



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO ICEA

TESI DI LAUREA

GLI EFFETTI DEL DEGRADO DI APPARECCHI ELASTOMERICI
SULLA VULNERABILITÀ DI PONTI ISOLATI

Relatore:

Prof. Pellegrino Carlo

Correlatore:

Ing. Faleschini Flora

Laureando: Fontana Mauro

Anno accademico 2013/2014

Ringraziamenti

Innanzitutto, ringrazio il Prof. Pellegrino Carlo per la sua disponibilità e comprensione, l' Ing. Faleschini Flora per avermi supportato e sopportato in questi mesi, l' Ing. Zanini Mariano Angelo per la sua presenza, l' Ing. Morbin Riccardo e l' Ing. Longo Francesco per l'aiuto datomi nell'utilizzo del software *OpenSees*.

Ringrazio poi mio padre perché ha voluto farmi proseguire gli studi e sostenermi economicamente, insieme a mia madre e al resto della famiglia. Inoltre, ringrazio la mia nipotina Giorgia che con il suo arrivo ha allietato il trascorrere dei giorni di questo difficile periodo.

Infine, ringrazio tutti i miei compagni di studi con i quali in questi anni ho condiviso ansie, ma anche sorrisi.

Mauro

INDICE

INDICE DELLE FIGURE	9
INDICE DELLE TABELLE.....	15
INTRODUZIONE.....	17
1.1 Fondamenti dell'isolamento sismico	17
1.2 Gli apparecchi di isolamento elastomerici.....	26
1.3 La gomma.....	32
1.3.1 Influenza della densità della reticolazione	34
1.3.2 Relazione tra il modulo di taglio G e la composizione	35
1.3.3 Costanti elastiche	37
1.4 Il degrado della gomma	38
MODELLI DI INVECCHIAMENTO PER LE GOMME.....	43
2.1 Modello di invecchiamento della gomma naturale	43
2.1.1 Introduzione.....	43
2.1.2 Test di invecchiamento accelerato	44
2.2 Modello di invecchiamento della gomma ad alta capacità di smorzamento	54
2.2.1 Introduzione.....	54
2.2.2 Test di invecchiamento accelerato	55
2.2.3 Risultati dei test	55
2.2.4 Modello di invecchiamento	57
2.3 Performance dell'isolatore degradato in NR	63
2.3.1 Risultati dell'analisi FEM.....	64
2.3.2 Determinazione della rigidità laterale equivalente del dispositivo di isolamento	65
2.4 Performance dell'isolatore degradato in HDR.....	69
2.4.1 Risultati dell'analisi FEM.....	69

2.4.2 Determinazione della rigidezza laterale equivalente del dispositivo di isolamento	70
2.5 Estensione dei modelli d'invecchiamento all'isolatore elastomerico a pianta circolare	72
SIMULAZIONI	77
3.1 Simulazione Monta Carlo	77
3.1.1 Analisi delle temperature	78
3.3 Simulazione Monte Carlo annua	81
3.4 Simulazione Monte Carlo stagionale.....	88
3.5 Catene di Markov	95
3.5.1 La stima della matrice di transizione.....	98
3.6 Simulazione catene di Markov annua	99
3.6.1 Teoria delle catene di Markov nascoste e sviluppo della simulazione .	99
3.7 Simulazione catene di Markov stagionale.....	107
3.8 Confronti	112
3.9 Risultati per isolatori in HDR	115
3.9.1 Simulazione Monte Carlo annua.....	116
3.9.2 Simulazione Monte Carlo stagionale	118
3.9.3 Catene di Markov annuale.....	120
3.9.4 Catene di Markov stagionali.....	122
3.9.5 Confronti	124
LE CURVE DI FRAGILITA'	127
4.1 Vulnerabilità sismica	127
4.2 Curve di fragilità empiriche: metodo Risk-UE.....	129
4.3 Curve di fragilità analitiche	133
4.3.1 Definizione degli indici di danno.....	133
4.3.2 Analisi in Time-history: Metodo 1	135
4.3.3 Analisi in Time-history: Metodo 2.....	139

4.3.4 La distribuzione Normale e Log-normale.....	141
CASO STUDIO	147
5.1 Descrizione dell'opera	147
5.2 Studio di sismicità.....	149
5.3 Modello numerico	150
5.4 Le distribuzioni probabilistiche dei materiali calcestruzzo e acciaio.....	152
5.5 Calcolo dell'indice di danno, la duttilità cinematica della sezione	156
5.6 Costruzione delle curve di fragilità.....	160
5.6.1 Simulazione del processo d'invecchiamento dell'isolatore	165
5.7 Conclusioni.....	171

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1 Spettro di risposta elastico.....	18
Figura 2 (a) Struttura a base fissa; (b) Struttura isolata	19
Figura 3 (a) Edificio isolato a un piano; (b) Modi e periodi naturali di vibrazione	21
Figura 4 Espansione modale delle forze sismiche e risposta statica modale per il taglio alla base	23
Figura 5 Spettro di progetto e ordinate per struttura a base fissa e isolata.....	24
Figura 6 Sezione di un isolatore in gomma armata.....	26
Figura 7 Cuscinetto rettangolare e circolare	28
Figura 8 cuscinetto con deformazione tagliante e flessionale.....	30
Figura 9 Aggrovigliamento molecolare.....	35
Figura 10 Softening di un composto di gomma con filler	37
Figura 11 Dipendenza dalla temperatura della gomma	39
Figura 12 Curva tensione-deformazione prima e dopo l'ossidazione	40
Figura 13 Variazioni delle proprietà della gomma nelle prove ad esposizione accelerata	41
Figura 14 Prova di invecchiamento accelerato	44
Figura 15 Lavorazione del blocco di gomma	46
Figura 16 Campione dumbbell.....	46
Figura 17 Profilo EB/EB0 per NR.....	47
Figura 18 Profilo U100/U0 per NR	47
Figura 19 Modello di degrado del profilo di NR.....	49
Figura 20 Relazione tra profondità critica e temperatura del blocco NR	50
Figura 21 Dipendenza dal tempo delle proprietà sulla superficie del blocco NR	50
Figura 22 Relazione tra deformazione e k_s per NR (60°C).....	51
Figura 23 Dipendenza dal tempo della EB sulla superficie del blocco NR (60°C)	52
Figura 24 (a) Profilo U100/U0 per HDR	Figura 24 (b) Profilo
EB/EB0 per HDR	57
Figura 25 Modello di degrado del profilo di HDR	58
Figura 26 Relazione tra profondità critica e temperatura del blocco HDR	59
Figura 27 Relazione tra i coefficienti "A", "B" e la deformazione nominale.....	60
Figura 28 Dipendenza dal tempo delle proprietà sulla superficie del blocco NR	60

Figura 29 Relazione tra deformazione e coefficiente k_s	61
Figura 30 Condizioni di carico dell'analisi FEM	64
Figura 31 Dipendenza dal tempo delle performance dell'isolatore NR (600x600 mm)	65
Figura 32 Dipendenza dalla temperatura delle performance dell'isolatore NR (600x600)	65
Figura 33 Pianta dell'isolatore elastomerico invecchiato	66
Figura 34 Andamento di f nella regione D	68
Figura 35 Dipendenza dal tempo di Δf_s	69
Figura 36 Dipendenza dal tempo delle performance dell'isolatore NR (600x600 mm)	70
Figura 37 Dipendenza dalla temperatura delle performance dell'isolatore NR (600x600)	70
Figura 38 Dipendenza di Δf_i dalla temperatura	72
Figura 39 Dipendenza di Δf_s dal tempo.....	72
Figura 40 distribuzione delle temperature medie stagionali	79
Figura 41 distribuzione della temperatura media annuale.....	80
Figura 42 Andamento del rapporto di rigidzze per MC annua (NR)	83
Figura 43 Andamento medio del rapporto di rigidzze per MC annua (NR).....	83
Figura 44 Andamento della rigidzza per MC annua (NR).....	84
Figura 45 Andamento medio della di rigidzza per MC annua (NR)	84
Figura 46 Andamento della temperatura media annuale (NR)	85
Figura 47 Distribuzione del rapporto di rigidzze per MC annua (NR)	87
Figura 48 Distribuzione della rigidzza per MC annua (NR)	87
Figura 49 Distribuzione della temperatura media annua (NR)	87
Figura 50 One time probability per MC annua (NR) e curva interpolatrice	88
Figura 51 Andamento del rapporto di rigidzze per MC stagionale (NR)	90
Figura 52 Andamento medio del rapporto di rigidzze per MC stagionale (NR) .	91
Figura 53 Andamento della rigidzza per MC stagionale (NR)	91
Figura 54 Andamento medio della rigidzza per MC stagionale (NR).....	92
Figura 55 Andamento della temperatura media delle stagioni (NR).....	93
Figura 56 Distribuzione del rapporto di rigidzze (NR).....	93
Figura 57 Distribuzione della temperatura invernale (NR).....	94
Figura 58 One time probability per MC stagionale (NR) e curva interpolatrice....	94

Figura 59 Catene di Markov nascoste	101
Figura 60 Esempio delle catene di Markov nascoste.....	101
Figura 61 Andamento del rapporto di rigidità per MM annua (NR).....	102
Figura 62 Andamento medio del rapporto di rigidità per MM annua (NR)	103
Figura 63 Andamento della rigidità per MM annua (NR)	103
Figura 64 Andamento medio del rapporto di rigidità per MM annua (NR)	104
Figura 65 Andamento della temperatura media annuale (NR).....	105
Figura 66 One time probability per MM annua (NR) e curva interpolatrice	105
Figura 67 Distribuzione del rapporto di rigidità (NR)	106
Figura 68 Distribuzione della rigidità (NR).....	107
Figura 69 Distribuzione della temperatura (NR).....	107
Figura 70 Andamento del rapporto di rigidità per MM stagionale (NR)	108
Figura 71 Andamento medio della rigidità per MM stagionale (NR).....	109
Figura 72 Andamento della temperatura media delle stagioni (NR)	110
Figura 73 One time probability per MM stagionale (NR) e curva interpolatrice .	111
Figura 74 Distribuzione del rapporto di rigidità (NR)	111
Figura 75 Distribuzione delle temperature (NR).....	112
Figura 76 Confronto MC annua (NR).....	113
Figura 77 Confronto MM annua (NR).....	113
Figura 78 Confronto MC stagionale (NR).....	114
Figura 79 Confronto MM stagionale (NR)	114
Figura 80 Andamento del rapporto di rigidità per MC annua (HDR).....	116
Figura 81 Andamento medio del rapporto di rigidità per MC annua (HDR)...	116
Figura 82 Distribuzione del rapporto di rigidità per MC annua (HDR)	117
Figura 83 One time probability per MC annua (HDR) e curva interpolatrice	117
Figura 84 Andamento del rapporto di rigidità per MC stagionale (HDR)	118
Figura 85 Andamento medio del rapporto di rigidità per MC stagionale (HDR)	118
Figura 86 Distribuzione del rapporto di rigidità per MC stagionale (HDR).....	119
Figura 87 One time probability per MC stagionale (HDR) e curva interpolatrice	119
Figura 88 Andamento del rapporto di rigidità per MM annua (HDR)	120
Figura 89 Andamento medio del rapporto di rigidità per MM annua (HDR) ..	120
Figura 90 Distribuzione del rapporto di rigidità per MM annua (HDR).....	121

Figura 91 One time probability per MC stagionale (HDR) e curva interpolatrice	121
Figura 92 Andamento del rapporto di rigidezze per MM stagionale (HDR)	122
Figura 93 Andamento medio del rapporto di rigidezze per MM stagionale (HDR)	122
Figura 94 Distribuzione del rapporto di rigidezze per MM stagionale (HDR).....	123
Figura 95 One time probability per MC stagionale (HDR) e curva interpolatrice	123
Figura 96 Confronto MC annua (HDR).....	124
Figura 97 Confronto MC stagionale (HDR)	124
Figura 98 Confronto MM annua (HDR)	125
Figura 99 Confronto MM stagionale (HDR).....	125
Figura 100 Aleatorietà delle curve di capacità della struttura e della domanda.	128
Figura 101 Esempio di curve di fragilità tracciate per uno specifico ponte mediante	133
Figura 102 Esempio di retta di regressione nel piano $\ln(\text{PGA})$ vs. $\ln(\text{Danno})$...	141
Figura 103 Esempio di curve di fragilità costruite con il metodo due partendo da analisi dinamiche non lineari su 6 valori di PGA.....	141
Figura 104 Distribuzione di probabilità logonormale per l'acciaio d'armatura B450C	144
Figura 105 Distribuzione di probabilità normale per il calcestruzzo in classe C16/20.....	145
Figura 106 Schema del ponte: vista longitudinale.....	148
Figura 107 Schema del ponte: pile e appoggi	149
Figura 108 Rappresentazione schematica delle modalità di suddivisione in fibre di un elemento circolare	151
Figura 109 Rappresentazione della distribuzione di probabilità della resistenza a compressione del calcestruzzo	153
Figura 110 Rappresentazione della distribuzione di probabilità della resistenza a snervamento dell'acciaio	153
Figura 111 Modello σ - ϵ del calcestruzzo	157
Figura 112 Andamento delle tensioni al variare del momento agente sulla sezione.....	157

Figura 113 Diagramma momento curvatura per la generica sezione rettangolare	158
Figura 114 Valore del coefficiente di forma per un generico tipo di sezione	159
Figura 115 Schema statico della pila	160
Figura 116.....	162
Figura 117.....	162
Figura 118.....	163
Figura 119.....	163
Figura 120.....	164
Figura 121.....	164
Figura 122.....	166
Figura 123.....	166
Figura 124.....	167
Figura 125.....	167
Figura 126.....	168
Figura 127.....	168
Figura 128.....	169
Figura 129.....	169
Figura 130.....	170
Figura 131.....	170
Figura 132.....	171
Figura 133.....	171
Figura 134.....	172
Figura 135.....	172

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 1 Calcolo del taglio alla base e della deformazione dell'isolatore.....	23
Tabella 2 Proprietà del materiale	31
Tabella 3 condizioni delle prove a esposizione accelerata	38
Tabella 4 Condizioni della prova di invecchiamento accelerato.....	45
Tabella 5 Parametri per il modello di invecchiamento per isolatori in NR (60°C)	53
Tabella 6 Parametri per il modello di invecchiamento per isolatori in NR (60°C)	63
Tabella 7 Classificazione dei ponti in base alle loro caratteristiche geometrico strutturali per il metodo RISK-EU (fonte manuale RISK-UE).	130
Tabella 8 Valori dei coefficienti e delle medie spettrali modificate per la costruzione di curve di fragilità specifiche (fonte manuale RISK-UE).	132
Tabella 9 Livelli di danno o Performance Level secondo il metodo RISK-EU ...	133
Tabella 10 Caratterizzazione del processo di discretizzazione delle distribuzioni di probabilità	154
Tabella 11 Caratterizzazione degli intervalli e della loro probabilità di associata	154
Tabella 12 Caratterizzazione delle caratteristiche dei 15 Ponti Campione	156
Tabella 13 Valori della probabilità di eccedenza per $PGA=0.5g$	174

INTRODUZIONE

Il lavoro di questa tesi nasce dall'interesse per il comportamento delle strutture sismicamente isolate, in particolare con l'utilizzo di isolatori elastomerici.

I dispositivi di isolamento sismico influenzano notevolmente la risposta sismica di una struttura soggetta a un terremoto. Si è voluto studiare, quindi, come il degrado degli apparecchi elastomerici possano variare lo stato di sollecitazione dei manufatti, in particolare ponti, e, di conseguenza, valutare la loro vulnerabilità sismica.

In questo capitolo verranno illustrati il concetto che sta alla base dell'isolamento sismico, il funzionamento degli isolatori elastomerici e, quindi, le proprietà del materiale principale che li compone.

1.1 Fondamenti dell'isolamento sismico

Il concetto di protezione di una struttura dagli effetti di danneggiamento prodotti da un terremoto attraverso l'introduzione di qualche tipo di supporto che la isoli dal movimento del terreno è molto interessante, e sono stati proposti molti meccanismi per raggiungere questo risultato. I primi metodi proposti risalgono a più di cent'anni fa, e solo negli anni recenti l'isolamento alla base è diventato una strategia funzionale per la progettazione antisismica.

La tecnica dell'isolamento alla base due approcci base con certe caratteristiche comuni.

Nel primo approccio, il sistema isolato introduce uno “strato” a bassa rigidezza laterale tra la struttura e la fondazione. Con questo strato isolato, la struttura ha un periodo naturale che è molto più alto del periodo naturale di una struttura convenzionale, cioè con la base fissata.

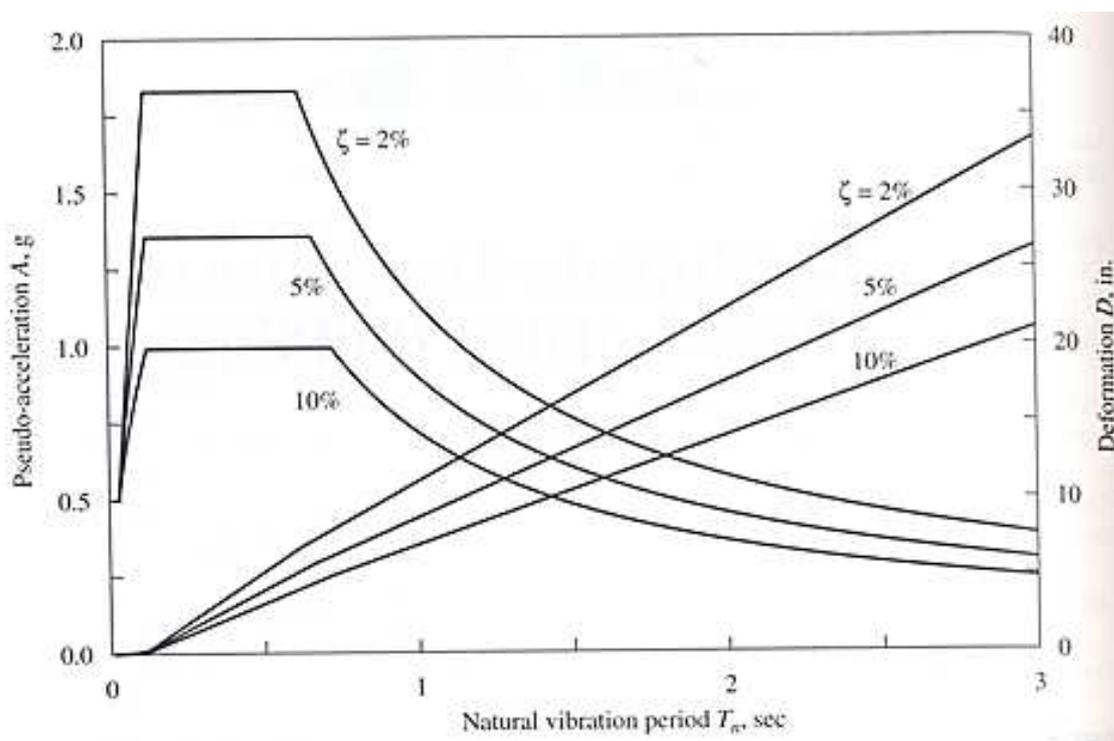


Figura 1 Spettro di risposta elastico

Come mostra la figura 1, questo allungamento del periodo può ridurre la pseudo-accellerazione e quindi le forze indotte dal terremoto nella struttura, ma la deformazione è aumentata. Questa deformazione è concentrata alla base del sistema isolato accompagnata da solo piccole deformazioni nella struttura. Questo tipo di sistema di isolamento è efficace anche se il sistema è lineare e non smorzato. Lo smorzamento è comunque benefico: si ha un'ulteriore riduzione della forza trasmessa alla struttura dovuta al terremoto e, inoltre, si ha anche la riduzione dello spostamento orizzontale dei dispositivi di isolamento.

Il sistema di isolamento più comune per questo tipo usa dei “cuscinetti” formati da strati alternati di gomma e piatti metallici chiamati isolatori elastomerici. Interposti tra la base della struttura e le fondazioni, questi isolatori sono resistenti e rigidi

sotto carichi verticali e allo stesso tempo molto flessibili sotto forze laterali. Per la bassa capacità di smorzamento della gomma, in genere questi dispositivi sono di solito forniti con qualche smorzatore meccanico. Per esempio, un nucleo in piombo può essere inserito all'interno dell'isolatore. Gli smorzatori metallici dissipano energia attraverso lo snervamento (introducono una non linearità nel sistema).

Il secondo tipo di isolamento molto comune usa elementi scorrevoli tra la fondazione e la base della struttura. La forza di taglio trasmessa alla struttura attraverso l'interfaccia di isolamento è limitata mantenendo il coefficiente d'attrito il più basso possibile. Comunque l'attrito deve essere sufficientemente alto da resistere a forti venti e piccoli terremoti senza scorrere, un requisito che riduce l'effetto dell'isolamento. Questo tipo di isolamento ha delle superfici di scorrimento curve per fornire una forza di richiamo, altrimenti la struttura non è capace di ritornare alla posizione di equilibrio. La forza di richiamo è dovuta all'innalzamento della struttura quando si verifica lo scorrimento sulla superficie curva.

Si vuole individuare perché l'isolamento alla base è efficace nel ridurre le forze indotte nella struttura dal terremoto. Per questo scopo si considera un edificio a un piano con un sistema di isolamento tra la base dell'edificio stesso e il suolo. Molti dei sistemi di isolamento sono non lineari nella loro relazione forza-spostamento, ma non è necessario considerare questi effetti non lineari in questa trattazione introduttiva della materia. Un'analisi lineare del sistema è utile allo scopo di approfondire la conoscenza della dinamica degli edifici a base isolata.

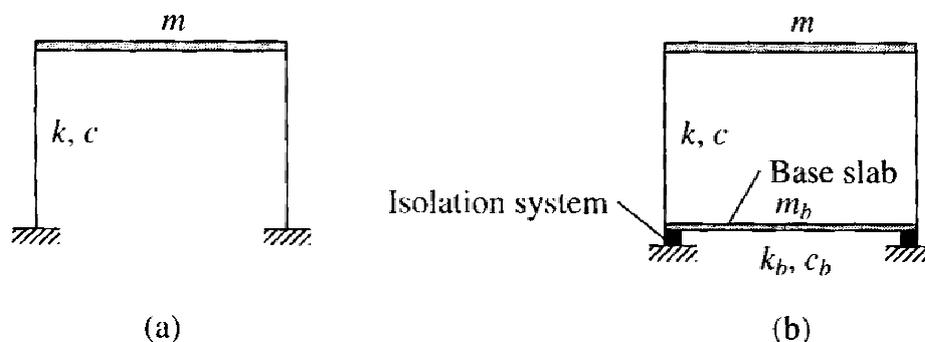


Figura 2 (a) Struttura a base fissa; (b) Struttura isolata

In figura 2a è mostrato un edificio a un piano schematizzato avente le seguenti proprietà: massa concentrata m , rigidezza laterale k e un coefficiente di smorzamento c . Si tratta di un sistema a un grado di libertà con una frequenza naturale ω_n , un periodo naturale T_n , un coefficiente di smorzamento ζ . Di seguito vengono riportate le formule per la determinazione di queste proprietà con pedice f per enfatizzare che riguardano una struttura a base fissa (cioè senza sistema di isolamento):

$$\omega_f = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T_f = \frac{2\pi}{\omega_f} \quad \zeta_f = \frac{c}{2m\omega_f}$$

In figura 2b è mostrato un edificio di un piano montato su di una soletta alla base di massa m_b che a sua volta è supportata su di un sistema di isolamento alla base con rigidezza laterale k_b e un coefficiente lineare viscoso di smorzamento c_b . Vengono introdotti due parametri per caratterizzare il sistema isolato:

$$\omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{m+m_b}} \quad T_b = \frac{2\pi}{\omega_b} \quad \zeta_b = \frac{c_b}{2(m+m_b)\omega_b}$$

Possiamo interpretare T_b come il periodo naturale di vibrazione, e ζ_b come il coefficiente di smorzamento di un sistema isolato (con l'edificio assunto essere un corpo rigido) o, in altre parole, di un edificio isolato con l'edificio assunto essere un corpo rigido. Affinché il sistema di isolamento sia efficace nel ridurre le forze nella struttura, T_b deve essere molto più lungo di T_f . L'edificio a un piano su un sistema a base isolata è un sistema a due gradi di libertà con le corrispondenti matrici di massa, rigidezza e smorzamento.

La risposta dinamica di un sistema a più gradi di libertà soggetto a forze esterne $\mathbf{p}(t)$ può essere calcolato con l'analisi modale, sintetizzata nei seguenti punti:

- Definire le proprietà della struttura:
 - a) Determinare la matrice delle masse \mathbf{m} e la matrice delle rigidezze \mathbf{k} ;
 - b) Stimare il rapporto di smorzamento modale ζ_n .
- Determinare le frequenze naturali ω_n e i modi di vibrare Φ_n .
- Calcolare la risposta di ogni modo secondo la seguente procedura:
 - a) Risolvere le seguenti equazioni in $q_n(t)$

$$M_n \ddot{q}_n + C_n \dot{q}_n + K_n q_n = P_n(t)$$

- b) Calcolare gli spostamenti $u_n(t)$ dall'espressione
- c) Calcolare le forze elementari associate agli spostamenti nodali $u_n(t)$ implementando uno dei seguenti metodi:
- 1) Il contributo dell' n -esimo modo $r_n(t)$ della forza elementare $r(t)$ è determinata dagli spostamenti nodali $u_n(t)$ usando le proprietà di rigidità degli elementari. Poi la forza elementare considerando il contributo di tutti i modi è:

- 2) Le forze statiche equivalenti associate all' n -esimo modo sono

L'analisi statica della struttura soggetta a queste forze esterne a ogni istante di tempo dà la forza elementare $r_n(t)$. Poi la forza totale $r(t)$ viene calcolata come al punto precedente.

- Combinare i contributi di tutti i modi per determinare la risposta totale. In particolare, gli spostamenti nodali sono dati dall'equazione e le forze elementari dall'equazione al punto 1.

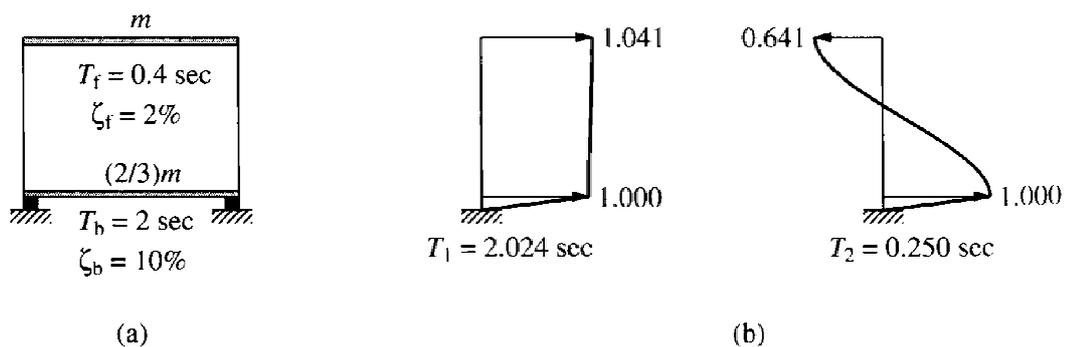


Figura 3 (a) Edificio isolato a un piano; (b) Modi e periodi naturali di vibrazione

Per comprendere la dinamica dell'isolamento alla base, si consideri uno specifico sistema: $m_b = 2m/3$, $T_f = 0.4$ sec, $T_b = 2.0$ sec, $\zeta_f = 2\%$, $\zeta_b = 10\%$. Il taglio di base V_b nell'edificio e lo spostamento di base u_b devono essere stimati usando lo

spettro elastico di progetto di figura 1, mostrato per un rapporto di smorzamento del 2%, 5% e 10%.

I periodi naturali e i modi di vibrazione dell'edificio a un piano sono rappresentati nella figura 3. Nel primo modo, l'isolatore subisce una deformazione ma la struttura si comporta essenzialmente come un corpo rigido; pertanto, questo modo viene chiamato *isolation mode*. Il periodo naturale di questo modo, $T_1 = 2.024$ sec, indica che il periodo del sistema di isolamento, $T_b = 2.0$ sec, è cambiato leggermente per la flessibilità della struttura. Il secondo modo coinvolge deformazioni della struttura oltre che del sistema di isolamento e la deformazione della struttura è maggiore. Pertanto, questo modo è chiamato *structural mode*, sebbene questo modo contribuisce di poco alle forze indotte dal terremoto nella struttura. Il periodo naturale di questo modo, $T_2 = 0.25$ sec, è significativamente più piccolo del periodo della struttura a base fissa, $T_f = 0.4$ sec.

Le forze statiche equivalenti che agiscono sulla struttura sono ovviamente proporzionali alle masse della struttura stessa. Si considera quindi una distribuzione di forze $\mathbf{s} = \mathbf{m}\mathbf{1}$, scomposto per i due modi di vibrare come in figura 4. Questi risultati indicano che le forze attribuite al primo modo \mathbf{s}_1 sono essenzialmente uguali alle forze totali \mathbf{s} , e le forze attribuite al secondo modo \mathbf{s}_2 sono molto piccole. L'analisi statica del sistema per le forze \mathbf{s}_n dà la risposta modale statica r_n^{st} per la quantità di risposta $r(t)$. In particolare, per il taglio alla base $V_b(t)$ nella struttura e lo spostamento $u_b(t)$ alla base, che è anche la deformazione del sistema di isolamento, la risposta statica modale per i due modi è:

$$V_{b1}^{st} = 1.015m \quad V_b^{st} = -0.015m$$

$$\omega_1^2 u_{b1}^{st} = 0.976 \quad \omega_2^2 u_{b2}^{st} = 0.976$$

È chiaro che la risposta statica modale per il secondo modo di vibrare è trascurabile confrontata con il primo. Pertanto, ci si aspetta che il secondo modo contribuisca in piccola parte alla risposta sismica della struttura.

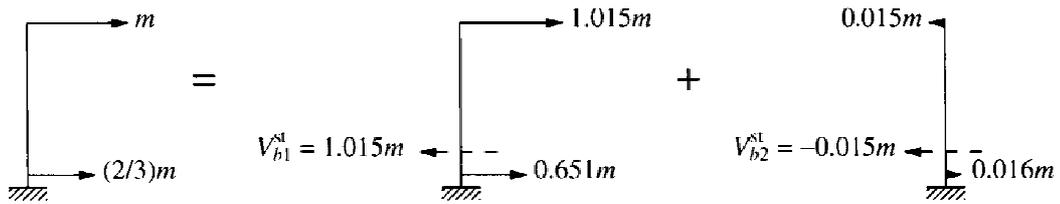


Figura 4 Espansione modale delle forze sismiche e risposta statica modale per il taglio alla base

Il valore massimo del contributo dell' n -esimo modo $r_n(t)$ della risposta $r(t)$ è dato dall'equazione:

dove S_n è l'ordinata dello spettro di risposta della pseudo-accellerazione corrispondente al periodo T_n per il coefficiente di smorzamento ζ_n . Questa equazione per le due quantità di risposta di interesse, il taglio alla base nella struttura e la deformazione dell'isolatore, dà:

dove D_n è l'ordinata dello spettro dello spostamento. Questi calcoli sono sintetizzati in tabella 1 usando i valori di A_n dello spettro in figura 5. Si osservi che la risposta dovuta al secondo modo, la structural mode, è trascurabile sebbene la pseudo-accellerazione sia grande perché la risposta statica modale è piccola. Combinando le risposte modali secondo la combinazione SRSS, si ottengono una deformazione nell'isolatore di 14.042 in. e un taglio alla base che è il 36.5 % del peso dell'edificio esclusa la soletta di base.

Mode	Base Shear			Isolator Deformation		
	A_n/g	V_{bn}^{st}/m	V_{bn}/w	D_n (in.)	$\omega_n^2 u_{bn}^{st}$	u_{bn} (in.)
1	0.359	1.015	0.365	14.390	0.976	14.042
2	1.347	-0.015	-0.021	0.823	0.024	0.020
SRSS			0.365			14.042

Tabella 1 Calcolo del taglio alla base e della deformazione dell'isolatore

Il taglio alla base è molto maggiore se la struttura non è isolata. La struttura a base fissa ha un periodo naturale di vibrazione $T_f = 0.4$ sec e uno smorzamento $\zeta_f = 2\%$. Per questi parametri lo spettro di progetto dà . Quindi il taglio alla base della struttura convenzionale è:

$$0 -$$

ovvero il 183 % del peso ω dell'edificio esclusa la soletta di base, quindi circa cinque volte il taglio alla base dell'edificio isolato.

Il sistema di isolamento riduce il taglio alla base principalmente perché il periodo naturale del primo modo, isolation mode, fornendo la maggior parte del contributo della risposta, è molto più lungo del periodo della struttura a base fissa, portando a un'ordinata spettrale più piccola, come si vede in figura 5.

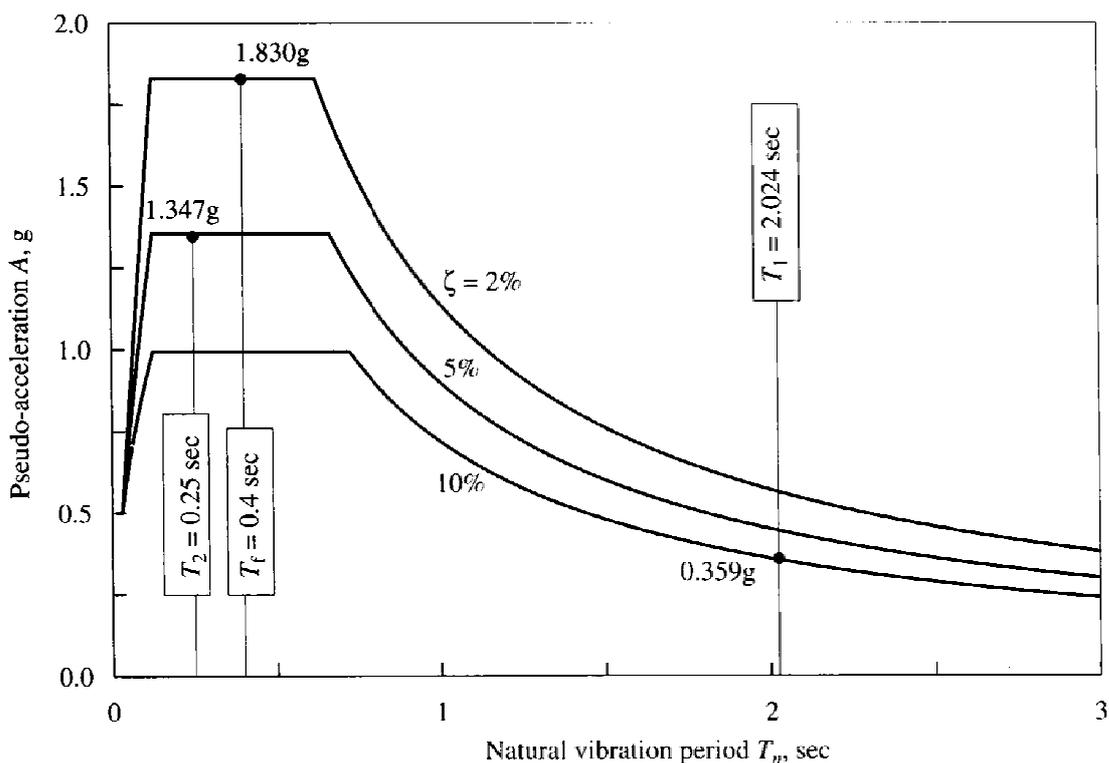


Figura 5 Spettro di progetto e ordinate per struttura a base fissa e isolata

L'isolamento alla base allunga il periodo fondamentale di vibrazione della struttura, e così riduce la pseudo-accelerazione per questo modo (per lo spettro di progetto considerato) e quindi le forze indotte dal terremoto alla struttura. Il secondo modo che produce deformazioni nella struttura è essenzialmente non

eccitato dal moto del suolo, sebbene la pseudo-accelerazione sia grande. Questo può essere spiegato come segue: il primo modo di vibrazione della struttura isolata alla base implica deformazioni solo nel sistema di isolamento, la struttura sopra è essenzialmente rigida. Pertanto la componente del primo modo \mathbf{s}_1 della distribuzione di forze sismiche effettive $\mathbf{s} = \mathbf{m}\mathbf{1}$ è essenzialmente uguale a \mathbf{s} , e la componente del secondo modo \mathbf{s}_2 è molto piccola, suscitando una risposta modale statica molto piccola nel secondo modo.

La ragione principale dell'efficacia dell'isolamento alla base nel ridurre le forze sismiche indotte nell'edificio sta nell'allungamento del periodo del primo modo come sopra menzionato. Lo smorzamento del sistema di isolamento e l'energia di dissipazione associata è solo il fattore secondario nella riduzione della risposta strutturale.

Da quando esposto finora, il taglio alla base di un edificio e lo spostamento del sistema di isolamento possono essere stimati con una semplice analisi trattando l'edificio come un corpo rigido. Con questa assunzione, il sistema ha solo un grado di libertà. Per questo sistema a un grado di libertà con periodo naturale T_b e rapporto di smorzamento ζ_b , lo spettro di progetto dà una pseudo-accelerazione $A(T_b; \zeta_b)$ e spostamento $D(T_b; \zeta_b)$. Pertanto lo spostamento dell'isolatore è:

$$u_b = D(T_b; \zeta_b)$$

e il taglio alla base della struttura è:

$$V_b = mA(T_b; \zeta_b)$$

Per $T_b = 2$ sec e $\zeta_b = 10\%$, lo spettro di progetto dà

$$V_b = m(0.359g) \text{ o } \frac{V_b}{\omega} = 0.359$$

$$u_b = 14.036 \text{ in.}$$

Confrontando questi risultati con quelli del caso precedente, è chiaro che questa analisi approssimata, che assume il corpo rigido, sia quasi "esatta".

L'approssimazione della struttura rigida fornisce un espediente per stimare l'efficienza del sistema a base isolata e per stimare lo spostamento dell'isolatore. Per primo, il rapporto $A(T_b; \zeta_b)/A(T_f; \zeta_f)$ dà il taglio alla base del sistema isolato come una frazione del taglio alla base della struttura a base fissa. Secondo, l'ordinata dello spettro dello spostamento $D(T_b; \zeta_b)$ è lo spostamento dell'isolatore.

1.2 Gli apparecchi di isolamento elastomerici

L'efficacia dei dispositivi di isolamento elastomerici nell'influenzare la risposta sismica di una struttura dipende dalla sua rigidità laterale.

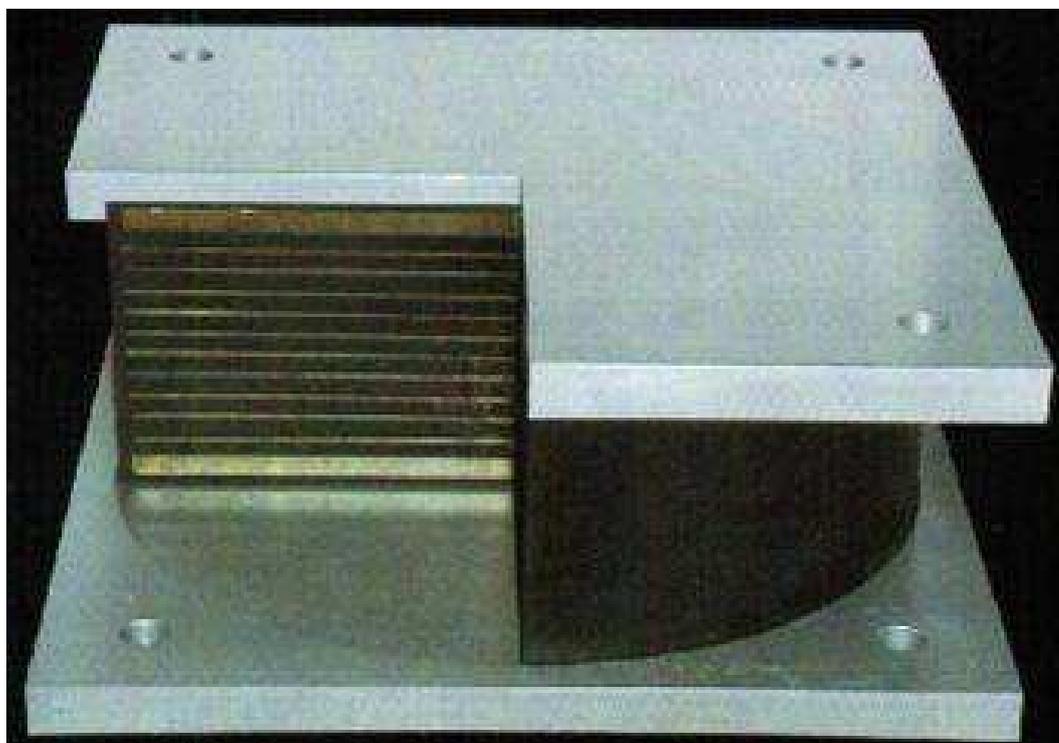


Figura 6 Sezione di un isolatore in gomma armata

In molte applicazioni, la performance del prodotto è determinata dal modulo dell'elastomero e dai dettagli della geometria del prodotto stesso. Al paragrafo successivo verranno discussi i moduli dell'elastomero e molti fattori che possono causare la loro variazione.

