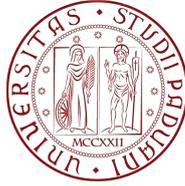


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

---



**Facoltà di Ingegneria  
Dipartimento di Ingegneria Industriale**

**CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN  
INGEGNERIA AEROSPAZIALE**

**Tesi Sperimentale di Laurea**

**Progettazione di un forcellone motociclistico  
innovativo per motociclette da competizione**

Relatore

Prof. Roberto LOT

Correlatore

Prof. Ugo GALVANETTO

Laureando

Giacomo SARTI

(matr. 1036563)

---

ANNO ACCADEMICO 2012/2013



A tutti coloro  
che mi hanno supportato  
in questa avventura.

La presente tesi di laurea è stata parzialmente svolta in collaborazione con la COMPOSITEX S.R.L di Vicenza. Si ringrazia pertanto il signor Luca Bernardotto per l'ospitalità e la cortesia.



# Indice

<b>Sommario</b>	<b>13</b>
<b>1 Cenni di dinamica della motocicletta</b>	<b>15</b>
1 Cinematica della motocicletta . . . . .	15
2 Geometria della motocicletta . . . . .	17
3 Baricentro . . . . .	21
4 Movimenti di beccheggio, rollio e imbardata . . . . .	25
4.1 Il movimento di beccheggio . . . . .	26
4.2 Il movimento di rollio . . . . .	26
4.3 Il movimento di imbardata . . . . .	27
<b>2 Tipi di forcellone</b>	<b>31</b>
1 Introduzione . . . . .	31
2 Struttura del forcellone . . . . .	31
3 Numero di bracci . . . . .	32
4 Movimento . . . . .	33
5 Forma dei bracci . . . . .	34
6 Accorgimenti . . . . .	35
7 Collegamento alla sospensione . . . . .	35
8 Numero di sospensioni . . . . .	36
9 Regolazione della catena . . . . .	37
10 Accorgimenti . . . . .	37

<b>3</b>	<b>Forcellone bibraccio in carbonio</b>	<b>41</b>
1	Cenni di storia . . . . .	41
2	Descrizione geometrica . . . . .	43
3	Importazione in PATRAN e meshatura . . . . .	46
4	Mesh del componente . . . . .	48
5	Materiali utilizzati . . . . .	49
5.1	Il carbonio . . . . .	51
6	Analisi modale . . . . .	52
6.1	Aggiunta della ruota al modello . . . . .	52
7	Screw Theory . . . . .	55
7.1	Valutazione delle rigidzze . . . . .	55
7.2	Procedura di calcolo . . . . .	59
	Matrice di cedevolezza . . . . .	63
	Matrice di rigidzza . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Forcellone monobraccio in alluminio</b>	<b>75</b>
1	Cenni di storia . . . . .	75
2	Forcellone reale . . . . .	76
2.1	Determinazione della massa . . . . .	78
2.2	Determinazione del baricentro . . . . .	79
2.3	Determinazione dei momenti di inerzia . . . . .	79
3	Modello CAD . . . . .	82
4	Creazione del modello FEM . . . . .	84
5	Test di laboratorio . . . . .	90
5.1	Descrizione dell'esperimento . . . . .	90
6	Calcolo delle rigidzze . . . . .	94
7	Screw Theory . . . . .	98
7.1	Matrice di cedevolezza . . . . .	101
	Terna principale flessionale . . . . .	101
	Terna principale torsionale . . . . .	104
7.2	Matrice di rigidzza . . . . .	106
<b>5</b>	<b>Forcellone innovativo</b>	
	<b>monobraccio in carbonio</b>	<b>109</b>
1	Descrizione del lavoro . . . . .	109

---

2	Screw Theory . . . . .	118
2.1	Matrice di cedevolezza . . . . .	119
	Terna principale flessionale . . . . .	119
	Terna principale torsionale . . . . .	120
2.2	Matrice di rigidezza . . . . .	122
<b>6</b>	<b>Conclusioni e sviluppi futuri</b>	<b>127</b>
<b>7</b>	<b>Script di Matlab</b>	<b>129</b>
1	Coord_ALFA_fless.m . . . . .	129
2	Alfa_Fless_angoli.m . . . . .	131
	<b>Bibliografia</b>	<b>133</b>
	<b>Ringraziamenti</b>	<b>135</b>



# Elenco delle figure

1.1	Struttura cinematica della motocicletta . . . . .	16
1.2	Geometria della motocicletta . . . . .	18
1.3	Coordinate del baricentro del motociclo . . . . .	21
1.4	Trasferimento del carico in accelerazione . . . . .	24
1.5	Trasferimento del carico in frenata . . . . .	25
1.6	Movimento di beccheggio della motocicletta . . . . .	27
1.7	Moto di rollio di una motocicletta . . . . .	28
1.8	Movimento di imbardata di una motocicletta . . . . .	29
2.1	Forcellone stampato . . . . .	32
2.2	Forcellone monobraccio. . . . .	33
2.3	Motociclo con forcellone fisso. . . . .	34
2.4	Forcellone con capriata di rinforzo. . . . .	35
2.5	Sistema Cantilever . . . . .	36
2.6	Sistema di regolazione a vite e piastra . . . . .	38
3.1	Forcellone bibraccio in alluminio e in carbonio . . . . .	42
3.2	Cagiva C594 con forcellone in carbonio . . . . .	43
3.3	Ducati Desmosedici con forcellone in carbonio . . . . .	44
3.4	Particolari sotto-scocca della Speed Up . . . . .	44
3.5	Moto e forcellone . . . . .	45
3.6	Vista laterale, valori in <i>mm</i> . . . . .	46
3.7	Vista superiore, valori in <i>mm</i> . . . . .	46
3.8	Viste varie . . . . .	47

3.9	Descrizione dei particolari . . . . .	47
3.10	Geometria importata in Patran . . . . .	48
3.11	Mesh del forcellone . . . . .	49
3.12	Dettaglio della mesh . . . . .	49
3.13	Elementi MPC . . . . .	50
3.14	Direzioni di riferimento . . . . .	51
3.15	Modo flessionale e torsionale . . . . .	53
3.16	Rappresentazione schematica del perno e della ruota . . . . .	53
3.17	Assi d'inerzia della ruota posteriore . . . . .	54
3.18	Modi flessionali e torsionale . . . . .	56
3.19	Metodo di valutazione delle rigidezze . . . . .	57
3.20	Forza laterale applicata e spostamento risultante . . . . .	58
3.21	Momento torsionale applicato e rotazione risultante . . . . .	58
3.22	Particolare del file F06 . . . . .	61
3.23	Scomposizione delle matrici . . . . .	62
3.24	Terna flessionale principale . . . . .	65
3.25	Terna torsionale principale . . . . .	67
3.26	Confronto delle due terne di riferimento . . . . .	68
3.27	Rigidezze e terna di riferimento . . . . .	71
3.28	Terna flessionale generata dalla matrice K . . . . .	72
3.29	Terna torsionale generata dalla matrice K . . . . .	73
3.30	Schema concettuale sulle matrici . . . . .	74
4.1	Ducati 916 da strada (sopra) e da pista (sotto) . . . . .	77
4.2	Architettura del forcellone monobraccio . . . . .	77
4.3	Forcellone reale studiato . . . . .	78
4.4	Pesatura del forcellone . . . . .	79
4.5	Determinazione della posizione del baricentro . . . . .	80
4.6	Determinazione del baricentro con Solidworks . . . . .	80
4.7	Determinazione dei momenti di inerzia Y e Z . . . . .	81
4.8	Determinazione del momento di inerzia X . . . . .	82
4.9	Modello CAD . . . . .	83
4.10	Dettagli CAD del forcellone in alluminio . . . . .	83
4.11	Dettagli interni del CAD . . . . .	84
4.12	Tavole CAD del forcellone monobraccio in alluminio . . . . .	85

---

4.13	Geometria importata in Patran . . . . .	86
4.14	Mesh del componente . . . . .	86
4.15	Modi flessionali e torsionale . . . . .	89
4.16	Strumenti utilizzati 1. . . . .	90
4.17	Strumenti utilizzati 2. . . . .	91
4.18	Riassunto fase sperimentale . . . . .	92
4.19	Primi tre modi di vibrare misurati . . . . .	93
4.20	Modello FEM con ruota e perno . . . . .	95
4.21	Assi di inerzia della ruota posteriore . . . . .	96
4.22	Rigidezza flessionale e torsionale . . . . .	97
4.23	Modi flessionali e modo torsionale . . . . .	99
4.24	Comparazione fra i due forcelloni fin qui studiati . . . . .	100
4.25	Terna principale flessionale . . . . .	103
4.26	Terna principale torsionale . . . . .	105
5.1	Forcellone monobraccio in carbonio . . . . .	110
5.2	Vista interna del forcellone . . . . .	110
5.3	Direzione 0° delle fibre . . . . .	113
5.4	Modi flessionali e torsionale del forcellone . . . . .	117
5.5	Modi flessionali e torsionale (con ruota) . . . . .	117
5.6	Terna principale flessionale . . . . .	121
5.7	Terna principale torsionale . . . . .	123



# Sommario

Lo scopo di questo lavoro di tesi consiste nell'analizzare il comportamento vibrazionale di un forcellone in carbonio simile a quello utilizzato nella categoria Moto2 del campionato mondiale. Dopo la creazione geometrica, il modello CAD verrà importato in PATRAN, meshato e sottoposto alle opportune condizioni di carico per valutarne la rigidità flessionale e torsionale. Verranno valutati i modi di vibrare e le direzioni principali di rigidità flessionale e torsionale. Successivamente questo modello sperimentale verrà utilizzato per studiare un forcellone commerciale monobraccio in alluminio e per confrontarne i risultati sperimentali. Al termine di queste valutazioni, verranno unite le peculiarità dei due diversi modelli per creare le basi progettuali di un forcellone inedito: monobraccio in carbonio.

*Parole chiave:* Forcellone Monobraccio; Forcellone Bibraccio ; Rigidità; Modi di Vibrare; Carbonio.



# Capitolo 1

## Cenni di dinamica della motocicletta

*Questo primo capitolo della presente tesi di laurea ha lo scopo di accompagnare il lettore verso l'effettivo lavoro sperimentale compiuto durante i mesi di tesi e descritto nei capitoli successivi. I concetti sviluppati in questi primi paragrafi sono stati tratti da [1].*

### 1 Cinematica della motocicletta

Lo studio cinematico del motoveicolo è di fondamentale importanza in relazione ai suoi effetti sul comportamento dinamico del motociclo stesso.

Il motociclo è composto da una grande varietà di componenti meccanici e non, ma se si esamina da un punto di vista strettamente cinematico, considerando le sospensioni rigide e le ruote indeformabili, può essere ricondotto ad un meccanismo spaziale composto da quattro corpi rigidi:

- il retrotreno (telaio, sella, serbatoio, gruppo motore e cambio);
- l'avantreno (forcella, canotto di sterzo, manubrio);
- la ruota posteriore;
- la ruota anteriore.

Questi corpi sono vincolati tra loro per mezzo di tre coppie rotoidali (lo sterzo e gli assi delle ruote) e sono collegati al terreno mediante due coppie ruota-terreno (figura 1.1)

Ciascuna coppia rotoidale inibisce cinque gradi di libertà del meccanismo spaziale, mentre ogni coppia ruota-terreno, considerando valida l'ipotesi di

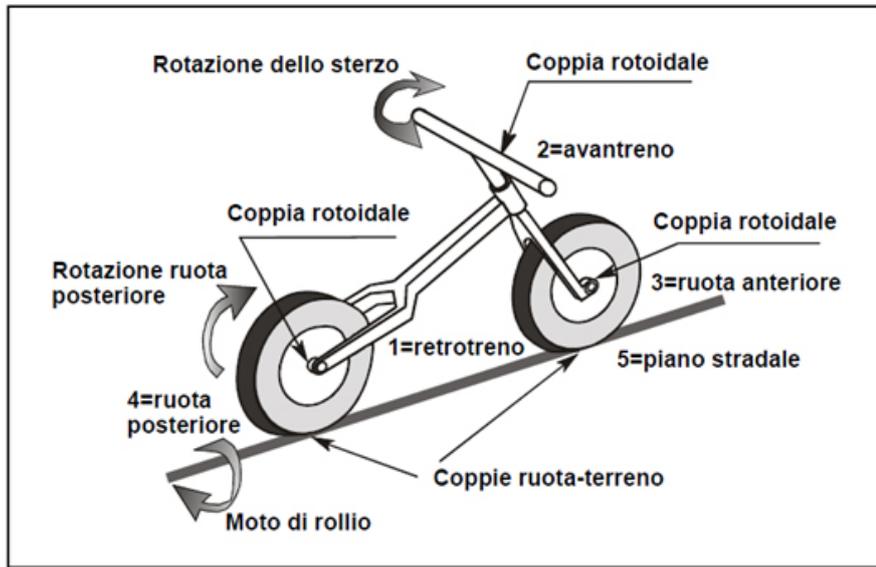


Figura 1.1: Struttura cinematica della motocicletta

moto di puro rotolamento dei pneumatici sul piano stradale lasciando liberi soltanto tre gradi di libertà.

Ogni ruota, infatti, rispetto al piano stradale fisso, può ruotare soltanto attorno:

- al punto di contatto, nel piano della ruota (moto di avanzamento);
- all'asse di intersezione del piano del motociclo con il piano stradale (moto di rollio);
- all'asse passante per il punto di contatto e per il centro della ruota stessa (moto di prillamento).

Il numero dei gradi di libertà (g.d.l.) del motociclo è dunque pari a tre, dato che ai ventiquattro g.d.l. posseduti dai quattro corpi rigidi nello spazio, si devono sottrarre i quindici g.d.l. inibiti dalle tre coppie rotoidali (sterzo e assi ruota) e i sei g.d.l. eliminati dai due accoppiamenti ruota-terreno.

I tre gradi di libertà del motociclo si possono associare ai tre moti principali:

- moto di avanzamento del veicolo;
- moto di rollio attorno alla retta congiungente i punti di contatto con il piano stradale;

- moto dello sterzo.

Il pilota durante la guida utilizza simultaneamente, in maniera coordinata e personale, i tre moti principali: il moto complessivo del motociclo e la traiettoria percorsa (ad esempio in una curva a gomito) sono dunque una combinazione nel tempo dei tre moti associati ai tre gradi di libertà. La manovra effettuata è perciò una, tra le infinite possibili manovre, e caratterizza lo stile di guida del pilota.

Queste considerazioni sono state formulate ipotizzando il moto dei pneumatici senza strisciamento. Nella realtà il moto dei pneumatici non è di puro rotolamento, in quanto la generazione sia di forze longitudinali (come quelle di spinta o di frenata) sia di forze laterali, richiede strisciamenti relativi rispetto al terreno, rispettivamente in direzione longitudinale e laterale.

Il numero di gradi di libertà cresce fino a sette:

- moto di avanzamento del motoveicolo
- moto di rollio
- rotazione dello sterzo
- slittamento della ruota anteriore in direzione longitudinale (frenata)
- slittamento della ruota posteriore in direzione longitudinale (spinta o frenata)
- slittamento laterale della ruota anteriore
- slittamento laterale della ruota posteriore

## 2 Geometria della motocicletta

Nella descrizione cinematica, si è visto che il motociclo può essere considerato come un meccanismo spaziale composto da quattro corpi rigidi; si può infatti notare che, in modo semplicistico, esso è composto da due ruote, di cui una sterzante, collegate tra loro da una struttura rigida, il telaio (figure 1.1 1.2). La motocicletta, quindi, considerata come un corpo rigido, ossia senza sospensioni e con pneumatici indeformabili, schematizzati come solidi toroidali a sezione circolare, è descritta dalle seguenti grandezze geometriche (fig. 1.2):

- $p$  passo (o interasse)

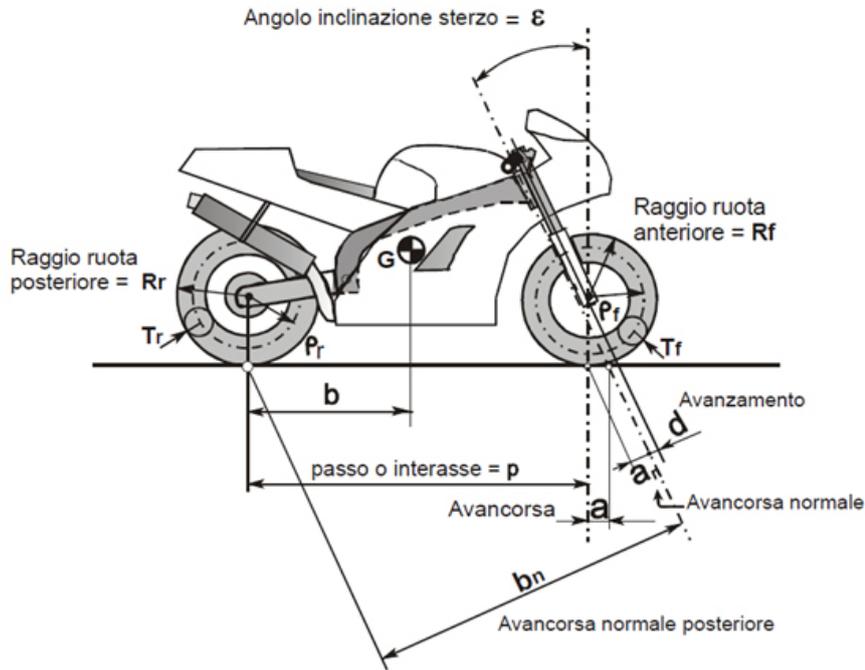


Figura 1.2: Geometria della motocicletta

- $d$  avanzamento (distanza tra l'asse dello sterzo ed il centro della ruota anteriore)
- $\varepsilon$  inclinazione dell'asse di sterzo
- $R_r$  raggio della ruota posteriore
- $R_f$  raggio della ruota anteriore
- $t_r$  raggio del pneumatico posteriore
- $t_f$  raggio del pneumatico anteriore

Altre importanti grandezze geometriche sono esprimibili in funzione delle precedenti:

- $\varrho_r = (R_r - t_r) \rightarrow$  raggio dell'asse del toro della ruota posteriore
- $\varrho_f = (R_f - t_f) \rightarrow$  raggio dell'asse del toro della ruota anteriore
- $a_n = R_f \operatorname{sen} \varepsilon - d \rightarrow$  avancorsa normale
- $a = a_n / \operatorname{cos} \varepsilon = R_f \operatorname{tg} \varepsilon - d / \operatorname{cos} \varepsilon \rightarrow$  avancorsa

Per caratterizzare un motociclo, solitamente si fa riferimento alle seguenti grandezze geometriche:

- passo;
- avancorsa;
- angolo di inclinazione dello sterzo.

Esse sono misurate con il motoveicolo nella posizione verticale e con l'angolo di sterzata nullo.

- Il passo, definito anche interasse, è la distanza tra i punti di contatto dei pneumatici con il piano stradale o, ugualmente, la distanza che intercorre tra i due centri ruota.

- L'avancorsa è la distanza tra il punto di contatto della ruota anteriore con la strada e il punto di intersezione dell'asse dello sterzo, sempre col piano stradale.

- L'angolo d'inclinazione dello sterzo è l'angolo compreso tra l'asse verticale e l'asse di rotazione dell'avantreno (asse dello sterzo).

Queste sono le grandezze che concorrono a definire la geometria e la maneggevolezza del veicolo percepita dal pilota; non è però possibile esaminare gli effetti di un solo parametro indipendentemente dagli altri, a causa della loro forte interazione.

Per evidenziare meglio questo legame, si possono aggiungere a queste grandezze anche il diametro delle ruote. Si può notare così come, cambiando la misura a una, di conseguenza variano pure le altre. Infatti, se si sostituisce una ruota da 18 pollici di diametro, con una da 16, la moto si abbasserà in avanti e l'avancorsa diminuirà.

Per tornare al valore originario dell'avancorsa, si potrebbe allungare gli steli della forcella, ma in questo modo aumenterebbe l'interasse.

Per riportare l'interasse al valore primitivo, si potrebbe diminuire l'angolo di inclinazione della forcella, ottenendo però anche una riduzione della misura dell'avancorsa. Vengono analizzate ora come le singole grandezze determinano la tipologia del mezzo e come influenzano la guida.

Il valore del passo varia secondo il tipo di motociclo: si va da valori di 1200 mm per piccoli scooter, a 1300 mm per motociclette leggere (cilindrata 125 cm<sup>3</sup>), a 1350 mm per moto di media cilindrata (250 cm<sup>3</sup>) fino a raggiungere e superare i 1600 mm nei veicoli turistici di grossa cilindrata.

Un incremento dell'interasse, mantenendo costanti le misure degli altri parametri geometrici, comporta:

- un aumento sfavorevole della deformabilità flessionale e torsionale del telaio, a scapito delle maneggevolezza del mezzo e della velocità di inserimento in curva. Un aumento sfavorevole del raggio minimo di curvatura che rende difficile effettuare curve di piccolo raggio (ad esempio compiere curve a gomito o svolte a U tra due marciapiedi);
- una diminuzione favorevole del trasferimento di carico tra le due ruote, durante le fasi di accelerazione e frenata, con conseguente diminuzione del moto di beccheggio. Risulta più difficile il ribaltamento in avanti in frenata o l'impennata in accelerazione;
- una diminuzione favorevole del moto di beccheggio generato dal superamento di asperità del piano stradale;
- un aumento favorevole della stabilità direzionale del veicolo.

L'avancorsa e l'angolo di inclinazione dello sterzo sono di fondamentale importanza poiché definiscono le caratteristiche geometriche dello sterzo e concorrono a determinare le proprietà di maneggevolezza e stabilità del moto-veicolo. Anche questi parametri dipendono dal tipo di motociclo.

L'avancorsa è sempre posta in relazione con il passo, infatti, si va da valori di 75-90 mm nei veicoli da competizione a valori di 90-100 mm nei motocicli sportivi, fino a misure di oltre 120 mm nei mezzi puramente turistici.

L'angolo di inclinazione dello sterzo varia anch'esso in funzione del veicolo passando da 19° delle moto da speedway, a 21-24° per le moto sportive o da competizione, fino a raggiungere i 27-33° per i veicoli ad indirizzo turistico. Sotto l'aspetto strutturale, un angolo molto piccolo, al limite nullo, comporta, durante la frenata, notevoli sollecitazioni della forcella (e di conseguenza del telaio). La forcella è abbastanza deformabile sia flessionalmente che torsionalmente, perciò valori piccoli di detto angolo causano maggiori sollecitazioni e quindi maggiori deformazioni, che possono innescare pericolose oscillazioni dell'avantreno durante la guida (come il wobble, cioè l'oscillazione dell'avantreno attorno all'asse dello sterzo e il chatter che è l'oscillazione intermittente della forcella anteriore).

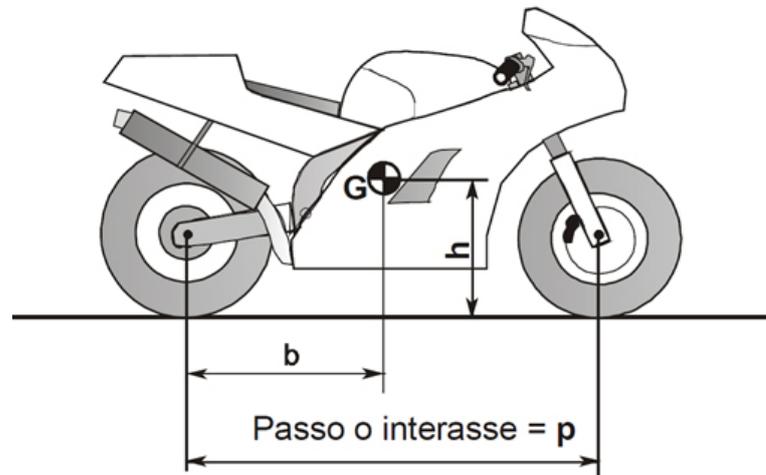


Figura 1.3: Coordinate del baricentro del motociclo

### 3 Baricentro

Il baricentro o centro di gravità di un corpo è definito come quel punto in cui si può pensare che agisca tutto il peso dell'oggetto in questione. Chiaramente si tratta di un concetto ideale per una motocicletta, dal momento che il suo peso è distribuito, in modo diverso, in tutto lo spazio che essa occupa. In ogni caso è però un'approssimazione che si rivela molto utile per ottenere buoni risultati pratici. Se si considera un parallelepipedo di metallo, ponendolo in equilibrio su un supporto sottile, una volta per ogni suo lato (altezza, larghezza e profondità), ne risulta che il baricentro è nel centro del solido. Trattandosi di un corpo tridimensionale, ciò può essere esteso anche alla motocicletta, considerando, per la buona simmetria di cui gode, la posizione del baricentro situata all'incirca sul piano longitudinale verticale passante appunto per la mezzeria del veicolo. Rimangono allora da definire le altre due coordinate della posizione del baricentro all'interno del suddetto piano. Queste due distanze sono la sua altezza dal piano stradale  $h$  e la distanza  $b$  della sua proiezione, sul piano stradale, dal centro della ruota posteriore (volendo si può prendere come riferimento anche la ruota anteriore e la distanza sarà valore dell'interasse meno la distanza  $b$ ).

La posizione del baricentro influenza in modo determinante il comportamento dinamico del motociclo, in particolare nelle fasi di accelerazione e di frenata.

Esaminiamo gli effetti della posizione orizzontale del baricentro.

In fase di accelerazione:

- spostando in avanti il baricentro, aumentando cioè il valore di  $b$ , si ottiene una maggior tendenza al pattinamento della ruota posteriore e una minor tendenza ad alzare la ruota anteriore e a causare l'impennamento della motocicletta;
- spostando indietro il baricentro, diminuendo la distanza  $b$ , si ricava un effetto opposto al precedente e cioè si ha una maggior tendenza all'impennata e una minor propensione allo slittamento della ruota posteriore.

In fase di frenata:

- spostando in avanti il baricentro, si ottiene una minor tendenza della ruota anteriore al bloccaggio e contemporaneamente una maggior facilità di sollevamento della ruota posteriore.
- spostando indietro il baricentro, la ruota posteriore fatica a sollevarsi, ma per la ruota anteriore cresce la tendenza al bloccaggio.

La posizione orizzontale del baricentro determina anche la distribuzione statica dei carichi tra asse anteriore e asse posteriore. Un baricentro situato a metà interasse determina una ripartizione del peso pari al 50% su ogni asse. Possiamo definire la scelta più consona ad ogni utilizzo del veicolo, quella in cui la motocicletta con pilota a bordo, ripartisce il carico complessivo al 50% su ogni asse, ripartizione questa, che permette un uguale comportamento in accelerazione e frenata.

Nel caso si debba affrontare una curva a velocità costante, se l'anteriore è caricato con più del 50% del carico totale, la ruota posteriore può perdere aderenza. Viceversa se il carico grava maggiormente sull'asse posteriore, può essere l'avantreno ad allargare la traiettoria per la perdita di aderenza. Si parla allora di veicolo sovrasterzante, se è la ruota posteriore a perdere aderenza e a stringere la traiettoria effettiva rispetto a quella impostata, viceversa, si definisce sottosterzante un veicolo che tende ad allargare la traiettoria in seguito ad un maggiore slittamento della ruota anteriore.

Attualmente la tecnologia costruttiva delle sospensioni e dei pneumatici, si è spinta oltre, permettendo ripartizioni del carico totale (moto + pilota) fino

al 57% all'anteriore e 43% al posteriore per motociclette da competizione, dal 43-50% anteriore e 50-57% posteriore per veicoli turistici e sportivi.

Dal momento che il peso del pilota varia da individuo a individuo, si può considerare ottimale la ripartizione più comune del 54-46% fra anteriore e posteriore per la moto scarica, prendendo comunque, come intervallo più comune, quello compreso tra il 45-55% e il 55-45% per asse anteriore e posteriore.

La posizione verticale del baricentro non ha alcun effetto sulla distribuzione dei pesi in condizioni statiche, ma esercita una grandissima influenza sul comportamento del veicolo in accelerazione e in frenata.

Effetti della posizione verticale del baricentro.

In fase di accelerazione:

- riducendo l'altezza del baricentro la ruota anteriore si solleverà con minor facilità, mentre la ruota posteriore slitterà con minor difficoltà.
- aumentando l'altezza del baricentro, la ruota anteriore tenderà a sollevarsi facilmente, mentre quella posteriore a slittare con difficoltà.

In fase di frenata:

- spostando in basso il baricentro, la ruota posteriore tenderà ad alzarsi con difficoltà, mentre quella anteriore bloccherà con più facilità.
- Alzando il baricentro si otterrà l'effetto opposto, di una ruota posteriore cioè che si alza con facilità e di una anteriore che difficilmente si blocca.

Nel momento in cui si ha una variazione della velocità della motocicletta in movimento, si ha un effetto comunemente chiamato *trasferimento di carico*. Tale fenomeno avviene perché le forze di frenata e di accelerazione sono generate al livello del suolo, perciò distanti dal punto in cui si trova il baricentro. Questa situazione fa sì che nelle fasi di variazione della velocità, si instaurino dei momenti, dati dalle forze menzionate per la distanza del baricentro dal piano stradale (di accelerazione e di frenata), che tendono a far ruotare il corpo.

Per questo motivo, maggiore è l'accelerazione provocata, maggiore è il trasferimento di carico da un asse all'altro, tanto che nelle motociclette più sportive si arriva al punto di trasferire l'intero carico sulla ruota posteriore



Figura 1.4: Trasferimento del carico in accelerazione

con evidenti sollevamenti di quella anteriore (figura 1.4).

Insistere ulteriormente sull'acceleratore porterebbe al ribaltamento all'indietro.

Una situazione analoga si presenta nelle violente decelerazioni causate della frenata, in cui il forte trasferimento di carico dalla ruota posteriore a quella anteriore può provocare il sollevamento della prima (figura 1.5), causando, al limite, il ribaltamento in avanti del veicolo. Va notato, inoltre, che quando il motociclo si alza in seguito a una forte accelerazione o frenata, la distanza del baricentro dal suolo aumenta, amplificando l'effetto di rotazione instauratosi (aumenta il braccio del momento) e rendendo più difficile il controllo del mezzo. Se fosse possibile applicare le forze di accelerazione e frenata direttamente nel baricentro, il trasferimento di carico sarebbe nullo e non si avrebbero reazioni del tipo considerato.

In seguito viene illustrata un'ulteriore osservazione sulla distribuzione della massa. Nelle motociclette sportive la ripartizione del carico è maggiore sull'asse anteriore anche per il fatto che, nella guida ad alta velocità, oltre alle forze esaminate, ne entrano in gioco anche altre di origine aerodinamica. Si parla infatti di resistenza e di portanza aerodinamica, ed è proprio quest'ultima forza che, mentre il veicolo si muove, tende ad alzarlo, alleggerendo l'avantreno. Anche per ovviare a questo inconveniente, l'avantreno risulta



Figura 1.5: Trasferimento del carico in frenata

maggiormente caricato.

Per quel che riguarda invece il comportamento del veicolo in frenata, considerate le notevoli prestazioni dei pneumatici attuali, i piloti preferiscono una distribuzione dei pesi che permetta di frenare al limite, col sollevamento della ruota motrice, piuttosto che con la ruota anteriore che scivola dopo il bloccaggio, perché in tal modo la caduta sarebbe garantita.

Il baricentro sarà quindi discretamente alto e avanzato, a scapito di qualche pattinamento in più della ruota posteriore.

## 4 Movimenti di beccheggio, rollio e imbardata

Durante la fase di sterzata, la motocicletta e di conseguenza il pilota, sono soggetti ad una serie di movimenti che sommandosi e interagendo tra loro, permettono di effettuare la curva senza cadere. La motocicletta infatti, a

differenza dell'automobile, possiede un equilibrio dinamico, ma non statico. Vale a dire che è solo per l'effetto giroscopico delle ruote che il motoveicolo rimane nella posizione verticale e per il contributo delle correzioni effettuate dal pilota, specialmente a bassa velocità, dove si ottiene un andamento piuttosto serpeggiante.

I movimenti che permettono di compiere la sterzata sono principalmente tre: il movimento di *beccheggio*, il movimento di *rollio* e quello di *imbardata*.

Vengono analizzati ora questi tre movimenti da un punto di vista piuttosto descrittivo.

Dal momento che il baricentro del veicolo si trova ad una considerevole altezza dal piano stradale e che il veicolo presenta uno sviluppo in lunghezza rispetto al punto dove è situato il baricentro stesso, tutti questi movimenti produrranno dei momenti di inerzia.

