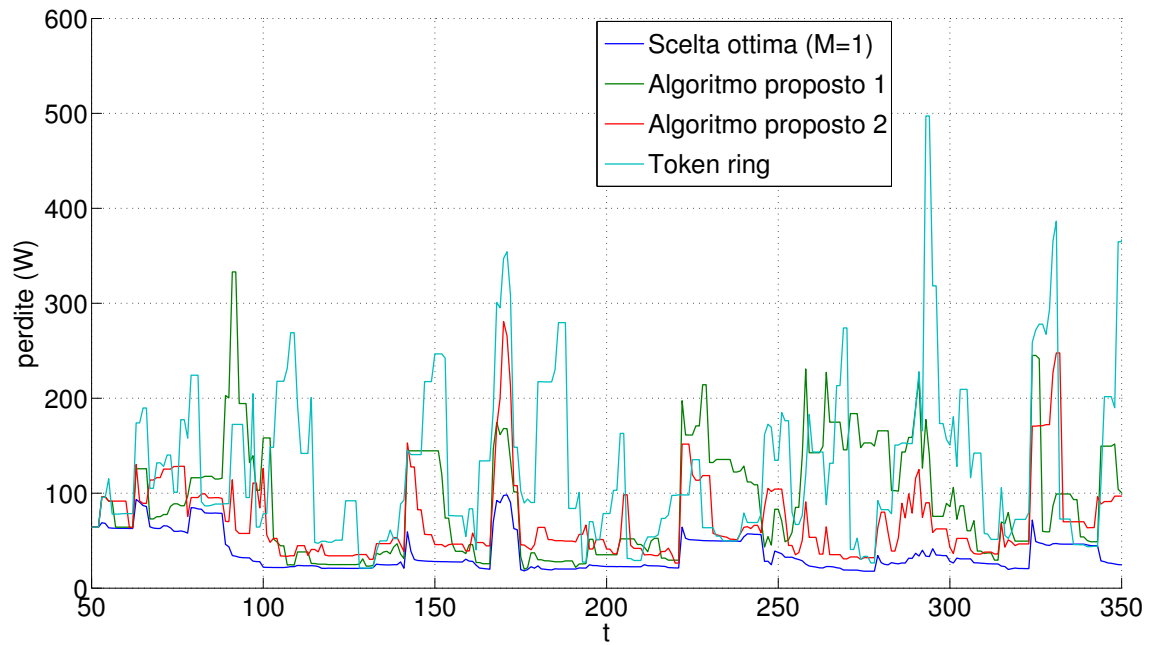


Figura 5.19: Simulazione 6; perdite sulle linee di distribuzione dall'istante 300 all'istante 600.

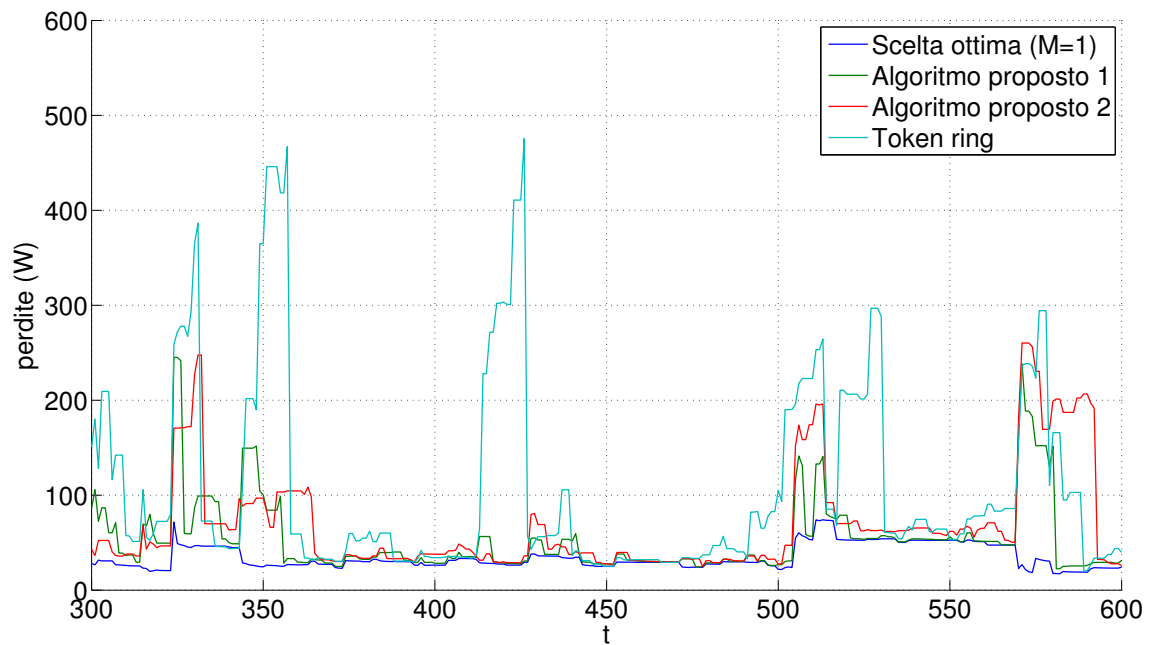




Tabella 5.9: Simulazione 6; media delle perdite sulle linee di distribuzione.

algoritmo usato	perdite (W)
scelta ottima (M=1)	42
algoritmo proposto 1	75
algoritmo proposto 2	73
token ring	124

## 5.3 Rete C

La rete C è stata generata utilizzando una funzione che crea in modo casuale un grafo [12].

In questo caso la rete è composta da  $N_{EI} = 5$  nodi generatore e  $N_L = 19$  nodi carico, oltre al nodo PCC, per un totale di  $N = 25$  nodi. I collegamenti sono  $L = 24$  e le loro lunghezze sono estrazioni di una variabile aleatoria di tipo esponenziale di media 60m e con una soglia minima di 30m. In tabella 5.10 sono riportati i dettagli relativi a ciascun collegamento.

Visto che la rete generata presenta delle diramazioni in corrispondenza di nodi carico non è possibile il confronto con l'algoritmo token ring.

Il modulo delle correnti massime iniettabili dai nodi generatore non è sempre uguale, ma è scelto casualmente per ogni nodo generatore come estrazione di una variabile aleatoria gaussiana di media 15A e deviazione standard 3A, con una soglia minima di 5A e una soglia massima di 25A.

### 5.3.1 Simulazione 7

In questa simulazione le variazioni delle impedenze dei nodi carico sono aleatorie: in ogni istante ciascun nodo carico ha una probabilità pari a 0,005 di modificare il valore della sua impedenza.

I parametri utilizzati dagli algoritmi proposti sono

$$d_{EI,max} = 10 \quad d_{L,max} = 5$$

In figura 5.20 sono riportate le perdite sulle linee di distribuzione: si può notare che gli algoritmi proposti garantiscono prestazioni abbastanza vicine a

Tabella 5.10: Rete C; rappresentazione tabellare dei collegamenti.

$\ell$ indice collegamento	$\ell_s$ nodo d'inizio	$\ell_e$ nodo di fine	$l_\ell$ lunghezza (m)
1	1	22	75
2	2	7	50
3	3	10	97
4	4	9	30
5	5	14	57
6	5	16	47
7	6	8	30
8	6	16	53
9	6	19	107
10	6	20	39
11	6	23	35
12	7	13	50
13	7	24	98
14	8	12	103
15	9	14	58
16	10	14	62
17	12	22	128
18	12	25	30
19	15	17	38
20	15	18	187
21	16	18	30
22	17	20	140
23	20	21	30
24	21	24	105

quelle ottenibili conoscendo la soluzione ottima del problema dello scheduling delle comunicazioni.

In tabella 5.11 sono riportate le perdite mediate su tutto l'intervallo della simulazione.

Figura 5.20: Simulazione 7; perdite sulle linee di distribuzione.

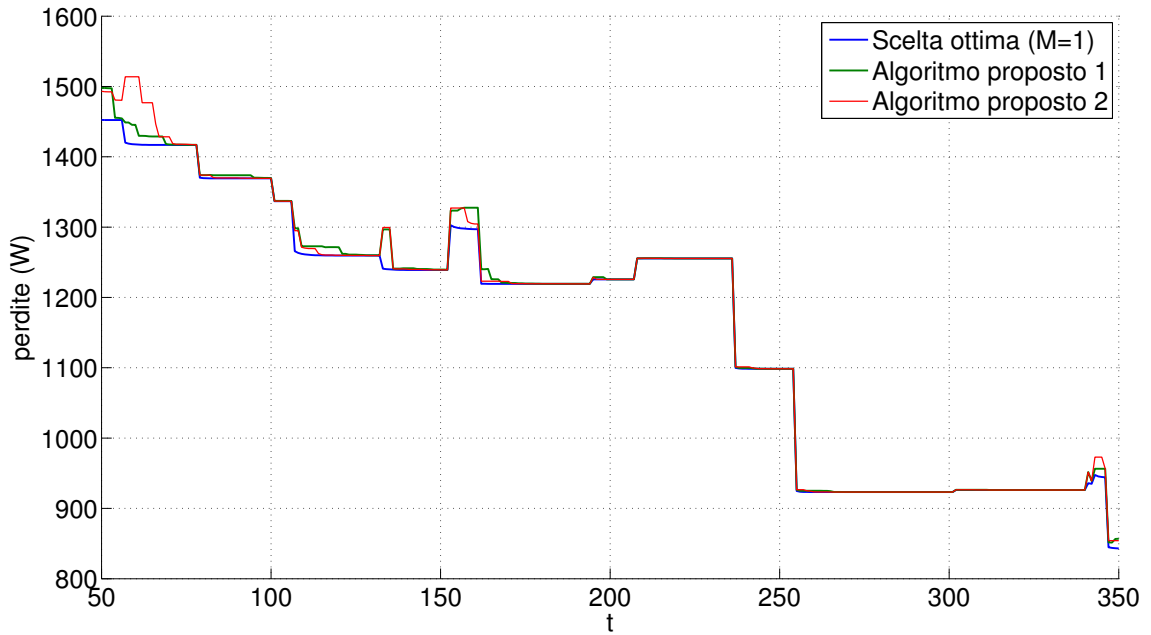


Tabella 5.11: Simulazione 7; media delle perdite sulle linee di distribuzione.

algoritmo usato	perdite (W)
scelta ottima (M=1)	1258
algoritmo proposto 1	1264
algoritmo proposto 2	1265

## 5.4 Rete D

Anche la rete D è stata generata in modo casuale [12], ma è composta da  $N = 50$  nodi. In particolare sono presenti  $N_{EI} = 11$  nodi generatore e  $N_L = 38$  nodi carico, oltre al nodo PCC. In tabella 5.12 sono riportati i dettagli di tutti gli  $L = 49$  collegamenti.

Il modulo delle correnti massime iniettabili dai nodi generatore è scelto in modo casuale, come per la rete C.

Tabella 5.12: Rete D; rappresentazione tabellare dei collegamenti.