In funzione dell'applicazione, molte differenti caratteristiche di un elastomero possono essere di interesse per il progettista. Alcune di queste caratteristiche sono:

- Condizioni ultime sia per la forza che per lo spostamento;
- Sensibilità alla variazione della temperatura;
- Sensibilità alla variazione della deformazione;
- Smorzamento interno.

In certi casi queste proprietà possono essere correlate.

Il primo passo nella progettazione della maggior parte dei prodotti è selezionare il materiale da utilizzare sulla base delle caratteristiche sopra esposte. Il materiale selezionato a sua volta definisce i parametri caratteristici.

Per la maggior parte dei progetti, la rigidezza è il parametro chiave di progetto. La rigidezza è data dal rapporto della forza applicata F e lo spostamento d :

$$K = \frac{F}{d}$$

L'unità di misura della rigidezza K è Newton su metro (N/m).

La rigidezza K può essere definita per il taglio, per la compressione o per la trazione. Queste rigidezze sono definite di seguito in funzione della geometria e del modulo:

- Taglio: $K_s = \frac{AG}{t}$
- Compressione: $K_c = \frac{AE_c}{t}$
- Trazione: $K_t = \frac{AE_t}{t}$

dove A è l'area efficace di carico (m^2), t è lo spessore (m) dell'elastomero indeformato, e G , E_c , E_t rappresentano rispettivamente il modulo di taglio, di compressione e di trazione dell'elastomero espressi in kPa o kN/m^2 .

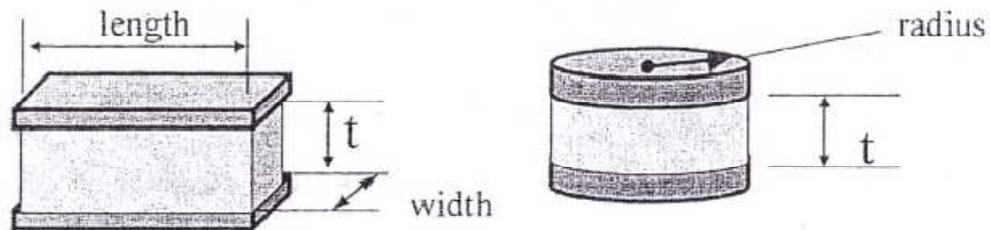


Figura 7 Cuscinetto rettangolare e circolare

Di solito i parametri caratteristici come la resistenza massima del materiale, sono dati in termini di tensione σ e deformazione ε . La tensione è il rapporto tra la forza applicata l'area efficace di carico dell'elastomero, e la deformazione è lo spostamento diviso lo spessore dell'elastomero indeformato.

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{d}{t}$$

Si assume che l'elastomero lavori in campo lineare. Questo per deformazioni a taglio inferiori al 75-100 % e inferiori al 30 % per deformazioni a compressione e trazione.

Tipicamente il modulo di taglio G non è una funzione della geometria. Comunque, il modulo a compressione E_c è fortemente influenzato dalla geometria dell'isolatore. Se i due isolatori di fig. 7 hanno lo stesso modulo, stessa area caricata, e stesso spessore, la rigidezza a taglio K_s è uguale per entrambi gli isolatori, mentre la rigidezza a compressione K_c è diversa essendo diversa la forma l'uno dall'altro.

Le equazioni di base devono essere modificate per considerare gli effetti di una geometria più complessa e/o le proprietà non lineari.

In genere gli isolatori sono costituiti da strati alternati di gomma e piatti d'acciaio. Vediamo come si comporta un isolatore formato da un semplice strato di gomma racchiuso da due piatti d'acciaio come rappresentato in fig. 7.

Vengono presentate le equazioni per i due principali modi di carico, il taglio semplice e la compressione.

L'espressione della rigidezza a taglio di questo isolatore è data dalla seguente equazione:

$$K_s = \frac{F_s}{d_s} = \frac{AG}{t}$$

dove K_s è la rigidezza a taglio, F_s è la forza applicata nella direzione di taglio, d_s è lo spostamento di taglio, A è l'area caricata, G è il modulo di taglio e t è lo spessore della gomma.

L'equazione è valida solo quando la deformazione a taglio dovuta alla flessione è trascurabile. Quando il rapporto tra lo spessore e la lunghezza eccede approssimativamente il 0.25, la deformazione a taglio dovrebbe essere considerata. L'effetto della flessione può essere quantificato dalla seguente espressione:

$$K_s = \frac{F_s}{d_s} = \left(\frac{AG}{t}\right) \left(\frac{1}{1 + t^2/36r_g^2}\right)$$

dove $r_g = (I_b/A)^{1/2}$ è il raggio di rotazione della sezione trasversale attorno l'asse neutro di flessione e I_b è il momento d'inerzia della sezione trasversale A attorno l'asse neutro.

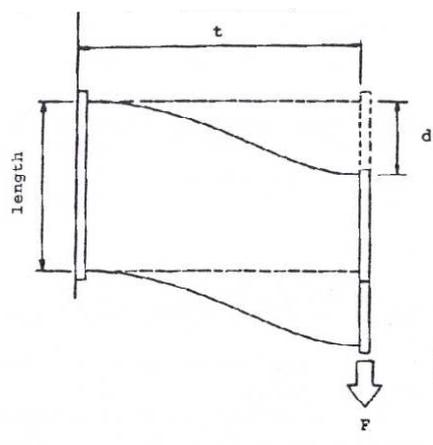


Figura 8 cuscinetto con deformazione tagliante e flessionale

Quando la deformazione a taglio d_s/t eccede approssimativamente il 75 %, deve essere anche considerato l'effetto dello stato di trazione che agisce nella gomma. A questo punto, la gomma non è più operante solo in semplice trazione; c'è una nuova componente di forza di trazione nella gomma tra i due piatti di estremità.

L'espressione della rigidità a compressione di questo isolatore è data dalla seguente equazione:

$$K_c = \frac{F_c}{d_c} = \frac{AE_c}{t}$$

dove K_c è la rigidità a taglio, F_c è la forza applicata nella direzione di taglio, d_c è lo spostamento di taglio, A è l'area caricata, E_c è il modulo effettivo di compressione e t è lo spessore della gomma.

Shear modulus, G (kPa)	Young's modulus, E_0 (kPa)	Bulk modulus, E_b (MPa)	Material compressibility coefficient, ϕ
296	896	979	0.93
365	1158	979	0.89
441	1469	979	0.85
524	1765	979	0.80
621	2137	1,007	0.73
793	3172	1,062	0.64
1034	4344	1,124	0.57
1344	5723	1,179	0.54
1689	7170	1,241	0.53
2186	9239	1,303	0.52

Tabella 2 Proprietà del materiale

Come si vedrà al paragrafo successivo, il valore di E_{eff} è funzione sia delle proprietà del materiale sia della geometria dell'isolatore. Il modulo effettivo di compressione per un blocco piatto compreso tra due piatti rigidi è dato dall'equazione:

dove E_0 è il modulo di Young (vedere tabella 2), ϕ è il coefficiente di compressione elastomerico (vedere tabella 1.2), β è il fattore di forma definito come segue:

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{12(1 - \nu)}{E_0 h^3}}$$

Per un blocco rettangolare, il fattore di forma è:

$$S = \frac{A_L}{A_B} = \frac{\text{lunghezza} \cdot \text{larghezza}}{2t(\text{lunghezza} \cdot \text{larghezza})}$$

1.3 La gomma

Le gomme appartengono alla classe di materiali chiamati ‘polimeri’, composti ad alto peso molecolare, prevalentemente organici, costituite da lunghe catene molecolari fatte di unità ripetitive, di solito su uno scheletro di atomi di carbonio. Questi polimeri ad alto peso molecolare si comportano come gomme fino ad una temperatura limite, detta temperatura di transizione vetrosa, o T_g . Al di sotto di questa temperatura i polimeri passano abbastanza bruscamente ad uno stato di tipo vetroso. Materiali, appartenenti alla classe dei polimeri, che sono materie plastiche a temperatura ambiente, diventano gommosi (acquistando una certa elasticità) quando sono riscaldati al di sopra della loro T_g .

Allo stato gommoso i polimeri si comportano sotto molti aspetti come liquidi viscosi, poiché i legami lungo macromolecole sono liberi di ruotare, possono scorrere e, quindi, sotto l’azione di una sollecitazione esterna, il materiale può essere deformato. La libertà di movimento delle molecole è ridotta a causa della lunghezza delle catene e della presenza di gruppi laterali sulla catena, e pertanto i polimeri presentano sia proprietà viscosi, ma dipendenti dal tempo, sia proprietà elastiche e perciò si dice che essi sono materiali visco-elastici.

La gomma consiste di lunghe molecole flessibili che sono in continuo movimento Browniano a temperature normali dovuto all’agitazione termica. In seguito, le molecole assumono una configurazione casuale simile a un cesto riempito di serpenti. Quando le molecole vengono stirate da una forza applicata e poi rilasciata, riprendono la forma casuale tanto veloce quanto il loro moto termico permette. Questa è il principio dell’unica capacità della gomma di sottoporsi a grandi deformazioni elastiche e recuperare completamente: le molecole della gomma sono altamente flessibili e perciò altamente allungabili, ma in assenza di forze esterne assumono una configurazione piuttosto compatta e casuale.

Per dare una forma stabile alla gomma, le molecole sono legate insieme da legami chimici mediante un processo come “reticolazione” o “vulcanizzazione”. La vulcanizzazione è un processo nel quale le catene sono chimicamente collegate insieme per formare un reticolo. Le serie o filamenti molecolari tra i siti di interconnessione si muovono ancora e cambiano la loro forma, ma adesso sono soggetti alle restrizioni causate dal reticolo, che rimane più o meno in una posizione stazionaria. Prima della reticolazione, la gomma è fondamentalmente un liquido molto viscoso ed elastico; dopo la reticolazione, è un solido molle altamente elastico. La resistenza e il modulo aumentano.

Si deve inoltre ricordare il fenomeno della cristallizzazione. La cristallizzazione delle gomme ha luogo per effetto del riordinamento locale di una parte delle molecole sotto forma di cristalliti. Alcune parti delle molecole non si dispongono in un reticolo regolare e restano amorfe; in altre parole la cristallizzazione non è mai completa.

Questi cristalliti presentano un punto di fusione: al di sotto di questa temperatura di fusione ha luogo la cristallizzazione; ma si tratta di un processo che dipende dal tempo e che, di solito, presenta un massimo di velocità (di cristallizzazione) in funzione della temperatura. Al di sotto della temperatura di fusione, la cristallizzazione può aver luogo rapidamente se la gomma è stirata.

Mentre sono stirate le molecole si riordinano e si orientano e formano dei cristalliti; si tratta di un fenomeno importante, anche se non essenziale, per le proprietà nello stato gommoso, che fornisce alla gomma naturale, anche nello stato grezzo, la sua elevata resistenza.

Le molecole assumono una configurazione casuale simile a un cesto riempito di serpenti. Quando le molecole vengono stirate da una forza applicata e poi rilasciata, riprendono la forma casuale tanto veloce quanto il loro moto termico permette. Questa è il principio dell'unica capacità della gomma di sottoporsi a grandi deformazioni elastiche e recuperare completamente: le molecole della gomma sono altamente flessibili e perciò altamente allungabili, ma in assenza di forze esterne assumono una configurazione piuttosto compatta e casuale.

Sebbene la gomma ha l'unica abilità di sottoporsi a grandi deformazioni elastiche, in pratica molti prodotti in gomma sono soggetti solo a deformazioni relativamente piccole, meno del 25 % circa in trazione o compressione, o 75 % a taglio semplice. Una buona approssimazione per determinare lo stato di sollecitazione per la gomma è data dall'analisi elastica convenzionale, assumendo semplicemente una relazione tensione-deformazione lineare perché, come tutti i solidi, la gomma si comporta come una sostanza linearmente elastica a piccole deformazioni.

1.3.1 Influenza della densità della reticolazione

Le proprietà meccaniche dell'elastomero dipendono fortemente dalla densità della reticolazione. Il modulo e la durezza aumentano monotonamente con l'aumentare della densità della reticolazione, e il materiale diventa più elastico, o in altre parole, meno isteretico.

Quando un elastomero non reticolato viene sollecitato, le catene potrebbero scivolare l'una sull'altra e sbrogliarsi. A basse rates, la frattura si verifica a basse sollecitazioni per il flusso viscoso senza rottura dei legami chimici. L'effetto di pochi reticoli è l'incremento del peso molecolare, creando molecole ramificate e una più ampia distribuzione del peso molecolare. Per queste molecole ramificate è più difficile districarsi e, quindi, la resistenza aumenta. Come la reticolazione aumenta ulteriormente, il gel point eventualmente viene raggiunto quando si forma un reticolo tridimensionale. Delle catene non potrebbero essere attaccate al reticolo, ma l'intera composizione non si dissolve più in un solvente. Un gel non può essere rotto senza la rottura dei legami chimici. Con ciò, la resistenza è più alta al gel point perché devono essere rotti i legami chimici per creare della fratture superficiali. Comunque, la resistenza non aumenta indefinitamente con più reticolazioni.

Quando un elastomero viene deformato da una forza esterna, parte dell'energia in ingresso è immagazzinata elasticamente nelle catene ed è utilizzabile come una forza motrice per la frattura (è rilasciata quando si forma una crepa). Il resto dell'energia viene dissipata attraverso i movimenti delle molecole in calore, e in

questo modo, non viene resa disponibile per la rottura delle catene. Ad alti gradi di reticolazione, il movimento delle catene diventa ristretto, e un reticolo “duro” non è capace di dissipare molta energia. Ciò comporta una frattura relativamente fragile a basse deformazioni.

Gli elastomeri hanno un intervallo della densità di reticolazione ottimale per l'uso pratico. Il livello di reticolazione deve essere abbastanza alto per prevenire frattura a causa del flusso viscoso, ma abbastanza basso per evitare le rotture fragili.

1.3.2 Relazione tra il modulo di taglio G e la composizione

Per un composto di gomma senza elementi aggiuntivi, il modulo di taglio G è direttamente collegato al numero N di filamenti molecolari elasticamente efficaci per un unità di volume di materiale:

$$G = NkT$$

dove k è la costante di Boltzmann e T è la temperatura assoluta. La rete di filamenti è formata sia dalla reticolazione sia dall'aggrovigliamento molecolare (fig. 9). Più grande è il grado di reticolazione, più grande diventa il modulo elastico perché il numero degli elementi elastici (cioè la porzione delle molecole tra le connessioni intermolecolari) aumentano in proporzione diretta.

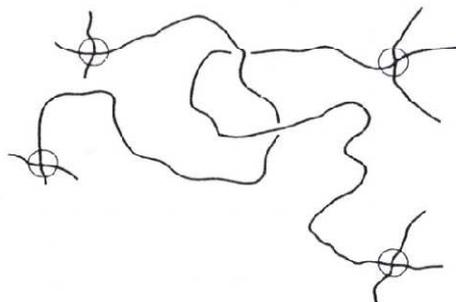


Figura 9 Aggrovigliamento molecolare

Se la reticolazione è elevata, i filamenti molecolari tra i siti collegati diventano troppo brevi per potersi allungare molto e il materiale è piuttosto inestensibile e fragile, diventando una dura resina termoindurente quando le molecole sono connesse densamente.

Dall'altra parte, lunghe molecole elastomeriche tendono ad aggrovigliarsi l'una con l'altra formando delle connessioni fisiche temporanee. Anche se si volesse introdurre solo pochi legami tra le molecole, per fare un solido molle, elastico altamente allungabile, la presenza degli aggrovigliamenti porterebbe a un numero di legami efficaci maggiore con un conseguente aumento del modulo elastico rispetto a quello atteso. La tendenza di una lunga molecola lineare di intrecciarsi l'una con l'altra comporta un problema nel fare una lieve vulcanizzazione che non è semplice.

In pratica, i materiali gommosi generalmente contengono una grande quantità, tipicamente di circa il 30 % del volume, di particolari fillers, comunemente carbon black. Questo ha due effetti. Il primo, il materiale è considerevolmente più rigido di quello che ci si aspetta dalla struttura molecolare (circa 2-10 volte più rigido, in funzione del tipo e della quantità di filler aggiunto). Secondo, il materiale diventa un po' tissotropico, cioè il modulo elastico viene ridotto dopo che il materiale è stato deformato e così via maggiore è la deformazione. Il fenomeno probabilmente riflette una rottura dei legami deboli tra le molecole della gomma e le particelle del filler, e tra le particelle stesse per deformazioni piccole. Un tipico comportamento tissotropico è mostrato in figura 10. Il comportamento elastico del corrispondente materiale senza filler è rappresentato dalla linea tratteggiata per confronto.

Quindi, i composti con filler hanno un modulo di elasticità piuttosto mal definito. Questo dipende da quanto sono stati sollecitati/deformati precedentemente. I componenti sono spesso pre-sollecitati fino a uno specifico livello, maggiore di quello che può essere raggiunto in esercizio con molta probabilità, al fine di rendere il loro comportamento elastico più costante. Questa prassi non è necessaria per composti senza filler o leggermente filled perché non mostrano un grado significativo di "stress softening". Si dovrebbe notare anche che il softening è lentamente recuperato, specialmente con il calore.

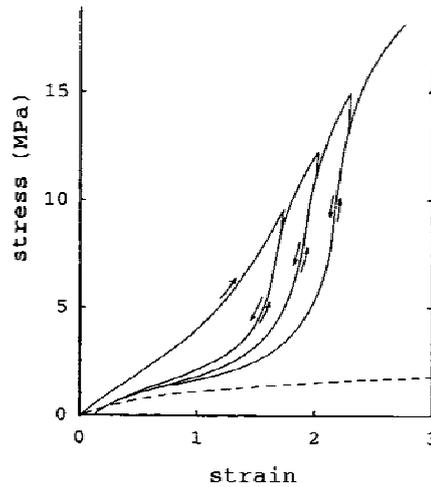


Figura 10 Softening di un composto di gomma con filler

1.3.3 Costanti elastiche

I materiali elastici che sono isotropi nella loro configurazione indeformata possono essere descritti da due costanti elastiche fondamentali. Altre costanti elastiche possono essere definite in funzione delle due fondamentali.

Si possono quindi definire:

- il modulo a compressione idrostatica K , che è definito dalla seguente relazione tra la pressione P applicata e la conseguente contrazione ΔV del volume allo stato indeformato V_0

—

- il modulo di taglio G definito dalla relazione

dove t è la tensione di taglio, γ è la deformazione a taglio, definita come il rapporto tra lo spostamento laterale d e l'altezza h .

- il modulo a trazione E (modulo di Young) definito come il rapporto tra la tensione a trazione t e la deformazione a trazione ϵ

- —

- il coefficiente di Poisson ν

—————

I solidi di gomma hanno alti valori del modulo di compressione K comparabile con quello dei liquidi, dell'ordine di 1.5-2 MPa [$1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ N/m}^2$]. Dall'altra parte, il modulo di taglio G è piuttosto basso, circa 0.5-5 MPa, cioè dai due ai tre ordini di grandezza più piccoli di K .

1.4 Il degrado della gomma

Volendo cercare di svelare il comportamento della gomma naturale usata nei dispositivi di isolamento nei confronti del degrado, sono stati eseguiti una serie di prove accelerate per investigare le caratteristiche dell'invecchiamento. A tale scopo si sono usati fattori di degrado come l'ossidazione termica, gli ultravioletti, l'ozono, l'ozono alle basse temperature, acqua salata e piogge acide. Dai risultati dei test, è stato chiarito che l'ossidazione termica è il fattore degradante dominante, che indurisce le gomme e comporta quindi un calo delle performance dell'isolatore.

Degradation Factor	Test Conditions	Aging Time [hours]
Thermal oxidation	70°C	96, 192, 384, 768, 1536, 3072, 6144
Ozone	Ozone=0.5ppm, 40°C	96, 192, 384, 768, 1536
Low temperature ozone	Ozone=0.5ppm, -30°C	96, 192, 384, 768, 1536
Ultraviolet irradiation	Radiation and water spray, 50/30°C	360, 720, 1440
Salt water cycle	Wetting and drying cycle, 30/50°C	360, 720, 1440
Acid rain cycle	Wetting and drying cycle, 30/50°C	360, 720, 1440

Tabella 3 condizioni delle prove a esposizione accelerata

Le prove accelerate a lunga esposizione sono state eseguite su campioni aventi forma No.3 dumbbell come specificato nella norma JIS K 6251. I campioni sono sottili abbastanza da evitare variazioni eterogenee. 12 campioni sono stati preparati per ogni fattore di degrado e per ogni tempo di misurazione. Come detto prima, sono state studiate sei condizioni di deterioramento compresi l'ossidazione termica, l'ozono, l'ozono a basse temperature, acqua salata e piogge acide come elencato nella tabella 3. Nella stessa tabella sono elencati i tempi di esposizione alla condizione di prova.

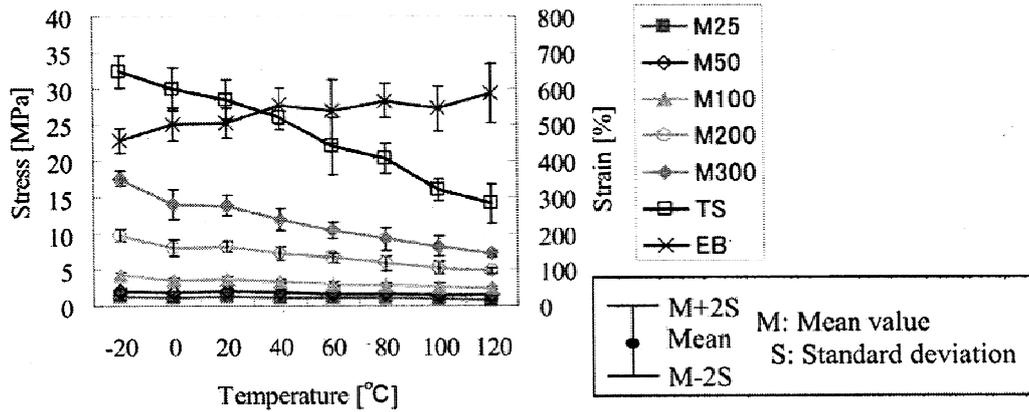


Figura 11 Dipendenza dalla temperatura della gomma

Dopo l'esposizione del campione al fattore di degrado di interesse per il tempo prestabilito, l'aspetto del campione stesso è stato osservato a microscopio. Poi attraverso la prova di trazione uniassiale secondo le norme JIS K6251 e K6253, si ottiene la relazione tra tensione e deformazione. Poiché le relazioni tensione-deformazione dei materiali di gomma mostrano una non linearità, è difficile calcolare la rigidezza usando il metodo della secante. Così sono stati presi come indici di valutazione la tensione corrispondente a una deformazione di 25 %, 50 %, 100 %, 200 % e 300 % (cioè modulo M25, M50, M100, M200 e M300), la deformazione a rottura (EB) e la resistenza a trazione (TS).

La dipendenza dalla temperatura della gomma naturale è stata ricercata usando la macchina per la prova a trazione in una camera a temperatura controllata. Le prove a trazione sono state eseguite da -20 °C a 120 °C ogni 20 °C. La figura 11 mostra la dipendenza delle grandezze in esame dalla temperatura. Il modulo più basso non è molto sensibile alla temperatura, ma il modulo più alto decresce con la temperatura. La resistenza a trazione a 120 °C è solo circa il 50 % di quella a 0 °C. Comunque, la deformazione a rottura aumenta con la temperatura, che significa che la gomma naturale diventa più morbida a temperature maggiori.

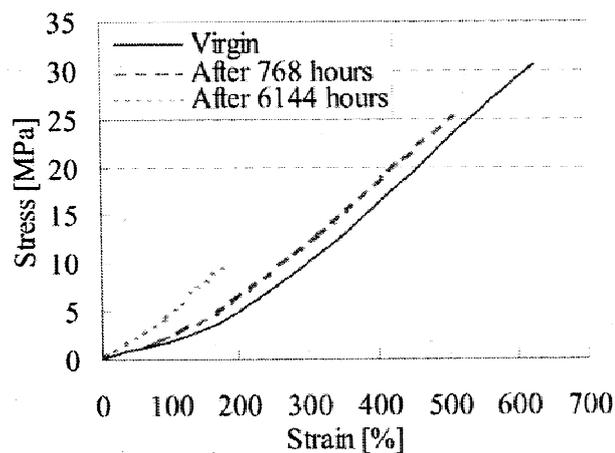


Figura 12 Curva tensione-deformazione prima e dopo l'ossidazione

Il comportamento generale della gomma invecchiata è rappresentato dalla figura 12. Questa figura mostra le tipiche curve tensione-deformazione ottenute attraverso la prova di trazione monoassiale. Le proprietà meccaniche come il modulo, la resistenza a trazione e la deformazione a rottura possono essere determinate da queste curve. Si può vedere che le relazioni tensione-deformazione non sono lineari. Con il progredire dell'invecchiamento, il modulo aumenta, mentre la resistenza a trazione e la deformazione a rottura diminuiscono. In altre parole, la gomma diventa più dura e più fragile. L'effetto hardening riduce la capacità di deformarsi e di dissipare energia.

La dipendenza dal tempo delle proprietà della gomma naturale in ogni prova di esposizione accelerata è plottata in figura 13. L'asse orizzontale è il tempo di invecchiamento, mentre l'asse verticale è la variazione della proprietà normalizzata prendendo il valore della corrispondente proprietà allo stato iniziale. Dalla figura 13(a) si nota che il deterioramento procede molto veloce nella prova dell'ossidazione termica. Dopo 6144 ore, M100 è aumentato di circa il 300 %, mentre EB e TS sono solo circa il 30 % del valore del campione vergine. Con il passare del tempo, la velocità di degrado cala gradualmente. Nella prova dell'ozonizzazione, M100 aumenta di circa il 30 % e EB decresce di circa il 20 %, ma TS non cambia molto come mostrato in figura 13(b). In figura 13(c), è chiaro che le proprietà della gomma naturale non cambiano a temperature inferiori con la stessa concentrazione di ozono. I raggi ultravioletti possono cambiare le

proprietà apparentemente. Come mostra la figura 13(d), dopo 1440 ore di irradiazione, M100 aumenta del 50 %, mentre EB e TS calano del 30 %. La velocità di invecchiamento rallenta gradualmente. Sia per le prove cicliche di acqua salata, sia per quelle delle piogge acide, le proprietà della gomma naturale variano solo di poco come si nota dalle figure 13(e) e 13(f).

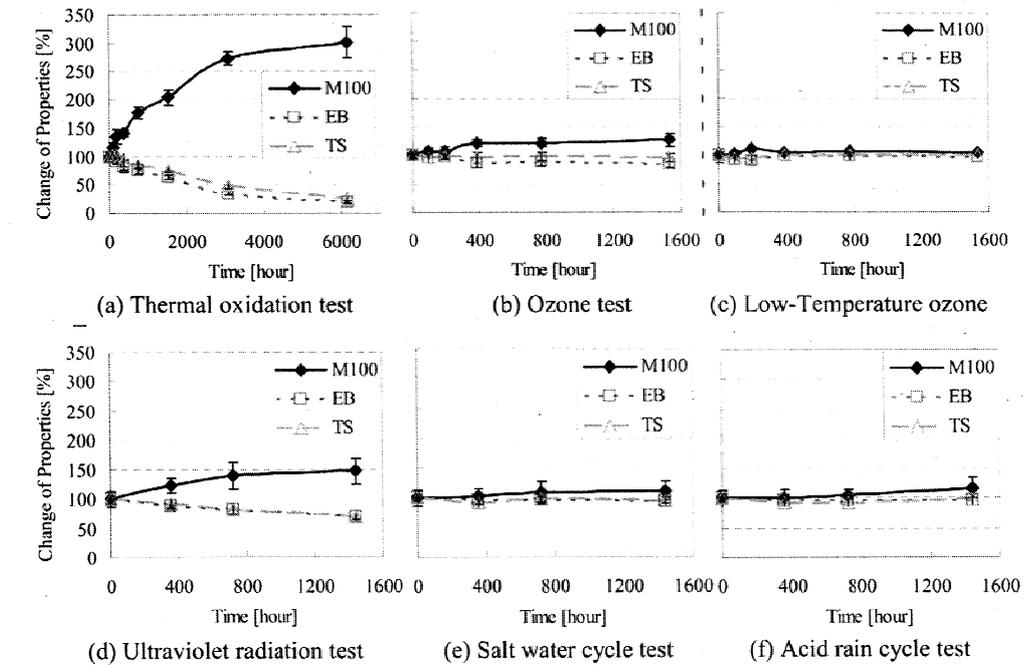


Figura 13 Variazioni delle proprietà della gomma nelle prove ad esposizione accelerata

In conclusione, come detto inizialmente, il fattore di degrado che maggiormente influisce sulle proprietà della gomma è l'ossidazione termica andando a influenzare le performance dell'isolatore nel tempo e, quindi, la risposta sismica della struttura.

Capitolo 2

MODELLI DI INVECCHIAMENTO PER LE GOMME

In questo capitolo si illustrano i modelli di invecchiamento per la gomma naturale (NR) e la gomma ad alta capacità di smorzamento (HDR) proposte in letteratura. Per ogni tipo di gomma, si determina una legge che esprime la variazione della rigidità laterale equivalente dell'isolatore elastomerico nel tempo dovuto all'invecchiamento della gomma.

2.1 Modello di invecchiamento della gomma naturale

2.1.1 Introduzione

Una serie di test di invecchiamento accelerato sono stati eseguiti da Itoh e al. (2006) su vari materiali di gomma incluso la gomma naturale (NR) per determinare gli effetti del degrado dovuti a vari fattori ambientali come l'ossidazione termica, i raggi ultravioletti, l'ozono, l'ozono a basse temperature, l'acqua salata, e piogge acide. È stato riscontrato che l'ossidazione è il fattore degradante che maggiormente influenza le proprietà della gomma.

Applicando il processo di ossidazione agli isolatori elastomerici, è ovvio che il degrado non sarà uniforme in tutto il prodotto, e, quindi, si riscontra una differenza di proprietà tra la parte interna e la superficie dell'isolatore. Questo perché l'ossigeno deve penetrare e diffondersi nell'elastomero. In particolare, temperature elevate favoriscono la reazione con l'ossigeno, quindi la gomma

invecchia velocemente; ciò comporta che l'invecchiamento interessa solo la parte superficiale del prodotto in quanto la gomma invecchiata funge da pellicola protettiva contro la penetrazione dell'ossigeno e alla successiva diffusione dello stesso nell'elastomero. Temperature basse, invece, comportano un degrado lento ma profondo nell'isolatore. In conclusione, la velocità e l'estensione della diffusione dell'ossigeno attraverso la gomma governa la variazione delle proprietà dovute all'invecchiamento. Pertanto è importante considerare lo sviluppo di tale eterogeneità per interpretare correttamente i meccanismi di invecchiamento.

Sono stati eseguiti test di invecchiamento accelerato su blocchi di gomma naturale. I risultati dei test mostrano che l'invecchiamento della NR è limitata alla superficie esterna e la penetrazione dell'ossigeno nella gomma profonda dell'isolatore è inibita dallo strato di gomma invecchiata, in particolare, la regione interna non deteriora.

2.1.2 Test di invecchiamento accelerato

2.1.2.1 Metodo

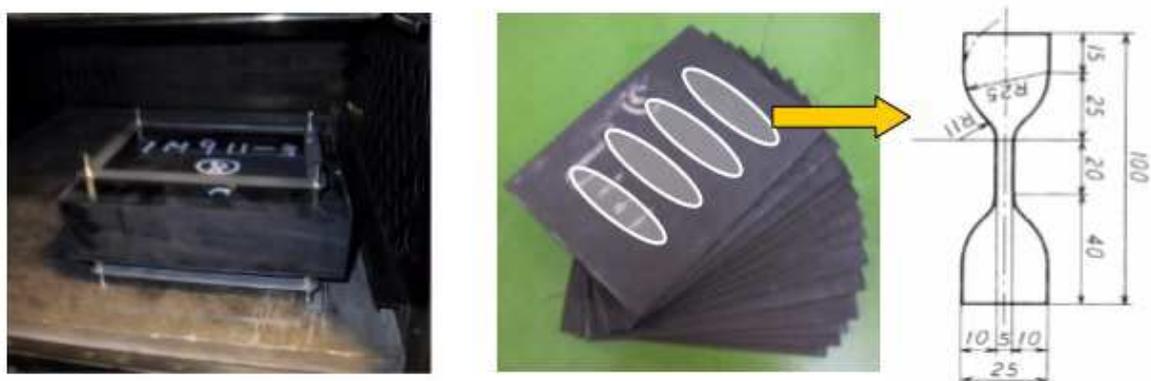


Figura 14 Prova di invecchiamento accelerato

Temperature [°C]	Test Duration [days]
60	31 , 60 , 100 , 200 , 300
70	12 , 22 , 38 , 75 , 113
80	4 , 8 , 14 , 28 , 42

Tabella 4 Condizioni della prova di invecchiamento accelerato

Sono stati testati quindici blocchi di gomma naturale aventi dimensioni 220 × 150 × 150 mm (lunghezza × larghezza × spessore). Gli esperimenti di ossidazione termica accelerata sono stati condotti in un forno ad aria per invecchiamento a temperatura controllata. Le condizioni dei test accelerati sono elencate in tabella 4. Sono state applicate tre temperature elevate: 60, 70, 80 °C. Le alte temperature possono accelerare le reazioni chimiche. Ad ogni temperatura, i blocchi di gomma naturale vengono sottoposti a cinque diverse durate di invecchiamento. Per ogni coppia di condizioni durata-invecchiamento, il blocco di gomma viene affettato in fogli dello spessore di 2 mm ciascuno; per ogni foglio vengono ricavati quattro campioni No. 3 dumbbell dall'area centrale come rappresentato in figura 14. La forma e le dimensioni del campione No. 3 dumbbell sono mostrate in figura 16. Includendo il blocco di gomma naturale allo stato iniziale, il numero totale di campioni è 1600. Infine, attraverso la prova di trazione monoassiale, si ottengono le curve tensione-deformazione di questi campioni, che rappresentano le proprietà della gomma alla corrispondente posizione all'interno del blocco di gomma. Figura 15 mostra il procedimento seguito per il test di invecchiamento accelerato. In aggiunta alle proprietà meccaniche come il modulo, la resistenza a trazione e l'allungamento a rottura (EB), è stato scelto l'energia di deformazione come parametro rappresentativo delle variazioni delle proprietà perché può mostrare l'effetto dell'ossidazione in modo più evidente rispetto alla tensione per determinati valori di deformazione. L'energia di deformazione è l'energia potenziale immagazzinata in un corpo, che è solito usata per caratterizzare il comportamento dei materiali gommosi.

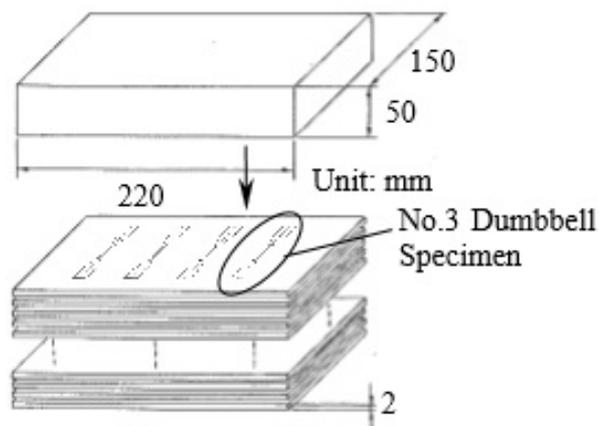


Fig.1 Slice of HDR block

Figura 15 Lavorazione del blocco di gomma

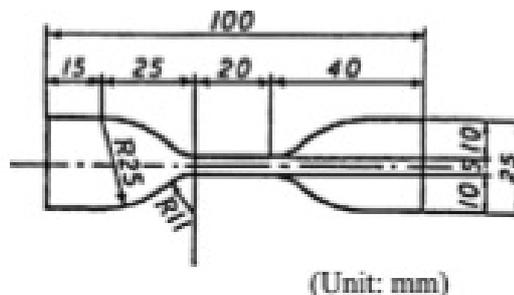


Figura 16 Campione dumbbell

2.1.2.2 Risultati dei test

I profili U100/U0 ed EB/EB0 dei blocchi di gomma naturale sono mostrati in figura 18 e 17 rispettivamente. L'asse verticale in figura 18 mostra la variazione normalizzata di U100 con il valore iniziale, mentre la figura 17 è mostrata la variazione normalizzata di EB. Nelle figure 18 e 17, ogni punto rappresenta il valore medio dei campioni ricavati dallo stesso foglio. L'asse orizzontale mostra la posizione relativa per quanto riguarda lo spessore del blocco NR. I valori 0 e 1 sull'asse corrispondono alla superficie superiore e alla superficie inferiore del blocco. Poiché la gomma invecchiata inibisce la penetrazione di ossigeno, i quattro campioni sono stati ricavati ad una distanza di almeno 25 mm dal bordo della lamina di gomma in modo tale che i campioni riflettano le variazioni di proprietà riscontrate solo lungo la direzione dello spessore. La deviazione

standard di ogni gruppo dei quattro campioni è abbastanza piccola e di solito inferiore al 5 % del valore medio.