#### 4.1 Il movimento di beccheggio

Consiste nell'abbassamento longitudinale della parte anteriore del motoveicolo in fase difrenata e nel suo conseguente sollevamento nella fase di accelerazione. Si genera infatti una rotazione intorno all'asse trasversale  $Y_G$  passante per il baricentro del veicolo. Si comprende facilmente come questo comportamento, sebbene mediato dal lavoro delle sospensioni, sia causato dal trasferimento del carico da un asse all'altro in seguito ad una variazione di velocità.

Oltre che dal trasferimento del carico, il beccheggio è provocato anche dalla conformazione dello sterzo. Sia nella configurazione con un dato avanzamento, che, maggiormente, in quella con avanzamento nullo, la rotazione dello sterzo provoca (mantenendo idealmente il centro ruota fisso) il distaccamento del pneumatico dal suolo che si allontana. Chiaramente la ruota manterrà il contatto col suolo e perciò l'asse ruota si abbasserà, causando un minimo movimento di beccheggio.

#### 4.2 Il movimento di rollio

Consiste nella rotazione del motociclo attorno alla retta congiungente i punti di contatto dei pneumatici col piano stradale (asse X). Questo movimento è

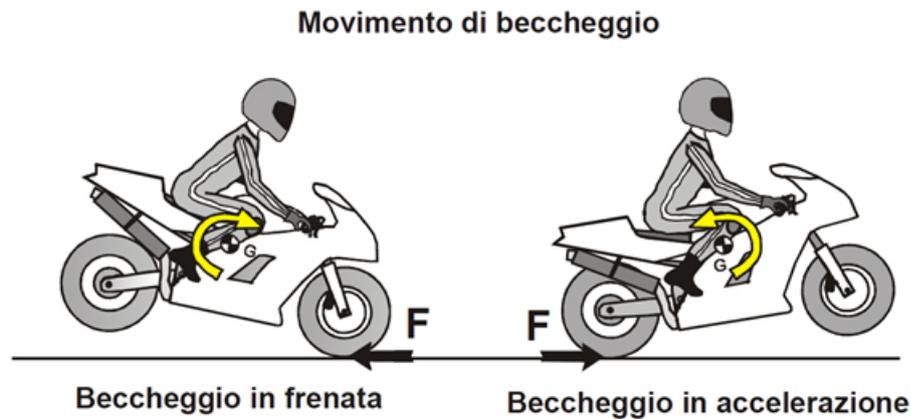


Figura 1.6: Movimento di beccheggio della motocicletta

di fondamentale importanza perché permette di contrastare la forza centrifuga. Nelle competizioni, infatti, si vede come la tendenza di guida, sia quella di inclinare il più possibile la moto, spostando il corpo verso il centro curva, proprio con l'intento di contrastare tale forza.

Anche in questo caso, la conformazione delle motociclette, in particolare di quelle più attuali, fa sì che durante il moto di rollio, si generi un movimento di beccheggio, dato dalla differenza di sezione tra i due pneumatici.

Si considera il motociclo inizialmente in posizione verticale e si impone un movimento di rollio al retrotreno, supponendo che il pneumatico rotoli lateralmente senza strisciare (fig. 1.7). Si noterà come il punto di contatto di quest'ultimo con il suolo, si sposta lateralmente, lungo la direzione  $y$ , di una quantità proporzionale al raggio del toroide della ruota posteriore e all'angolo di inclinazione del retrotreno.

### 4.3 Il movimento di imbardata

Determina la rotazione della motocicletta attorno al suo asse baricentrico verticale durante la fase di sterzata (fig. 1.8). Anche questo movimento genera un momento di inerzia, poiché, dato lo sviluppo longitudinale del veicolo, molte sono le masse disposte in posizione lontana dal baricentro. Molto interessante è l'effetto delle dimensioni dei pneumatici sull'imbardata del retrotreno quando il pilota affronta la curva e inclina la moto (cioè scende in piega). Le moderne motociclette sono solitamente equipaggiate con pneuma-

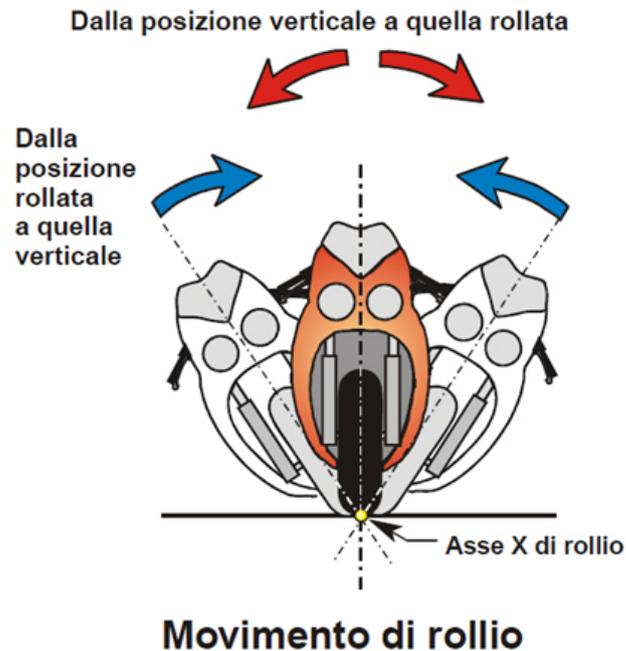


Figura 1.7: Moto di rollio di una motocicletta

tici aventi toroidi di dimensione diversa tra anteriore e posteriore, date le diverse larghezze degli stessi. Immaginando per semplicità che la motocicletta considerata sia inizialmente in posizione verticale, con angolo di sterzata nullo.

Si supponga quindi di piegare la motocicletta mantenendo nullo l'angolo di sterzata (fig. 1.8). Nel caso i pneumatici possiedano toroidi uguali, la retta di intersezione del piano di simmetria del motociclo col piano stradale, coincide con la direzione di avanzamento del veicolo. Inclinando la motocicletta, il piano della moto non subisce alcuno spostamento angolare di imbardata, ma soltanto uno spostamento laterale dovuto al rotolamento laterale dei pneumatici.

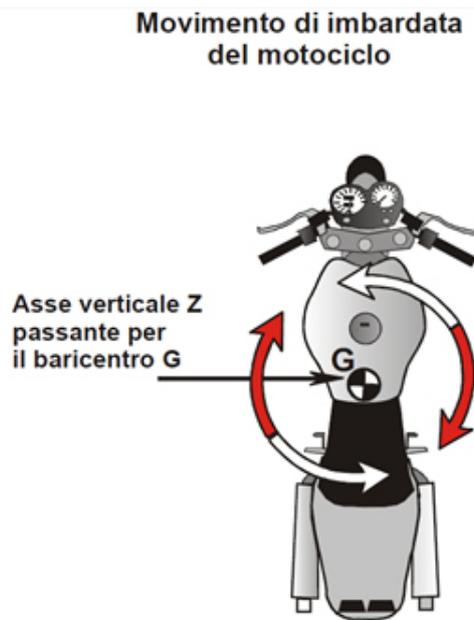


Figura 1.8: Movimento di imbardata di una motocicletta



# Capitolo 2

## Tipi di forcellone

Prima di addentrarsi in quello che è stato il lavoro relativo alla presente tesi di laurea, è bene chiarire il concetto di *forcellone motociclistico* elencandone le varie tipologie presenti in commercio [2].

### 1 Introduzione

Le caratteristiche di un forcellone sono solitamente un compromesso tra le esigenze di tenuta di strada e quelle di comfort, l'obiettivo principale del loro impiego è comunque quello di ottenere, nel complesso e durante i vari percorsi, un'ottimale stabilità del veicolo e un elevato comfort per il guidatore e l'eventuale passeggero. I forcelloni possono avere varie forme e si distinguono in diversi tipi sulla base delle varianti tra i differenti sistemi che assicurano il movimento relativo fra telaio e ruote.

### 2 Struttura del forcellone

Il forcellone può essere prodotto in vari modi:

- *Scatolato*: si tratta di un forcellone internamente vuoto, con una sezione dei bracci del tipo chiusa, con i piedini per la ruota saldati;
- *Tubolare o laminato*: costruito con tubi di sezione rettangolare e/o per la giunzione tramite saldatura di lamine ripiegate;



Figura 2.1: Forcellone stampato

- *Stampato* o *idroformato*: ottenuto dalla giunzione di 2 o più gusci con forma a U o da elementi tubolari idroformati (si veda la figura 2.1);
- *Fuso*: ottenuto per fusione in uno stampo di un materiale generalmente in lega, la fusione può essere di due tipi:
  - *Fusione piena*: caratterizzata dalla formazione di bracci a U (non chiusi) con molte nervature interne per la rigidità torsionale (il lato aperto è generalmente posto in modo da non essere visto);
  - *Fusione cava*: caratterizzata da elementi tubolari cavi, del tutto simili agli scatolati.
- *A tubi* o *traliccio*: ottenuto per saldatura di più tubi, generalmente in acciaio, ma è possibile la realizzazione anche in materiali in lega leggera;
- *Misto*: costituito da tubi e piastre, in cui i tubi costituiscono l'elemento centrale del forcellone, mentre le piastre, oltre ad avvitare tutti i tubi, costituiscono le estremità del forcellone, su cui va alloggiata la ruota e su cui ruota il forcellone. Questo tipo di forcellone è relativamente recente, essendo stato introdotto dalla Bimota nel 2005.

### 3 Numero di bracci

Esistono due tipi di forcellone:



Figura 2.2: Forcellone monobraccio.

- *Monobraccio*: dotato di un solo braccio, che parte dal telaio e termina su un lato della ruota (generalmente il sinistro), generalmente questo sistema ha il pregio di permettere una manutenzione più rapida (si veda la figura 2.2).
- *Bibraccio*: dotato di due bracci che partono dal telaio e terminano uno su un lato della ruota, questa tipologia ha il pregio di essere più resistente e leggera del sistema a monobraccio.

## 4 Movimento

Rispetto al movimento, i forcelloni sono di due tipi:

- *Fisso*: questo tipo di forcellone veniva montato sui primi mezzi e non permetteva alcun tipo di assorbimento degli urti tra ruota e moto, ma generalmente questi mezzi avevano il sellino pilota sostenuto da molle (si veda la figura 2.3).



Figura 2.3: Motociclo con forcellone fisso.

- *Oscillante*: questo tipo di forcellone è stato adoperato in risposta alle esigenze dei motociclisti, di stabilità e resistenza del mezzo (riducendo la possibilità di rovinare il cerchione affrontando una buca).

## 5 Forma dei bracci

I bracci del forcellone possono avere varie forme a seconda del mezzo, della forma del forcellone stesso e della tipologia di mezzo:

- *Simmetrici*: sono generalmente rettilinei, il che li rende meno costosi e più facili da progettare.
- *Asimmetrici*: hanno generalmente un braccio dritto e uno a banana (ricurvo), questo per permettere ad altri componenti di avere un percorso più lineare, infatti vengono adoperati per i motocicli con motore a due tempi, con espansione laterale e bassa, ma anche in alcuni mezzi con motore a quattro tempi.



Figura 2.4: Forcellone con capriata di rinforzo.

## 6 Accorgimenti

Per poter irrigidire ulteriormente il forcellone si possono utilizzare vari accorgimenti:

- *Capriata di rinforzo*, questa capriata può essere superiore o inferiore, ha il compito di aumentare la rigidità senza aumentarne eccessivamente il peso (si veda la figura 2.4);
- *Nervature*, questi elementi vengono utilizzati nei forcelloni fusi (fusione piena), i quali presentano delle nervature nella parte interna, che ne garantiscono la resistenza strutturale;
- *Inseriti*, questi elementi possono essere utilizzati nei forcelloni scatolati ed essere accoppiati a dei tubi che rimangono dentro la struttura scatolata;
- *Saldature*, con l'applicazione delle saldature si modificano le caratteristiche tecniche del forcellone.

## 7 Collegamento alla sospensione

Il collegamento con la sospensione può essere realizzato in modi diversi:



Figura 2.5: Sistema Cantilever

- *Diretto*: la sospensione va ad agganciarsi direttamente al forcellone, come nei sistemi dublicross
- *Leveraggi*: la sospensione è collegata tramite un sistema di leve e bracci, i quali permettono di avere una risposta della sospensione non lineare, generalmente si sfrutta il sistema a leveraggi per avere una bassa compressione della molla nel tratto iniziale di escursione della ruota, in modo da avere un maggiore comfort nella guida su terreni ondulati, per poi aumentare via via la compressione della molla con il crescere dell'escursione della ruota.
- *Cantilever*: consiste in un forcellone con una struttura triangolare supplementare che agisce su un ammortizzatore disposto orizzontalmente, il quale può lavorare in compressione o in estensione (si veda la figura 2.5).

Sono stati realizzati vari tipi di questi sistemi e ogni azienda attribuisce un nome proprio.

## 8 Numero di sospensioni

La sospensione del forcellone può impiegare due sistemi diversi:

- *Monocross*: consiste nell'utilizzo di un solo elemento che funge da sospensione e ammortizzatore, il quale può essere disposto vicino al fulcro o verso la fine del braccio (soluzione adoperata dagli scooter ed in alcune moto con la trasmissione a cardano).
- *Dublecross*: consiste nell'utilizzo di due elementi che fungono da sospensione e ammortizzatore, disposti ai due lati del forcellone, che è del solo tipo bibraccio.

## 9 Regolazione della catena

Questo sistema di regolazione della tensione viene utilizzato solo su mezzi con trasmissione a catena o a cinghia e può essere del tipo con:

- *Vite e piastra*: il perno della ruota è alloggiato in una piastra che può essere esterna (alloggiata in una guida del forcellone) o interna (scorre dentro il forcellone), viene portata all'estremità del forcellone da una vite, che può spingere (solo con la piastra esterna) o tirare tale piastra, la regolazione viene agevolata dalla presenza di un indice della piastra e da una scala presente sul forcellone (si veda la figura 2.6);
- *Eccentrico*: si tratta di un elemento a cilindro, con il foro del perno decentrato, il quale ruotato permette di regolare la tensione della ruota (viene utilizzato dalla Benelli);
- *Piastra a spirale*: questa piastra distanzia la ruota tramite la sua forma particolare, simile all'eccentrico, ma che in questo caso cresce solo in un verso. Tale piastra è posta sul perno della ruota spingendo contro un perno fisso del forcellone, facendo scorrere la ruota sulla sua guida, per evitare che perda la posizione. La superficie di contatto con il perno presenta piccole lacune per segnare la posizione.

## 10 Accorgimenti

A seconda del tipo di sospensione e organo di trasmissione, si utilizzano vari accorgimenti:



Figura 2.6: Sistema di regolazione a vite e piastra

- *Pattinocatena*, quest'elemento, che generalmente viene montato sia superiormente che inferiormente, serve per evitare l'usura del forcellone e il relativo contatto con la catena di trasmissione o cinghia dentata (viene utilizzato solo su trasmissioni a catena)
- *Paracatena*, quest'elemento viene montato verso la fine del forcellone, in modo che la catena nel ruotare intorno all'asse della ruota non schizzi via l'olio di trasmissione (viene utilizzato solo su trasmissioni a catena), quest'elemento è presente superiormente
- *Guidacatena* permette di ridurre la possibilità che la catena di trasmissione non ingrani l'ingranaggio dentato, quest'elemento è presente inferiormente.
- *Tamponi*, questi elementi, assieme a delle rondelle d'ottone, vengono messi alle estremità laterali del fulcro del forcellone, per ridurre l'attrito e l'usura del forcellone con il telaio ed eventualmente anche con il motore
- *Alloggiamento per i nottolini*, quest'alloggiamento è generalmente rappresentato da un foro non filettato, il quale va filettato e su cui va avvitato il nottolino, il che permette l'uso di cavalletti con braccia che terminano a forchetta, tale soluzione è valida solo per i sistemi bi-braccio, questi fori, sono generalmente presenti su mezzi stradali che generalmente vengono usati anche nelle competizioni.



# Capitolo 3

## Forcellone bibraccio in carbonio

Fra le varie tipologie di forcellone, quello che è attualmente il più presente nel mondo delle competizioni sportive è sicuramente quello tradizionale “bibraccio”. Ma, sebbene la forma rimanga pressochè immutata al variare della casa costruttrice, ciò in cui gli ingegneri hanno ampi margini di progettazione sono i materiali. Se l’alluminio è da sempre considerato l’elemento principe in termini di leggerezza e resistenza, da qualche decina di anni alcune case motociclistiche si sono cimentate nella progettazione di forcelloni realizzati in fibra di carbonio (figura 3.1). Questo innovativo materiale garantisce ottime prestazioni e fornisce agli ingegneri innumerevoli gradi di libertà circa la resistenza, la quantità di fibre e matrice, l’orientazione delle fibre ecc. permettendo di creare oggetti geometricamente simili ma con proprietà meccaniche diverse.

### 1 Cenni di storia

Da sempre gli italiani si sono contraddistinti nel mondo delle competizioni motoristiche mondiali per passione, orgoglio, originalità e sfrontatezza. Case costruttrici come la Cagiva, la Bimota, la Benelli, l’MV Agusta, la Gilera, la Morbidelli, la Garelli, la Ducati, l’Aprilia, hanno da sempre avuto l’obiettivo di contrastare il predominio giapponese nel campo delle competizioni motociclistiche. Ma, se negli anni ’80 e ’90 le nostre *factory* potevano contare su poche decine di ingegneri e tecnici ciascuna, i colossi nipponici avevano al loro attivo plotoni di centinaia di uomini dediti allo studio e alla progetta-



Figura 3.1: Forcellone bibraccio in alluminio e in carbonio

zione di quelle che divennero le motociclette più vincenti della storia. Nei primi anni '90, la regina incontrastata della classe 500 cc fu l'Honda NSR 500, motocicletta a due tempi pesante 130 kg e con quasi 200 cavalli. L'unica risposta non giapponese alla massima espressione tecnologica nella classe 500 cc due tempi fu l'opera d'arte creata da Castiglioni e Tamburini: la Cagiva C595 (figura 3.2) guidata da John Kocinski, capace di sviluppare una potenza pari o superiore a quella dell'Honda NSR. Nell'ultima versione, quella del 1994, la motocicletta era dotata di un telaio perimetrale in alluminio, freni in carbonio, sospensioni a steli rovesciati e forcellone posteriore interamente realizzato in carbonio. Questa motocicletta diede tantissime soddisfazioni al gruppo varesino e permise al pilota statunitense John Kocinski di terminare al terzo posto la stagione '94.

Nel campionato mondiale MotoGP del 2007, la Ducati GP07 è una pietra miliare nella storia delle competizioni. I cinquanta ingegneri di Borgo Panigale, capitanati da Filippo Preziosi, cercano di contrastare il budget illimitato e la preparazione dei duecentocinquanta ingegneri giapponesi del reparto corse più potente del mondo: l'HRC. Dalle terre bolognesi nasce un'idea geniale, quella di porre al centro della motocicletta da competizione il propulsore, un V4 desmodromico da 800 cc, al quale vengono agganciate due appendici, una anteriore e una posteriore, facendo sì che, per la prima volta nel mondo delle competizioni, una motocicletta non abbia il telaio perimetrale, ma sia il motore portante cardine della dinamica del veicolo. A completamento dell'o-



Figura 3.2: Cagiva C594 con forcellone in carbonio

però si aggiunge anche un forcellone in carbonio capace di pesare meno di 5 kg. Questa motocicletta, unica non-giapponese a gareggiare nel campionato, permise a Casey Stoner di vincere il mondiale riportando in Italia il primato dopo ben 33 anni (figura 3.3).

Attualmente nel campionato mondiale Moto2 le motociclette del gruppo vicentino “Speed Up” adottano il forcellone in carbonio con una geometria simile a quello della Ducati Desmosedici (figura 3.4). Sarà compito del laureando, in questa tesi di laurea, studiare il suddetto forcellone simulando i modi di vibrare e verificando le rigidezze in base a quanto riportato in letteratura.

## 2 Descrizione geometrica

Come è già stato accennato in precedenza, il forcellone è quella parte della motocicletta che collega la ruota posteriore al telaio. In questa sezione del lavoro, si prenderà in esame il forcellone bibraccio in carbonio, simile a quello montato nella motocicletta Speed Up facente parte del campionato mondiale Moto2. Nella figura 3.5 viene illustrato nel dettaglio la posizione del forcellone.



Figura 3.3: Ducati Desmosedici con forcellone in carbonio

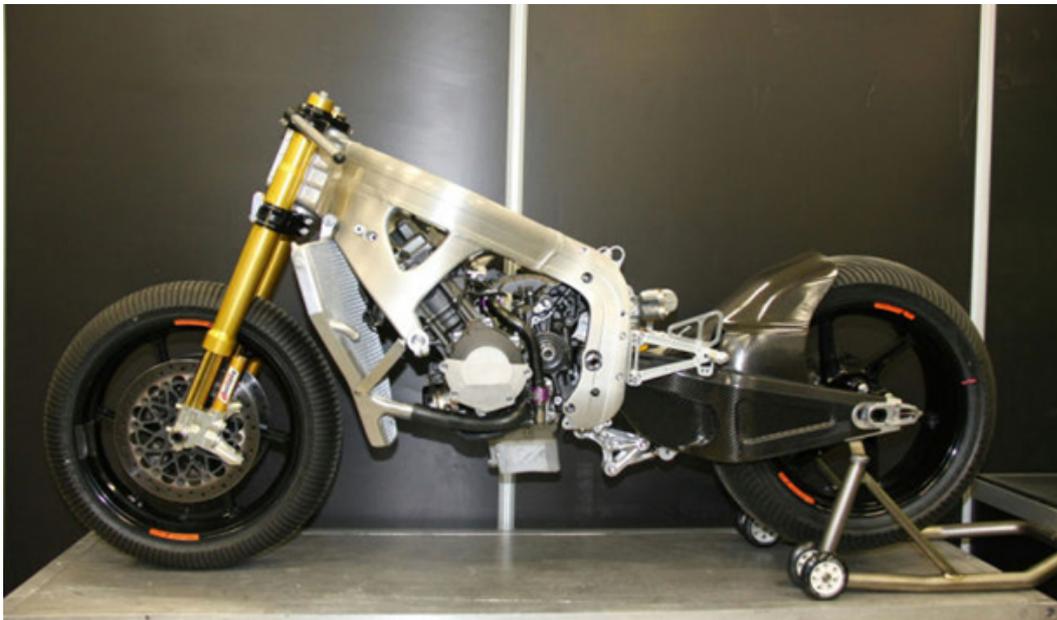


Figura 3.4: Particolari sotto-socca della Speed Up

Per quanto concerne l'aspetto geometrico, si segnala che le misure utilizzate nello studio del forcellone sono tratte da stime effettuate dall'analisi di imma-

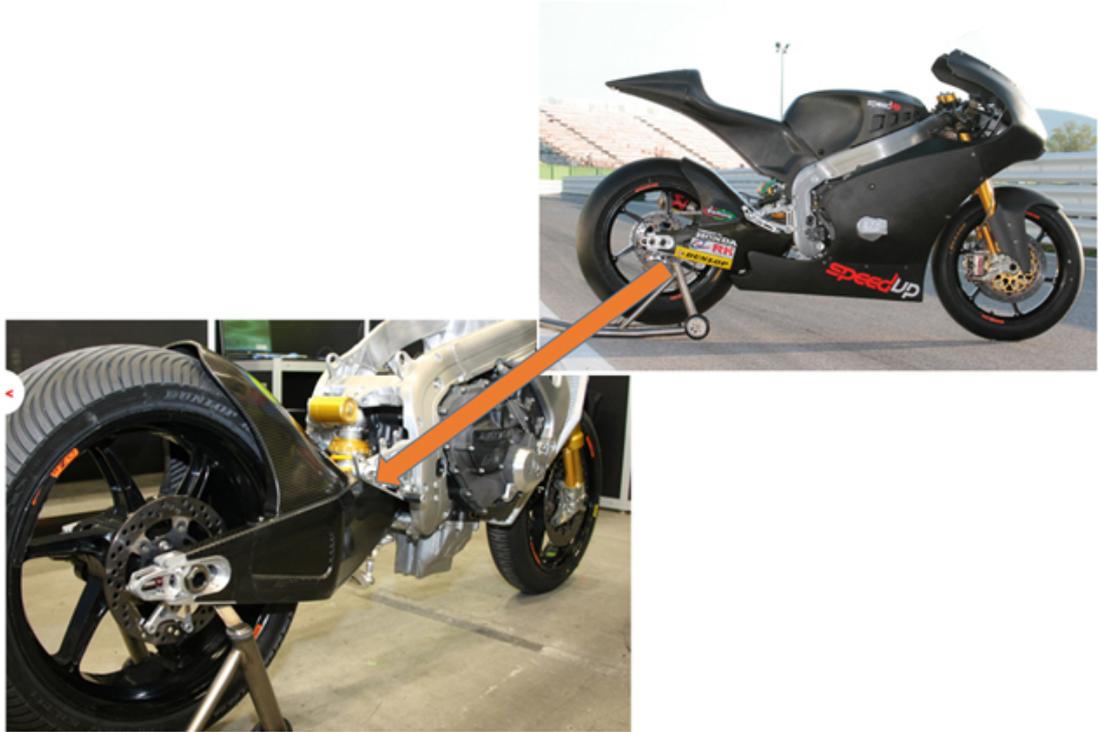
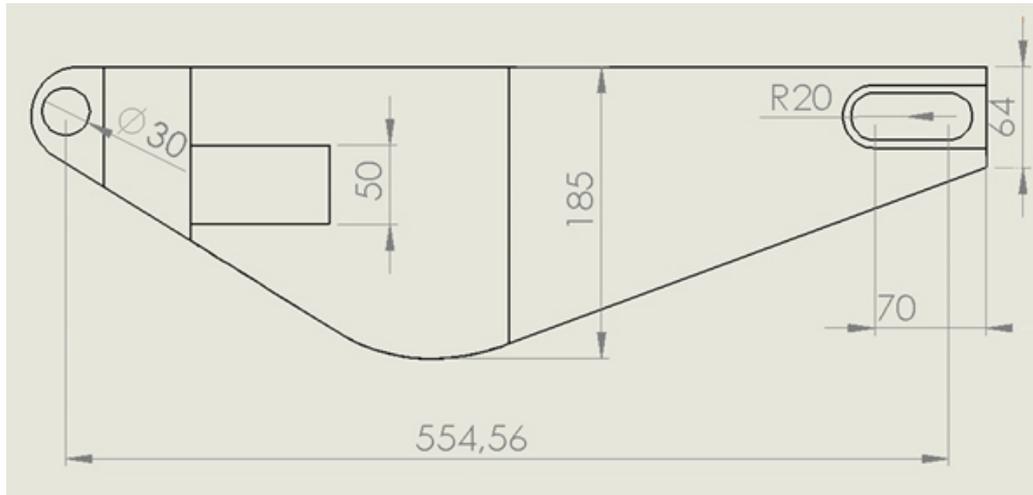
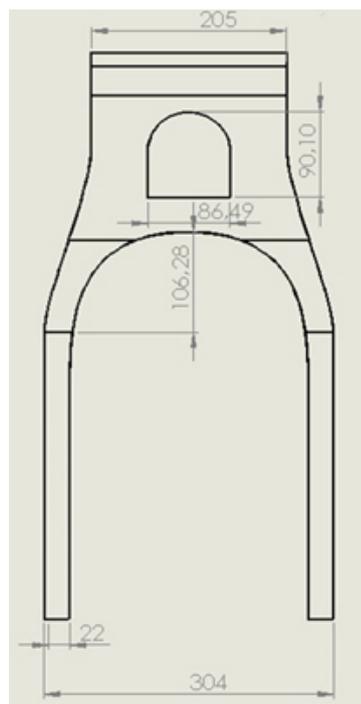


Figura 3.5: Moto e forcellone

gini comunemente reperibili dal web. Si considera quindi puramente casuale qualsiasi attinenza con dettagli geometrici realmente utilizzati.

Le immagini 3.6 e 3.7 mostrano in parte le quote geometriche in millimetri utilizzate per il disegno CAD. Si precisa che tali figure non vogliono essere tavole in 2D con tutte le quote necessarie alla creazione del pezzo ma, bensì, valori indicativi che hanno il solo compito di informare il lettore sulle caratteristiche geometriche del componente studiato (si veda la figura 3.8 per le varie viste del CAD).

Il forcellone è composto da un puntale in alluminio che, tramite un perno, gli permette di poter essere vincolato al telaio della motocicletta e da due inserti in titanio che, opportunamente fresati, consentono il fissaggio della ruota posteriore. Nel forcellone sono presenti due fori: quello laterale è il foro passacatena che, come dice la parola stessa, permette il passaggio della catena nella sua fase di ritorno (la catena scorre all'interno del foro nella direzione ruota posteriore - motore), mentre quello centrale ha lo scopo di consentire l'alloggio dell'ammortizzatore (figura 3.9).

Figura 3.6: Vista laterale, valori in *mm*Figura 3.7: Vista superiore, valori in *mm*

### 3 Importazione in PATRAN e meshatura

Dopo aver creato la geometria in Solidworks 2013, il disegno è stato salvato in formato STEP ed importato nel software FEM (Patran). La geometria

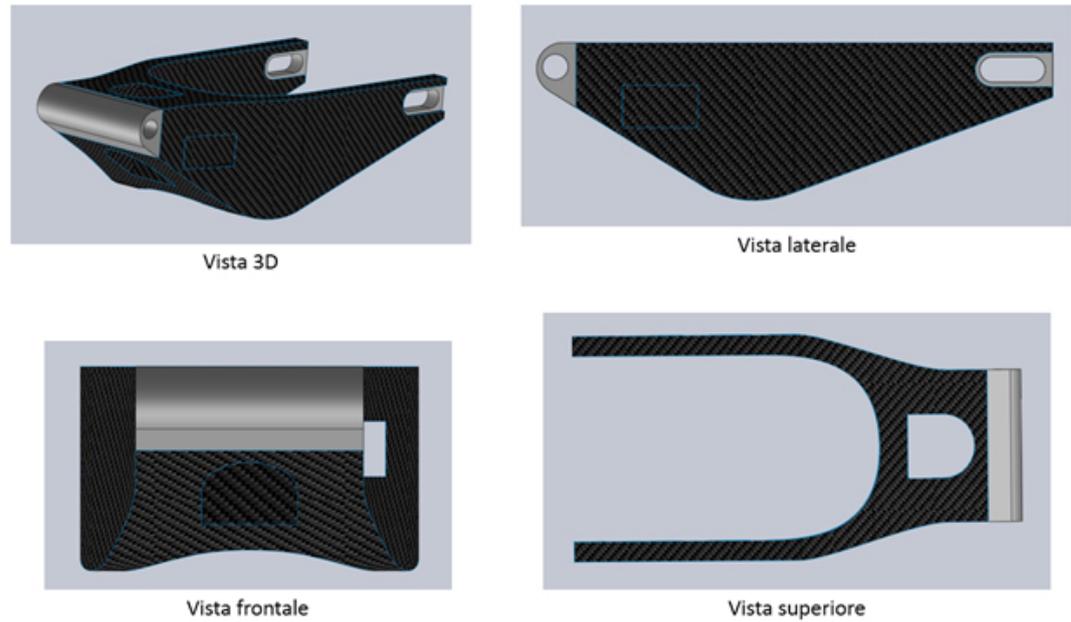


Figura 3.8: Viste varie

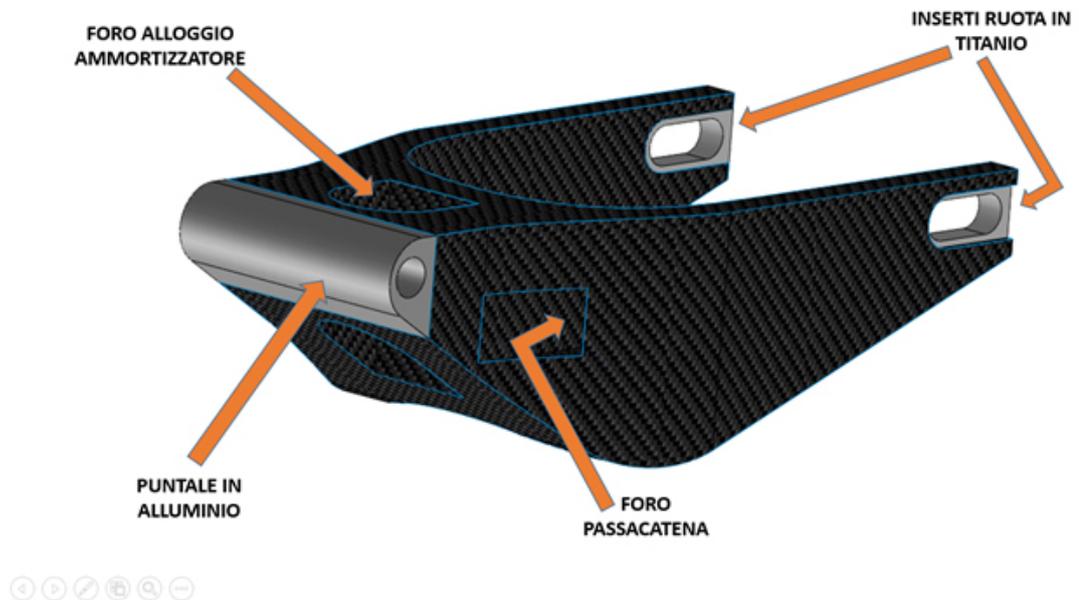


Figura 3.9: Descrizione dei particolari

così creata (figura 3.10) è composta da 45 superfici e da due solidi (gli inserti in titanio).