$\ell$	$\ell_s$	$\ell_e$	$l_\ell$
indice collegamento	nodo d'inizio	nodo di fine	lunghezza (m)
1	1	16	11
2	2	26	40
3	2	41	42
4	2	45	10
5	3	8	124
6	3	18	101
7	3	27	88
8	4	46	47
9	4	49	10
10	5	19	11
11	5	26	140
12	6	13	46
13	6	20	32
14	6	29	44
15	7	39	21
16	8	9	23
17	8	16	72
18	8	48	42
19	9	32	208
20	9	44	10
21	10	34	89
22	11	13	112
23	12	42	49
24	13	15	81
25	14	34	36
26	14	40	54
27	15	31	10
28	17	19	10

Tabella 5.12: continua nella prossima pagina

Tabella 5.12: continua dalla pagina precedente

$\ell$ indice collegamento	$\ell_s$ nodo d'inizio	$\ell_e$ nodo di fine	$l_\ell$ lunghezza (m)
29	17	22	147
30	17	39	15
31	17	43	66
32	18	25	43
33	18	29	30
34	19	28	10
35	21	48	44
36	22	24	10
37	23	34	60
38	23	36	18
39	24	37	20
40	24	42	31
41	27	30	18
42	27	42	20
43	29	33	86
44	35	47	103
45	38	40	10
46	38	45	88
47	40	47	171
48	45	50	29
49	47	49	10

Si è reso necessario utilizzare una rete piuttosto estesa e complessa come questa per provare a utilizzare quanto detto nel paragrafo 3.2.1 riguardo la conoscenza necessaria a ciascun nodo generatore per il calcolo della corrente ottima da iniettare; infatti nel caso di reti piuttosto semplici come le precedenti risulta che l'area di conoscenza necessaria coincide con l'intera rete.

In tabella 5.13 si riportano tutti i coefficienti  $W_{k,p}$  calcolati utilizzando il metodo di approssimazione A e cioè secondo la (3.16) e la (3.13). Questi coefficienti

**Tabella 5.13:** Rete D; coefficienti  $W_{k,p}$  ottenuti utilizzando il metodo di approssimazione A.

$W_{k,p}$		2	3	4	5	6	$p$	8	9	10	11	12
	$k$						7					
	2	-	0,86	1,74	1,54	0,84	1,50	0,40	0,40	1,72	0,84	1,16
	3	1,11	-	1,04	1,22	1,33	1,22	0,69	0,69	1,05	1,33	1,32
	4	1,77	0,81	-	1,53	0,79	1,48	0,38	0,38	1,95	0,79	1,12
	5	1,53	0,94	1,50	-	0,92	1,54	0,45	0,45	1,50	0,92	1,25
	6	0,98	1,20	0,92	1,08	-	1,09	0,62	0,62	0,93	2,37	1,19
	7	1,50	0,95	1,47	1,56	0,94	-	0,46	0,46	1,47	0,94	1,26
	8	0,95	1,25	0,87	1,06	1,23	1,07	-	1,25	0,89	1,23	1,20
	9	0,95	1,25	0,87	1,06	1,23	1,07	1,25	-	0,89	1,23	1,20
	10	1,74	0,82	1,94	1,52	0,80	1,48	0,38	0,38	-	0,80	1,12
	11	0,98	1,21	0,92	1,08	2,37	1,09	0,62	0,62	0,93	-	1,19
	12	1,28	1,12	1,22	1,38	1,12	1,39	0,57	0,57	1,23	1,12	-

indicano l'importanza di conoscere il valore di corrente iniettata dal nodo generatore  $p$  nel calcolo della corrente ottima da iniettare effettuato dal nodo generatore  $k$ .

Scegliendo il valore 0,7 come soglia minima per tenere in considerazione lo stato del relativo nodo generatore risulta quindi necessario avere la conoscenza completa della rete nel calcolo delle correnti ottime dei nodi generatore 8 e 9, mentre per tutti gli altri nodi generatore si ritiene trascurabile la conoscenza dei valori delle correnti iniettate proprio dai nodi generatore 8 e 9.

In quest'ultimo caso la corrente ottima da iniettare viene calcolata come se le correnti iniettate dai nodi generatore 8 e 9 fossero nulle e come se le impedenze dei nodi carico più vicini ai nodi generatore 8 e 9 (che sono i nodi carico 16, 21, 32, 44 e 48) avessero un valore di  $100\Omega$  (il massimo valore possibile).

### 5.4.1 Simulazione 8

In questa simulazione si varia l'impedenza di un solo nodo carico ogni 50 istanti e si utilizza l'algoritmo proposto 1 con parametri

$$d_{EI,max} = 10 \quad d_{L,max} = 5$$

Figura 5.21: Simulazione 8; perdite sulle linee di distribuzione attorno all'istante 51.

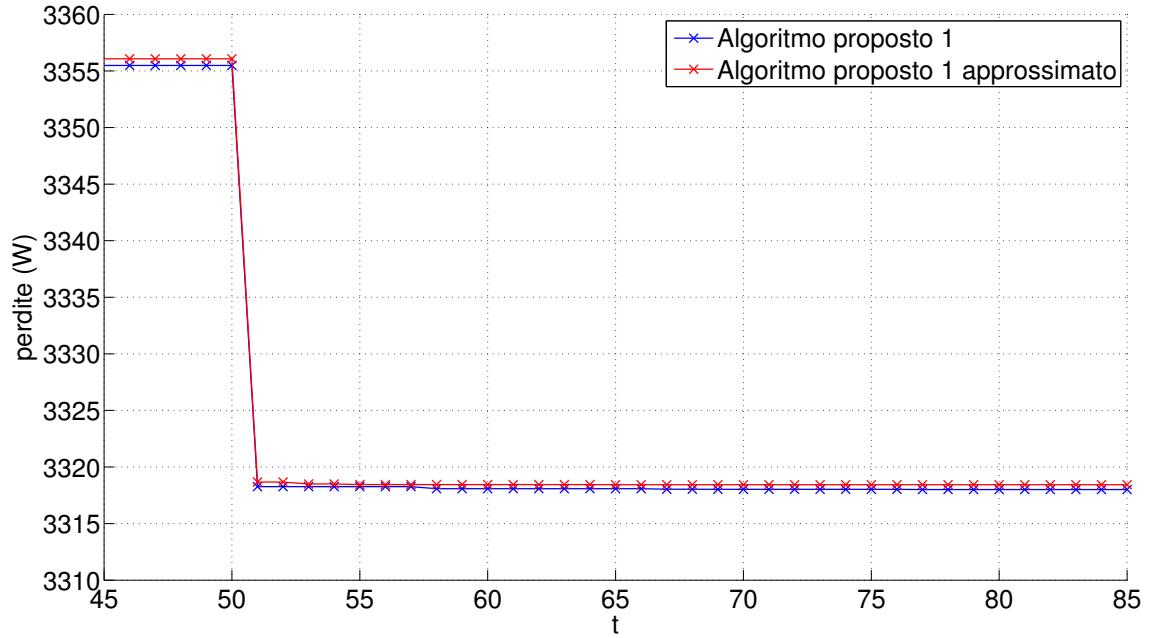
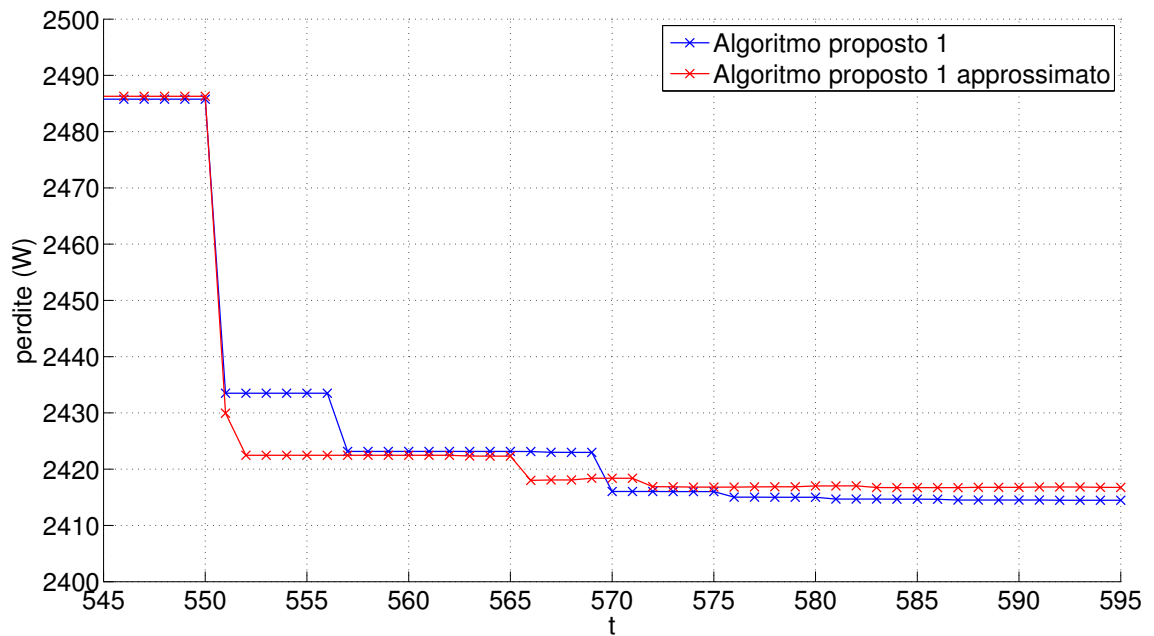


Figura 5.22: Simulazione 8; perdite sulle linee di distribuzione attorno all'istante 551.



Nelle figure 5.21 e 5.22 si confrontano gli andamenti delle perdite sulle linee distribuzione che si ottengono utilizzando l’algoritmo proposto 1 esatto, oppure approssimato con il metodo A. Si nota che, quando i due algoritmi hanno raggiunto la convergenza, le perdite sono molto prossime nei due casi (al massimo qualche watt di differenza) confermando così che l’approssimazione fatta trascurando lo stato di alcuni nodi della rete è corretta.

## 5.5 Risultati medi

### 5.5.1 Simulazione 9

In questa simulazione si generano casualmente 50 diverse reti costituite da  $N = 20$  nodi. Il numero di nodi PCC è fisso ( $N_{CC} = 1$ ), mentre il numero di nodi generatore  $N_{EI}$  è una variabile aleatoria binomiale di parametri  $(N - N_{CC}; 0,3)$ , quindi mediamente ci sono 5,7 nodi generatore.

Le lunghezze dei collegamenti sono estrazioni di una variabile aleatoria di tipo esponenziale di media 60 m e con una soglia minima di 30 m.

Il modulo delle correnti massime iniettabili dai nodi generatore è scelto casualmente per ogni nodo generatore come estrazione di una variabile aleatoria gaussiana di media 15 A e deviazione standard 3 A, con una soglia minima di 5 A e una soglia massima di 25 A.

Le variazioni delle impedenze dei nodi carico sono aleatorie: in ogni istante ciascun nodo carico ha una probabilità pari a  $P$  di modificare il valore della sua impedenza.