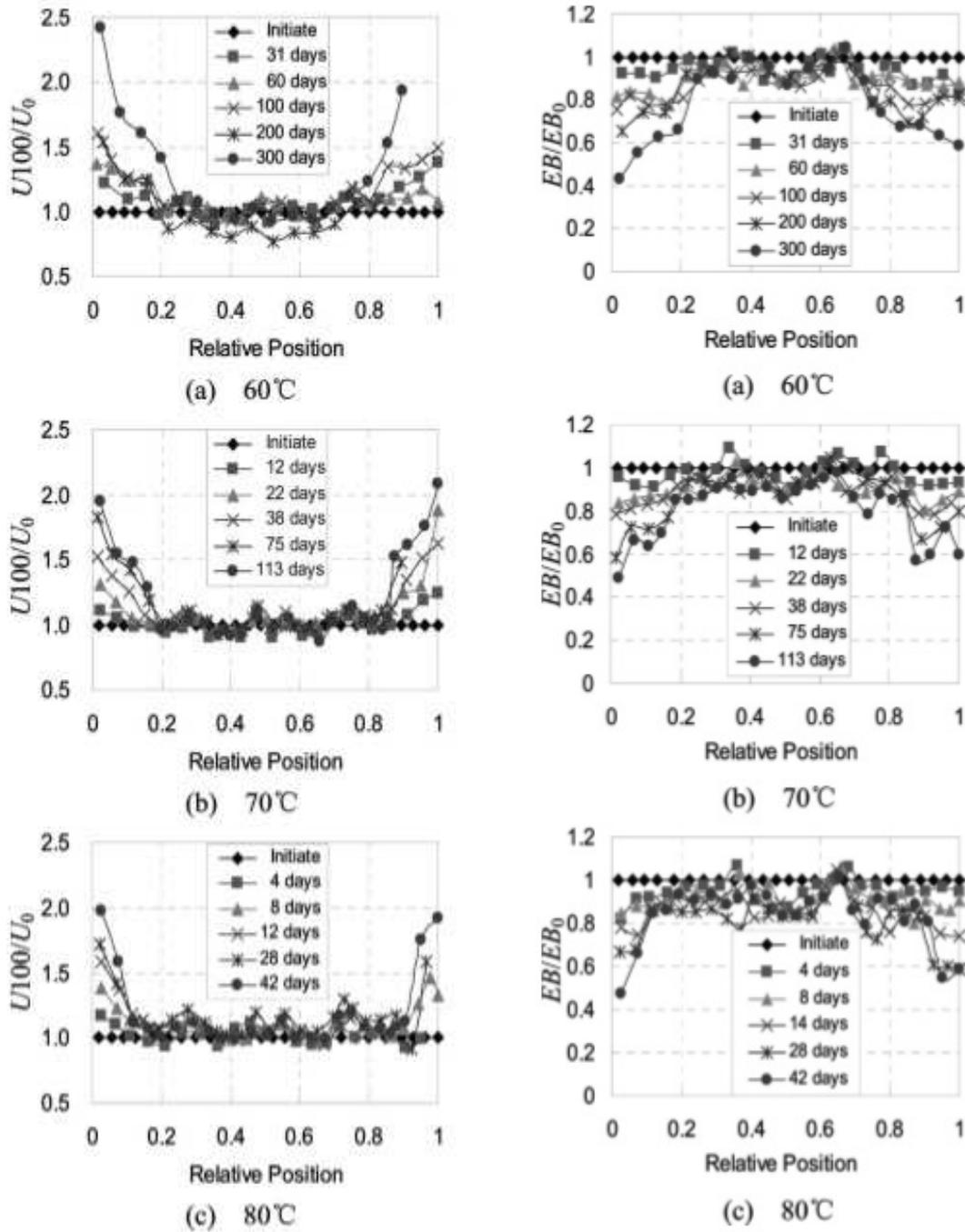


Figura 17 Profilo EB/EB₀ per NR

Figura 18 Profilo U₁₀₀/U₀ per NR

Dalle figure 18 e 17, si osservano gli effetti dell'ossidazione eterogenea alle varie temperature. Per la gomma naturale, è chiaro che le variazioni delle proprietà sono concentrate nella regione esterna vicino alla superficie. Sulla superficie del blocco NR, le proprietà del materiale cambiano in modo più marcato. Invece la regione interna è virtualmente immutata. L'eterogeneità nell'energia di deformazione e nella deformazione a rottura è evidente in un primo periodo di invecchiamento e diventa sempre più pronunciato con l'aumento del tempo di invecchiamento. Si conclude che lo sviluppo del profilo è fondamentalmente descritto da una diffusione limitata del meccanismo di ossidazione. Durante il processo di invecchiamento, l'ossigeno penetra nella gomma, ossidando un sottile strato superficiale e da allora questo strato di gomma ossidato porta a una significativa riduzione della permeabilità dell'ossigeno, proteggendo l'interno del prodotto da un'ulteriore ossidazione.

L'ossigeno non solo causa una reazione chimica, ma anche cambia la struttura molecolare. I legami tra le molecole si rompono e si riformano. L'ossidazione taglia i legami e accelera la riformazione dei legami stessi. Comunque, l'aumento dei legami impedisce l'ingresso di ossigeno e limita la reazione chimica. Nella regione interna oltre una certa profondità, viene raggiunto un equilibrio tra l'ossidazione e la variazione della struttura molecolare. Pertanto in questa regione le proprietà del materiale includendo sia l'energia di deformazione sia la deformazione a rottura sono mantenute costanti. La profondità è chiamata "profondità critica", che sembra dipendere dalla temperatura dell'ambiente. Entrambe le figure 17 e 18 mostrano che la profondità critica è di circa 18 mm dalla superficie del blocco a 60 °C, 12 mm a 70 °C, e 10 mm a 80 °C.

2.1.2.3 Modello di invecchiamento

A causa dell'effetto della limitata penetrazione dell'ossigeno, l'influenza dell'ossidazione diventa via via minore dalla superficie alla profondità critica. Oltre la profondità critica la regione interna dell'isolatore di gomma naturale non deteriora. Pertanto, le caratteristiche del degrado della NR si possono distinguere in due parti: una regione esterna (dalla superficie alla profondità critica) e una regione interna (oltre la profondità critica). Il modello di degrado del blocco di NR

può essere schematicamente espresso in figura 19. L'asse verticale U/U_0 indica la variazione relativa della proprietà, che è il rapporto tra la proprietà U del materiale e il suo valore iniziale U_0 . L'asse orizzontale indica la posizione relativa dentro il blocco di gomma.

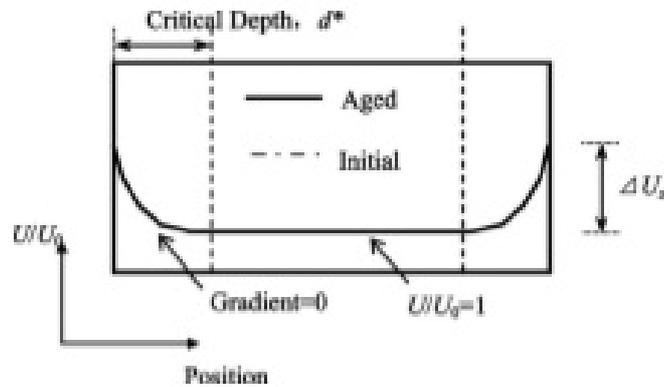


Figura 19 Modello di degrado del profilo di NR

Quanto alla NR, la regione interna non varia, comunque, le proprietà cambiano maggiormente vicino alla superficie del blocco. Quando si procede verso l'interno del blocco, gli effetti dell'ossidazione diventano più deboli e anche la variazione delle proprietà diminuisce. Una volta superata la profondità critica, il gradiente del profilo delle proprietà diventa zero.

2.1.2.3.1 Profondità critica

La "profondità critica" è connessa all'ossidazione e alla restrizione della struttura molecolare. Si è trovato che a temperature inferiori, maggiore è la profondità critica. Muramatsu e Nishikawa (1995) scoprirono che la profondità critica può essere espressa come una funzione esponenziale del reciproco della temperatura assoluta, ed è stata proposta la seguente formula per la relazione tra profondità critica e temperatura:

$$d^* = \alpha \exp\left(\frac{\beta}{T}\right) \quad (1)$$

dove d^* = profondità critica, T = temperatura assoluta, e α e β = coefficienti determinati dai test di invecchiamento accelerato.

I punti in figura 20 rappresentano i valori delle profondità critiche in relazione all'inverso della temperatura assoluta derivanti dai test di invecchiamento accelerato che vengono successivamente interpolati con una funzione esponenziale che minimizza gli scarti quadratici. Si sono quindi determinati per la NR i valori $\alpha = 0.0008$ mm e $\beta = 3.31 \times 10^{-3}$. Il coefficiente di correlazione R è 0.95, che dimostra che la profondità critica d^* può essere rappresentata dall'equazione (1).

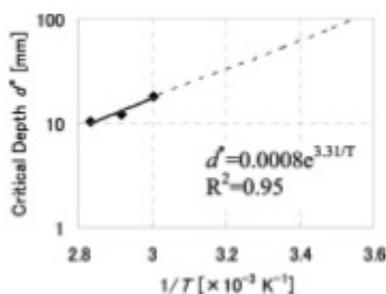


Figura 20 Relazione tra profondità critica e temperatura del blocco NR

2.1.2.3.2 Variazione delle proprietà alla superficie del blocco NR

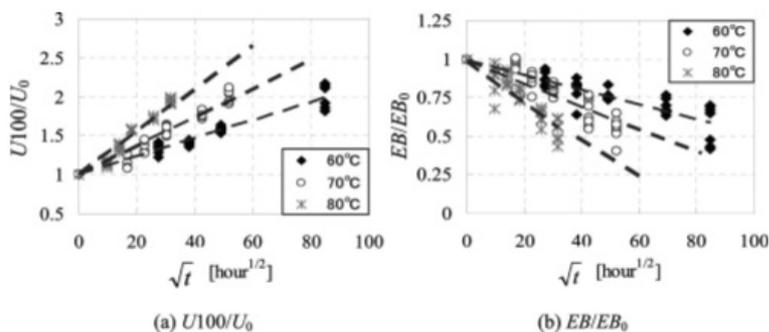


Figura 21 Dipendenza dal tempo delle proprietà sulla superficie del blocco NR

L'ossidazione non è influenzata dall'effetto della limitata penetrazione dell'ossigeno alla superficie del blocco di gomma perché la superficie è in contatto diretto con l'ambiente. Si è scoperto che U100 e EB alla superficie del blocco di NR varia linearmente con la radice quadrata del tempo di invecchiamento come illustrato in figura 21. L'asse orizzontale indica la radice

quadrata del tempo di invecchiamento e l'asse verticale la variazione della proprietà del materiale confrontata con il suo valore iniziale. I dati della superficie del blocco sono presi dagli strati superiore e inferiore, e su ogni strato ci sono quattro campioni. Pertanto, ci sono otto punti corrispondenti a ogni tempo di esposizione. Le variazioni delle proprietà sulla superficie del blocco NR possono essere espresse dalle seguenti equazioni:

$$\frac{U_s}{U_0} = k_s \sqrt{t_r} + 1$$

$$\frac{EB_s}{EB_0} = k_{bs} \sqrt{t_r} + 1$$

dove $\frac{U_s}{U_0}$ = energia di deformazione versus il valore allo stato iniziale alla superficie del blocco NR; EB_s = EB sulla superficie; EB_0 = il suo stato iniziale; t_r = tempo di invecchiamento alla temperatura del test (h); k_s e k_{bs} = coefficienti per l'energia di deformazione e la deformazione a rottura rispettivamente; e sia k_s che k_{bs} sono dipendenti dalla temperatura. Inoltre k_s è anche dipendente dal livello di deformazione. 60 °C è presa come la temperatura di riferimento. A 60 °C la relazione tra il coefficiente k_s e la deformazione è plottato in figura 22. Così, k_s può essere calcolato usando la seguente relazione:

$$k_s = a_1 \varepsilon^3 + a_2 \varepsilon^2 + a_3 \varepsilon + a_4$$

dove $a_1 = 0.54$; $a_2 = -4.19$; $a_3 = 8.16$; e $a_4 = 9.59$ a 60 °C.

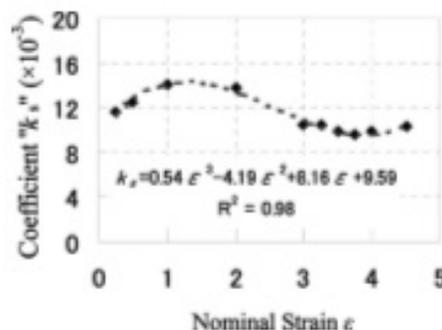


Figura 22 Relazione tra deformazione e k_s per NR (60°C)

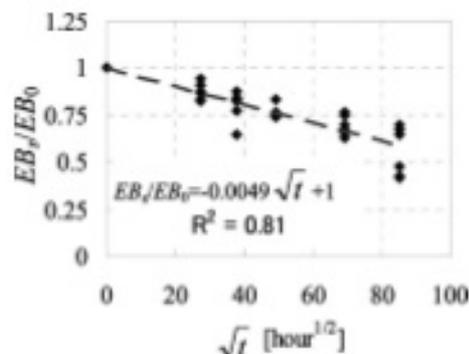


Figura 23 Dipendenza dal tempo della EB sulla superficie del blocco NR (60°C)

La riduzione di EB può essere stimata usando la relazione mostrata in fig. 23.

La variazione dell'energia di deformazione normalizzata ΔU_s e la variazione EB normalizzata ΔEB_s possono essere ottenute usando le seguenti equazioni:

$$\Delta U_s = \frac{U_s - U_0}{U_0} = \frac{U_s}{U_0} - 1$$

$$\Delta EB_s = \frac{EB_s - EB_0}{EB_0} = \frac{EB_s}{EB_0} - 1$$

2.1.2.3.3 Variazione delle proprietà nella regione esterna

È necessaria un'equazione semplice per esprimere la variazione della proprietà nella regione esterna, dalla superficie dell'isolatore fino alla profondità critica d^* . Dal modello del profilo dell'energia di deformazione in figura 19, si è assunto che la variazione dell'energia di deformazione $U(t)/U_0$ dovrebbe essere una funzione della posizione x . Le condizioni a contorno sono:

$$U(t)/U_0 = 1 + \Delta U_s \quad (x = 0 \text{ o } l)$$

$$U(t)/U_0 = 1 \quad (d^* \leq x \leq l - d^*)$$

$$dU(t)/dx = 0 \quad (x = d^* \text{ o } l - d^*)$$

dove $U(t)$ e U_0 = energia di deformazione al tempo t e allo stato iniziale, rispettivamente; ΔU_s = variazione dell'energia di deformazione normalizzata sulla

superficie dell'isolatore; e l = larghezza dell'isolatore. Per quanto riguarda la deformazione a rottura EB, le condizioni al contorno sono simili.

Se l'energia di deformazione normalizzata $U(t)/U_0$ e la deformazione a rottura normalizzata $EB(t)/EB_0$ sono assunte avere un andamento quadratico con la posizione, la funzione può essere espressa come segue:

$$\frac{U(t)}{U_0} = g_1x^2 + g_2x + g_3 \quad (2)$$

Considerando le condizioni al contorno, l'equazione (2) può essere scritta come:

$$\frac{U(t)}{U_0} = 1 + w\Delta U_s$$

$$\frac{EB(t)}{EB_0} = 1 + w\Delta EB_s$$

$$w = \begin{cases} \left(\frac{x-d^*}{d^*}\right)^2 & (0 \leq x \leq d^*) \\ 0 & (d^* \leq x \leq l-d^*) \\ \left(\frac{x-(l-d^*)}{d^*}\right)^2 & (l-d^* \leq x \leq l) \end{cases}$$

dove w = coefficiente correlato alla posizione x , la profondità critica d^* , e la larghezza l dell'isolatore elastomerico di un ponte.

Le proprietà del materiale a qualsiasi posizione all'interno di un isolatore in NR e a qualsiasi tempo di invecchiamento può essere predetto usando le equazioni sopra elencate. Basandosi sui risultati dei test a 60 °C, i coefficienti delle equazioni precedenti sono elencate nella tabella 5. L'unità di misura del tempo di invecchiamento è l'ora.

Table 2. Parameters of Aging Model for NR Bridge Bearing (60°C)

α (10^{-4} mm)	β (10^{-3} K $^{-1}$)	a_1	a_2	a_3	a_4	k_{BS} (10^{-3})
8.0	3.31	0.54	-4.19	8.16	9.59	-4.9

Tabella 5 Parametri per il modello di invecchiamento per isolatori in NR (60°C)

2.1.2.3.4 Applicazione del modello di invecchiamento

In pratica, la metodologia di Arrhenius è comunemente usata per correlare i risultati dell'invecchiamento accelerato con l'invecchiamento per condizioni di esercizio. Generalmente, l'ossidazione termica è assunta essere una reazione chimica di primo ordine per i materiali gommosi. Pertanto, il tempo di deterioramento in condizioni di esercizio può essere convertito in un tempo equivalente nelle prove di esposizione accelerate attraverso la seguente formula:

$$\ln\left(\frac{t_r}{t}\right) = \frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T}\right)$$

dove E_a = energia di attivazione della gomma; R = costante gassosa [= 8.314 J/mol K]; T indica la temperatura assoluta sotto condizioni di esercizio; T_r = temperatura assoluta dei test di ossidazione accelerata; t e t_r = tempo reale e tempo della prova, rispettivamente. L'energia di attivazione di NR è 9.49×10^4 J/mol.

2.2 Modello di invecchiamento della gomma ad alta capacità di smorzamento

2.2.1 Introduzione

La gomma è frequentemente usata nella produzione degli isolatori per le sue caratteristiche di elevata elasticità e grande deformazione a rottura. La gomma naturale non possiede un sufficiente smorzamento che è indispensabile per i sistemi di isolamento sismico. Di solito gli isolatori elastomerici sono usati insieme ad altri dispositivi di smorzamento. Allo scopo di aumentare l'energia dissipata da questi dispositivi, lo sviluppo nel campo della tecnologia della gomma ha portato ad una gomma con una nuova composizione chimica denominata gomma ad alto smorzamento (HDR). HDR possiede sia una buona flessibilità sia una buona capacità di dissipazione dell'energia. Quindi, gli isolatori prodotti con questo tipo di gomma permettono non solo un allungamento del periodo fondamentale della struttura, ma anche una diminuzione degli spostamenti della struttura. In genere, i dispositivi di isolamento con HDR, per le

caratteristiche della gomma, non hanno bisogno di essere accoppiati con smorzatori per raggiungere un determinato livello di protezione dal terremoto.

2.2.2 Test di invecchiamento accelerato

Come per la NR, sono stati eseguiti test di invecchiamento accelerato per la HDR per determinare come variano le proprietà della gomma all'interno dell'isolatore, essendo il fattore di degrado principale. I test condotti in laboratorio sono analoghi a quelli per la NR: le dimensioni del blocco di gomma, i tempi di invecchiamento e le temperature alle quali sono state eseguite le prove, la procedura per ricavare i campioni No. 3 dumbbell sono identiche a quanto visto nel paragrafo 2.1.2.1 per la gomma naturale.

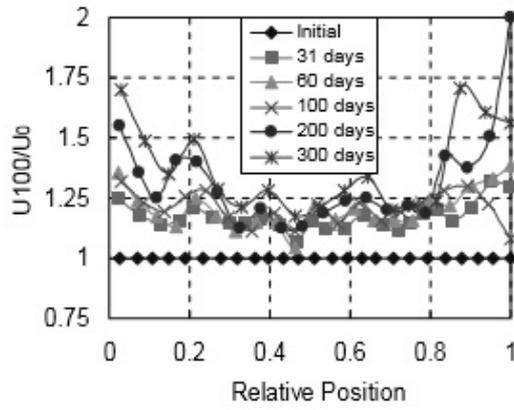
2.2.3 Risultati dei test

I profili U100/U0 ed EB/EB0 dei blocchi di gomma naturale sono mostrati in figura 2.11 e 2.12 rispettivamente. L'asse verticale in figura 24a mostra la variazione normalizzata di U100 con il valore iniziale, mentre la figura 24b è mostrata la variazione normalizzata di EB. Nelle figure 24a e 24b, ogni punto rappresenta il valore medio dei campioni ricavati dallo stesso foglio. L'asse orizzontale mostra la posizione relativa per quanto riguarda lo spessore del blocco NR. I valori 0 e 1 sull'asse corrispondono alla superficie superiore e alla superficie inferiore del blocco. Poiché la gomma invecchiata inibisce la penetrazione di ossigeno, i quattro campioni sono stati ricavati ad una distanza di almeno 25 mm dal bordo della lamina di gomma in modo tale che i campioni riflettano le variazioni di proprietà riscontrate solo lungo la direzione dello spessore. La deviazione standard di ogni gruppo dei quattro campioni è abbastanza piccola e di solito inferiore al 5 % del valore medio.

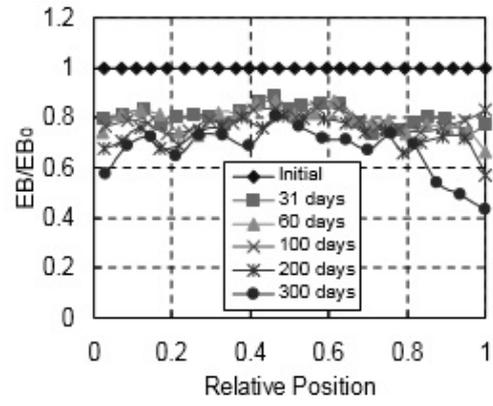
Come si può osservare dalle figure 24a e 24b, nella prima fase della prova, le proprietà del materiale cambiano quasi uniformemente sull'intera regione. La variazione delle proprietà della regione interna raggiunge subito uno stato di equilibrio e diventa stabile. Comunque, le proprietà in prossimità della superficie continuano a mutare nel tempo. Procedendo dalla superficie verso l'interno

dell'isolatore, le proprietà variano via via sempre meno verso un punto di equilibrio alla profondità critica. Come già detto, la profondità critica è quella profondità oltre la quale non si nota un deterioramento dato dall'ossidazione, infatti, le caratteristiche di degrado della HDR implicano che ci sono due fattori che influenzano l'invecchiamento della HDR: la "reazione spontanea" e l'ossidazione. Dato che l'ossidazione non può andare oltre la profondità critica, la regione interna è solo interessata dalla reazione spontanea che è dipendente dalla temperatura e si completa in un periodo relativamente breve. Comunque, nella regione esterna, dalla superficie fino alla profondità critica, la reazione spontanea e l'ossidazione influenzano la HDR contemporaneamente in un primo momento. Dopo che la reazione spontanea ha raggiunto uno stato stabile, solo l'ossidazione continua a deteriorare la gomma (sempre in riferimento alla regione esterna). La profondità critica è di circa 11.5 mm dalla superficie del blocco di gomma a 60 °C, 8.5 mm a 70 °C, e 6 mm a 80 °C.

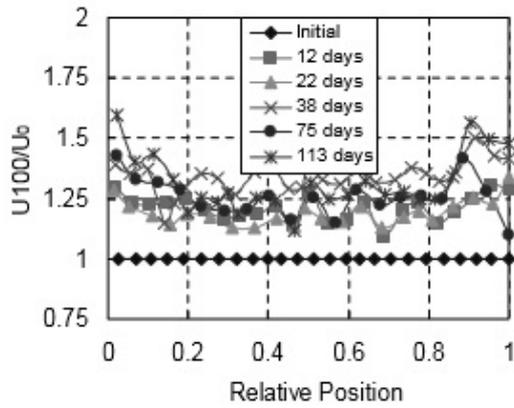
Dai risultati delle stesse prove sul blocco di NR, si trova che generalmente HDR e NR hanno una simile tendenza delle variazioni di proprietà. Sia il profilo di U100 sia il profilo di EB mostrano le caratteristiche di una diffusione limitata dell'ossigeno. Inizialmente il profilo è relativamente omogeneo, ma una forte eterogeneità si sviluppa con il tempo di invecchiamento come detto in precedenza. Comunque, a differenza della NR, la regione interna del blocco di HDR varia rapidamente, mentre la regione del blocco di NR non varia per niente. In altre parole, si può affermare che la HDR aggiunge al modello di invecchiamento della NR una fase iniziale di degrado interessante l'intero isolatore pressoché istantaneo. Ancora, trascorso lo stesso tempo di invecchiamento, la variazione della proprietà sulla superficie del blocco di NR è maggiore di quella per il blocco di HDR; questo significa che la gomma naturale è più vulnerabile all'ossidazione termica.



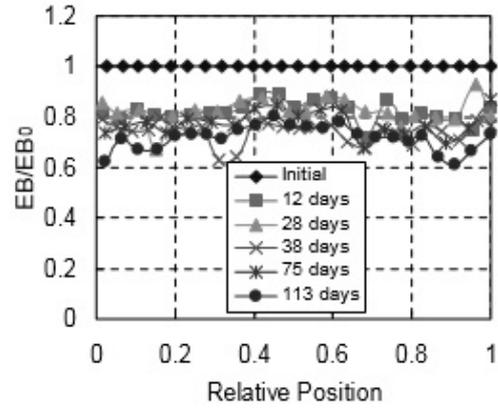
(a) 60°C



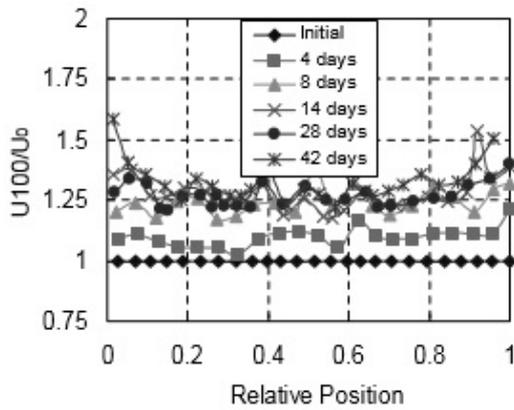
(a) 60°C



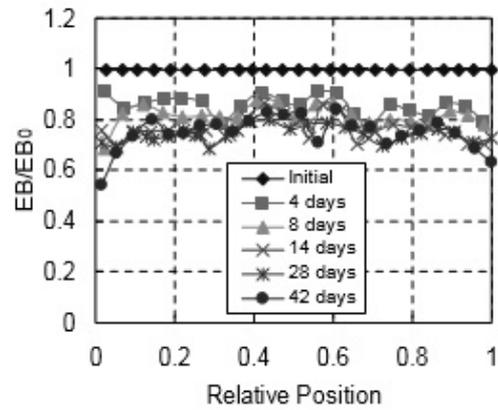
(b) 70°C



(b) 70°C



(c) 80°C



(c) 80°C

Figura 24 (a) Profilo U_{100}/U_0 per HDR

Figura 24 (b) Profilo EB/EB_0 per HDR

2.2.4 Modello di invecchiamento

Dai risultati delle prove di invecchiamento accelerato, un modello di degrado della gomma ad alto smorzamento può essere schematicamente espresso in figura 25. L'asse verticale U_{100}/U_0 indica la variazione relativa della proprietà,

che è il rapporto tra la proprietà U del materiale e il suo valore allo stato iniziale. L'asse orizzontale mostra la posizione relativa dentro il blocco di gomma. Come già detto, la regione interna oltre la profondità critica è influenzata principalmente dalla temperatura, e la relativa variazione di proprietà è ΔU_i . La regione esterna dalla superficie alla profondità critica d^* è influenzata sia dalla temperatura sia dall'ossidazione, e la proprietà cambia maggiormente vicino alla superficie. La variazione relativa della proprietà è rappresentata dal simbolo ΔU_s . Quando si procede verso l'interno del blocco, a causa della riduzione della quantità di ossigeno, l'effetto dell'ossidazione diventa più debole e anche la variazione di proprietà diminuisce. Una volta superata la profondità critica, il gradiente del profilo delle proprietà diventa zero.

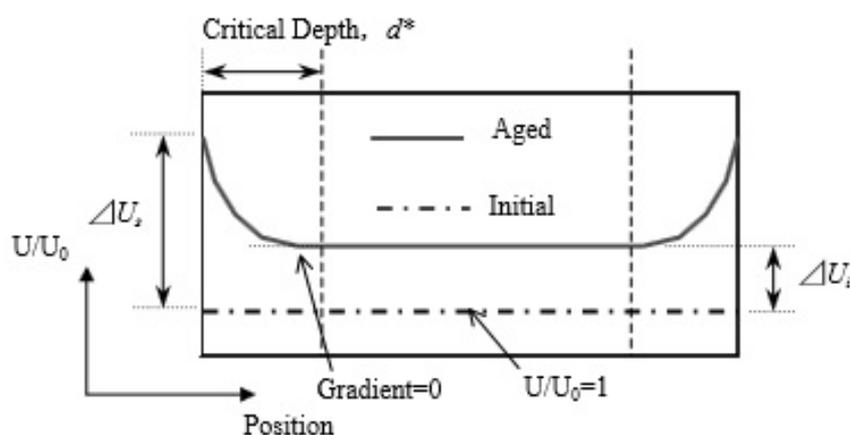


Figura 25 Modello di degrado del profilo di HDR

Dai risultati delle prove mostrate in figure 24a e 24b, si può dire che a temperature inferiori la profondità critica diventa maggiore, comunque la velocità di variazione delle proprietà sia per la regione interna sia per la regione esterna diventa più lenta.

2.2.4.1 Profondità critica

Come per la gomma naturale, anche per la HDR la profondità critica può essere espressa come una funzione esponenziale del reciproco della temperatura assoluta con la stessa espressione della NR. La si riporta per convenienza:

$$d^* = \alpha \exp\left(\frac{\beta}{T}\right)$$

dove d^* = profondità critica, T = temperatura assoluta, e α e β = coefficienti determinati dai test di invecchiamento accelerato.

La relazione esponenziale tra la profondità critica e la temperatura è mostrata in figura 26. In questa figura si è trovato che per la HDR $\alpha = 0.00012$ mm e $\beta = 3.82 \times 10^{-3}$.

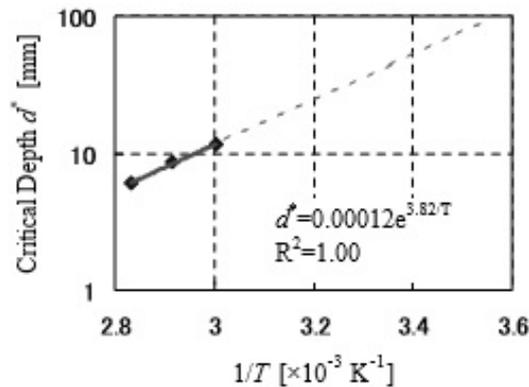


Figura 26 Relazione tra profondità critica e temperatura del blocco HDR

2.2.4.2 Variazione delle proprietà nella regione interna

I risultati dei test ad invecchiamento accelerato mostrano che la regione interna cambia in un tempo relativamente molto breve e si mantiene stabile. Le proprietà variano così rapidamente che la dipendenza dal tempo può essere trascurata. La variazione relativa dell'energia di deformazione nella regione interna è assunta essere una funzione esponenziale del reciproco della temperatura assoluta come segue:

$$\Delta U_i = A \exp\left(\frac{B}{T}\right)$$

dove ΔU_i è la variazione dell'energia di deformazione normalizzata della regione interna, T è la temperatura assoluta, e A e B sono dei coefficienti.

Si è trovato che i simboli A e B nell'equazione sopra esposta sono funzione della deformazione nominale. La dipendenza dalla deformazione di entrambi i coefficienti è mostrata in figura 27. Quindi, possono essere correlate approssimativamente usando le seguenti equazioni:

$$\ln A = b_1 \ln \varepsilon + b_2$$

$$B = c_1 \ln \varepsilon + c_2$$

dove ε è la deformazione nominale, i simboli b_1, b_2, c_1, c_2 sono coefficienti determinati dalle prove di invecchiamento.

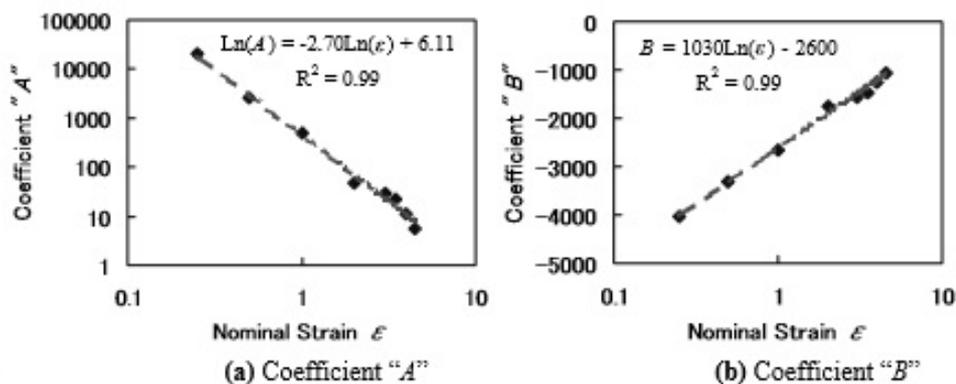


Figura 27 Relazione tra i coefficienti "A", "B" e la deformazione nominale

2.2.4.3 Variazione delle proprietà alla superficie del blocco NR

La variazione delle proprietà sulla superficie del blocco può essere ritenuta come combinazione dell'effetto della temperatura e dell'ossidazione. La temperatura non solo causa il cambio delle proprietà di HDR, ma anche accelera la reazione di ossidazione.

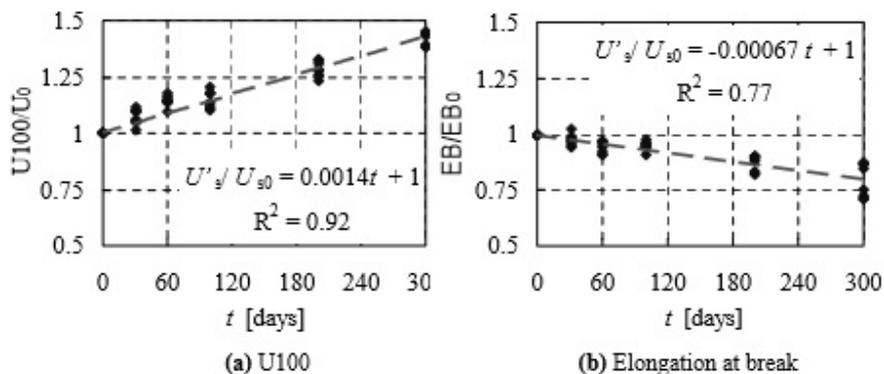


Figura 28 Dipendenza dal tempo delle proprietà sulla superficie del blocco NR

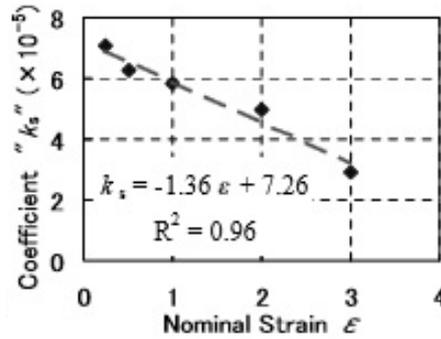


Figura 29 Relazione tra deformazione e coefficiente k_s

Le figure 28a e 28b mostrano la variazione relativa di U100 ed EB sulla superficie dell'isolatore con le variazioni delle proprietà escludendo il contributo dato dalla temperatura. A una fissata temperatura, le proprietà della gomma ad alto smorzamento esposta all'aria dipende dal tempo. Si è trovato che l'incremento di U100 e la riduzione di EB sono lineari con il tempo di invecchiamento. La dipendenza dal tempo può essere espressa dalla seguente equazione:

$$\frac{U'_s}{U_{s0}} = k_s \cdot t + 1$$

dove U'_s/U_{s0} è la variazione relativa dell'energia di deformazione alla superficie dell'isolatore elastomerico dovuto alla sola ossidazione, k_s è un coefficiente e t è il tempo di deterioramento.

La variazione relativa delle proprietà sulla superficie dell'isolatore dipende anche dalla deformazione. La relazione tra il coefficiente k_s e la deformazione nominale ϵ è rappresentata in figura 29, e la seguente equazione può essere ottenuta:

$$k_s = a_1 \cdot \epsilon + a_2$$

dove a_1 , a_2 sono dei coefficienti determinati dalle prove sperimentali.

Dal momento che la variazione normalizzata della proprietà ΔU_s sulla superficie dell'isolatore è influenzato dall'effetto del degrado dovuto sia alla temperatura sia all'ossidazione, si ottiene la seguente espressione:

$$\Delta U_s = (1 + k_s \cdot t) \cdot (1 + \Delta U_i) - 1$$

2.2.4.4 Variazione delle proprietà nella regione esterna

Come per la NR, si vuole esprimere la variazione della proprietà nella regione esterna, dalla superficie dell'isolatore fino alla profondità critica d^* , mediante un'equazione semplice. Dal modello del profilo dell'energia di deformazione in fig. 25, si è assunto che la variazione dell'energia di deformazione $U(t)/U_0$ dovrebbe essere una funzione della posizione x . Le condizioni al contorno sono:

$$U(t)/U_0 = 1 + \Delta U_s \quad (x = 0 \text{ o } l)$$

$$U(t)/U_0 = 1 + \Delta U_i \quad (d^* \leq x \leq l - d^*)$$

$$dU(t)/dx = 0 \quad (x = d^* \text{ o } l - d^*)$$

dove $U(t)$ e U_0 sono le proprietà al tempo t e allo stato iniziale, rispettivamente; ΔU_i e ΔU_s sono le variazioni delle relative proprietà della regione interna e della superficie dell'isolatore rispettivamente; e l = larghezza dell'isolatore.

Se la variazione della proprietà $U(t)/U_0$ è assunta avere un andamento quadratico con la posizione, la funzione può essere espressa come segue:

$$\frac{U(t)}{U_0} = g_1 x^2 + g_2 x + g_3 \quad (3)$$

Considerando le condizioni al contorno, l'equazione (3) può essere scritta come:

$$\frac{U(t)}{U_0} = 1 + [w\Delta U_s + (1 - w)\Delta U_i]$$

$$w = \begin{cases} \left(\frac{x - d^*}{d^*}\right)^2 & (0 \leq x \leq d^*) \\ 0 & (d^* \leq x \leq l - d^*) \\ \left(\frac{x - (l - d^*)}{d^*}\right)^2 & (l - d^* \leq x \leq l) \end{cases}$$

dove w = coefficiente correlato alla posizione x , la profondità critica d^* , e la larghezza l dell'isolatore elastomerico.

Le proprietà del materiale a qualsiasi posizione all'interno di un isolatore in HDR e a qualsiasi tempo di invecchiamento può essere predetto usando le equazioni sopra esposte. Basandosi sui risultati dei test a 60 °C, i coefficienti delle

equazioni precedenti sono elencate nella tabella 6. L'unità di misura del tempo di invecchiamento è l'ora.

α [10 ⁻⁴ mm]	β [10 ⁻³ K ⁻¹]	a_1 [10 ⁻⁵]	a_2 [10 ⁻⁵]	b_1	b_2	c_1 [10 ³]	c_2 [10 ³]	k_{da}^* [10 ⁻⁵]	ΔEB_i^{**}
1.21	3.82	-1.36	7.26	-2.70	6.11	1.03	-2.60	-2.79	-0.20

Tabella 6 Parametri per il modello di invecchiamento per isolatori in NR (60°C)

2.2.4.5 Applicazione del modello di invecchiamento

Come per la gomma natura, anche per la HDR si usa la metodologia di Arrhenius per correlare i risultati dell'invecchiamento accelerato con l'invecchiamento per condizioni di esercizio in quanto nelle prove di ossidazione termica la temperatura applicata è molto più alta rispetto alle condizioni ambientali reali. Si riporta per convenienza la formula di Arrhenius:

$$\ln\left(\frac{t_r}{t}\right) = \frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T}\right)$$

dove E_a = energia di attivazione della gomma; R = costante gassosa [= 8.314 J/mol K]; T indica la temperatura assoluta sotto condizioni di esercizio; T_r = temperatura assoluta dei test di ossidazione accelerata; t e t_r = tempo reale e tempo della prova, rispettivamente. L'energia di attivazione di HDR E_a è di circa 9.04×10^4 J/mol.

2.3 Performance dell'isolatore degradato in NR

Itoh e al. svilupparono un modello di deterioramento degli isolatori in gomma naturale per stimare il profilo delle proprietà in un isolatore invecchiato. Il modello è convalidato dai risultati e simulazioni delle prove di invecchiamento accelerato. Usando questo modello, possono essere stimate le proprietà del materiale per qualsiasi punto del dispositivo di isolamento a qualsiasi temperatura e a qualsiasi tempo di invecchiamento. Come già detto, nelle prove di invecchiamento accelerato, la temperatura è molto più alta della temperatura nelle reali condizioni

di esercizio perché le alte temperature possono accelerare il degrado dei materiali. Quindi, usando la metodologia di Arrhenius, i risultati dell'invecchiamento accelerato possono essere correlati con l'invecchiamento sotto condizioni di esercizio. La performance dell'isolatore in gomma naturale degradata è stata valutata eseguendo un'analisi agli elementi finiti sul dispositivo stesso. Volendo considerare l'effetto dell'invecchiamento di 100 anni, si è assunto nell'analisi un tempo di 20, 40, 60, 80, e 100 anni alle temperature di 5 °C, 10 °C, 15 °C, 20 °C e 25 °C. Allo scopo di ottenere la rigidezza a taglio del dispositivo di isolamento, il modello FEM è stato analizzato simulando le condizioni mostrate in figura 30. Una forza verticale costante è caricata sul piatto superiore dell'isolatore mantenendo i piatti superiore e inferiore orizzontali. Gli spostamenti nodali sono vincolati a ± 166.3 mm che corrispondono a una deformazione a taglio di ± 175 %. Sono stati eseguiti due cicli sinusoidali a una frequenza di 0.5 Hz.