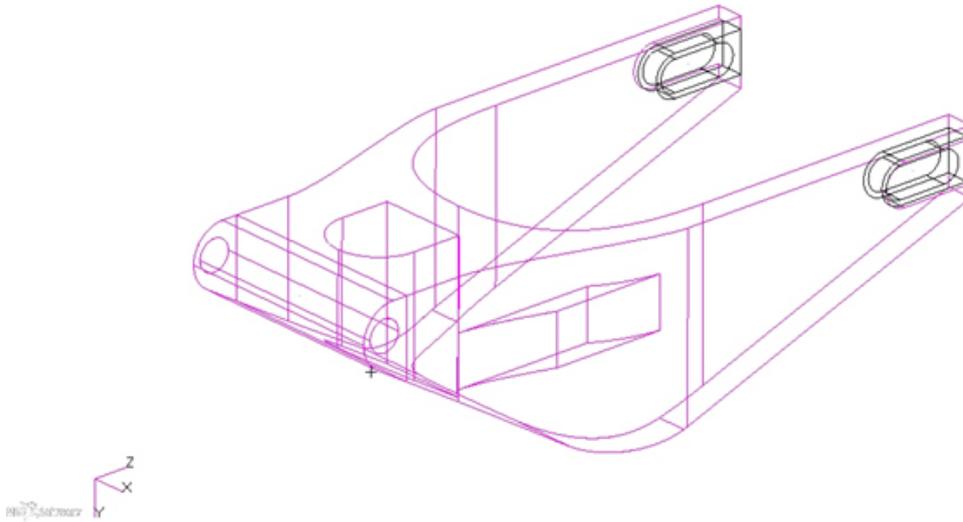


Figura 3.10: Geometria importata in Patran

## 4 Mesh del componente

La seconda fase necessaria alla creazione del modello FEM consiste nella meshatura del componente. Questa importante procedura consente di suddividere la geometria in elementi più o meno fitti in grado di rappresentare il modello matematico su cui applicare forze, vincoli ecc. A seconda della tipologia di proprietà associata alla geometria, si sono utilizzati elementi piani o elementi 3D; la mesh ha una dimensione di 8 mm e la maggior parte delle struttura composta da elementi piani è stata meshata con elementi piani rettangolari, mentre la zona vicino l'ingresso del passacatena è stata meshata con elementi triangolari per garantire una migliore qualità del modello FEM. Le parti solide sono state meshate con elementi tetragolari (figura 3.11).

L'immagine 3.12 illustra un dettaglio della mesh. Si nota chiaramente che, sebbene gli elementi della mesh possano avere forma diversa (tre o quattro lati) è assolutamente necessario che non vi siano nodi isolati.

Prima di applicare i vincoli è stato necessario “allacciare” le parti libere del forcellone. Dalla teoria degli elementi finiti è risaputo che gli elementi 3D, nel caso in esame presenti nei passaruota in titanio, non trasmettono le rotazioni. Per bypassare il problema, si è optato per la soluzione che prevede di collegare i nodi degli elementi tridimensionali con quelli 2D tramite degli

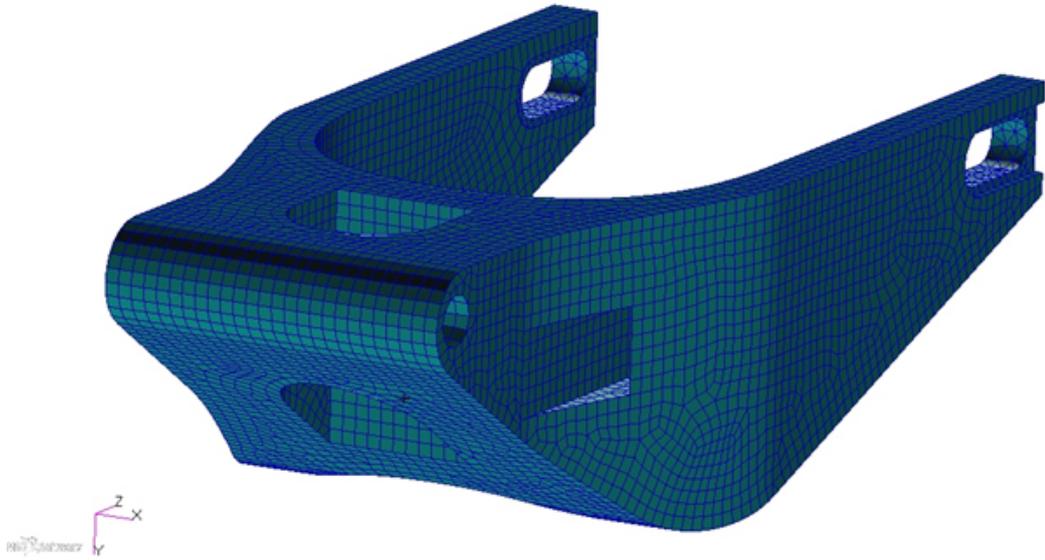


Figura 3.11: Mesh del forcellone

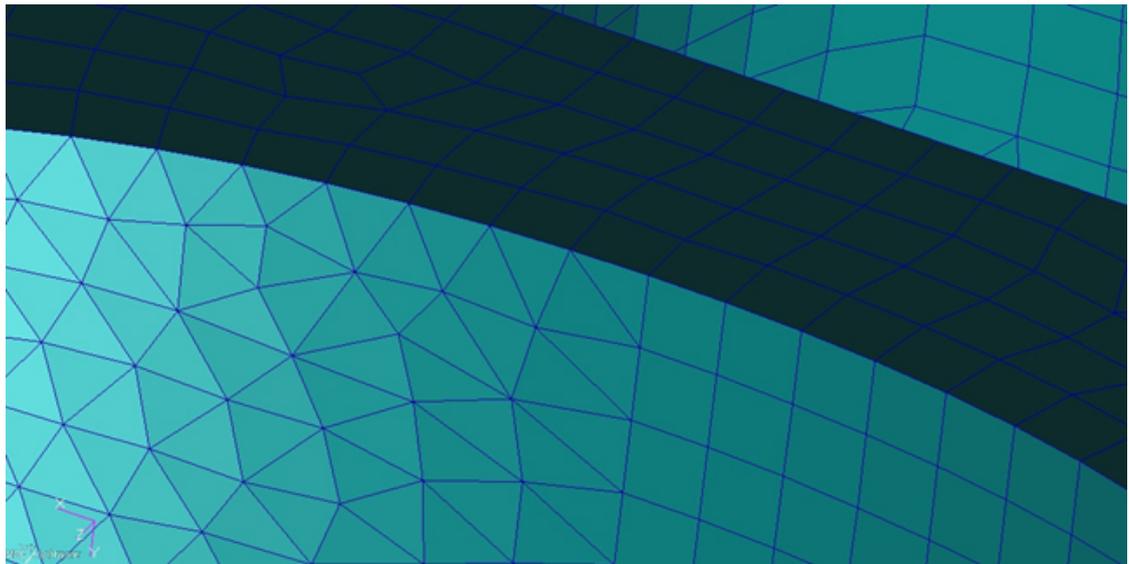


Figura 3.12: Dettaglio della mesh

elementi rigidi chiamati MPC (figura 3.13).

## 5 Materiali utilizzati

Dopo la preparazione della mesh sono state create e associate le proprietà e i materiali nelle varie zone del forcellone. La tabella seguente riassume le

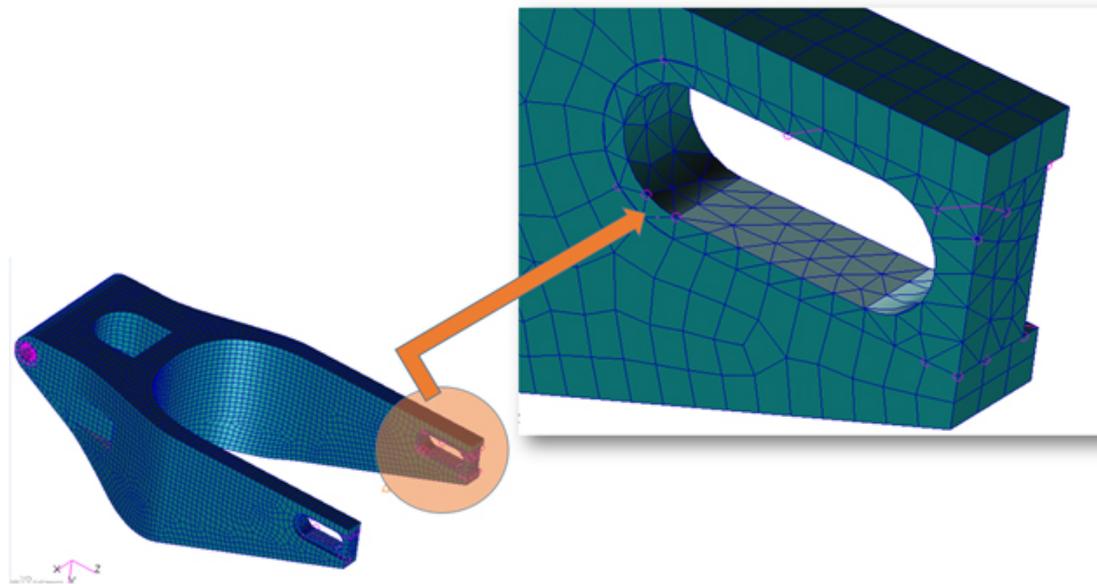


Figura 3.13: Elementi MPC

caratteristiche dei fisico-meccaniche dei materiali utilizzati:

-	Densità [Kg/m <sup>3</sup> ]	Modulo Elastico E di Taglio G [GPa]	Modulo di Poisson	Luogo di utilizzo
<b>Alluminio</b>	2800	E = 70	0.30	Puntale
<b>Titanio</b>	4500	E = 102	0.34	Passaruota
<b>Lamina di Carbonio</b>	1840	E <sub>1</sub> = 202 E <sub>2</sub> = 12 G <sub>12</sub> = 8.358 G <sub>13</sub> = 8.358 G <sub>23</sub> = 4.776	0.34	Passaruota

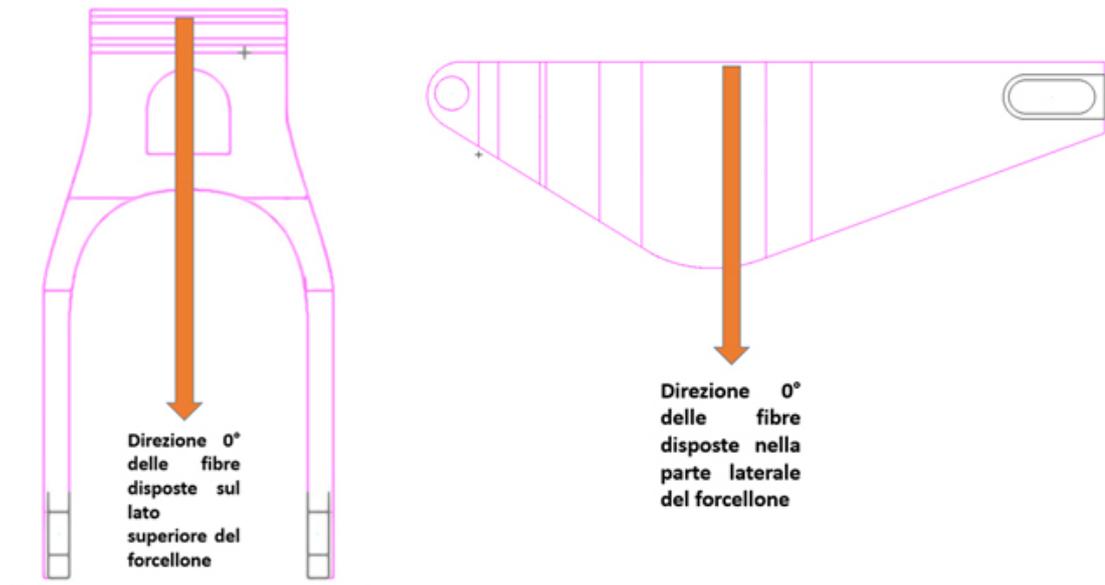


Figura 3.14: Direzioni di riferimento

## 5.1 Il carbonio

Lo strato in carbonio è spesso 3.36 mm ed è formato da 14 fogli di tessuto prepreg con trama a  $0^\circ$  e a  $90^\circ$ . Per una corretta simulazione, il singolo foglio di tessuto è stato scomposto in due lamine ognuna con lo spessore pari alla metà dello spessore del foglio, la prima con fibre orientate a  $0^\circ$ , la seconda a  $90^\circ$ . In conclusione, il corpo-forcellone in carbonio è stato simulato come 28 lamine ognuna spessa 0.12 mm.

La sequenza di laminazione simulata è la seguente:

$$[0/90/+45/-45/+45/-45/0/90/0/90/+45/-45/0/90]_s$$

Per ogni faccia della forcellone è necessario stabilire la direzione delle fibre da cui prendere il riferimento per la sequenza di laminazione, nell'immagine 3.14 è raffigurata la direzione  $0^\circ$  di riferimento.

È da notare che, sebbene l'angolo venga assunto in senso orario rispetto alla direzione di riferimento, è stato verificato che un'inversione della sequenza  $0/90$  in  $90/0$  e, analogamente,  $+45/-45$  in  $-45/+45$ , non causa alterazioni apprezzabili dei risultati.

## 6 Analisi modale

Dopo aver creato un modello FEM privo di imprecisioni, per una prima analisi modale è stato necessario applicare le opportune condizioni di vincolo. Volendo simulare i modi di vibrare del forcellone, applicando un incastro in maniera simile a quanto potrebbe avvenire in laboratorio, si è deciso di vincolare il pezzo nell'estremità che andrebbe collegata al telaio, lasciando le due "braccia" libere di oscillare. Il risultato che ne deriva è il seguente:

- Peso: 3.4 Kg
- Numero di nodi: 10163
- Numero di elementi: 9495

Frequenze di vibrazione:

Frequenze [Hz]	
1°	130
2°	140
3°	149
4°	361
5°	627
6°	797
7°	844
8°	902
9°	971
10°	983

Le seguenti 3.15 mostrano le raffigurazioni dei principali modi di vibrare del forcellone.

### 6.1 Aggiunta della ruota al modello

Per poter valutare l'attendibilità dei risultati è necessario confrontare i modelli FEM con le analisi sperimentali effettuate in laboratorio. In tal proposito

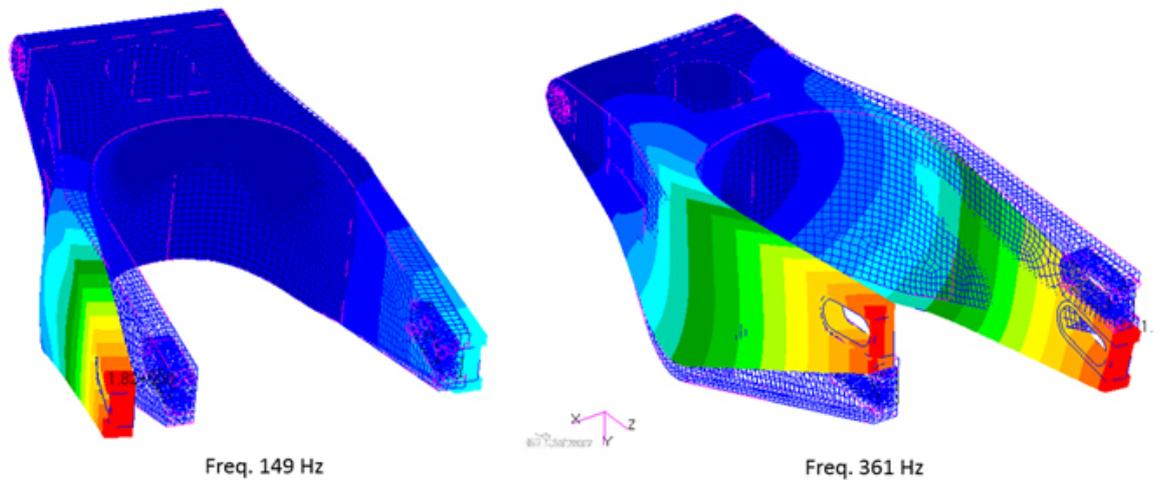


Figura 3.15: Modo flessionale e torsionale

si è aggiunto al forcellone il perno e la ruota posteriore schematizzati rispettivamente come un elemento beam (trave) e come una massa concentrata (figura 3.16).

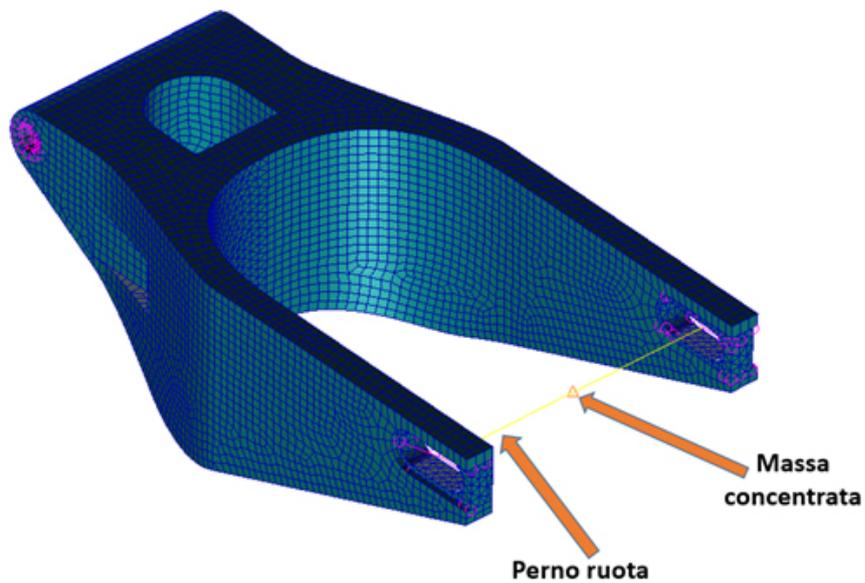


Figura 3.16: Rappresentazione schematica del perno e della ruota

L'elemento trave è composto da un cilindro di acciaio (densità  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ , modulo di Poisson  $\nu = 0.3$ , modulo elastico  $E = 200 \text{ GPa}$ ) lungo 270

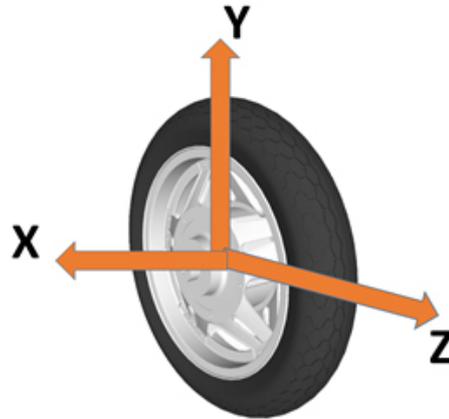


Figura 3.17: Assi d'inerzia della ruota posteriore

mm e con diametro pari a 25 mm, mentre la ruota (cerchio più pneumatico) ha le seguenti proprietà:

Proprietà della ruota	
Massa	10 Kg
Inerzia X	$0.31 \text{ Kg m}^2$
Inerzia Y	$0.16 \text{ Kg m}^2$
Inerzia Z	$0.16 \text{ Kg m}^2$

L'immagine 3.17 illustra gli assi d'inerzia della ruota posteriore.

In seguito all'analisi dei risultati della simulazione FEM, ne deriva che la massa complessiva del sistema forcellone-perno-ruota è di 14.42 Kg e le frequenze proprie di vibrazione sono le seguenti:

Frequenze [Hz]	
1°	36
2°	47
3°	55
4°	96
5°	151

6°	171
7°	424
8°	543
9°	627
10°	762

Le immagini 3.18 mostrano le raffigurazioni dei principali modi di vibrare del sistema studiato.

Dall'analisi dei risultati si nota palesemente come all'aumentare della massa del sistema calino le frequenze di vibrazione; tale concetto può essere riassunto dalla formula 3.1:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (3.1)$$

dove K è la rigidità ed m è la massa del sistema.

La precedente relazione analitica, assieme alle immagini 3.18 permette di prevedere che la rigidità K lungo la direzione dell'asse x è maggiore di quella lungo l'asse y.

## 7 Screw Theory

### 7.1 Valutazione delle rigidità

Per una corretta valutazione della rigidità del forcellone lungo e attorno le tre direzioni x-y-z si è proceduto adottando il metodo della *screw theory*, ovvero la *teoria della vite*. Questa metodologia consente di applicare in un preciso punto della struttura tre forze e tre rotazioni lungo gli assi x - y - z con centro il punto stesso e di valutarne spostamenti e rotazioni. Successivamente, calcolando la matrice di flessibilità, invertendola e ottenendo la matrice di rigidità, si è in grado, tramite l'analisi degli autovalori e degli

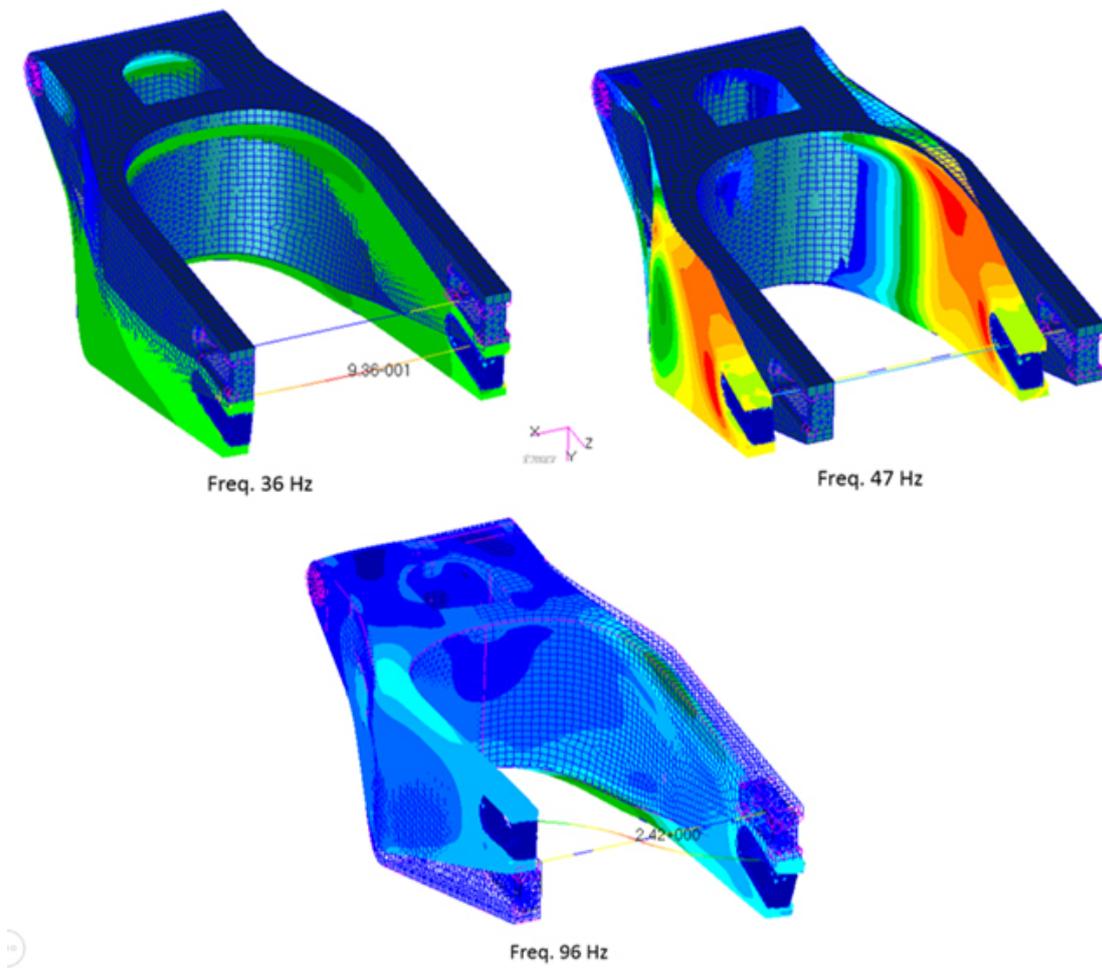


Figura 3.18: Modi flessionali e torsionale

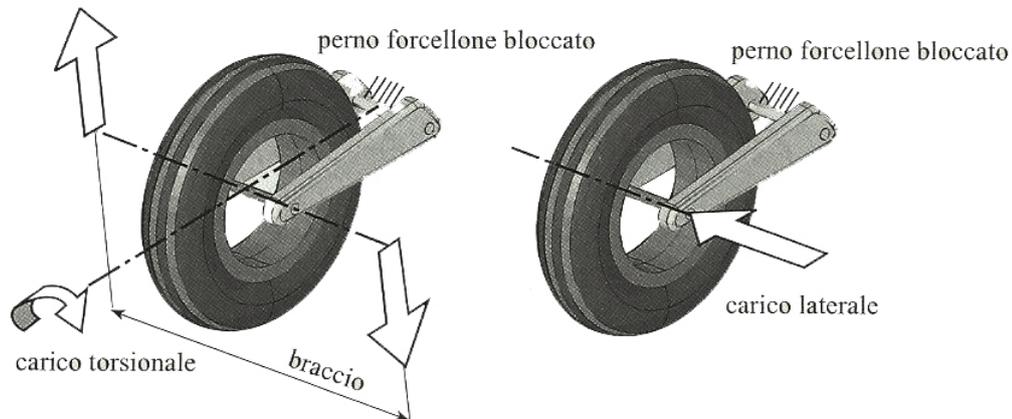


Figura 3.19: Metodo di valutazione delle rigidità

autovettori di determinare la rigidità flessionale e torsionale del forcellone. Procedendo nella stessa direzione di calcolo e analizzando gli autovettori della matrice di rigidità, si ottengono le direzioni principali lungo (o attorno) cui applicare una forza (o un momento) ottenendo come risultato un solo spostamento lungo la direzione della forza (o una sola rotazione attorno alla direzione della coppia applicata). I dettagli di tale procedimento verranno descritti nel proseguo della seguente trattazione corredati da figure tratte dalla preparazione del modello FEM e dall'analisi dei risultati durante la fase di postprocessing.

Una prima, semplice, valutazione progettuale della rigidità flessionale e torsionale del forcellone può essere fatta seguendo quando indicato dal testo *Motorcycle Dynamics* del Professor Cossalter [3] (si veda la figura 3.19).

Si ha quindi che, applicando una forza laterale (o un momento torcente) nota e misurando lo spostamento (o la rotazione), tramite la formula 3.2:

$$F = Kx \quad (3.2)$$

si ottiene la rigidità flessionale (o torsionale).

La letteratura [3] fornisce alcuni valori di riferimento:

- La rigidità laterale di un forcellone varia da 0.8 a 1.6 kN/mm
- La rigidità torsionale di un forcellone varia da 1 a 2 kNm/°

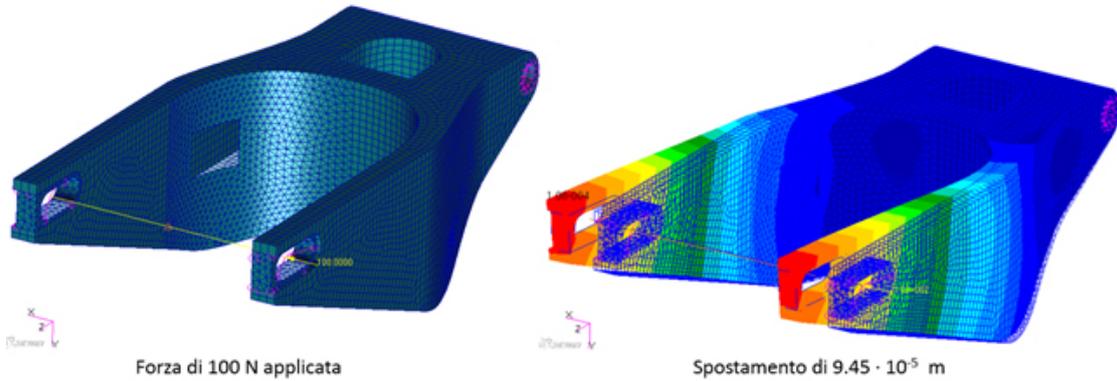


Figura 3.20: Forza laterale applicata e spostamento risultante

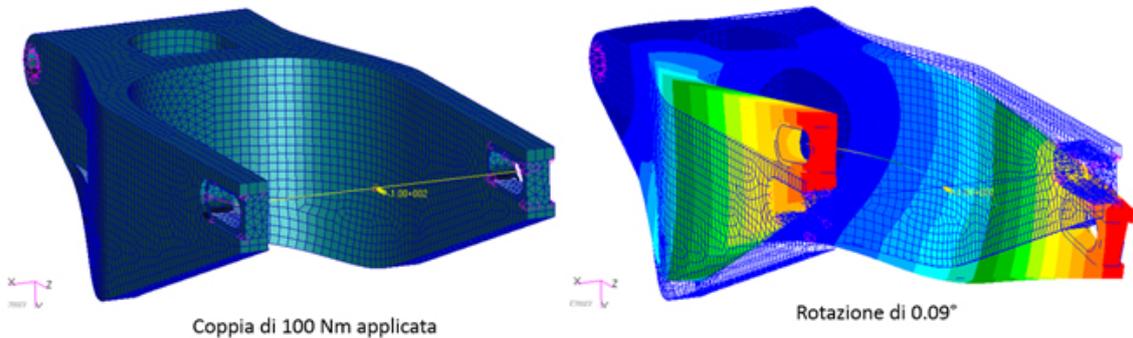


Figura 3.21: Momento torsionale applicato e rotazione risultante

Attraverso il modello FEM si procede ad una simulazione del comportamento flessionale e torsionale del forcellone applicando una forza di intensità 100 N all'estremità destra del perno ruota, ed effettuando un'analisi lineare statica si ottiene il risultato raffigurato nell'immagine 3.20.

Dalla formula  $F = Kx$  si ottiene che la rigidità laterale del forcellone è di 1.05 kN/mm, valore pienamente in accordo con i dati bibliografici.

Per quanto concerne la rigidità torsionale si procede in maniera analoga a quanto sopra, applicando al forcellone una coppia di intensità pari a 100 Nm nel punto in cui è fissata la ruota (figura 3.21).

Dopo aver applicato il momento si misura la rotazione in gradi del nodo in cui è stata applicata la coppia, si ricava la rigidità dalla formula  $M = K\theta$  e si ottiene una rigidità torsionale di  $1.09 \text{ kNm}/^\circ$ . Tale valore è pienamente in accordo con i dati bibliografici.

## 7.2 Procedura di calcolo

Dopo aver svolto queste brevi analisi che hanno avuto il semplice scopo di verificare se il modello era verosimilmente attinente alla realtà per quanto attiene ai pochi valori numerici reperibili in letteratura, si è proseguito il lavoro creando una matrice di rigidezza  $6 \times 6$ . Per fare ciò si sono applicate singolarmente tre forze (lungo l'asse x, lungo l'asse y e lungo l'asse z) e tre momenti (attorno l'asse x, attorno l'asse y e attorno l'asse z) nel nodo del sistema in cui è posizionata la ruota, misurando spostamenti e rotazioni del nodo stesso.

Per prima cosa viene applicata una forza pari a 1000 N lungo x nel punto di posizionamento della ruota e, sapendo che quella forza genererà uno spostamento del nodo nelle tre direzioni e anche una rotazione attorno ai tre assi, si ricavano, dal file *F06* generato da Nastran, spostamenti e rotazioni del nodo stesso. Nelle immagini seguenti vengono illustrate la forza applicata lungo x e uno screenshot di ciò che viene visualizzato nel file ASCII generato da Nastran (figura 3.22).

