



UNIVERSITA DEGLI STUDI DI PADOVA

Facoltà di Scienza Statistiche

Corso di laurea specialistica in:

Scienza Statistiche Economiche, Finanziarie e Aziendali

TESI di LAUREA

**Una stima del gap disoccupazionale europeo con modelli
neo-Keynesiani**

RELATORE: Prof. Efrem Castelnuovo

LAUREANDO: Jacopo Polito

MATRICOLA: 589225-SEA

Anno Accademico 2010/2011

Indice

Indice	3
Capitolo 1	
1.1 Introduzione.....	5
1.2 Analisi della letteratura: il NAIRU.....	6
1.3 Cosa si intende per gap disoccupazionale.....	7
Capitolo 2	
2.1 Stima Bayesiana dei modelli DSGE.....	9
2.2 Modello Empirico.....	12
2.3 Analisi dei dati.....	14
2.4 Analisi Empirica.....	20
2.5 Funzioni di densità a Priori.....	22
2.6 Convergenza del modello.....	24
2.7 Stima a Posteriori.....	27
2.8 Funzioni di risposta ad impulso (IRF).....	35
2.9 Decomposizione della Varianza (FEVD).....	39
2.10 Analisi della variabile latente.....	41
Capitolo 3	
3.1 Convergenza.....	50
3.2 Stime a posteriori.....	51
3.3 Decomposizione della varianza (FEVD).....	57
3.4 Analisi della variabile latente.....	59
Conclusioni	63
Appendice Tecnica	65

Bibliografia.....75

Capitolo 1

1.1 Introduzione

Questo lavoro si occupa di stimare un modello Neo-Keynesiano del ciclo economico nel periodo 1995- 2009 al fine di identificare il ruolo giocato dalla politica monetaria e dagli shock macroeconomici (quali quello all'inflazione e al tasso di interesse) nel determinare la volatilità del gap disoccupazionale .

Partendo dalle idee di Friedman (1968) e Phelps (1967, 1968) andremo a creare un modello DSGE (modello di equilibrio economico generale) con metodi Bayesiani.

Ottenendo con il filtro di Kalman la serie che rappresenta il NAIRU, andremo a calcolare il gap-disoccupazionale (disoccupazione totale-NAIRU) e lo confronteremo con metodi di stima non più basati su principi macroeconomici, ma su metodologie matematiche e statistiche.

1.2 Analisi della letteratura: il NAIRU

Come riportato da Ball e Mankew in *The NAIRU in Theory and Practice* (2002) il NAIRU (non-accelerating inflation rate of unemployment), è un importante base della teoria del ciclo economico. Questo costrutto macroeconomico ha origini molto antiche che possiamo infatti ritrovare nelle parole di un classico di Hume intitolato *Of money* (1752). Parafrasando, il succo di ciò che esprime è: "Risulta facile tracciare il progresso monetario in una repubblica, dove prima si dovrebbe aumentare la diligenza di ogni individuo e poi aumentare il prezzo del lavoro". Il concetto sottostante ha motivato la gran parte delle teorie macroeconomiche moderne. Qualcuno ha anche preso posizioni diametralmente opposte spiegando che il mercato monetario non ha peso nello spiegare le fluttuazioni della produzione e dell'occupazione. Questa visione al momento ricopre una posizione minoritaria nella teoria macroeconomica.

Sembra infatti innegabile che i cambiamenti nella politica monetaria e nella domanda aggregata spingono inflazione e tasso di disoccupazione in direzioni diverse nel breve periodo. Questo trade-off tra inflazione e disoccupazione risulta di difficile comprensione scatenando un insieme di teorie contrastanti e non riuscendo a creare un consenso unanime. In questo contesto si inserisce il concetto di NAIRU.

Dal punto di vista pratico la determinazione del NAIRU risulta difficile da raggiungere soprattutto perché cambia nel tempo. L'economia nel corso degli anni ha sperimentato diversi shock di inflazione e disoccupazione e alla luce dei fatti sembra facile determinare il NAIRU, come tasso naturale, se la disoccupazione è coerente con un'inflazione stabile (Friedman 1968).

Gli spostamenti nella domanda aggregata derivanti dalla politica monetaria hanno un impatto di breve periodo sulla disoccupazione. Nel lungo periodo invece la disoccupazione invece torna sempre al suo tasso naturale che non è influenzato dalla domanda aggregata.

1.3 Cosa si intende per gap disoccupazionale

Come già detto precedentemente il gap disoccupazionale è la differenza tra tasso di disoccupazione totale e NAIRU.

$(u-\bar{u})$

\bar{u} Rappresenta il tasso naturale di disoccupazione non accelerato dall'inflazione (NAIRU). Questo ci porta a poter considerare questo tasso come sinonimo di tasso naturale di disoccupazione cioè indica il livello a cui nel lungo periodo tende la disoccupazione.

La differenza $(u-\bar{u})$ rappresenta quindi la differenza tra disoccupazione e tasso naturale evidenziando la componente ciclica della disoccupazione.

Guardando il problema da un'altra prospettiva prendendo in considerazione il lavoro di Blanchard, Summers \bar{u} può rappresentare invece il tasso di disoccupati di lungo periodo. La disoccupazione infatti viene considerata composta di due parti. Una rappresentata dai disoccupati di breve periodo, coloro che hanno da poco perso l'impiego e cercano un reintegro nel mondo del lavoro. Il numero di questi disoccupati dipende dall'andamento economico del paese in cui si trovano ed il tasso che descrive la percentuale di questi sul totale della forza lavoro risulta avere un andamento ciclico.

La parte di disoccupati che invece viene descritta dalla disoccupazione di lungo periodo è una parte relativamente piccola dei non lavoratori e poco volatile. Questa rappresenta appunto il numero di disoccupati di lungo periodo, cioè le persone che non fanno parte del mondo lavorativo da più anni. Dopo anni di assenza sembra infatti innescarsi una sorta di pigrizia nei soggetti che tendono ad affievolire l'impegno nella ricerca di un nuovo lavoro. Questo probabilmente è dovuto al fatto che se una persona non ha un impiego da parecchio tempo o ha trovato qualche altra forma di reddito (più o meno lecita), o comunque verrà preso meno in considerazione per il reintegro, che renderà la sua assenza dal mondo del lavoro indipendente dall'andamento delle politiche nazionali.

Il NAIRU che andremo quindi a calcolare con il modello DSGE cercherà quindi di essere coerente con entrambe le considerazioni fatte precedentemente. Otterremo quindi una serie centrata in 0 atta a spiegare i movimenti indipendenti dalle fluttuazioni inflazionistiche della disoccupazione.

Capitolo 2

2.1 Stima Bayesiana dei modelli DSGE

Il modello DSGE è un modello di equilibrio economico generale. Questo modello tenta di spiegare i fenomeni riguardanti gli aggregati economici, come la crescita e il ciclo economico e gli effetti della politica monetaria e fiscale. Il DSGE è quindi un modello dinamico in quanto studia come evolve il sistema economico nel tempo ed è inoltre stocastico in quanto tiene conto della presenza di shock casuali.

Una delle ragioni principali per cui in macroeconomia si è iniziato ad utilizzare questi modelli preferendoli ai tradizionali modelli di previsione come VAR e SEM, sta nel fatto che i modelli in forma ridotta fanno previsioni poco probabili perché basate su correlazioni passate (critica di Lucas). Lucas sostiene infatti che tali relazioni potrebbero cambiare quando vengono introdotte nuove politiche, rendendo non valide le previsioni condizionate alle politiche precedenti. I modelli DSGE superano appunto questa critica perché costruiti sulla base delle preferenze degli agenti, che possono dire se le politiche considerate sono pareto ottimali e come soddisfino altri criteri di benessere sociale derivanti dalle loro preferenze.

Per stimare i modelli DSGE viene utilizzato il metodo di stima Bayesiano. Viene attribuita una distribuzione a priori ai parametri di interesse. Questa viene poi combinata con la verosimiglianza ottenuta dai dati e ci permette di ottenere la distribuzione a posteriori. Questo approccio ci permette di formalizzare l'uso

delle distribuzioni a priori provenienti dai precedenti studi macroeconomici, e l'utilizzo di queste per i parametri strutturali e rende più stabile l'ottimizzazione non lineare dell'algoritmo di calcolo.

La verosimiglianza viene, per così dire, pesata dalle distribuzioni date a priori in modo da attribuire maggior rilevanza ad alcune porzioni dello spazio parametrico.

Applicando il teorema di Bayes andiamo a combinare le nostre distribuzioni a priori con la verosimiglianza. Possiamo considerare θ il vettore dei parametri di nostro interesse e chiamiamo A il nostro modello, $p(\theta|A)$ è quindi la nostra distribuzione a priori alla quale noi andremo ad attribuire una distribuzione opportuna.

Dato Y_t con $t \in \{1, \dots, T\}$ che rappresenta la matrice delle osservazioni raccolte, la verosimiglianza descrive la sua funzione di densità $p(Y_t|\theta, A)$.

Data priori e verosimiglianza la distribuzione a posteriori è quindi:

$$p(\theta|Y_t, A) = \frac{p(Y_t|\theta, A) * p(\theta|A)}{p(Y_t|A)}$$

con $p(Y_t|A) = \int_{\theta \in \Theta} p(\theta, Y_t|A) d\theta$ che rappresenta la densità marginale dei dati condizionata al modello e Θ è lo spazio parametrico.

La funzione di verosimiglianza viene stimata con il filtro di Kalman, utilizzato da Sargent (1989), che permette di aggiustarla ad ogni osservazione.

Ottenere la distribuzione a posteriori non è però immediato perchè non è funzione lineare in θ e non è nota. Bisogna infatti simularla attraverso un algoritmo. A questo scopo dato utilizziamo l'applicazione di Matlab chiamata Dynare ci serviamo dell'algoritmo di Metropolis-Hastings. Questo algoritmo torna molto utile per calcolare le distribuzioni a posteriori del nostro modello. Esso infatti agisce in 2 stadi. Nel primo fornisce la moda a posteriori ($\hat{\theta}$), cioè il

punto in cui a posteriori i parametri andranno a collocarsi con la probabilità più alta. Per poi simulare l'intera distribuzione a partire dalla moda fino alle code procede nel modo seguente:

- seleziona a caso un punto $\theta' = \underline{\theta} + \varepsilon$ con $\varepsilon \sim N(0, \Sigma)$ dove Σ è l'inverso della matrice Hessiana calcolata nella moda a posteriori di θ .
- Il punto θ' essendo scelto in modo casuale può appartenere o meno alla distribuzione quindi per decidere se accettare o meno questo punto come facente parte della nostra distribuzione a posteriori si applica il rapporto

$$r = \frac{f(\theta'|T)}{f(\underline{\theta}|T)},$$

e lo si confronta con un punto u , realizzazione di una distribuzione $U(0,1)$.

Se $r > u$ θ' viene accettato altrimenti si rifiuta.

- Una volta accettato θ' si continuerà ad applicare questo procedimento in cui la moda a posteriori $\underline{\theta}$ verrà sostituita come termine di paragone da θ' .

Questo procedimento di selezione di punti deve essere ripetuto un numero sufficientemente grande di volte in modo da ottenere una distribuzione a posteriori sempre più precisa, nello specifico della nostra analisi 500.000 volte.

Risulta importante sottolineare che un ruolo molto importante in questo meccanismo è ricoperto da Σ o meglio dal fattore scalare c posto davanti ad esso ($\varepsilon \sim N(0, c\Sigma)$). Tanto più c è piccolo tanto più il rapporto r sarà elevato e viceversa. La matrice di varianza e covarianza dell'errore verrà quindi aggiustata in modo da ottenere un tasso di accettazione compreso tra il 23% e il 40%. Questo intervallo viene scelto per evitare di cadere in casi in cui si accetta o si rifiuta sempre o quasi. Rifiutando sempre si incorrerebbe nel problema di trovare solamente la moda non riuscendo a disegnare il resto della distribuzione. Nel caso opposto se accettassimo sempre il problema sarebbe quello di avere

una distribuzione uniforme in cui ovunque vi sarebbe la stessa frequenza.

2.2 Modello Empirico

Il modello DSGE che andremo quindi ad analizzare è il seguente:

$$\pi_t = \gamma_\pi \pi_{t+1}^e + (1 - \gamma_\pi) \pi_{t-1} - \kappa_u (u_t - \bar{u}_t) + v_t^\pi \quad (1.1)$$

$$R_t = \Phi_R R_{t-1} + (1 - \Phi_R) [\alpha_\pi \pi_t - \alpha_u (u_t - \bar{u}_t)] + v_t^R \quad (1.2)$$

$$u_t - \bar{u}_t = \rho_u (u_{t-1} - \bar{u}_{t-1}) + \tau_u (R_t - \pi_t) + v_t^u \quad (1.3)$$

$$\bar{u}_t = \theta_{\bar{u}} \bar{u}_{t-1} + \varepsilon_t^{\bar{u}} \quad (1.4)$$

In (1.1) viene rappresentata l'equazione di Friedman (1968) leggermente modificata. Si cerca di spiegare il trade-off tra inflazione e disoccupazione. π_{t+1}^e rappresenta l'aspettativa di inflazione mentre π_{t-1} è l'inflazione passata; entrambe vengono pesate in modo complementare a 1 da γ_π . Il gap disoccupazionale rappresentato da $(u_t - \bar{u}_t)$ viene pesata tramite il parametro κ_u .

La seconda equazione (1.2) cattura la relazione della politica monetaria alle oscillazioni del gap di inflazione e disoccupazione. Il parametro di *interest rate smoothing* Φ_R è il peso assegnato al tasso di interesse nominale ritardato al tempo t-1. Rispettando la regola di Taylor standard viene inclusa in questa equazione anche il gap disoccupazionale. Vengono pesati con Φ_R in modo complementare a 1 la somma tra l'apporto dell'inflazione e del gap disoccupazionale pesati rispettivamente da α_π e α_u .

L'equazione (1.3) analizza invece il gap disoccupazionale.

Il parametro ρ_u pesa l'influenza del passato nella determinazione del gap attuale mentre τ_u indica l'influenza da attribuire alla differenza tra i tassi di interesse nominale e di inflazione.

La quarta equazione (1.4) indica un processo autoregressivo stazionario AR(1) nella determinazione del NAIRU, in cui $\varepsilon_t^{\bar{u}} \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_{\bar{u}}^2)$

I termini erratici v_t^π , v_t^u , v_t^R , rappresentano gli errori delle prime tre equazioni e seguono processi AR(1):

$$v_t^\pi = \theta_\pi v_{t-1}^\pi + \varepsilon_t^\pi \quad \text{dove } 0 < \theta_\pi < 1 \text{ e } \varepsilon_t^\pi \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_\pi^2) \quad (1.5)$$

$$v_t^u = \theta_u v_{t-1}^u + \varepsilon_t^u \quad \text{dove } 0 < \theta_u < 1 \text{ e } \varepsilon_t^u \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2) \quad (1.6)$$

$$v_t^R = \theta_R v_{t-1}^R + \varepsilon_t^R \quad \text{dove } 0 < \theta_R < 1 \text{ e } \varepsilon_t^R \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_R^2) \quad (1.7)$$

2.3 Analisi dei dati

Per l'analisi che si farà sono necessari dati sintetici relativi all'area dell'Euro.

La fonte dei dati è la OECD Economic indicators, che considera la cosiddetta Euro 12, cioè le prime 12 nazioni europee in cui è entrato in vigore l'euro nel 2000.

Questi 12 stati sono: Belgio, Francia, Olanda, Germania, Irlanda, Austria, Grecia, Italia, Portogallo, Spagna, Lussemburgo, Finlandia.

I dati considerati sono dati trimestrali relativi a inflazione, tasso di interesse nominale a breve termine e tasso di disoccupazione.

L'orizzonte temporale in cui essi vanno ad inserirsi va dal primo trimestre del 1995 fino al terzo del 2009.

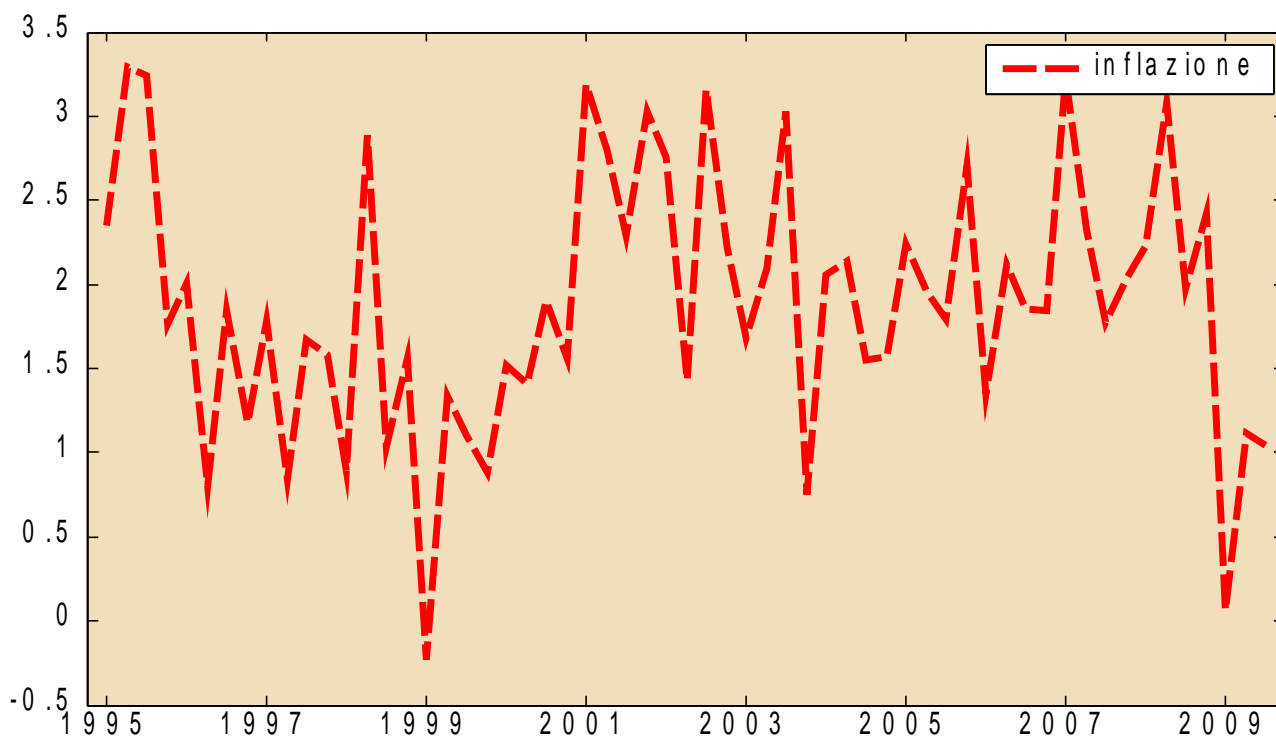


figura 2.1: Inflazione(1995-2009)

L'inflazione è una misura economica che riflette la crescita dei prezzi a partire da un anno base. Viene calcolato come rapporto tra Pil nominale e Pil reale, risulta quindi essere il Pil misurato in valuta corrente, cioè depurato dalle variazioni dei prezzi dei beni prodotti e il reale valore della produzione misurato a prezzi costanti rispetto ad un anno base. La serie che risulta sembra molto instabile nel breve periodo. Il punto di massimo che va a toccare si trova tra il 3 e il 3.5 intervallo in cui arriva in più occasioni 1995, 2001, 2002e 2007. Per quanto riguarda il minimo della serie risulta essere di poco inferiore di 0 ed è stato raggiunto nel 1999 un nuovo picco verso il basso si è raggiunto nel 2009 in cui nel pieno della crisi economica mondiale l'inflazione è scesa a circa 0.