Scopo della simulazione è il confronto delle perdite sulle linee di distribuzione, mediate in tutto l’intervallo temporale della simulazione e su tutte le reti usate, ottenute inviando in ogni istante il messaggio ottimo oppure utilizzando l’algoritmo proposto 1 o l’algoritmo proposto 2 (entrambi nella versione senza approssimazioni). I parametri utilizzati dagli algoritmi proposti sono

$$d_{EI,max} = 10 \qquad d_{L,max} = 5$$

Si è scelto di svolgere questo confronto per due valori diversi di  $P$ . Con  $P = 0,005$  si simula una rete con variazioni lente dei nodi carico e con  $P = 0,05$



una rete con variazioni dei nodi carico piuttosto rapide. I risultati sono riportati in tabella 5.14.

**Tabella 5.14:** *Simulazione 9; media delle perdite sulle linee di distribuzione.*

perdite (W)	P	
	0,005	0,05
scelta ottima (M=1)	257	317
algoritmo proposto 1	264	387
algoritmo proposto 2	264	402

Si può notare che nel caso  $P = 0,005$  i due algoritmi proposti hanno mediamente le stesse prestazioni e riescono ad avvicinarsi molto alle perdite ottenibili conoscendo a priori quali siano i migliori messaggi da scambiare in ogni istante.

Invece nel caso  $P = 0,05$  l'algoritmo proposto 1 ha prestazioni mediamente migliori rispetto all'algoritmo proposto 2. Però con entrambi gli algoritmi si rimane piuttosto lontani dalle perdite ottenibili conoscendo a priori quali siano i migliori messaggi da scambiare in ogni istante.

### 5.5.2 Simulazione 10

Con questa simulazione e le successive si generalizza quanto visto nella simulazione 8 riguardo l'utilizzo di formule approssimate per il calcolo della corrente ottima da iniettare. Sfruttando queste approssimazioni è possibile trascurare gli stati di alcuni nodi della rete, rendendo di fatto superfluo il loro aggiornamento.

In particolare in questa simulazione si analizzano le performance medie dell'algoritmo proposto 1, nel quale le correnti ottime vengono calcolate con il metodo di approssimazione A, in funzione del valore della soglia utilizzato per decidere quali nodi si possono escludere dal calcolo della corrente ottima.

Sono state generate casualmente 100 diverse reti costituite da  $N = 50$  nodi. Il numero di nodi PCC è fisso ( $N_{CC} = 1$ ), mentre il numero di nodi generatore  $N_{EI}$  è una variabile aleatoria binomiale di parametri  $(N - N_{CC}; 0,3)$ , quindi mediamente ci sono 14,7 nodi generatore.

Le lunghezze dei collegamenti sono estrazioni di una variabile aleatoria di tipo esponenziale di media 60m e con una soglia minima di 30m.

Il modulo delle correnti massime iniettabili dai nodi generatore è scelto casualmente per ogni nodo generatore come estrazione di una variabile aleatoria gaussiana di media 15 A e deviazione standard 3 A, con una soglia minima di 5 A e una soglia massima di 25 A.

Le variazioni delle impedenze dei nodi carico sono aleatorie: in ogni istante ciascun nodo carico ha una probabilità pari a 0,005 di modificare il valore della sua impedenza.

I parametri utilizzati dall'algoritmo proposto 1 sono

$$d_{EI,max} = 10 \qquad d_{L,max} = 5$$

I valori della soglia da cui dipende la scelta dei nodi trascurati utilizzati in questa simulazione variano da 0 (corrispondente al fatto di considerare necessaria la conoscenza dello stato di tutti i nodi) a 2.

In figura 5.23 sono riportate le perdite di linea, mediate su tutta la durata temporale della simulazione e su tutte le reti testate, ottenute con il calcolo approssimato (metodo A) della corrente ottima da iniettare in funzione del valore di soglia usato.

All'aumentare del valore della soglia utilizzato ci si allontana sempre più dalla soluzione esatta e quindi le perdite crescono in maniera monotona.

In figura 5.24 è riportato il numero medio (la media è relativa sia ai diversi nodi generatore della stessa rete, sia alle diverse reti testate) di nodi generatore i cui stati vengono tenuti in considerazione nel calcolo della corrente ottima da iniettare in funzione del valore di soglia usato.

All'aumentare del valore della soglia utilizzato si considerano trascurabili gli stati di un numero sempre maggiore di nodi e quindi la curva trovata è monotona decrescente.

Quelli trovati finora sono valori molto interessanti, ma sono solo i valori medi. Si è ritenuto indicativo osservare anche l'andamento delle funzioni di distribuzione delle perdite di linea ottenute con l'algoritmo approssimato, delle differenze di perdite di linea trovate con l'algoritmo approssimato rispetto all'algoritmo esatto e del numero di nodi generatore il cui stato viene tenuto in considerazione nell'algoritmo approssimato. Queste funzioni di distribuzione sono riportate rispettivamente nelle figure 5.25, 5.26 e 5.27.

Figura 5.23: Simulazione 10; perdite di linea medie ottenute con l'algoritmo approssimato (metodo A) in funzione del valore della soglia usato.

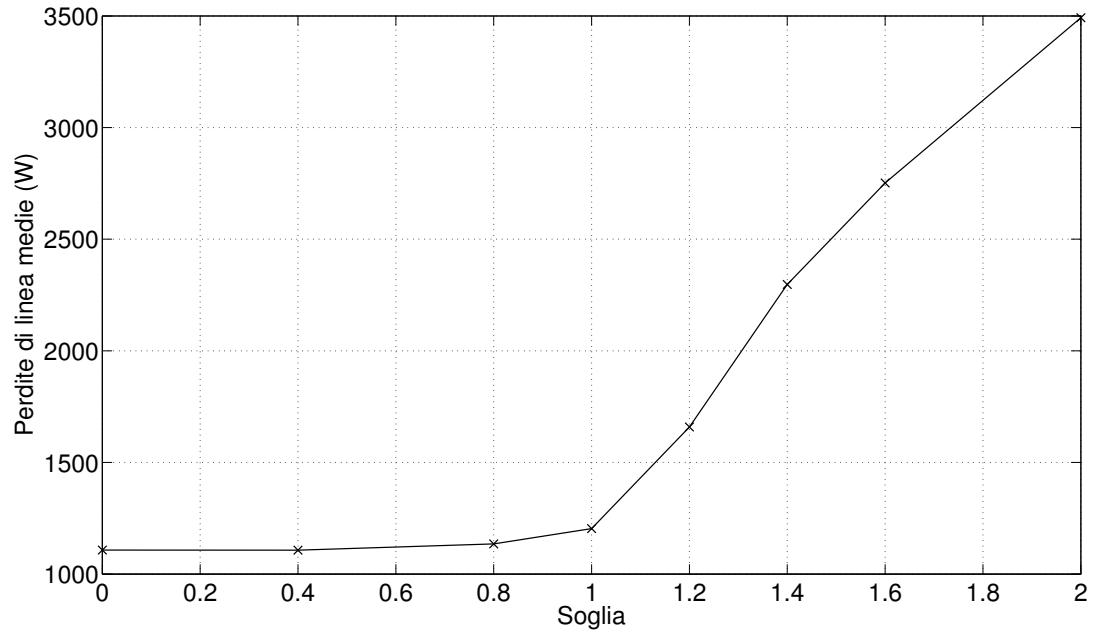
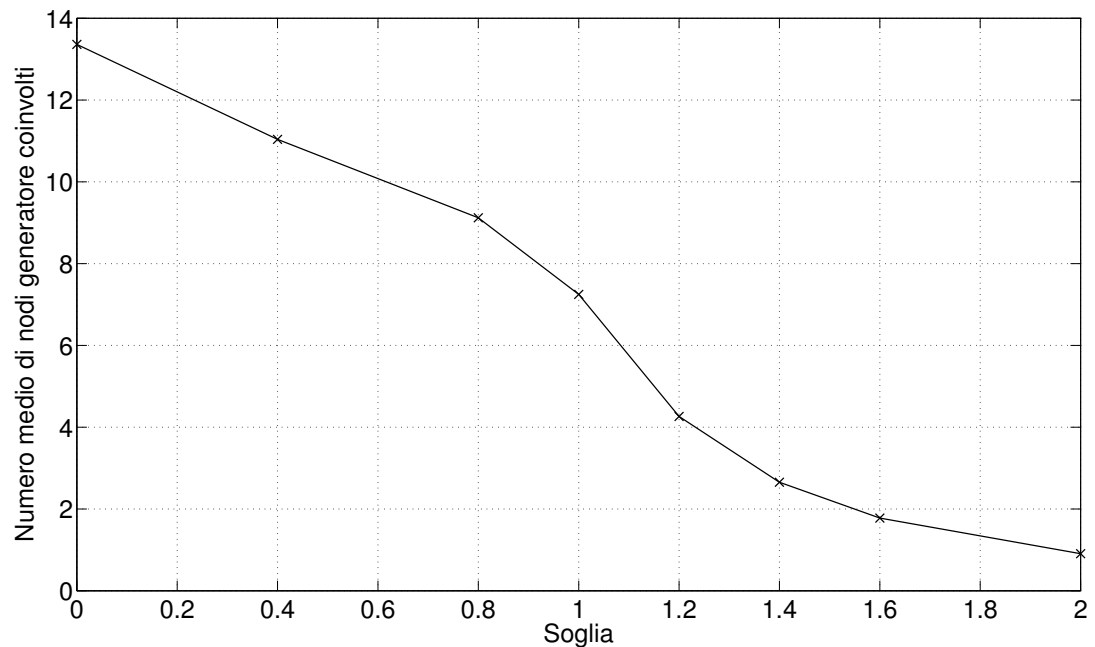
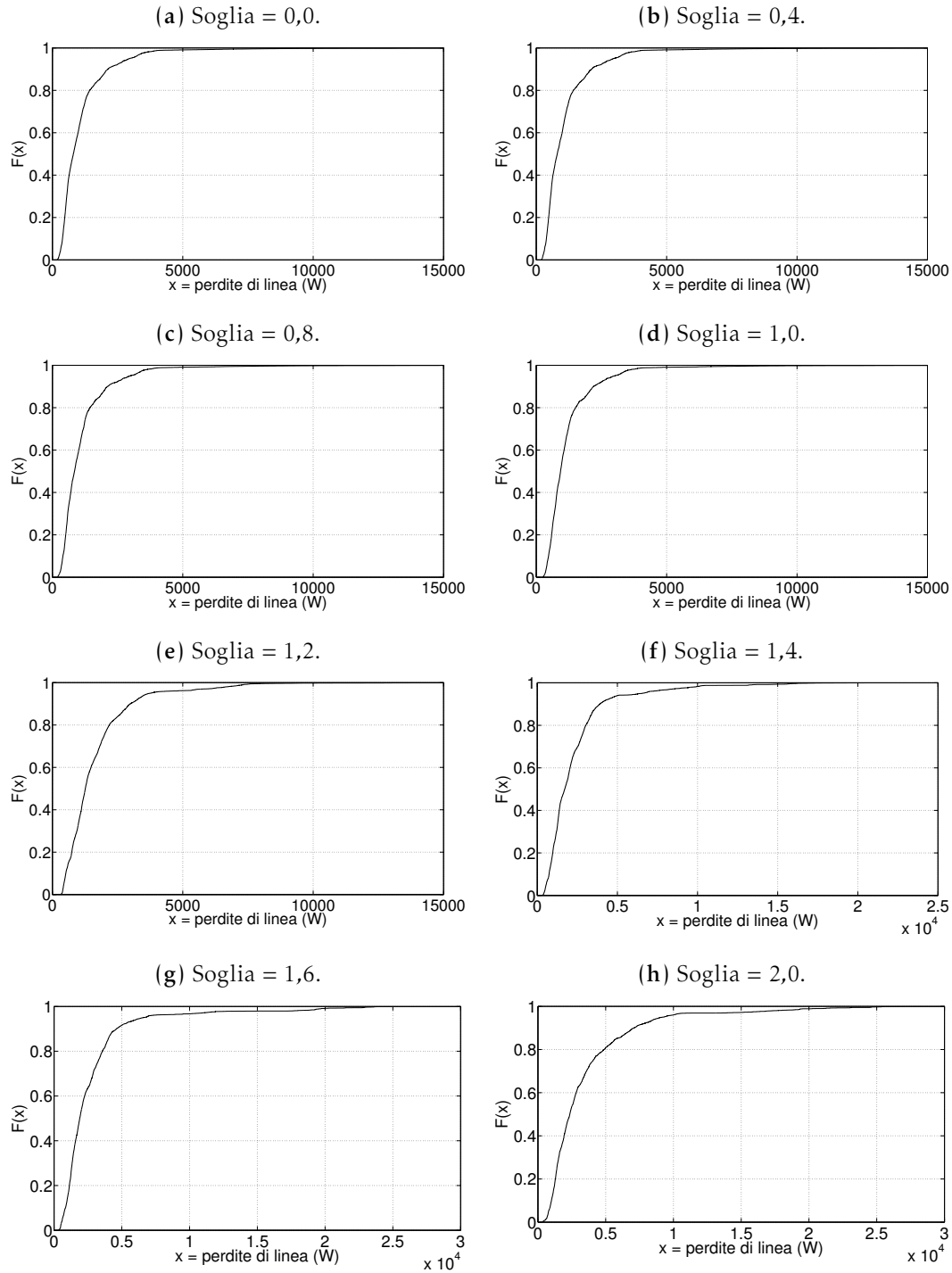