Viene ripetuta la medesima operazione dapprima applicando al nodo *11651* (nodo della mesh in cui è posizionata la ruota) una forza di intensità pari a 1000 N lungo y e, successivamente lungo z, ottenendo spostamenti e rotazioni in entrambi i casi.

In seguito, analogamente a quanto fatto sin qui, vengono applicati sequenzialmente tre momenti di 1000 Nm ciascuno e registrati, anche in questi casi, spostamenti e rotazioni del nodo *11651*.

Ciò che ne deriva è riassunto nella seguente tabella:

Applico	$\Delta x(m)$	$\Delta y(m)$	$\Delta z(m)$	$\vartheta x(rad)$	$\vartheta y(rad)$	$\vartheta z(rad)$
$F_x$	9,45E-04	2,89E-05	-5,46E-07	1,70E-04	1,20E-04	1,56E-04
$F_y$	2,89E-05	1,36E-03	1,64E-05	-2,46E-03	-5,26E-06	1,94E-05
$F_z$	-5,46E-07	1,64E-05	8,27E-05	-2,13E-04	1,80E-05	2,41E-05
$M_x$	1,70E-04	-2,46E-03	-2,13E-04	3,62E-02	3,37E-04	-5,82E-04

$M_y$	1,20E-04	-5,26E-06	1,80E-05	3,37E-04	6,89E-03	-5,99E-04
$M_z$	1,56E-04	1,94E-05	2,41E-05	-5,82E-04	-5,99E-04	1,60E-02

Si calcola la matrice di cedevolezza ( $\alpha$ ) nella seguente modalità:

$$\{F\} = [K] \{x\} \quad (3.3)$$

$$\{x\} = [\alpha] \{F\} \quad (3.4)$$

dove:

$$[\alpha] = [K]^{-1} \quad (3.5)$$

quindi:

$$\alpha_{xx} = \frac{\Delta x}{F_x} \quad (3.6)$$

In conclusione, la matrice di cedevolezza ha la seguente forma:

$$\alpha = \begin{bmatrix} \frac{\Delta x}{F_x} & \frac{\Delta y}{F_x} & \frac{\Delta z}{F_x} & \frac{\theta x}{F_x} & \frac{\theta y}{F_x} & \frac{\theta z}{F_x} \\ \frac{\Delta x}{F_y} & \frac{\Delta y}{F_y} & \frac{\Delta z}{F_y} & \frac{\theta x}{F_y} & \frac{\theta y}{F_y} & \frac{\theta z}{F_y} \\ \frac{\Delta x}{F_z} & \frac{\Delta y}{F_z} & \frac{\Delta z}{F_z} & \frac{\theta x}{F_z} & \frac{\theta y}{F_z} & \frac{\theta z}{F_z} \\ \frac{\Delta x}{M_x} & \frac{\Delta y}{M_x} & \frac{\Delta z}{M_x} & \frac{\theta x}{M_x} & \frac{\theta y}{M_x} & \frac{\theta z}{M_x} \\ \frac{\Delta x}{M_y} & \frac{\Delta y}{M_y} & \frac{\Delta z}{M_y} & \frac{\theta x}{M_y} & \frac{\theta y}{M_y} & \frac{\theta z}{M_y} \\ \frac{\Delta x}{M_z} & \frac{\Delta y}{M_z} & \frac{\Delta z}{M_z} & \frac{\theta x}{M_z} & \frac{\theta y}{M_z} & \frac{\theta z}{M_z} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

I valori numerici che si ottengono sono i seguenti:

Matrice di cedevolezza					
<b>9,45E-07</b>	2,89E-08	-5,46E-10	1,70E-07	1,20E-07	1,56E-07
2,89E-08	<b>1,36E-06</b>	1,64E-08	-2,46E-06	-5,26E-09	1,94E-08
-5,46E-10	1,64E-08	<b>8,27E-08</b>	-2,13E-07	1,80E-08	2,41E-08
1,70E-07	-2,46E-06	-2,13E-07	<b>3,62E-05</b>	3,37E-07	-5,82E-07
1,20E-07	-5,26E-09	1,80E-08	3,37E-07	<b>6,89E-06</b>	-5,99E-07
1,56E-07	1,94E-08	2,41E-08	-5,82E-07	-5,99E-07	<b>1,60E-05</b>

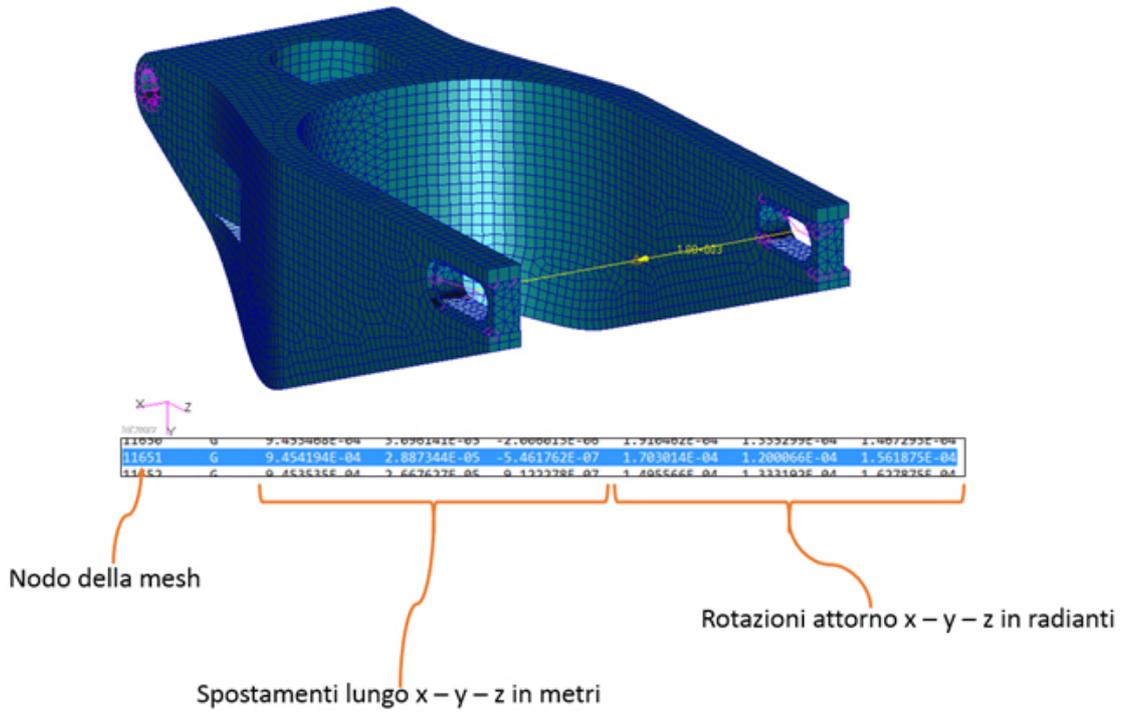


Figura 3.22: Particolare del file F06

Infine, invertendola, si ottiene la matrice di rigidezza:

$$[K] = [\alpha]^{-1} \tag{3.8}$$

Matrice di rigidezza					
<b>1,06E+06</b>	-3,61E+04	2,47E+03	-7,45E+03	-1,92E+04	-1,13E+04
-3,61E+04	<b>8,42E+05</b>	-1,97E+04	5,74E+04	-1,36E+03	1,39E+03
2,47E+03	-1,97E+04	<b>1,23E+07</b>	7,11E+04	-3,71E+04	-1,73E+04
-7,45E+03	5,74E+04	7,11E+04	<b>3,20E+04</b>	-1,49E+03	1,00E+03
-1,92E+04	-1,36E+03	-3,71E+04	-1,49E+03	<b>1,46E+05</b>	5,66E+03
-1,13E+04	1,39E+03	-1,73E+04	1,00E+03	5,66E+03	<b>6,28E+04</b>

Entrambe le matrici appena elencate possono essere suddivise in quattro sottomatrici secondo la logica descritta nella figura 3.23.

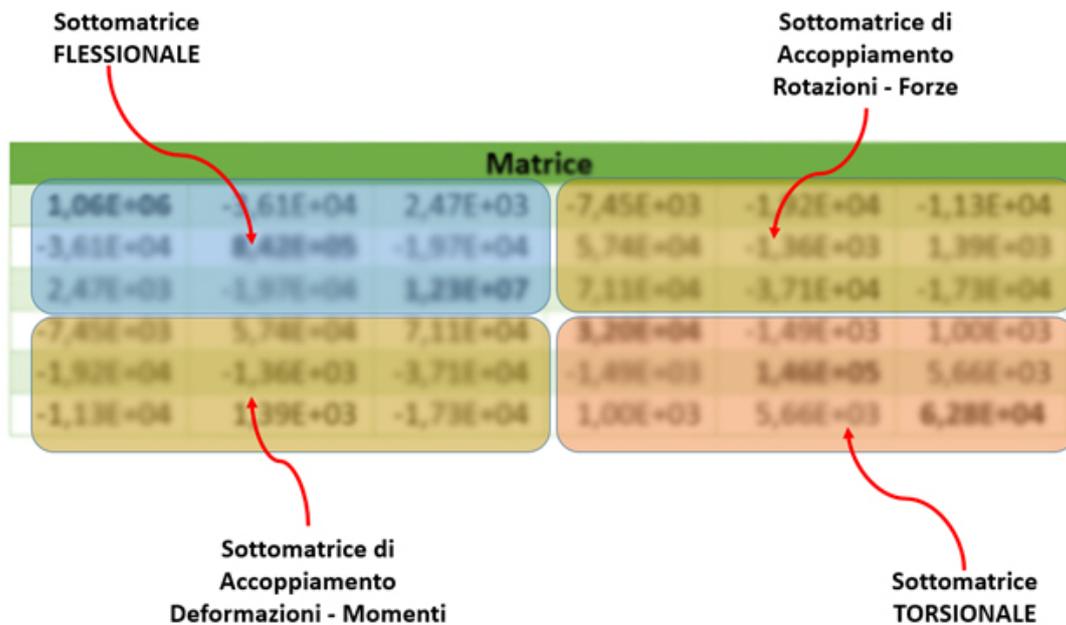


Figura 3.23: Scomposizione delle matrici

Sia per la matrice di cedevolezza che per quella di rigidezza si estraggono le sottomatrici flessionali e torsionali e si calcolano autovettori e autovalori. Questa procedura permetterà di ottenere le rigidzze principali del sistema e di creare un sistema di riferimento ( $x' - y' - z'$ ) in cui applicando una forza lungo un asse (ad esempio  $x'$ ) si ottiene uno spostamento esattamente lungo quella direzione. Analogamente al caso flessionale, si può creare un sistema di riferimento ( $x'' - y'' - z''$ ) in cui applicando un momento attorno ad un asse (ad esempio attorno  $x''$ ) si ottiene solo una rotazione attorno quell'asse.

Per poter procedere con i calcoli si utilizza il software Matlab che permetterà di risolvere il problema degli autovettori e autovalori.

### Matrice di cedevolezza

Per quanto concerne la matrice di cedevolezza, la sua parte flessionale è così formata:

Matrice $\alpha$ flessionale		
<b>9,45E-07</b>	2,89E-08	-5,46E-10
2,89E-08	<b>1,36E-06</b>	1,64E-08
-5,46E-10	1,64E-08	<b>8,27E-08</b>

Gli autovalori forniti da Matlab sono i seguenti:

Deigenvalues\_fless\_AL =

1.0e-05 \*

0.0082	0	0
0	0.0943	0
0	0	0.1360

Mentre gli autovettori assumono i seguenti valori:

Veigenvectors\_fless\_AL =

0.0011	-0.9976	-0.0695
-0.0129	0.0695	-0.9975
0.9999	0.0020	-0.0128

Si nota chiaramente che la prima colonna della matrice degli autovettori rappresenta un'asse che si discosta pochissimo dall'asse z originale del sistema, la stessa cosa si può notare per la seconda e terza colonna che assomigliano rispettivamente agli assi x e y originali.

Si applica nel nodo *11651* della mesh una forza con le componenti della prima colonna:

$$F = [0.0011 \ -0.0129 \ 0.9999],$$

si esegue un'analisi lineare statica e si registrano gli spostamenti traslazionali del nodo in cui è stata applicata la forza:

$$\text{Spostamenti} = [1.213749\text{E-}10 \ -1.054398\text{E-}09 \ 8.245662\text{E-}08].$$

Gli spostamenti sono calcolati in base all'origine del sistema di riferimento principale del modello.

Per verificare che gli spostamenti siano lungo la stessa direzione della forza, si esegue un prodotto vettoriale e si calcola l'angolo fra i due vettori. Se l'angolo ottenuto è (prossimo allo) zero allora i due vettori sono paralleli e, pertanto, la direzione degli spostamenti è la stessa dell'applicazione della forza. In relazione alla presente trattazione si ha che:

$$|c| = |a| \cdot |b| \cdot \sin(\text{angolo}) \quad (3.9)$$

$$\text{angolo} = \frac{\arcsin(|c|)}{(|a| \cdot |b|)} \cdot 180/\pi \quad (3.10)$$

l'angolo che si ottiene è:  $0.0243^\circ$ .

Si può quindi concludere che lo spostamento risultante è parallelo alla direzione della forza.

La tabella seguente riassume i calcoli fin qui condotti:

Forze [N]	Spostamenti [m]	Angolo
$F_1 = [0.0011 \ -0.0129 \ 0.9999]$	$S_1 = [1.21\text{E-}10 \ -1.05\text{E-}09 \ 8.25\text{E-}08]$	$0.0243^\circ$
$F_2 = [-0.9976 \ 0.0695 \ 0.0020]$	$S_2 = [-9.41\text{E-}07 \ 6.56\text{E-}08 \ 1.85\text{E-}09]$	$0.0029^\circ$
$F_3 = [-0.0695 \ -0.9975 \ -0.0128]$	$S_3 = [-9.45\text{E-}08 \ -1.36\text{E-}06 \ -1.74\text{E-}08]$	$0.0006^\circ$

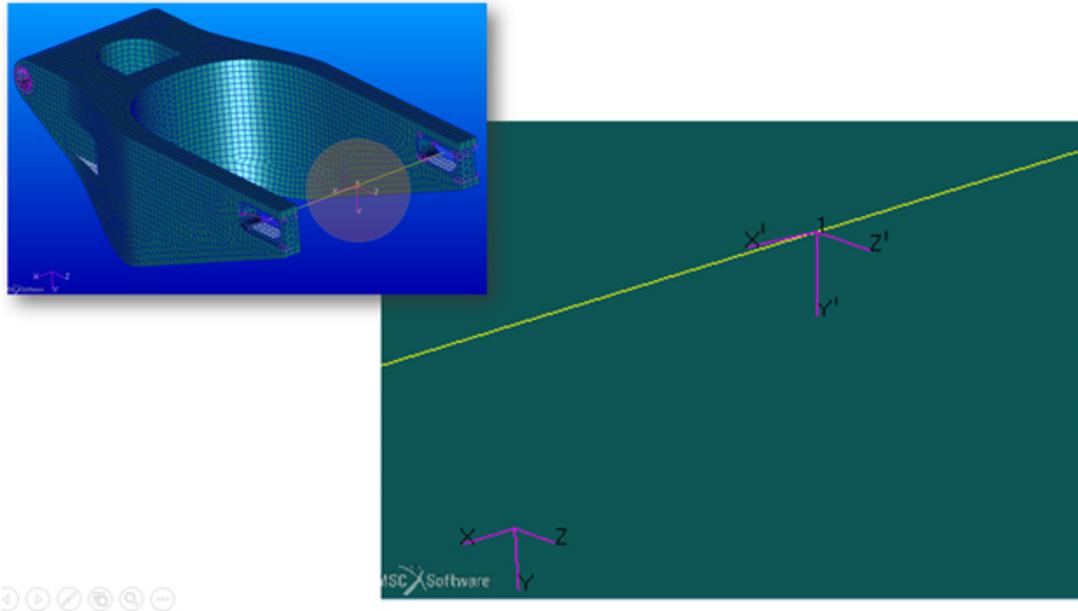


Figura 3.24: Terna flessionale principale

Dall'analisi dei risultati sin qui ottenuti si nota chiaramente che, salvo errori trascurabili, le componenti delle tre forze creano un sistema di tre assi mutuamente ortogonali ( $x' - y' - z'$ ).

Per visualizzare il sistema di assi cartesiani si usa il software Patran in fase di preprocessing creando un nuovo Coord con l'ausilio degli autovettori della componente flessionale della matrice di cedevolezza.

L'immagine 3.24 mostra graficamente il nuovo sistema di coordinate.

In maniera analoga a quanto sin qui è stato svolto si procede con l'analisi della parte torsionale della matrice di cedevolezza.

La sottomatrice torsionale ha le seguente forma:

Matrice $\alpha$ torsionale		
<b>3,62E-05</b>	3,37E-07	-5,82E-07
3,37E-07	<b>6,89E-06</b>	-5,99E-07
-5,82E-07	-5,99E-07	<b>1,60E-05</b>

Analizzando in Matlab il problema degli autovalori e autovettori, ciò che ne discende sono i seguenti risultati:

Deigenvalues\_tors\_AL =

```
1.0e-04 *
    0.0685         0         0
         0    0.1603         0
         0         0    0.3624
```

Veigenvectors\_tors\_AL =

```
-0.0102    0.0298   -0.9995
 0.9979   -0.0642   -0.0121
 0.0645    0.9975    0.0291
```

Si nota chiaramente che la prima colonna della matrice degli autovettori rappresenta un'asse quasi parallelo all'asse y, e la seconda e la terza colonna rappresentano rispettivamente gli assi z e x.

Si procede in maniera analoga a quanto fatto con la parte flessionale della matrice di cedevolezza, con la sola differenza che, in questo caso, verranno valutate le rotazioni anziché gli spostamenti del nodo 11651.

La tabella seguente mostra i vettori dei momenti applicati, i vettori delle rotazioni risultanti e l'angolo fra ogni coppia di vettori:

Momenti [Nm]	Rotazioni [rad]	Angolo
$M_1 = [-0.0102 \ 0.9979 \ 0.0645]$	$R_1 = [-7.09E-08 \ 6.83E-06 \ 4.41E-07]$	0.0129°
$M_2 = [0.0298 \ -0.0642 \ 0.9975]$	$R_2 = [4.76E-07 \ -1.03E-06 \ 1.60E-05]$	0.0019°
$M_3 = [-0.9995 \ -0.0121 \ 0.0291]$	$R_3 = [-3.62E-05 \ -4.37E-07 \ 1.05E-06]$	0.0004°

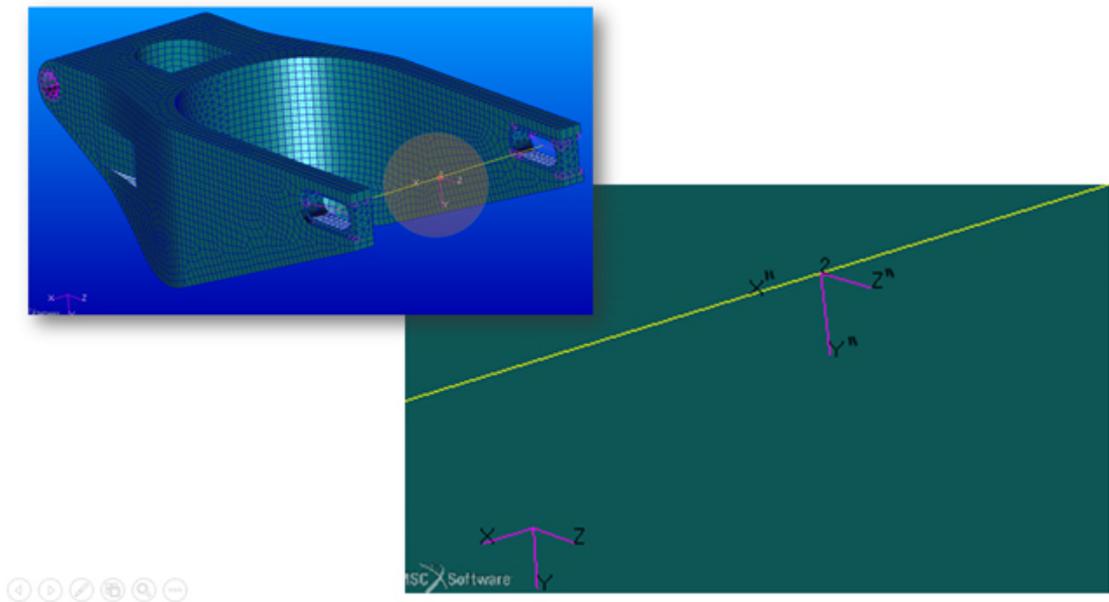


Figura 3.25: Terna torsionale principale

Dall'analisi degli angoli ottenuti è chiaro come, anche in questo caso, la direzione del vettore rotazione è pressoché parallela a quella del vettore momento che l'ha generata. Si può quindi procedere alla creazione grafica di un nuovo Coord, centrato nel punto di applicazione dei vettori momento, i cui assi hanno lo scopo grafico di determinare una direzione di riferimento, attorno alla quale, se applicato un momento, si genera una sola rotazione attorno quel determinato asse. L'immagine 3.25 illustra graficamente il nuovo sistema di riferimento.

Nell'ultima fase relativa allo studio sulla matrice di cedevolezza è bene confrontare i due sistemi di riferimento si qui ottenuti. Una semplice analisi può essere fatta visivamente mettendo a confronto graficamente i due sistemi di riferimento (si veda la figura 3.26).

Osservando l'immagine 3.26, si nota chiaramente che i due sistemi di riferimento sono quasi coincidenti e che lo scostamento è quantificabile qualitativamente in pochi centesimi di grado.

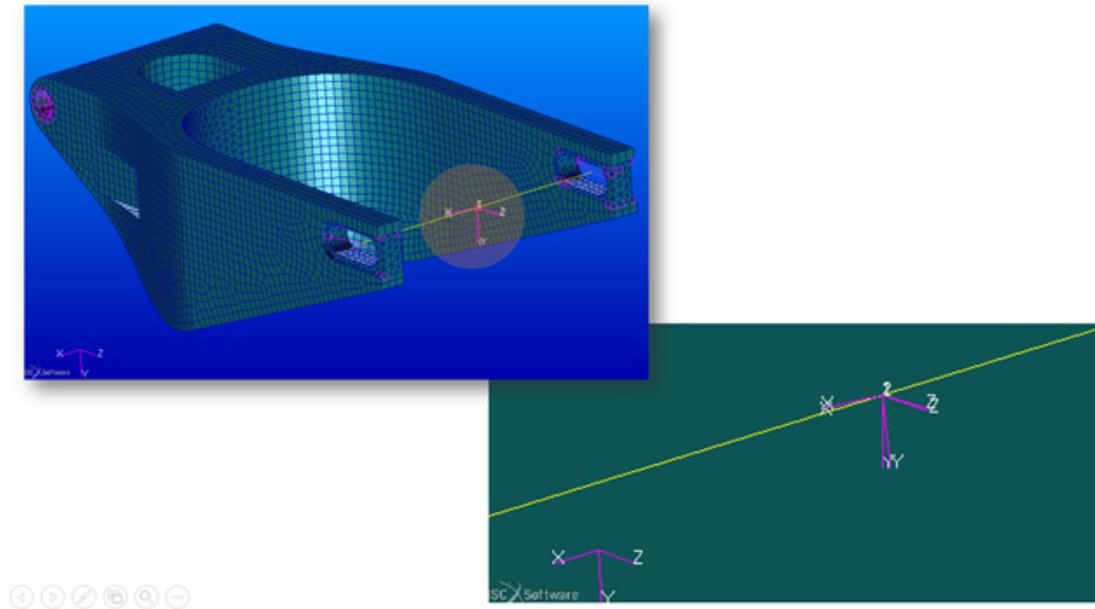


Figura 3.26: Confronto delle due terne di riferimento

### Matrice di rigidezza

Nel proseguo della trattazione verranno svolti gli stessi calcoli fin qui condotti ma verrà utilizzata la matrice di rigidezza. Lo scopo di questa seconda parte del lavoro consiste nel creare altri due sistemi di riferimento, uno relativo alla parte flessionale, l'altro a quella torsionale, e valutare lo scostamento fra questi ultimi e i due sistemi Coord generati dalla matrice di cedevolezza. Si procede quindi analizzando la matrice di rigidezza scomponendola nella sua parte flessionale:

Matrice $K$ flessionale		
<b>1,06E+06</b>	-3,61E+04	2,47E+03
-3,61E+04	<b>8,42E+05</b>	-1,97E+04
2,47E+03	-1,97E+04	<b>1,23E+07</b>

e torsionale:

Matrice $K$ torsionale		
<b>3,20E+04</b>	-1,49E+03	1,00E+03
-1,49E+03	<b>1,46E+05</b>	5,66E+03
1,00E+03	5,66E+03	<b>6,28E+04</b>

Per quanto concerne la parte flessionale si procede al calcolo degli autovalori, che saranno le rigidezze principali del sistema, e degli autovettori che, come visto in precedenza, rappresentano i coseni direttori per la creazione del nuovo sistema di riferimento.

Si procede quindi con la generazione degli autovalori e autovettori tramite Matlab parte flessionale della matrice di rigidezza:

`Deigenvalues_fless_K =`

```

1.0e+07 *
0.0836      0      0
      0  0.1070      0
      0      0  1.2296

```

`Veigenvectors_fless_K =`

```

0.1561  0.9877  0.0002
0.9877 -0.1561 -0.0017
0.0017 -0.0005  1.0000

```

Dall'analisi dei valori appena trascritti risulta subito evidente che la prima colonna della matrice degli autovettori contiene di coseni direttori di un asse prossimo all'asse  $y$  originale del sistema, e che la seconda e la terza colonna rappresentano rispettivamente assi prossimi all'asse  $x$  e all'asse  $z$ . Comparando gli autovalori agli autovettori risulta che la rigidezza lungo l'asse  $x'$  del

forcellone è di 1.07 kN/mm, mentre la rigidezza lungo  $y'$  è di 0.83 kN/mm ed infine quella lungo  $z'$  è 12.3 kN/mm. Si nota chiaramente che il valore di rigidezza lungo l'asse  $x$  sia pienamente in accordo con i dati bibliografici e che, da un punto di vista intuitivo anche le altre due rigidezze saranno verosimilmente corrette.

Si procede subito all'analisi degli autovettori e autovalori della parte torsionale della matrice di rigidezza per verificare se, anche in questo caso, i risultati coincidono con i valori bibliografici.

Deigenvalues\_tors\_K =

```
1.0e+05 *
0.3194      0      0
      0  0.6249      0
      0      0  1.4655
```

Veigenvectors\_tors\_K =

```
0.9993  -0.0360  -0.0124
0.0148   0.0668   0.9977
-0.0351 -0.9971   0.0673
```

Anche in questo caso si nota che le colonne della matrice degli autovettori rappresentino tre assi ( $x'' - z'' - y''$ ) rispettivamente simili all'asse  $x$ ,  $z$  e  $y$  di partenza. Per quanto riguarda la rigidezza torsionale, si considera il secondo autovalore (quello relativo all'asse  $z$ ) che vale 62490 Nm/rad che, convertito, fornisce il valore di 1.09 kNm/°, pienamente in accordo con i dati bibliografici.

Per una migliore comprensione su come sono orientati gli assi rispetto la geometria del forcellone si rimanda alla figura 3.27.

Anche in questo caso, così come era stato fatto per la matrice di cedevolezza, si disegneranno gli assi lungo cui, se applicata una forza si ha esattamente

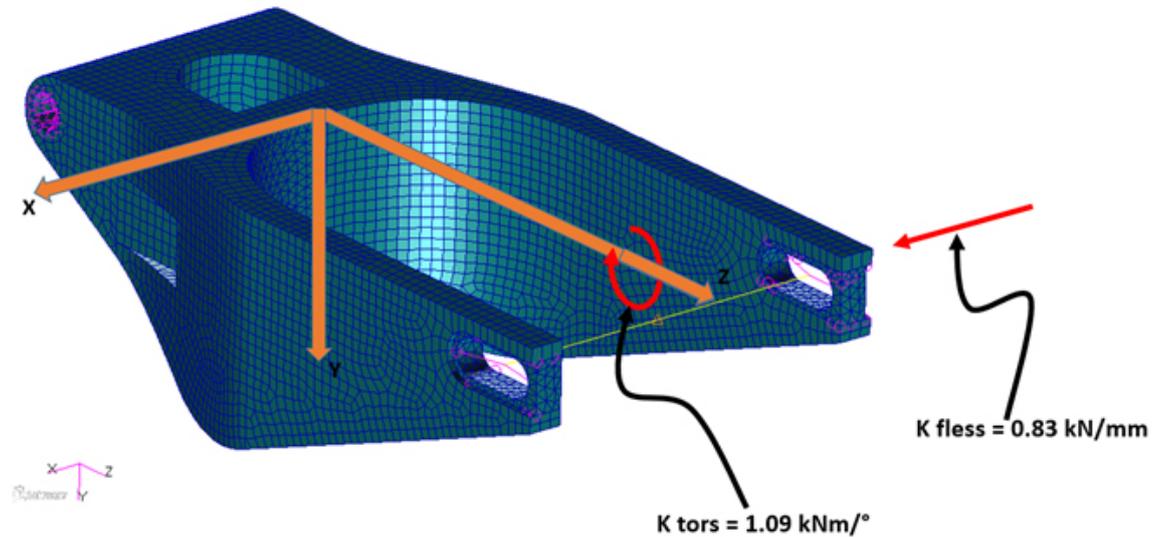


Figura 3.27: Rigidezze e terna di riferimento

uno spostamento in quella direzione e, se applicato un momento si avrà una rotazione solo attorno quel particolare asse. Verranno illustrate l'entità delle forze e dei momenti applicati, il valore degli spostamenti e delle rotazioni risultanti e l'angolo fra il vettore forza/momento applicato e il corrispondente vettore spostamento/rotazione risultante.

La tabella seguente illustra le forze applicate, ovvero gli autovettori della parte flessionale della matrice di rigidezza, gli spostamenti risultanti e l'angolo fra i due vettori:

Forze [N]	Sposamenti [m]	Angolo
$F_1 = [0.1561 \ 0.9877 \ 0.0017]$	$S_1 = [1.76E-07 \ 1.34E-06 \ 1.63E-08]$	$1.6324^\circ$
$F_2 = [0.9877 \ -0.1561 \ -0.0005]$	$S_2 = [9.29E-07 \ -1.83E-07 \ -3.14E-09]$	$2.1929^\circ$
$F_3 = [0.0002 \ -0.0017 \ 1.0000]$	$S_3 = [-4.06E-10 \ 1.41E-08 \ 8.26E-08]$	$9.8020^\circ$

Rappresentando graficamente il sistema di riferimento  $x' - y' - z'$  si ottiene la figura 3.28.

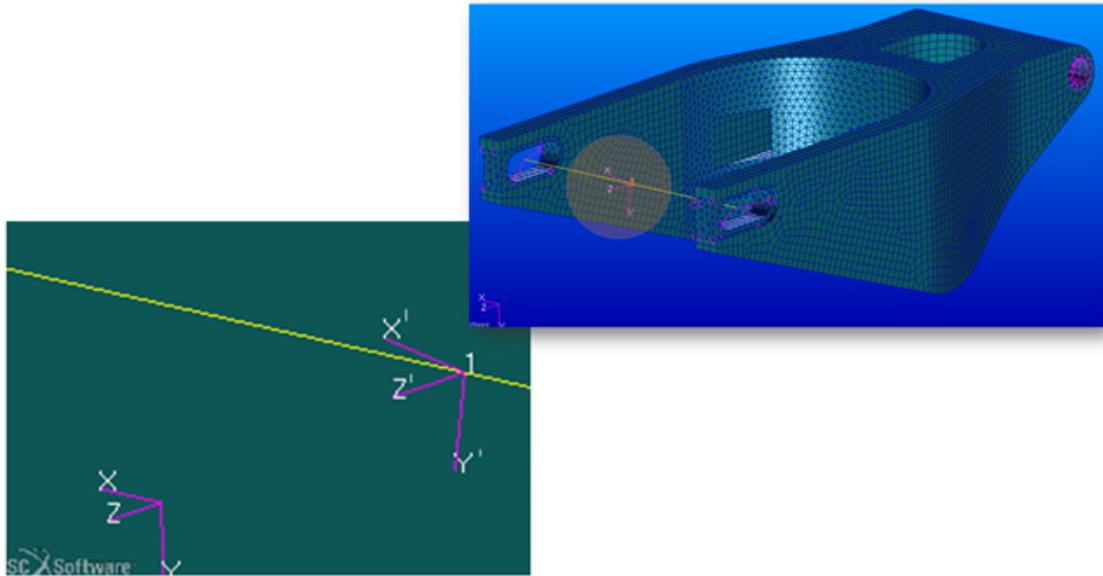


Figura 3.28: Terna flessionale generata dalla matrice K

La tabella seguente illustra i momenti applicati, ovvero gli autovettori della parte torsionale della matrice di rigidezza, le rotazioni risultanti e l'angolo fra i due vettori:

Momenti [Nm]	Rotazioni [rad]	Angolo
$M_1 = [ 0.9993 \ 0.0148 \ -0.0351 ]$	$R_1 = [ 3.62E-05 \ 4.59E-07 \ -1.15E-06 ]$	$0.2257^\circ$
$M_2 = [-0.0360 \ 0.0668 \ -0.9971 ]$	$R_2 = [-7.01E-07 \ 1.04E-06 \ -1.60E-05 ]$	$0.4509^\circ$
$M_3 = [-0.0124 \ 0.9977 \ 0.0673 ]$	$R_3 = [-1.52E-07 \ 6.833E-06 \ 4.87E-07 ]$	$0.6084^\circ$

Rappresentando graficamente il sistema di riferimento  $x'' - y'' - z''$  si ottiene la figura 3.29.