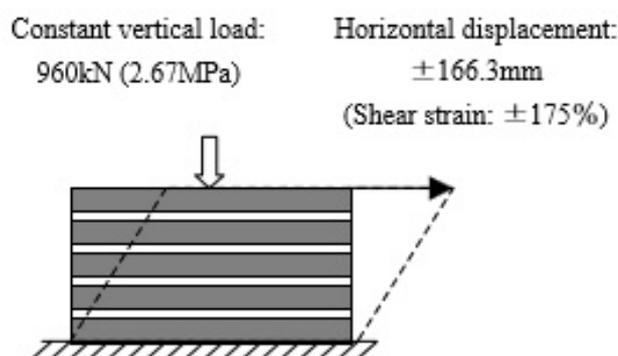


Figura 30 Condizioni di carico dell'analisi FEM

2.3.1 Risultati dell'analisi FEM

Dai cicli isteretici ottenuti dall'analisi agli elementi finiti, sono stati determinati la rigidezza orizzontale equivalente. Sono stati esaminati come il tempo e la temperatura influenzano le performance dell'isolatore.

La figura 31 mostra la dipendenza dal tempo della rigidezza orizzontale equivalente di un isolatore a pianta quadrata di 600 mm. I valori sono stati normalizzati al valore iniziale. Nella figura 31, generalmente la rigidezza orizzontale equivalente aumenta col tempo, e aumenta più velocemente durante

il primo periodo di impiego. Dopo, si nota ancora l'incremento, ma con una velocità un po' inferiore. Dopo 100 anni, la rigidezza equivalente aumenta quasi del 20 % a 25 °C. La figura 32 mostra la dipendenza dalla temperatura della rigidezza orizzontale equivalente. È chiaro che aumenta maggiormente a temperature più elevate. Comunque l'effetto della temperatura è piccolo quando è sotto i 10 °C.

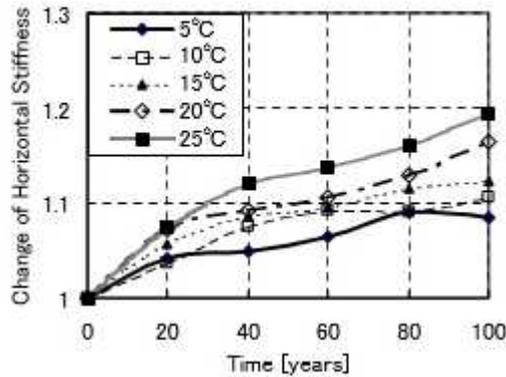


Figura 31 Dipendenza dal tempo delle performance dell'isolatore NR (600x600 mm)

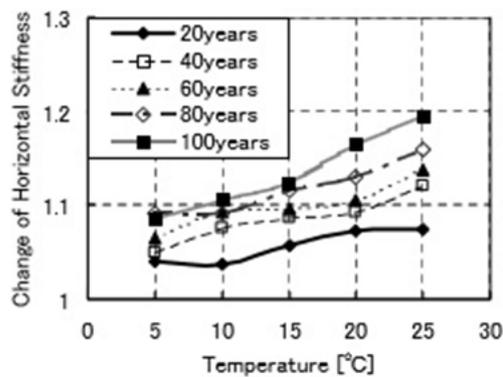


Figura 32 Dipendenza dalla temperatura delle performance dell'isolatore NR (600x600)

2.3.2 Determinazione della rigidezza laterale equivalente del dispositivo di isolamento

Basandosi sugli studi menzionati precedentemente, la dipendenza dal tempo e dalla temperatura della rigidezza laterale equivalente è stata stimata qualitativamente così come l'effetto di scala. Allo scopo di prevedere

opportunamente le performance future del dispositivo di isolamento in gomma naturale, è stata derivata una formula di progetto semplice come segue.

La rigidezza orizzontale equivalente K_h del dispositivo in gomma può essere calcolata usando la seguente equazione:

$$K_h = \frac{GA}{nt_r}$$

dove G è il modulo di taglio del materiale in gomma, A è l'area efficace che sostiene la sovrastruttura, n è il numero degli strati di gomma, t_r è lo spessore dello strato di gomma.

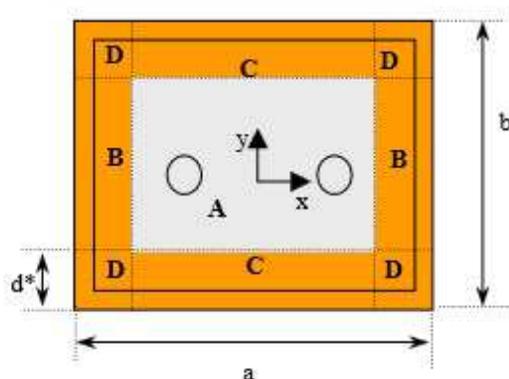


Figura 33 Pianta dell'isolatore elastomerico invecchiato

Dovuto all'effetto di invecchiamento non uniforme, anche il modulo tagliante varia secondo la posizione relativa nell'isolatore. Pertanto, la rigidezza laterale equivalente di un isolatore elastomerico invecchiato può essere espressa dalla seguente equazione:

$$K_h = \frac{Q}{nt_r}$$

dove

$$Q = \int GdA = G_0 \int f(x, y)dA$$

e G_0 e G sono i moduli di taglio prima e dopo l'invecchiamento, rispettivamente. $f(x, y)$ è la funzione che esprime la variazione del modulo tagliante a qualsiasi posizione (x, y) . Una sezione di un dispositivo di isolamento rettangolare è mostrata in figura 33 con un lato lungo a e l'altro largo b . La profondità critica è d^* . La sezione trasversale dell'isolatore può essere divisa in quattro regioni A, B, C e D come in figura 34.

Nella regione A, non si ha nessuna variazione di proprietà, quindi $f(x, y) = 1$. Q si esprime in questa maniera:

$$Q_A = G_0(a - 2d^*)(b - 2d^*)$$

dove Q_A è il contributo della regione A in Q .

Nelle regioni B e C, si assume la variazione delle proprietà solo lungo la direzione x per C e in direzione y per B. Se si assume una variazione quadratica di $U(t)$ in x , per $x > 0$ in B, la f si esprime così:

$$f = f(x) = 1 + w_x \Delta f_s$$

$$w_x = \left(\frac{x - (a/2 - d^*)}{d^*} \right)^2$$

dove Δf_s è la variazione della rigidezza alla superficie dell'isolatore. In modo analogo viene sviluppata l'espressione di f per $y > 0$ in C. Con le espressioni suddette, facendo il calcolo dell'integrale si ha:

$$Q_B + Q_C = 2G_0 d^* (a + b - 4d^*) \left(1 + \frac{1}{3} \Delta f_s \right)$$

La regione D subisce un invecchiamento maggiore rispetto alle altre regioni esterne B e C in quanto si ha una variazione delle proprietà sia lungo la direzione x sia lungo la direzione y . Poiché le superficie interessate sono gli angoli della sezione rettangolare dell'isolatore, gli effetti del "doppio" invecchiamento sulla rigidezza orizzontale equivalente dell'intero isolatore sono piccoli. Quindi si assume che: se $x > y$ la f varia soltanto nella direzione x ; se $y > x$ la f varia soltanto lungo la direzione y . Inoltre, i valori coincidono per $x = y$. La figura esprime schematicamente la distribuzione della funzione f secondo le ipotesi

suddette. In questo caso, se facciamo l'integrazione della formula per la regione D, possiamo ottenere la seguente espressione:

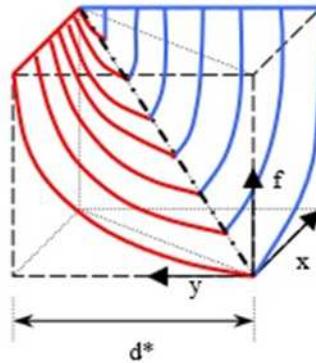


Figura 34 Andamento di f nella regione D

In conclusione, si esprime nella seguente maniera:

Quindi, il rapporto tra le rigidezze laterali equivalenti dopo e prima l'invecchiamento è:

—

La relazione tra e il tempo della durata della prova di invecchiamento a 60 °C è mostrata in figura 35. I punti nella figura 35 sono stati determinati dall'analisi agli elementi finiti discussa nel paragrafo precedente. è stata trovata essere una funzione non lineare del tempo di esecuzione della prova di invecchiamento. L'espressione è la seguente:

Ovviamente il tempo corrispondente a Δf_s a qualsiasi temperatura è stato convertito nel tempo di invecchiamento equivalente alla temperatura di riferimento usando l'equazione di Arrhenius.

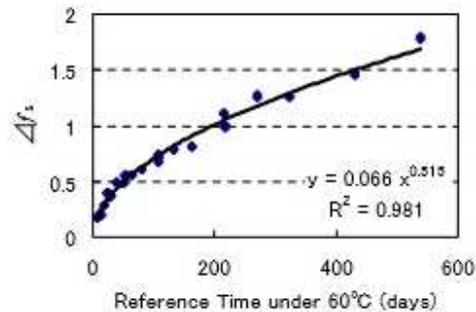


Figura 35 Dipendenza dal tempo di Δf_s

2.4 Performance dell'isolatore degradato in HDR

Per valutare le performance dell'isolatore in gomma ad alte prestazioni, si è eseguita un'analisi agli elementi finiti come per il dispositivo in gomma naturale a partire dal modello del profilo di invecchiamento proposto al paragrafo 2.2.4. Anche per questo tipo di isolatore, le simulazioni sono state eseguite per tempi di invecchiamento reali di 20, 40, 60, 80 e 100 anni alle temperature di invecchiamento reali di 5 °C, 10 °C, 15°C, 20°C e 25°C. Sempre con lo scopo di valutare la rigidezza laterale equivalente, anche in questo caso le condizioni di carico sono rappresentate dalla figura 30 con una deformazione tagliante massima del 175 % e una frequenza di carico pari a 0.5 Hz.

2.4.1 Risultati dell'analisi FEM

Dai cicli isteretici ottenuti dall'analisi agli elementi finiti, sono stati determinati la rigidezza orizzontale equivalente. Sono stati esaminati come il tempo e la temperatura influenzano le performance dell'isolatore.

La figura 36 mostra la dipendenza dal tempo della rigidezza orizzontale equivalente di un isolatore a pianta quadrata di 600 mm. I valori sono stati normalizzati al valore iniziale. Nella figura 36, generalmente la rigidezza

orizzontale equivalente aumenta col tempo, e aumenta più velocemente durante il primo periodo di impiego. Dopo, la velocità di incremento rallenta notevolmente. Dopo 100 anni, la rigidezza equivalente aumenta più del 20 % a 25 °C. La figura 37 mostra la dipendenza dalla temperatura della rigidezza orizzontale equivalente. È chiaro che aumenta maggiormente a temperature più elevate. Comunque l'effetto della temperatura è piccolo quando è sotto i 10 °C.

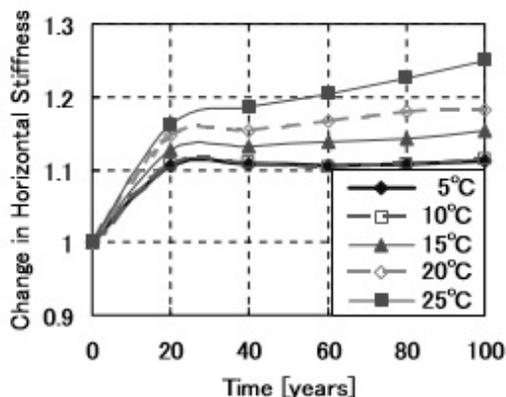


Figura 36 Dipendenza dal tempo delle performance dell'isolatore NR (600x600 mm)

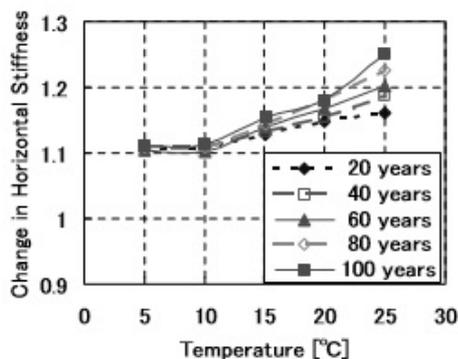


Figura 37 Dipendenza dalla temperatura delle performance dell'isolatore NR (600x600)

2.4.2 Determinazione della rigidezza laterale equivalente del dispositivo di isolamento

La previsione delle performance degli isolatori in gomma ad alta capacità di smorzamento viene fatta analogamente a quanto visto per gli isolatori in gomma naturale. Quindi, per l'effetto di invecchiamento non uniforme, le equazioni che determinano la rigidezza laterale equivalente sono ancora le

$K_h = \frac{Q}{nt_r}$ e $Q = \int GdA = G_0 \int f(x,y)dA$. In questo caso però la funzione $f(x,y)$ dell'integrale dell'equazione al paragrafo 2.3.2 assume una forma diversa per un processo di invecchiamento della HDR differente dalla NR come spiegato nei paragrafi precedenti. Il risultato finale sarà quindi diverso. In particolare, la formula di progetto semplice per il calcolo delle prestazioni dell'isolatore in HDR viene derivata sulla base delle formule ricavate per gli isolatori in NR. Ancora una volta la pianta rettangolare del dispositivo antisismico viene suddivisa in quattro regioni come in figura 33.

Come discusso nel paragrafo 2.2, la reazione spontanea si verifica molto presto nel processo di invecchiamento e le proprietà del materiale cambiano uniformemente in tutto l'isolatore in breve tempo. All'equazione di pag. 68, quindi, si deve aggiungere un termine che tenga conto di questo aspetto. Pertanto, l'equazione per il calcolo di Q del dispositivo invecchiato è:

$$Q = G_0[(a - 2d^*)(b - 2d^*) + 2d^*(a + b - 4d^*)(1 + \Delta f_s/3) + 4d^{*2}(1 + \Delta f_s/2)](1 + \Delta f_i)$$

e la variazione di rigidezza equivalente può essere espressa come segue:

$$\frac{K_h}{K_{h0}} = Q/(Gab) = (1 + k_s \Delta f_s)(1 + \Delta f_i)$$

$$k_s = 2d^*(a + b - d^*)/(3ab)$$

dove Δf_i è la variazione del modulo di taglio nell'intero isolatore in HDR dovuto alla reazione spontanea e Δf_s è la variazione del modulo di taglio dell'isolatore in HDR dovuto all'ossidazione come una frazione del modulo di taglio iniziale. Dato che il grado di invecchiamento dovuto alla reazione spontanea è dipendente solo dalla temperatura, la relazione tra Δf_i e la temperatura è mostrata in figura 38. I dati in figura 38 derivano dall'analisi agli elementi finiti discussa nel precedente paragrafo. E' stato trovato che Δf_i è una funzione esponenziale dell'inverso della temperatura assoluta :

$$\Delta f_i = 88.4 \exp\left(\frac{-1887.2}{T}\right)$$

è stata trovata essere una funzione lineare del tempo di invecchiamento equivalente (la durata della prova dell'invecchiamento accelerato) alla temperatura di riferimento come mostra la figura 39. L'espressione è la seguente:

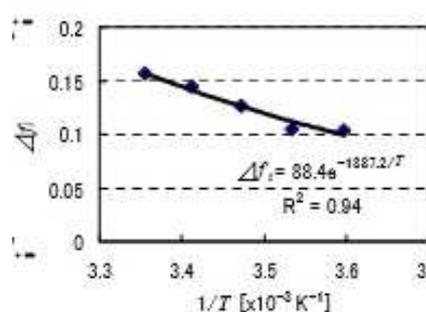


Figura 38 Dipendenza di Δf_i dalla temperatura

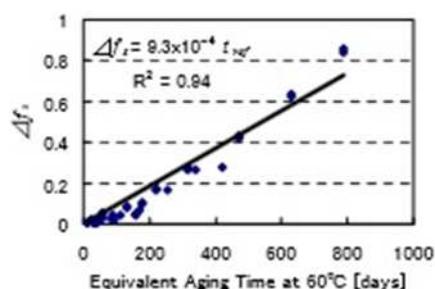


Figura 39 Dipendenza di Δf_s dal tempo

2.5 Estensione dei modelli d'invecchiamento all'isolatore elastomerico a pianta circolare

I modelli di invecchiamento degli isolatore elastomerici descritti ai paragrafi precedenti valgono per i dispositivi che hanno una sezione di tipo rettangolare, una figura geometrica poco utilizzato nella produzione di questi. Infatti, la "FIP industriale", azienda leader nella produzione di dispositivi antisismici a livello nazionale ma anche mondiale, produce isolatori a pianta circolare. Per questo motivo si è voluto valutare le performance di un isolatore avente sezione circolare a partire dalle ipotesi del modello suddetto.

Si consideri innanzitutto il caso di isolatore elastomerico in gomma naturale.

Viene considerata una sezione circolare. Come per il caso della sezione rettangolare, si è divisa la sezione in regioni. In questo caso le regioni sono solo due in quanto non ho regioni d'angolo dove si verificherebbero una sovrapposizione del profilo di invecchiamento (infatti, data la geometria della pianta, il profilo di invecchiamento viene applicato al diametro).

Il passo successivo è determinare la grandezza:

$$Q = \int G dA = G_0 \int f(r, \vartheta) dA$$

Questa formula si differenzia dalla sua analoga per i parametri dai quali dipende la funzione f per la scelta di usare un sistema di riferimento polare

Nella regione interna il valore di f è unitario. Q si esprime in questa maniera:

$$Q_{int} = 2\pi G_0 (R - d^*)$$

dove Q_{int} è il contributo della regione interna in Q , R è il raggio della sezione circolare.

Nella regione esterna il valore di f è definito come segue:

$$f = f(r) = 1 + w_r \Delta f_s$$

$$w_r = \left(\frac{r - (R - d^*)}{d^*} \right)^2$$

dove R è il raggio della sezione circolare. Q si esprime in questa maniera:

$$Q_{est} = 2\pi G_0 d^* + 2\pi G_0 \frac{\Delta f_s}{3} d^*$$

Il contributo totale risulta quindi:

$$Q = Q_{int} + Q_{est} = 2\pi G_0 \left(R + \frac{d^*}{3} \Delta f_s \right)$$

Quindi, il rapporto tra le rigidzze laterali equivalenti dopo e prima l'invecchiamento è:

$$\frac{K_h}{K_{h0}} = Q/(Gab) = 1 + k_s \Delta f_s$$

$$k_s = \frac{d^*}{3R}$$

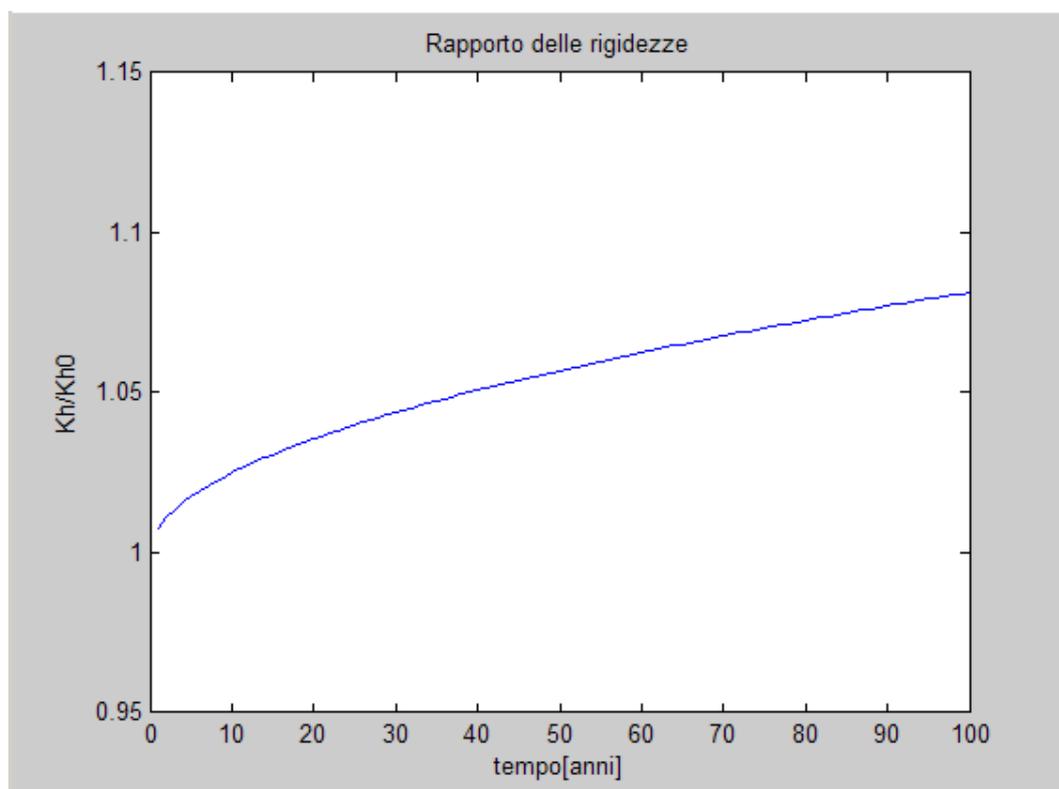
Le grandezze sono definite come ai paragrafi precedenti.

Si nota come la differenza tra la sezione rettangolare e la sezione circolare stia nella definizione del parametro k_s .

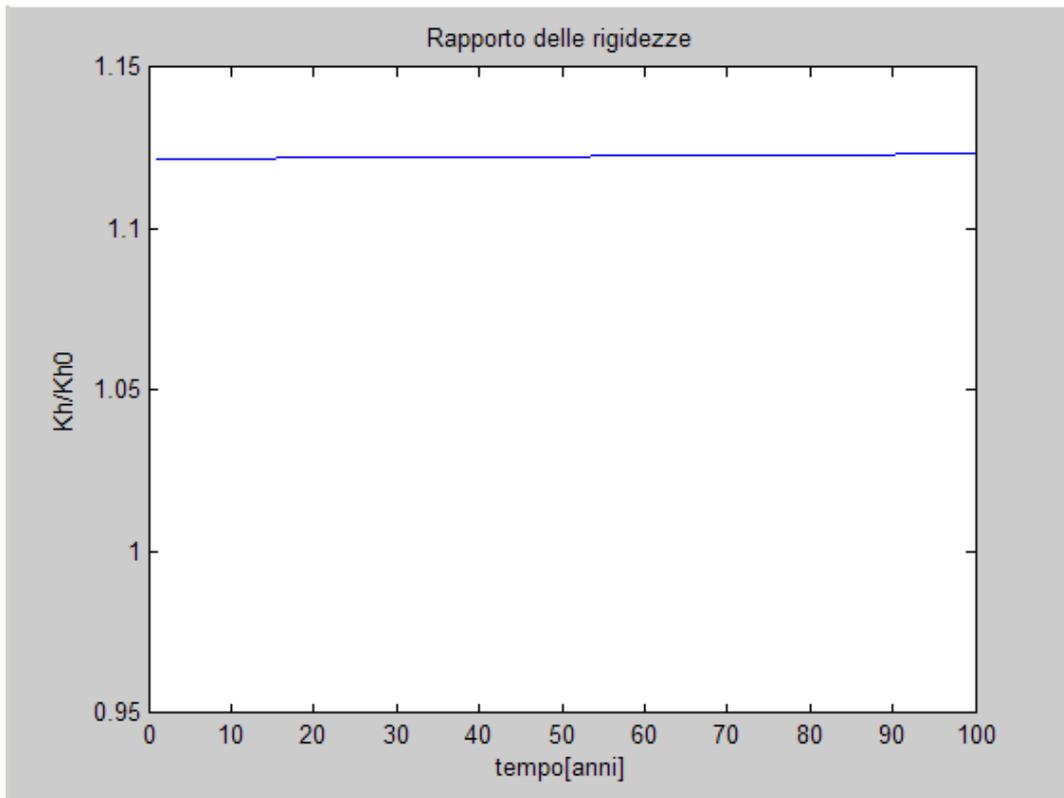
Per il caso di isolatore elastomerico in gomma ad alta capacità di smorzamento basta quindi sostituire la formula di k_s opportuna.

Di seguito vengono rappresentate le curve che rappresentano l'andamento del rapporto di rigidezze per l'isolatore oggetto di studio nei capitoli successivi per una temperatura media annua di 13.3 °C (condizione del caso studio che si analizzerà successivamente) avente diametro pari a 700 mm.

Per il dispositivo di isolamento sismico in NR si ha:



Per il dispositivo di isolamento sismico in HDR si ha:



SIMULAZIONI

Nel capitolo precedente si sono presentati i modelli di invecchiamento per la gomma naturale e per la gomma ad alte capacità di smorzamento. Questi modelli presi dalla letteratura hanno un'impostazione deterministica assumendo una temperatura media annua, quindi fissa.

In questo lavoro di tesi, si è voluto apportare un miglioramento del modello deterministico andando a considerare una variazione di temperatura nel tempo. Per far ciò si sono eseguite analisi di due tipi:

- Simulazione Monte Carlo;
- Catene di Markov.

3.1 Simulazione Monte Carlo

La simulazione Monte Carlo è un metodo numerico basato su procedimenti probabilistici, usato in statistica per la risoluzione di problemi di varia natura, che presentano difficoltà analitiche non altrimenti o difficilmente superabili.

Concettualmente il metodo si basa sulla possibilità di eseguire, utilizzando numeri estratti a caso (numeri casuali), un campionamento di una distribuzione di probabilità assegnata, $F(X)$; ossia sulla possibilità di generare una sequenza di eventi $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$, distribuiti secondo la $F(X)$. In pratica, invece di servirsi di un campione di numeri effettivamente estratti a caso, si ricorre a una sequenza di numeri ottenuti con un processo iterativo ben determinato; tali numeri vengono

detti pseudo-casuali giacché, pur non essendo casuali, hanno proprietà statistiche analoghe a quelle dei veri numeri casuali. Al metodo Monte Carlo sono riconducibili molti metodi di simulazione, che mirano alla determinazione dei parametri tipici dei fenomeni complessi a carattere aleatorio.

Nel caso in esame, la variabile aleatoria è data dalla temperatura. Per poter eseguire la simulazione Monte Carlo si deve prima assegnare una distribuzione di probabilità alla temperatura. Si deve quindi eseguire un'analisi statistica sulle temperature registrate.

3.1.1 Analisi delle temperature

Un'analisi statistica si è eseguita su dati registrati delle temperature. Sul sito www.ilmeteo.it è disponibile l'archivio meteo di tutti i paesi d'Italia dall'anno 1973 ad oggi. In questo archivio sono elencate per ogni giorno la temperatura massima, la temperatura minima, la temperatura media, la velocità del vento, la precipitazione e altri dati ancora. Si sono prese in considerazione le temperature medie giornaliere di tutti i mesi e di tutti gli anni a partire dal 1973 al 2013. Si hanno quindi ben 41 anni di osservazioni per un totale di circa 14965 dati (il calcolo è dato dal numero degli anni moltiplicato per il numero di giorni in un anno, cioè 365; il calcolo approssimativo in quanto non si è contato il giorno bisesto). A partire da questi dati si sono determinate le temperature medie e le relative deviazioni standard.

Le temperature medie (e relative deviazioni standard) di interesse sono:

- Temperatura media annuale;
- Temperatura media invernale;
- Temperatura media primaverile;
- Temperatura media estiva;
- Temperatura media autunnale.

Per determinare la temperatura media annua si è prima calcolata la media delle temperature giornaliere per ogni anno. Successivamente si è calcolata la media e la deviazione standard delle medie delle temperature dei 41 anni.

Analogamente, le temperature medie stagionali sono state determinate calcolando la media delle temperature di ogni stagione di ogni anno e poi si sono calcolate la media e la deviazione standard delle medie delle temperature delle stagioni dei 41 anni.

Dall'analisi statistica sopra descritta, si sono ricavati i seguenti risultati:

- Temperatura media annua = 13.3 °C con dev.st = 0.831;
- Temperatura media invernale = 4.1 °C con dev.st = 1.187;
- Temperatura media primaverile = 15.9 °C con dev.st = 1.151;
- Temperatura media estiva = 23.3 °C con dev.st = 1.323;
- Temperatura media autunnale = 9.5 °C con dev.st = 1.163;

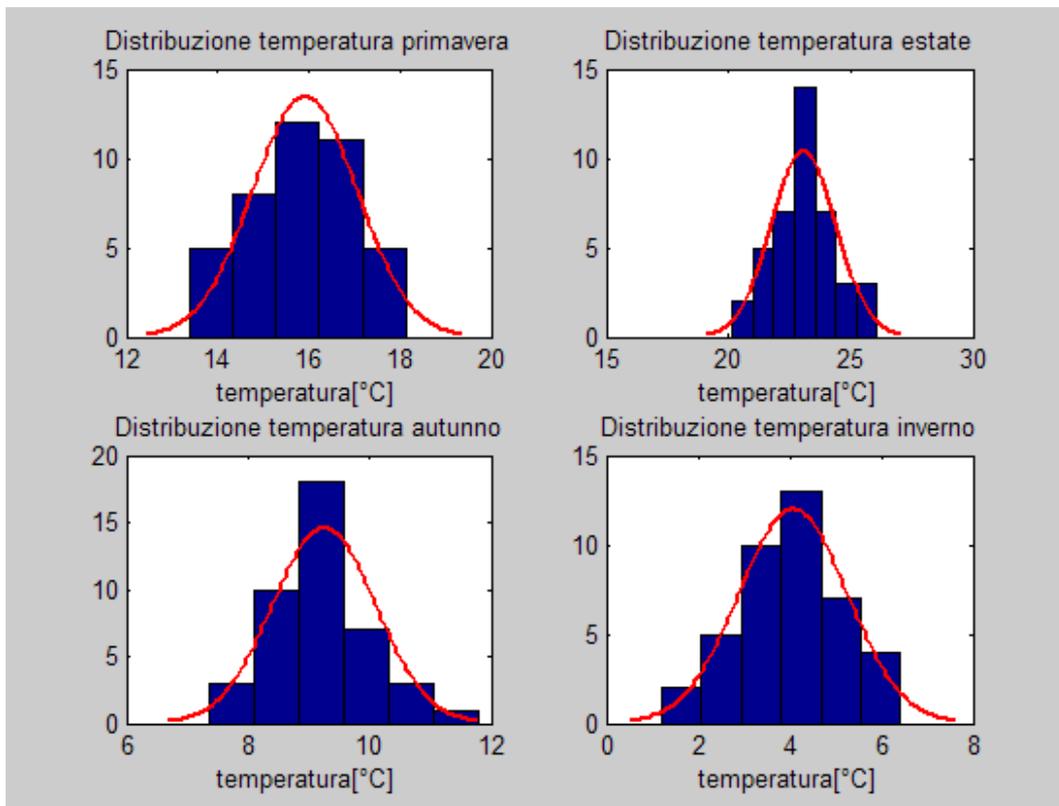


Figura 40 distribuzione delle temperature medie stagionali

Oltre a determinare le medie e le deviazioni standard che caratterizzano una distribuzione, si deve capire la distribuzione stessa della temperatura. A tale scopo si è costruito un istogramma. In ascissa sono rappresentati gli intervalli di temperatura, mentre l'ordinata rappresenta il numero delle temperature che cadono all'interno dell'intervallo. Ipotizzando che la temperatura assumesse una distribuzione normale, si è eseguito un fit dell'istogramma, cioè si è cercato di adattare una distribuzione di tipo normale al grafico ottenuto. Questo procedimento è stato eseguito con MATLAB. Nella libreria di questo software esiste la funzione "histfit" che permette di compiere questo step in modo automatico una volta assegnati il vettore contenente i dati che si vogliono graficare, il numero di intervalli con cui si vuole suddividere l'asse delle ascisse o, in alternativa, il vettore contenente i valori degli estremi degli intervalli. Il procedimento è stato eseguito per tutte le temperature medie, annua e stagionali. Di seguito si riportano i grafici ottenuti.

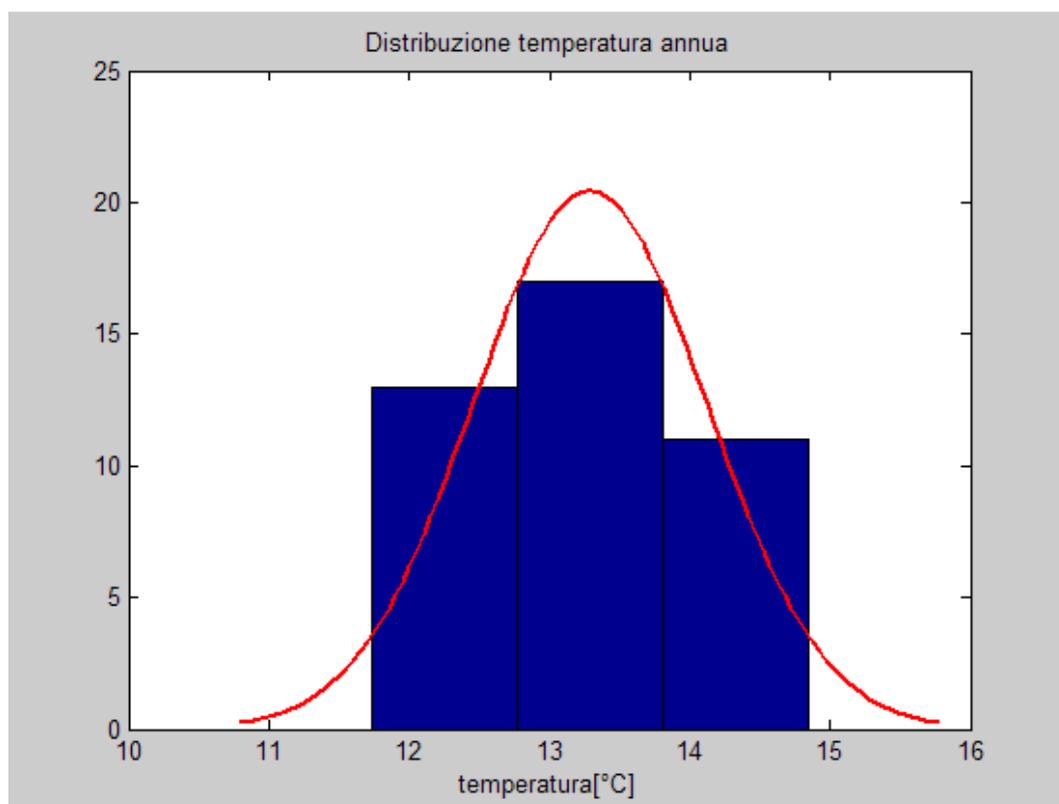


Figura 41 distribuzione della temperatura media annuale

Come si può notare dalle figure 40 e 41, le temperature medie annua e stagionali assumono una distribuzione pressoché normale. La scarsità dei dati (41, anche se 41 anni di osservazioni non sono pochi) non permette una visualizzazione ottimale della distribuzione delle temperature.

Una volta validata l'ipotesi assunta per la distribuzione delle temperature, si entra nel vivo della simulazione Monte Carlo.

Nell'analisi delle temperature si sono distinti due casi: una variazione annuale e una variazione stagionale. Questo perché si vuole che la temperatura spazii valori alti tipici dell'estate e valori bassi tipici dell'inverno in quanto il degrado della gomma è maggiore per alte temperature e minore a basse temperature a parità di esposizione. A tale fine si sono considerate due tipi di simulazioni Monte Carlo:

- Simulazione Monte Carlo annua;
- Simulazione Monte Carlo stagionale.

3.3 Simulazione Monte Carlo annua

La simulazione Monte Carlo annua è stata eseguita con il programma di calcolo MATLAB. Come la simulazione prevede, si sono estratti valori casuali della temperatura media annua dalla distribuzione normale per poi inserire tali valori nelle formule che descrivono i modelli di invecchiamento dell'isolatore elastomerico descritti al capitolo 2 sia per la gomma naturale sia per la gomma ad alta capacità di smorzamento. Da questo momento in poi, per la descrizione della simulazione si farà riferimento a un solo tipo di isolatore in quanto, come si è visto allo stesso paragrafo, si ha una formula in più nel secondo caso rispetto al primo e sono diversi i coefficienti tarati sulla base degli esperimenti condotti per ovvie ragioni. Ancora, non sarà specificato se l'isolatore abbia una sezione rettangolare piuttosto che una sezione circolare. Anche in questo caso, la differenza sta solo nella formula che esprime il coefficiente k_s : se si sceglie di trattare un isolatore a pianta rettangolare, si esprime k_s con l'equazione $k_s = 2d^*(a + b - d^*)/(3ab)$, in caso contrario si userà l'equazione $k_s = \frac{d^*}{3R}$.

MATLAB dispone di funzioni che permettono di estrarre numeri casuali secondo una distribuzione prescelta. Tale funzione si chiama “random”. Questa funzione vuole come input il nome del tipo di distribuzione considerata (“norm” nel caso in esame), media e deviazione standard e restituisce in output un numero. In alternativa, la funzione “normrnd” restituisce un valore casuale che segue la distribuzione normale specificando la media e la deviazione standard (un modo del tutto equivalente al primo, ma più rapido nella scrittura). Dai valori di temperatura così ottenuti, la si inserisce nel modello per ottenere il rapporto di rigidezze e la rigidezza laterale dell’isolatore considerato. Oltre alla temperatura, sono richieste le dimensioni geometriche dell’isolatore (i lati se l’isolatore è rettangolare, il raggio se l’isolatore è circolare) e l’anno cui si vuole valutare l’invecchiamento.

Si vuole determinare l’andamento del rapporto delle rigidezze e della rigidezza del dispositivo sismico, quindi si calcolano il rapporto di rigidezze e la rigidezza per ogni anno: dal primo anno all’anno 100 che corrisponde alla vita nominale di un ponte. La temperatura è estratta dalla funzione “normrnd” di anno in anno. Per fare questo, si esegue un ciclo “for” facendo variare il tempo (cioè l’anno) da 1 a 100 e, come appena detto, la temperatura. In questo modo si ottiene quanto voluto.

Il procedimento descritto simula un solo andamento delle grandezze calcolate. Per cui ad ogni anno corrisponde un solo valore di temperatura che segue la distribuzione normale. Si eseguono un milione di simulazioni per ottenere una distribuzione di temperatura normale corrispondente ad ogni anno.

Si riportano i grafici che plottano i risultati ottenuti dalla simulazione Monte Carlo annua.