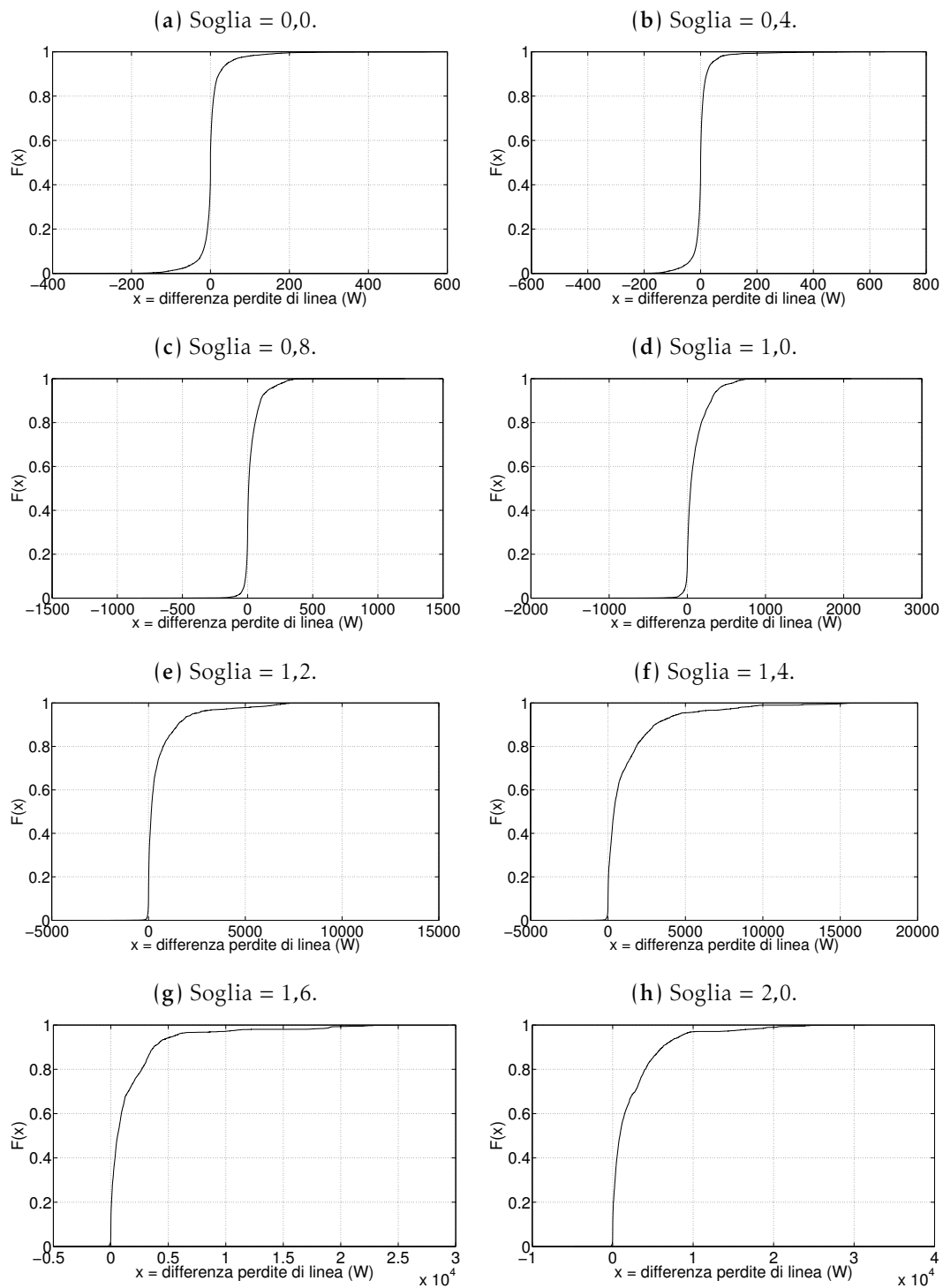
Figura 5.24: Simulazione 10; numero medio di nodi generatore coinvolti nel calcolo della corrente ottima nell'algoritmo approssimato (metodo A) in funzione del valore della soglia usato.



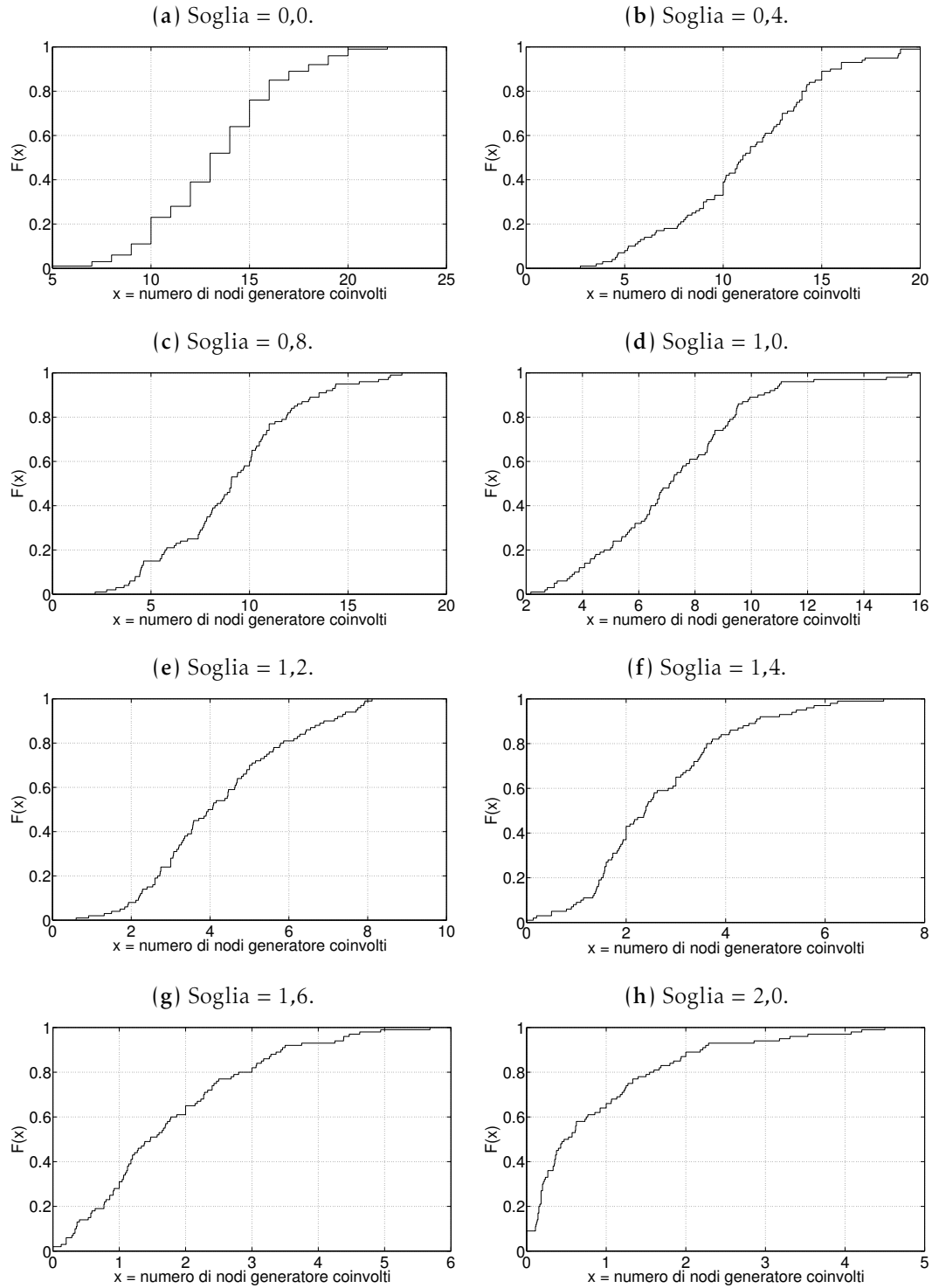
**Figura 5.25:** Simulazione 10; funzione di distribuzione delle perdite di linea ottenute con l'algoritmo approssimato (metodo A) in relazione al valore della soglia usato.



**Figura 5.26:** Simulazione 10; funzione di distribuzione della differenza delle perdite di linea ottenute con l’algoritmo approssimato (metodo A) e quello esatto in relazione al valore della soglia usato.



**Figura 5.27:** Simulazione 10; funzione di distribuzione del numero di nodi generatore coinvolti nell’algoritmo approssimato (metodo A) in relazione al valore della soglia usato.



### 5.5.3 Simulazione 11

Questa prova è molto simile alla precedente: le reti sono generate casualmente con gli stessi parametri della simulazione 10 e la probabilità che l'impedenza di un nodo carico si modifichi è pari a 0,005 in ogni istante.

L'unica differenza rispetto alla simulazione precedente è che ora si utilizza l'algoritmo proposto 1, nel quale le correnti vengono calcolate con il metodo di approssimazione B.