Analizzando i risultati appena ottenuti in seguito allo studio effettuato sulla matrice di rigidezza, si comprende chiaramente che se da un lato gli autovalori forniscono risultati altamente attendibili, dall'altro, l'analisi degli autovettori mette in luce il fatto che essi non rappresentano i coseni direttori di un sistema di riferimento preferenziale.

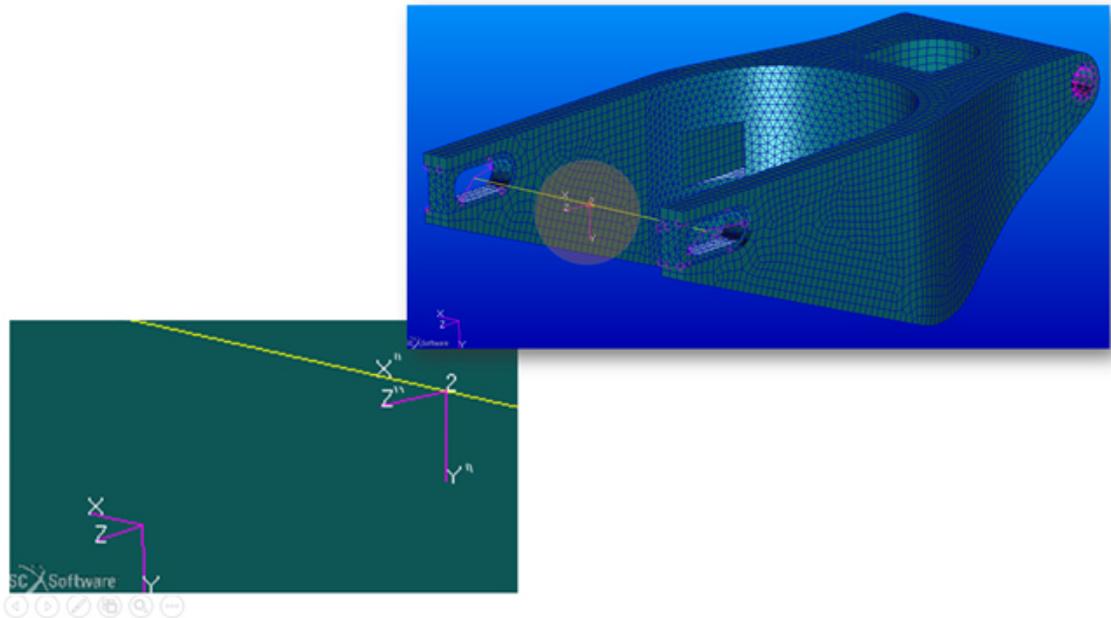


Figura 3.29: Terna torsionale generata dalla matrice K

Lo scostamento fra la direzione della forza applicata con le componenti dell'autovettore e lo spostamento risultante, è quantificabile in qualche unità di grado per il caso flessionale e in qualche decimo di grado per il caso torsionale: se ne conclude che le tolleranze in gioco sono troppo elevate per poter giungere a conclusioni attendibili. In seguito a queste constatazioni, va osservato un aspetto: nell'inversione della matrice di cedevolezza, la parte flessionale della matrice di rigidità appena creata contiene al suo interno termini che dipendono dalla parte torsionale della matrice di cedevolezza e, analogamente la stessa osservazione vale anche per la parte torsionale della matrice di rigidità. Ne consegue infine che, per stabilire le direzioni principali lungo cui applicare forze o momenti va studiato il problema degli autovettori per le sottomatrici della matrice di cedevolezza, mentre per stabilire le rigidità proprie del sistema è preferibile studiare gli autovalori delle sottomatrici della matrice di rigidità. L'immagine 3.30 riassume concettualmente quanto qui descritto.

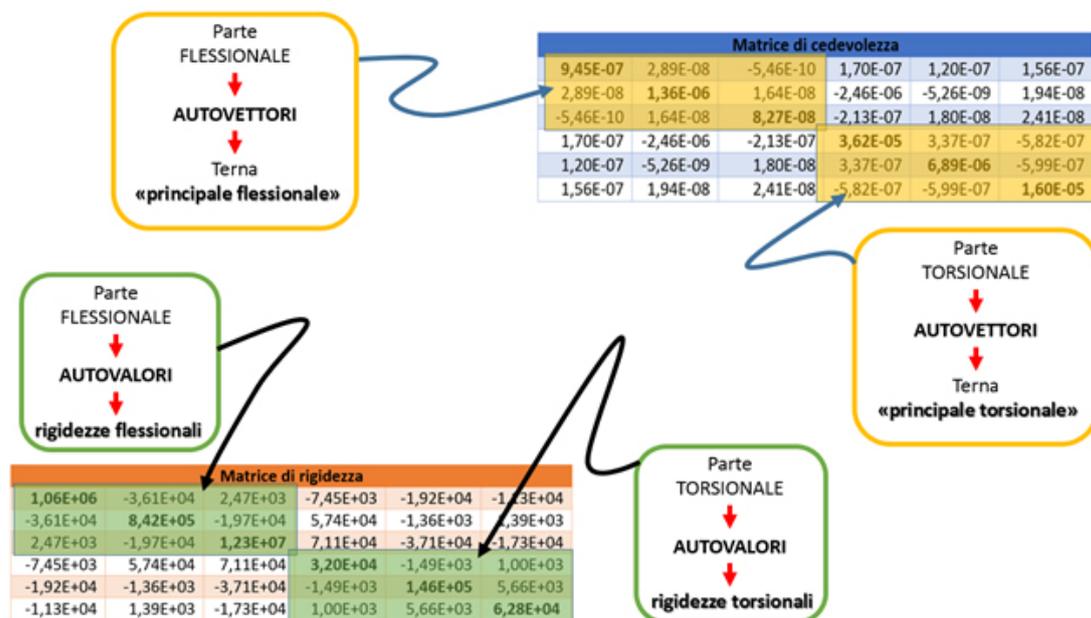


Figura 3.30: Schema concettuale sulle matrici

## Forcellone monobraccio in alluminio

In questa seconda parte del lavoro di tesi si è proceduto con lo studio di un forcellone monobraccio in alluminio. Seguendo quanto già svolto nel capitolo precedente, si è dapprima creato il modello CAD del componente in base alla geometria del pezzo reale, successivamente si è proceduto ad un'analisi di laboratorio per misurare massa, spessori e momenti di inerzia, di seguito si è messo a punto il modello FEM e si sono comparati i risultati relativi alle analisi modali con quanto misurato in laboratorio. Anche in questo frangente si è optato per il calcolo della terna principale flessionale e torsionale adottando la *screw theory*.

### 1 Cenni di storia

Il forcellone monobraccio in alluminio studiato in questo frangente veniva montato sui seguenti modelli di motociclette: Ducati 916, 996, 998, 748. La produzione di questi modelli va dal 1994 della 916 sino al 2004 della 998. Fra le quattro motociclette, la più celebre e gloriosa, quella che segnò l'inizio dell'era moderna in Ducati fu senza dubbio la 916.

Questa motocicletta venne presentata al Salone di Milano nell'ottobre del 1993 dove riscosse un immediato successo. Venne progettata con lo scopo di ottimizzare e migliorare il potenziale agonistico delle precedenti Ducati 851 e 888, così da perpetuare le già numerose vittorie dell'azienda bolognese nel campionato mondiale Superbike. Ogni particolare della 916 venne realizzato per ottenere il massimo rendimento nell'uso in pista, a partire da una

posizione in sella molto scomoda per il pilota per un utilizzo su strada ma ottimale nella guida fra i cordoli, fino all'inusuale forcellone monobraccio che semplificava la sostituzione della ruota posteriore; a questi si aggiunsero una veste aerodinamica più efficiente grazie all'assenza di scarichi laterali, ed una sensibile riduzione delle masse che fornì migliori performance rispetto alla precedente 888.

La 916 esordì nel mondiale Superbike del 1994 con una versione maggiorata nella cilindrata (955 cm<sup>3</sup>) per poter essere immediatamente competitiva con le quattro cilindri giapponesi da 750 cc. Nonostante alcuni problemi di messa a punto Carl Fogarty vinse il campionato. Nel 1995, risolti i problemi di affidabilità, la 916 si aggiudicò nuovamente il mondiale. Nel 1996 fu ulteriormente aumentata la cilindrata fino a 996 cc, la 916 Racing era ormai tanto competitiva e veloce da poter confrontare i tempi sul giro di Troy Corser con quelli registrati dalle 500 GP a due tempi, nonostante queste avessero maggiori cavalli e 30 kg in meno rispetto alle moto del neo Campione del Mondo Superbike 1996. Se nel 1997 la 916 fu afflitta da problemi di guidabilità e di erogazione, tanto che la Ducati perse il campionato costruttori, l'anno seguente Carl Fogarty raggiunse nuovamente il titolo iridato permettendo alla gloriosa Ducati 916 di aggiudicarsi il suo quarto titolo mondiale (figure 4.1).

Analizzando da vicino la parte posteriore della Ducati 916 si nota chiaramente come è composta l'architettura del forcellone monobraccio. A tal riguardo si rimanda alla figura 4.2.

## 2 Forcellone reale

Il forcellone monobraccio ha una caratteristica forma ad "S" che consente alla catena di seguire un percorso rettilineo, in questa maniera la parte posteriore del forcellone separa da un lato la corona con la catena e, dall'altro, il disco freno e la ruota. Questa architettura permette una veloce sostituzione della ruota posteriore in fase di pit-stop ed, oltretutto, ha un notevole impatto visivo per quanto concerne il design della motocicletta.

Il laboratorio dell'MDRG (Motorcycle Dynamics Research Group) dell'Università di Padova ha gentilmente messo a disposizione del laureando il pre-



Figura 4.1: Ducati 916 da strada (sopra) e da pista (sotto)

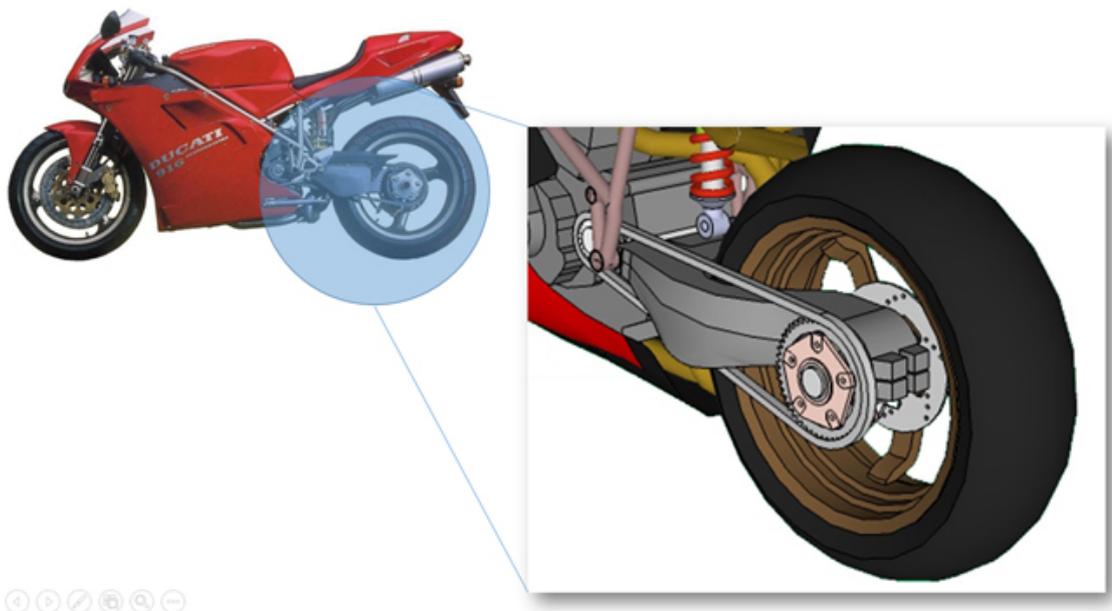


Figura 4.2: Architettura del forcellone monobraccio



Figura 4.3: Forcellone reale studiato

sente forcellone al fine di poter effettuare alcuni test vibrazionali per poter validare i risultati ottenuti dalle simulazioni FEM.

## 2.1 Determinazione della massa

Con una semplice bilancia digitale con portata di 5 kg e sensibilità di 0.1 g è stato misurato il peso del forcellone. Essendo il peso del componente superiore alla portata massima della bilancia, per garantire una corretta misura, si è provveduto a sorreggere il forcellone in due punti e, a rotazione, uno fungeva da sostegno garantendo l'orizzontalità di tutto, mentre l'altro appoggiava sulla bilancia permettendo di leggere il peso. Ripetendo l'operazione per i due punti considerati e sommando i due risultati si è ottenuto il peso reale del forcellone. Le immagini 4.4 illustrano tale procedimento.

In seguito alle misure effettuate ne consegue che il peso del forcellone è di 6541.9 g. Pesando successivamente il componente con una bilancia meno accurata, ma con un fondo scala maggiore, il valore misurato è di 6.55 kg. Valutando le imprecisioni sulla misura e l'accuratezza degli strumenti utilizzati, ne consegue che nella restante parte dell'elaborato, il peso reale del

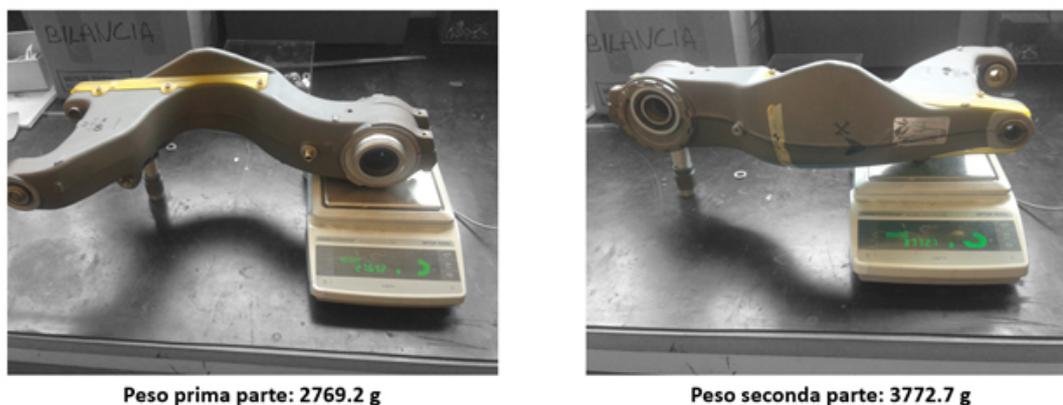


Figura 4.4: Pesatura del forcellone

forcellone viene assunto pari a 6545 g.

## 2.2 Determinazione del baricentro

Successivamente si è cercata la posizione del baricentro del forcellone. Per fare ciò lo si è tenuto in equilibrio lungo il suo asse trovando quindi un piano su cui è posizionato il baricentro (figure 4.5).

Sapendo, da studi condotti in precedenza, che il baricentro era sul piano di mezzeria del forcellone, utilizzando un software grafico (Solidworks) si è potuti tracciare tre piani, corrispondenti alle posizioni di equilibrio del forcellone appeso e, conseguentemente, ricavare la posizione del baricentro (si veda la figura 4.6).

## 2.3 Determinazione dei momenti di inerzia

Per il calcolo dei momenti di inerzia si è utilizzato il pendolo trifilare. Esso è composto da una piattaforma appesa da un telaio tramite l'ausilio di tre cavi. Conoscendo le caratteristiche inerziali di questo pendolo si è in grado di determinare i momenti di inerzia di un qualsiasi oggetto posto sulla piattaforma semplicemente sottraendo dal momento di inerzia totale quello del



Figura 4.5: Determinazione della posizione del baricentro

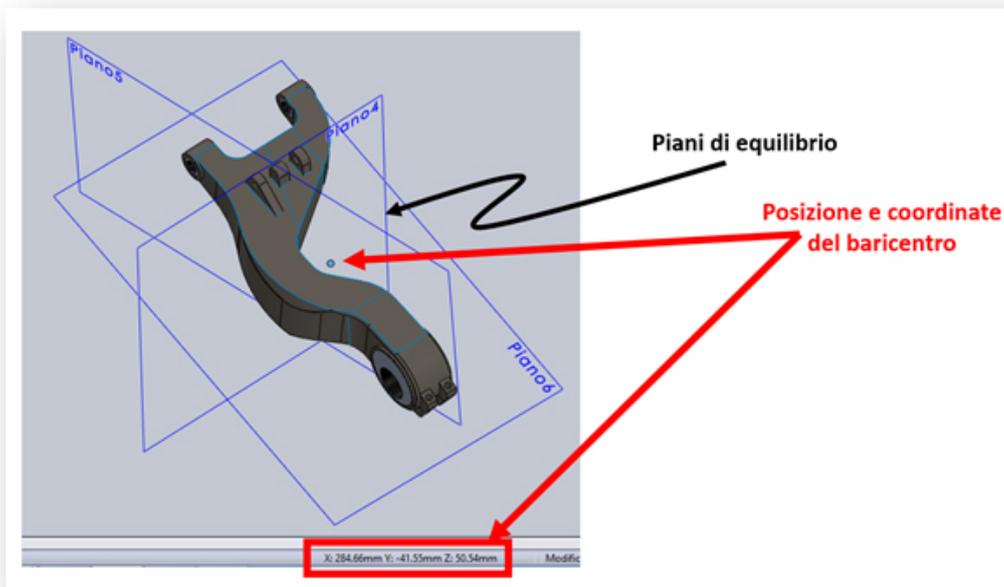


Figura 4.6: Determinazione del baricentro con Solidworks

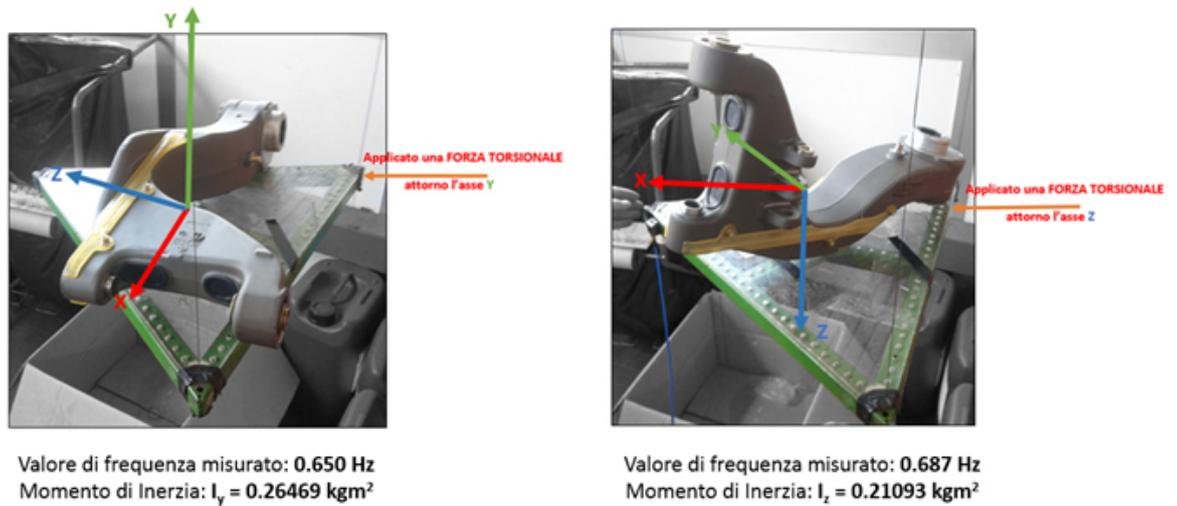


Figura 4.7: Determinazione dei momenti di inerzia Y e Z

pendolo. Per fare ciò si posiziona il forcellone lungo un suo asse facendo sì che la proiezione del baricentro cada al centro della piattaforma e, dopo aver impartito un impulso, si misura la frequenza torsionale del sistema pendolo più forcellone. Si ripete la procedura posizionando l'oggetto lungo i rimanenti due assi e si misurano le restanti frequenze. Conoscendo già a priori le caratteristiche inerziali e vibrazionali del pendolo, con un semplice codice di calcolo si è in grado di ricavare i momenti di inerzia del forcellone. Vengono di seguito elencate le frequenze torsionali misurate e i relativi momenti di inerzia calcolati.

La seguente tabella riassume le caratteristiche geometriche e inerziali del forcellone che sono state sin qui misurate:

Proprietà del forcellone	
Massa [kg]	6.545
Coordinate del Baricentro [mm]	285 -41 50
Momenti di inerzia $\text{kgm}^2$	0.26 0.21 0.04

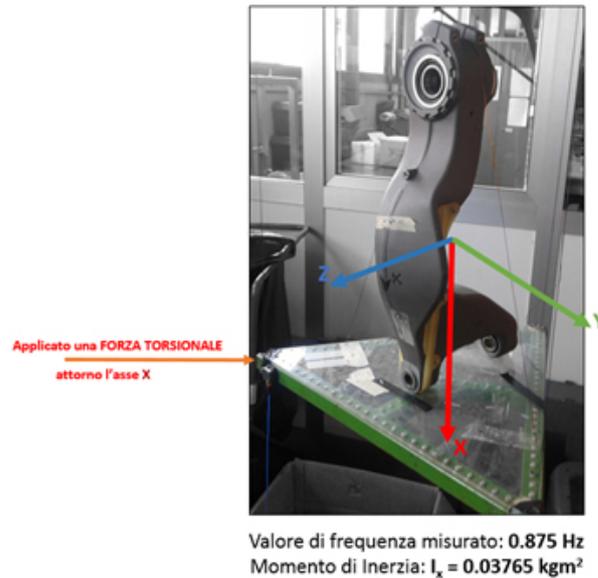


Figura 4.8: Determinazione del momento di inerzia X

### 3 Modello CAD

Dopo aver svolto le misure in laboratorio si è proceduto alla creazione del modello geometrico con il software Solidworks e, con il quale, sono state svolte le dovute simulazioni vibrazionali. Nelle figure 4.9 vengono mostrate alcune immagini relative al modello CAD del forcellone.

Il forcellone possiede tre flange necessarie per il suo collegamento con l'ammortizzatore e tre cuscinetti in magnesio necessari per la connessione del forcellone con il telaio e con la ruota posteriore. La figura 4.10 illustra i vari dettagli.

Internamente il forcellone è cavo con tre paratie di irrigidimento<sup>1</sup>, l'immagine 4.11 illustra la loro posizione.

Le immagini raffigurate in figura 4.12 mostrano in parte le quote geometriche in millimetri utilizzate per il disegno CAD. Si precisa che tali disegni non vogliono essere tavole in 2D con tutte le quote necessarie alla creazione del pezzo ma, bensì, valori indicativi che vogliono solo informare il lettore sulle

<sup>1</sup>Le paratie interne visibili attraverso fori di sfogo sono due in corrispondenza delle flange per l'attacco all'ammortizzatore ma, presumibilmente, ve ne sarà una terza nella parte posteriore per irrigidire la struttura in prossimità della ruota.

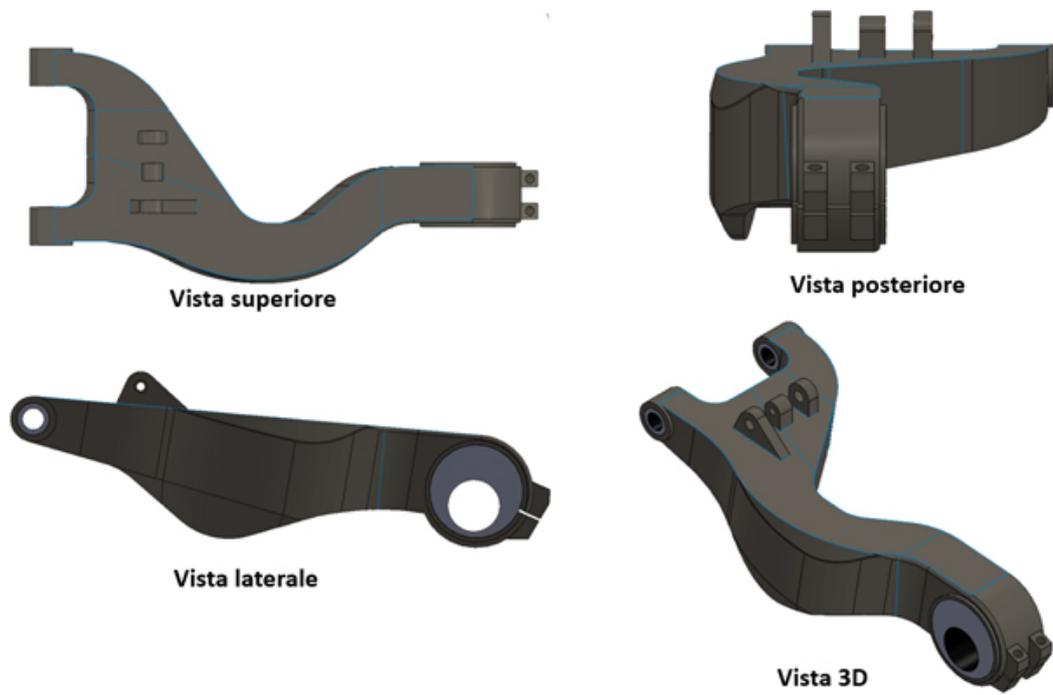


Figura 4.9: Modello CAD

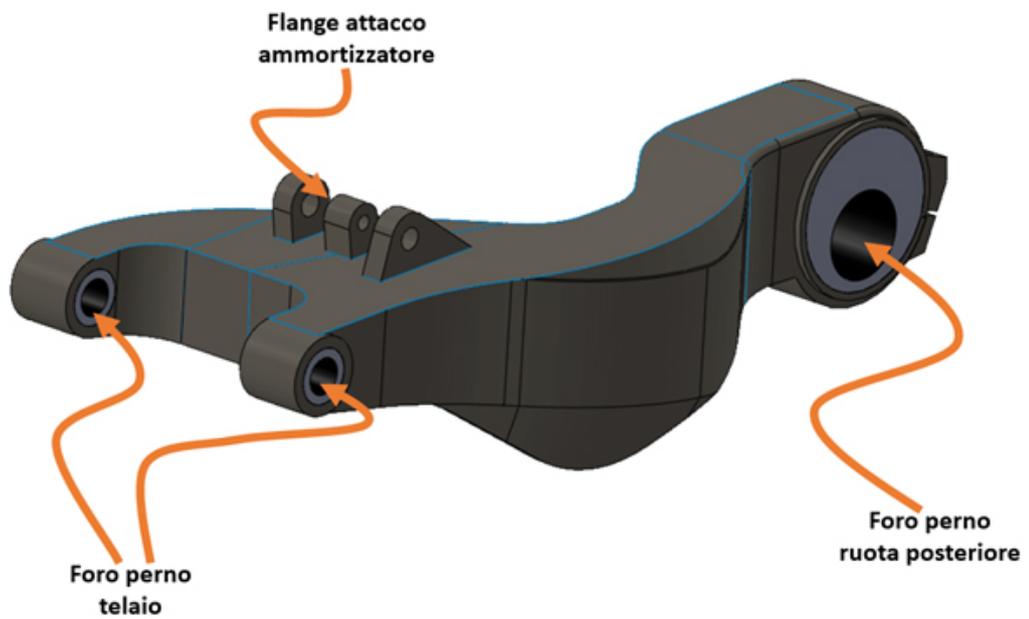


Figura 4.10: Dettagli CAD del forcellone in alluminio

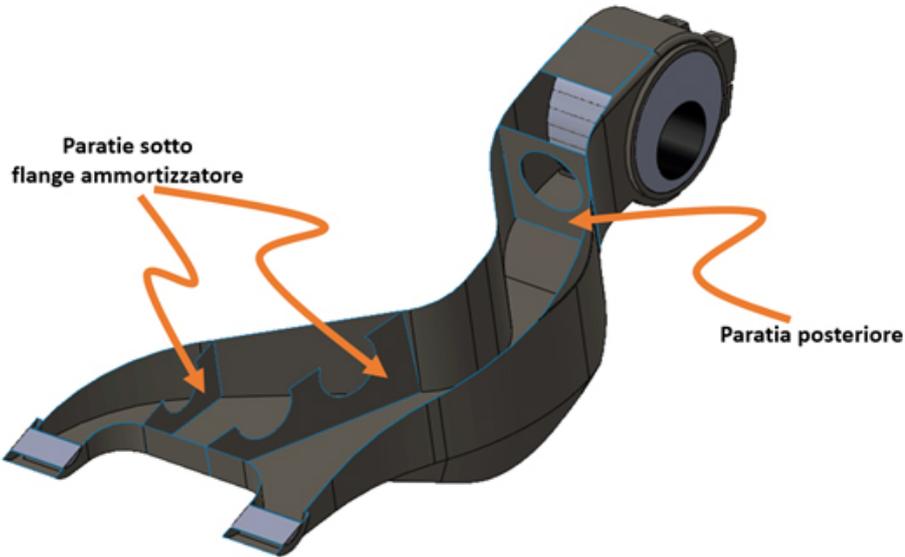


Figura 4.11: Dettagli interni del CAD

caratteristiche geometriche del componente studiato.

## 4 Creazione del modello FEM

Dopo aver creato la geometria in Solidworks 2013, il disegno è stato salvato in formato PARASOLID ed importato nel software FEM. La geometria così creata è composta da 105 superfici e da tre solidi (i cuscinetti in magnesio). Riprendendo quanto fatto nel caso del forcellone bibraccio, anche in questo caso la seconda fase necessaria alla creazione del modello FEM consiste nella meshatura del componente. Come già detto, questa importante procedura consente di suddividere la geometria in elementi più o meno fitti in grado di rappresentare il modello matematico su cui applicare forze, vincoli ecc. A seconda della tipologia di proprietà associata alla geometria, si utilizzano elementi piani o elementi 3D; la mesh ha una dimensione di 8 mm e la maggior parte delle struttura composta da elementi piani è meshata con elementi piani rettangolari. Le parti solide saranno meshate con elementi tetragolari.