La media di questa serie storica è circa 1.9, chiaramente si nota come per raggiungere i punti di minimo ci si sia spostati maggiormente rispetto al raggiungimento dei punti di massimo.

Importante è notare l'andamento della parte finale della serie in cui abbiamo un improvviso abbassamento inflazionistico a cui è seguito un leggero aumento che però l'ha riportata a un livello di circa un punto sotto la media.

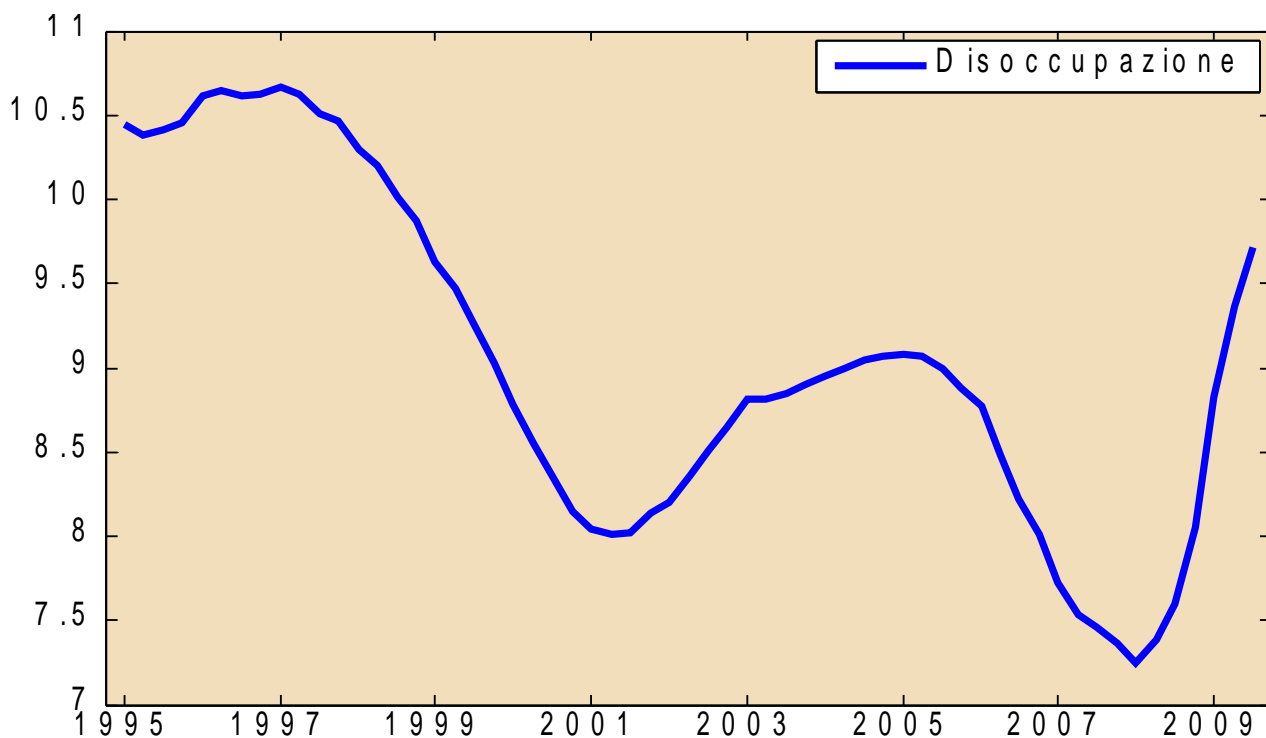


figura 2.2: Tasso di disoccupazione (1995-2009)

La serie che rappresenta il tasso di disoccupazione sembra caratterizzata da una certa volatilità dato che si notano momenti in cui supera il 10% a momenti in cui scende al di sotto dell'8%.

Vi è una diminuzione graduale, anche se non costante, di questo tasso negli anni fino al 2007. Si nota inoltre la presenza di una certa ciclicità che rende la serie storica altalenante negli anni. Ogni tre anni si nota un cambio tendenziale che fa alternare fasi di crescita e di decrescita.

Nell'ultimo periodo con l'avvento della crisi si nota che questo tasso è salito notevolmente nel giro di poco più di un anno ritornando a livelli simili ai primi anni considerati e vanificando i miglioramenti che vi erano stati.

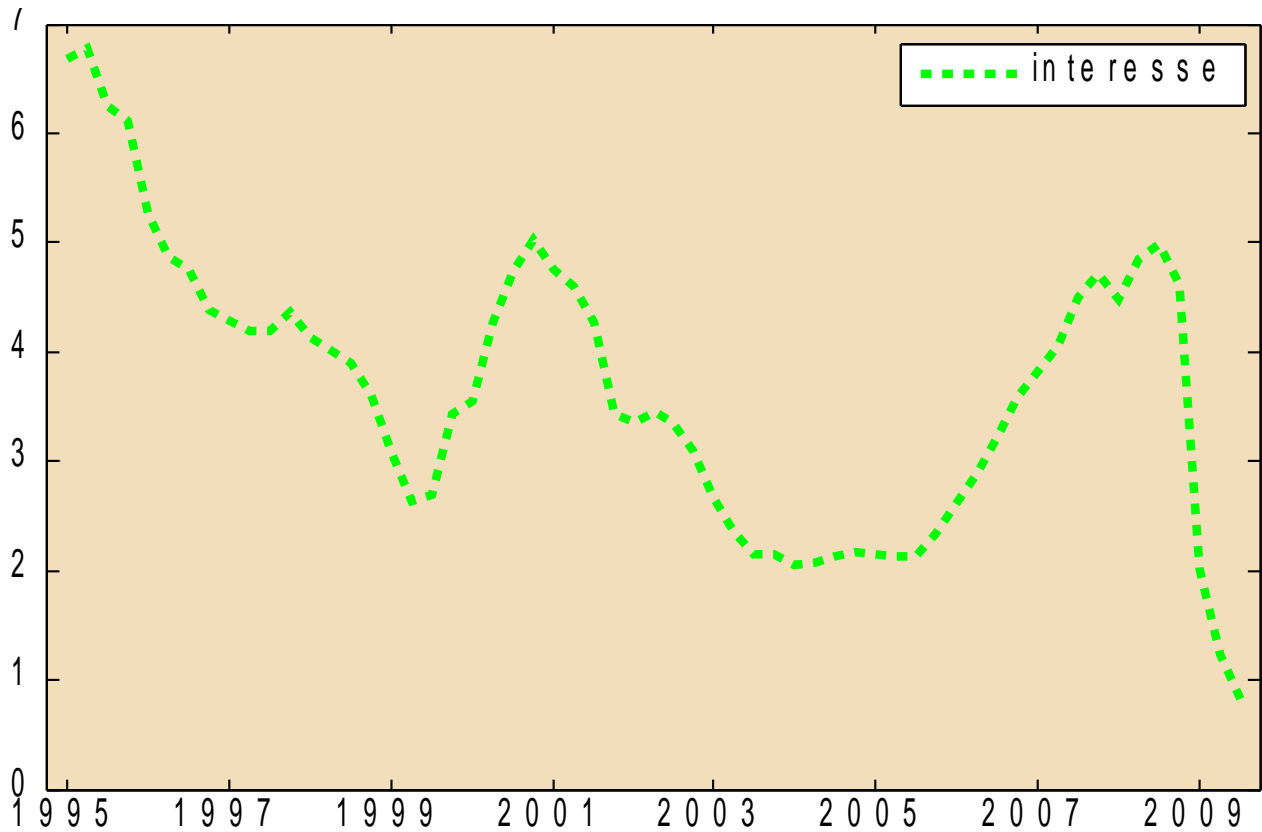


figura 2.3: Tasso di interesse nominale (1995-2009)

Per quanto riguarda il tasso di interesse nominale, nei primi tre anni considerati ha un andamento decrescente poi compensato ad intervalli regolari fino ad arrivare ad un massimo che corrisponde a circa il 5% nel 2008. Questa ciclicità sembra comunque irregolare rispetto a quella che si osserva nel tasso di disoccupazione infatti fin al 2008 notiamo che le fasi di crescita sono molto più veloci rispetto a quelle di decrescita.

Nei periodi successivi abbiamo una drastica diminuzione che arriva a toccare un minimo storico alla fine del 2009. Il tasso di interesse è correlato positivamente tramite la regola di Taylor al Pil per questo si nota un andamento più o meno simile seppur lisciato, risultando stazionario in varianza anche se non in media.

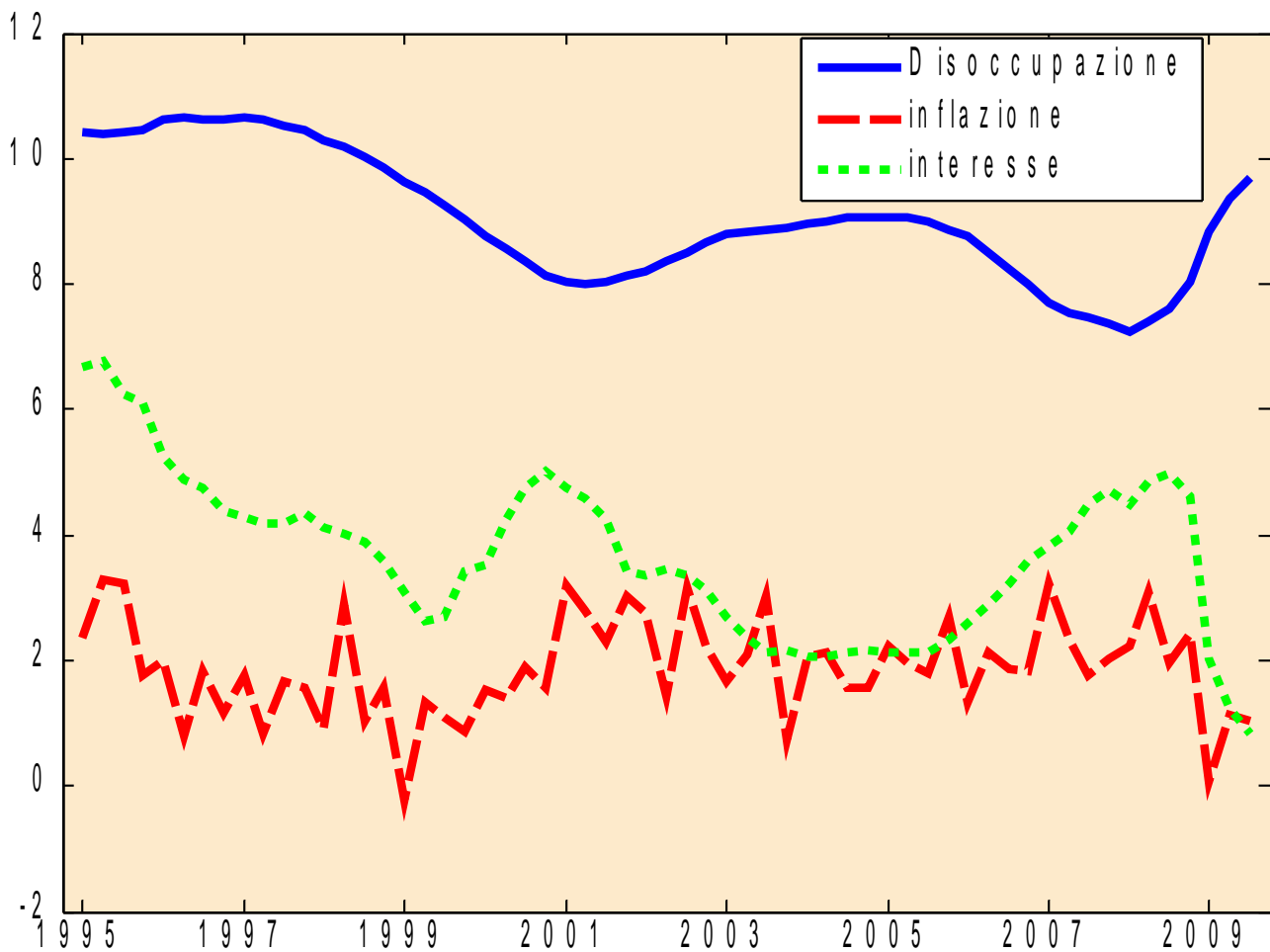


figura 2.4: Tassi (1995-2009)

Analizzando questo grafico che mostra tutte e tre le serie in analisi notiamo come tranne nel periodo iniziale fino al 1999 la serie del tasso di disoccupazione sembra avere delle oscillazioni opposte al tasso di interesse.

Quando uno dei due è in crescita l'altro risulta avere una fase di decrescita e vice versa. La serie del tasso di interesse è quella che presenta le maggiori oscillazioni e sembra seguire un trend discendente abbastanza marcato.

Per quanto riguarda l'inflazione non sembra avere particolari legami con le altre 2 serie e anche se nel breve periodo sembra abbastanza incostante nel lungo

sembra mantenersi stazionaria in media anche se come già detto sembra abbassarsi nel periodo finale.

	Disoccupazione	Inflazione	Interesse
Media	9.0376	1.8834	3.6683
Disoccupazione	1.0208		
Inflazione	-0.3119	0.7884	
Interesse	0.1634	0.3142	1.3067

Tabella 2.1: media, std deviation e correlazione (1995-2009)

Possiamo implementare le osservazioni fatte dall'analisi grafica osservando le statistiche descrittive in tabella 2.1.

La prima riga ci mostra le medie delle serie analizzate.

La seconda parte invece presenta una matrice sulla cui diagonale ci sono le deviazioni standard e fuori da essa i coefficienti di correlazione tra le serie.

Osservando la diagonale possiamo confermare quanto emerso dall'analisi grafica.

Il tasso di interesse nominale ha la volatilità maggiore seguito dal tasso di disoccupazione. L'inflazione invece è l'unica ad avere la deviazione standard minore di 1.

Guardando le correlazioni tra le serie notiamo una correlazione di circa 31% tra inflazione e tasso di interesse, e tra inflazione e disoccupazione che però è invertita di segno. Sia la disoccupazione che l'interesse sembrano avere un rapporto inversamente proporzionale, che spiega allo stesso modo l'inflazione.

Per quanto riguarda la correlazione tra interesse e disoccupazione risulta di circa il 16%.

2.4 Analisi Empirica

Il modello descritto in precedenza viene stimato attraverso l'analisi Bayesiana.

Vengono considerati: il vettore dei parametri strutturali $\xi = (\tau_u, \rho_u, \alpha_u, \Phi_R, \alpha_\pi, \gamma_\pi, \kappa_u, \beta, \theta_{\bar{u}}, \theta_u, \theta_R, \theta_\pi)$, il vettore delle variabili endogene $Z_t = (\pi_t, u_t, \bar{u}_t, R_t)$, lo shock esogeno $\varepsilon_t = (v_t^\pi, v_t^R, v_t^u)$, il vettore delle innovazioni $\eta_t = (\varepsilon_t^{\bar{u}}, \varepsilon_t^u, \varepsilon_t^R, \varepsilon_t^\pi)$, e il vettore delle osservazioni $Y_t = (\pi_t^{\text{oss}}, u_t^{\text{oss}}, R_t^{\text{oss}})$.

Il modello viene quindi espresso nella forma state space:

$$\begin{pmatrix} Z_t \\ \varepsilon_t \end{pmatrix} = A(\xi) \begin{pmatrix} Z_{t-1} \\ \varepsilon_{t-1} \end{pmatrix} + B(\xi) \eta_t$$

$$Y_t = C(\xi) \begin{pmatrix} Z_t \\ \varepsilon_t \end{pmatrix}$$

Questo sistema in forma state space è formato da 2 gruppi di equazioni, il primo rappresenta l'equazione strutturale che lega variabili endogene ed esogene, la seconda è l'equazione di misura che unisce le variabili latenti con quelle osservabili.

Il sistema contiene 3 matrici di parametri A, B, C.

La matrice A è la matrice di transizione dello stato, B è la matrice che trasforma lo stato nelle osservazioni, mentre C è una matrice di elementi deterministici atti alla selezione dell'errore.

Una volta espresso il modello in questa forma viene calcolata la verosimiglianza $L(Y|\xi)$ tramite il filtro di Kalman meccanismo che permette di aggiornare la verosimiglianza ogni volta vi sia disponibile una nuova osservazione.