I valori della soglia da cui dipende la scelta dei nodi trascurati utilizzati in questa simulazione variano da 0 (corrispondente al fatto di considerare necessaria la conoscenza dello stato di tutti i nodi) a 1,6.

In figura 5.28 sono riportate le perdite di linea, mediate su tutta la durata temporale della simulazione e su tutte le reti testate, ottenute con il calcolo approssimato (metodo B) della corrente ottima da iniettare in funzione del valore di soglia usato.

In figura 5.29 è riportato il numero medio (la media è relativa sia ai diversi nodi generatore della stessa rete, sia alle diverse reti testate) di nodi generatore i cui stati vengono tenuti in considerazione nel calcolo della corrente ottima da iniettare in funzione del valore di soglia usato.

Inoltre si riportano anche gli andamenti delle funzioni di distribuzione delle perdite di linea ottenute con l'algoritmo approssimato, delle differenze di perdite di linea trovate con l'algoritmo approssimato rispetto all'algoritmo esatto e del numero di nodi generatore il cui stato viene tenuto in considerazione nell'algoritmo approssimato. Queste funzioni di distribuzione sono riportate rispettivamente nelle figure 5.30, 5.31 e 5.32.

Osservando i grafici non si evidenziano differenze evidenti rispetto ai risultati ottenuti con il metodo di approssimazione A utilizzato nella simulazione 10: si può quindi concludere che i due metodi di approssimazione hanno prestazioni confrontabili.

Figura 5.28: Simulazione 11; perdite di linea medie ottenute con l’algoritmo approssimato (metodo B) in funzione del valore della soglia usato.

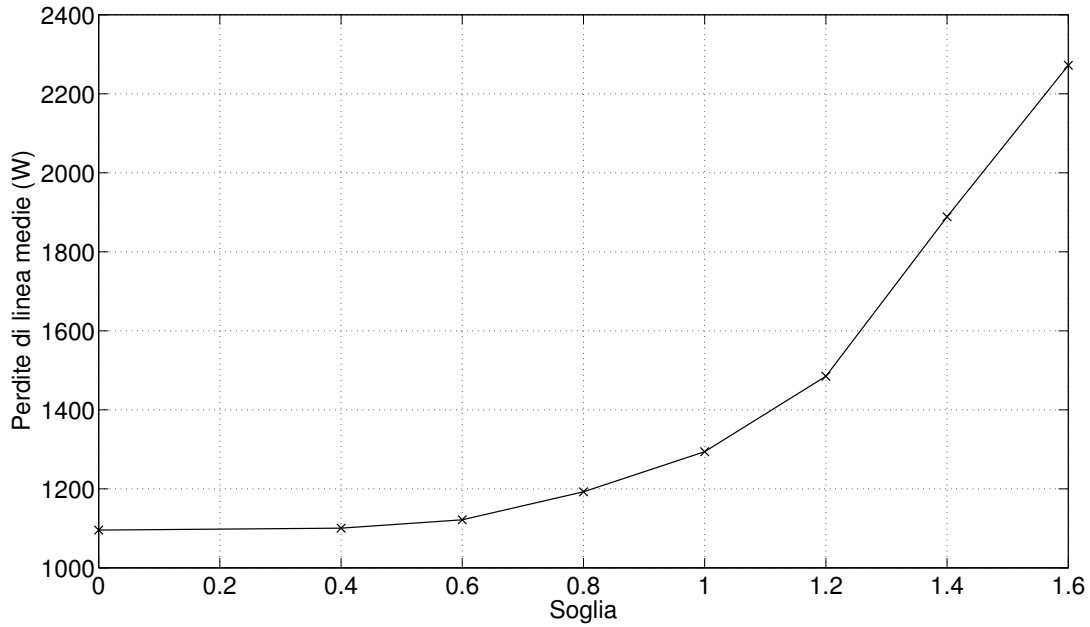
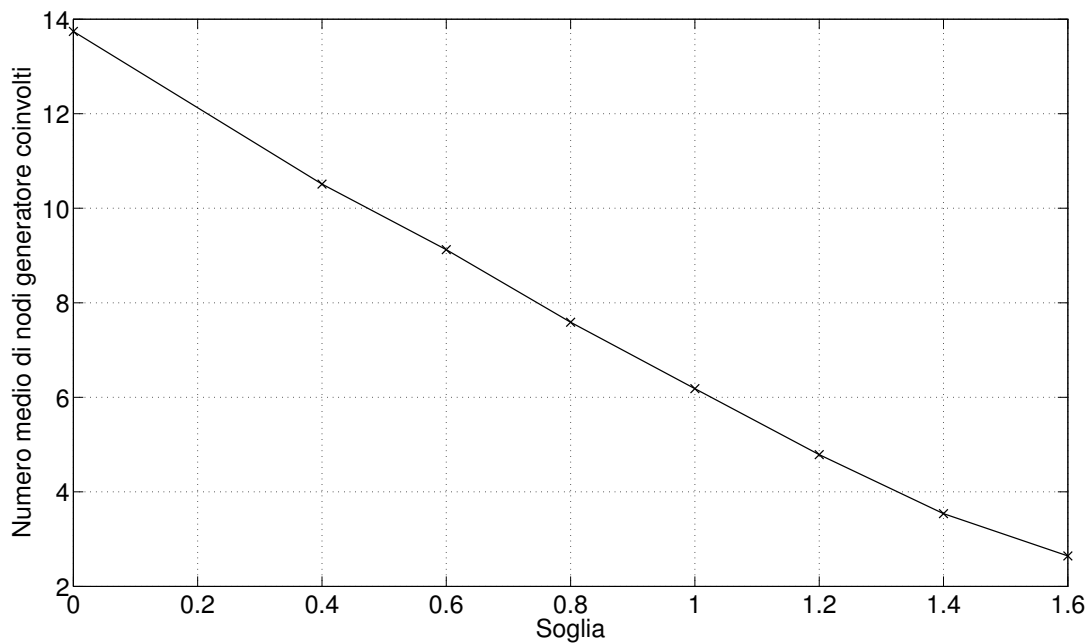
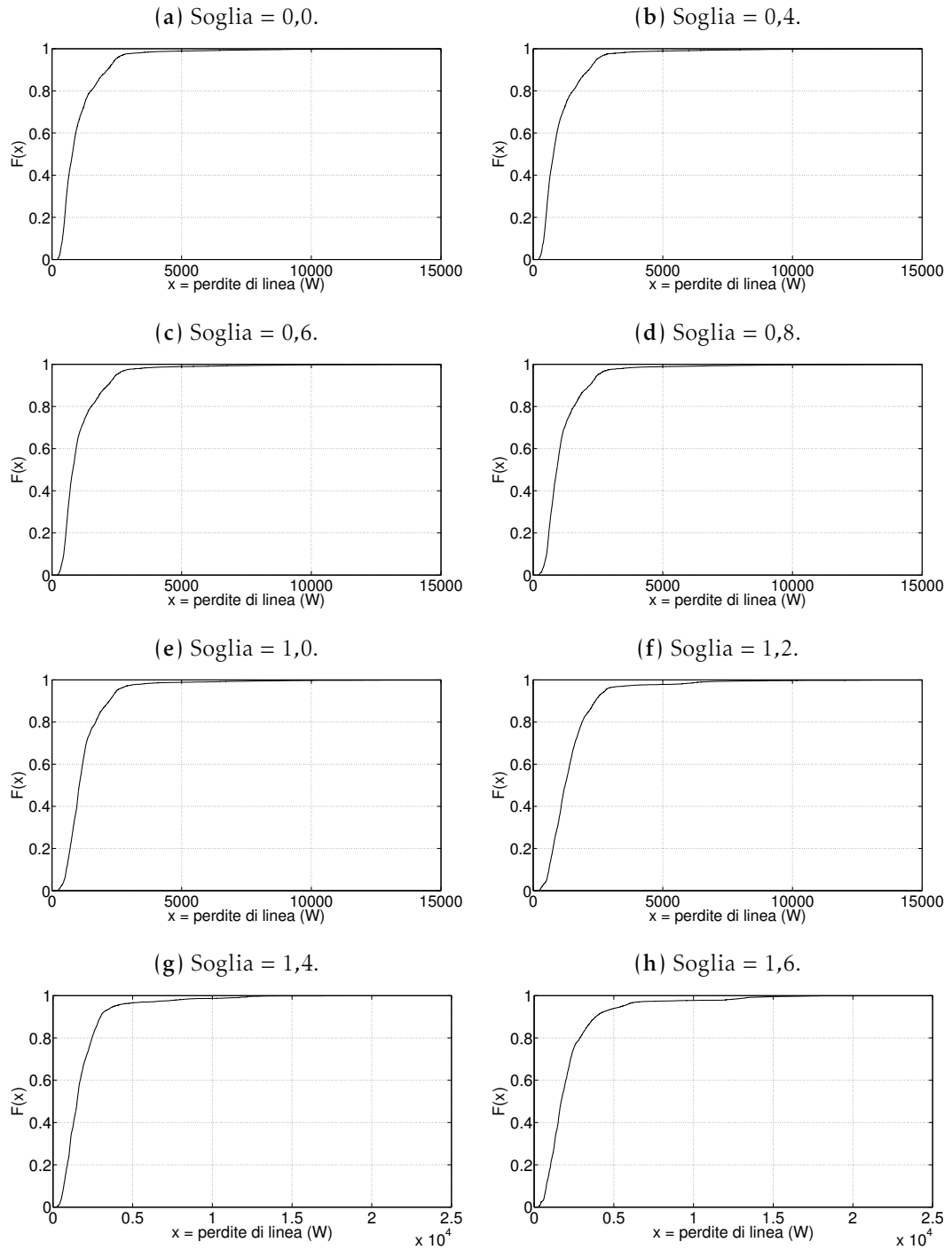


Figura 5.29: Simulazione 11; numero medio di nodi generatore coinvolti nel calcolo della corrente ottima nell’algoritmo approssimato (metodo B) in funzione del valore della soglia usato.