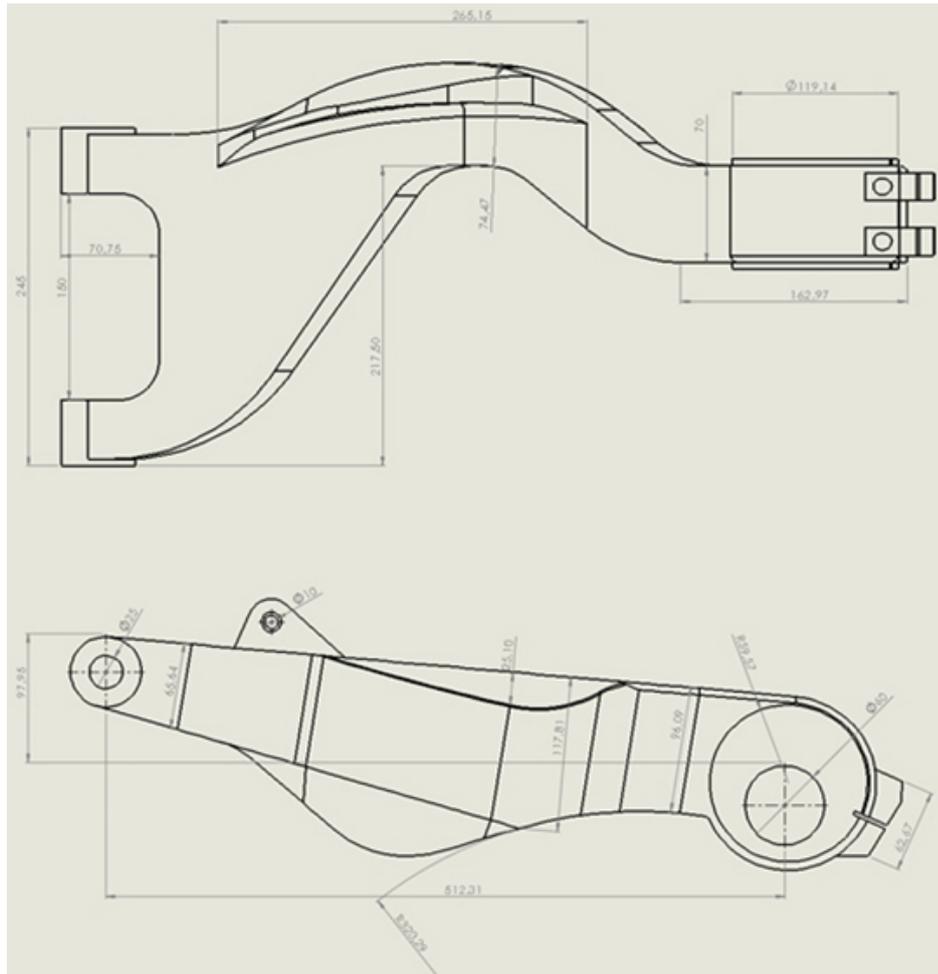


Figura 4.12: Tavole CAD del forcellone monobraccio in alluminio

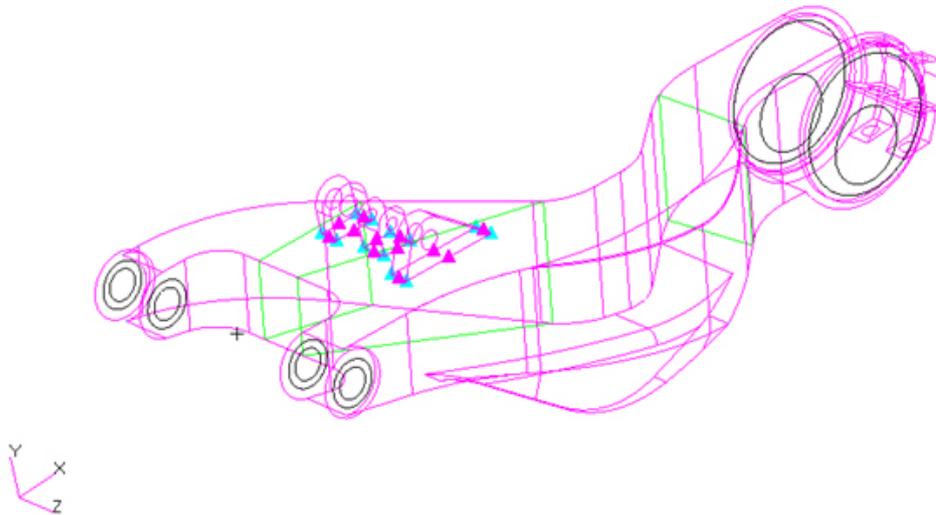


Figura 4.13: Geometria importata in Patran

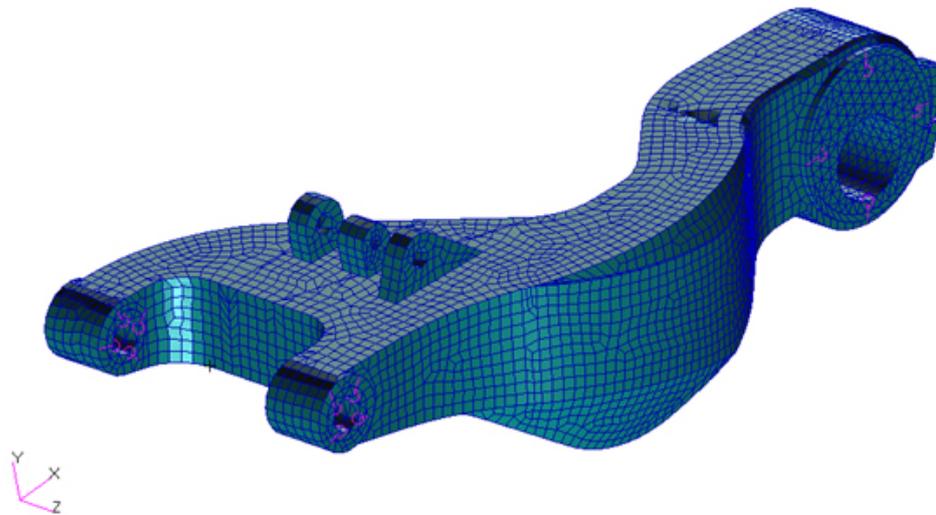


Figura 4.14: Mesh del componente

Dopo la preparazione della mesh vengono create e associate le proprietà e i materiali nelle varie zone del forcellone. Lo spessore delle lamine viene assunto pari a 5.6 mm (valore attendibile, in quanto una misura indiretta fatta sul forcellone reale ha fornito un valore pari a 6.5 mm). La tabella seguente riassume le caratteristiche fisico-meccaniche dei materiali utilizzati:

-	Densità [Kg/m <sup>3</sup> ]	Modulo Elastico E [GPa]	Modulo di Poisson	Luogo di utilizzo
<b>Alluminio</b>	2700	E = 70	0.30	Corpo del forcellone
<b>Magnesio</b>	1800	E = 101	0.34	Cuscinetti

A valle del procedimento che porta alla creazione del modello FEM è necessario verificare che massa, posizione del baricentro e momenti di inerzia siano sufficientemente prossimi ai valori reali. Tramite l'Utility "FEM General" di Patran è possibile calcolare la massa, mentre con l'ausilio del tool "Mass Properties" si ottengono i valori dei momenti di inerzia e la posizione del baricentro.

La tabella seguente illustra i valori calcolati dal FEM e la variazione percentuale rispetto al valore vero:

Proprietà del forcellone	
Massa [kg]	6.638 (+1.42 %)
Coordinate del Baricentro [mm]	288 (+3 mm) -47 (+6 mm) 55 (+5 mm)
Momenti di inerzia [kgm <sup>2</sup> ]	0.28 (+7.63 %) 0.20 (-4.66 %) 0.03 (-7.54 %)

Dai valori percentuali presenti nella precedente tabella si nota chiaramente che la massa del modello FEM è molto simile alla massa reale, mentre si ha una importante variazione della coordinata y del baricentro dovuta, principalmente, alle imprecisioni delle misurazioni. In ogni caso, a valle dell'esame sulle differenze fra modello FEM e forcellone reale, si ritiene che gli scosta-

menti siano accettabili, soprattutto considerando che la geometria interna del forcellone non è nota.

Dopo la fase di verifica sulla bontà del modello FEM, formato da 14852 elementi e da 19843 nodi, si è proceduto ad una prima analisi dei modi di vibrare. Per motivi riguardanti la comparazione dei risultati e le valutazioni con i futuri dati sperimentali si è provveduto ad impostare un vincolo di incastro nella zona relativa all'aggancio con il telaio e valutare le frequenze di vibrazione. La tabella seguente riassume le frequenze proprie di vibrazione del forcellone, mentre le immagini della figura 4.15 raffigurano i principali modi di vibrare.

Frequenze [Hz]	
1°	144
2°	169
3°	730
4°	766
5°	808
6°	1173
7°	1751
8°	1977
9°	2051
10°	2228

Confrontando i risultati ottenuti con quelli relativi al forcellone bibraccio senza ruota si nota chiaramente che i modi di vibrare flessionali sono pressochè simili, mentre vi è una sostanziale differenza per quanto riguarda il modo torsionale. Solo in seguito, con le frequenze di vibrazione e le rigidità relative ai sistemi forcellone-ruota sarà possibile effettuare comparazioni più dettagliate.

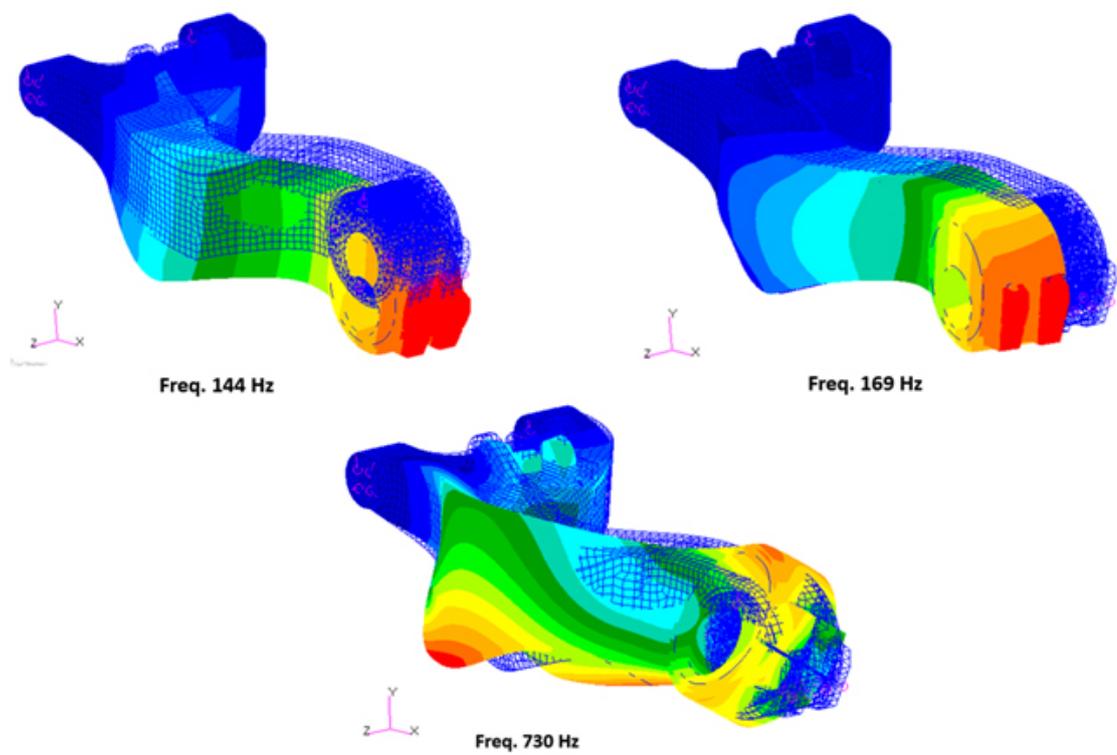


Figura 4.15: Modi flessionali e torsionale

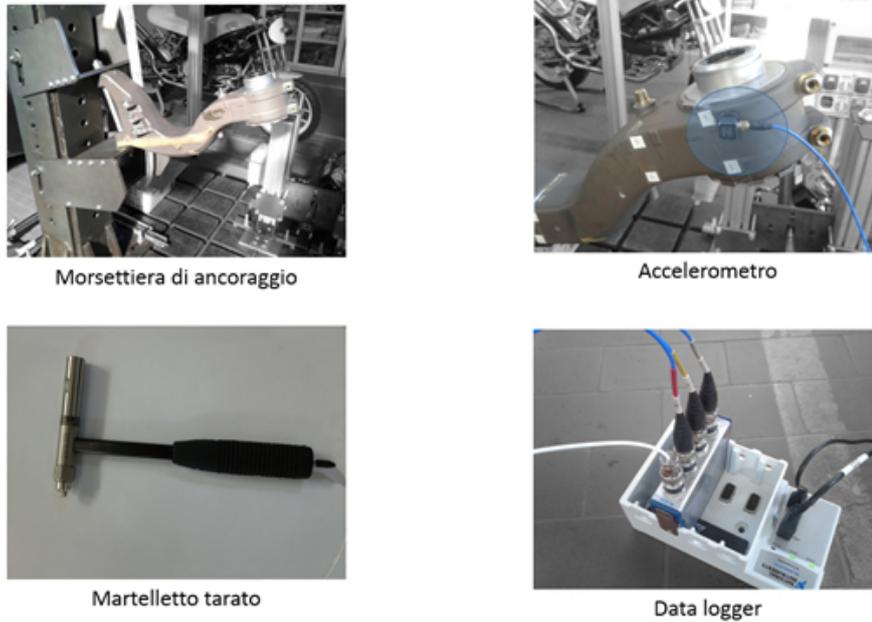


Figura 4.16: Strumenti utilizzati 1.

## 5 Test di laboratorio

Per validare i risultati vibrazionali del software FEM è stato necessario eseguire test di laboratorio atti a misurare le frequenze di vibrazione del forcellone in alluminio. La componentistica utilizzata è la seguente:

- Morsettiera di ancoraggio del forcellone
- Accelerometro
- Martelletto tarato
- Data logger
- Pc
- Software acquisizione segnale (*Labview*)
- Software elaborazione dati (*Icats*)

### 5.1 Descrizione dell'esperimento

Per rendere le misure il più accurate possibile si è deciso di colpire con il martelletto tarato sempre nella solita zona e di spostare via via l'accelerometro in venti punti differenti del forcellone. Per facilitare la comprensione

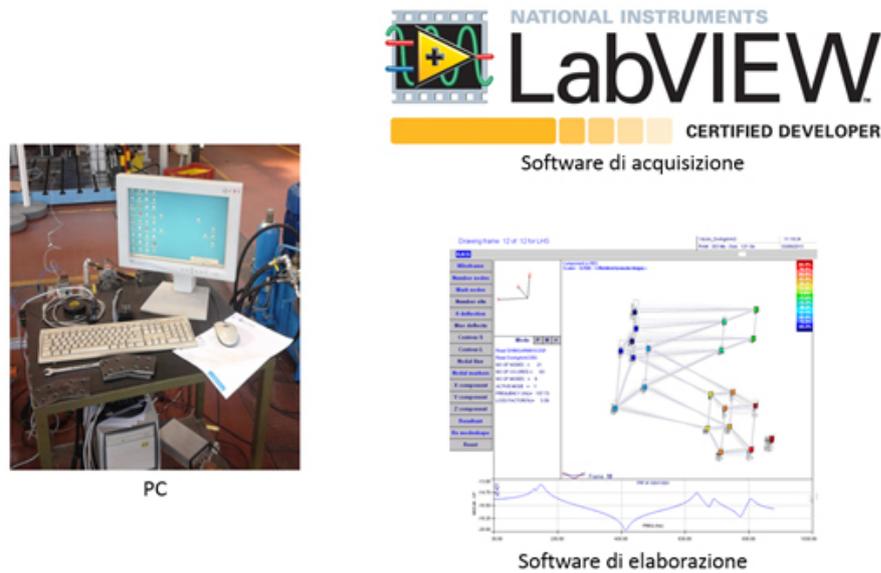


Figura 4.17: Strumenti utilizzati 2.

dei risultati risultava utile poter visualizzare sul PC l'animazione dei modi di vibrare, per far ciò è stato necessario misurare le coordinate spaziali dei venti punti di cui sopra e disegnare su ICATS una pseudo mesh del componente. Successivamente il forcellone è stato posizionato nell'apposita morsettiera e i bulloni sono stati serrati a dovere creando un incastro perfetto che non permettesse movimenti. Dopo aver messo a punto l'apparato sperimentale si è provveduto ad iniziare il test. Come è facile intuire, per disaccoppiare l'ampiezza della vibrazione dall'impulso impartito con il martelletto è necessario utilizzare un accelerometro da posizionare colpo dopo colpo nei venti punti del forcellone presi in esame. Per garantire una distribuzione statistica efficiente dei risultati si è ripetuto l'impulso per tre volte ad ogni posizione dell'accelerometro. I dati ricavati venivano ricevuti dal data logger ed inviati istantaneamente al software di acquisizione. Alcune delle informazioni più importanti sulle caratteristiche del comportamento dinamico sono fornite nella sua funzione di trasferimento, Frequency Response Function, (FRF). Tale funzione è definita nel dominio delle frequenze e può consentire di valutare la risposta del sistema in presenza di una eccitazione di tipo generico. Per risposta di un sistema si intende genericamente la misura del comportamento dinamico filtrato attraverso la FRF. La determinazione della FRF

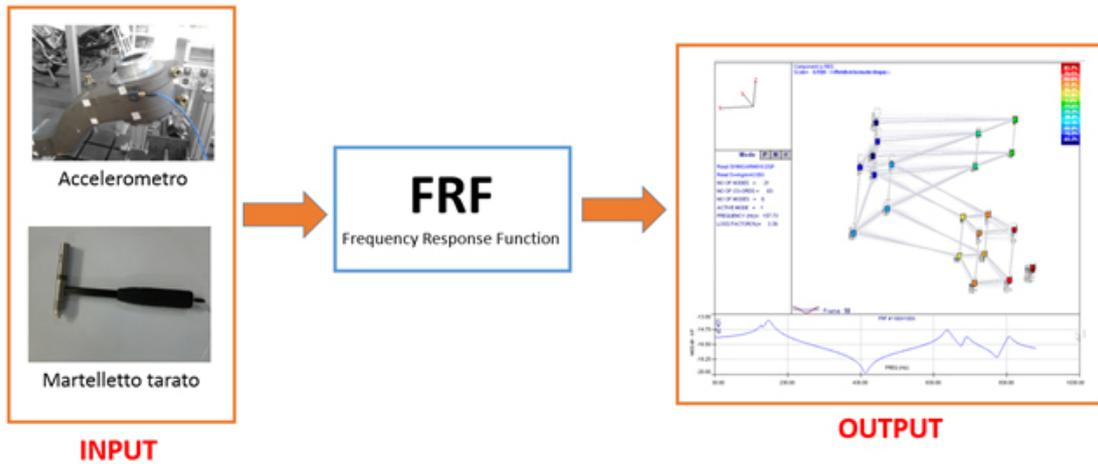


Figura 4.18: Riassunto fase sperimentale

consente quindi anche di identificare i parametri modali del sistema i quali rappresentano un'informazione fondamentale la modellazione (es. modellazione meccanica). Una corretta valutazione dei parametri modali effettuata tramite l'analisi di FRF sperimentali, consente di ottimizzare i modelli ad elementi finiti di sistemi meccanici che devono poi essere impiegati per effettuare simulazioni della risposta dinamica. Questa procedura, nota come model updating, comporta successive ottimizzazioni del modello che consentono di minimizzare le differenze tra i parametri modali teorici del modello (autovalori e autovettori) ed i corrispondenti parametri modali sperimentali del sistema (frequenze proprie e i modi propri di vibrare). La procedura relativa alla generazione della risposta dinamica del sistema viene svolta dal software di elaborazione che, accoppiando i risultati ottenuti dalla FRF e i venti punti caratteristici della geometria del forcellone, fornisce le frequenze di vibrazione, i modi di vibrare e le relative animazioni. Lo sviluppo della fase sperimentale del lavoro è riassunto dall'immagine 4.18 [4].

Per rimanere coerenti con le valutazioni fin qui fatte, sono stati valutati solo i primi tre modi di vibrare ma, con un apparato sperimentale più sofisticato e con misure effettuate con più accuratezza, si sarebbero potute valutare con un certo grado di attendibilità anche frequenze di vibrazione maggiori. Vengono quindi riassunti i primi tre modi di vibrare: i due flessionali e quello

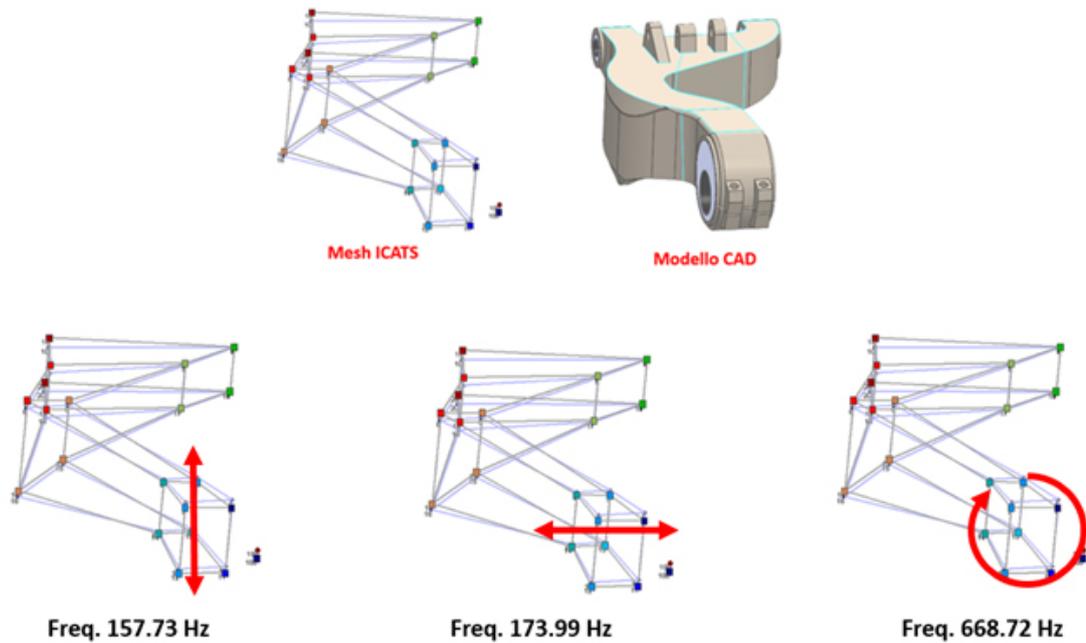
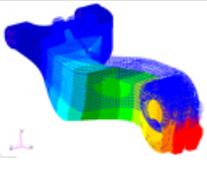
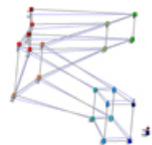


Figura 4.19: Primi tre modi di vibrare misurati

torsionale.

La fase finale dell'analisi sperimentale viene dedicata alla comparazione dei risultati ottenuti ora con quelli delle simulazioni FEM. La tabella seguente riassume i vari valori:

	 Modello FEM	 Modello sperimentale
1° Modo: $\updownarrow$	144 Hz	157 Hz
2° Modo: $\leftrightarrow$	169 Hz	173 Hz
3° Modo: $\odot$	730 Hz	668 Hz

Analizzando la tabella che illustra il confronto dei risultati fra le due tipologie di modelli si nota chiaramente che i valori sono pressoché simili e comparabili. In entrambi i casi si hanno i primi due modi di vibrare molto vicini tra loro attorno a circa 150 Hz, mentre il terzo modo, quello torsionale, si aggira attorno ai 700 Hz.

## 6 Calcolo delle rigidzze

Così come si è visto per quanto riguarda il forcellone bibraccio, anche in questo caso verranno valutate la rigidzza flessionale e torsionale del forcellone. Per la validazione delle simulazioni FEM si prende in esame quanto scritto nel testo *Motorcycle Dynamics* del professor Cossalter [3]; il testo recita quanto segue:

*il forcellone monobraccio è caratterizzato da una rigidzza laterale maggiore e da una rigidzza torsionale inferiore rispetto al forcellone classico.*

Ricordando quindi che il forcellone bibraccio possiede una rigidzza laterale che oscilla tra 0.8 e 1.6 kN/mm e una rigidzza torsionale che varia fra 1 e 2 kNm/°, ci si aspetta che i valori relativi alla nuova tipologia di forcellone non si discostino troppo dai range appena elencati.

Per la creazione del modello è stato inserito il perno ruota composto da una trave (beam) opportunamente connessa al corpo del forcellone tramite degli elementi MPC e la ruota posteriore, schematizzata da una massa concentrata con la relativa inerzia. La figura 4.20 illustra nel dettaglio quanto fin qui elencato e le successive tabelle elencano le proprietà fisico-meccaniche degli elementi appena inseriti.

Il perno ruota ha le seguenti caratteristiche:

- lunghezza: 150 mm;
- diametro: 35 mm;
- materiale: titanio ( $\rho = 4000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $E = 110 \text{ GPa}$ )

Mentre la ruota ha le caratteristiche illustrate nella seguente tabella e nella figura 4.21:

Proprietà della ruota	
Massa	10 Kg
Inerzia X	$0.16 \text{ Kgm}^2$
Inerzia Y	$0.16 \text{ Kgm}^2$
Inerzia Z	$0.31 \text{ Kgm}^2$

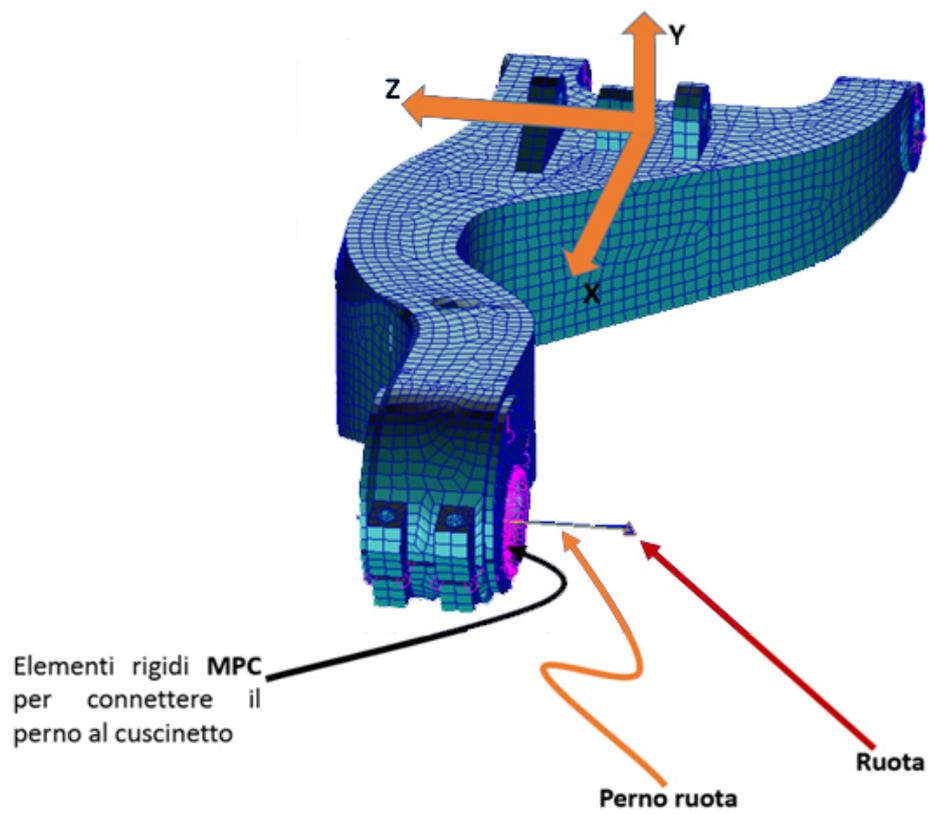


Figura 4.20: Modello FEM con ruota e perno

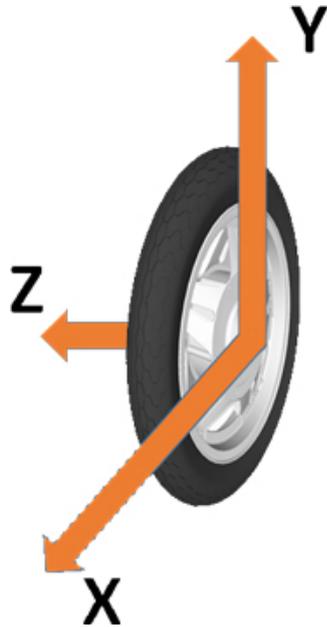


Figura 4.21: Assi di inerzia della ruota posteriore

Il peso complessivo del sistema forcellone con ruota e perno è di 17.21 kg che, rispetto al forcellone bibraccio in carbonio pesante 14.42 kg, rappresenta un aumento di peso del 19%.

Dopo aver completato il modello FEM con l'aggiunta del perno e della ruota, si procede con il calcolo della rigidezza e la relativa verifica con i valori bibliografici.

Sottoponendo il forcellone ad una forza laterale di 100 N applicata nel nodo relativo alla posizione della ruota (nodo 21937) e diretta lungo la direzione del perno, si ottiene uno spostamento del punto di applicazione di 0.0339 mm. Si calcola facilmente la rigidezza flessionale tramite l'utilizzo della formula  $K = F/x$  che, convertita nell'opportuna unità di misura fornisce il valore di 2.94 kN/mm. Successivamente, applicando allo stesso nodo un momento di 1000 Nm attorno l'asse x (asse longitudinale del forcellone) si ottiene una rotazione di 1.1869°, tramite la formula  $K = M/\theta$  si ottiene la rigidezza torsionale che, convertita, assume il valore di 0.84 kNm/°.

Confrontando i valori numerici appena ricavati, con i risultati sperimentali si nota chiaramente che essi sono perfettamente in linea con quanto enuncia-

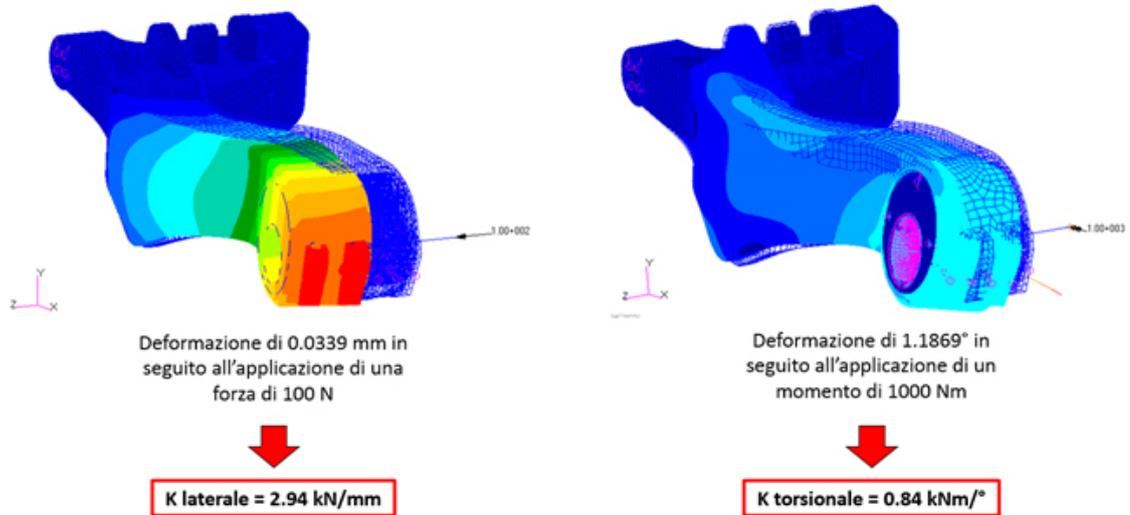


Figura 4.22: Rigidezza flessionale e torsionale

to nel testo del professor Cossalter. Le immagini in figura 4.22 illustrano i risultati ottenuti.

Dopo la verifica che i requisiti di rigidità vengono rispettati, si procede con un'analisi modale che permette di ottenere le frequenze di vibrazione e i modi di vibrare del sistema composto dal forcellone con l'aggiunta della ruota e del relativo perno di supporto.

Il risultato dell'analisi modale sono le frequenze di vibrazione riassunte nella tabella seguente e raffigurate nelle immagini di figura 4.23.

Frequenze [Hz]	
1°	50
2°	56
3°	65
4°	101
5°	110
6°	285
7°	554
8°	785
9°	1001

10°	1132
-----	------

Dopo aver effettuato le analisi modali, si procede con un confronto dei risultati ottenuti con il caso del forcellone bibraccio discusso nel capitolo precedente. Utilizzando la formula 4.1:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (4.1)$$

e confrontando le frequenze di vibrazione flessionali (si ricorda che le frequenze flessionali nel caso del forcellone bibraccio si aggiravano attorno ai 40 Hz), si nota che esse sono più alte nel caso del forcellone monobraccio in quanto il rapporto rigidità flessionale - massa è maggiore, passando ovvero dal valore di  $72.8 \cdot 10^3 [N/kgm]$  nel primo caso, al valore di  $170.8 \cdot 10^3 [N/kgm]$  nel secondo. Se ne deduce che, essendo il forcellone monobraccio più pesante del bibraccio in carbonio (17.21 kg il monobraccio e 14.42 kg il bibraccio), le sue frequenze di vibrazione flessionali sono giustamente maggiori rispetto quelle del bibraccio in quanto la rigidità laterale è circa il doppio (2.94 kN/mm per il monobraccio, 1.05 kN/mm per il bibraccio). Il ragionamento analogo si può seguire per quanto concerne il modo di vibrare torsionale. In questo caso la rigidità torsionale passa dal valore di 1.09 kNm/° per il primo forcellone al valore di 0.84 kNm/° per il secondo. Inserendo nel ragionamento il valore della massa, si nota che il rapporto  $K/m$  cala, passando da 75.6 [Nm/°kg] a 48.8 [Nm/°kg]. Risulta pertanto corretto che la frequenza di vibrazione torsionale nel caso del forcellone monobraccio (65 Hz) sia inferiore a quella del bibraccio (96 Hz)(si veda la figura 4.24).