La verosimiglianza ottenuta in questo modo viene poi combinata con la distribuzione a priori $\Pi(\xi)$ scelta opportunamente per i vari parametri in modo da poter ottenere la distribuzione a posteriori $p(\xi|Y)$.

Per l'analisi Bayesiana viene utilizzato Dynare 4.3, programma basato su un insieme di algoritmi sviluppati da Michel Juillard e collaboratori.

La moda a posteriori cardine dell'operazione in analisi viene calcolata attraverso l'algoritmo "csminwel" sviluppato da Chris Sims. Per avere un controllo della moda si plotta la densità a posteriori e se viene a trovarsi attorno alla moda si può confermare la bontà del risultato.

Una volta calcolata la moda viene usata per iniziare l'algoritmo Metropolis-Hastings per simulare la distribuzione a posteriori.

Nello specifico sono state simulate due serie di 500.000 estrazioni ciascuna delle quali ha scartato il primo 40%. Nella matrice di varianza e covarianza delle pesche viene utilizzato un fattore di sconto che consente di ottenere un tasso di accettazione delle estrazioni compreso tra il 23% e il 40%. Per valutare quindi la stazionarietà delle catene considero un controllo di convergenza proposto da Brooks e Gelman (1998).

2.5 Funzioni di densità a Priori

Le funzioni di densità a priori sono scelte in modo da riflettere la conoscenza relativa al parametro in considerazione. Esse aiutano a risolvere i problemi di verosimiglianza piatta e vengono scelte in modo da non influenzare troppo la densità a posteriori.

Le distribuzioni a priori devono essere meno informative possibile per permettere alla verosimiglianza di spiegare i dati con la posteriori.

Soprattutto vanno tenute non informative le distribuzioni a priori dei parametri autoregressivi, che ci possono indicare possibili disturbi nell'identificare lo shock.

Si sceglie una distribuzione Beta per $(\Phi_R, \gamma_\pi, \rho_u, \theta_{\bar{u}}, \theta_u, \theta_R, \theta_\pi)$, Gamma per (τ_u, κ_u) e Normale per (α_π, α_u) . Inoltre per la deviazione standard degli errori viene considerata una distribuzione inversa Gamma.

Parametri	Densità	Media	Deviazione Standard
γ_{π}	Beta	0,500	0,285
κ_u	Gamma	0,075	0,025
Φ_R	Beta	0,500	0,285
α_{π}	Normale	2,000	0,500
α_u	Normale	0,160	0,500
ρ_u	Beta	0,500	0,285
τ_u	Gamma	0,100	0,050
$\theta_{\bar{u}}$	Beta	0,500	0,285
θ_u	Beta	0,500	0,285
θ_R	Beta	0,500	0,285
θ_{π}	Beta	0,500	0,285
σ^2_{π}	Inversa Gamma	0,250	0,200
σ^2_u	Inversa Gamma	0,250	0,200
$\sigma^2_{\bar{u}}$	Inversa Gamma	0,250	0,200
σ^2_R	Inversa Gamma	0,250	0,200

tabella 2.2: distribuzioni a priori(1995-2009)

2.6 Convergenza del modello

In Dynare per valutare la convergenza del modello vengono comparate le varianze entro e tra i gruppi con catene multiple. In tal modo si ottiene una famiglia di test per la convergenza.

Si presuppongono m catene simulate in parallelo, ognuna delle quali con una differente condizione di partenza. Ogni catena effettua k iterazioni delle quali n vengono scartate; m catene producono m possibili conclusioni, per vedere quali tra queste convergono vengono confrontate con il risultato ottenuto per tutte le $m*n$ osservazioni da tutte le sequenze.

Ad esempio la variabile scalare ψ con media μ e varianza σ^2 , supponiamo di avere uno stimatore non distorto per μ . Calcoliamo quindi la varianza tra e entro le sequenze, così da ottenere una stima di σ^2 a posteriori come media pesata di queste.

In seguito vengono rapportate varianza stimata e vera varianza aggiustate ai gradi di libertà.

Per la convergenza questo rapporto deve tendere a 1 per ogni parametro. Questo approccio risulta applicabile a tutte quelle situazioni in cui l'inferenza viene riassunta da media e varianza a posteriori anche se non si presuppone normalità.

In genere si utilizzano metodi grafici per valutare la convergenza .

In questi grafici si nota appunto la convergenza del modello. Linea blu e linea rossa che tendono a sovrapporsi indicano un rapporto di varianze tra ed entro i gruppi che tende a 1.

Dynare ci fornisce tre misure che corrispondono ai tre grafici: 'Interval' che ci riporta l'intervallo costruito attorno alla media delle medie con livello di confidenza del 90%; 'm2' ci dà il valore del momento secondo (quindi della

varianza) ed m_3 che rappresenta il momento terzo.

L'asse delle ascisse rappresenta il numero di iterazioni ($\times 10^6$) assegnate all'algoritmo Metropolis-Hastings. Se i momenti rilevati son fortemente instabili avremmo un problema di non convergenza del modello oppure di priori troppo povere, cioè poco informative.

Dynare restituisce i grafici rappresentanti la convergenza non solo per tutto il modello come quello in figura, ma ne crea anche altri che analizzano la convergenza marginale di ogni parametro (come riportato in appendice 1.3: convergenza iterativa).

L'analisi grafica ci conferma sia la convergenza del modello, ma anche che le distribuzioni scelte a priori sono sufficientemente informative. Anche il numero di iterazioni scelte per eseguire l'algoritmo risulta essere sufficiente.

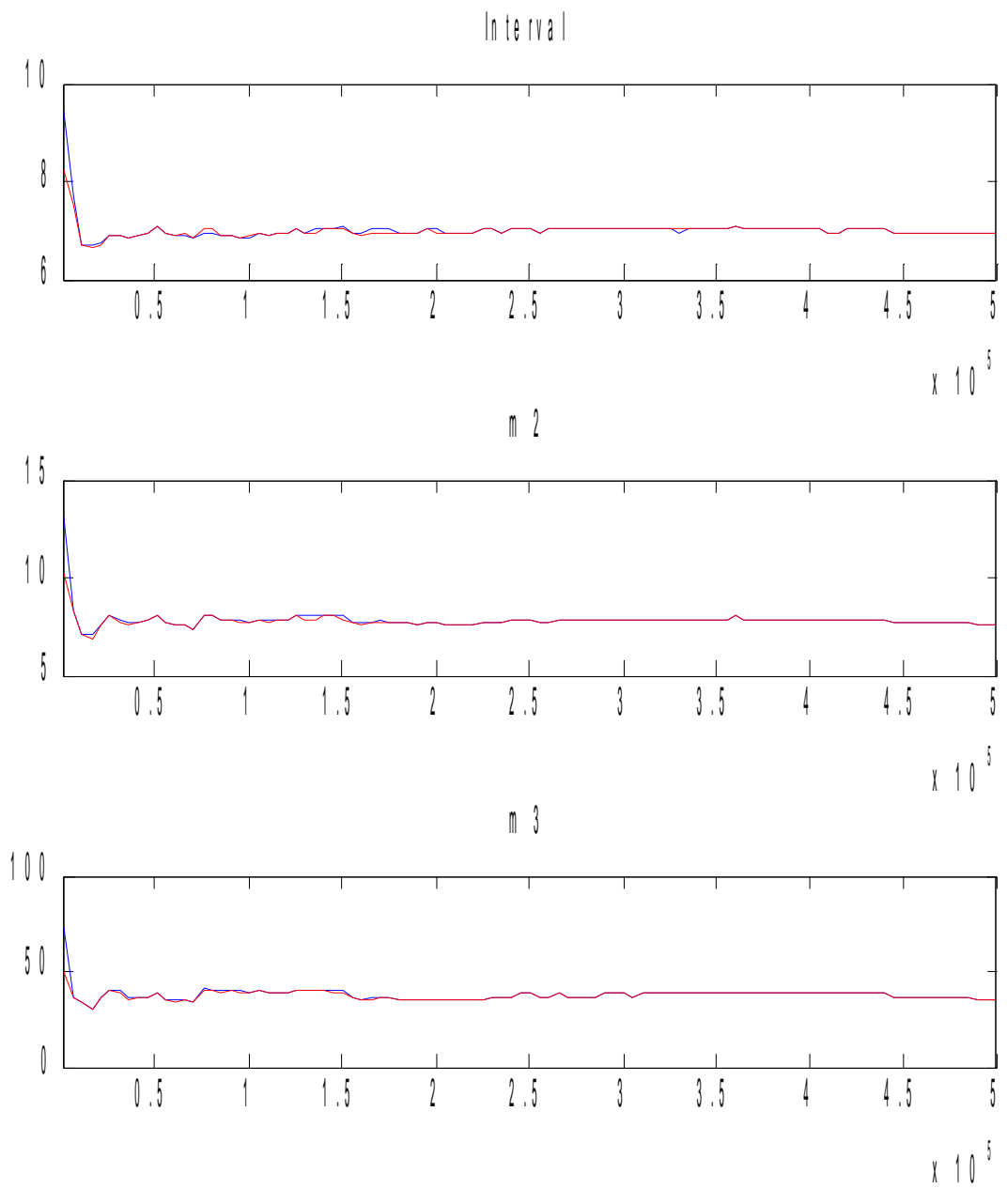


figura 2.5: convergenza del modello (1995-2009)

2.7 Stima a Posteriori

Il primo passo per la stima Bayesiana delle distribuzioni consta nel calcolare la moda a posteriori.

Viene massimizzato il nucleo del logaritmo della posteriori rispetto al vettore dei parametri.

Parametri	Media a priori	Moda	Deviazione Standard	Statistica t	Distribuzione a priori	Dev Standard a priori
γ_{π}	0,500	0,9972	0,0102	98,1507	Beta	0,285
κ_u	0,075	0,0359	0,0123	2,9159	Gamma	0,025
Φ_R	0,500	0,9103	0,0345	26,3733	Beta	0,285
α_{π}	2,000	1,8350	0,5131	3,5764	Normale	0,500
α_u	0,160	0,2958	0,4702	0,6290	Normale	0,500
ρ_u	0,500	0,8841	0,0391	22,5915	Beta	0,285
τ_u	0,100	0,0214	0,0108	1,9798	Gamma	0,050
$\theta_{\bar{u}}$	0,500	0,9735	0,0398	24,4720	Beta	0,285
θ_u	0,500	0,7318	0,0575	12,7180	Beta	0,285
θ_R	0,500	0,5174	0,1146	4,5164	Beta	0,285
θ_{π}	0,500	0,2890	0,1503	1,9233	Beta	0,285
σ_{π}^2	0,250	0,5274	0,1098	4,8037	Inversa Gamma	0,200
σ_u^2	0,250	0,0131	0,0131	8,4147	Inversa Gamma	0,200
$\sigma_{\bar{u}}^2$	0,250	0,0762	0,0110	6,9575	Inversa Gamma	0,200
σ_R^2	0,250	0,4016	0,0363	11,0733	Inversa Gamma	0,200

tabella 2.3: primo step di stima (1995-2009)

In tabella 2.3 vengono riportati per i parametri del modello medie e mode a posteriori con relative deviazioni standard e la statistica test per valutarne la significatività.

Confrontando il valore della statistica t con quello corrispondente al novantacinquesimo percentile della normale standard accettiamo l'ipotesi nulla di uguaglianza a 0 del parametro α_u .

Questi risultati scoraggiano leggermente l'analisi in quanto ne risulta che le dinamiche legate al tasso naturale di disoccupazione sono indipendenti da quelle dell'inflazione, anche se era prevedibile un coefficiente molto vicino a 0 per questo parametro.

La moda a posteriori di ρ_u testimonia che l'aumento di 10 punti percentuali del tasso naturale di disoccupazione passato implica un aumento di circa 9 punti di quello attuale.

Queste stime però non ci devono ingannare, perché viziate dal fatto che il test t è vincolato alla distribuzione normale mentre le nostre distribuzioni a posteriori come si noterà dai grafici non saranno così regolari.

Parametri	Media a priori	Media a posteriori	Intervallo di confidenza		Densità	Dev. Standard a priori
γ_{π}	0,500	0,9557	0,9086	1,0000	Beta	0,285
κ_u	0,075	0,0379	0,0183	0,0568	Gamma	0,025
Φ_R	0,500	0,8977	0,8430	0,9557	Beta	0,285
α_{π}	2,000	1,8167	1,0062	2,4214	Normale	0,500
α_u	0,160	0,3268	-0,4208	1,0963	Normale	0,500
ρ_u	0,500	0,8661	0,8021	0,9361	Beta	0,285
τ_u	0,100	0,0268	0,0080	0,0437	Gamma	0,050
$\theta_{\bar{u}}$	0,500	0,8838	0,7265	0,9970	Beta	0,285
θ_u	0,500	0,7242	0,6296	0,8151	Beta	0,285
θ_R	0,500	0,5275	0,3332	0,7169	Beta	0,285
θ_{π}	0,500	0,2591	0,0120	0,4606	Beta	0,285
σ_{π}^2	0,250	0,5470	0,3790	0,7205	Inversa Gamma	0,200
σ_u^2	0,250	0,1171	0,0935	0,1398	Inversa Gamma	0,200
$\sigma_{\bar{u}}^2$	0,250	0,0801	0,0605	0,0991	Inversa Gamma	0,200
σ_R^2	0,250	0,4163	0,3500	0,4783	Inversa Gamma	0,200

tabella 2.4: secondo step di stima (1995-2009)

Qui sopra son riportati i risultati del secondo passaggio di stima, ovvero i valori della media a posteriori per ogni parametro ed il relativo intervallo di credibilità al 90%.

La media a posteriori di α_u è 0.3268 con un intervallo pari a (-0.4208, 1.0963), che ci dice che nel 90% dei casi la media del parametro si troverà a cavallo dello 0 anche se tendenzialmente positivo.

Per quanto riguarda le altre stime notiamo che in tutti i casi abbiamo stime positive con intervalli il cui limite inferiore risulta maggiore o uguale di 0.

κ_u e τ_u riportano valori della media a posteriori rispettivamente di 0.0379 e 0.0268 con intervalli di confidenza che non si spostano molto dallo 0.

Inoltre risulta anche interessante analizzare i coefficienti dei parametri θ_u , θ_R e θ_π che risultano maggiori di 0 e minori di 1, che ci indicano termini d'errore correlati con il loro passato, quindi gli shock seguono processi autoregressivi stazionari.

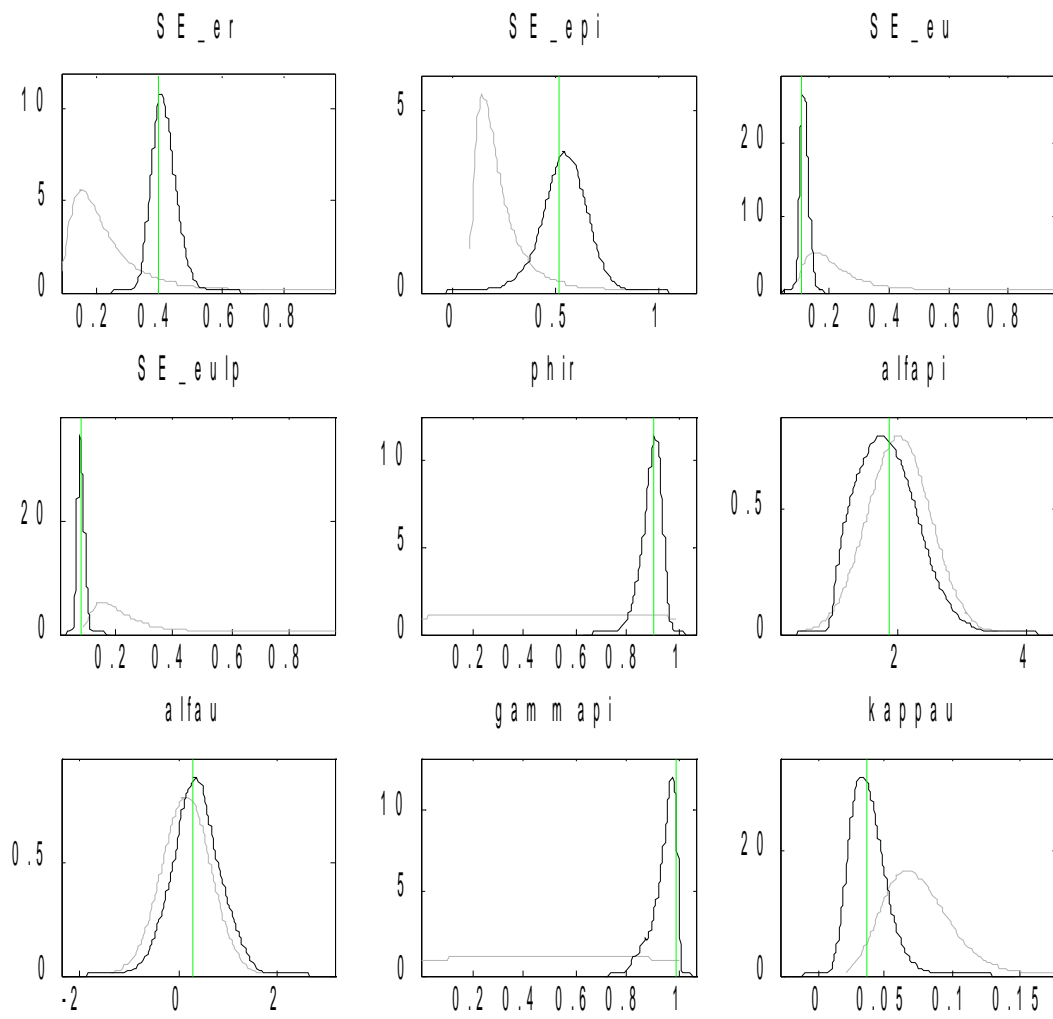


figura 2.6: distribuzioni 1 (1995-2009)

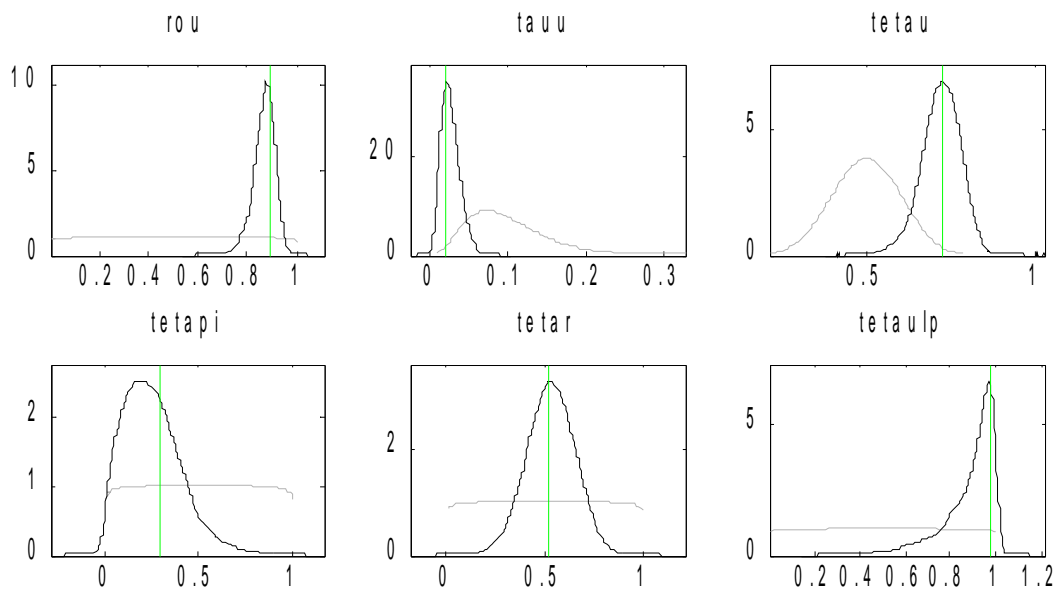


figura 2.7: distribuzioni 2 (1995-2009)

Nelle figure 2.6 e 2.7 sono disegnate le distribuzioni a priori e a posteriori dei parametri stimati.