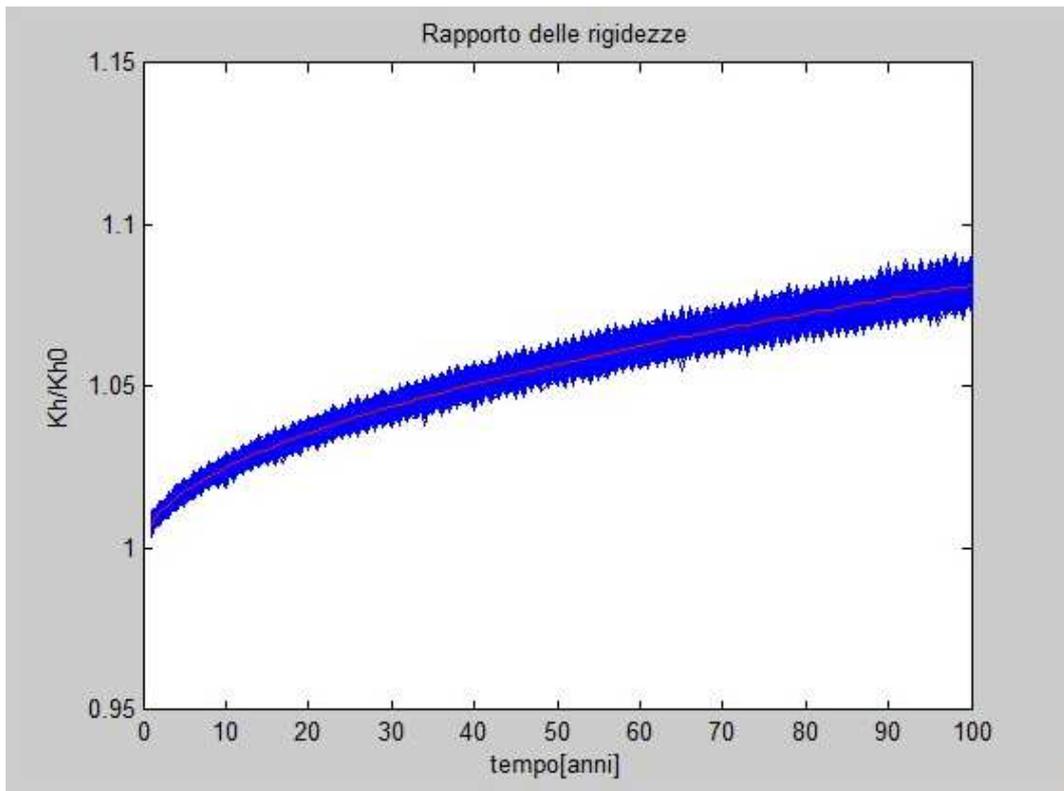


Figura 42 Andamento del rapporto di rigidezze per MC annua (NR)

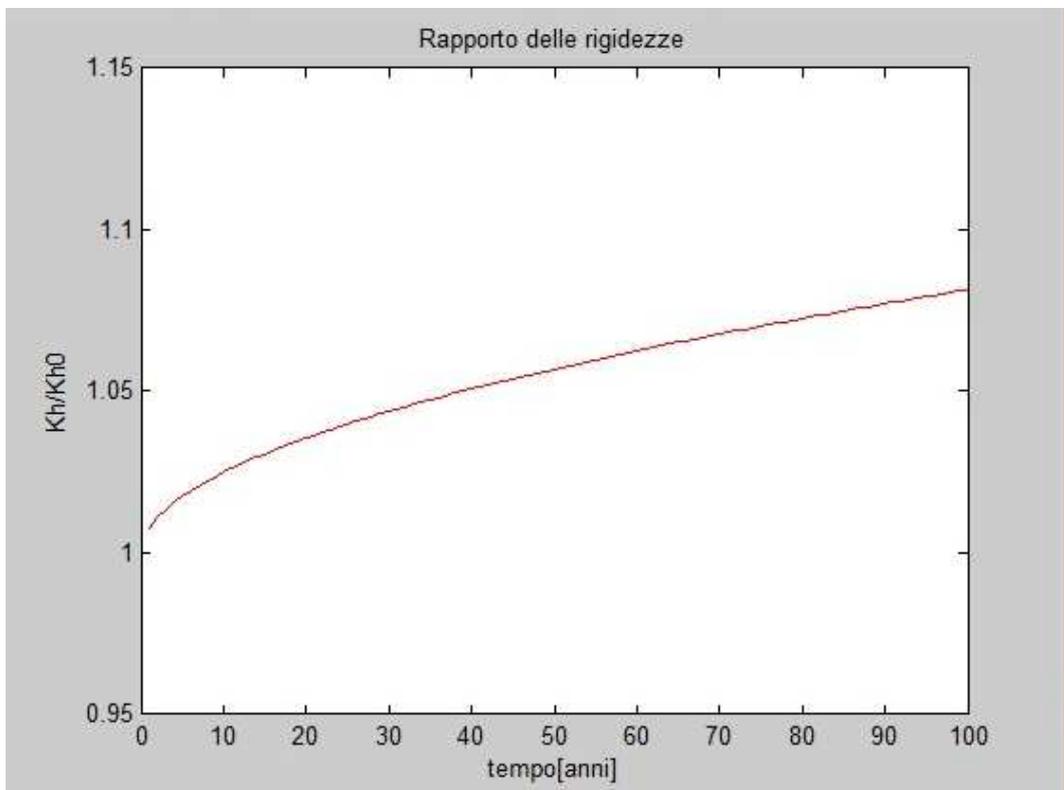


Figura 43 Andamento medio del rapporto di rigidezze per MC annua (NR)

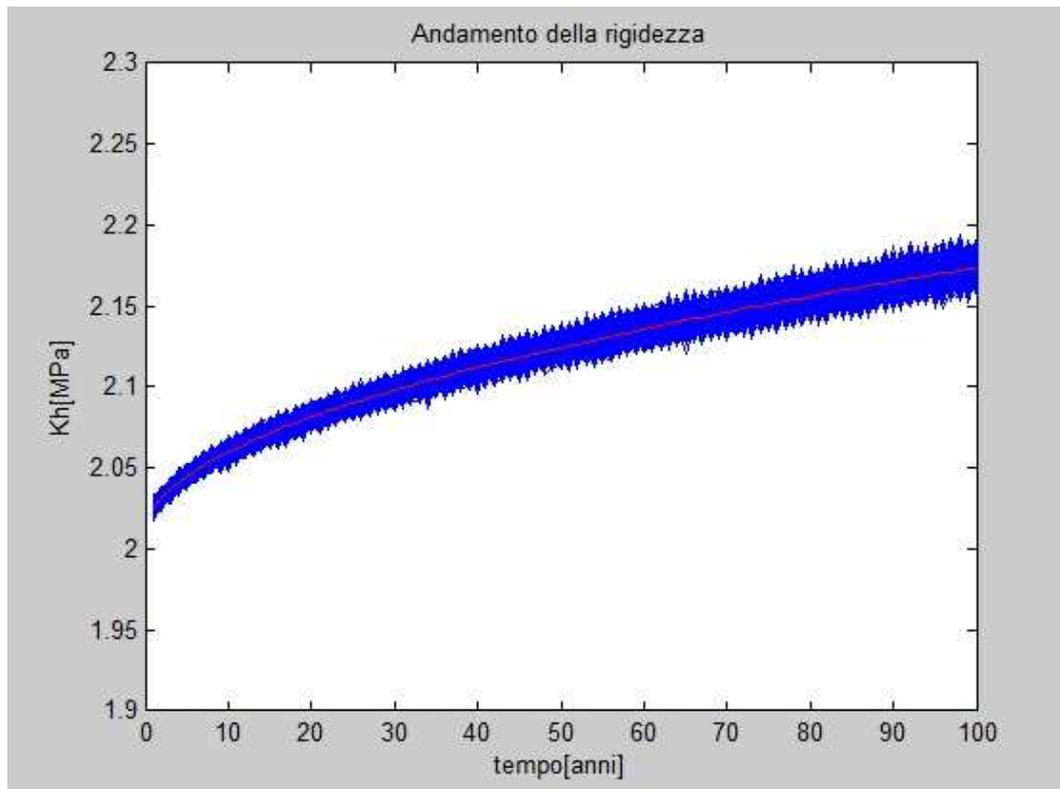


Figura 44 Andamento della rigidezza per MC annua (NR)

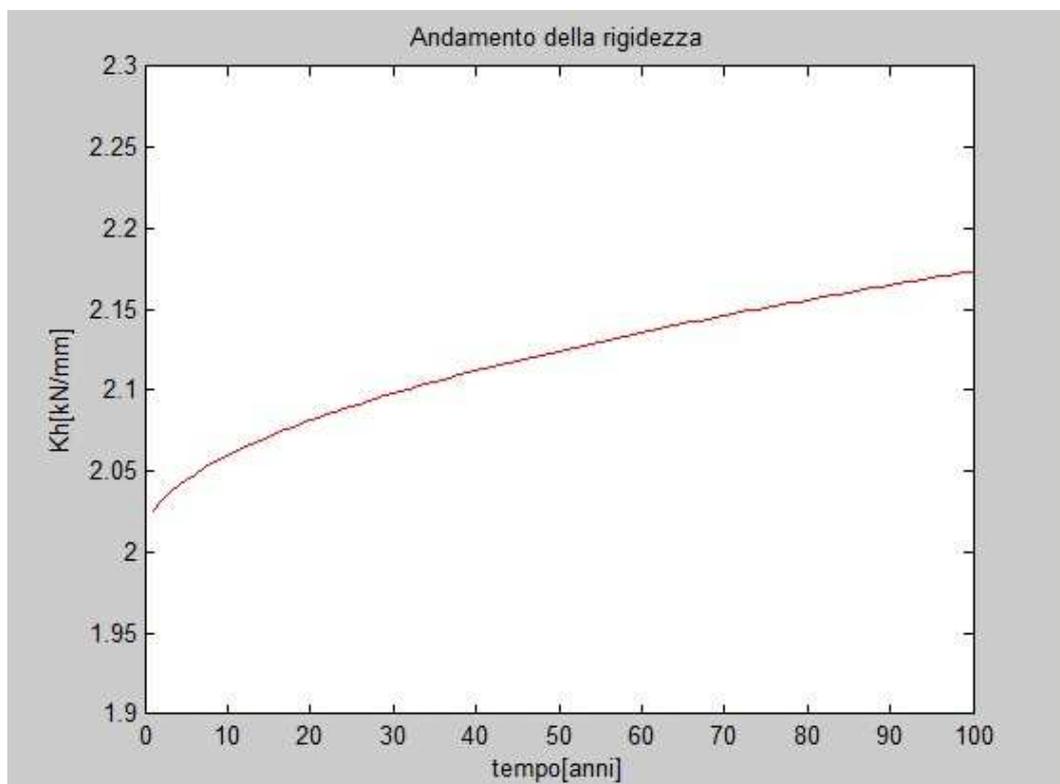


Figura 45 Andamento medio della di rigidezza per MC annua (NR)

Nella figura 42 viene rappresentato l'andamento del rapporto delle rigidezze nel tempo. In particolare, le linee blu rappresentano ogni singola simulazione, mentre la linea rossa rappresenta l'andamento del rapporto delle rigidezze medio. Se si vuole plottare l'andamento della rigidezza dell'isolatore nel tempo, si ottiene un grafico identico alla figura 42 a meno di un fattore moltiplicativo dato dalla rigidezza iniziale dell'isolatore (si veda figura 44). In altre parole, il grafico che si ottiene rappresenta le stesse curve con una scala sull'asse delle ordinate diversa. In figura 43 è riportato l'andamento della media di un milione di simulazioni. Viene spontaneo chiedersi che differenza ci sia tra la linea rossa del primo grafico e del secondo grafico. Nel primo viene rappresentata la media di 200000 simulazioni, mentre nel secondo la media di un milione di simulazioni. Quindi le linee blu rappresentano 200000 simulazioni singole. Questo è dovuto a una limitazione del programma di calcolo.

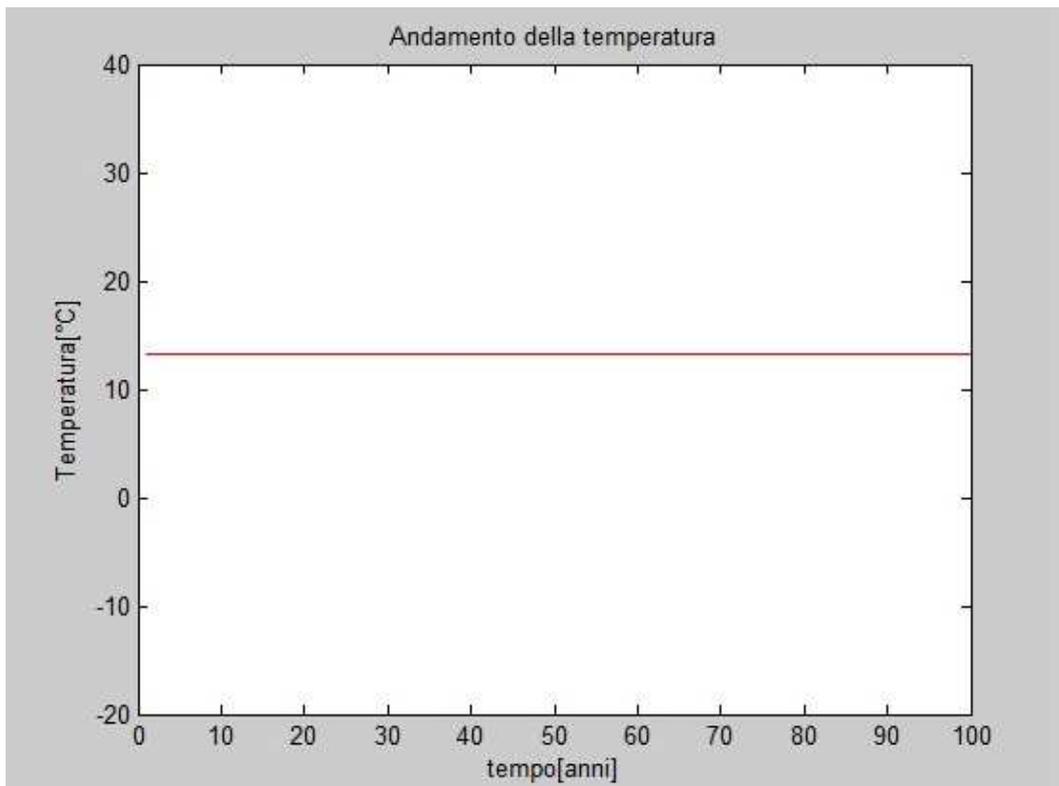


Figura 46 Andamento della temperatura media annuale (NR)

La linea disegnata in figura 46 rappresenta l'andamento della temperatura media annuale. Come si può notare, il valore della temperatura si aggira intorno ai 13.3 °C come imposto nella funzione "normnrd" per l'estrazione dei valori di temperatura a seguito dell'analisi statistica sulle temperature registrate.

Ora si vuole valutare la distribuzione delle rigidezze per un anno selezionato: si costruisce quindi la one time probabilità. Come primo passo si estrae dalla matrice delle rigidezze un vettore colonna che contiene i valori delle rigidezze delle simulazioni effettuate per l'anno che si vuole studiare. Successivamente si costruisce l'istogramma delle rigidezze e si adatta una distribuzione di probabilità. Si assume che la distribuzione di probabilità delle rigidezze sia di tipo normale in quanto normale è la distribuzione delle temperature, variabile aleatoria del modello. Le figure 47, 48 e 49 rappresentano la procedura appena descritta. La figura 3.10 va a validare l'ipotesi assunta. Quindi si calcola la media e la deviazione standard, si ricavano i valori di densità di probabilità della distribuzione normale caratterizzata dalla media e deviazione standard appena calcolate attraverso la funzione "normpdf" presente nella libreria di MATLAB. Dunque si plottano tali valori per ottenere la campana tipica della distribuzione normale.

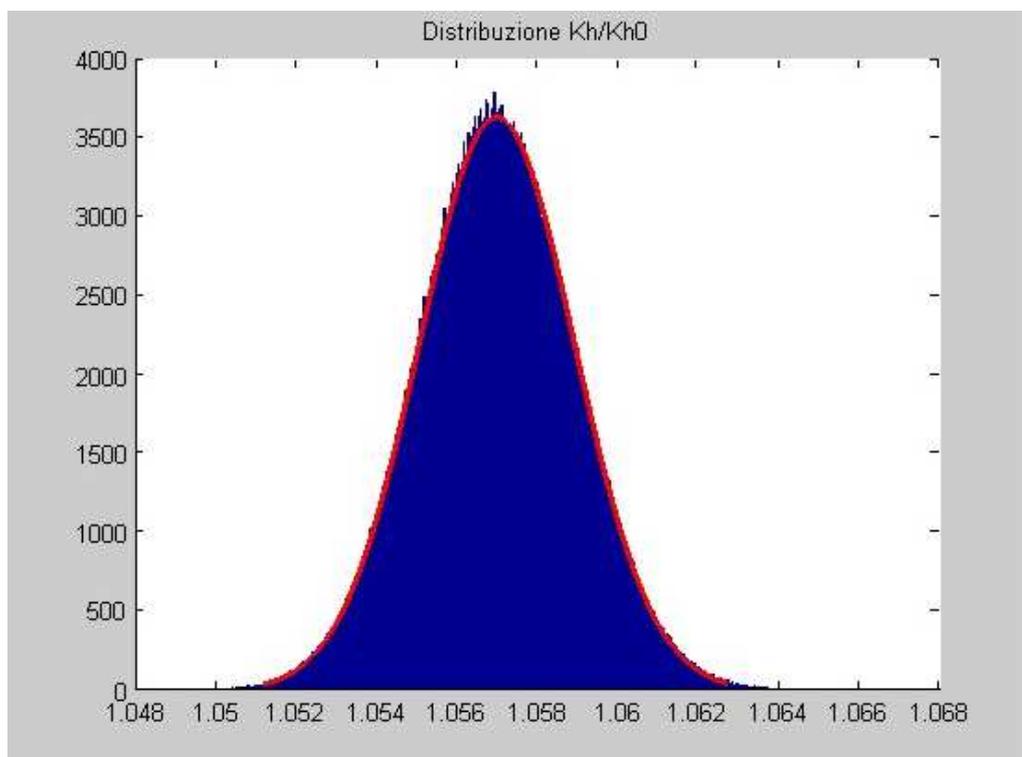


Figura 47 Distribuzione del rapporto di rigidezze per MC annua (NR)

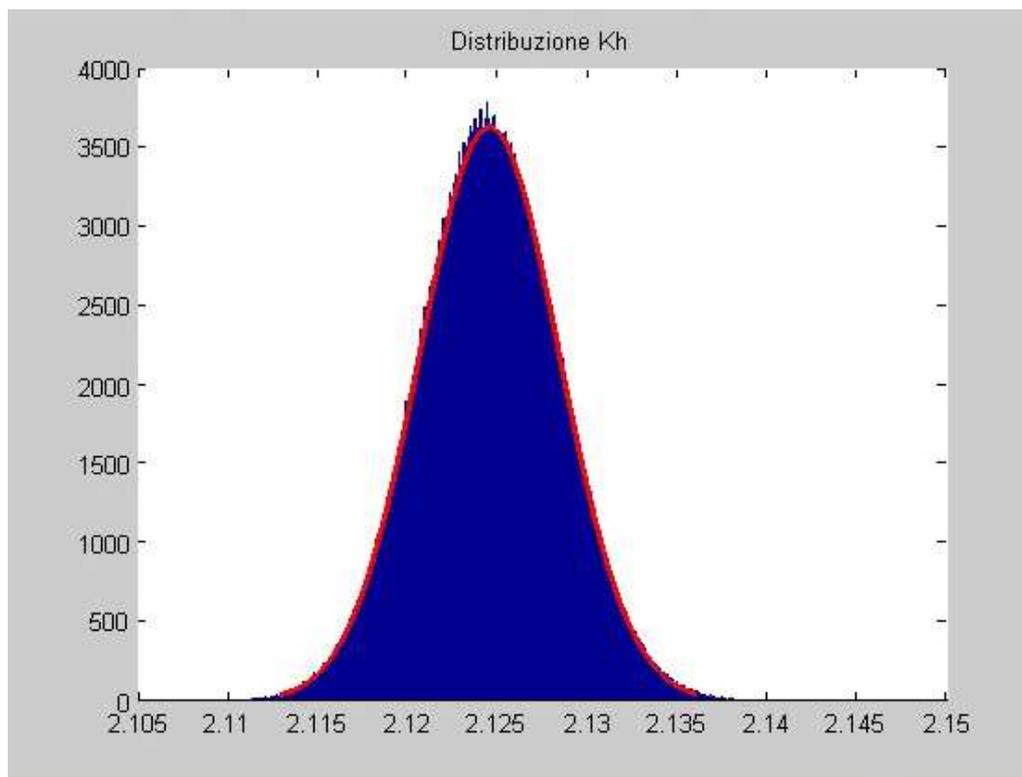


Figura 48 Distribuzione della rigidezza per MC annua (NR)

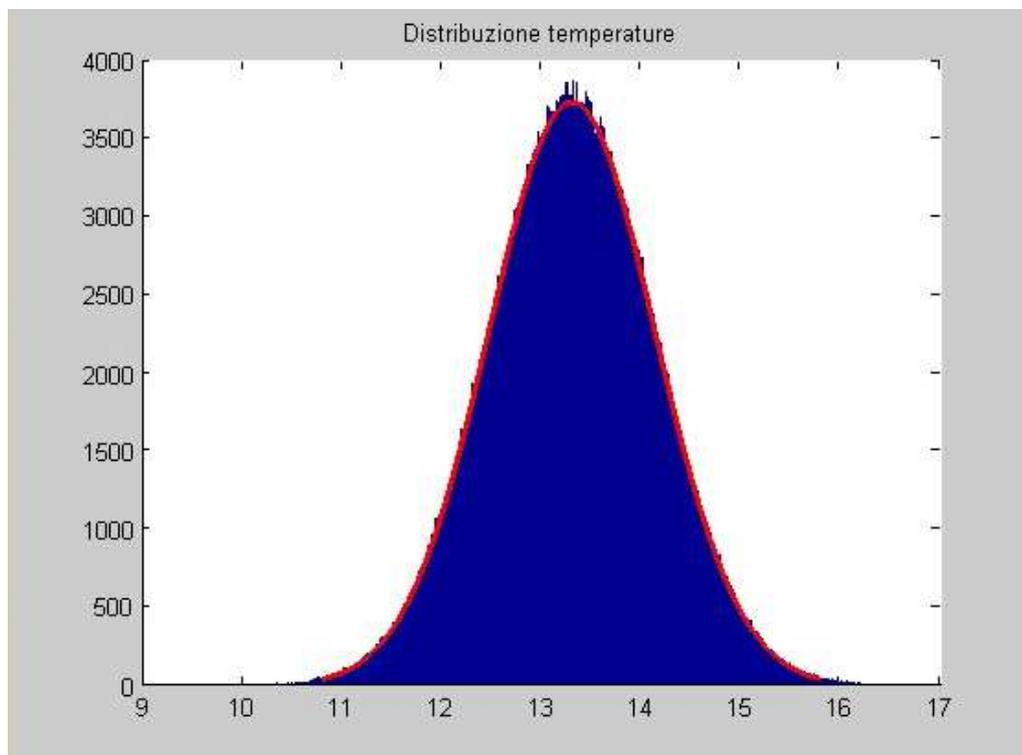


Figura 49 Distribuzione della temperatura media annua (NR)

In figura 50 si riportano le one time probabilità per gli anni 10, 20, 50, 100. I cerchi rappresentano i valori medi delle distribuzioni rappresentate. La linea continua, invece, rappresenta la curva interpolatrice dei valori medi. Tale curva si ottiene con la funzione “ploffit”: restituisce come output i coefficienti del polinomio interpolatore dati i punti di interpolazione. Un altro input della funzione “ploffit” è il grado del polinomio. Per tentativi si è visto che il polinomio di grado due interpola al meglio i punti medi. Si ha quindi un andamento parabolico della variazione della rigidezza nel tempo dovuto all’invecchiamento.

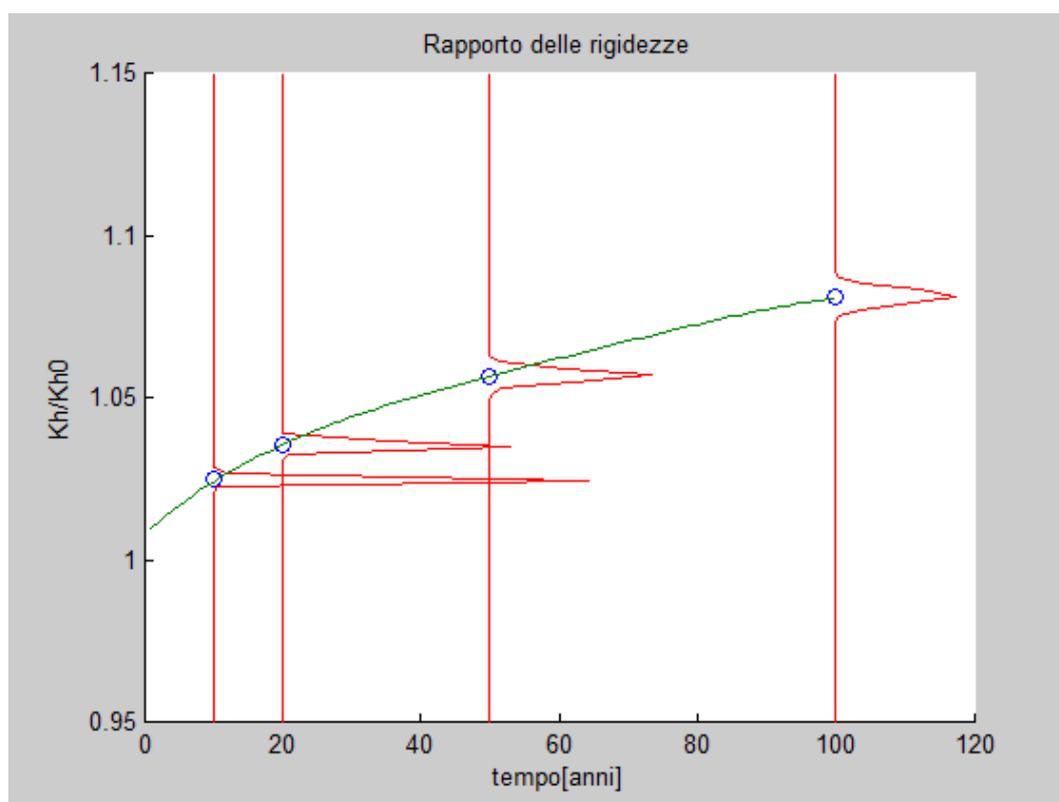


Figura 50 One time probability per MC annua (NR) e curva interpolatrice

3.4 Simulazione Monte Carlo stagionale

Come passo migliorativo della simulazione Monte Carlo annua, si è effettuata anche una simulazione Monte Carlo stagionale, ovvero una simulazione che tenesse in considerazione la variazione stagionale della temperatura in modo tale da considerare temperature “elevate” e temperature “rigide”, cosa che non si noterebbe altrimenti.

Si estraggono casualmente le temperature da una distribuzione normale. In questo caso, le temperature vengono estratte da quattro distribuzioni diverse, una per ogni stagione essendo ovviamente diversa la media delle temperature stagionali come visto precedentemente. I valori delle temperature così ottenute vengono inserite nel modello per calcolare il rapporto delle rigidezze e la rigidezza del dispositivo dell'isolamento sismico. Come per la simulazione Monte Carlo annua si sono eseguite un milione di simulazioni. Per ogni simulazione si sono estratte le quattro temperature stagionali per ogni anno, da 1 a 100 anni. La difficoltà aggiunta alla simulazione Monte Carlo stagionale rispetto a quella annua sta nel fatto di dover alternare le temperature stagionali. Operativamente questo passaggio è stato fatto inserendo un ciclo "for" per ogni anno dove si faceva variare il contatore del ciclo da 1 a 4 come le stagioni. Questo per poter scegliere in sequenza corretta (inverno, primavera, estate, autunno) la stagione e, quindi, in base alla stagione, estrarre un valore di temperatura dalla distribuzione di probabilità corrispondente. Pertanto, all'interno del ciclo questo ciclo "for" si è inserito un ciclo "if". In particolare, se la variabile contatore assume valore pari a 1, la temperatura viene estratta dalla distribuzione delle temperature invernali; se la variabile contatore assume valore pari a 2, la temperatura viene estratta dalla distribuzione delle temperature primaverili; se la variabile contatore assume valore pari a 3, la temperatura viene estratta dalla distribuzione delle temperature estive; se la variabile contatore assume valore pari a 4, la temperatura viene estratta dalla distribuzione delle temperature autunnali. Una volta estratta la temperatura, la si inserisce nel modello e si ottiene il rapporto delle rigidezze e la rigidezza dell'isolatore.

Nella figura 51 viene tracciato l'andamento del rapporto delle rigidezze nel tempo. Le linee blu rappresentano i risultati di ogni singola simulazione, mentre la linea rossa rappresenta la media dei risultati delle simulazioni. Come per la simulazione Monte Carlo annua, le linee blu non sono in totale un milione, ma 10000. Questo è dovuto alla limitazione del programma di calcolo MATLAB per esubero di elementi contenuti nella matrice di output. Per aggirare questo problema, si sono suddivise le simulazioni in gruppi per un totale di un milione di simulazioni (quindi in questo caso di sono considerati 100 gruppi) ottenendo quindi come output 100 matrici per le grandezze considerate; per ognuna di

queste matrici si è calcolata la somma delle colonne ottenendo un vettore; successivamente si sono sommati i vettori ottenuti, ottenendo a sua volta un vettore contenente elementi che rappresentano la somma del rapporto di rigidezze di un milione di simulazioni; infine, si è diviso tale risultato per il numero totale di simulazioni ottenendo quindi la media della grandezza considerata. Questo output è rappresentato in figura 52. La suddivisione in gruppi delle simulazioni per la limitazione sopra esposta rende impossibile un rappresentazione agevole delle singole simulazioni. Tale fine potrebbe essere raggiunto facendo una singola simulazione per poi plottarla e facendo eseguire tale operazione un milione di volte andando ad aggiungere l'andamento della simulazione al grafico ottenuto al passo precedente. Questo potrebbe essere oneroso dal punto di vista computazionale. In ogni caso, quel che è di interesse non è tanto la rappresentazione di tutte le simulazioni, ma bensì il valore medio delle grandezze ottenuto.

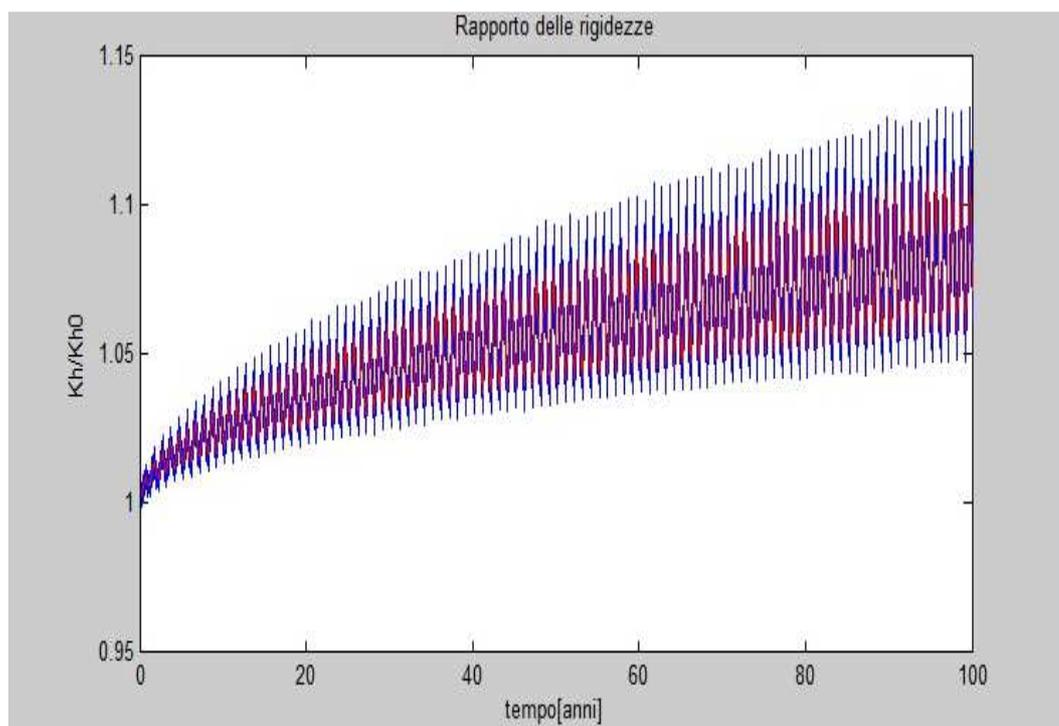


Figura 51 Andamento del rapporto di rigidezze per MC stagionale (NR)

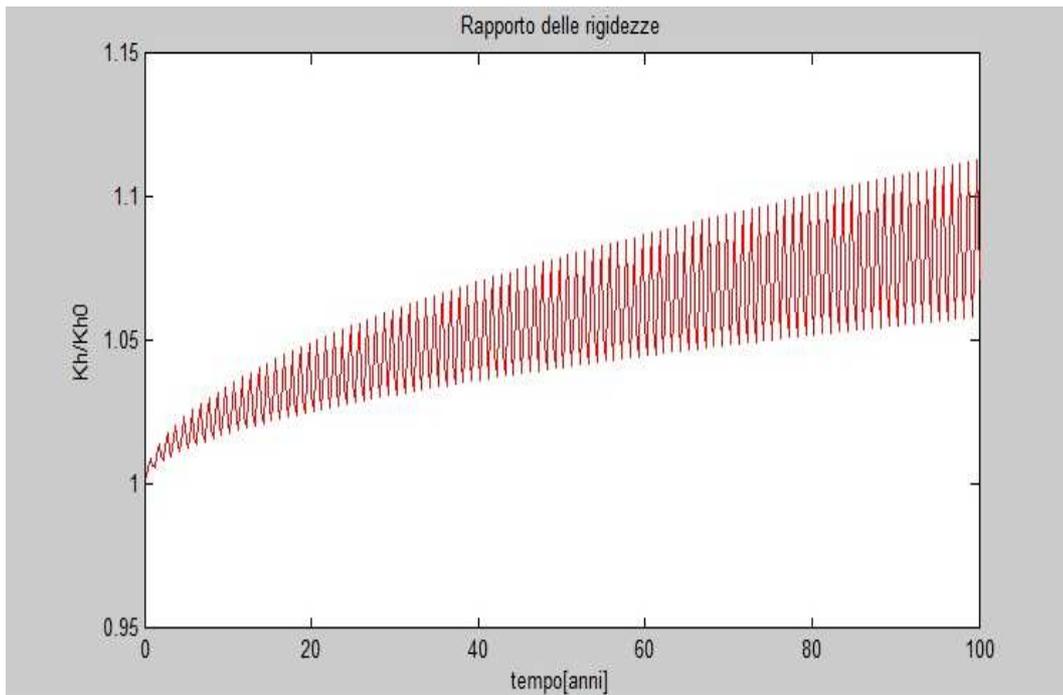


Figura 52 Andamento medio del rapporto di rigidezze per MC stagionale (NR)

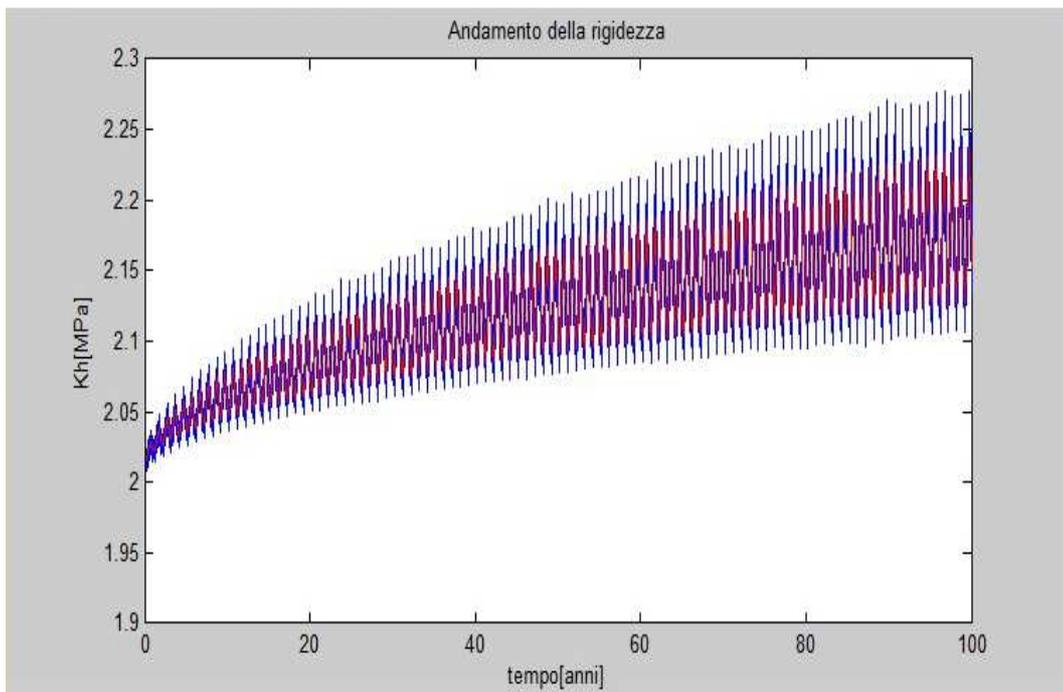


Figura 53 Andamento della rigidezza per MC stagionale (NR)

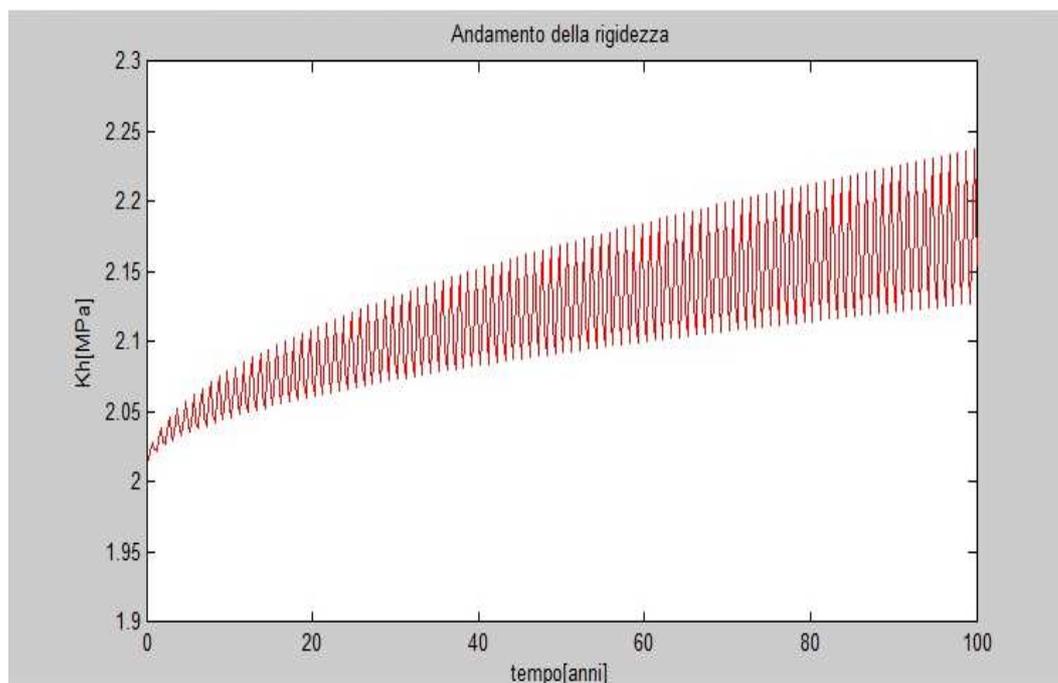


Figura 54 Andamento medio della rigidezza per MC stagionale (NR)

Se vogliamo i grafici dell'andamento dell'andamento delle rigidezze, basta cambiare la scala dell'asse delle ordinate moltiplicando i suoi valori per la rigidezza iniziale dell'isolatore sismico (si veda figura 53 e 54)

La linea rappresentata in figura 55 rappresenta l'andamento delle temperature medie stagionali delle simulazioni. Come ci si aspetta, l'andamento assomiglia a una "fisarmonica".

Si vuole valutare la distribuzione delle rigidezze per un anno selezionato. Come per la simulazione Monte Carlo annua, si crea l'istogramma e si adatta una distribuzione normale (si vedano figure 56 e 57). Quindi, si calcola la media delle rigidezze e la deviazione standard per plottare la one time probability. In figura 58 vengono rappresentate le one time probability per gli anni 10, 20, 50, 100. I punti rappresentano i valori medi del rapporto di rigidezza, mentre la linea continua rappresenta il polinomio interpolatore dei valori medi. Il polinomio interpolatore viene determinato come descritto al paragrafo riguardante la simulazione Monte Carlo annua.