## 7 Screw Theory

Anche in questo contesto vengono calcolate la terna principale flessionale e torsionale. Come si è delineato nel caso del forcellone bibraccio, lo studio degli autovettori della matrice di cedevolezza fornisce i coseni direttori delle nuove terne, mentre gli autovalori della matrice di rigidità permettono

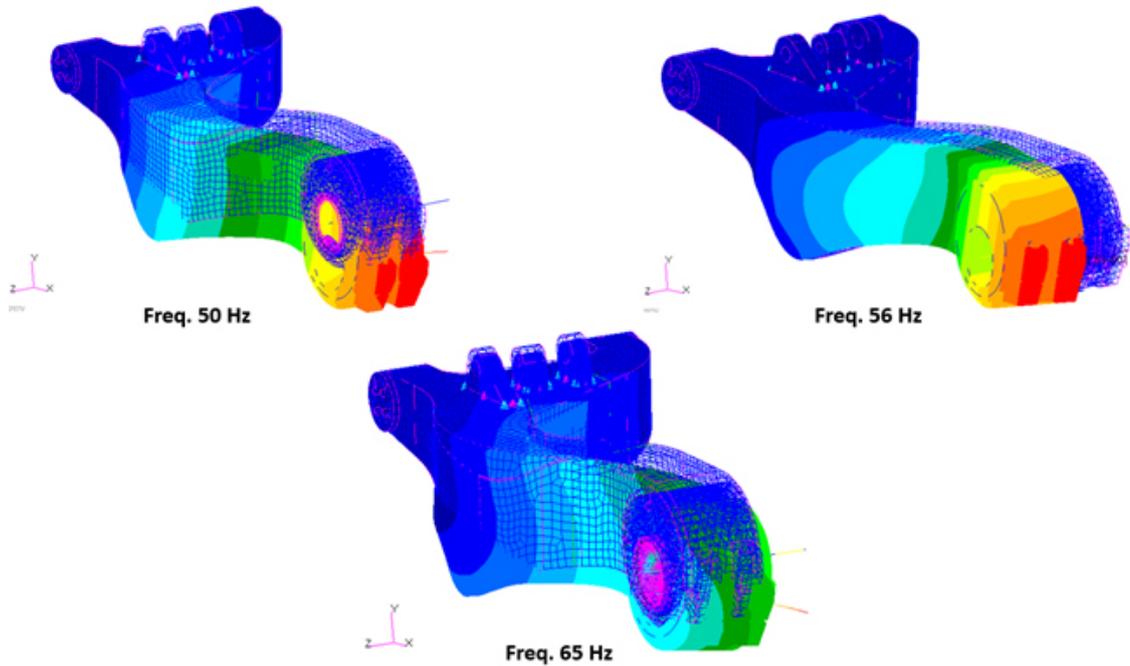


Figura 4.23: Modi flessionali e modo torsionale

di ottenere le rigidezze principali torsionali e flessionali. Per la trattazione teorica sulla questione riguardante le matrici di cedevolezza e di rigidezza si rimanda al capitolo precedente dove la questione è stata analizzata relativamente al forcellone bibraccio in carbonio. Applicando tre forze e tre momenti nel nodo in cui è posizionata la ruota e misurando i relativi spostamenti e rotazioni si è costruita la seguente tabella:

Applico	$\Delta x(m)$	$\Delta y(m)$	$\Delta z(m)$	$\vartheta x(rad)$	$\vartheta y(rad)$	$\vartheta z(rad)$
$F_x$	2,55E-04	7,49E-05	2,01E-04	-8,85E-05	-1,88E-03	3,12E-04
$F_y$	7,49E-05	5,95E-04	-4,91E-05	1,66E-03	5,76E-05	1,11E-03
$F_z$	2,01E-04	-4,91E-05	3,40E-04	-3,93E-04	-1,26E-03	6,82E-05
$M_x$	-8,85E-05	1,66E-03	-3,93E-04	2,07E-02	4,79E-04	-6,68E-04
$M_y$	-1,88E-03	5,76E-05	-1,26E-03	4,79E-04	2,15E-02	-5,56E-05
$M_z$	3,12E-04	1,11E-03	6,82E-05	-6,68E-04	-5,56E-05	2,44E-02

La matrice di cedevolezza viene velocemente calcolata dividendo gli spostamenti e rotazioni risultanti per la forza o momento che gli hanno generati. Ciò che si ottiene è rappresentato dalla seguente matrice:

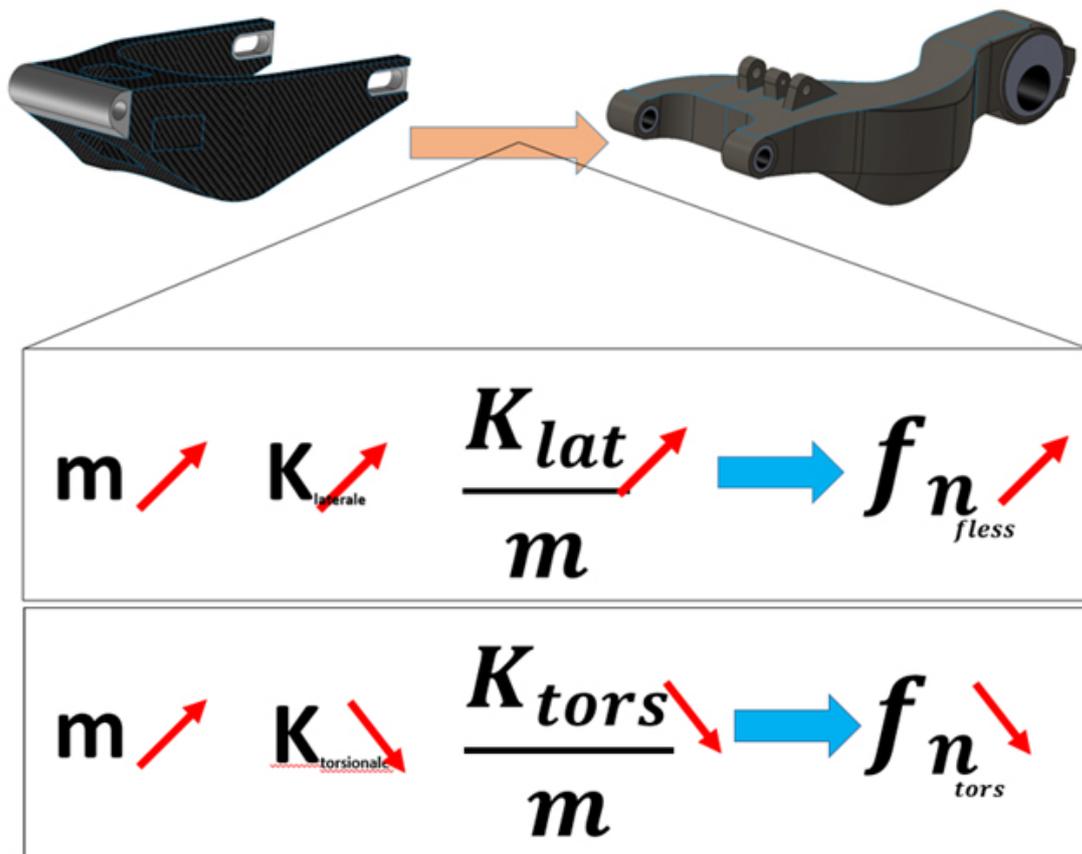


Figura 4.24: Comparazione fra i due forcelloni fin qui studiati

Matrice di cedevolezza					
<b>2,55E-07</b>	7,49E-08	2,01E-07	-8,85E-08	-1,88E-06	3,12E-07
7,49E-08	<b>5,95E-07</b>	-4,91E-08	1,66E-06	5,76E-08	1,11E-06
2,01E-07	-4,91E-08	<b>3,40E-07</b>	-3,93E-07	-1,26E-06	6,82E-08
-8,85E-08	1,66E-06	-3,93E-07	<b>2,07E-05</b>	4,79E-07	-6,68E-07
-1,88E-06	5,76E-08	-1,26E-06	4,79E-07	<b>2,15E-05</b>	-5,56E-08
3,12E-07	1,11E-06	6,82E-08	-6,68E-07	-5,56E-08	<b>2,44E-05</b>

La quale è scomposta nelle seguenti forme:

Matrice $\alpha$ flessionale		
<b>2,55E-07</b>	7,49E-08	2,01E-07
7,49E-08	<b>5,95E-07</b>	-4,91E-08
2,01E-07	-4,91E-08	<b>3,40E-07</b>

Matrice $\alpha$ torsionale		
<b>2,07E-05</b>	4,79E-07	-6,68E-07
4,79E-07	<b>2,15E-05</b>	-5,56E-08
-6,68E-07	-5,56E-08	<b>2,44E-05</b>

## 7.1 Matrice di cedevolezza

### Terna principale flessionale

Utilizzando il software Matlab, e risolvendo il problema degli autovettori per quanto riguarda la parte flessionale della matrice di cedevolezza, si ottengono

i seguenti risultati:

Deigenvalues\_fless\_AL =

1.0e-06 \*

```

0.0764      0      0
      0    0.5017      0
      0      0    0.6114

```

Veigenvectors\_fless\_AL =

```

0.7679    0.6143    0.1819
-0.1693   -0.0793    0.9824
-0.6178    0.7851   -0.0431

```

Utilizzando le colonne della matrice degli autovettori come componenti di forze da applicare e, tramite il prodotto vettoriale, misurando l'angolo fra ognuna di esse e la direzione dello spostamento relativo, si ottengono i seguenti risultati:

Forze [N]	Sposamenti [m]	Angolo
$F_1 = [0.7679 \ -0.1693 \ -0.6178]$	$S_1 = [5.87E-08 \ -1.29E-08 \ -4.72E-08]$	0.0243°
$F_2 = [0.6143 \ -0.0793 \ 0.7851]$	$S_2 = [3.08E-07 \ -3.98E-08 \ 3.94E-07]$	0.0022°
$F_3 = [0.1819 \ 0.9824 \ -0.0431]$	$S_3 = [1.11E-07 \ 6.01E-07 \ -2.64E-08]$	0.0014°

Si nota chiaramente come la direzione della forza applicata e quella dello spostamento subito dal nodo 21937 differiscano di qualche millesimo o, nel caso peggiore, di qualche centesimo di grado. Se ne deduce quindi che la direzione dello spostamento subito dal nodo 21937 è la stessa della forza che gli è stata applicata.

Utilizzando le colonne della matrice degli autovettori oltre che come compo-

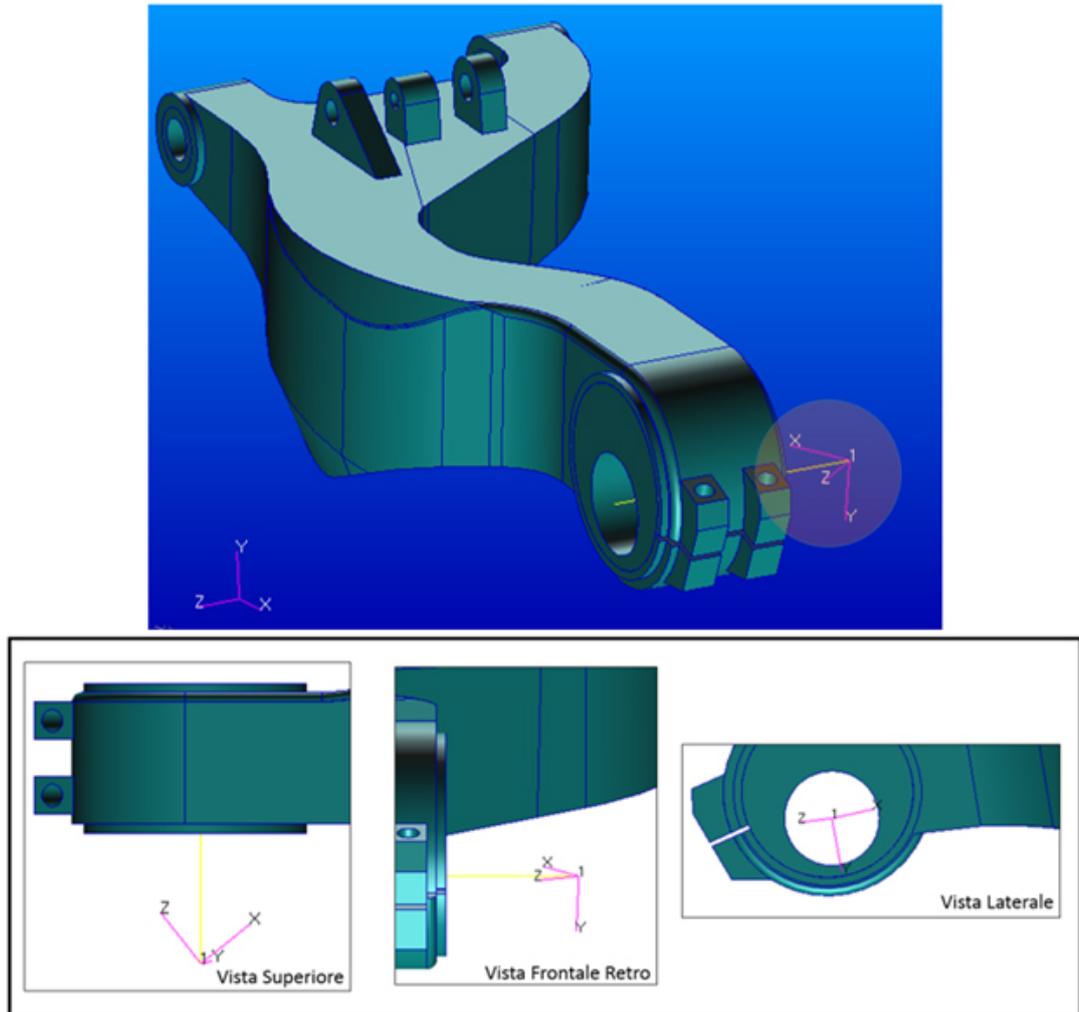


Figura 4.25: Terna principale flessionale

menti di forze da applicare anche come coseni direttori per una nuova terna cartesiana principale flessionale, il risultato che si ottiene è raffigurato nell'immagine 4.25.

Analizzando le immagini di cui sopra, ma anche semplicemente osservando le componenti degli autovettori, si nota che gli assi della terna principale flessionale sono palesemente ruotati rispetto quelli originali. La causa è da attribuirsi principalmente alla non simmetria della struttura rispetto al punto in cui sono state applicate le forze di cui sopra.

### Terna principale torsionale

Si procede ora con il calcolo della terna principale torsionale. I procedimenti sono essenzialmente identici a quanto svolto nel caso della parte flessionale della matrice di cedevolezza. Si riprende il lavoro calcolando gli autovettori della parte torsionale della matrice di cedevolezza e si ottengono i seguenti risultati:

Deigenvalues\_tors\_AL =

1.0e-04 \*

```

0.2040      0      0
      0  0.2169      0
      0      0  0.2449

```

Veigenvectors\_tors\_AL =

```

0.9089  -0.3763  -0.1798
-0.3901  -0.9196  -0.0470
0.1477  -0.1129   0.9826

```

Analizzando la matrice degli autovettori si nota come la prima, seconda e terza colonna rappresentino i coseni direttori di assi non troppo distanti rispettivamente dall'asse x, y e z. Utilizzando comunque le colonne di tale matrice come componenti di momenti da applicare nel punto in cui è posizionata la ruota e, successivamente, misurando il valore delle rotazioni risultanti, si calcolano gli angoli di scostamento fra le direzioni di ogni coppia di vettori momenti-rotazioni. La tabella seguente illustra i valori numerici ottenuti:

Momenti [Nm]	Rotazioni [rad]	Angolo
$M_1 = [0.9089 \ -0.3901 \ 0.1477]$	$R_1 = [1.85E-05 \ -7.9E-06 \ 3.01E-06]$	0.0003°
$M_2 = [-0.3763 \ -0.9196 \ -0.1129]$	$R_2 = [-8.16E-06 \ -1.99E-05 \ -2.45E-06]$	0.0036°
$M_3 = [-0.1798 \ -0.0470 \ 0.9826]$	$R_3 = [-4.40E-06 \ -1.15E-06 \ 2.41E-05]$	0.0020°

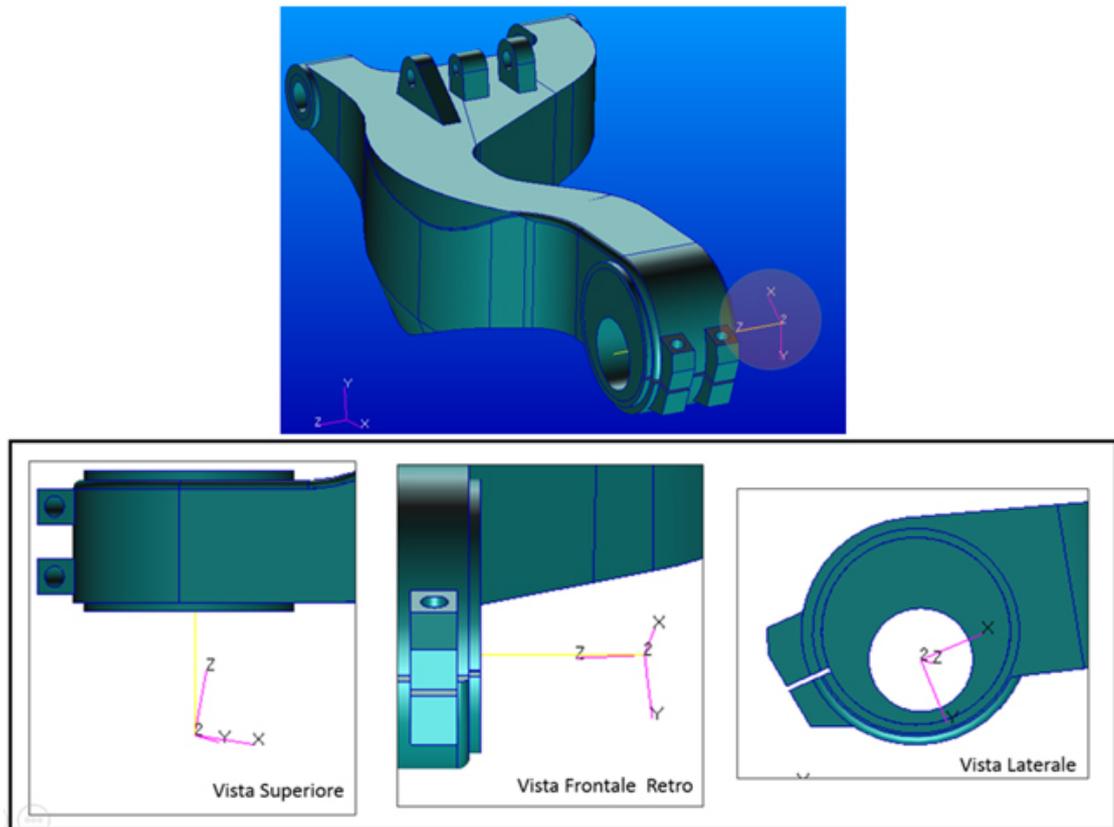


Figura 4.26: Terna principale torsionale

Anche in questo frangente, si nota chiaramente come la direzione del momento applicato e quella della rotazione subita dal nodo 21937 differiscano di una percentuale di grado infinitesima. Se ne deduce quindi che la direzione della rotazione subita dal nodo 21937 è la stessa del momento che gli è stato applicato.

Utilizzando le colonne della matrice degli autovettori oltre che come componenti di coppie da applicare anche come coseni direttori per una nuova terna cartesiana principale torsionale, il risultato che si ottiene è raffigurato nell'immagine 4.26.

Analizzando le immagini ottenute si nota che vi è uno scostamento modesto fra il nuovo asse z e quello originale, mentre è più ingente quello presente fra i nuovi assi x e y e quelli della terna principale. La causa, anche in questo caso,

è da attribuirsi principalmente alla non simmetria della struttura rispetto al punto in cui sono stati applicati i momenti di cui sopra.

## 7.2 Matrice di rigidezza

Continuando con l'analisi matriciale, si procede con l'inversione della matrice di cedevolezza ottenendo la matrice di rigidezza:

Matrice di rigidezza					
<b>2,39E+07</b>	-4,46E+06	-8,58E+06	2,58E+05	1,59E+06	-6,89E+04
-4,46E+06	<b>3,30E+06</b>	1,78E+06	-2,46E+05	-2,89E+05	-1,05E+05
-8,58E+06	1,78E+06	<b>6,95E+06</b>	-3,93E+04	-3,46E+05	7,61E+03
2,58E+05	-2,46E+05	-3,93E+04	<b>6,82E+04</b>	1,94E+04	9,91E+03
1,59E+06	-2,89E+05	-3,46E+05	1,94E+04	<b>1,66E+05</b>	-5,39E+03
-6,89E+04	-1,05E+05	7,61E+03	9,91E+03	-5,39E+03	<b>4,69E+04</b>

Suddividendo, anche in questo caso, la matrice di rigidezza nella sua sottomatrice flessionale e torsionale, e procedendo allo studio degli autovalori, quello che si ottiene è descritto dalle seguenti righe di codice.

Per la sottomatrice flessionale:

K\_fless =

```

1.0e+07 *

    2.3938   -0.4464   -0.8582
   -0.4464    0.3298    0.1782
   -0.8582    0.1782    0.6950

```

Deigenvalues\_fless\_K =

```

1.0e+07 *

```

0.2374	0	0
0	0.3375	0
0	0	2.8438

Veigenvectors\_fless\_K =

0.2011	-0.3708	-0.9067
0.9796	0.0721	0.1878
-0.0042	-0.9259	0.3777

Leggendo i tre autovalori in relazione ai rispettivi autovettori si ha che: la rigidezza assiale lungo l'asse  $x'$  è di 28kN/mm, quella flessionale laterale lungo l'asse  $z'$  è di 3.3 kN/mm, mentre quella flessionale verticale lungo l'asse  $y'$  è di 2.3 kN/mm, dove gli assi  $x'$ ,  $y'$ , e  $z'$  sono quelli derivanti dai coseni direttori della matrice degli autovettori (si precisa che, analizzando i valori numerici, questi nuovi assi non sono troppo differenti da quelli originali). Si nota chiaramente che i valori sono pienamente in accordo con le rigidezze calcolate in precedenza e con i dati bibliografici. Per quanto attiene alla parte torsionale della matrice di rigidezza si ha che gli autovalori si riferiscono ad assi notevolmente ruotati rispetto quelli di partenza e, pertanto, sebbene i valori numerici risultanti siano attendibili, sono di difficile comparazione con quelli calcolati in precedenza.



## Forcellone innovativo monobraccio in carbonio

Dopo aver valutato le rigidzze e studiato le caratteristiche vibrazionali del forcellone bibraccio in carbonio e di quello monobraccio in alluminio, si è voluto unire i pregi di entrambi progettandone uno inedito: un forcellone monobraccio in carbonio.

### **1 Descrizione del lavoro**

Per lo svolgimento del lavoro, in questa terza sezione della presente tesi è stata utilizzata la stessa geometria del caso precedente e, solo all'interno del software FEM, si sono applicate le dovute modifiche. Le immagini seguenti (figure 5.1 e 5.2) che raffigurano il modello CAD del componente non hanno nessuna valenza progettuale, ma hanno il solo scopo figurativo di illustrare come apparirebbe un forcellone monobraccio in fibra di carbonio.

Anche in questo caso all'interno del corpo forcellone sono alloggiati tre paratie forate con lo scopo di garantire un opportuno irrigidimento della struttura (si veda la figura 5.2).

Per quanto concerne le simulazioni, è stato utilizzato lo stesso modello creato in precedenza apportando le opportune modifiche. Conservando la geometria di riferimento e la mesh che era stata ottimizzata in precedenza si è provveduto a creare il materiale 2D ortotropo con le stesse caratteristiche



Figura 5.1: Forcellone monobraccio in carbonio



Figura 5.2: Vista interna del forcellone

del forcellone bibraccio studiato nella fase iniziale della presente trattazione. Viene di seguito riportata una tabella che riassume le proprietà di materiali utilizzati.

-	Densità [Kg/m <sup>3</sup> ]	Modulo Ela- stico E di Taglio G [GPa]	Modulo di Poisson	Luogo di utilizzo
<b>Titanio</b>	1800	E = 101	0.30	Cuscinetti
<b>Lamina di Carbonio</b>	1840	E <sub>1</sub> = 202 E <sub>2</sub> = 12 G <sub>12</sub> = 8.358 G <sub>13</sub> = 8.358 G <sub>23</sub> = 4.776	0.34	Corpo del forcellone

Anche in questo frangente è stato necessario stabilire le direzioni di riferimento per le lamine di carbonio da utilizzare. L'immagine seguente (figura 5.3) riassume sinteticamente il concetto appena descritto: essa delinea le direzioni lungo cui le lamine sono disposte a 0°. Si segnala che il senso di rotazione dell'angolo può essere assunto in senso orario o antiorario in quanto è stato dimostrato che utilizzando fibre disposte a -45° anziché a +45° non altera in maniera significativa i risultati.

Dopo aver delineato le direzioni di riferimento si è proceduto a determinare il numero e la sequenza di lamine da utilizzare. Come è facile intuire, la prima scelta è stata quella di utilizzare la stessa sequenza di laminazione vista nel caso del forcellone bibraccio in carbonio, ovvero:

$$[0/90/+45/-45/+45/-45/0/90/0/90/+45/-45/0/90]_s$$

utilizzando quindi 28 lamine con lo spessore complessivo di 3.36 mm. L'obiettivo di questa progettazione preliminare è quella di ottenere le stesse rigidità del forcellone in alluminio ma con un sostanziale risparmio di peso. Calcolando quindi la rigidità flessionale e torsionale del forcellone si ottengono i seguenti risultati:

Tipo di Forcellone Monobraccio	Peso Forcellone Innovativo	Riduzione di peso	Rigidità Flessionale	Rigidità Torsionale
--------------------------------	----------------------------	-------------------	----------------------	---------------------

<i>Alluminio (riferimento)</i>	<i>6.65 kg</i>		<i>2.94</i> <i>kN/mm</i>	<i>0.84</i> <i>kNm/°</i>
Carbonio	<i>3.33 kg</i>	-50%	<i>1.61</i> <i>kN/mm</i>	<i>0.68</i> <i>kNm/°</i>

Si nota chiaramente che il consistente risparmio di peso pregiudica notevolmente la rigidità del sistema. Successivamente si è optato per un drastico raddoppio degli spessori replicando la sequenza di laminazione usata in precedenza e aspettandosi di ottenere valori nettamente differenti da quelli sin qui visti. I risultati ottenuti sono riassunti nella seguente tabella:

Tipo di Forcellone Monobraccio	Peso Forcellone Innovativo	Riduzione di peso	Rigidità Flessionale	Rigidità Torsionale
<i>Alluminio (riferimento)</i>	<i>6.65 Kg</i>		<i>2.94</i> <i>kN/mm</i>	<i>0.84</i> <i>kNm/°</i>
Carbonio	<i>5.61 kg</i>	-15.6%	<i>4.00</i> <i>kN/mm</i>	<i>0.89</i> <i>kNm/°</i>

Si nota chiaramente che il forcellone così simulato è molto più rigido di quello di riferimento. In seguito alle prime due simulazioni si sono determinati gli estremi della progettazione, ovvero quelle impostazioni che delimitano il campo in cui cercare il risultato corretto. Prendendo come riferimento la sequenza di laminazione sopra descritta, dopo una serie di tentativi si sono ottenuti i risultati sperati: le paratie interne di irrigidimento devono essere costituite da una sequenza doppia rispetto quella iniziale, mentre la restante parte del forcellone ha le lamine disposte secondo la seguente struttura:

$$[0/90/+45/-45/+45/-45/0/90/0/90/+45/-45/0/90/0/90/+45/-45/+45/-45/0/90]_s$$

In questa configurazione il forcellone risulta essere formato da 44 lamine, spesse ognuna 0.12 mm per uno spessore totale di 5.28 mm. I valori calcolati dalle simulazioni mostrano chiaramente che con un risparmio in termini di peso di circa il 28% si ha un forcellone con rigidità flessionale e torsionale identica a quelle del forcellone in alluminio studiato nella seconda parte del presente lavoro. La seguente tabella illustra i risultati ottenuti dalle simulazioni:

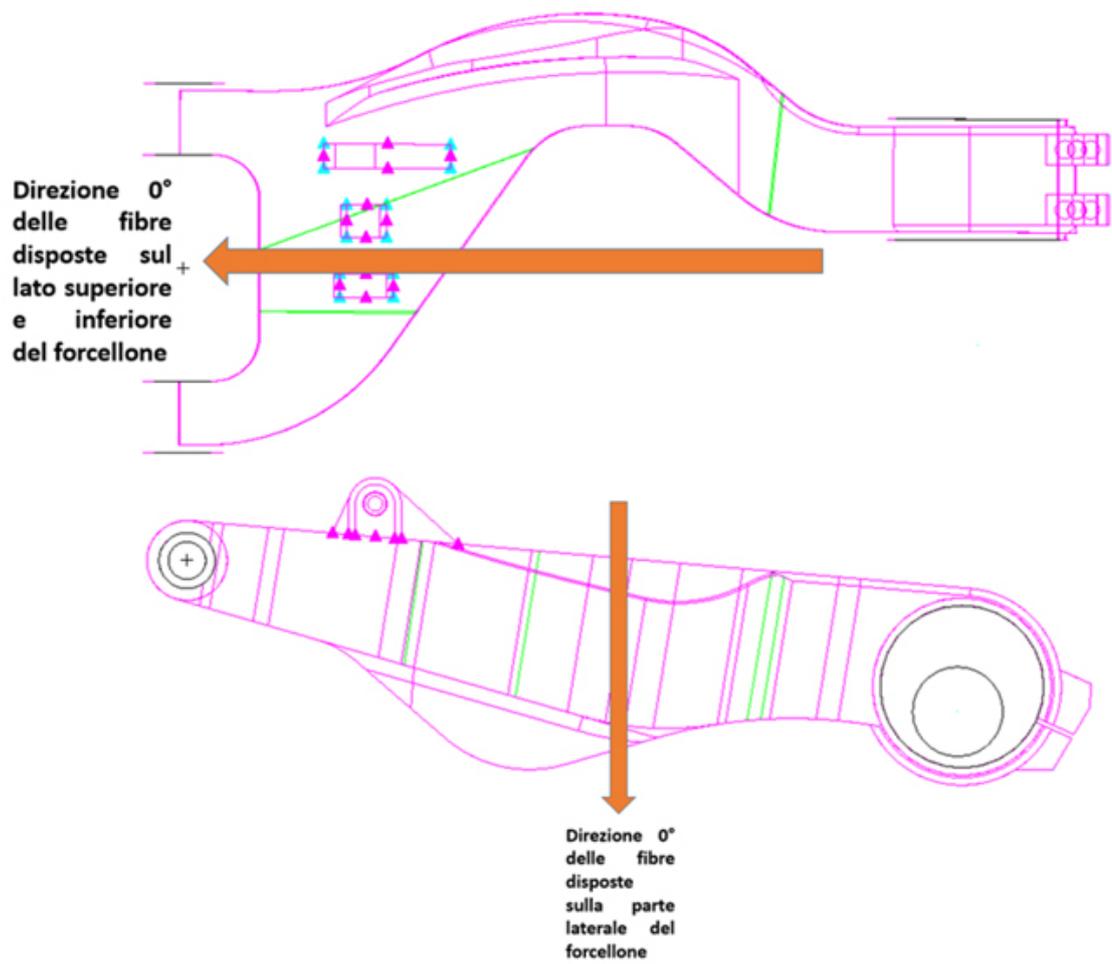


Figura 5.3: Direzione 0° delle fibre

Tipo di Forcellone Monobraccio	Peso Forcellone Innovativo	Riduzione di peso	Rigidezza Flessionale	Rigidezza Torsionale
<i>Alluminio (riferimento)</i>	<i>6.65 kg</i>		<i>2.94 kN/mm</i>	<i>0.84 kNm/°</i>
Carbonio	4.72 kg	-30%	2.93 kN/mm	0.84 kNm/°

Si è voluto valutare come l'ordine della sequenza di laminazione possa influire sulla rigidezza del sistema. Anche in questo frangente si è provveduto ad analizzare casistiche estreme al fine di una migliore comprensione del fenomeno. Per prima cosa si sono studiati i tre casi in cui tutte le lamine tutte vengono disposte a 0°, 45° ed infine 90°, successivamente si è analizzato lo stato in cui tutto il forcellone, eccetto le paratie interne, era realizzato in un ipotetico materiale isotropo dalle stesse caratteristiche meccaniche e fisiche del composito in carbonio sin qui utilizzato ( $\rho = 1840 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 202 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.213$ ). I risultati ottenuti sono stati riassunti nella seguente tabella e mettono in luce come, all'aumentare del grado di isotropia, aumentino le rigidezze flessionali e torsionale.