Le linee nere rappresentano le distribuzioni a posteriori, quelle grigie sono le a priori mentre la linea verticale tratteggiata in verde indica la moda a posteriori.

Perché i dati portino informazione è necessario che le distribuzioni a posteriori e a priori non si sovrappongano. Allo stesso tempo non devono neanche essere troppo diverse altrimenti le conoscenze sui parametri risulterebbero fuorvianti.

Si nota quindi che tutti i parametri assumono distribuzioni simili alla

distribuzione Normale. Nessuna di questa va a sovrapporsi perfettamente alla distribuzione a priori il che fa pesare nell'analisi più l'informatività dei dati che l'ipotesi di distribuzione a posteriori fatte in partenza.

Un altro punto in favore della validità dei risultati è dato dall'analisi grafica della moda a posteriori che, calcolata come valore che massimizza la densità a posteriori, non si discosta molto dal punto più alto della distribuzione a posteriori.

Log data density [Laplace approximation] è -99.060713.

La distribuzione a posteriori dovrebbe avvicinarsi ad una normale, infatti la log-verosimiglianza di Laplace viene calcolata proprio assumendo che la posteriori sia una normale centrata nella moda e con varianza in funzione dell'Hessiano.

Log data density è -97.511375.

La log verosimiglianza qui calcolata con il metodo “Modified Harmonic Mean” (Geweke (1998)) invece non assume normalità nella distribuzione e restituisce un valore di -97,51 contro un valore di -99,1 della verosimiglianza di Laplace. Questo indica una minor verosimiglianza nel caso in cui si assuma normalità delle distribuzioni.

Dato che il parametro di interesse α_u a posteriori risulta molto vicino a 0 con limite inferiore dell'intervallo di confidenza al 90% negativo e limite superiore positivo, ci sorge spontaneo chiederci cosa succederebbe al modello se lo privassimo di questo parametro.

Andiamo quindi ad analizzare la tabella seguente:

1995-2009	Log Verosimiglianza di Laplace
$\alpha_u = 0$	-99.1951
$\alpha_u \neq 0$	-99.0607

tabella 2.6: verosimiglianza di Laplace (1995-2009)

Vengono paragonati i valori di verosimiglianza di Laplace che otteniamo attribuendo al modello α_u diverso ed uguale a 0.

Ponendo la restrizione a 0 del parametro otteniamo una verosimiglianza di -99,2 circa. Questa risulta molto simile a quella calcolata in precedenza, ma ci dice che seppur di poco (circa 0.13) questa restrizione peggiora la verosimiglianza del modello.

2.8 Funzioni di risposta ad impulso (IRF)

Nell'ambito economico, in particolare proprio nella modellazione macroeconomica le funzioni di risposta ad impulso descrivono come l'economia reagisce nel tempo a impulsi esogeni chiamati “shocks”. Esse cercano di capire la reazione di variabili macroeconomiche come tasso di disoccupazione, inflazione, tasso di interesse, ed altre variabili al momento dello shock e successivamente ad esso.

Le densità di queste funzioni sono calcolate campionando 500 vettori di realizzazioni dei parametri stimati e simulando per ogni vettore la funzione di impulso-risposta.

Insieme a queste funzioni nei grafici viene riportato anche il suo intervallo di confidenza al 90%.

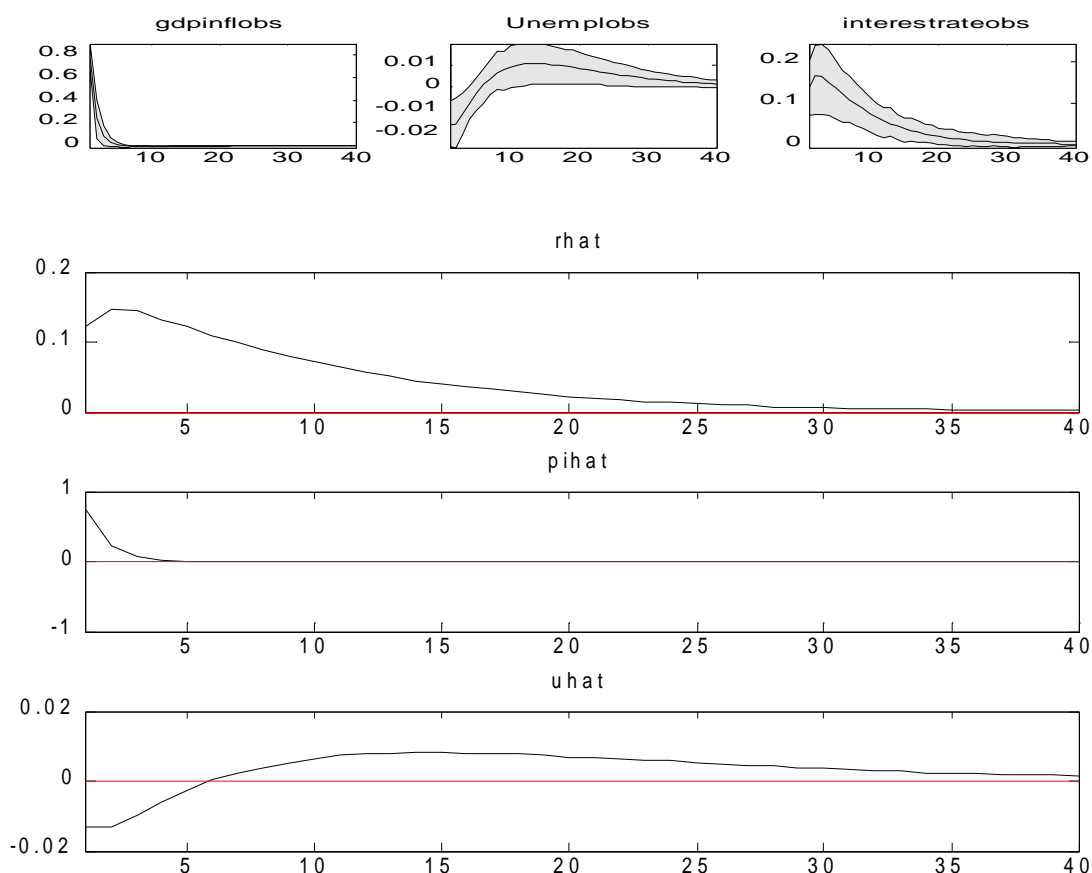


figura 2.8: IRF (Shock di ε_i^π) (1995-2009)

In figura viene preso in considerazione il caso di uno shock dell'inflazione. L'esplosione dell'inflazione causa l'immediato aumento del tasso di interesse nominale e la diminuzione del tasso di disoccupazione, per cercare di contenere l'aumento dei prezzi. Di conseguenza la disoccupazione aumenterà per portare l'inflazione a livelli di equilibrio stazionario. Si nota che dopo uno shock inflazionistico tutte le variabili tornano a 0.

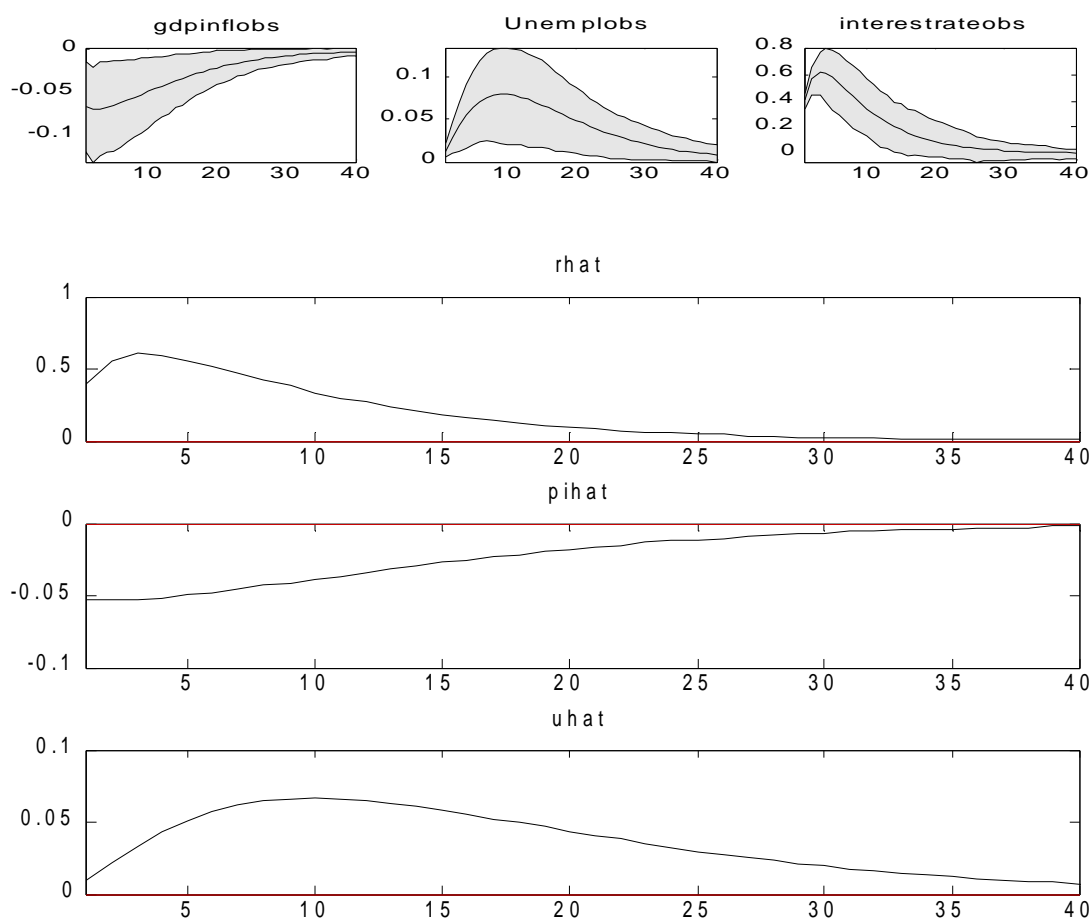


figura 2.9: IRF (Shock di ε_i^R) (1995-2009)

In figura 2.9 viene riportata la risposta all'impulso di uno shock del tasso d'interesse.

Un brusco aumento del tasso di interesse provoca una leggera diminuzione dell'inflazione a cui consegue la leggera e graduale crescita del tasso di disoccupazione.

Agli istanti successivi si nota come l'inflazione tenda a risalire, mentre la disoccupazione tende a ripercorrere seppur con un po' di ritardo l'andamento del tasso di interesse nominale che raggiunge un punto di massimo e poi scende fino a ristabilizzarsi a livello di equilibrio stazionario in 0.

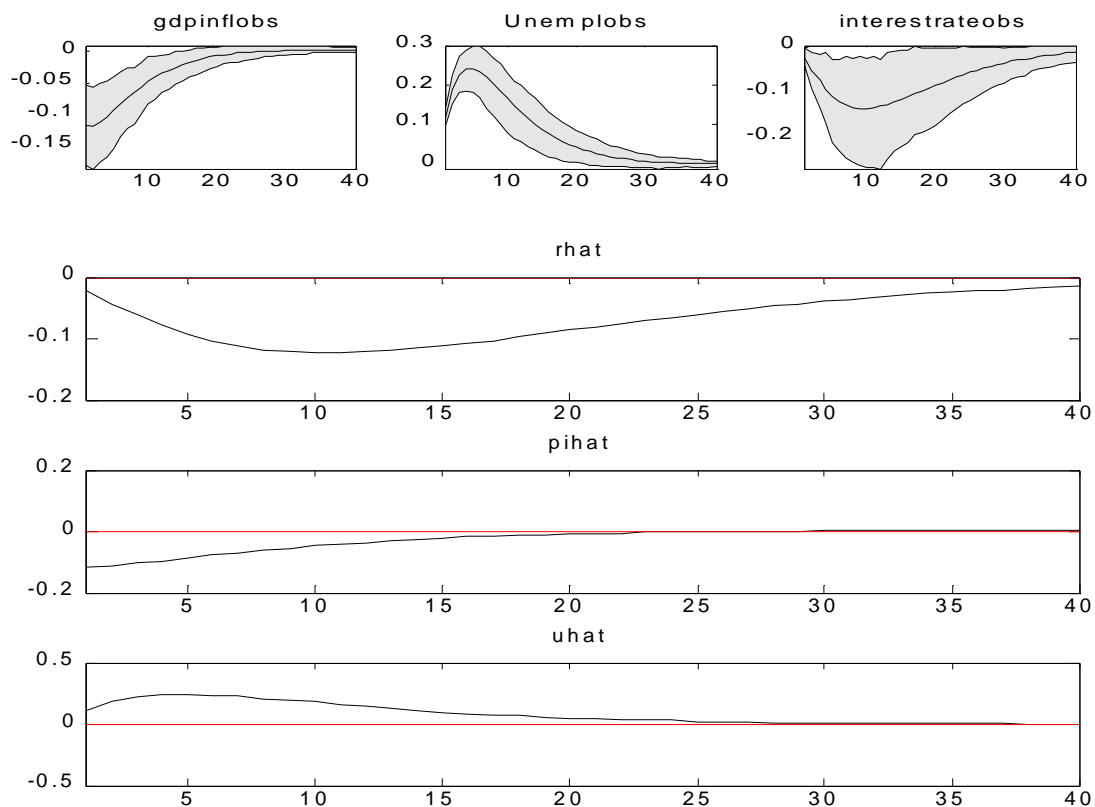


figura 2.10: IRF (Shock di ε_t^u) (1995-2009)

Con il verificarsi di uno shock della disoccupazione notiamo un contemporaneo calo dell'inflazione a cui segue una discesa del tasso di interesse nominale che riporterà l'inflazione prima, e la disoccupazione poi a livello di equilibrio, per poi gradualmente risalire e tornare anch'esso al valore di equilibrio in 0.

2.9 Decomposizione della Varianza (FEVD)

L'analisi della decomposizione della varianza del termine d'errore consente di osservare il contributo dell'innovazione della variabile j nei confronti della varianza dell'errore di previsione h passi in avanti della variabile k .

Se non ci fossero gli shock le nostre serie sarebbero stazionarie. Se potessimo fermare tutti gli shock tranne uno. Esso innanzitutto provocherebbe una reazione nell'equazione in cui è direttamente coinvolto e poi porterebbe dei cambiamenti indirettamente anche nelle altre equazioni attraverso le relazioni con le altre variabili.

Purtroppo gli shock non sono conoscibili a priori, si possono però fare delle previsioni difficilmente esatte. Saranno infatti sempre soggette ad un errore di previsione, quindi l'effetto di uno shock sulle nostre variabili sarà legato a questo errore di previsione ed il suo impatto sarà tanto maggiore quanto più grande sarà la varianza dell'errore di previsione.

Proviamo adesso ad analizzare questa decomposizione per il lungo periodo.

	ϵ_t^R	ϵ_t^π	ϵ_t^u
R_t	87.60	4.60	7.81
π_t	4.55	83.98	11.47
u_t	9.47	0.21	74.90

tabella 2.7: FEVD infiniti passi avanti (1995-2009)

Questa divisione della varianza viene calcolata infiniti passi in avanti.

Lo shock di politica monetaria risulta avere il maggior effetto sul tasso di

interesse nominale impattando per l'87% su di esso. Decisamente inferiore sarà il suo impatto sulle altre variabili influenzando in modo indiretto sulla disoccupazione per il 9,47% e sull'inflazione per il 4,55%.

Il cosiddetto “cost push” shock cioè quello inflazionistico andrà ad incidere direttamente per circa l'84% sull'inflazione, e indirettamente per il 4.6% sul tasso di interesse e leggermente per il 0,21% sulla disoccupazione.

Mentre questi risultati ci suggeriscono un maggior legame tra shock di politica monetaria e disoccupazione, ciò sembra ribaltarsi quando andiamo a vedere l'effetto che ha uno shock nel tasso di disoccupazione.

Questo ha un effetto diretto che incide per il 74,9% sulla disoccupazione e indiretto che incide per circa l'11.5% sull'inflazione e per il 7.81% sul tasso di interesse.