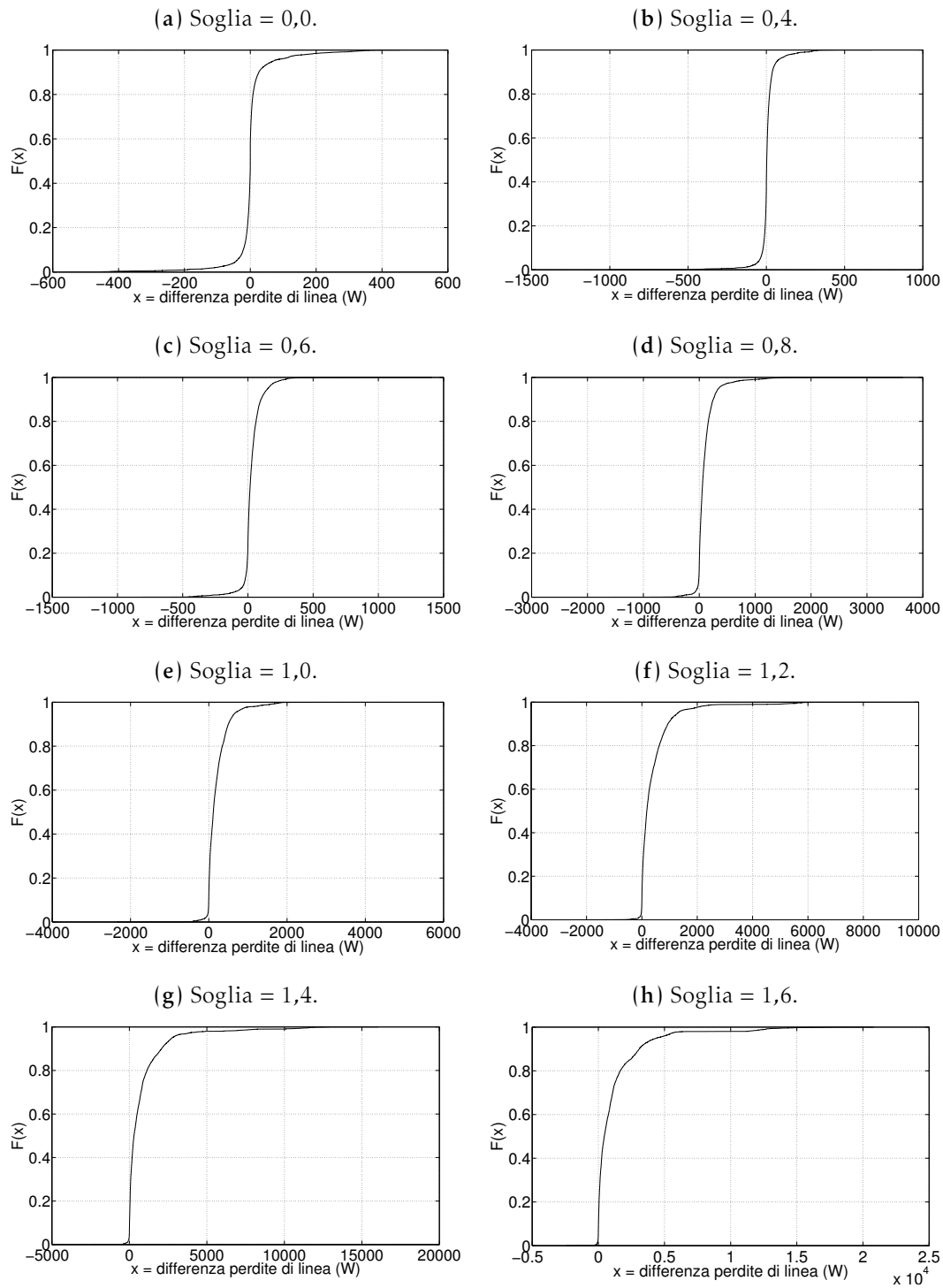




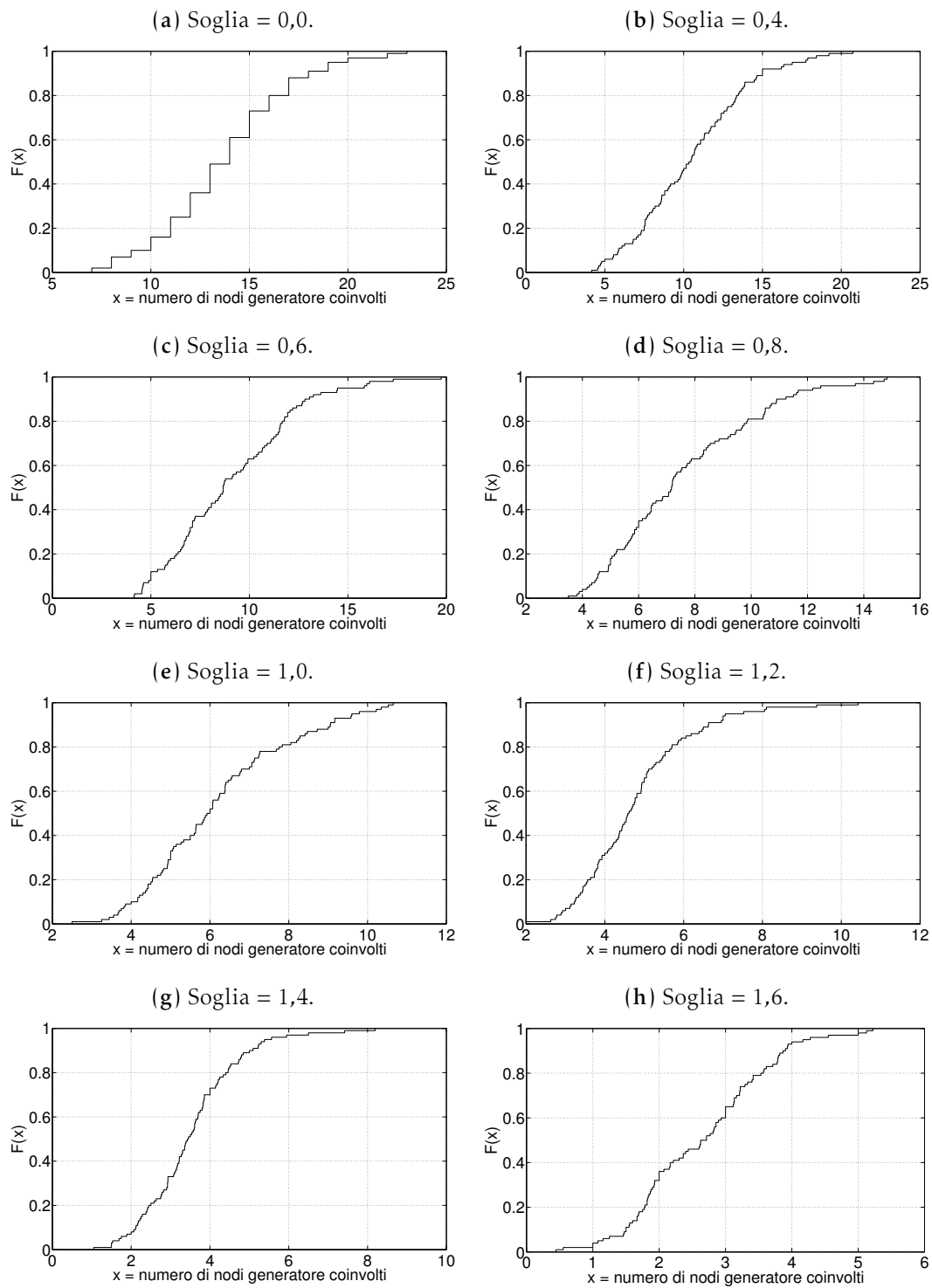
**Figura 5.30:** Simulazione 11; funzione di distribuzione delle perdite di linea ottenute con l'algoritmo approssimato (metodo B) in relazione al valore della soglia usato.



**Figura 5.31:** Simulazione 11; funzione di distribuzione della differenza delle perdite di linea ottenute con l’algoritmo approssimato (metodo B) e quello esatto in relazione al valore della soglia usato.



**Figura 5.32:** *Simulazione 11;* funzione di distribuzione del numero di nodi generatore coinvolti nell'algorithm approssimato (metodo B) in relazione al valore della soglia usato.



### 5.5.4 Simulazione 12

Questa prova è molto simile alla precedente: le reti sono generate casualmente con gli stessi parametri della simulazione 10 e si utilizza l'algoritmo proposto 1, nel quale le correnti vengono calcolate con il metodo di approssimazione B.

L'unica differenza rispetto alla simulazione precedente è che la probabilità che l'impedenza di un nodo carico si modifichi è pari a 0,05 in ogni istante: si simulano quindi delle reti nelle quali i carichi variano rapidamente.

I valori della soglia da cui dipende la scelta dei nodi trascurati utilizzati in questa simulazione variano da 0 (corrispondente al fatto di considerare necessaria la conoscenza dello stato di tutti i nodi) a 1,6.

In figura 5.33 sono riportate le perdite di linea, mediate su tutta la durata temporale della simulazione e su tutte le reti testate, ottenute con il calcolo approssimato (metodo B) della corrente ottima da iniettare in funzione del valore di soglia usato.

In figura 5.34 è riportato il numero medio (la media è relativa sia ai diversi nodi generatore della stessa rete, sia alle diverse reti testate) di nodi generatore i cui stati vengono tenuti in considerazione nel calcolo della corrente ottima da iniettare in funzione del valore di soglia usato.

Inoltre si riportano anche gli andamenti delle funzioni di distribuzione delle perdite di linea ottenute con l'algoritmo approssimato, delle differenze di perdite di linea trovate con l'algoritmo approssimato rispetto all'algoritmo esatto e del numero di nodi generatore il cui stato viene tenuto in considerazione nell'algoritmo approssimato. Queste funzioni di distribuzione sono riportate rispettivamente nelle figure 5.35, 5.36 e 5.37.

Si può notare che, nonostante le perdite sulle linee di distribuzione siano più alte rispetto a quelle ottenute nella simulazione 11 a causa delle variazioni più veloci delle impedenze dei nodi carico, gli andamenti delle perdite in funzione della soglia utilizzata per l'approssimazione sono molto simili.

Figura 5.33: Simulazione 12; perdite di linea medie ottenute con l'algoritmo approssimato (metodo B) in funzione del valore della soglia usato.