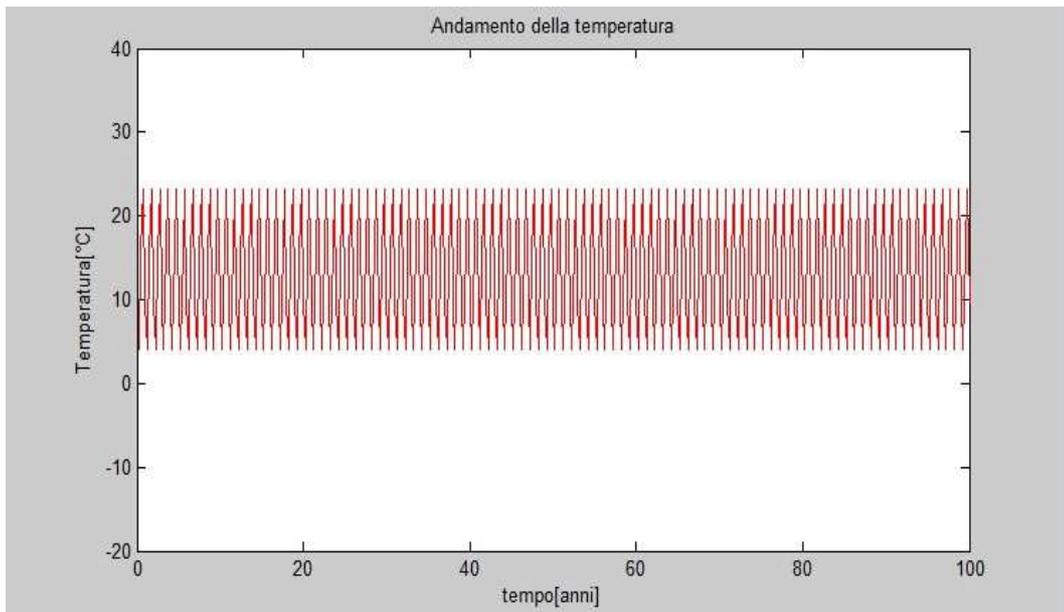


Figura 55 Andamento della temperatura media delle stagioni (NR)

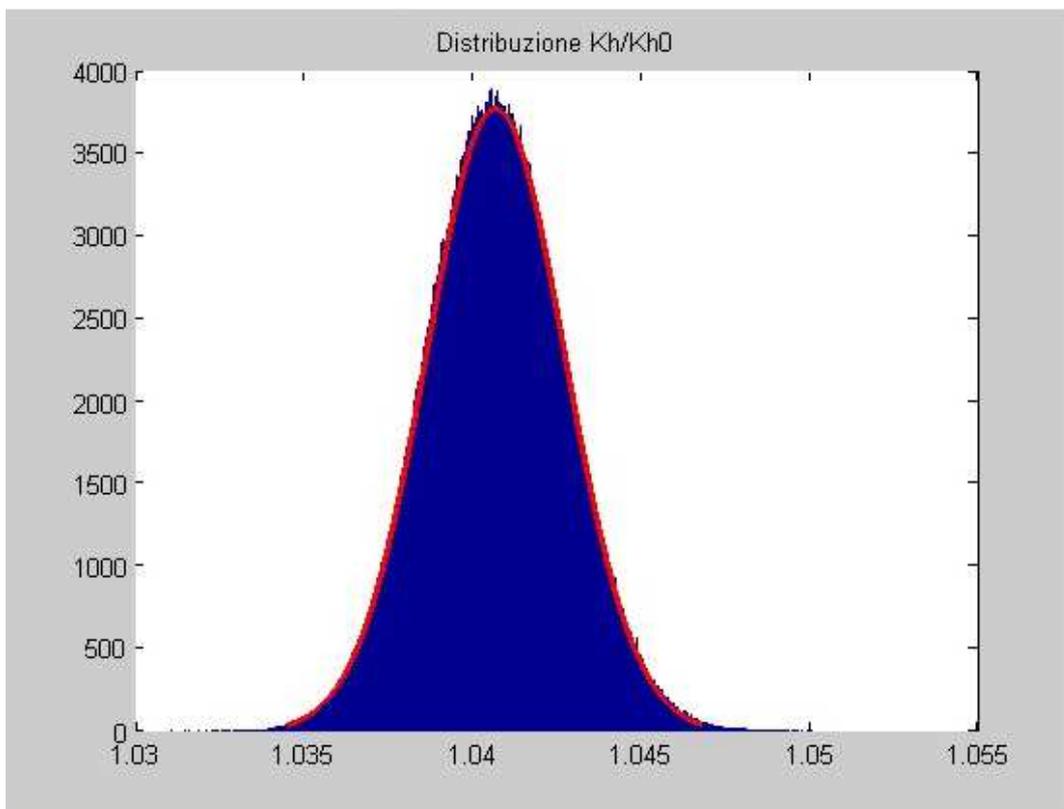


Figura 56 Distribuzione del rapporto di rigidezze (NR)

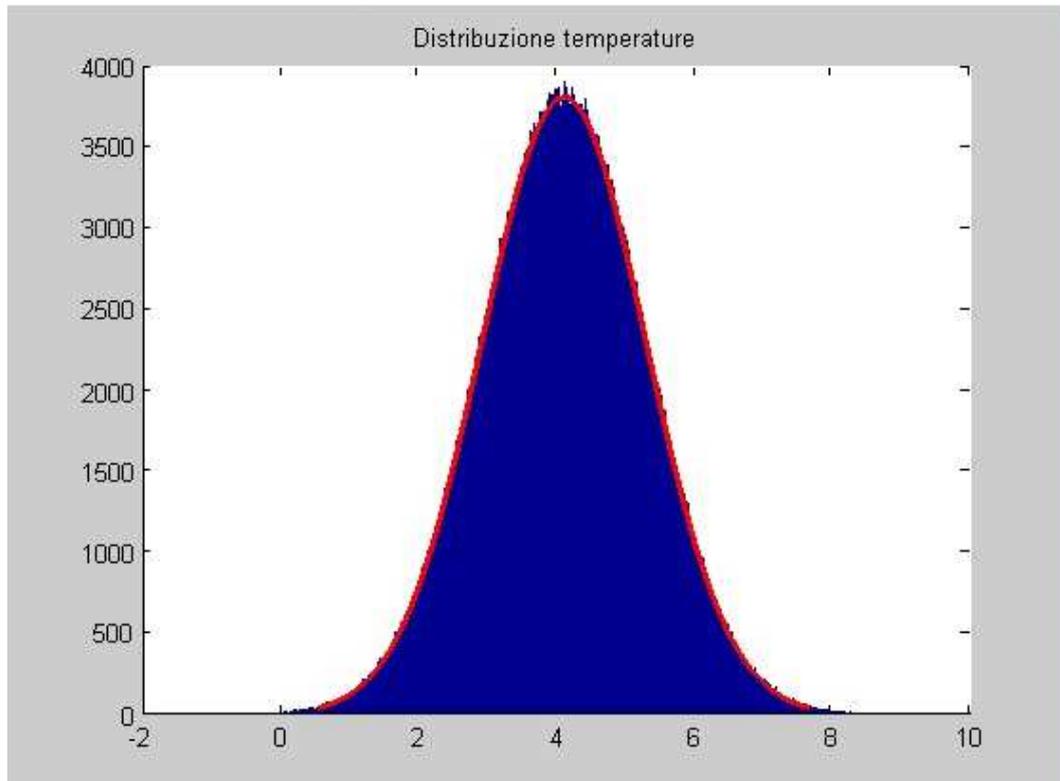


Figura 57 Distribuzione della temperatura invernale (NR)

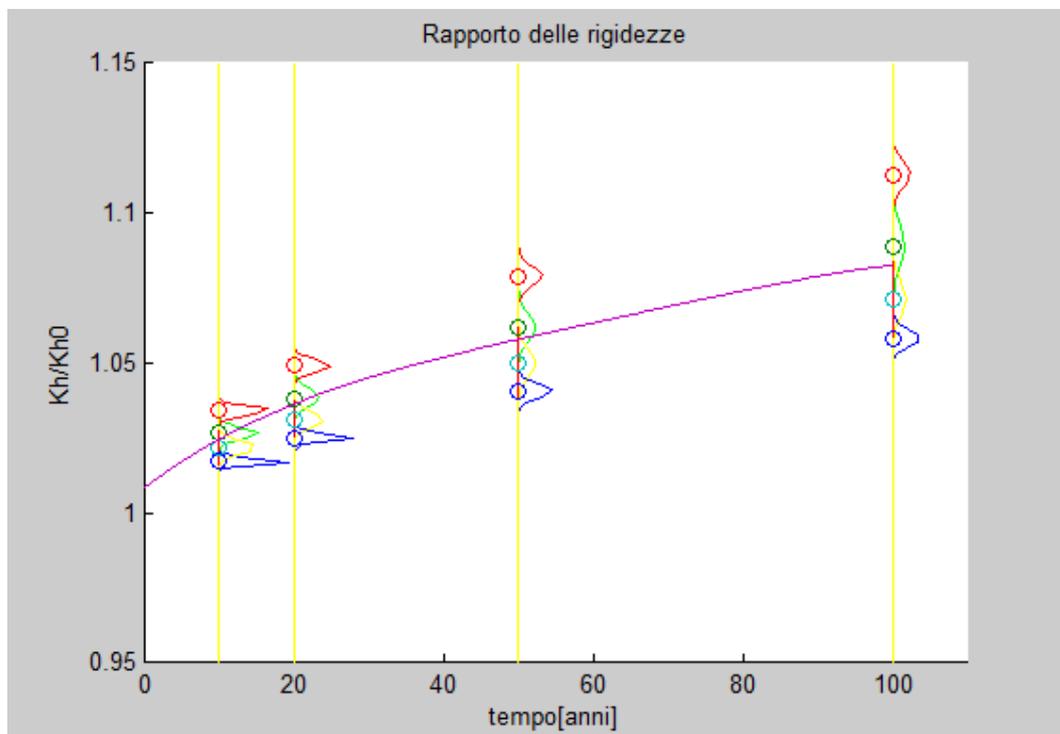


Figura 58 One time probability per MC stagionale (NR) e curva interpolatrice

A differenza della simulazione Monte Carlo annua, per ogni anno si hanno quattro one time probability, una per ogni stagione. In particolare le one time probability di colore blu rappresentano la distribuzione delle rigidezze per le temperature invernali, quelle di colore verde rappresentano la distribuzione delle rigidezze per le temperature primaverili, quelle di colore rosso rappresentano la distribuzione delle rigidezze per le temperature estive e quelle gialle rappresentano la distribuzione delle rigidezze per le temperature autunnali.

3.5 Catene di Markov

Lo studio delle catene di Markov è piuttosto avvincente e conduce a risultati di utile pratica.

Un processo stocastico discreto $(X_n)_{n \geq 0}$ si dice di Markov se

$$P(X_{n+1} = i_{n+1} | X_0 = i_0, \dots, X_n = i_n) = P(X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n)$$

Si dice poi omogeneo se le probabilità condizionali

$$P(X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n)$$

non dipendono da n . Quando questo accade, posto

$$p_{ij} = P(X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n)$$

vale

$$\begin{aligned} & P(X_0 = i_0, \dots, X_{n+1} = i_{n+1}) \\ &= P(X_0 = i_0, \dots, X_n = i_n) \cdot p_{i_n i_{n+1}} \\ &= P(X_0 = i_0, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}) \cdot p_{i_{n-1} i_n} \cdot p_{i_n i_{n+1}} \\ &= \dots \\ &= P(X_0 = i_0) \cdot p_{i_0 i_1} \cdot \dots \cdot p_{i_n i_{n+1}} \end{aligned}$$

Pertanto, la sola conoscenza dei numeri p_{ij} e della densità discreta $p_i^{(0)} = P(X_0 = i)$ al tempo zero, permette la completa conoscenza delle probabilità congiunte.

Le probabilità p_{ij} si dicono probabilità di transizione, e precisamente p_{ij} è la probabilità di transizione da i a j in un passo temporale. L'interpretazione della proprietà di Markov è la seguente: la previsione statistica dello stato $X_{n+1} = i_{n+1}$ che si può effettuare conoscendo la storia passata e presente ($X_0 = i_0, \dots, X_n = i_n$), è identica alla previsione statistica effettuabile conoscendo il solo stato presente $X_n = i_n$. Qui abbiamo interpretato come stato presente il tempo $t = n$.

Ad ogni connessione $i \rightarrow j$ associamo il numero p_{ij} , la probabilità di transizione dallo stato i allo stato j . I numeri p_{ij} soddisfano la proprietà:

$$p_{ij} \in [0,1], \sum_j p_{ij} = 1 \text{ per ogni } i.$$

Data una catena di Markov e fissato un tempo k , quindi, la matrice

$$P = \begin{pmatrix} p_{11}(n) & p_{12}(n) & \dots & p_{1n}(n) \\ p_{21}(n) & p_{22}(n) & \dots & p_{2n}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1}(n) & p_{n2}(n) & \dots & p_{nn}(n) \end{pmatrix}$$

È detta matrice di transizione al tempo n . Notiamo che la riga i -esima della matrice P descrive la possibile evoluzione dello stato i al tempo n . Essa ha elementi non negativi con somma uno su ciascuna riga. Ricordiamo anche la notazione

$$p_i^{(n)} = P(X_n = i)$$

che produce, per ogni tempo $t = n$, un vettore $p_i^{(n)}$ che chiameremo ad esempio densità discreta, o distribuzione, al tempo n .

Per una catena omogenea nel tempo tutte le probabilità congiunte, quindi tutte le informazioni statistiche, sono calcolabili a partire dalla matrice P e dal vettore dei dati iniziali $p_i^{(0)}$.

Per calcolare la probabilità di transizione a due passi

$$P(X_2 = j | X_0 = i)$$

si devono sommare le probabilità dei due cammini possibili per passare dallo stato i a j , e ciascuna va calcolata usando la proprietà di Markov. Vediamo questo calcolo in generale. Poniamo

$$p_{ij}^{(n)} = P(X_n = j | X_0 = i)$$

che per l'omogeneità è uguale anche a $P(X_{k+n} = j | X_k = i)$ per qualsiasi k . Il numero $p_{ij}^{(n)}$ rappresenta la probabilità di transizione $i \rightarrow j$ in n passi. Detto in altre parole, è la probabilità che il sistema si trovi al tempo n nello stato j , sapendo che è partito all'istante $t = 0$ dallo stato i .

La transizione $i \rightarrow j$ può avvenire secondo diversi cammini, quindi $p_{ij}^{(n)}$ sarà la somma delle probabilità che, sapendo che il sistema è partito all'istante $t = 0$ dallo stato i , successivamente abbia seguito questo o quel cammino $i \rightarrow i_1 \rightarrow i_2 \rightarrow \dots \rightarrow i_{n-1} \rightarrow i_n = j$ arrivando in j al tempo n . Si ha quindi

$$p_{ij}^{(n)} = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_{n-1}} p_{i, i_1} p_{i_1, i_2} \dots p_{i_{n-2}, i_{n-1}} p_{i_{n-1}, i_n}$$

Abbiamo ottenuto che la probabilità di una transizione ad n passi è la somma delle probabilità dei cammini possibili che eseguono quella transizione, e ciascuna di esse è il prodotto delle probabilità delle singole transizioni che compongono quel cammino particolare. Accorgiamoci infine che questa somma di prodotti ha una struttura algebrica molto semplice. Ricordiamo la matrice $P = (p_{ij})$. Se eseguiamo il prodotto $P \cdot P$ abbiamo

$$(P \cdot P)_{ij} = \sum_i p_{i, i_1} p_{i_1, j}$$

Si riconosce quindi che

$$p_{ij}^{(2)} = (P \cdot P)_{ij}$$

Iterativamente si vede che

$$p_{ij}^{(n)} = (P \cdot P \dots P)_{ij}$$

dove il prodotto di matrici è eseguito n volte, o in altre parole si esegue la potenza n -esima P^n :

$$p_{ij}^{(n)} = (P^n)_{ij}$$

Abbiamo quindi dimostrato che, sotto la condizione di Markov, le transizioni ad n passi si calcolano eseguendo la potenza n -esima della matrice di transizione P .

3.5.1 La stima della matrice di transizione

Punto fondamentale della simulazione con le catene di Markov è la definizione della matrice di transizione. La matrice di transizione può essere stimata attraverso una sequenza di dati osservati e registrati. Nel caso in esame, questa sequenza è data dalla successione di temperature. Quindi, il primo passo per poter far ciò è recuperare una serie di temperature. Si utilizzano gli stessi dati disponibili nell'archivio meteo del sito www.ilmeteo.it utilizzati per l'analisi statistica delle temperature medie giornaliere e stagionali per le simulazioni Monte Carlo. Si hanno a disposizione 41 anni di osservazioni meteo, moltiplicate per il numero dei giorni che compongono un anno, danno una sequenza di temperature composta da più di 15000 valori, un numero elevato per poter stimare al meglio la matrice di transizione. Anche in questo caso si fa riferimento alla temperatura media giornaliera. Nota la sequenza di temperature, si procede alla stima della matrice di transizione. Questo passo viene eseguito con una funzione all'interno della libreria di MATLAB. Nota la matrice di transizione, si può procedere alla generazione di sequenze di temperature. Le temperature che vengono generate sono temperature medie giornaliere, essendo temperature medie giornaliere i dati usati per la stima della matrice di transizione. La sequenza che viene generata, però, non coglie la variazione stagionale della temperatura perché la temperatura media giornaliera futura dipende solo dalla temperatura media giornaliera presente. Per superare questo problema, si è deciso di generare sequenze di temperature stagionali. Quindi si è dovuto stimare quattro matrici di transizione, una per ogni stagione. È stata usata la stessa sequenza di temperature registrate disponibile nel sito nominate precedentemente con l'avvertenza di raggruppare i dati in quattro gruppi: un

primo gruppo che contenesse solo le temperature registrate dal 21/12 al 20/03 (inverno), un secondo gruppo che contenesse le temperature registrate dal 21/03 al 20/06 (primavera), un terzo gruppo che contenesse le temperature registrate dal 21/06 al 22/09 e un quarto gruppo che contenesse le temperature registrate dal 23/09 al 20/12. Di conseguenza, si sono svolte due simulazioni con le catene di Markov:

- Simulazione catene di Markov annua;
- Simulazione catene di Markov stagionale.

3.6 Simulazione catene di Markov annua

Come già preannunciato al paragrafo precedente, la simulazione con le catene di Markov prevede l'utilizzo della matrice di transizione. Questa matrice viene stimata sulla base delle temperature medie giornaliere registrate negli ultimi 41 anni. Nella libreria di MATLAB, sono contenute delle funzioni che aiutano a procedere in questo tipo di simulazione. In particolare, si trattano di funzioni che rappresentano la catene di Markov nascoste.

3.6.1 Teoria delle catene di Markov nascoste e sviluppo della simulazione

Si parte dall'esigenza di voler descrivere il comportamento di sistemi a stati finiti in cui le probabilità di transizione tra stati non dipendono dal particolare valore assunto dal tempo, ma soltanto dalla coppia di stati interessati nella transizione. In una catena di Markov ogni stato può essere messo in corrispondenza con un evento fisico osservabile, per cui una situazione reale (ovvero una successione di eventi) può essere modellizzata attraverso una sequenza ordinata di stati assunti dalla catena in determinati istanti temporali.

Si può estendere il modello di Markov in modo da contemplare la situazione in cui l'osservazione sia legata allo stato attraverso una funzione probabilistica: in altre parole, il modello risultante è un processo stocastico che emette simboli osservabili appoggiandosi su un altro processo stocastico non osservabile

(nascosto) che determina il cambio di stato. Le probabilità di emissione dei simboli cambiano da uno stato all'altro.

Un modello (catena) di Markov nascosto può essere descritto attraverso cinque elementi:

- l'insieme dei possibili stati che può assumere la catena di Markov

$$x \in V = \{v_1, \dots, v_N\}$$

- il vettore delle probabilità che la catena si trovi in un particolare stato all'istante iniziale

$$\pi_0 \in \mathbb{R}^{N \times 1}, \pi_0(i) \geq 0 \text{ per ogni } i, \sum_{i=1}^N \pi_0(i) = 1$$

$$\pi_0(i) = p(x_0 = 1) = p(x_0 = v_i)$$

- la matrice di transizione

$$A = \mathbb{R}^{N \times N}$$

il cui elemento di posizione $[A]_{ij} = a_{ij}$ indica la probabilità che la catena si trovi nello stato v_j condizionatamente al fatto che all'istante precedente si trovasse nello stato v_i , ovvero

$$p(x_{t+1} = j | x_t = i) = a_{ij} \geq 0$$

Per tale matrice vale la relazione $\sum_{i=1}^N a_{ij} = 1$, ovvero la catena di Markov dallo stato i transita (all'istante successivo) con probabilità 1 in uno degli N stati (può rimanere anche in i). Ponendo $\mathbf{1}^T = [1 \dots 1]$ la condizione precedente si può riscrivere come $A\mathbf{1} = \mathbf{1}$.

Le matrici con elementi non negativi le cui righe sommano a 1 si definiscono matrici stocastiche per righe.

- l'insieme delle uscite osservabili

$$y \in W = \{w_1, \dots, w_M\}$$

la matrice $C = \mathbb{R}^{N \times M}$, cosiddetta matrice delle emissioni, i cui elementi $[C]_{ij} = c_{ij}$ rappresentano la probabilità che l'uscita osservata sia w_j condizionatamente al fatto che la catena si trova nello stato v_i , ovvero

$$p(y_{t+1} = j | x_t = i) = c_{ij} \geq 0$$

Anche per la matrice C vale la proprietà $\sum_{i=1}^M c_{ij} = 1$ che può essere espressa come $C11_M = 11_N$.

Nella descrizione dell'evoluzione nel tempo di una catena di Markov nascosta si incontrano i concetti di cammino e osservazione: il primo è un insieme ordinato di stati in cui la catena si viene a trovare sequenzialmente mentre l'osservazione è un insieme ordinato di simboli (uscite) che vengono osservate in sequenza.

Si riportano due figure che mettono in evidenza come il comportamento delle catene di Markov nascoste.

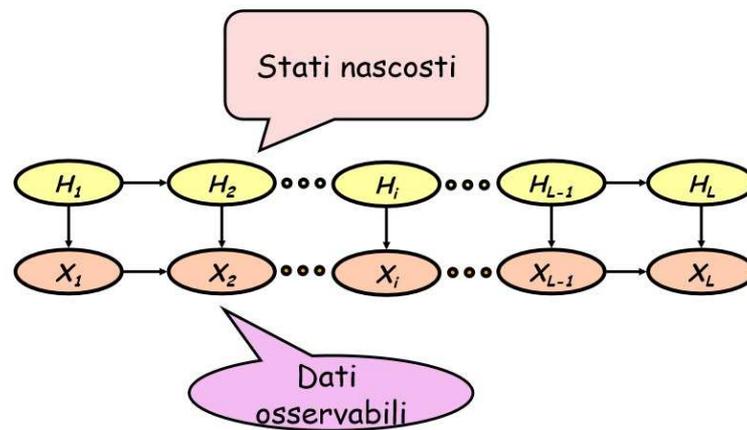


Figura 59 Catene di Markov nascoste

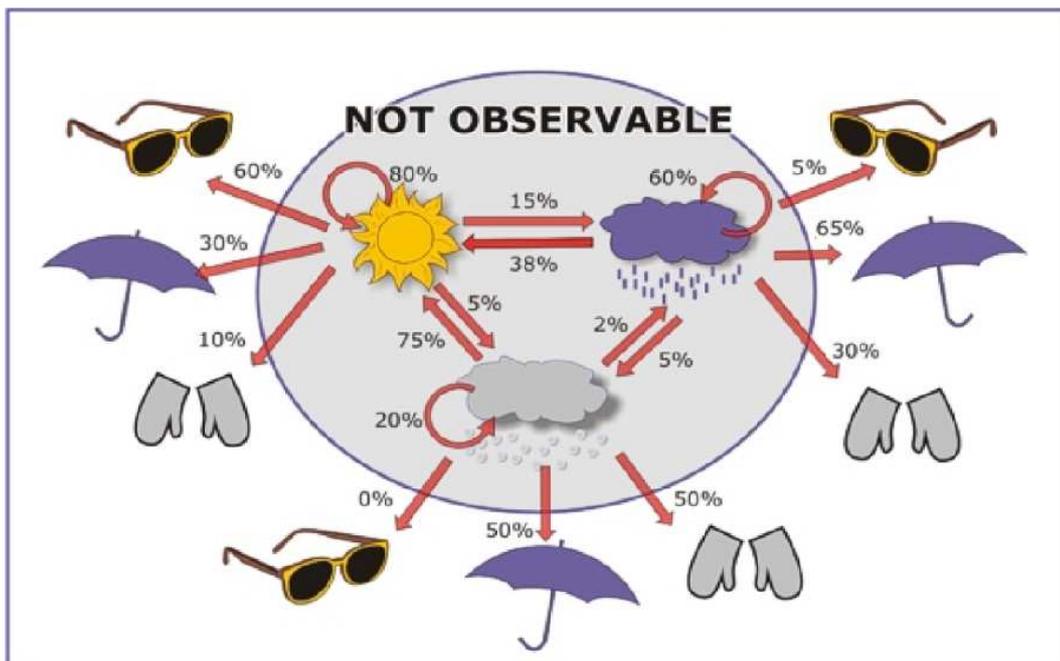


Figura 60 Esempio delle catene di Markov nascoste

L'intento, quindi, è ricondurre le catene di Markov alle catene di Markov nascoste per poter sfruttare le funzioni presenti nella libreria.

La simulazione con le catene di Markov estrae di volta in volta una temperatura media giornaliera dal vettore della sequenza generata, ad ogni temperatura corrisponde un determinato giorno dei 100 anni simulati. Inserendo, quindi, questi due input del modello insieme alle dimensioni dell'isolatore (il raggio se la pianta del dispositivo è regolare, se rettangolare il lati) si ottengono l'andamento del rapporto delle rigidezze e l'andamento della rigidezza laterale equivalente. Ogni simulazione contiene 36500 valori, uno per ogni giorno dei 100 anni. Le simulazioni devono essere ripetute per un totale di un milione di simulazioni. I valori delle grandezze di interesse sarebbero organizzate in una matrice avente dimensioni 36500×10^6 . L'uso del condizionale non è sbagliato. Infatti, MATLAB non riesce a organizzare i risultati in una matrice di tali dimensioni. Per risolvere questo problema, si è diviso il numero di simulazioni totali in gruppi di 100 simulazioni ciascuno. In questo modo si sono organizzati i risultati di ogni gruppo in matrici di 36500×100 . Successivamente si è calcolata la somma degli elementi contenuti in ogni colonna della matrice ottenendo un vettore riga. Poi, i vettori riga di ogni gruppo sono stati sommati ottenendo un vettore i cui elementi sono la somma dei valori delle grandezze di interesse di un milione di simulazioni nei 36500 giorni. Dividendo ogni elemento per un milione si ottiene così il valore medio delle simulazioni totali.

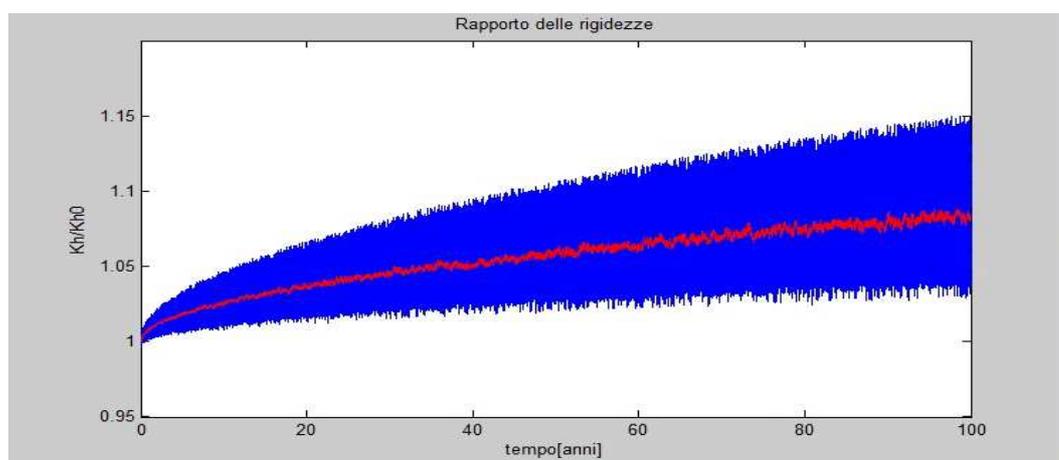


Figura 61 Andamento del rapporto di rigidezze per MM annua (NR)

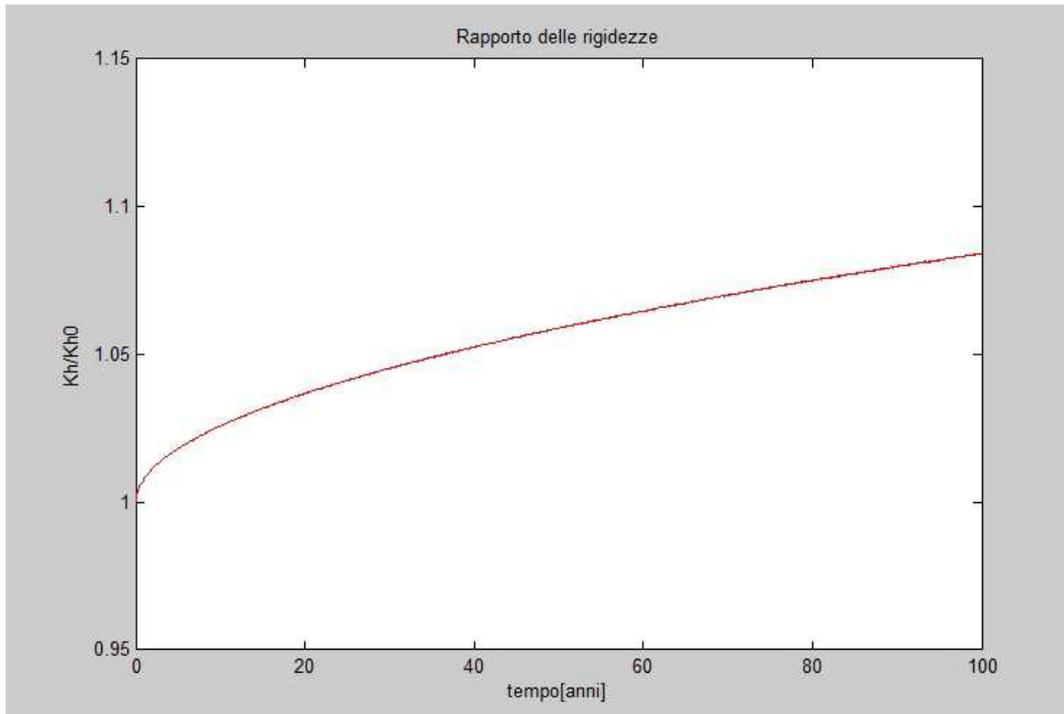


Figura 62 Andamento medio del rapporto di rigidezze per MM annua (NR)

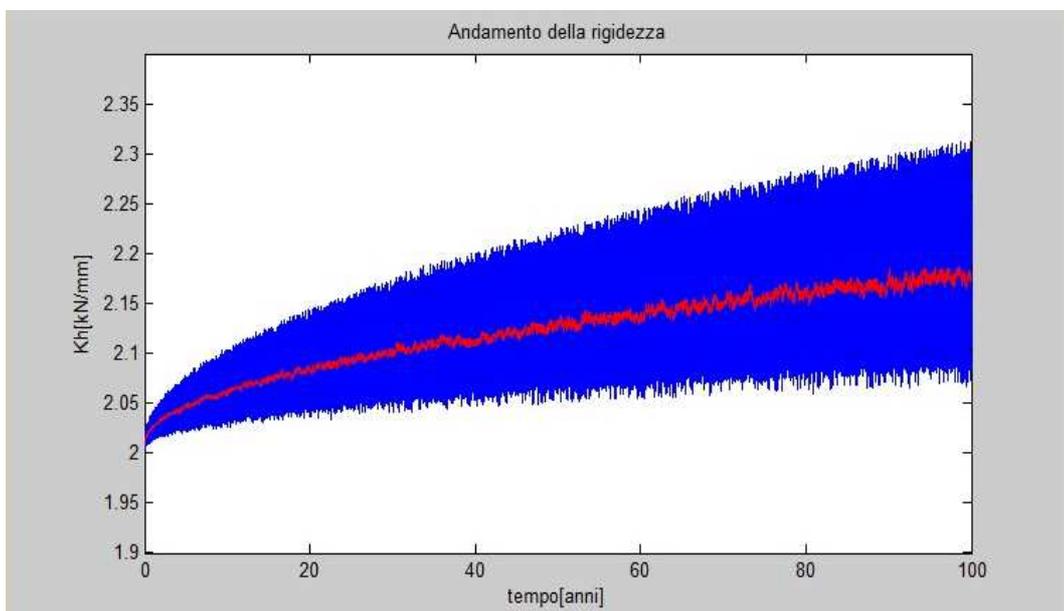


Figura 63 Andamento della rigidezza per MM annua (NR)

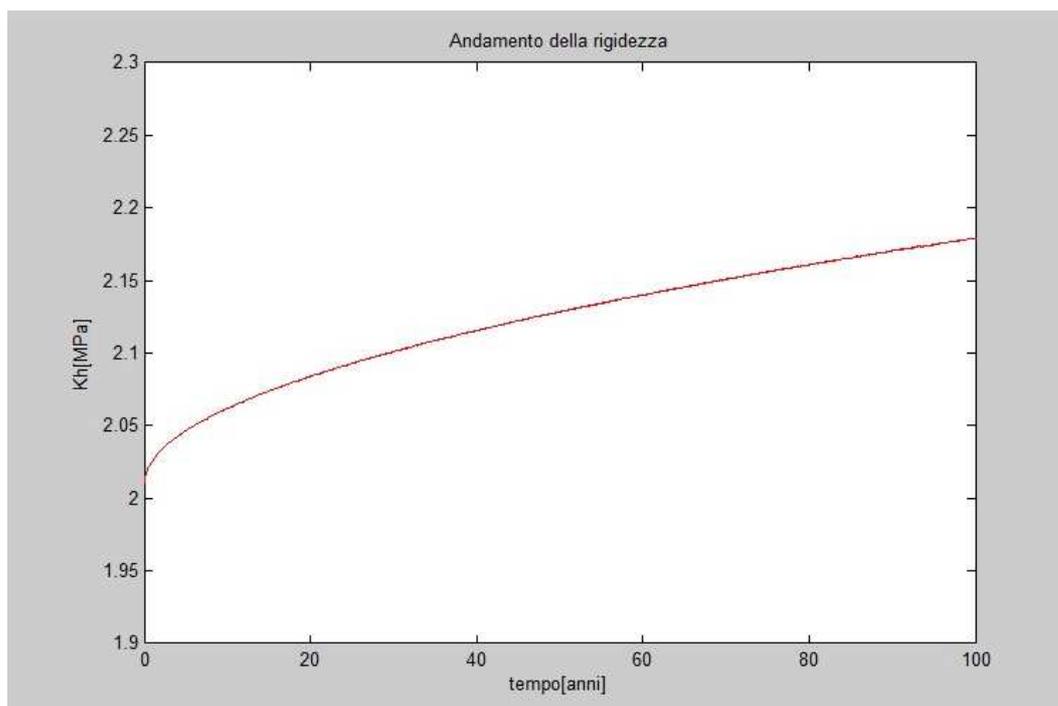


Figura 64 Andamento medio del rapporto di rigidezze per MM annua (NR)

Le figure 61 e 62 rappresentano entrambe l'andamento nel tempo del rapporto delle rigidezze. La differenza tra le due è la seguente: nella prima vengono rappresentate 100 simulazioni (la linea blu rappresenta l'andamento di ciascuna simulazione, mentre la linea rossa rappresenta la linea l'andamento medio delle 100 simulazioni); nella seconda viene rappresentato l'andamento medio di un milione di simulazioni (per la limitazione del programma di calcolo sopra esposta non è possibile rappresentare ogni simulazione altrimenti il problema non sussisterebbe).

Le figure 63 e 64 rappresentano l'andamento della rigidezza del dispositivo di isolamento nel tempo. Si nota che la differenza tra queste e le figure 61 e 63 è la scala delle ordinate.

La figura 65 rappresenta l'andamento della media della temperatura media giornaliera. Rispetto al grafico della temperatura media annuale per la simulazione Monte Carlo (una retta), qui si ha una lieve oscillazione della temperatura attorno a 13.3 °C, cosa più realistica.

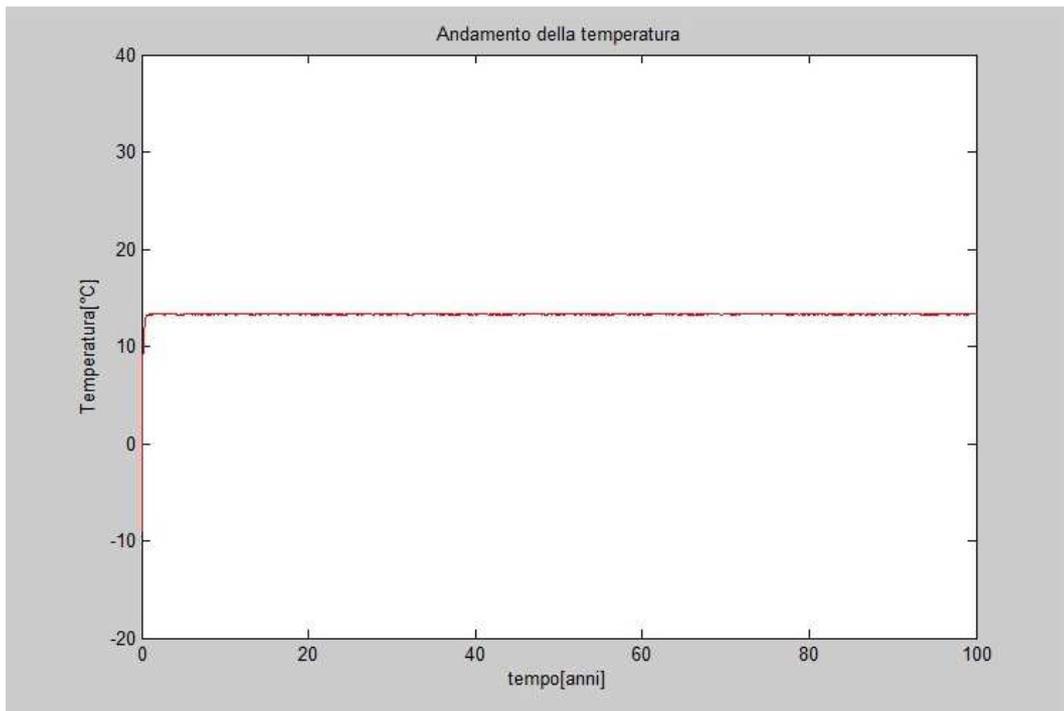


Figura 65 Andamento della temperatura media annuale (NR)

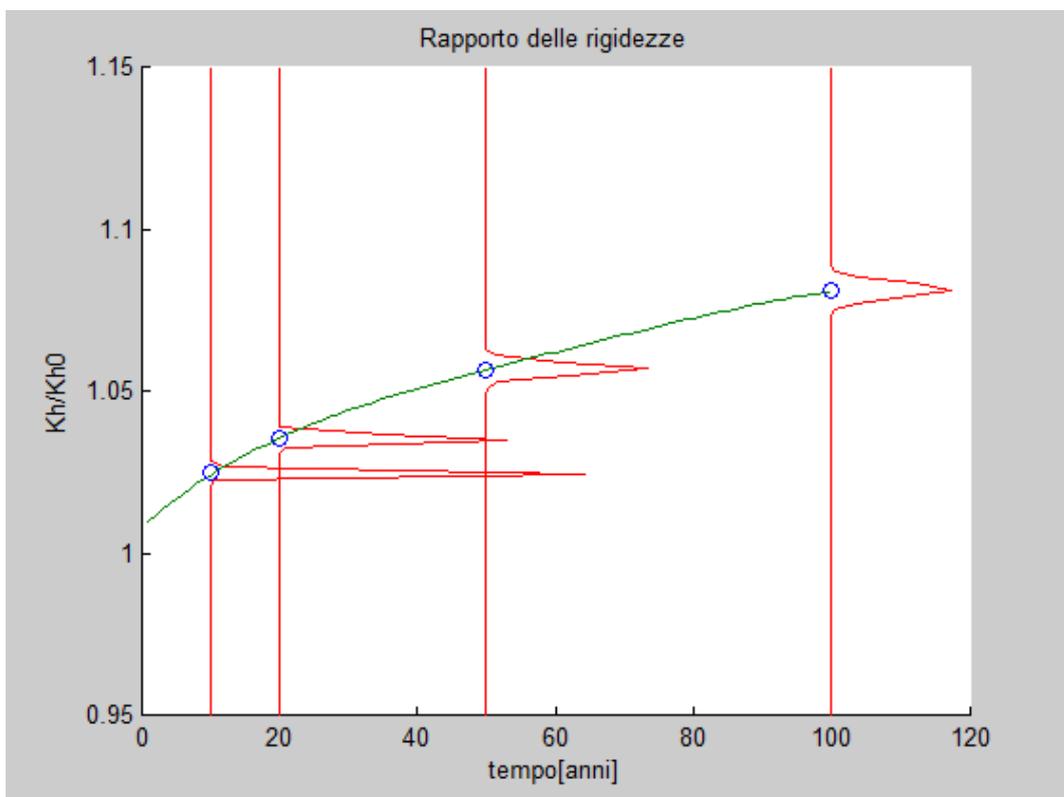


Figura 66 One time probability per MM annua (NR) e curva interpolatrice

In figura 66 si riportano le one time probabilità per gli anni 10, 20, 50, 100. I cerchi rappresentano i valori medi delle distribuzioni rappresentate. La linea continua, invece, rappresenta la curva interpolatrice dei valori medi. Tale curva si ottiene con la funzione “ploffit” che restituisce come output i coefficienti del polinomio interpolatore dati i punti di interpolazione. L’interpolazione è stata eseguita con un polinomio di quarto grado come per la simulazione Monte Carlo. Questo polinomio, per come è stato costruito, restituisce il valore della grandezza in considerazione nel tempo per un isolatore sismico avente determinate dimensioni collocato in un determinato luogo (perché ogni luogo ha un a temperatura tipica).