2.10 Analisi della variabile latente

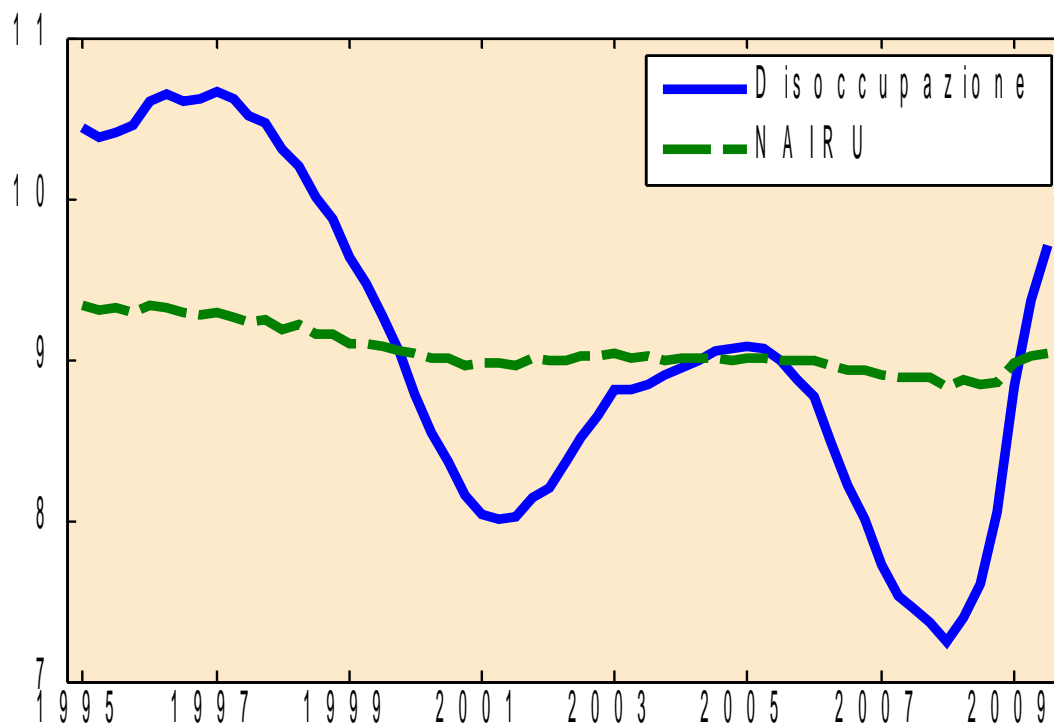


figura 2.11: NAIRU stimato e disoccupazione osservata (1995-2009)

Nella figura si vedono rappresentate le due linee indicanti l'andamento del tasso di disoccupazione e del NAIRU calcolato in precedenza.

La linea rossa rappresenta il tasso medio di disoccupazione al quale abbiamo aggiunto la variabile latente della nostra analisi, cioè quella che nel modello abbiamo indicato con \bar{u}_t .

In questo caso viene considerato il NAIRU inteso come tasso naturale di disoccupazione, le conclusioni a cui si giunge considerandolo in questo modo sono del tutto analoghe a quelle che si trarrebbero considerandolo come tasso di disoccupati di lungo periodo. L'unica differenza è che in questo caso la serie che

si ottiene mostra le fluttuazioni dalla media disoccupazionale generale, mentre altrimenti mostrerebbe le fluttuazioni dalla media dei disoccupati di lungo periodo, dato che non conosciamo.

La stima della variabile latente viene fatta tramite il filtro di Kalman. Si possono infatti ottenere 2 stime utilizzando questo filtro: la stima smoothed o quella adjusted.

Queste due stime implicano due differenti metodi di calcolo. La differenza tra i due risiede nel fatto che, con il filtraggio vogliamo ottenere la stima adjusted del vettore di stato al tempo t disponendo di tutte le osservazioni fino al tempo t (questo metodo risulta utile soprattutto per fare previsioni), mentre per lo smoothing si ottiene la stima al tempo t disponendo delle informazioni fino al tempo T (dove $T > t$ è il totale delle osservazioni in esame).

In questo caso dato che ci risulta più utile analizzare in modo descrittivo l'andamento di \bar{u} saranno utilizzate stime smoothed.

Il NAIRU stimato rappresenta quindi una sorta di trend della disoccupazione mostrandoci il suo andamento al netto della componente ciclica che alterna momenti di crescita e momenti di decrescita della serie.

Si vede dunque che quello che abbiamo chiamato NAIRU può essere rappresentato da una linea quasi costante con una leggera pendenza verso il basso. Questo trend che sembra decrescente, viene ad essere ribaltato nel periodo finale quando con la crisi il tasso di disoccupazione ha affrontato un momento di crescita inaspettato. Notiamo infatti che il NAIRU tra il 2008 e il 2009 fa un balzo che lo alza di quasi 0,15 punti percentuali, che sembrano una sciocchezza, ma se pensiamo che dal 1995 al 2007 era sceso di soli 0.5 punti ben ci accorgiamo di quanto abbia influito.

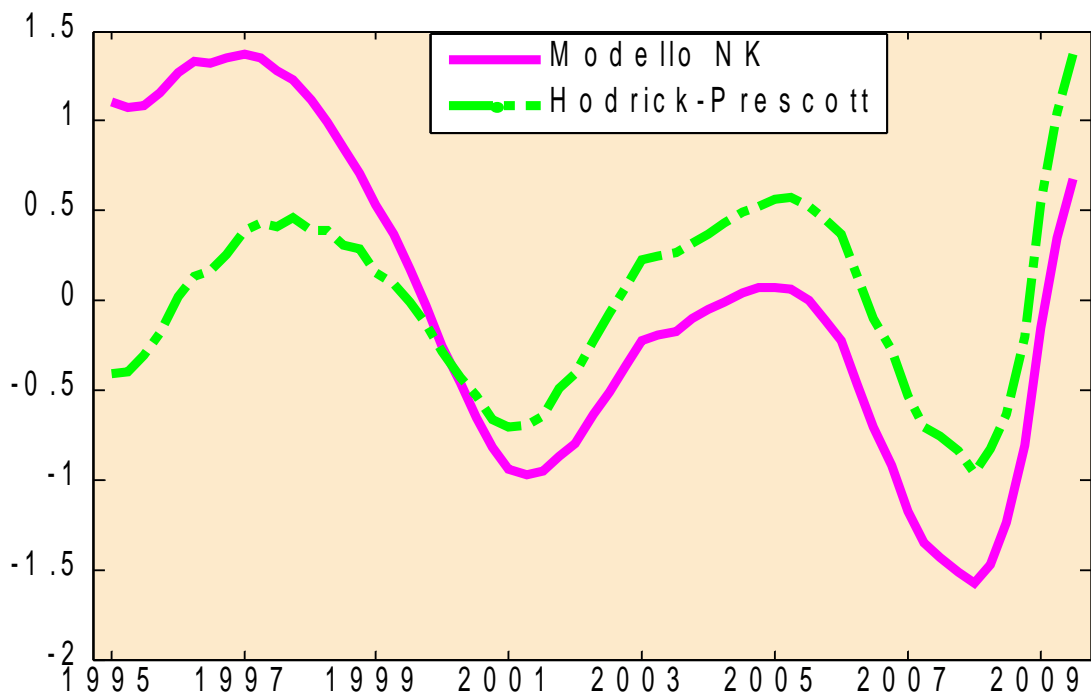


figura 2.12: modello N-K e H-P filter (1995-2009)

Il grafico (figura 2.6) qui sopra riporta in rosa l'andamento della serie ottenuta come differenza tra tasso di disoccupazione osservato e NAIRU.

Viene quindi disegnata una linea che rappresenta quello che possiamo definire il ciclo della disoccupazione calcolato con il modello neo-keynesiano analizzato in precedenza.

La serie in verde invece rappresenta il tasso di disoccupazione ottenuto applicando il filtro di Hodrick-Prescott alla serie.

Questo filtro è uno strumento matematico usato in macroeconomia per separare la componente ciclica di una serie storica. Viene utilizzato per ottenere una rappresentazione non lineare lisciata della serie, che sarà più sensibile alle fluttuazioni di lungo periodo rispetto a quelle di breve.

Nella pratica per ottenere la serie filtrata viene minimizzata la seguente equazione

min

$$\sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2.$$

dove y_t con $t=1,2,\dots,T$ è la trasformata logaritmica della serie costituita da una componente di trend τ e una di ciclo c quindi $y_t = \tau + c$. Attribuendo il giusto valore del parametro λ (1600 per le serie trimestrali) si ottiene il trend minimizzando la funzione precedente.

La prima parte della funzione rappresenta la deviazione quadratica del trend dalla serie mentre la seconda parte è multipla di λ e rimuove la variazione nel tasso di crescita nel trend.

Quest'ultimo aspetto si nota bene dall'analisi del grafico infatti mentre la serie ottenuta dal modello neo-keynesiano sembra avere un trend decrescente la serie filtrata sembra muoversi attorno ad una media costante.

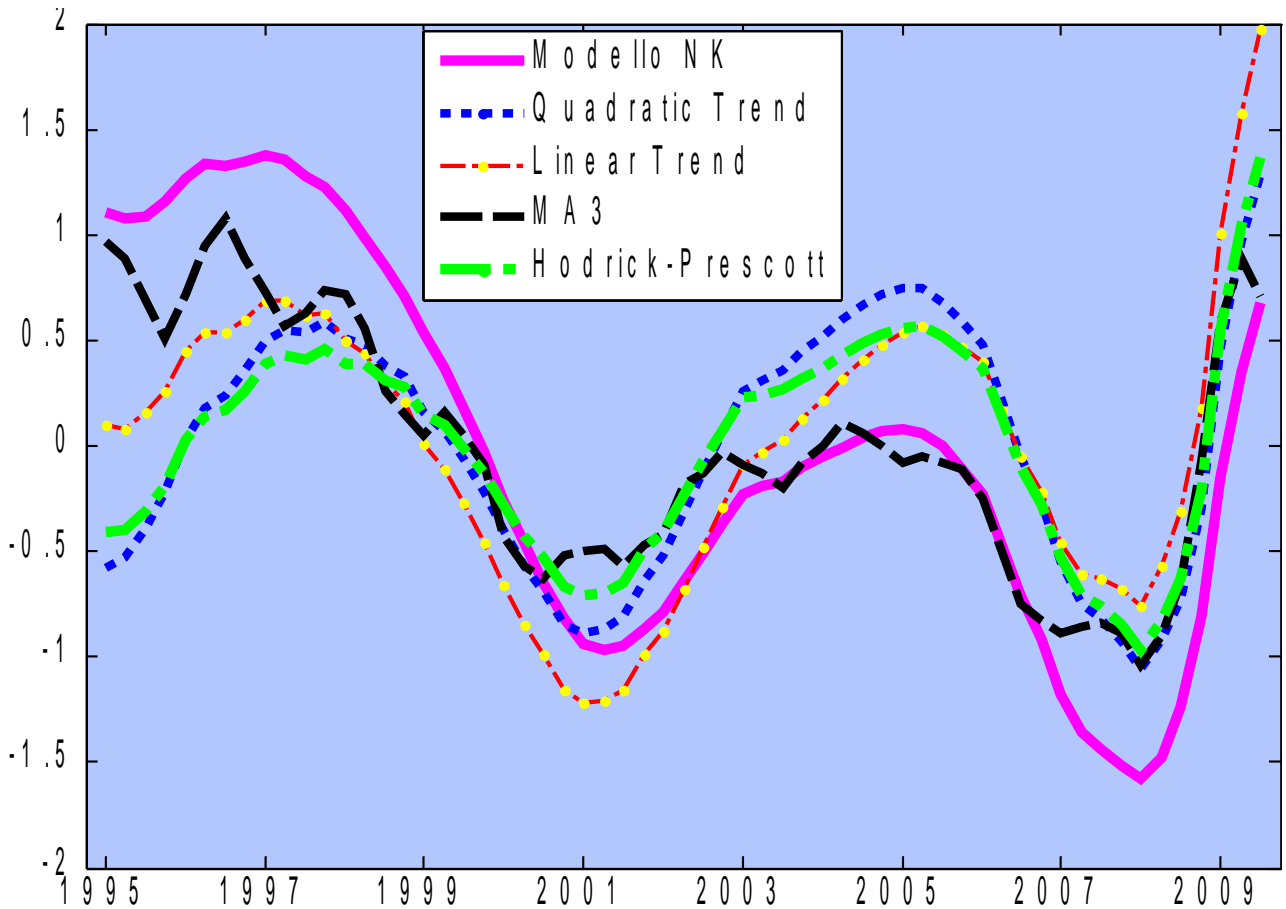


figura 2.13: Modello N-K, H-P filter, MA(3), linear e quadratic trend (1995-2009)

Come fatto per lo Stock-market da Castelnuovo, Nistico in Stock market conditions and monetary policy in a DSGE model for the U.S. andremo ad analizzare graficamente la componente ciclica della disoccupazione calcolata in modi diversi.

La linea color magenta e quella verde tratto-punteggiata rappresentano le due serie già analizzate, la prima ottenuta dal modello Neo-Keynesiano stimato con metodi bayesiani, mentre la seconda dal filtraggio con il filtro di Hodrick-Prescott.

La linea tratteggiata rossa marcata in giallo rappresenta invece la serie ottenuta

sottraendo alla disoccupazione un trend lineare. Analogamente la serie punteggiata in blu è ottenuta da una detrendizzazione quadratica della disoccupazione.

L'ultima serie quella contrassegnata dalla linea tratteggiata nera invece è ottenuta attribuendo alla disoccupazione un modello a media mobile di ordine 3. Questa metodologia viene spesso utilizzata per lisciare le serie storiche trimestrali. Viene creato un modello MA(3) con costante avente la disoccupazione come variabile risposta. I residui del modello restituiscono una serie storica che plottata si può vedere in figura.

Si vede chiaramente che la serie stimata a partire dal modello Neo-Keynesiano (magenta) risulta avere dei picchi nel 1997 e nel 2008 che le altre serie non hanno.

Per poter valutare meglio questo grafico possiamo utilizzare alcune statistiche descrittive che possiamo riassumere in tabella.

	New Keynesiano	Filtro HP	Trend Lineare	Trend Quadratico	MA (3)
Media	-0,0200	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0106
New Keynesiano	0,8876				
Filtro HP	0,6158	0,5010			
Trend Lineare	0,6853	0,8850	0,6693		
Trend Quadratico	0,6090	0,9900	0,8745	0,5853	
MA (3)	0,9343	0,6272	0,7337	0,5942	0,5814

tabella 2.8: media, deviazione std, correlazione (1995-2009)

Si vede innanzitutto che la serie ottenuta dall'elaborazione del modello Neo-Keynesiano ha una media che si discosta di 0.02 al di sotto dello 0.

Le altre serie quelle ottenute isolando la componente ciclica ottenuta applicando

o: un filtro di Hodrick-Prescott, un trend lineare o un trend quadratico alla disoccupazione risultano avere media 0.

Ciò non accade se creiamo una serie che rappresenta i residui del modello a media mobile di ordine 3 i quali risultano avere una media di 0.016.

La seconda parte della tabella rappresenta una matrice in cui possiamo trovare alcuni interessanti indicatori della volatilità della serie.

Sulla diagonale vengono presentate le deviazioni standard delle singole serie mentre al di fuori son calcolate le correlazioni tra le serie.

Si nota che la serie ottenuta con metodi bayesiani ha la deviazione standard maggiore pari a circa 0.9 contro un circa 0.5 della serie ottenuta filtrando i dati con il metodo di Hodrick-Prescott.

I valori ottenuti con le altre serie vanno a collocarsi in posizioni intermedie. Le misure ottenute dalla detrendizzazione lineare e dall'applicazione di un modello MA(3) risultano simili e vicine a 0.6 mentre quella ottenuta dalla detrendizzazione quadratica risulta circa 0.7.

Analizzando i valori fuori dalla diagonale il dato più importante da segnalare è la correlazione di circa 0.95 tra la serie ottenuta con metodi bayesiani e quella ottenuta applicando un modello MA(3). Ciò ci dice che le due serie sono molto simili e a livello grafico si può notare in quanto le linee color magenta e blu si sovrappongono in più punti. La serie ottenuta dal processo MA(3) risulta molto segmentata e ha un andamento che alterna fasi di crescita e di decrescita molto più frequenti, inoltre sembra muoversi in un range di valori più basso non seguendo la serie keynesiana nei momenti in cui raggiunge il suo punto di massimo e di minimo.

Per quanto riguarda la serie ottenuta utilizzando il filtro di Hodrick-Prescott dal grafico e dall'indice di correlazione del 99% sembra risultare molto simile a

quella che otteniamo con la detrendizzazione quadratica. Entrambe però sono quelle che meno rispecchiano l'andamento della serie ottenuta dal modello neo-keynesiano con una correlazione di circa il 61%. Leggermente migliore risulta essere la correlazione tra la serie ottenuta con la detrendizzazione lineare e quella ottenuta dal modello Neo-Keynesiano che si avvicina al 70%.

Capitolo 3

(Analisi su un campione ristretto)

Proviamo ora a ridurre la numerosità campionaria andando ad analizzare il periodo che riguarda l'entrata in vigore dell'Euro, quindi dal 1997, e andiamo a rimuovere il periodo della crisi economica iniziata alla fine del 2007 con il caso Lemman Brothers.

Andremmo quindi ad analizzare cosa succede alle stime ottenute in precedenza analizzando il periodo che va dal primo trimestre 1997 al quarto trimestre del 2006.

3.1 Convergenza

Manteniamo il modello iniziale utilizzando dunque le stesse funzioni di densità a priori viste in precedenza e andiamo a ristimare.

Innanzitutto sembra importante analizzare la convergenza. I risultati che andremo ad ottenere saranno da considerarsi errati se il modello non convergesse.