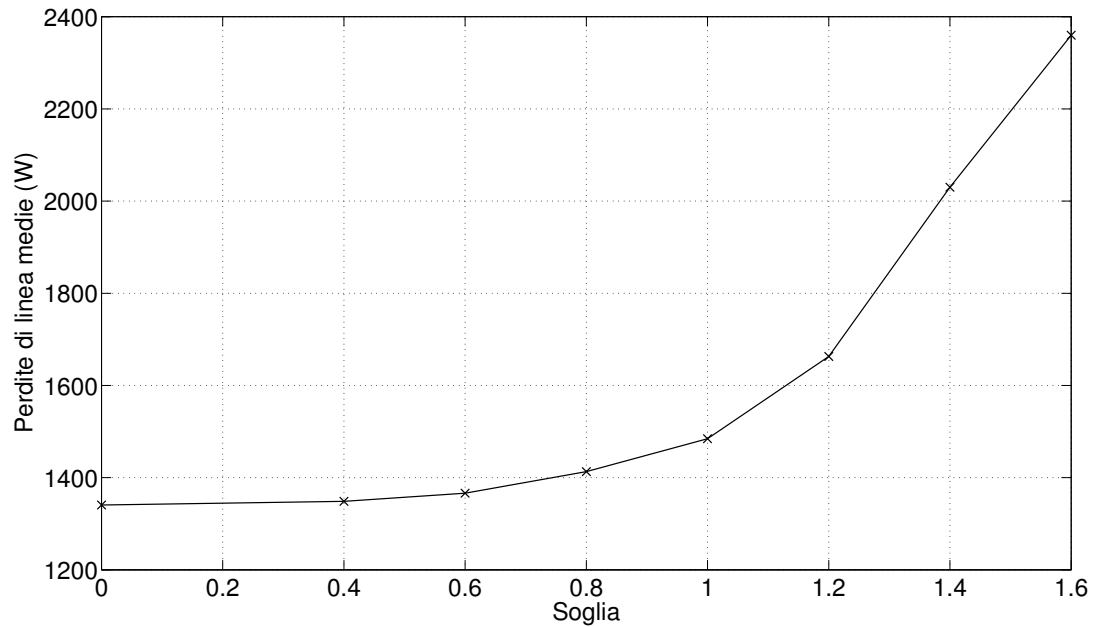
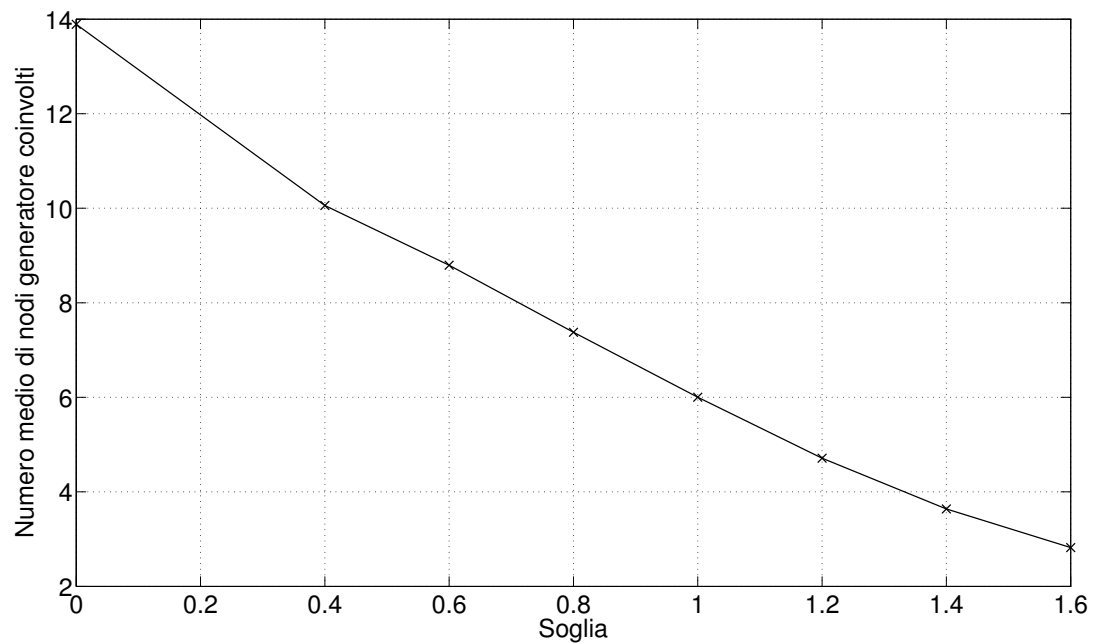
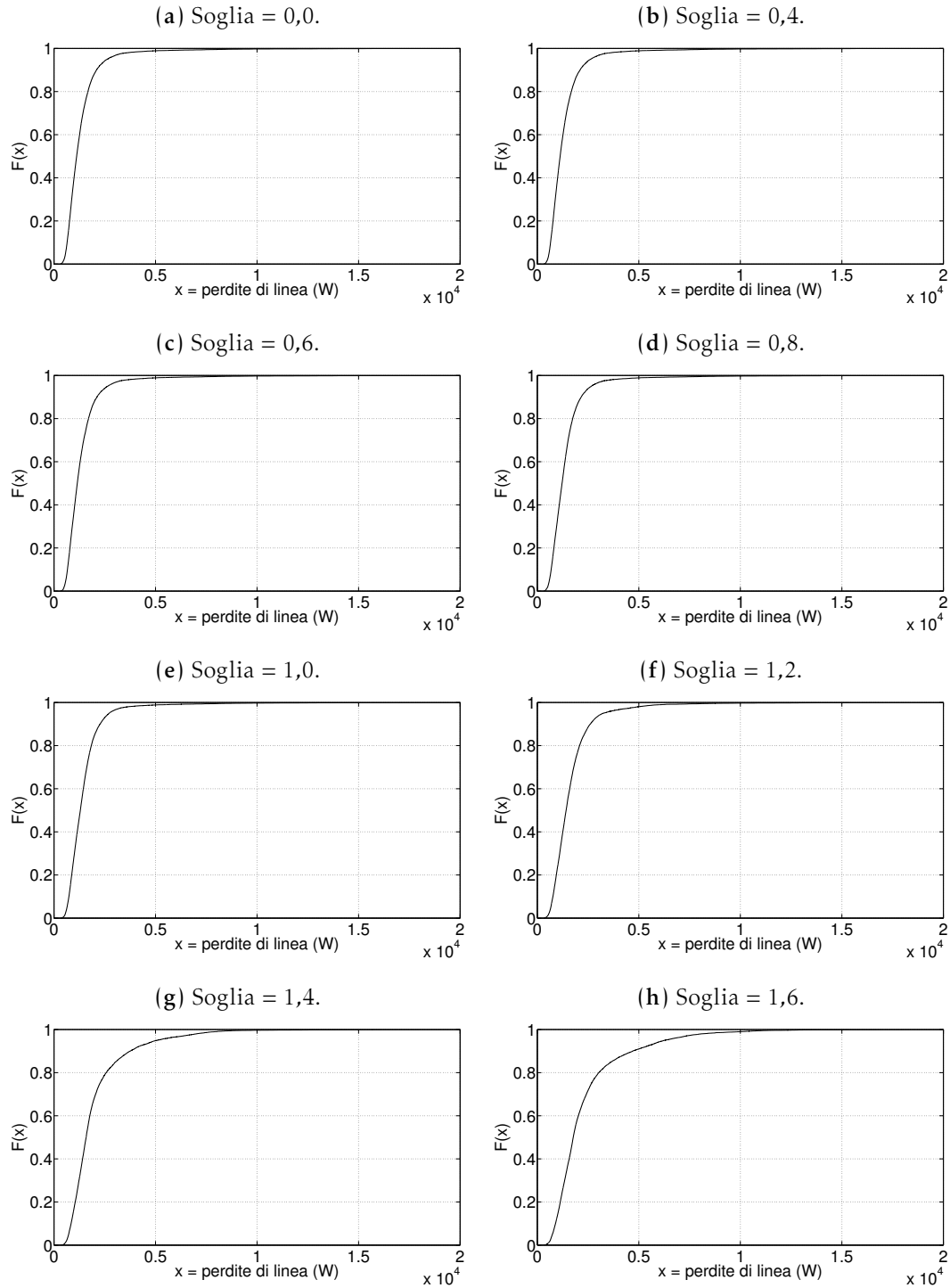


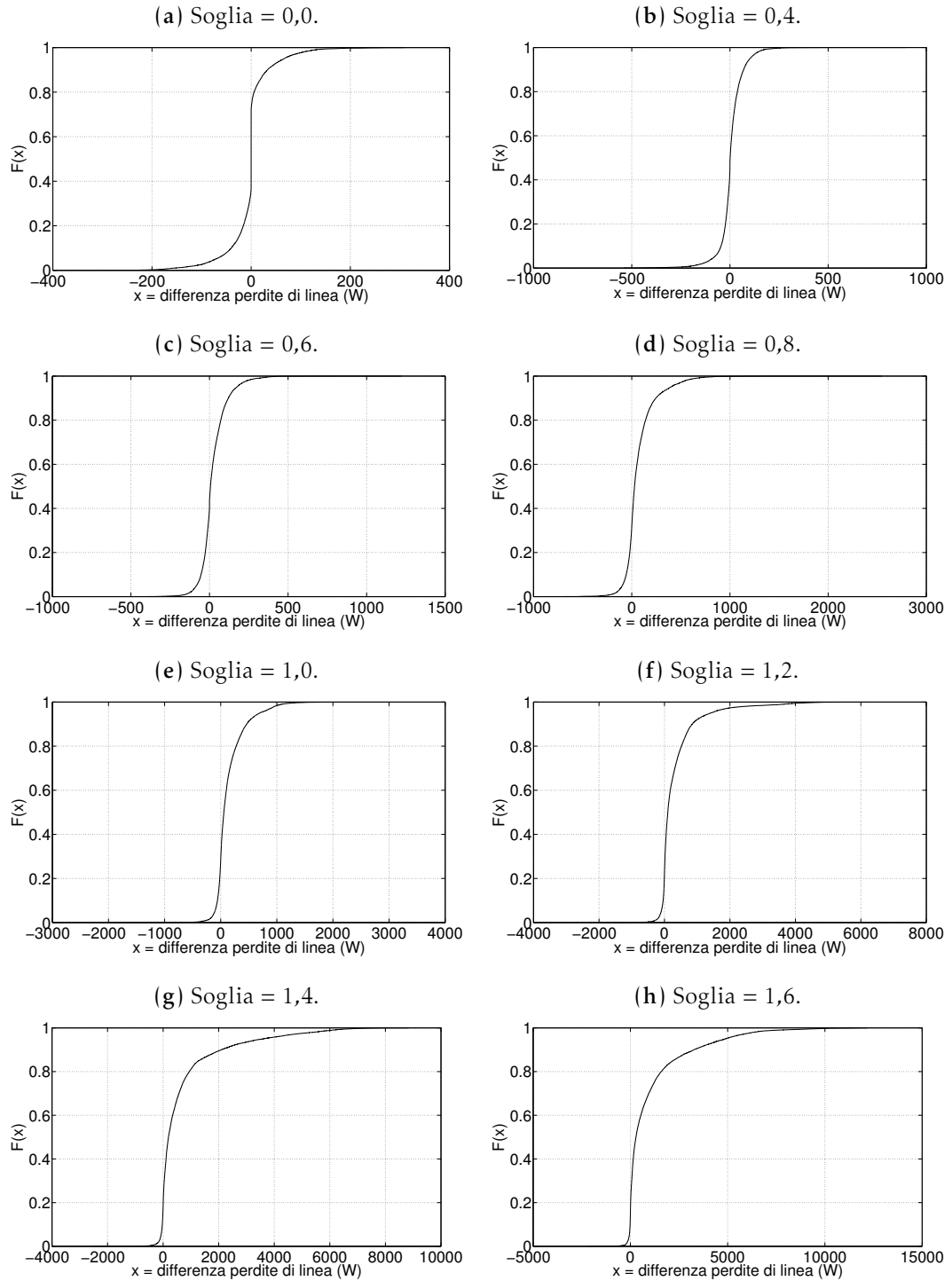
Figura 5.34: Simulazione 12; numero medio di nodi generatore coinvolti nel calcolo della corrente ottima nell'algoritmo approssimato (metodo B) in funzione del valore della soglia usato.