Nelle seguenti figure sono riportate le distribuzioni del rapporto delle rigidezze e della temperatura per il cinquantesimo anno. Esse dimostrano ancora una volta che l’assunzione assunta di distribuzione normale della temperatura è corretta a maggior ragione per il fatto che il tipo distribuzione non è imposto come per la simulazione Monte Carlo.

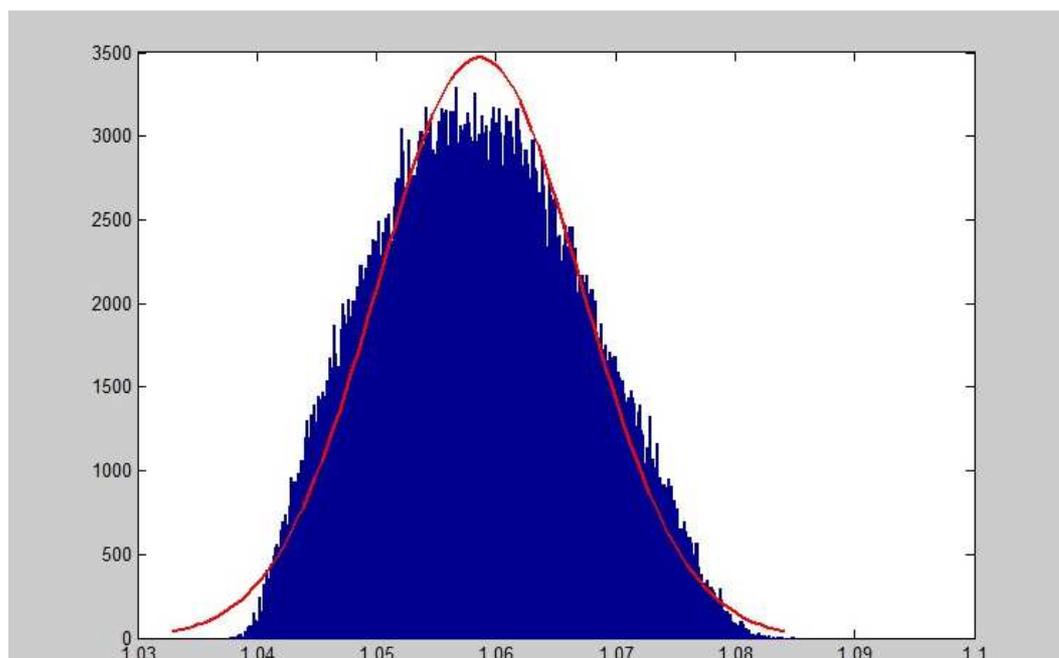


Figura 67 Distribuzione del rapporto di rigidezze (NR)

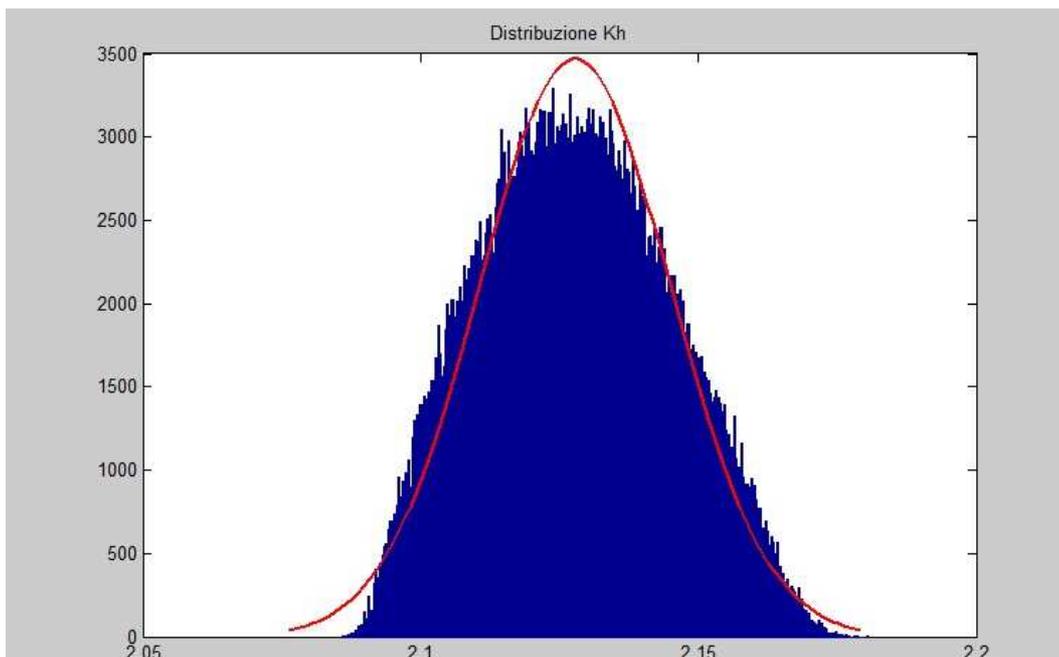


Figura 68 Distribuzione della rigidezza (NR)

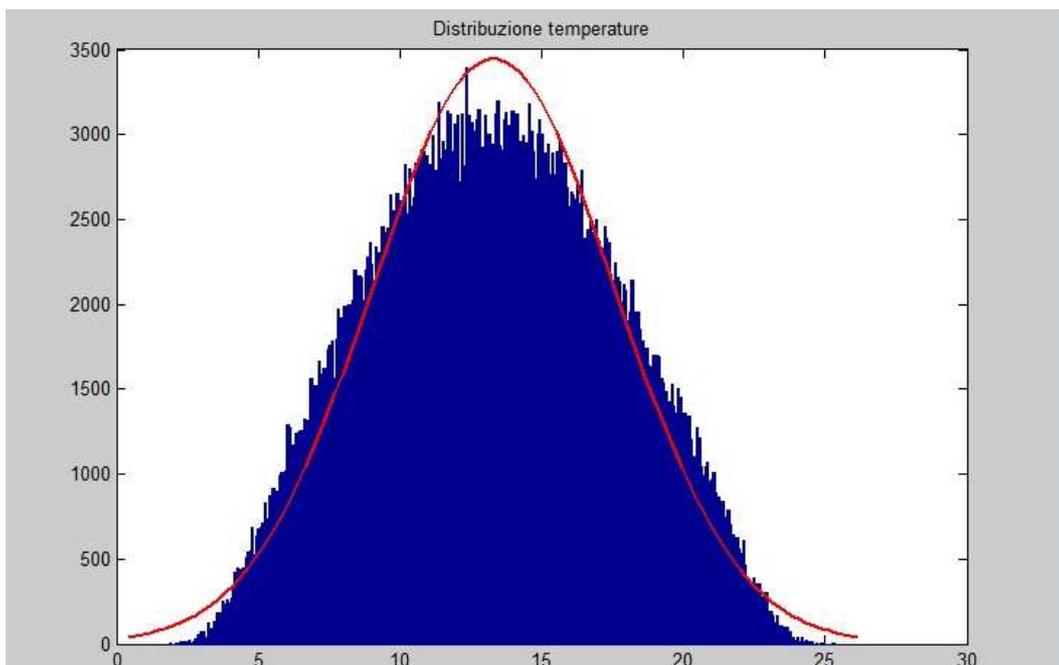


Figura 69 Distribuzione della temperatura (NR)

3.7 Simulazione catene di Markov stagionale

L'esigenza di eseguire una simulazione stagionale con le catene di Markov nasce dal fatto che la simulazione catene di Markov non riesce a cogliere la variazione

stagionale della temperatura dato che la temperatura del giorno futuro dipende solamente dalla temperatura del giorno presente. Per poter notare questa cosa, si dovrebbe far dipendere la temperatura del giorno futuro dal giorno presente, ma anche dai giorni passati. Si dovrebbe quindi utilizzare una catena di Markov di grado superiore, cosa ostica. Per superare questo problema e utilizzare comunque le catene di Markov di primo grado, si è deciso di simulare la variazione della temperatura giornaliera tipica di ogni stagione. In altre parole, si sono generate quattro sequenze di temperature. Si è quindi reso indispensabile la stima di quattro matrici di transizione come spiegato in un paragrafo precedente. Essendo queste matrici diverse l'una dall'altra per dimensioni e valori delle temperature massime e minime, si sono dovute creare quattro funzioni di conversione delle temperature in stati e quattro funzioni di conversione da stati in temperature, ovviamente una per ogni stagione.

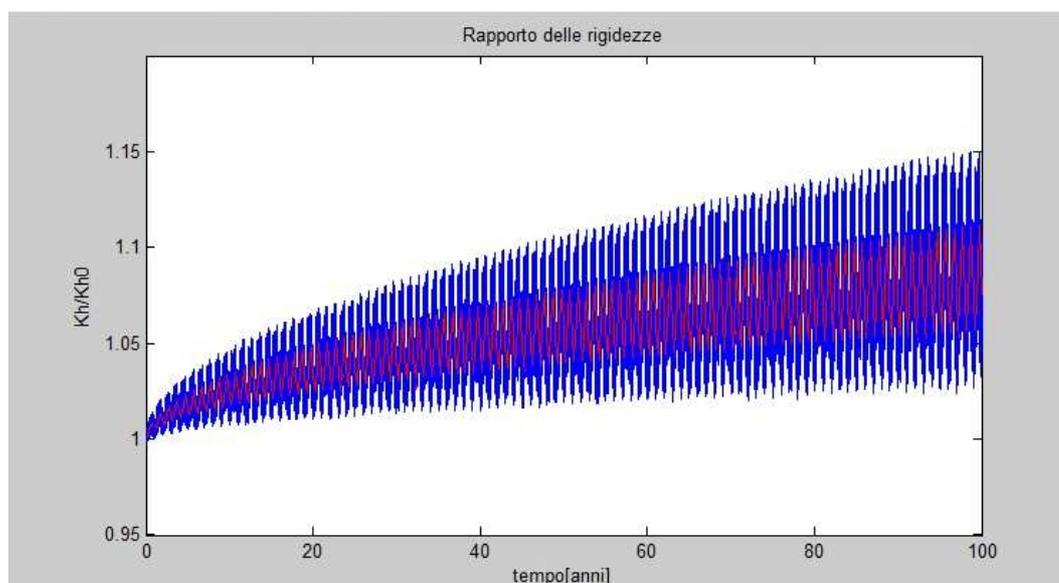


Figura 70 Andamento del rapporto di rigidezze per MM stagionale (NR)

Come per il caso della simulazione Monte Carlo stagionale, la scelta della stagione viene eseguita dal ciclo "if" all'interno di un ciclo "for" ripetuto per ogni anno. In base alla stagione, viene generata una catena di Markov di temperature di lunghezza 90 per l'inverno, 92 per la primavera, 94 per l'estate e 89 per l'autunno. Per ogni valore generato si entra nel modello e si calcolano i valori del

rapporto delle rigidezze e la rigidezza. Di questi valori si ottengono le medie stagionale per poi calcolare la media delle grandezze per le simulazioni. Plottando nel tempo, si ottengono le figure 70 e 71.

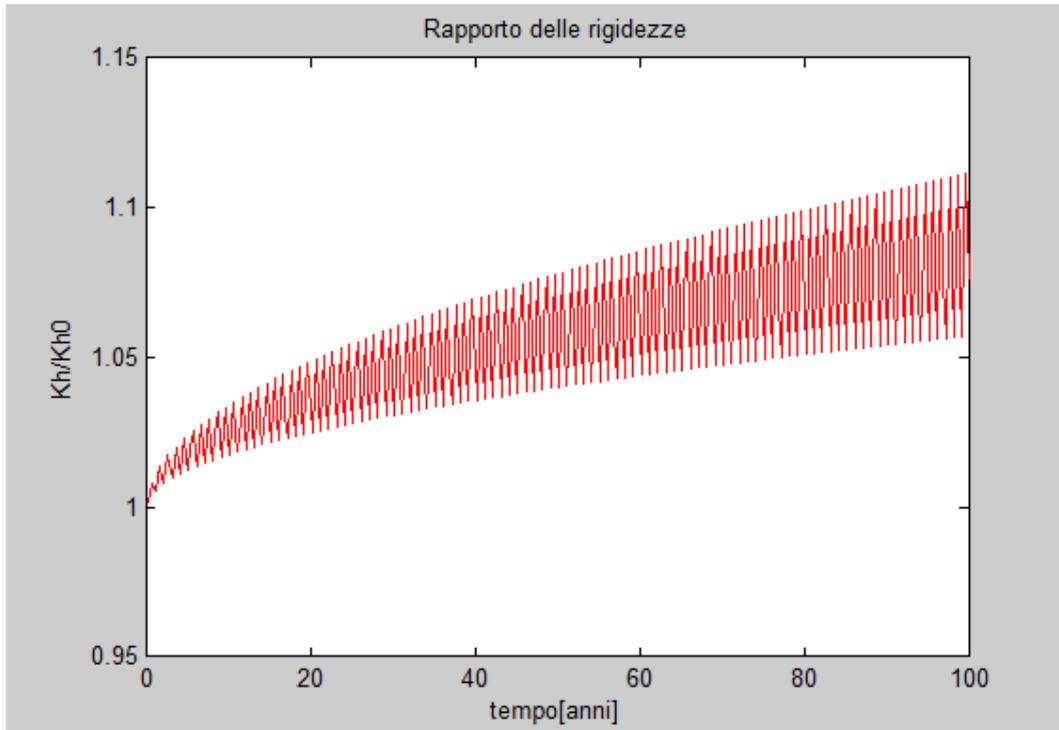


Figura 71 Andamento medio della rigidezza per MM stagionale (NR)

La figura 71 rappresenta l'andamento medio del rapporto delle rigidezze in 100 anni per un milione di simulazioni; la figura 70 rappresenta la stessa grandezza per ogni singola simulazione (linee di colore blu) per un totale di 100 e la loro media. Il motivo che costringe a fare questa scelta è lo stesso citato più volte nel presente capitolo. Per ottenere l'andamento della rigidezza basta moltiplicare l'andamento del relativo rapporto per il valore della rigidezza laterale iniziale del dispositivo sismico.

In figura 72 si grafica l'andamento della temperatura media stagionale in 100 anni. Come per la simulazione Monte Carlo stagionale si ha un andamento a fisarmonica.

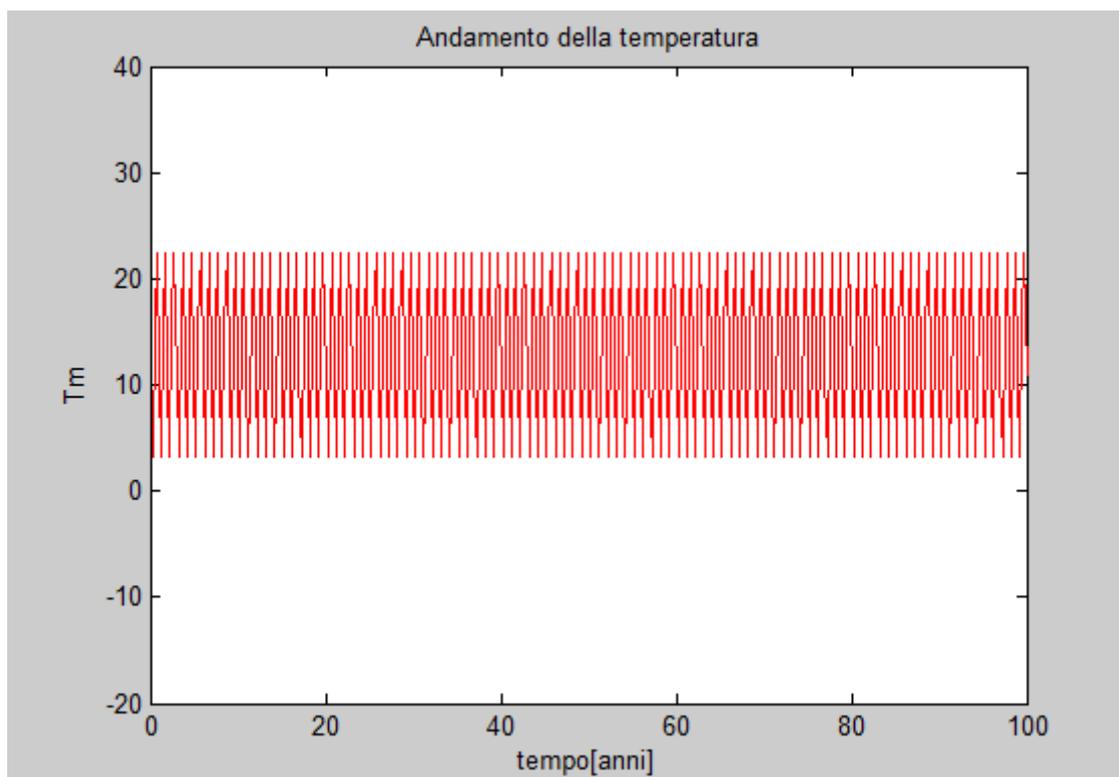


Figura 72 Andamento della temperatura media delle stagioni (NR)

In figura 73 si riportano le one time probabilità per gli anni 10, 20, 50, 100. Per ogni anno di interesse sono state rappresentate quattro one time probability, una per ogni stagione. In particolare le one time probability di colore blu rappresentano la distribuzione delle rigidezze per le temperature invernali, quelle di colore verde rappresentano la distribuzione delle rigidezze per le temperature primaverili, quelle di colore rosso rappresentano la distribuzione delle rigidezze per le temperature estive e quelle gialle rappresentano la distribuzione delle rigidezze per le temperature autunnali. I cerchi rappresentano i valori medi delle distribuzioni rappresentate. La linea continua, invece, rappresenta la curva interpolatrice dei valori medi. Tale curva si ottiene come nei casi precedenti. L'interpolazione è stata eseguita con un polinomio di quarto grado come per la simulazione Monte Carlo. Questo polinomio, per come è stato costruito, restituisce il valore della grandezza in considerazione nel tempo per un isolatore sismico avente determinate dimensioni collocato in un determinato luogo (perché ogni luogo ha una temperatura tipica).

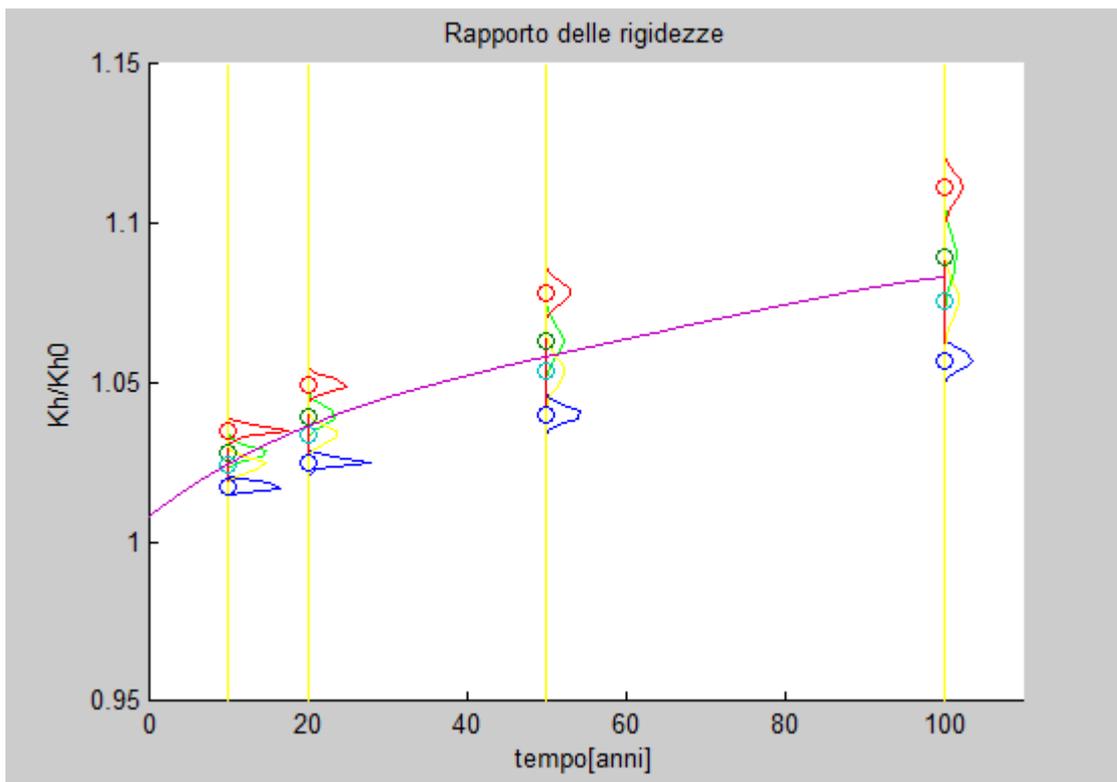


Figura 73 One time probability per MM stagionale (NR) e curva interpolatrice

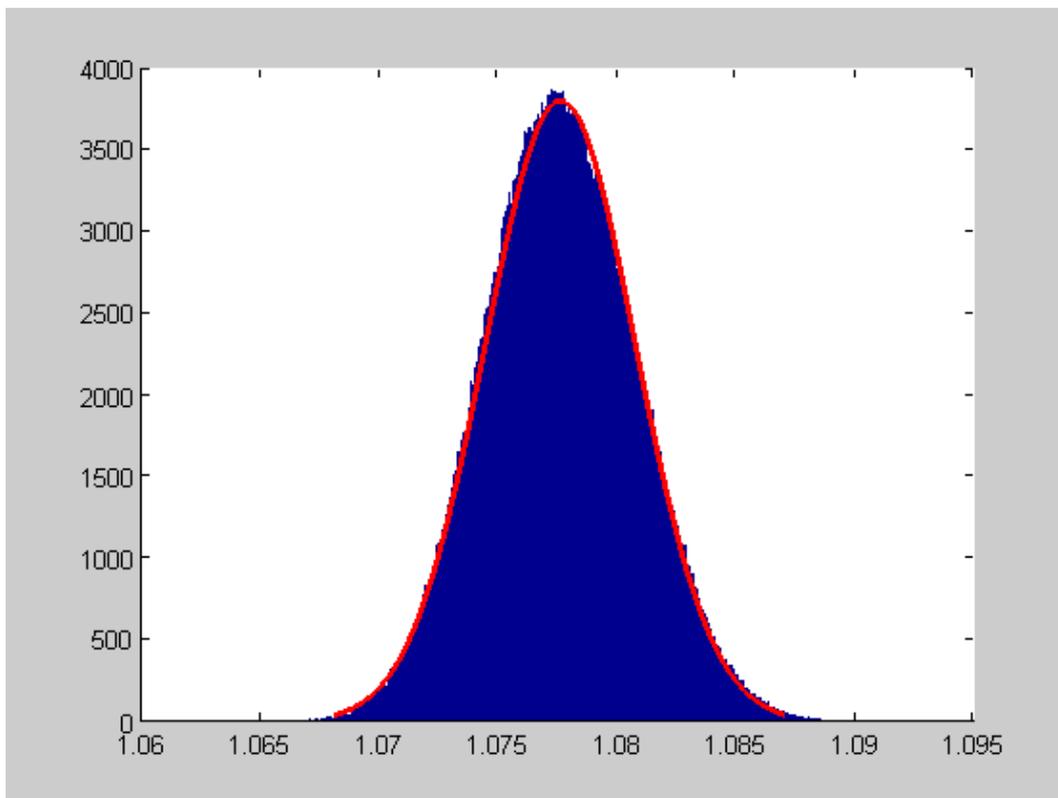


Figura 74 Distribuzione del rapporto di rigidezze (NR)

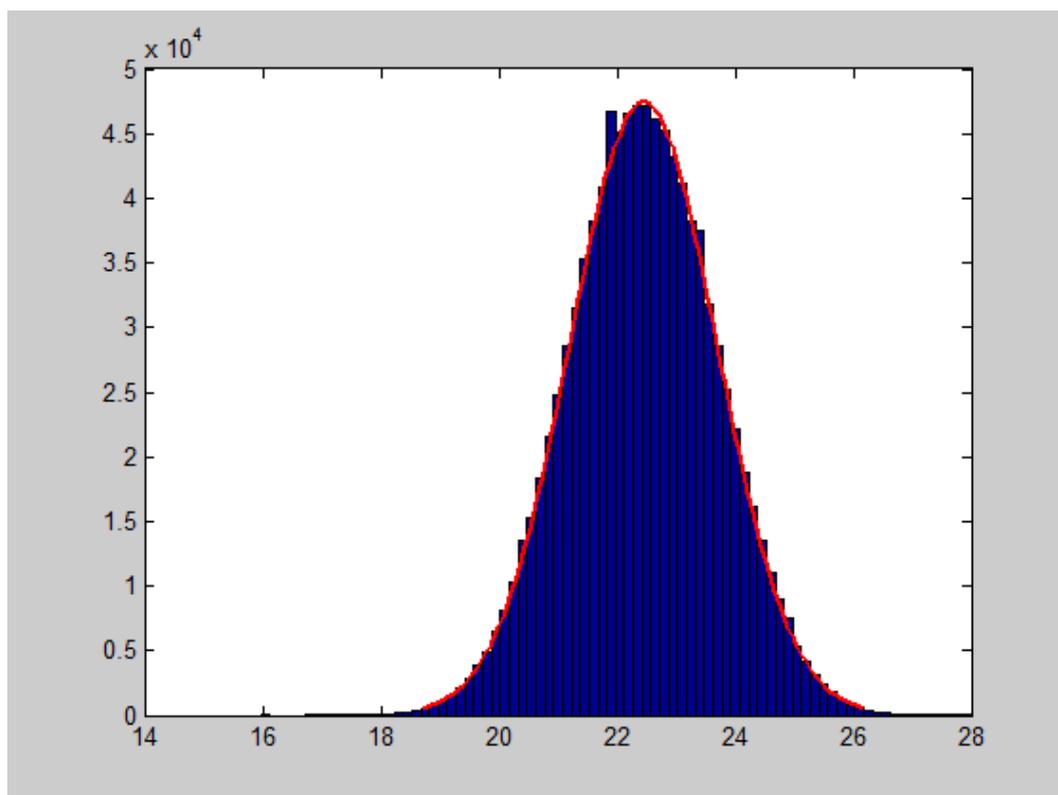


Figura 75 Distribuzione delle temperature (NR)

Nelle figure 74 e 75 sono riportate le distribuzioni del rapporto delle rigidezze e della temperatura per la stagione estiva del cinquantesimo anno. Come si può notare, la distribuzione segue una gaussiana. Quindi, la simulazione con le catene di Markov stagionale va a validare l'assunzione assunta per la distribuzione delle temperature assunta per le simulazioni Monte Carlo, dove si ha una distribuzione normale perché imposta appunto.

3.8 Confronti

Nelle figure seguenti vengono messe a confronto le curve derivanti dalle simulazioni eseguite per l'andamento del rapporto di rigidezza, ovvero la curva deterministica, la curva dell'andamento medio della grandezza presa in considerazione e la curva interpolatrice.

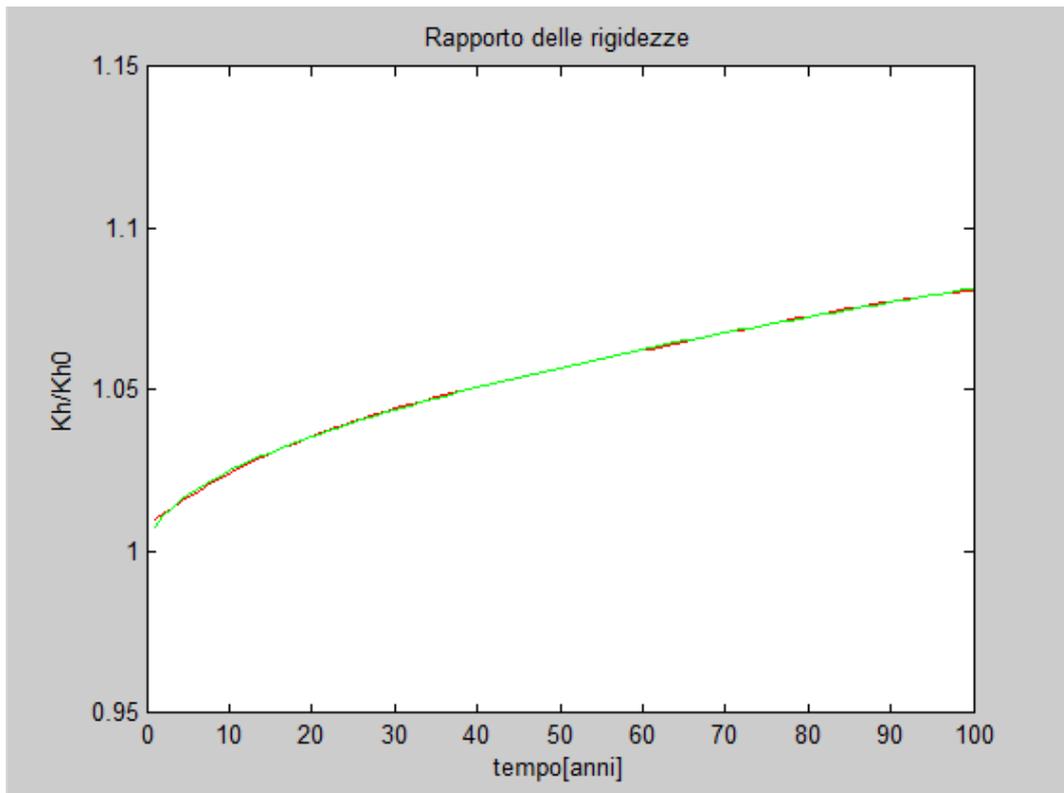


Figura 76 Confronto MC annua (NR)

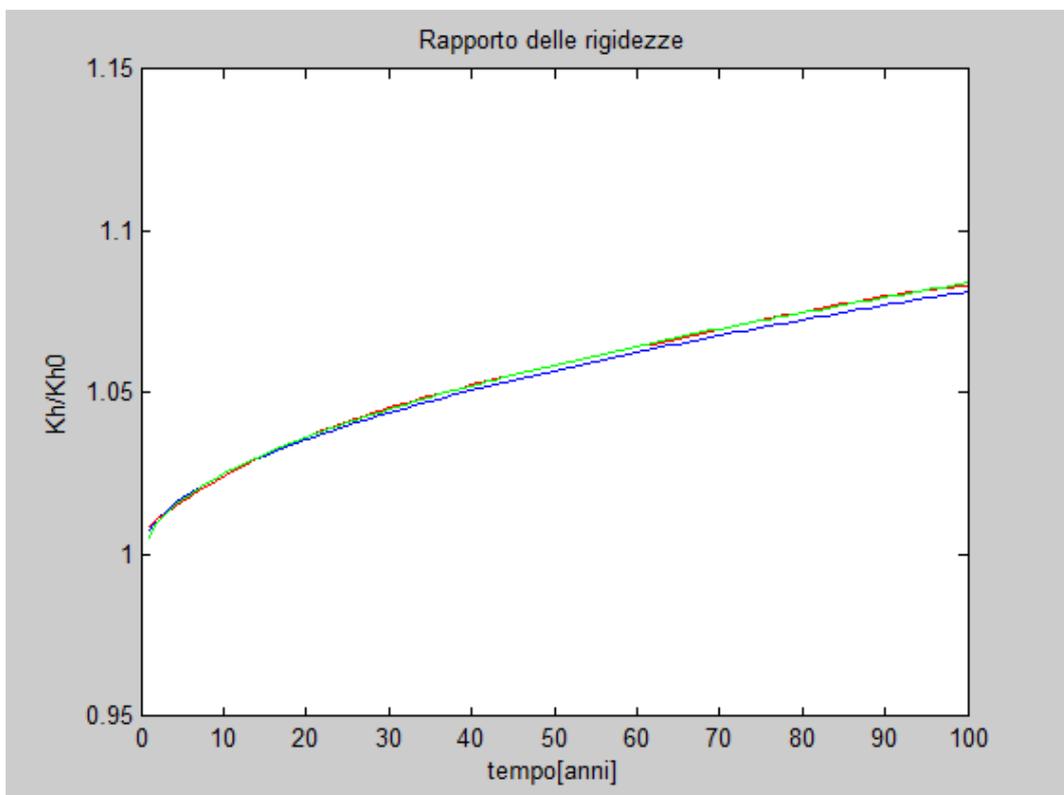


Figura 77 Confronto MM annua (NR)

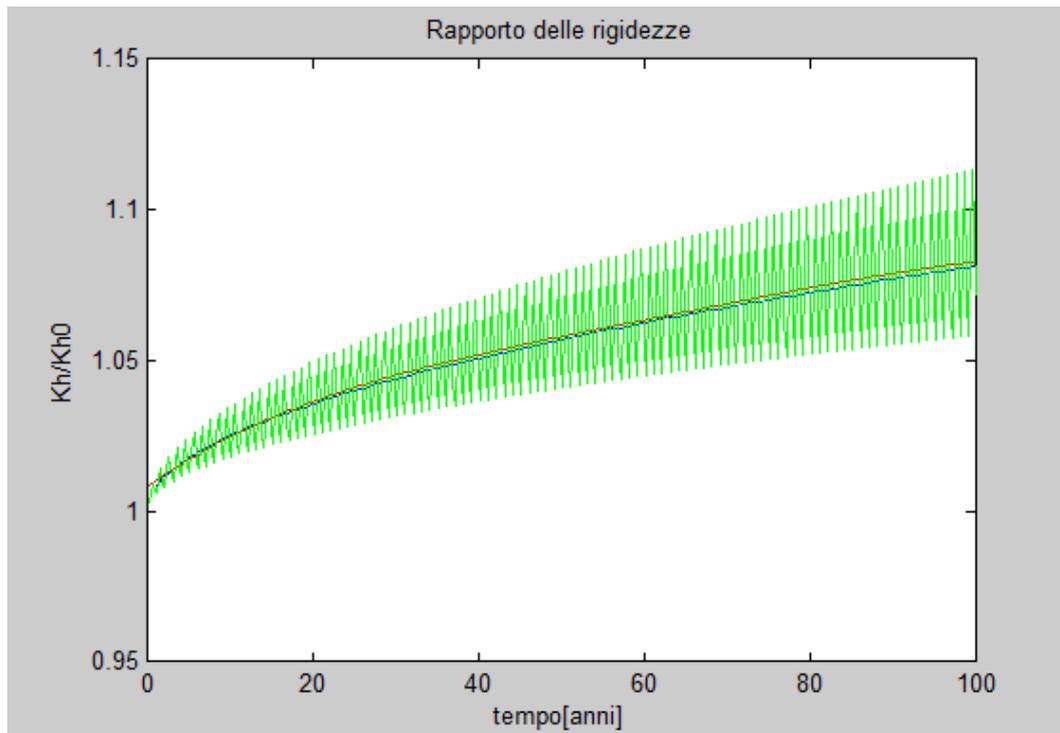


Figura 78 Confronto MC stagionale (NR)

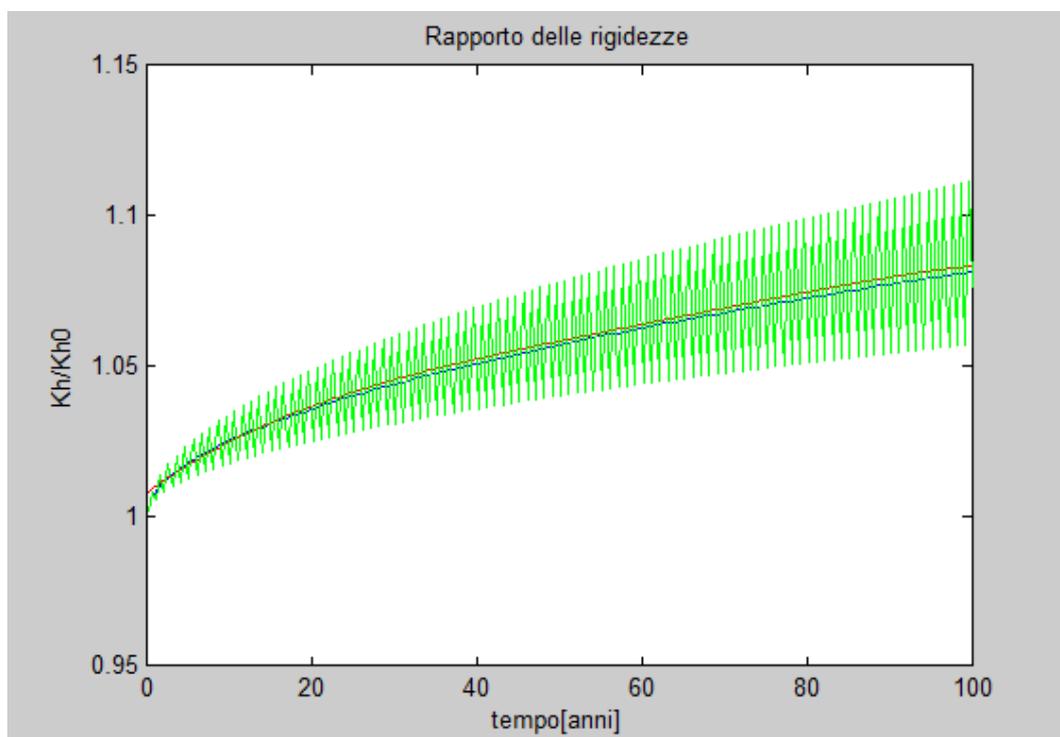


Figura 79 Confronto MM stagionale (NR)

In figura 76 è rappresentato il confronto per la simulazione monte Carlo annua; in figura 77 è rappresentato il confronto per la simulazione con le catene di Markov annuale; in figura 78 è rappresentato il confronto per la simulazione monte Carlo stagionale; infine, in figura 79 è rappresentato il confronto per la simulazione con le catene di Markov stagionale.

In tutte le figura, la linea blu rappresenta la curva deterministica, la linea rossa la curva interpolatrice e la linea verde l'andamento medio del rapporto di rigidezze derivante dalle simulazioni.