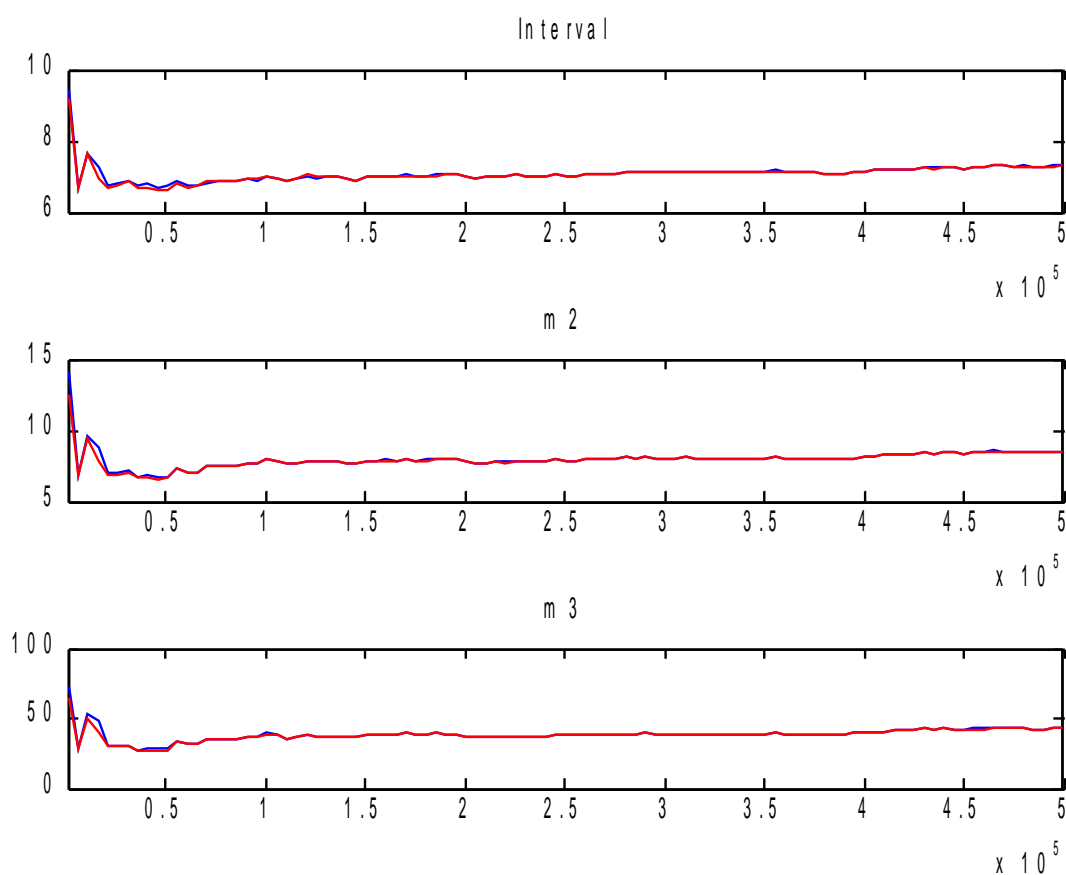


Figura 3,1: Convergenza (1997-2006)

Come precedentemente detto guardiamo la convergenza generale del modello che a parte un leggero distacco iniziale sembra convergere in tutti e tre i grafici

presentati.

Possiamo quindi passare ad analizzare i risultati ottenuti dai 2 passi di stima.

3.2 Stime a posteriori

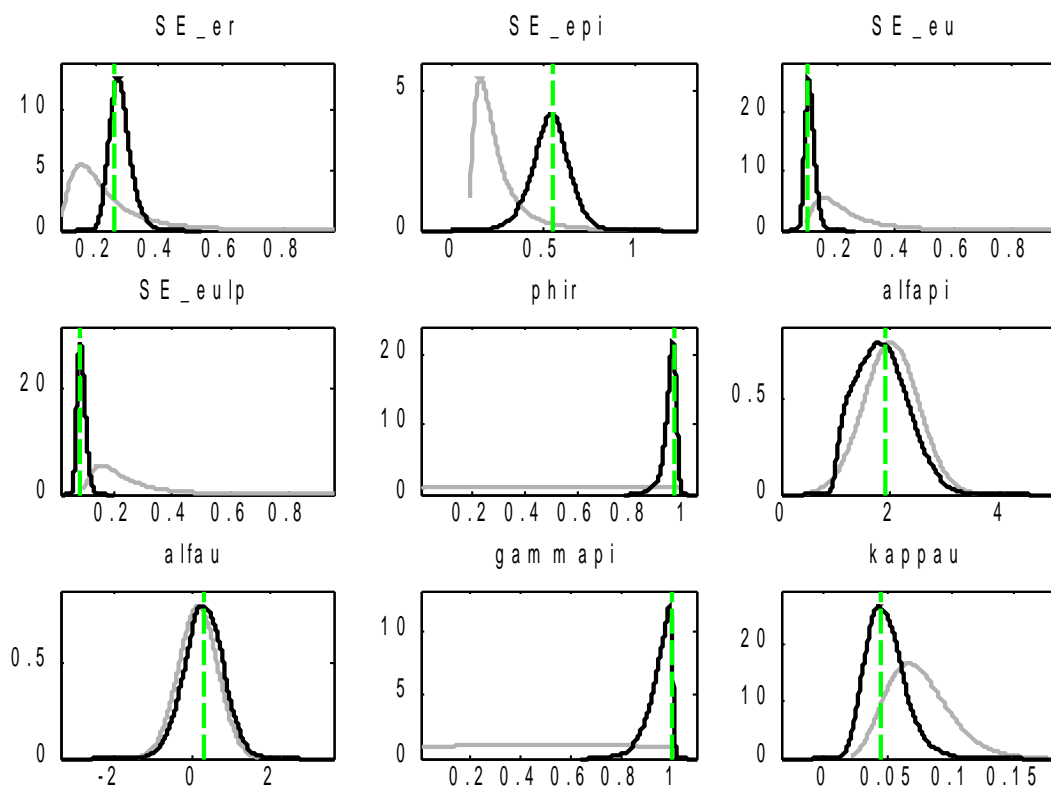


figura 3,2: distribuzioni 1 (1997-2006)

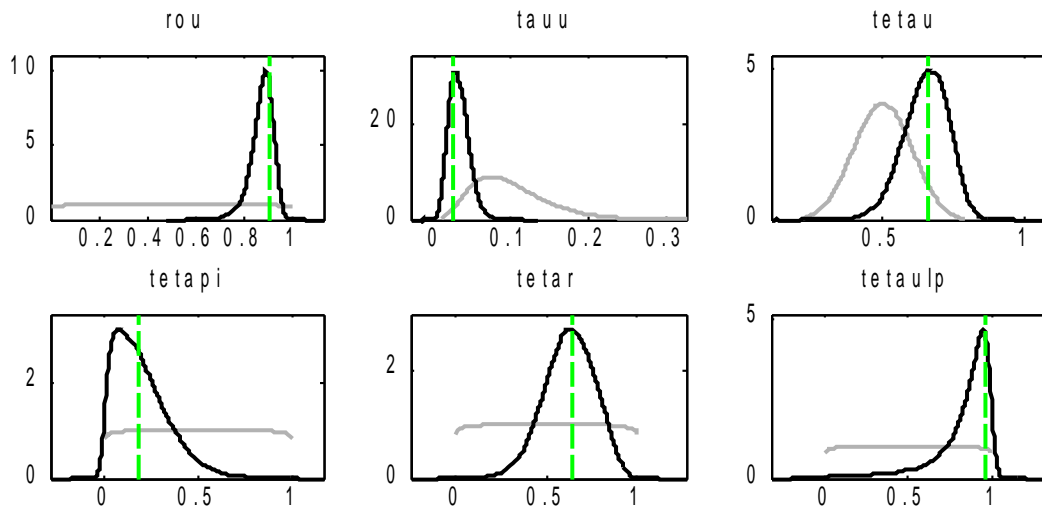


figura 3.3: distribuzioni 2 (1997-2006)

Linee nere e linee grigie risultano non sovrapporsi quindi i dati sono informativi. Le distribuzioni a priori rimangono le stesse e si nota come per la variabile $\alpha_{u,1}$ la distribuzione a posteriori vada a sovrapporsi perfettamente.

Anche precedentemente era molto simile ma ora la somiglianza sembra aumentare notevolmente. Questo ci testimonia la poca rispondenza dei dati al parametro che come avevamo visto era quello più problematico in quanto stimato prossimo a 0.

Le altre distribuzioni al contrario risultano molto lontane indicando la presenza di dati informativi.

Le mode calcolate vanno a coincidere con il punto di massimo delle distribuzioni a posteriori indicandoci la bontà del modello.

Parametri	Media a priori	Moda	Deviazione Standard	Statistica t	Distribuzione a priori	Dev Std Priori
γ_{π}	0.50	1.00	0.02	52.41	Beta	0.29
κ_u	0.08	0.04	0.02	2.96	Gamma	0.03
Φ_R	0.50	0.97	0.02	58.90	Beta	0.29
α_{π}	2.00	1.88	0.52	3.61	Normale	0.50
α_u	0.30	0.42	0.49	0.86	Normale	0.50
ρ_u	0.50	0.90	0.04	24.89	Beta	0.29
τ_u	0.10	0.03	0.01	2.16	Gamma	0.05
$\theta_{\bar{u}}$	0.50	0.97	0.05	19.25	Beta	0.29
θ_u	0.50	0.66	0.08	8.57	Beta	0.10
θ_R	0.50	0.65	0.15	4.38	Beta	0.29
θ_{π}	0.50	0.18	0.19	0.94	Beta	0.29
σ_{π}^2	0.25	0.55	0.12	4.50	Inversa Gamma	0.20
σ_u^2	0.25	0.10	0.01	6.86	Inversa Gamma	0.20
$\sigma_{\bar{u}}^2$	0.25	0.08	0.01	6.51	Inversa Gamma	0.20
σ_R^2	0.25	0.26	0.03	8.70	Inversa Gamma	0.20

tabella 3.1: primo step di stima (1997-2006)

Il primo passo di stima ci fornisce questi risultati. Notiamo che le mode a posteriori risultano più o meno in linea con quelle ottenute dall'analisi del modello nell'orizzonte temporale 1995-2009. Andando invece a guardare i valori del test t notiamo subito che un importante cambiamento può essere trovato in

θ_π che risulta non essere più significativo al livello del 5%.

Gli altri valori rimangono tutti in linea con i risultati precedenti restando tutti significativi tranne α_u .

Come già detto in precedenza non si deve attribuire troppo peso alla non significatività dei risultati di questo test dato che basato sulla distribuzione normale quando abbiamo visto che anche graficamente le distribuzioni a posteriori dei parametri non saranno proprio gaussiane.

Parametri	Media a priori	Media a posteriori	Intervallo di confidenza		Densità a priori	Dev Std Priori
γ_π	0.50	0.94	0.88	1.00	Beta	0.29
κ_u	0.08	0.05	0.02	0.07	Gamma	0.03
Φ_R	0.50	0.95	0.92	0.99	Beta	0.29
α_π	2.00	1.84	1.02	2.48	Normale	0.50
α_u	0.30	0.44	-0.36	1.23	Normale	0.50
ρ_u	0.50	0.87	0.80	0.94	Beta	0.29
τ_u	0.10	0.03	0.01	0.05	Gamma	0.05
$\theta_{\bar{u}}$	0.50	0.85	0.66	1.00	Beta	0.29
θ_u	0.50	0.65	0.53	0.78	Beta	0.10
θ_R	0.50	0.63	0.42	0.85	Beta	0.29
θ_π	0.50	0.20	0.00	0.40	Beta	0.29
σ_π^2	0.25	0.53	0.37	0.70	Inversa Gamma	0.20
σ_u^2	0.25	0.11	0.08	0.13	Inversa Gamma	0.20
$\sigma_{\bar{u}}^2$	0.25	0.09	0.06	0.11	Inversa Gamma	0.20
σ_R^2	0.25	0.28	0.22	0.33	Inversa Gamma	0.20

tabella 3.2: secondo step di stima (1997-2006)

Dalla tabella riassuntiva del secondo step di stima si traggono più o meno le stesse conclusioni della prima parte dell'analisi.

Il coefficiente di α_u è vicino a 0 con un intervallo di confidenza con estremo inferiore negativo e superiore positivo. Tutti gli altri parametri hanno medie a posteriori comprese in intervalli positivi.

	Media a posteriori 1995-2009	Media a posteriori 1997-2006
γ_π	0,9557	0.9424
κ_u	0,0379	0.0501
Φ_R	0,8977	0.9540
α_π	1,8167	1.8447
α_u	0,3268	0.4426
ρ_u	0,8661	0.8712
τ_u	0,0268	0.0319
$\theta_{\bar{u}}$	0,8838	0.8491
θ_u	0,7242	0.6522
θ_R	0,5275	0.6302
θ_π	0,2591	0.1952
σ^2_π	0,5470	0.5336
σ^2_u	0,1171	0.1065
$\sigma^2_{\bar{u}}$	0,0801	0.0850
σ^2_R	0,4163	0.2778

tabella 3.4: medie a posteriori (1997-2006)-(1995-2009)

In questa tabella possiamo notare i principali cambiamenti nelle medie a posteriori calcolate. Si nota appunto che Φ_R è passato da quasi 0.9 a 0.95, α_u è anch'esso aumentato da 0.32 a 0.44. Nel nuovo periodo analizzato si vengono a riscontrare delle differenze di determinazione del tasso di interesse corrente che darà più peso al suo passato e al gap disoccupazionale.

Questo cambiamento porta anche dei cambiamenti nei parametri autoregressivi della componente erratica infatti $\theta_{\bar{u}}$, θ_u , θ_{π} si abbassano portando all'aumento di θ_R .

La varianza dell'errore di misura del tasso di interesse diminuisce di circa il 20%. Possiamo quindi pensare che son stati presi provvedimenti straordinari per modificare il tasso di interesse da parte della Banca Centrale Europea in seguito al periodo di crisi economica internazionale iniziato nel 2007.

Log data density is -47.964106.

Log data density [Laplace approximation] is -49.279262.

Guardando la verosimiglianza ottenuta con l'approssimazione di Laplace risulta maggiore rispetto a quella ottenuta non presupponendo normalità.

In questo caso vengono ribaltati i risultati ottenuti precedentemente in cui log-verosimiglianza MHM (Modified Harmonic Mean) era di -97.511375, mentre quella di Laplace -99.060713.

1997-2006	Log Verosimiglianza di Laplace
$\alpha_u=0$	-49.4150
$\alpha_u \neq 0$	-49.1948

tabella 3.5: verosimiglianza di Laplace (1997-2006)

Come fatto in precedenza andiamo a confrontare il modello con quello ottenuto ponendo la restrizione per $\alpha_u=0$ in termini di log-verosimiglianza di Laplace.

Anche questa volta otteniamo risultati simili da cui però sembra risultare migliore il modello senza restrizione.

3.3 Decomposizione della varianza (FEVD)

1997-2006 (1995-2009)	ε_t^R	ε_t^π	ε_t^u
R_t	96.78 (87,60)	0.69 (4,60)	2.53 (7,81)
π_t	52.75 (4,55)	40.94 (83,98)	6.32 (11,47)
u_t	43.97 (9,47)	0.21 (0,21)	44.14 (74,90)

tabella 3.6: FEVD infiniti passi avanti (1997-2006)

La decomposizione della varianza qui presentata calcolata sul nuovo orizzonte temporale presenta degli importanti cambiamenti.

Il metodo di stima rimane quello precedentemente illustrato fatto considerando infiniti passi in avanti.

In questo caso l'effetto di uno shock di politica monetaria ha un influenza maggiore.

L'impatto diretto sul tasso di interesse nominale è del 96,8% e quello indiretto sull'inflazione è del 52,75% e sulla disoccupazione è del 44%.

Questi ultimi 2 dati risultano essere i più discordanti con quelli ottenuti in precedenza passando da meno del 10% a 45-50%.

Lo shock dell'inflazione continua ad insistere maggiormente sull'inflazione stessa anche se solo per il 40% e impatta sul tasso di interesse per il 0.69%. Anche qui possiamo trovare differenze con i risultati visti in precedenza con una generale diminuzione dell'impatto sulle variabili tranne sulla disoccupazione il cui apporto rimane basso e di 0.21%.

Lo shock della disoccupazione impatta direttamente per il 44% sulla stessa disoccupazione, implicando una influenza del 6,32% sull'inflazione e del 2,53%

sull'interesse.

La discordanza tra i risultati ottenuti analizzando i 2 diversi orizzonti temporali deve imputarsi al periodo finale dell'intervallo 1995-2009 infatti tra il 2007 e il 2009 come si è anche visto dall'analisi grafica delle serie abbiamo avuto il realizzarsi di veri e propri shock di inflazione e tasso di interesse che quindi hanno viziato le serie ed i risultati a cui siamo pervenuti.