Lamine	Rigidezza Flessionale	Rigidezza Torsionale
<b>0°</b>	1.21 kN/mm	0.55 kNm/°
<b>45°</b>	1.08 kN/mm	0.59 kNm/°
<b>90°</b>	1.72 kN/mm	0.58 kNm/°
<b>Isotropo</b>	7.63 kN/mm	1.03 kNm/°

Dopo aver determinato le caratteristiche strutturali del forcellone monobraccio in carbonio al fine di poterlo comparare con il suo omologo in alluminio, ne viene ora studiato il carattere vibrazionale. Per prima cosa vengono riassunte le proprietà geometriche ed inerziali nella seguente tabella:

Proprietà del forcellone	
Massa [kg]	4.72
Coordinate del Baricentro [mm]	300 -49 55
Momenti di inerzia $\text{kgm}^2$	0.21 0.19 0.02

Successivamente, così come è stato fatto con i forcelloni precedenti, vengono studiati i modi di vibrare del modello senza e con la ruota. Vengono ora riassunte le frequenze di vibrazione del forcellone senza ruota e le immagini riportate in figura 5.4 ne illustrano la forma modale.

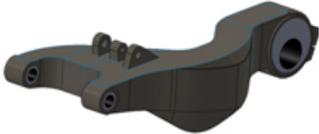
Frequenze [Hz]	
1°	168
2°	192
3°	868
4°	915
5°	965
6°	1360
7°	2077
8°	2318
9°	2402
10°	2576

Prima di procedere ad una analisi dei dati con la conseguente comparazione con i valori ottenuti nel caso del forcellone monobraccio in alluminio, vengono simulate anche i modi di vibrare del modello con la ruota. I risultati sono presentati nella seguente tabella e nelle immagini riportate in figura 5.5.

Frequenze [Hz]	
1°	51
2°	56
3°	65
4°	104
5°	111
6°	286
7°	619

8°	950
9°	1136
10°	1326

Comparando i risultati delle simulazioni appena proposte con quelli relativi al forcellone monobraccio in alluminio, si nota chiaramente che le frequenze di vibrazione sono pressochè le identiche in quanto i modelli hanno la stessa rigidità. Il piccolo scostamento è da attribuirsi alla differenza di massa che, nel caso di forcellone senza ruota è percentualmente più rilevante. La comparazione viene resa più semplice analizzando i dati proposti nella seguente tabella:

			
Forcellone monobraccio in alluminio		Forcellone monobraccio in carbonio	
Senza ruota 6.638 kg	Con ruota 17.21 kg	Senza ruota 4.72 kg (-30%)	Con ruota 15.3 (-11%)
144 Hz ↑	50 Hz ↓	168 Hz (+14%) ↑	51 Hz ↓ (+2%)
169 Hz ↔	56 Hz ↔	192 Hz (+12%) ↔	56 Hz ↔ (-)
730 Hz ○	65 Hz ○	868 Hz (+16%) ○	65 Hz ○ (-)

Si nota chiaramente come, in base alla ben nota formula:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (5.1)$$

essendo uguali le rigidità di entrambi i modelli ed essendo più leggero il forcellone in carbonio, risulta banale verificare che le frequenze di vibrazione nel secondo caso devono essere leggermente più elevate rispetto al primo.

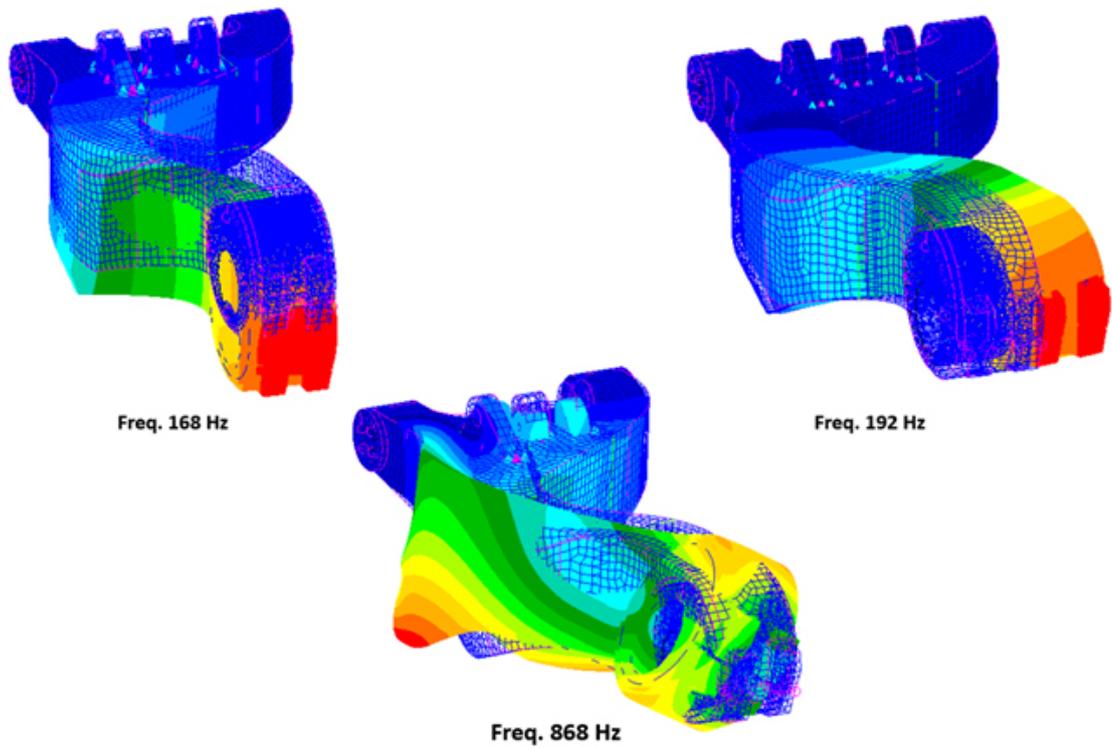


Figura 5.4: Modi flessionali e torsionale del forcellone

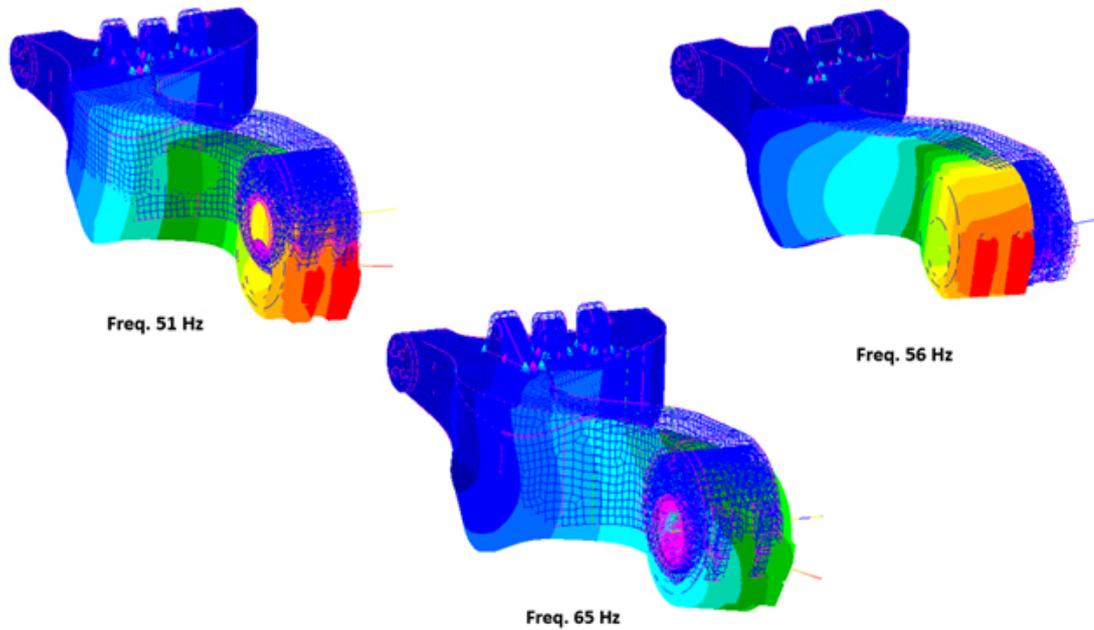


Figura 5.5: Modi flessionali e torsionale (con ruota)

## 2 Screw Theory

Anche in questo terzo frangente vengono valutate le direzioni principali flessionali e torsionali grazie allo studio degli autovettori della matrice di cedevolezza. Vengono quindi applicate tre forze e tre coppie nel nodo in cui è presente la ruota e vengono misurati spostamenti e rotazioni risultanti. La seguente matrice contiene i valori relativi alle forze e momenti applicati e quelli relativi a spostamenti e rotazioni risultanti:

Applico	$\Delta x(m)$	$\Delta y(m)$	$\Delta z(m)$	$\vartheta x(rad)$	$\vartheta y(rad)$	$\vartheta z(rad)$
$F_x$	2,57E-04	6,82E-05	2,01E-04	-1,03E-04	-1,90E-03	3,04E-04
$F_y$	6,82E-05	5,81E-04	-5,52E-05	1,68E-03	8,62E-05	1,07E-03
$F_z$	2,01E-04	-5,52E-05	3,41E-04	-4,13E-04	-1,27E-03	5,71E-05
$M_x$	-1,03E-04	1,68E-03	-4,13E-04	2,09E-02	5,96E-04	-6,34E-04
$M_y$	-1,90E-03	8,62E-05	-1,27E-03	5,96E-04	2,18E-02	-6,85E-06
$M_z$	3,04E-04	1,07E-03	5,71E-05	-6,34E-04	-6,85E-06	2,43E-02

La matrice di cedevolezza viene velocemente calcolata dividendo gli spostamenti e rotazioni risultanti per la forza o momento che gli hanno generati. Ciò che si ottiene è rappresentato dalla seguente matrice:

Matrice di cedevolezza					
<b>2,57E-07</b>	6,82E-08	2,01E-07	-1,03E-07	-1,90E-06	3,04E-07
6,82E-08	<b>5,81E-07</b>	-5,52E-08	1,68E-06	8,62E-08	1,07E-06
2,01E-07	-5,52E-08	<b>3,41E-07</b>	-4,13E-07	-1,27E-06	5,71E-08
-1,03E-07	1,68E-06	-4,13E-07	<b>2,09E-05</b>	5,96E-07	-6,34E-07
-1,90E-06	8,62E-08	-1,27E-06	5,96E-07	<b>2,18E-05</b>	-6,85E-09
3,04E-07	1,07E-06	5,71E-08	-6,34E-07	-6,85E-09	<b>2,43E-05</b>

La quale è scomposta nelle seguenti forme:

Matrice $\alpha$ flessionale
------------------------------

<b>2,57E-07</b>	6,82E-08	2,01E-07
6,82E-08	<b>5,81E-07</b>	-5,52E-08
2,01E-07	-5,52E-08	<b>3,41E-07</b>

Matrice $\alpha$ torsionale		
<b>2,09E-05</b>	5,96E-07	-6,34E-07
5,96E-07	<b>2,18E-05</b>	-6,85E-09
-6,34E-07	-6,85E-09	<b>2,43E-05</b>

## 2.1 Matrice di cedevolezza

### Terna principale flessionale

Utilizzando il software Matlab, e risolvendo il problema degli autovettori per quanto riguarda la parte flessionale della matrice di cedevolezza, si ottengono i seguenti risultati:

Deigenvalues\_fless\_AL =

1.0e-06 \*

0.0779	0	0
0	0.5047	0
0	0	0.5963

Veigenvectors\_fless\_AL =

0.7645	0.6304	0.1346
-0.1719	-0.0018	0.9851
-0.6213	0.7763	-0.1070

Utilizzando le colonne della matrice degli autovettori come componenti di forze da applicare e, tramite il prodotto vettoriale, misurando l'angolo fra ognu-

na di esse e la direzione dello spostamento relativo, si ottengono i seguenti risultati:

Forze [N]	Sposamenti [m]	Angolo
$F_1 = [0.764 \ -0.172 \ -0.621]$	$S_1 = [5.95E-08 \ -1.34E-08 \ -4.84E-08]$	$0.0146^\circ$
$F_2 = [0.6304 \ -0.002 \ 0.776]$	$S_2 = [3.181E-07 \ -9.096E-10 \ 3.918E-07]$	$0.0012^\circ$
$F_3 = [0.135 \ 0.985 \ -0.107]$	$S_3 = [8.023E-08 \ 5.874E-07 \ -6.378E-08]$	$0.0005^\circ$

Si nota chiaramente come la direzione della forza applicata e quella dello spostamento subito dal nodo 21937 differiscano di qualche millesimo o, nel caso peggiore, di qualche centesimo di grado. Se ne deduce quindi che la direzione dello spostamento subito dal nodo 21937 è la stessa della forza che gli è stata applicata.

Utilizzando le colonne della matrice degli autovettori oltre che come componenti di forze da applicare anche come coseni direttori per una nuova terna cartesiana principale flessionale, il risultato che si ottiene è raffigurato nell'immagine 5.6.

Analizzando le immagini di cui sopra, ma anche semplicemente osservando le componenti degli autovettori, si nota che gli assi della terna principale flessionale sono palesemente ruotati rispetto quelli originali. La causa è da attribuirsi principalmente alla non simmetria della struttura rispetto al punto in cui sono state applicate le forze di cui sopra.

### **Terna principale torsionale**

Si procede ora con il calcolo della terna principale torsionale. I procedimenti sono essenzialmente identici a quanto svolto nel caso della parte flessionale della matrice di cedevolezza. Si riprende il lavoro calcolando gli autovettori della parte torsionale della matrice di cedevolezza e si ottengono i seguenti risultati:

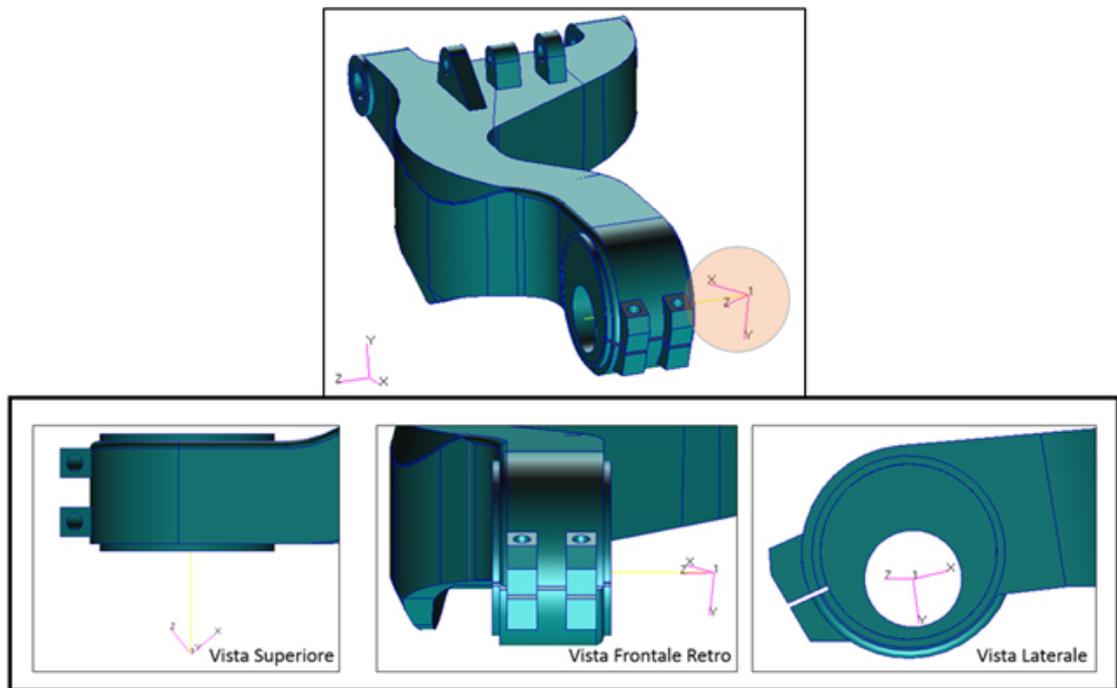


Figura 5.6: Terna principale flessionale

Deigenvalues\_tors\_AL =

1.0e-04 \*

0.2048	0	0
0	0.2203	0
0	0	0.2445

Veigenvectors\_tors\_AL =

0.8974	-0.4026	-0.1804
-0.4161	-0.9083	-0.0425
0.1468	-0.1132	0.9827

Analizzando la matrice degli autovettori si nota come la prima, seconda e terza colonna rappresentino i coseni direttori di assi non troppo distanti rispettivamente dall'asse x, y e z. Utilizzando comunque le colonne di tale matrice come componenti di momenti da applicare nel punto in cui è posizionata

la ruota e, successivamente, misurando il valore delle rotazioni risultanti, si calcolano gli angoli di scostamento fra le direzioni di ogni coppia di vettori momenti-rotazioni. La tabella seguente illustra i valori numerici ottenuti:

Momenti [Nm]	Rotazioni [rad]	Angolo
$M_1 = [0.897 \ -0.416 \ 0.147]$	$R_1 = [1.84E-05 \ -8.52E-06 \ 3.01E-06]$	$0.0027^\circ$
$M_2 = [-0.40 \ -0.91 \ -0.11]$	$R_2 = [-8.87E-06 \ -2.01E-05 \ -2.49E-06]$	$0.0005^\circ$
$M_3 = [-0.180 \ -0.042 \ 0.983]$	$R_3 = [-4.41E-06 \ -1.04E-06 \ 2.40E-05]$	$0.0020^\circ$

Anche in questo frangente, si nota chiaramente come la direzione del momento applicato e quella della rotazione subita dal nodo 21937 differiscano di una percentuale di grado infinitesima. Se ne deduce quindi che la direzione della rotazione subita dal nodo 21937 è la stessa del momento che gli è stato applicato.

Utilizzando le colonne della matrice degli autovettori oltre che come componenti di coppie da applicare anche come coseni direttori per una nuova terna cartesiana principale torsionale, il risultato che si ottiene è raffigurato nell'immagine 5.7.

Analizzando le immagini ottenute si nota che vi è uno scostamento modesto fra il nuovo asse z e quello originale, mentre è più ingente quello presente fra i nuovi assi x e y e quelli della terna principale. La causa, anche in questo caso, è da attribuirsi principalmente alla non simmetria della struttura rispetto al punto in cui sono stati applicati i momenti di cui sopra.

## 2.2 Matrice di rigidezza

Continuando con l'analisi matriciale, si procede con l'inversione della matrice di cedevolezza ottenendo la matrice di rigidezza:

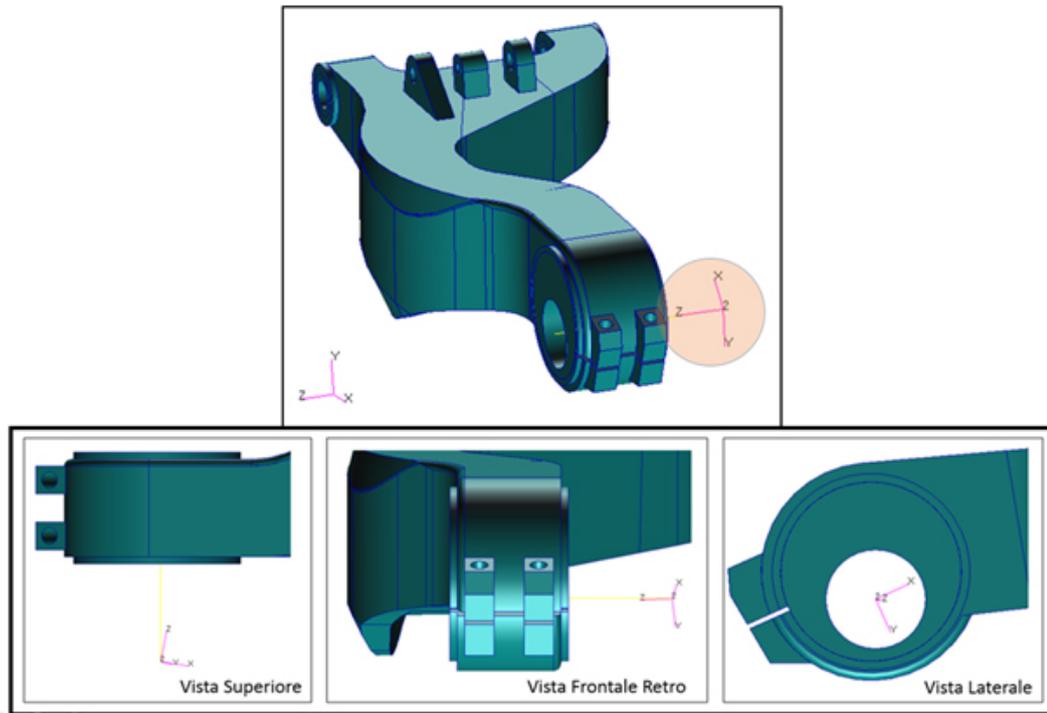


Figura 5.7: Terna principale torsionale

Matrice di rigidezza					
<b>2,35E+07</b>	-4,41E+06	-8,41E+06	2,57E+05	1,58E+06	-7,40E+04
-4,41E+06	<b>3,38E+06</b>	1,79E+06	-2,53E+05	-2,88E+05	-1,04E+05
-8,41E+06	1,79E+06	<b>6,87E+06</b>	-3,95E+04	-3,40E+05	9,35E+03
2,57E+05	-2,53E+05	-3,95E+04	<b>6,86E+04</b>	1,93E+04	9,80E+03
1,58E+06	-2,88E+05	-3,40E+05	1,93E+04	<b>1,65E+05</b>	-5,77E+03
-7,40E+04	-1,04E+05	9,35E+03	9,80E+03	-5,77E+03	<b>4,68E+04</b>

Suddividendo, anche in questo caso, la matrice di rigidezza nella sua sottomatrice flessionale e torsionale, e procedendo allo studio degli autovalori, quello che si ottiene è descritto dalle seguenti righe di codice.

Per la sottomatrice flessionale:

K\_fless =

```
1.0e+07 *
      2.3547   -0.4407   -0.8406
     -0.4407    0.3376    0.1788
     -0.8406    0.1788    0.6869
```

Deigenvalues\_fless\_K =

```
1.0e+07 *
      0.2454         0         0
         0    0.3369         0
         0         0    2.7969
```

Veigenvectors\_fless\_K =

```
      0.1934   -0.3754   -0.9065
      0.9807    0.0468    0.1898
     -0.0289   -0.9257    0.3772
```

Leggendo i tre autovalori in relazione ai rispettivi autovettori si ha che: la rigidezza assiale lungo l'asse  $x'$  è di 28kN/mm, quella flessionale laterale lungo l'asse  $z'$  è di 3.3 kN/mm, mentre quella flessionale verticale lungo l'asse  $y'$  è di 2.4 kN/mm, dove gli assi  $x'$ ,  $y'$ , e  $z'$  sono quelli derivanti dai coseni direttori della matrice degli autovettori (si precisa che, analizzando i valori numerici, questi nuovi assi non sono troppo differenti da quelli originali). Si nota chiaramente che i valori sono pienamente in accordo con le rigidezze calcolate in precedenza e con i dati bibliografici. Per quanto attiene alla parte

---

torsionale della matrice di rigidezza si ha che gli autovalori si riferiscono ad assi notevolmente ruotati rispetto quelli di partenza e, pertanto, sebbene i valori numerici risultanti siano attendibili, sono di difficile comparazione con quelli calcolati in precedenza.



# Capitolo 6

## Conclusioni e sviluppi futuri

Il presente lavoro, iniziato presso la *Compositex* di Vicenza, ha permesso non solo di toccare con mano componenti motociclistici destinati al mondo delle competizioni, ma anche di immergersi in una reale progettazione al fine di poter delineare le linee guida di un nuovo tipo di forcellone. Sebbene la progettazione fin qui vista tenga solo conto degli aspetti vibrazionali legati alle rigidità del forcellone, è comunque da considerarsi il primo step verso lo sviluppo progettuale di un forcellone monobraccio in carbonio che possa essere realmente impiegato nel mondo delle competizioni. Si dovranno pertanto valutare forze e momenti che agiscono sul forcellone nelle varie manovre della motocicletta: accelerazione, frenata, curva ecc. Successivamente si dovranno valutare le zone del forcellone maggiormente sollecitate provvedendo ad inserire degli opportuni irrigidimenti il tutto, ovviamente, corredato da prove sperimentali in laboratorio e da test in pista.

Si lascia pertanto in eredità questo lavoro a quanti vogliano cimentarsi nel proseguimento di questo studio con la speranza, perchè no, che sia proprio il laureando, Giacomo Sarti, a sviluppare quest'opera in ambito lavorativo.



# Capitolo 7

## Script di Matlab

### 1 Coord\_ALFA\_fless.m

```
% Matrice Alfa - FLESSIONALE

clear
clc
close all

format short
FORCE = 1000; %Forza applicata
SPOST=[0.000256905500000000 6.82189000000000e-05 0.000201400800000000
-0.000102553300000000 -0.00190411400000000 0.000304315600000000;
6.82189000000000e-05 0.000580953400000000 -5.52223600000000e-05
0.00168128000000000 8.62228700000000e-05 0.00106916600000000;
0.000201400800000000 -5.52223600000000e-05 0.000341015000000000
-0.000412763700000000 -0.00127201400000000 5.70892500000000e-05;
-0.000102553300000000 0.00168128000000000 -0.000412763700000000
0.02086208000000000 0.000595858100000000 -0.000633695000000000;
-0.00190411400000000 8.62228700000000e-05 -0.00127201400000000
0.000595858100000000 0.02176498000000000 -6.85159400000000e-06;
0.000304315600000000 0.00106916600000000 5.70892500000000e-05
-0.000633695000000000 -6.85159400000000e-06 0.0243368800000000];

for i=1:6
```

```
    for j=1:6
        matr_ALFA(i,j)=SPOST(i,j)/FORCE; %Matrice di CEDEVOLEZZA
    end
end

%matr_K=matr_ALFA;
%matr_K=inv(matr_ALFA); %Matrice di Rigidezza

for i=1:3
    for j=1:3
        A_fless(i,j)=matr_ALFA(i,j);
    end
end

A_fless

%% FLEXURAL (alfa)
[Veigenvalues_fless_AL, Deigenvalues_fless_AL]= eig(A_fless);
Veigenvalues_fless_AL;
Deigenvalues_fless_AL;

Q_case = 'Caso FLESSIONALE (cedevolezza)';
Deigenvalues_fless_AL
Veigenvalues_fless_AL
colonna_studiata = input('Inserire il numero della colonna x (AUTOVETTORE): ');
A_AL=Veigenvalues_fless_AL(1:3,colonna_studiata)';
B_AL=[ 0.51231003  -0.1012  -0.050000001 ]; %Coordinata nodo 21937
puntoAsse1=B_AL-(A_AL)

colonna_studiata2 = input('Inserire il numero della colonna y (AUTOVETTORE): ');
A_AL2=Veigenvalues_fless_AL(1:3,colonna_studiata2)';
puntoAsse2=B_AL-(A_AL2)
```

## 2 Alfa\_Fless\_angoli.m

```
% Matrice Alfa - FLESSIONALE

clear
clc
close all

format short
FORCE = 1000; %Forza applicata
SPOST=[0.000256905500000000 6.82189000000000e-05 0.000201400800000000
-0.000102553300000000 -0.00190411400000000 0.000304315600000000;
6.82189000000000e-05 0.000580953400000000 -5.52223600000000e-05
0.00168128000000000 8.62228700000000e-05 0.00106916600000000;
0.000201400800000000 -5.52223600000000e-05 0.000341015000000000
-0.000412763700000000 -0.00127201400000000 5.70892500000000e-05;
-0.000102553300000000 0.00168128000000000 -0.000412763700000000
0.0208620800000000 0.000595858100000000 -0.000633695000000000;
-0.00190411400000000 8.62228700000000e-05 -0.00127201400000000
0.000595858100000000 0.0217649800000000 -6.85159400000000e-06;
0.000304315600000000 0.00106916600000000 5.70892500000000e-05
-0.000633695000000000 -6.85159400000000e-06 0.0243368800000000];

for i=1:6
    for j=1:6
        matr_ALFA(i,j)=SPOST(i,j)/FORCE; %Matrice di CEDEVOLZZA
    end
end

for i=1:3
    for j=1:3
        A_fless(i,j)=matr_ALFA(i,j);
    end
end
```

```
%% FLEXURAL (alfa)
[Veigenvalues_fless_AL, Deigenvalues_fless_AL]= eig(A_fless);
Veigenvalues_fless_AL;
Deigenvalues_fless_AL;

Q_case = 'Caso FLESSIONALE (cedevolezza)';
Deigenvalues_fless_AL
Veigenvalues_fless_AL
colonna_studiata = input('Inserire il numero della colonna (AUTOVETTORE): ');
A_AL=Veigenvalues_fless_AL(1:3,colonna_studiata)
B_AL_s=input('Inserire vettore spostamenti copiati dall''F06: ', 's' );
B_AL=str2num(B_AL_s);
C_AL=cross(A_AL,B_AL);
ANGOLO_gradi_AL=asin( norm(C_AL)/(norm(A_AL)*norm(B_AL)))*180/pi
```

# Bibliografia

- [1] Tesi di Laurea di Francesco Toffolo, Caratteristiche geometriche e inerziali delle motociclette sportive, Relatore Prof. Vittore Cossalter, A.A. 1999/2000.
- [2] <http://it.wikipedia.org/wiki/Forcellone>
- [3] Cossalter V., 2008, Motorcycle Dynamics.
- [4] [http://people.mecc.polimi.it/zappa/misure\\_4no\\_pc/10\\_FRF.pdf](http://people.mecc.polimi.it/zappa/misure_4no_pc/10_FRF.pdf)



# Ringraziamenti

Sinceramente mi dispiace terminare adesso questo lungo periodo durato vent'anni. Ma è la vita: un capitolo si chiude e lascia il posto ad uno nuovo. Sono stati anni in cui ho affrontato la scuola con paure ed angosce ma anche con tanta determinazione, impegno, dedizione e voglia di mettermi in gioco. Sì, perchè arrivare fin qui è stata una sfida, una sfida contro me stesso, contro chi non avrebbe mai tollerato che un comune Giacomo Sarti potesse diventare Ingegnere Aerospaziale...eppure...eccoci qua. Nonostante questo, voglio ringraziare tutti coloro che ho incontrato in questo lungo percorso: amici, semplici compagni di classe che poi non ho più rivisto, professori e tutte quelle persone che hanno arricchito le mie giornate anche con un semplice sorriso. Spero ora di poter onorare il titolo di studio che mi sono cucito addosso e, con altrettanta dedizione ed impegno, spero di poter affrontare il futuro lavorativo con lo stesso entusiasmo che mi ha accompagnato fin qui. Colgo l'occasione per ringraziare chi mi ha permesso di poter metter piede per la prima volta in fabbrica, ovvero il signor Zonzin della ZDS Gruop ed il buon Carlo, che mi hanno regalato una delle esperienze più formative che io abbia mai fatto. Ringrazio i membri della Compositex che, aprendomi le porte della loro azienda, mi hanno permesso di poter svolgere nuovamente la tesi di laurea proprio nel campo che preferivo. Ringrazio la De Angeli Prodotti, che sta illuminando il mio futuro ma, soprattutto, il mio presente. Ringrazio l'Autodromo di Misano Adriatico che, come scrissi due anni fa, *sta accompagnando i miei sogni assieme all'astronauta che è in me da quando ero bambino*. Oltre a ringraziare quei compagni che, più di tutti, mi hanno donato la loro amicizia in questi anni (Marco, Stefano, Davide, Andrea...) voglio qui ren-

---

dere omaggio ai dottorandi che mi hanno seguito in questi ultimi mesi: Luca ed Enrico. In ultima istanza ringrazio il professor Lot che mi ha nuovamente accompagnato verso la laurea.

*“Sarti, andiamo bene quest’anno...”*

*“Bè, basta studiare!”*

Giacomo Sarti

Ottobre 2013