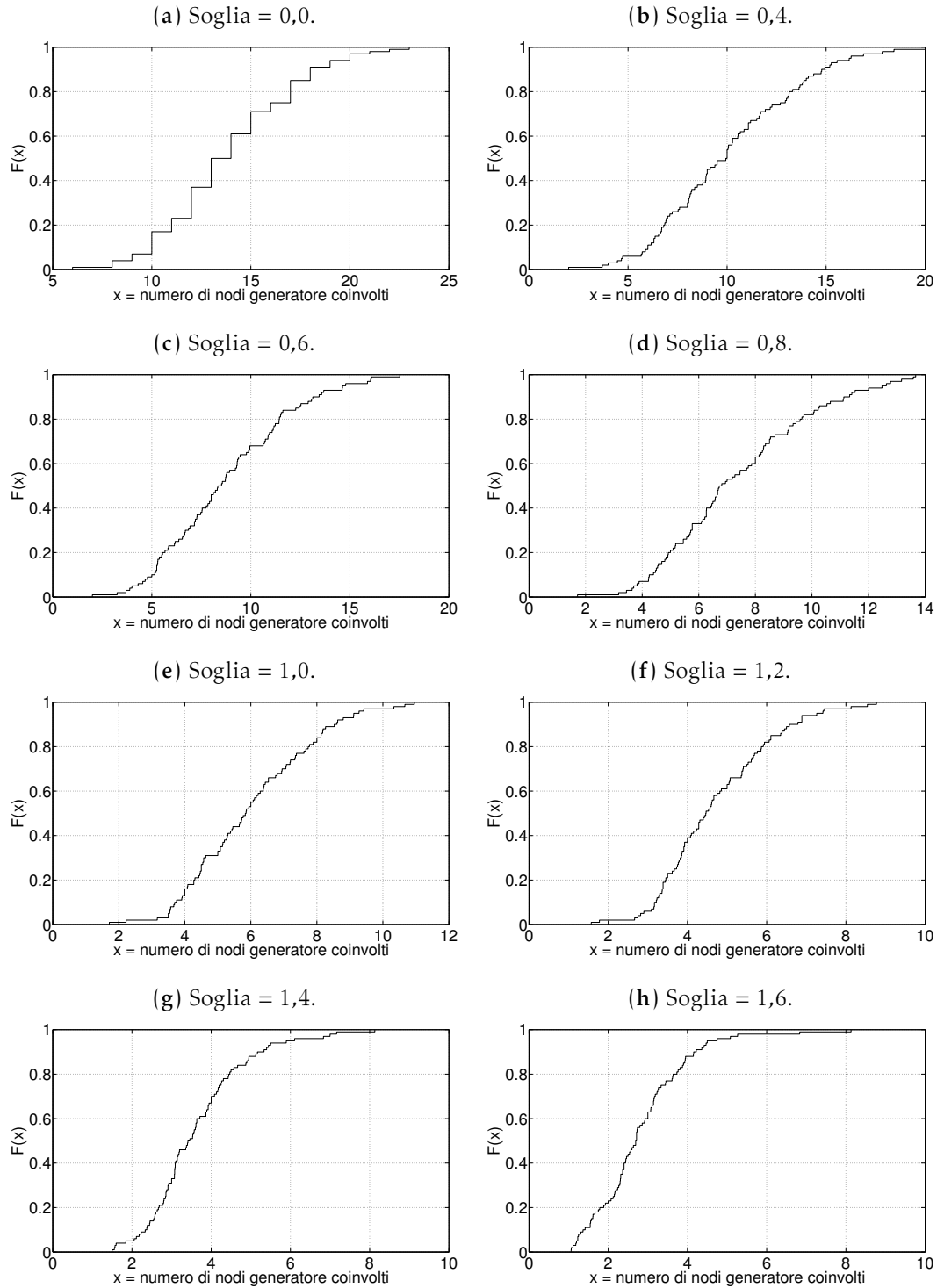
**Figura 5.35:** Simulazione 12; funzione di distribuzione delle perdite di linea ottenute con l’algoritmo approssimato (metodo B) in relazione al valore della soglia usato.



**Figura 5.36:** Simulazione 12; funzione di distribuzione della differenza delle perdite di linea ottenute con l'algoritmo approssimato (metodo B) e quello esatto in relazione al valore della soglia usato.



**Figura 5.37:** Simulazione 12; funzione di distribuzione del numero di nodi generatore coinvolti nell’algoritmo approssimato (metodo B) in relazione al valore della soglia usato.





## 6

# Conclusioni

A partire dai risultati esposti al capitolo 5 è possibile fare alcune considerazioni finali sul lavoro svolto.

Dalla risoluzione del problema dello scheduling ottimo si è trovato che, ai fini della minimizzazione delle perdite di linea, l'informazione più importante da aggiornare in seguito alla variazione dell'impedenza di un nodo carico è proprio la conoscenza che ha il nodo generatore più vicino al nodo carico che si è modificato del nuovo valore d'impedenza del nodo carico stesso.

Il motivo di ciò è facilmente intuibile. Infatti, se la potenza richiesta da ogni nodo carico viene fornita dal nodo generatore ad esso più vicino, non è necessario trasferire l'energia elettrica su lunghi tratti di linea di distribuzione che ovviamente causerebbero maggiori perdite.

Tuttavia, l'algoritmo utilizzato per trovare lo scheduling ottimo delle comunicazioni, che lavora scegliendo i messaggi ottimi da scambiare valutando la loro utilità immediata, sembra funzionare in modo corretto solo se il limite massimo sui messaggi scambiabili in ogni istante è pari a 1 o 2, mentre si blocca se  $M \geq 3$ . In quest'ultimo caso sarebbe quindi necessario ricorrere ad un algoritmo diverso e più complesso, che non abbia un funzionamento di tipo greedy, ma che tenga conto anche dell'evoluzione temporale delle perdite.

L'analisi dei due algoritmi proposti nei quali il calcolo della corrente ottima da iniettare dai nodi generatore viene svolto in modo esatto, utilizzando quindi la conoscenza di tutta la rete, mostra delle prestazioni migliori rispetto all'algoritmo token ring in tutte le prove effettuate.

Osservando più attentamente i risultati si nota che i due algoritmi proposti hanno prestazioni molto simili tra loro e molto vicine all'ottimo nel caso in cui le variazioni dei nodi carico non siano troppo rapide.

Invece, se i nodi carico si modificano velocemente, le prestazioni di entrambi gli algoritmi si allontanano dall'ottimo a causa dell'elevato numero di collisioni tra i messaggi e l'algoritmo proposto 1 sembra comportarsi mediamente meglio dell'algoritmo proposto 2.

Le prove eseguite utilizzando l'algoritmo proposto 1, ma calcolando la corrente ottima che i nodi generatori devono iniettare in modo approssimato, mostrano la validità dell'approssimazione applicata e quindi la possibilità di ottenere buone prestazioni nella risoluzione del problema dell'abbassamento delle perdite di linea in una smart grid anche senza che i nodi generatore abbiano una conoscenza completa dello stato della rete elettrica.

Naturalmente, se si usa il calcolo approssimato, le perdite sono superiori rispetto a quelle ottenibili a partire dalla conoscenza totale della rete. Tuttavia, fissando adeguatamente la soglia da cui dipende la scelta dei nodi dei quali non viene tenuto in considerazione lo stato nel calcolo della corrente ottima, è possibile avere buoni risultati anche limitando la quantità di informazioni conosciute dai nodi generatore. Questo può permettere la riduzione delle dimensioni dei messaggi, che altrimenti crescerebbero esattamente come il numero dei nodi presenti nella smart grid.

I due metodi di approssimazione trovati danno risultati paragonabili: non sembra cioè che, a parità del numero di nodi generatore tenuti in considerazione nel calcolo della corrente ottima, uno dei due metodi garantisca perdite più vicine a quelle ottenibili a partire dalla conoscenza completa della rete.

Si riporta ora qualche idea su come si potrebbe proseguire il lavoro svolto in questa tesi riguardante l'ottimizzazione delle comunicazioni applicate al contesto delle smart grid.

Un interessante sviluppo potrebbe essere lo studio dello scheduling delle comunicazioni in una smart grid in cui il canale della rete di telecomunicazioni non sia modellato come un singolo bus, ma da più bus distinti o parzialmente sovrapposti tra loro. Questo perché il modello della rete di telecomunicazioni usato, in cui il canale è condiviso da tutti i nodi, è una semplificazione valida nel caso in cui i nodi non siano troppo distanti tra loro. Invece, nell'eventualità

---

in cui i nodi siano lontani, può accadere che questi non possano comunicare direttamente, ma abbiano bisogno di uno o più nodi intermedi che inoltrino i messaggi utilizzando qualche algoritmo di routing.

Un'altra possibilità sarebbe quella di rivedere le considerazioni svolte in questa tesi cambiando la funzione obiettivo da minimizzare. Si potrebbe, per esempio, pensare di assegnare un costo all'energia iniettata da ciascun nodo attivo (modellando così una differenza di costo tra i diversi tipi di generazione di energia presenti all'interno della smart grid) e cercare di minimizzare il costo totale dell'energia immessa invece che le perdite sulle linee di distribuzione.



# Bibliografia

- [1] Fondazione U. Bordoni, “Green ICT, mercato elettrico e telecomunicazioni”. [Online]. Available: [http://www.fub.it/files/Green\\_ict.pdf](http://www.fub.it/files/Green_ict.pdf)
- [2] H. Farhangi, “The path of the smart grid”, *IEEE Power and Energy Magazine*, vol. 8, no. 1, pp. 18–28, Jan. 2010.
- [3] S. Galli, A. Scaglione and Z. Wang, “For the grid and through the grid: the role of power line communications in the smart grid”, *Proceedings of the IEEE*, vol. 99, no. 9, pp. 998–1027, Jun. 2011.
- [4] T. Erseghe and S. Tomasin, “Power flow optimization for smart micro grids by SDP relaxation on linear networks”, accepted on *IEEE Trans. on Smart Grids*, Sept. 2012.
- [5] P. Tenti, A. Costabeber, P. Mattavelli and D. Trombetti, “Distribution loss minimization by token ring control of power electronic interfaces in residential microgrids”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 10, pp. 3817–3826, Oct. 2012.
- [6] F. Blaabjerg, R. Teodorescu, M. Liserre and A.V. Timbus, “Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 53, no. 5, pp. 1398–1409, Oct. 2006.
- [7] A. Timbus, M. Larsson and C. Yuen, “Active management of distributed energy resources using standardized communications and modern information technology”, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 10, pp. 4029–4037, Oct. 2009.
- [8] G.N. Srinivasa Prasanna, A. Lakshmi, S. Sumanth, V. Simha, J. Bapat and G. Koomullil, “Data communication over the smart grid”, *IEEE Int. Symp. on Power Line Communications and Its Applications*, pp. 273–279, Mar. 2009.
- [9] J. De La Ree, V. Centeno, J.S. Thorp and A.G. Phadke, “Synchronized phasor measurement applications in power systems”, *IEEE Trans. on Smart Grid*,

- vol. 1, no. 1, pp. 20–27, Jun. 2010.
- [10] B.H. Kim and R. Baldick, “Coarse-grained distributed optimal power flow”, *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 12, no. 2, pp. 932–939, May 1997.
- [11] A.Y.S. Lam, B. Zhang and D. Tse, “Distributed algorithms for optimal power flow problem”. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1109.5229v1>
- [12] G.A. Pagani and M. Aiello, “Towards decentralized trading: a topological investigation of the dutch medium and low voltage grids”. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1101.1118v4>