3.4 Analisi della variabile latente

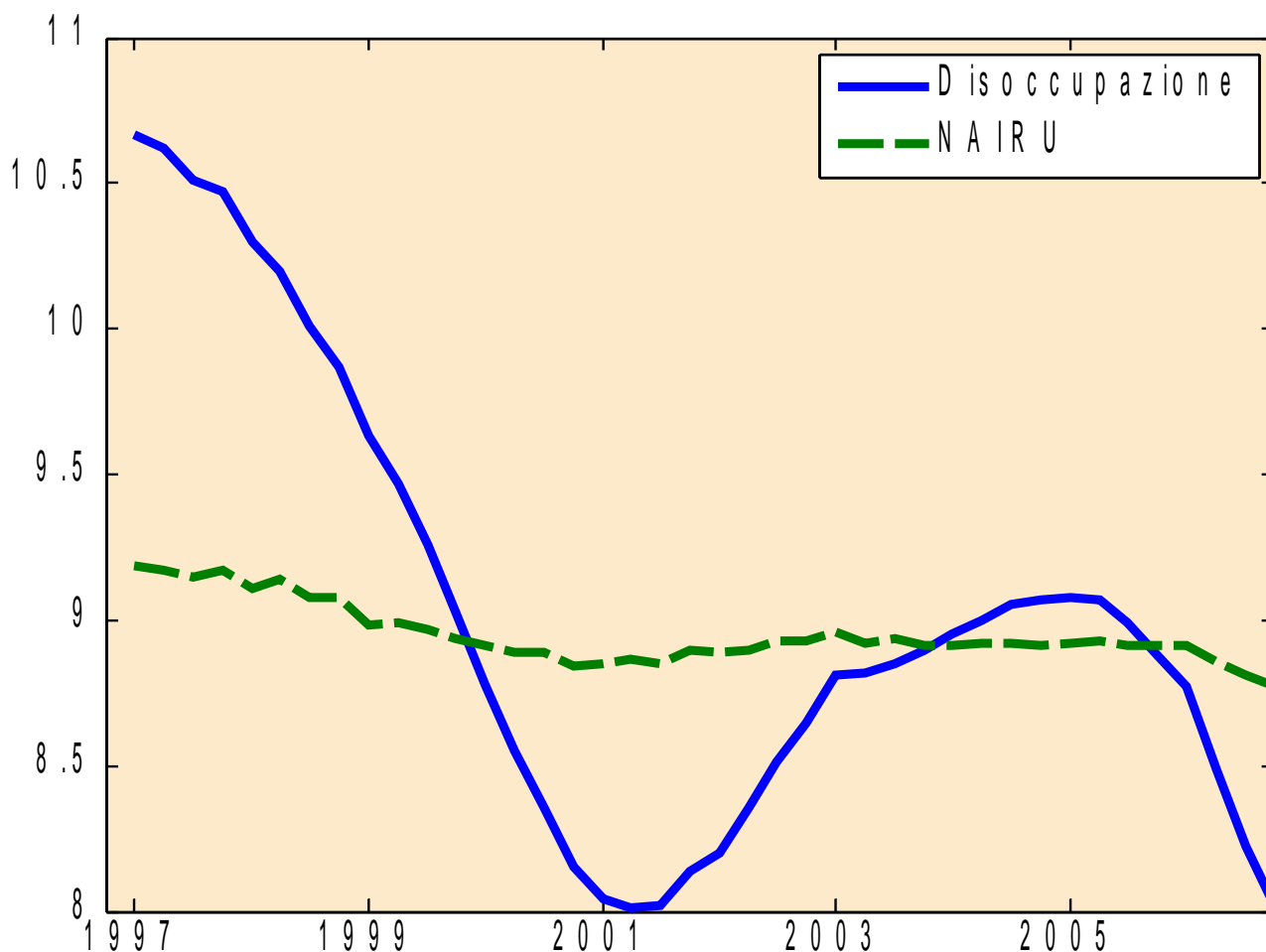


figura 3.4: NAIRU stimato e disoccupazione osservata (1997-2006)

Nel grafico si vede innanzitutto che la disoccupazione ha una discesa brusca di circa 4 punti percentuali nel periodo immediatamente precedente l'entrata in vigore dell'euro cioè dal 1997 al 2001. Negli anni successivi questo è risalito di circa un punto fino al 2005 per poi a fine 2006 tornare a livello del 2001.

Per quanto riguarda la serie che ci indica la componente NAIRU notiamo che sembra avere un andamento lineare che tende a decrescere.

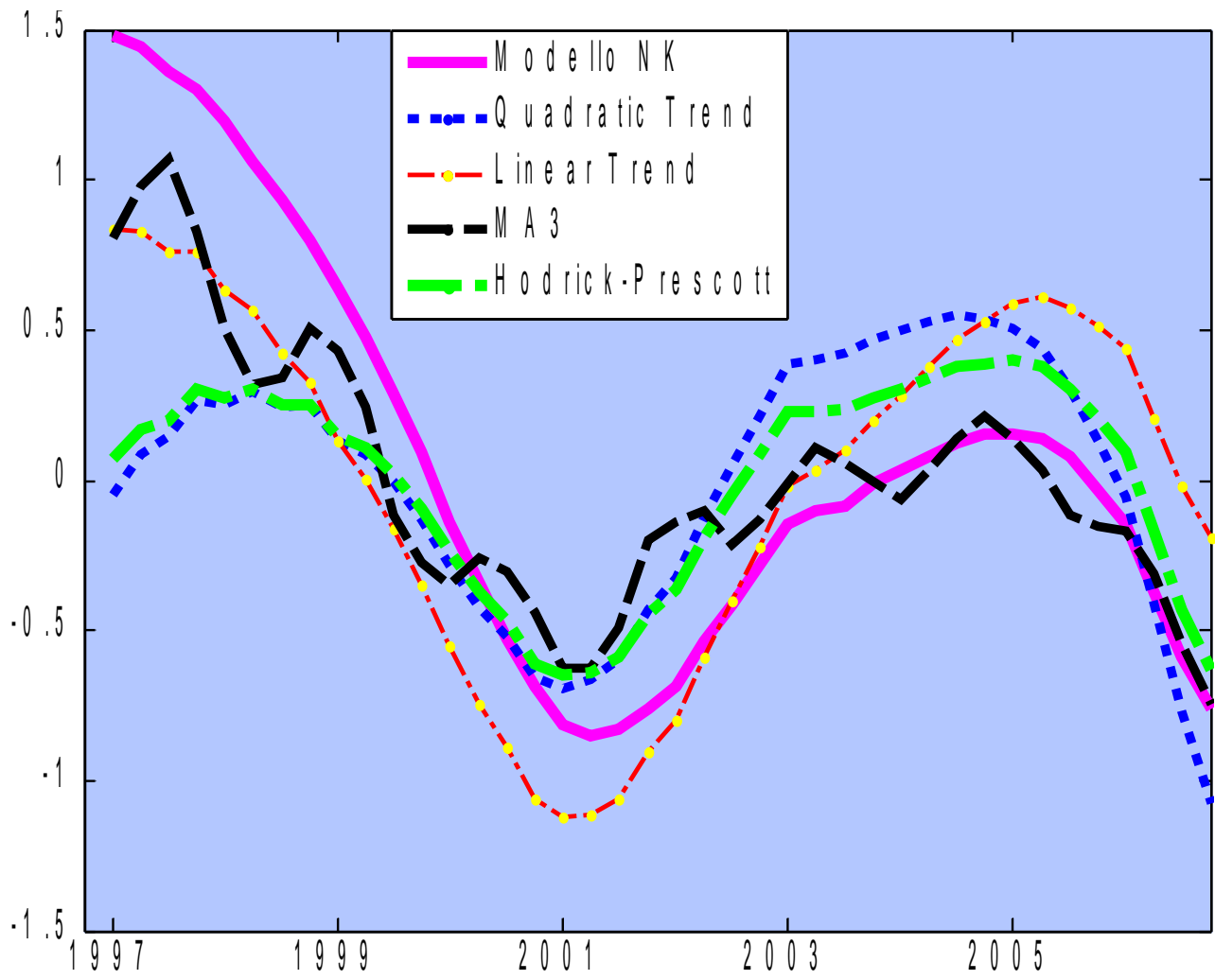


figura 3.5: Modello N-K, H-P filter, MA(3), linear e quadratic trend (1997-2006)

	New Keynesiano	Filtro HP	Trend Lineare	Trend Quadratico	MA (3)
Media	0.0685	0,0000	0,0000	0,0000	0.0093
New Keynesiano	0.6836				
Filtro HP	0.6857	0.3449			
Trend Lineare	0.7955	0.8636	0.6101		
Trend Quadratico	0.5613	0.9622	0.7096	0.4329	
MA (3)	0.9292	0.6900	0.7386	0.6172	0.4320

tabella 3.7: media, deviazione std, correlazione (1997-2006)

Dal grafico e con l'aiuto delle statistiche descrittive si nota nuovamente che la serie ottenuta dai residui di un modello MA(3) applicato alla disoccupazione è quella che più risponde alle fluttuazioni della serie ottenuta stimando la disoccupazione di lungo periodo con il modello DSGE neo-Keynesiano. Il coefficiente di correlazione tra le 2 serie è infatti del 92% anche se la loro volatilità si discosta di circa un 25%. Mentre la varianza della serie NK è 0.68 quella della serie ottenuta dal MA(3) è di 0,43 che implica punti di massimo e minimo meno lontani dalla mediaper quest'ultima. Come già analizzato prendendo in considerazione l'intervallo dal 1995 al 2009 queste due serie sono le uniche due ad avere una media diversa da 0 anche se di poco.

Analizzando anche le altre serie notiamo che la serie con la volatilità più vicina alla serie ottenuta dal modello bayesiano è quella che si ricava con una detrendizzazione lineare (0.61) mentre la meno variabile è la serie filtrata con Hodrick-Prescott (0.34).

Eliminando la prima e l'ultima sezione di osservazioni sembra proprio che il trend lineare si confaccia alla serie Neo-Keynesiana maggiormente rispetto a quello quadratico con correlazione di circa 0,8 contro 0,56.

Il ciclo della serie calcolato con il filtro di Hodrick-Prescott come nell'altro orizzonte temporale sembra essere molto simile alla serie ottenuta da una detrendizzazione quadratica (correlazione di 0,96) anche se correla maggiormente rispetto a quest'ultima con la serie Neo-Keynesiana (0,69 contro 0,56).

Confrontando questi risultati con quelli ottenuti nel periodo 1995-2009 dobbiamo evidenziare una diminuzione generale della volatilità. Per quanto riguarda le correlazioni vediamo come il trend quadratico diventi meno utile a spiegare il NAIRU mentre il trend lineare e il filtro di Hodrick-Prescott aumentino la loro somiglianza nei confronti del gap disoccupazionale.

Conclusioni

Questo lavoro si è occupato di analizzare la disoccupazione in relazione all'inflazione e al tasso di interesse. Dall'analisi dei dati è emerso che la disoccupazione e l'interesse nel periodo di tempo che va dal 1995 al 2009 hanno una correlazione uguale e contraria sull'inflazione.

Analizzando poi il modello di equilibrio economico generale, che è stato costruito, siamo andati a vedere l'impatto del gap disoccupazionale sulla politica monetaria e sulla domanda aggregata. I risultati che abbiamo ottenuto hanno evidenziato una scarsa importanza del parametro α_u che pesa il gap disoccupazionale nella determinazione del tasso di interesse nominale. Dalla stima a posteriori della media otteniamo un valore prossimo a 0 con un intervallo di confidenza al 90%, che comprende sia numeri positivi che negativi. Dal confronto con il modello in cui α_u viene posto uguale a 0 è risultato che non vi è molta differenza, anche se non considerando il parametro la verosimiglianza sembra peggiorare leggermente. Ne deriva che seppur poco α_u aiuta ad avere un modello più completo e veritiero.

Dall'analisi delle risposte ad impulso (IRF) e della decomposizione della varianza (FEVD) si è visto come il modello reagisce agli shock. Ad uno shock di disoccupazione si nota un maggior impatto sulla varianza dell'inflazione rispetto a quello sul tasso di interesse. Cambiamenti improvvisi del tasso di interesse e dell'inflazione portano entrambi spostamenti della disoccupazione.

L'analisi del modello nell'orizzonte temporale che va dal 1997 al 2006 ha portato a risultati bayesiani più o meno analoghi. Anche in questo intervallo di tempo la

variabile problematica continua ad essere α_u , che anche in questo caso comunque conviene utilizzare nello stimare il modello.

Risultati particolari si sono ottenuti nell'analisi del FEVD, che in questo periodo di maggior stabilità economica, da un maggior peso dello shock del tasso di interesse sull'inflazione e sulla disoccupazione e minor peso dello shock inflazionistico sull'interesse rispetto a quanto visto prendendo in considerazione il periodo dal 2005 al 2009. Questa differenza è spiegabile considerando che nel 2008 si è verificata la crisi economica mondiale che ha spinto la banca centrale Europea a prendere delle contromisure straordinarie cambiando i tassi di interesse in modo innaturale.

L'ultima parte dell'analisi si è concentrata sull'analisi della variabile latente del modello DSGE. \bar{u} che abbiamo stimato tramite l'algoritmo di smoothing, ci indica l'andamento non accelerato dall'inflazione del tasso di disoccupazione (NAIRU).

Questo sembra rappresentare il trend della disoccupazione mentre il gap disoccupazionale che abbiamo ottenuto può indicarne la componente ciclica.

Nell'analisi grafica abbiamo paragonato questa serie che otteniamo a partire dal modello DSGE con alcune altre serie ottenute detrendizzando la disoccupazione con metodi matematico statistici. I risultati che abbiamo ottenuto sono stati quasi analoghi nel considerare il periodo 1995-2009 e 1997-2006.

Il metodo che fornisce il risultato più correlato (92%) con il gap disoccupazionale ottenuto dal modello DSGE consiste nell'utilizzare i residui di un processo MA(3) con costante. Questa serie, come tutte le altre stimate, nei 2 periodi considerati risulta meno volatile rispetto al gap disoccupazionale (ottenuto dal DSGE), anche se nel breve periodo la sua volatilità risulta maggiore.

Appendice

Introduzione a Dynare

Dynare è uno strumento che serve per risolvere, simulare e stimare modelli DSGE. Il percorso è intuitivo, inizialmente abbiamo a disposizione un modello formato da varie equazioni che dynare trasforma praticamente equazione per equazione in input per la procedura di Matlab, il programma che ci permette di risolvere il nostro modello.

Nel campo dei modelli DSGE siamo interessati a vedere come il sistema si comporta nel rispondere agli shock, siano essi temporanei o permanenti, e poi a come ritorna al suo stato stazionario.

Il file in dynare è formato da 5 parti distinte:

- Preambolo: contiene la lista delle variabili e dei parametri. Esso è suddiviso in tre comandi, var che contiene le variabili endogene, varexo le esogene, parameters i parametri con i rispettivi valori;
- modello: dove viene specificato il modello semplicemente scrivendo equazione per equazione;
- steady state o valore iniziale: contiene informazioni sullo stato stazionario oppure sul punto preciso da cui far partire la simulazione, questo perchè in un contesto stocastico il modello deve essere linearizzato prima di essere risolto e per fare questo dynare ha bisogno di conoscere lo stato stazionario;
- shock: definisce gli shock del sistema. Due sono i tipi di shock che

possono essere introdotti, temporanei o permanenti. Nel caso di shock temporanei il sistema poi torna al suo stato stazionario, mentre nel caso di shock permanenti il sistema si ristabilizza su un altro punto di stazionarietà;

- calcolo: ordina a dynare di compiere delle specifiche operazioni (previsione, stima, ecc...). Per valutare l'impatto dello shock dynare considera la distribuzione degli shock e vede come impattano sul modello, poi ripete questa procedura un numero sufficiente di volte che gli permette di tracciare una risposta media.

Codice Dynare

Di seguito viene riportato lo specifico codice utilizzato per l'analisi del nostro modello.

```
//.mod file for estimating euro model
var rhat, pihat, uhat, ulp, vr, vpi, vu, gdpinflobs, Unemplobs , interstrateobs;
varexo er, epi, eu, eulp;
//varexo epi, eu, eulp;
parameters phir , alfapi, alfau, gammapi, kappau, rou, tauu, tetaulp, tetau,
tetafin, tetapi,tetar;

//parametri fissi
//beta = .99;
//parametri liberi
phir = .9;
alfapi = 2;
alfau = 0;
gammapi = .5;
kappau = .04;
rou = .5;
tauu = .1;
tetau = 0.6;
tetapi = 0.6;
tetar = 0.6;
tetaulp = .995;
```

```

model;
rhat = phir*rhat(-1)+(1-phir)*(alfapi*pihat-alfau*(uhat-ulp))+vr;
//rhat = phir*rhat(-1)+(1-phir)*(alfapi*pihat-alfau*uhat)+vr;
//rhat = phir*rhat(-1)+(1-phir)*(alfapi*pihat-alfau*(uhat-uhat(-1)))+vr;
pihat=gammapi*pihat(1)+(1-gammapi)*pihat(-1)- kappau*(uhat-ulp)+vpi;
//pihat=gammapi*pihat(-1)- kappau*(uhat-ulp)+vpi;
uhat-ulp= rou*(uhat(-1)-ulp(-1))+tauu*(rhat-pihat)+vu;
ulp=tetaulp*ulp(-1)+eulp;
vu=tetau*vu(-1)+ eu;
vpi=tetapi*vpi(-1)+epi;
vr=tetar*vr(-1)+er;

//equazione di misura

interestrategyobs=rhat;
gdpinflobs=pihat;
Unemplobs=uhat;
end;
steady(solve_algo=0); check;

estimated_params;
phir, .91, beta_pdf, .5, .285;
alfapi, 1.84, normal_pdf, 2, .5;
alfau, .28, normal_pdf, .3, .5;
gammapi, .95, beta_pdf, .5, .285;

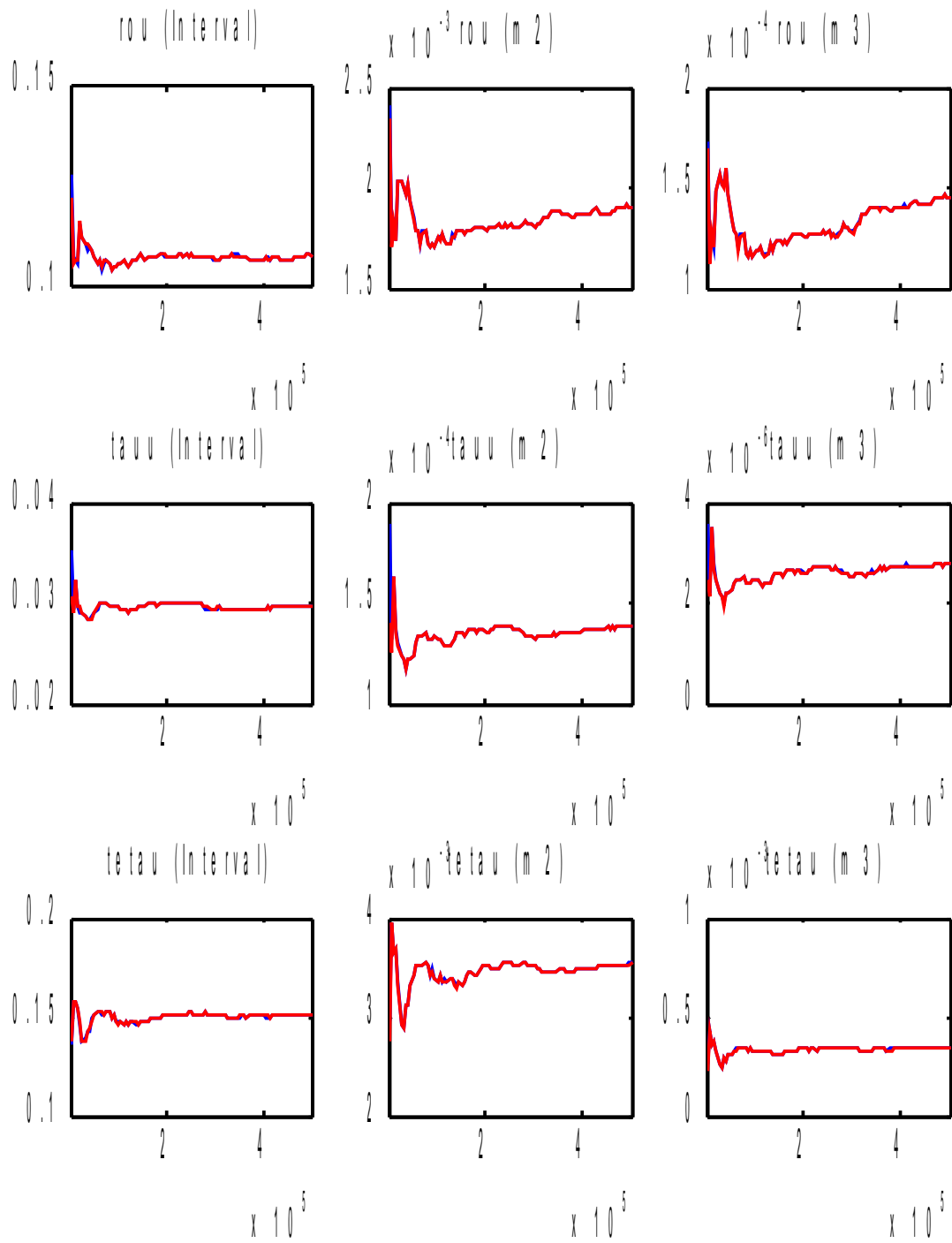
```

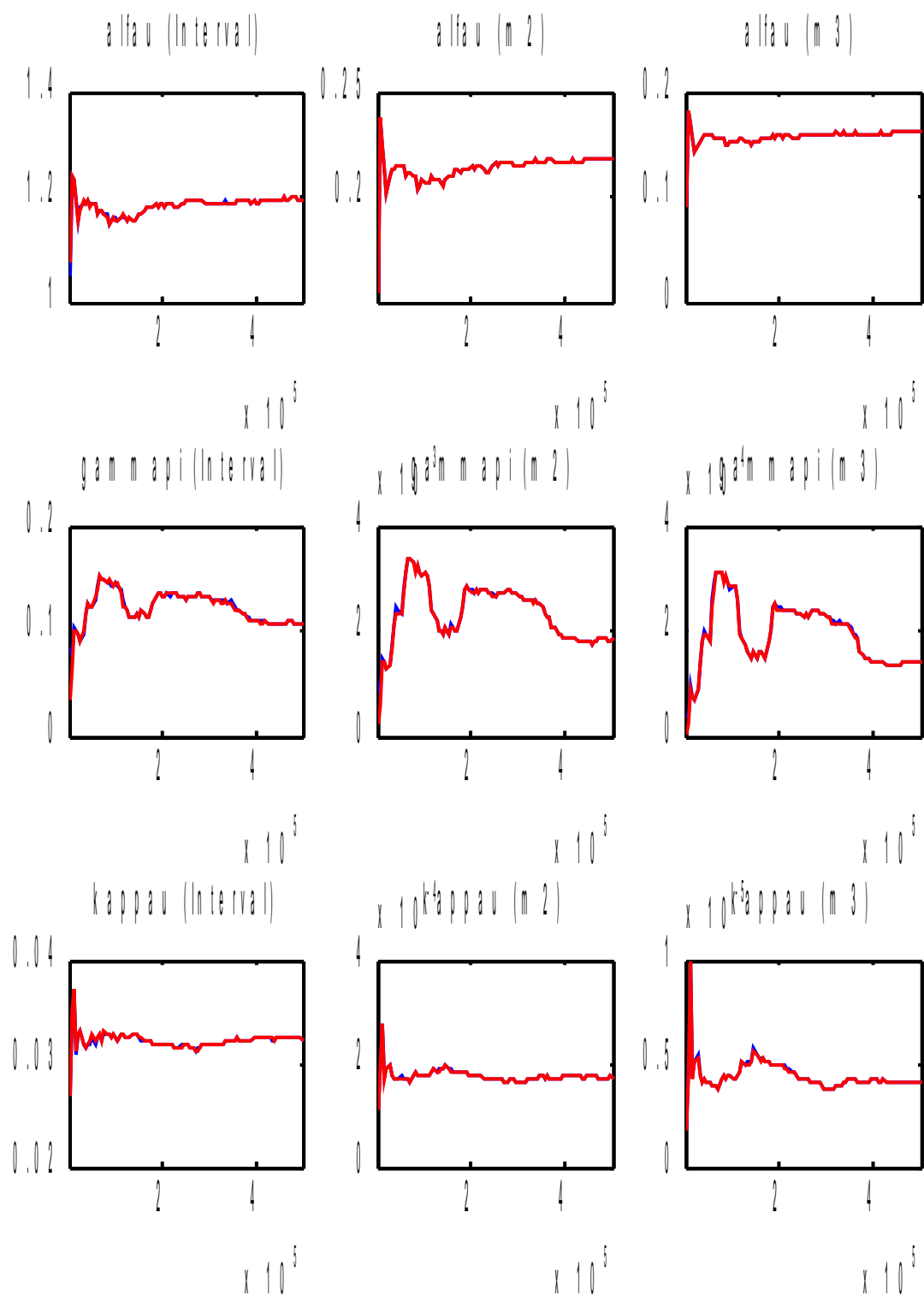
```

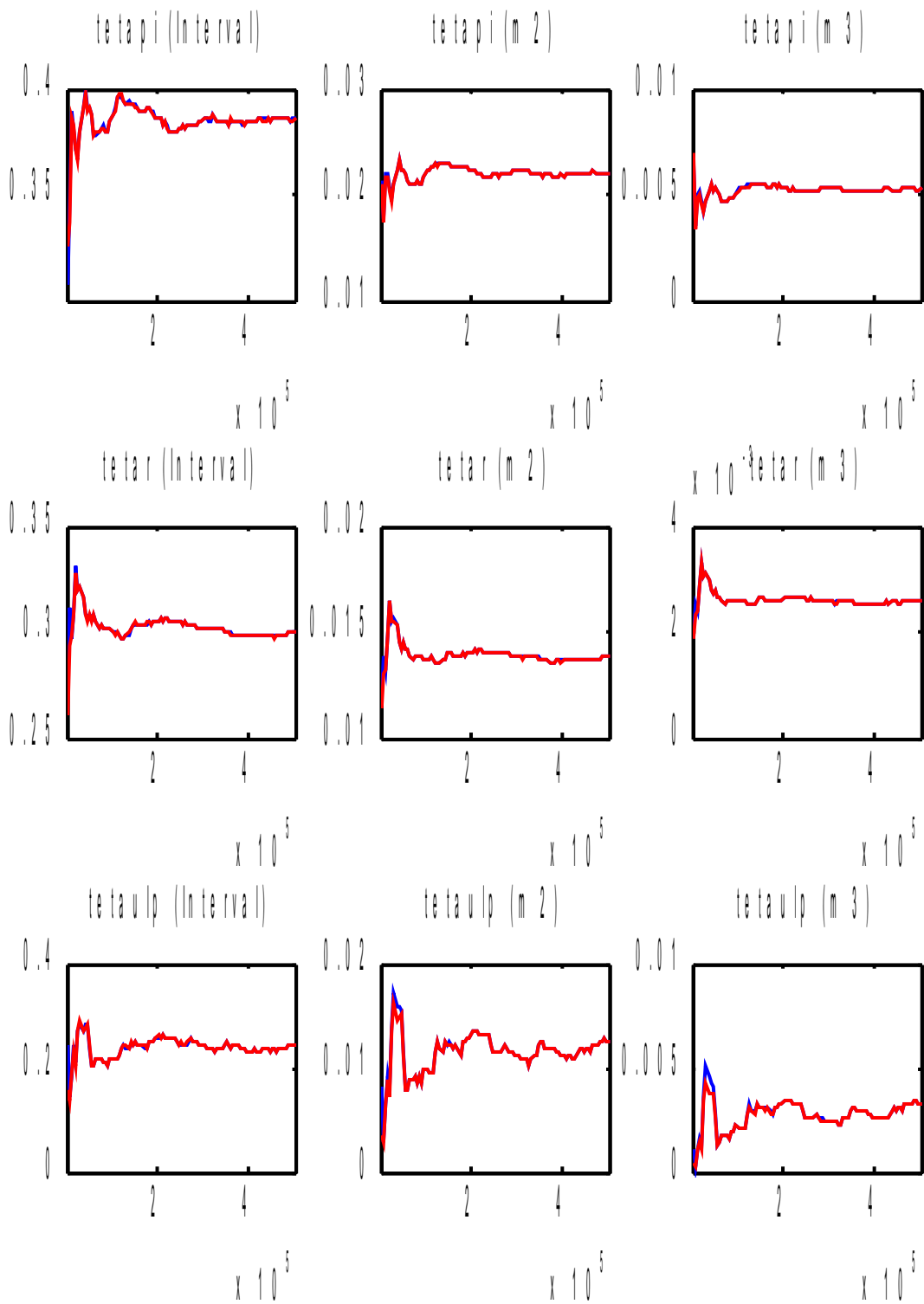
kappau, .04, gamma_pdf, .075, .025;
rou, .88, beta_pdf, .5, .285;
tauu, .02, gamma_pdf, .1, .05;
tetau, .73, beta_pdf, .5, .1;
tetapi, .28, beta_pdf, .5, .285;
tetar, .51, beta_pdf, .5, .285;
tetaulp, beta_pdf, .5, .285;
//shock, stdevs
stderr er, .40, inv_gamma_pdf, .25, .2;
stderr epi, .53, inv_gamma_pdf, .25, .2;
stderr eu, .10, inv_gamma_pdf, .25, .2;
stderr eulp, .08, inv_gamma_pdf, .25, .2;
end;
varobs gdpinflows Unemplobs interstrateobs;
estimation(datafile=Tesi_data3,prefilter=1,first_obs=1,mode_compute=4,mode
_check,mh_replic=0);
//estimation(datafile=Tesi_data3,prefilter=1,first_obs=1,nobs=40,mh_jscale=.45,
mh_drop=.9,mode_compute=4,mh_nblocks=2,conf_sig=.9,filtered_vars,bayesia
n_irf,mh_replic=500000);
save stime.mat
stoch_simul rhat pihat uhat;

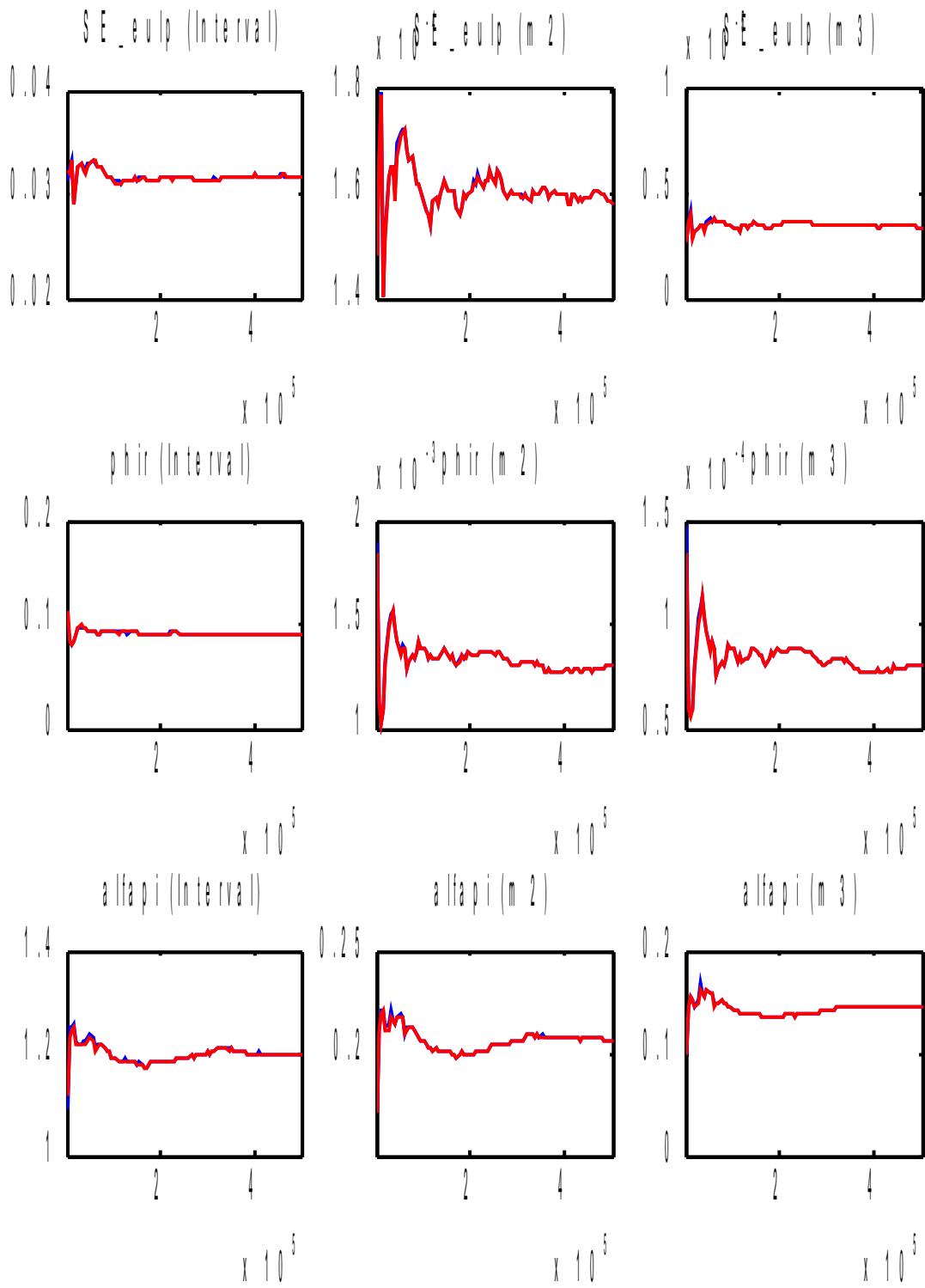
```

Convergenza Iterativa









Bibliografia

Adjemian S., Bastani H., Juillard M., Mihoubi F., Perendia G., Ratto M., Villemot S. (2010) : “*Dynare manual Version 4.0.0*”.

Airaudo M., Nisticò S., Zanna L. F. (2008) : “*Learning Monetary Policy and Asset Prices*”, LLEE Working Paper N° 48, LUISS Guido Carli.

Ball L., Mankiw N. G. (2002): “*The NAIRU in Theory and Practice*”, Journal of Economic Perspectives, pag. 115–136

Ball L. M. (2009): “*Hysteresis in unemployment: old and new evidence*”, NBER Working Paper No. 14818.

Batini, Greensladey (2006): “*Measuring the UK short-run NAIRU*”, Oxford Economic Papers 28-49.

Benati L., Surico P. (2008) : “*Evolving U.S. Monetary Policy and the Decline of Inflation Predictability*”, Journal of the European Association.

Benati L., Surico P. (2009) : “*VAR Analysis and the Great Moderation*”,

American Economic Review.

Brooks S., Gelman A. (1998) : “*General Methods for Monitoring Convergence of Interactive Simulations*”, Journal of Computational and Graphical Statistics, pag. 434-455.

Cappuccio N., Orsi R. (2005) : “*Econometria*”, il Mulino.

Castelnuovo E. (2003) : “*Taylor Rules, Omitted Variables and Interest rate Smoothing in the U.S.*”, Economic Letters.

Castelnuovo E. (2010) : “*Testing the Structural Interpretation of Price Puzzle with a Cost Channel Model*”, Oxford Bulletin of Economics and Statistics.

Castelnuovo E., Nisticò S. (2010) : “*Stock Market Conditions and Monetary Policy in a DSGE Model for the U.S.*”, Journal of Economic Dynamics and Control.

Durbin J., Koopman S. J. (2000) : “*Time Series Analysis by State Space Methods*”, Oxford University Press.

Hyeonwoo K. (2004) : “*Hodrick-Prescott Filter*”.

Hodrick R., Prescott E. C. (1997) : “*Postwar U.S. Business Cycle: An Empirical Investigation*”, Journal of Money, Credit and Banking.

Kass R., Raftery A. (1995) : “*Bayes Factor*”, Journal of American Statistical Association.

Landon-Lane J. (2000) : “*A Full Information Bayesian Approach to the Evolution and Estimation of DSGE Models*”, Proceeding of the American Statistical Association.

Mankiw N.G. (2004) : “*Macroeconomia*”, Zanichelli.

Nisticò S. (2007) : “*Monetary Policy and Stock-Price Dynamics in a DSGE Framework*”, LLEE Working Paper N° 28.

Schorfheide F. (2000) : “*Loss Function-based evaluation of DSGE Models*”, Journal of Applied Econometrics.

Smets F., Wouters R. (2003) : “*An Estimates Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area*”, Journal of the European Economic Association.

Tsay R. (2002) : “ *Analysis of Financial Time Series*”, Wiley, New York.

Villaverde F., Ramirez R. (2001) : “ *Comparing Dynamic equilibrium economies to data*”, Federal Reserve Bank of Atlanta.