Per la simulazione Monte Carlo annua, si nota che le tre curve sono tutte sovrapposte. Invece, per la simulazione Monte Carlo stagionale e per le simulazioni con le catene di Markov annuale e stagionale, la curva di interpolazione si discosta leggermente dalla curva deterministica, in particolare dà valori maggiori. Questo risultato mette d'accordo tre delle quattro simulazioni portando alla conclusione che tale risultato sia più attendibile di quello della simulazione Monte Carlo annuale. Infatti, mentre per il primo caso la temperatura varia con una media pari alla temperatura media annuale, negli altri tre casi la temperatura assume valori di temperature alti e valori di temperature basse. Questo comporta livelli di degrado maggiori alternati a livelli di degrado minori. Come visto al capitolo 2, basse temperature comportano un maggiore volume dell'isolatore interessato dal degrado (aumenta la profondità critica) ad un basso livello; alte temperature comportano, invece, un volume minore degradato, ma il livello di degrado è superiore. Poiché la relazione che lega la profondità critica all'inverso della temperatura assoluta è di tipo esponenziale, l'invecchiamento ad alte temperature "vince" su quello a basse temperature. Ecco così spiegato lo scostamento della curva interpolatrice dei valori medi del rapporto di rigidezze da quella del modello presente in letteratura.

3.9 Risultati per isolatori in HDR

Di seguito vengono riportati i grafici per gli isolatori in HDR, analoghi a quelli visti per gli isolatori in NR

3.9.1 Simulazione Monte Carlo annua

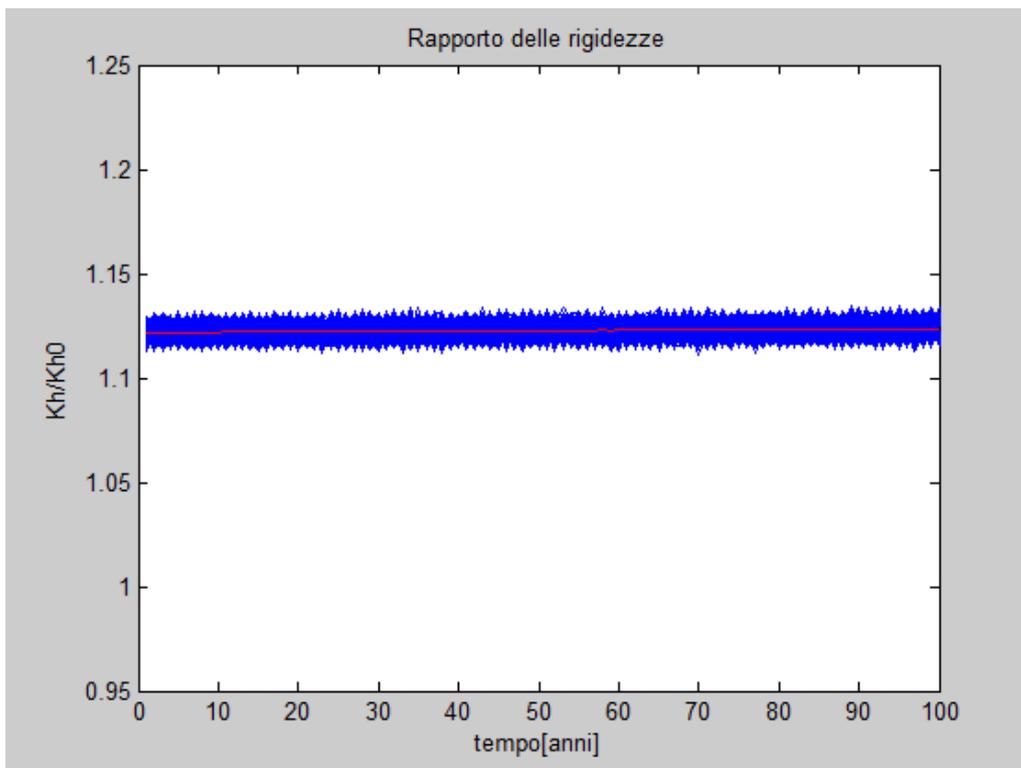


Figura 80 Andamento del rapporto di rigidezze per MC annua (HDR)

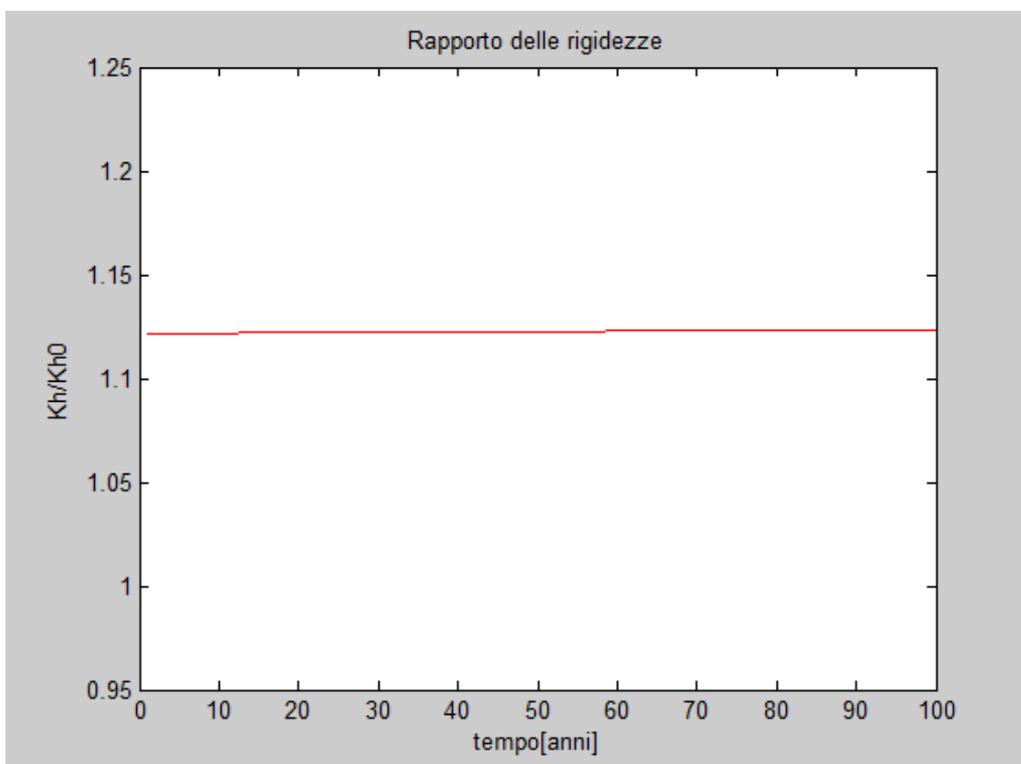


Figura 81 Andamento medio del rapporto di rigidezze per MC annua (HDR)

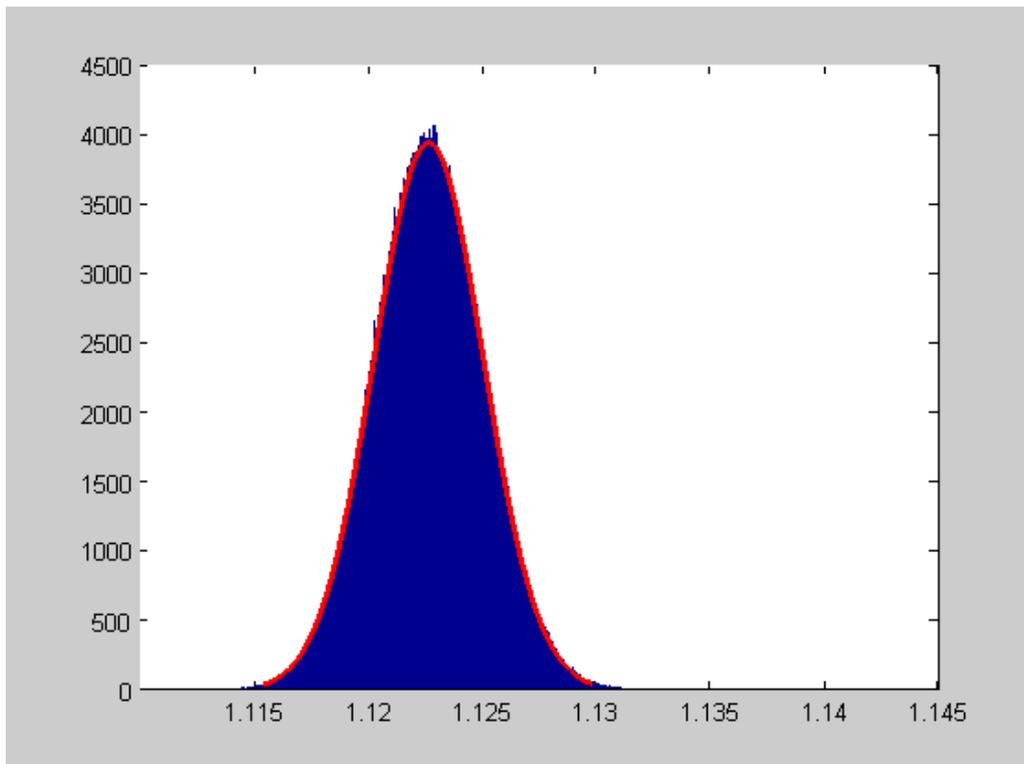


Figura 82 Distribuzione del rapporto di rigidezze per MC annua (HDR)

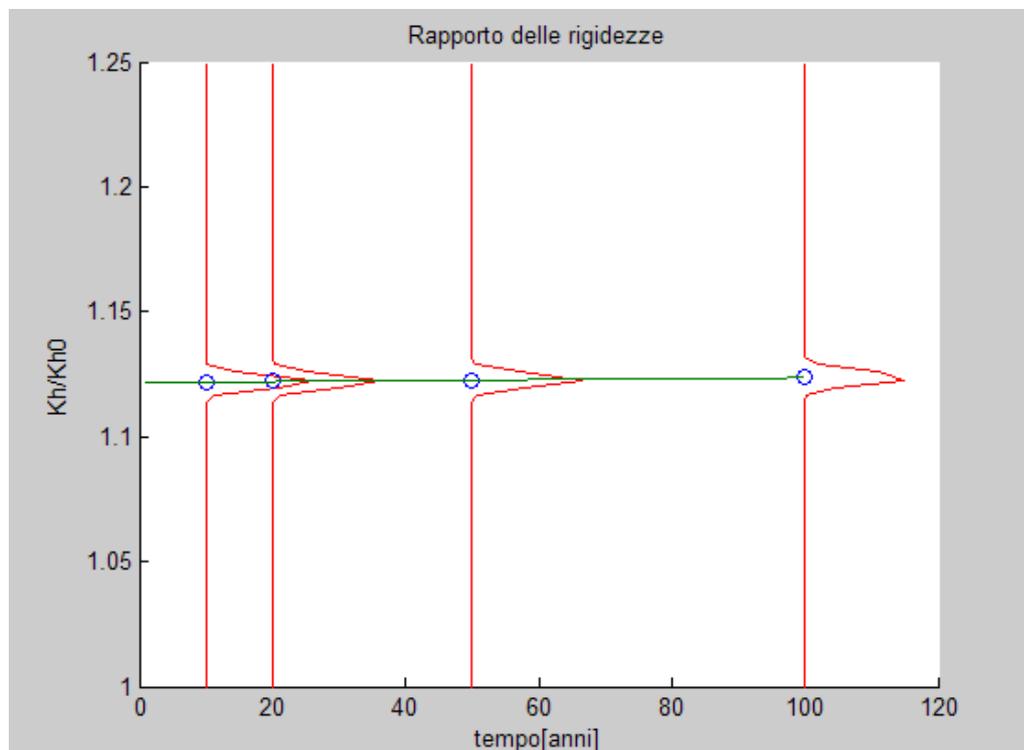


Figura 83 One time probability per MC annua (HDR) e curva interpolatrice

3.9.2 Simulazione Monte Carlo stagionale

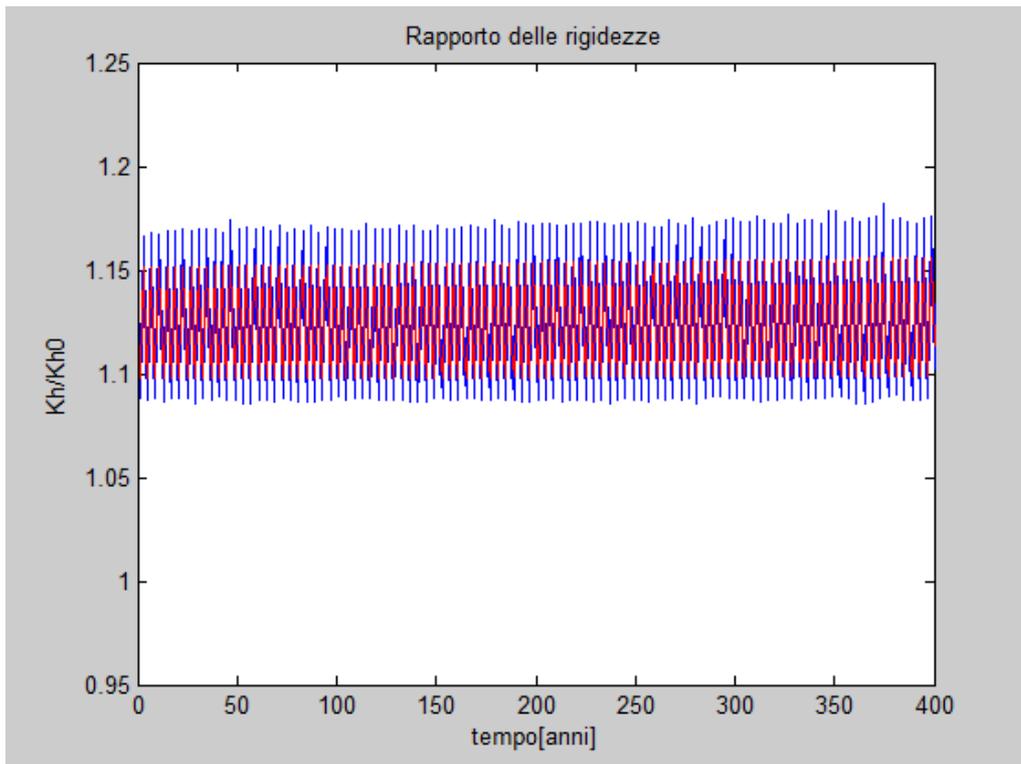


Figura 84 Andamento del rapporto di rigidezze per MC stagionale (HDR)

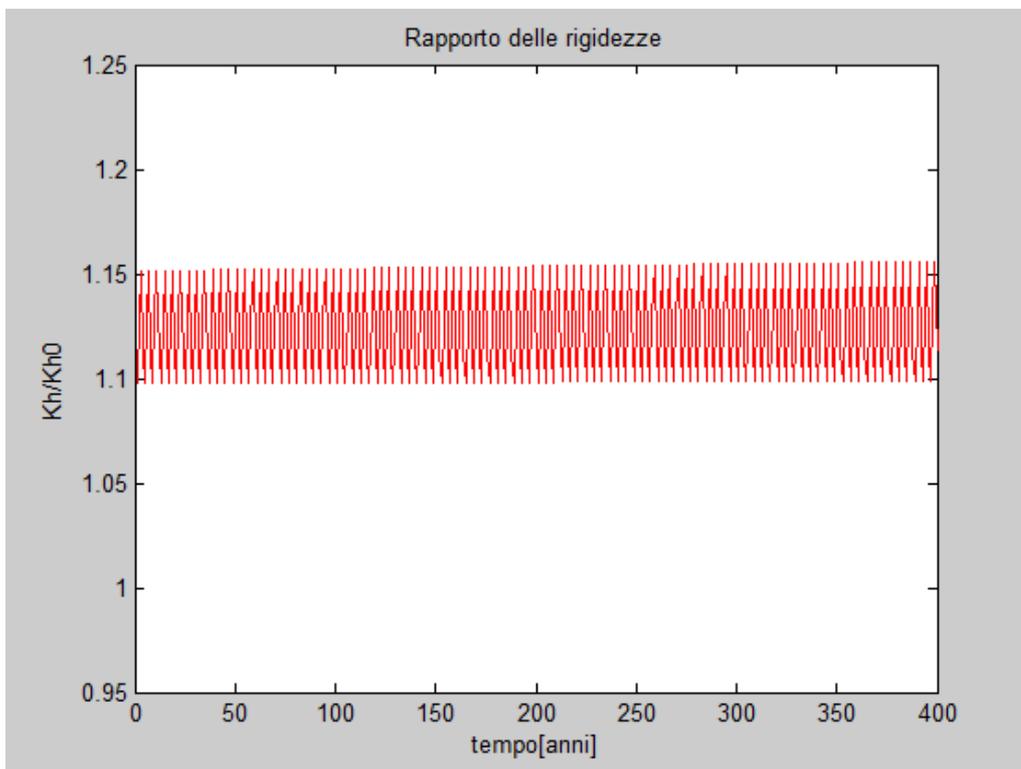


Figura 85 Andamento medio del rapporto di rigidezze per MC stagionale (HDR)

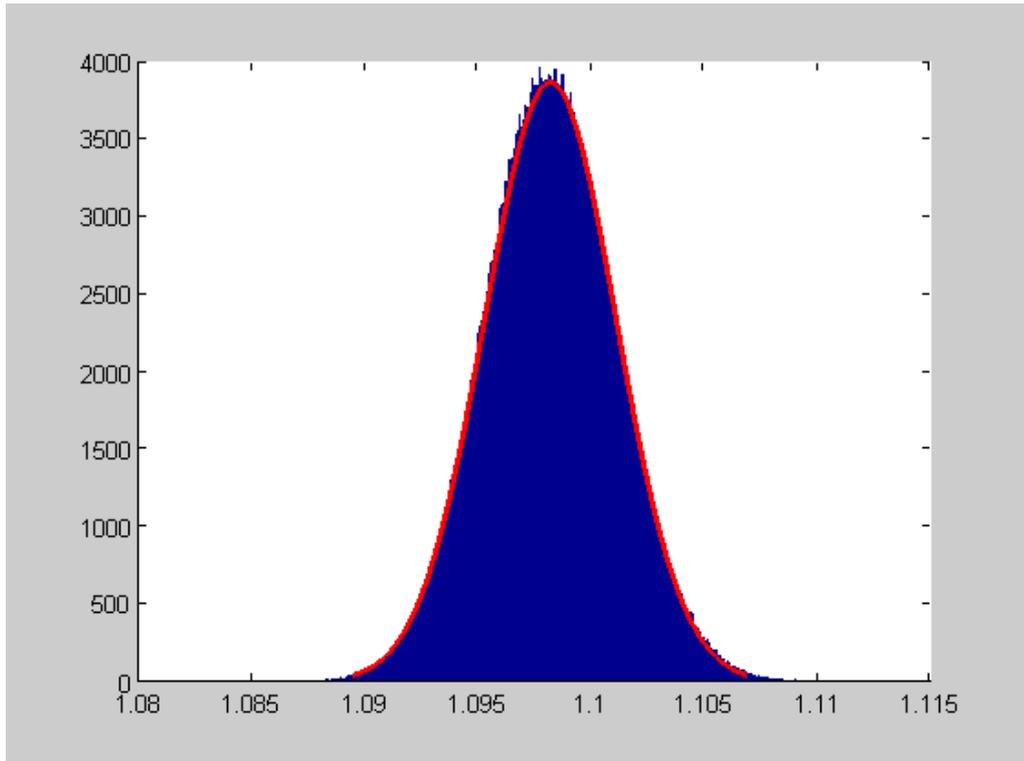


Figura 86 Distribuzione del rapporto di rigidezze per MC stagionale (HDR)

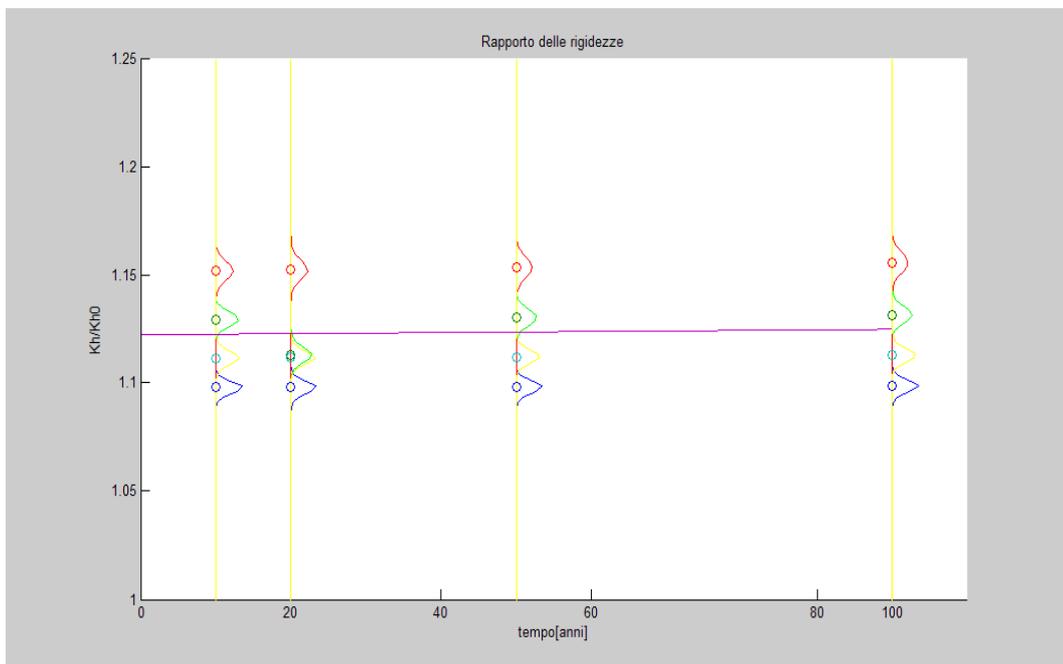


Figura 87 One time probability per MC stagionale (HDR) e curva interpolatrice

3.9.3 Catene di Markov annuale

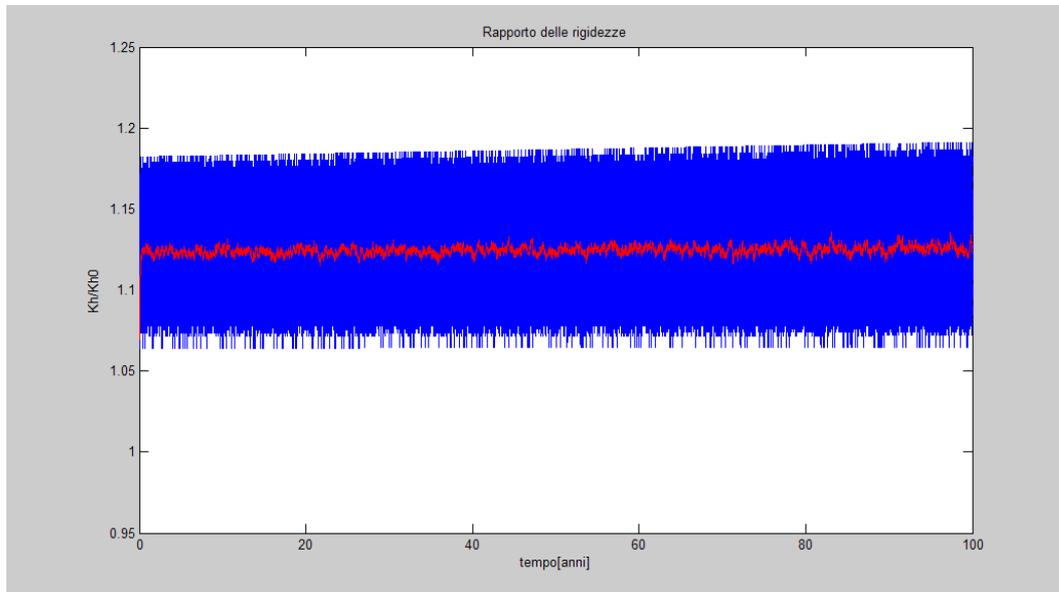


Figura 88 Andamento del rapporto di rigidezze per MM annua (HDR)

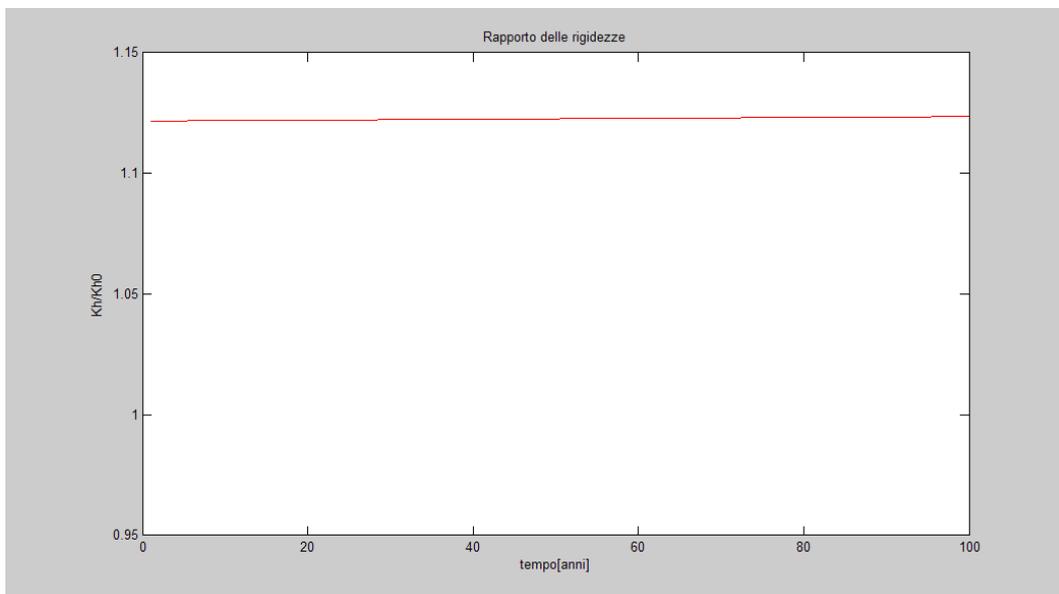


Figura 89 Andamento medio del rapporto di rigidezze per MM annua (HDR)

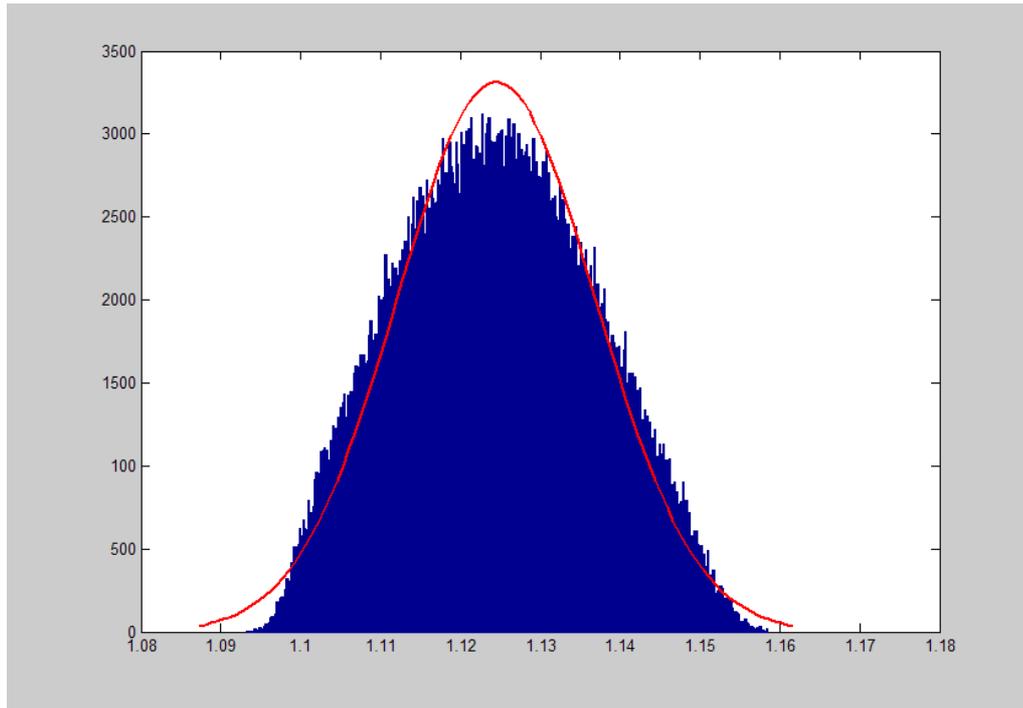


Figura 90 Distribuzione del rapporto di rigidezze per MM annua (HDR)

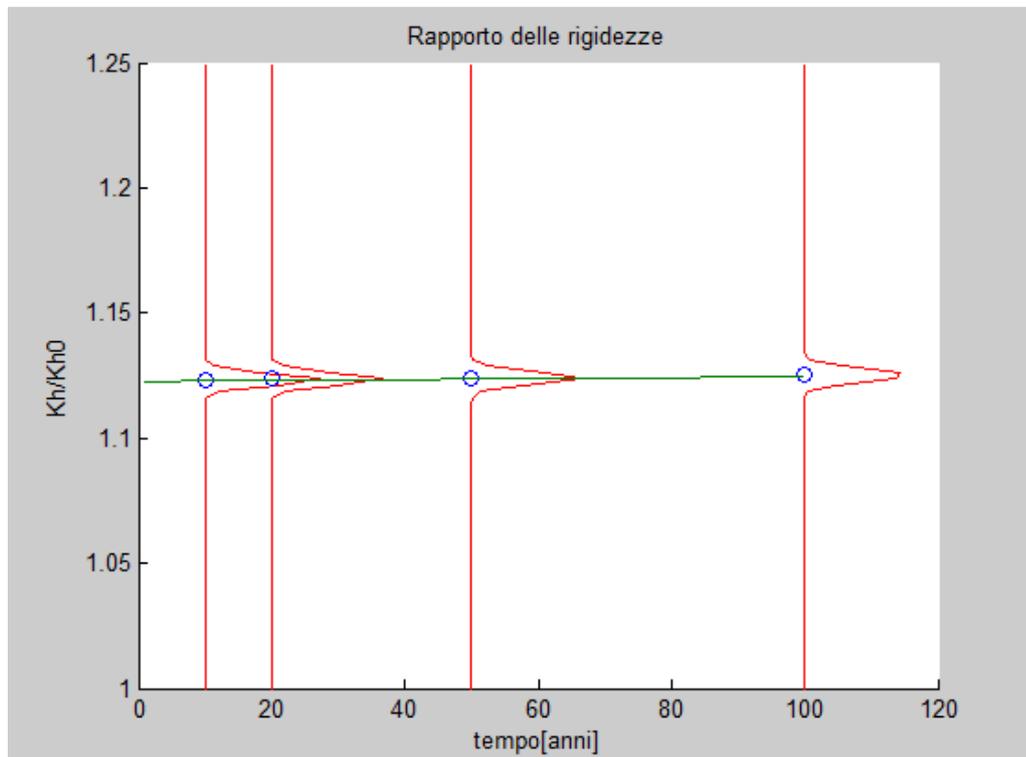


Figura 91 One time probability per MC stagionale (HDR) e curva interpolatrice

3.9.4 Catene di Markov stagionali

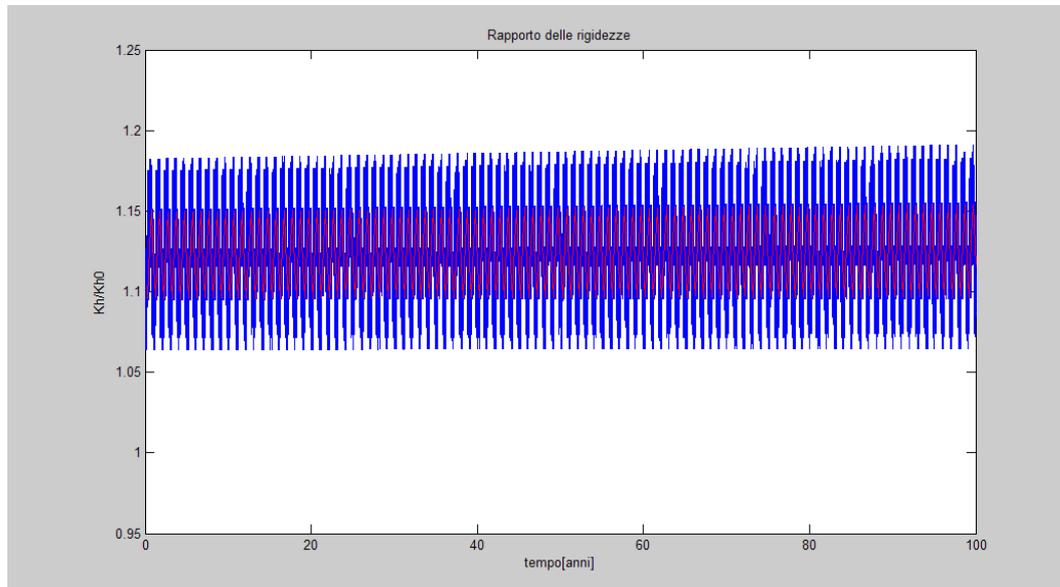


Figura 92 Andamento del rapporto di rigidezze per MM stagionale (HDR)

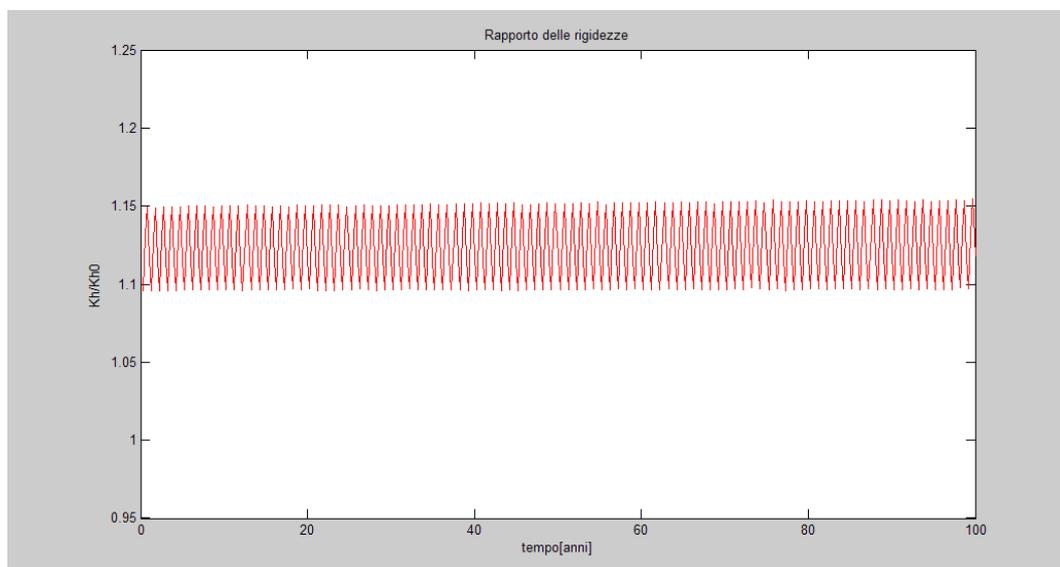


Figura 93 Andamento medio del rapporto di rigidezze per MM stagionale (HDR)

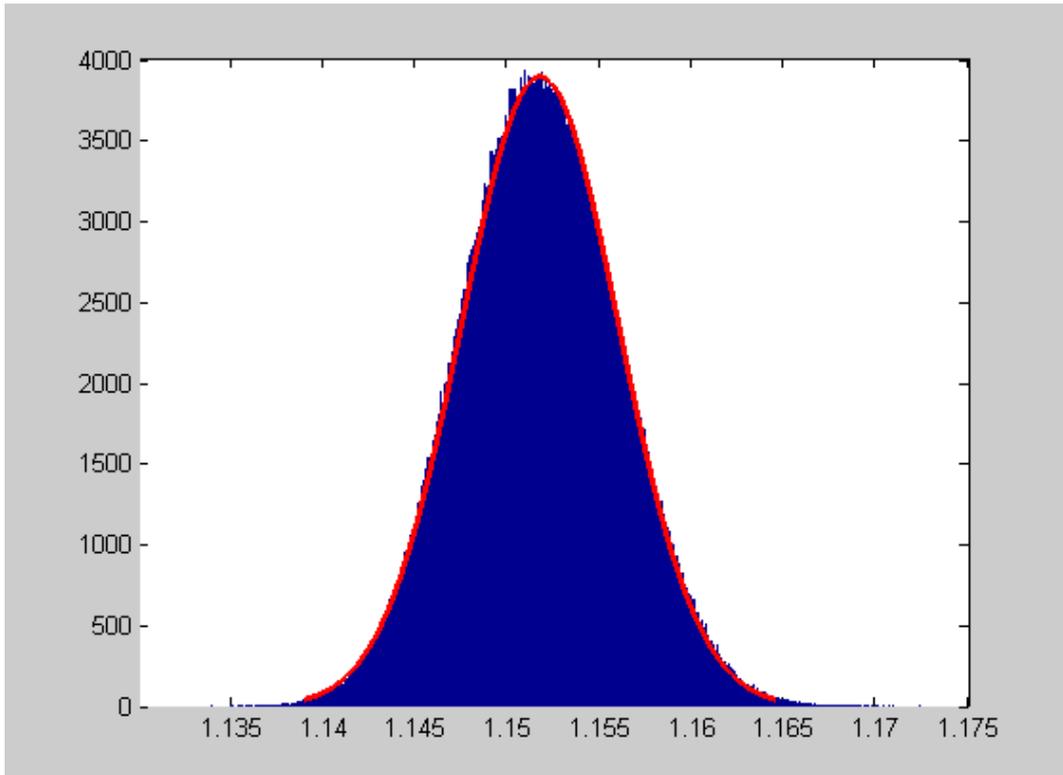


Figura 94 Distribuzione del rapporto di rigidezze per MC stagionale (HDR)

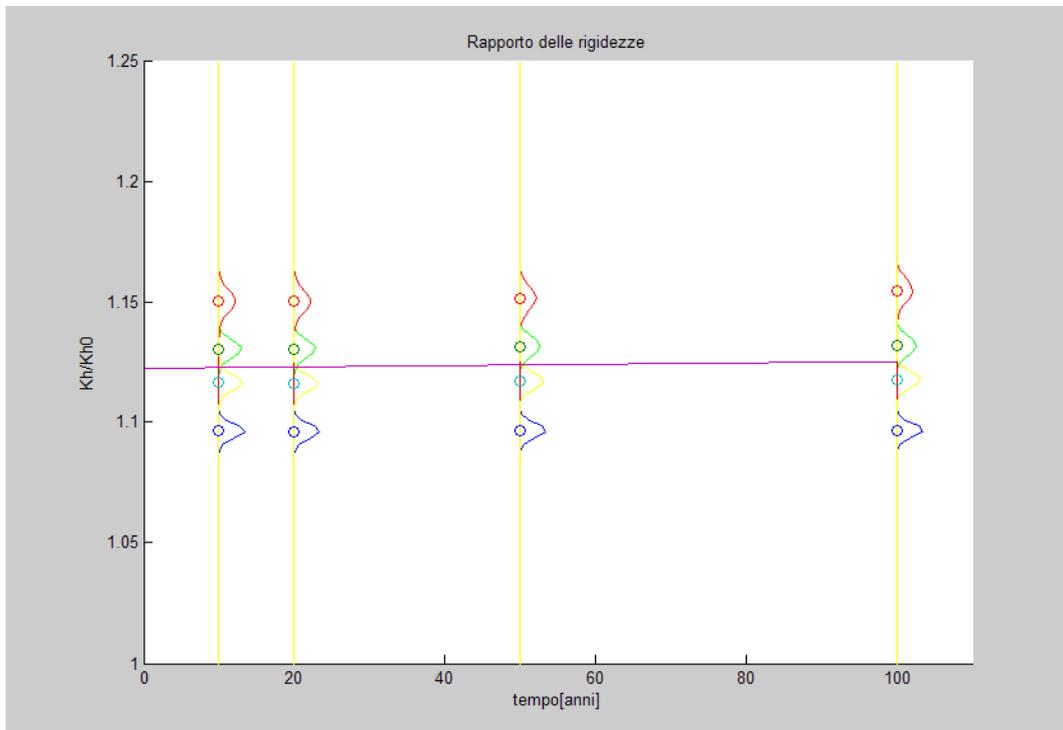


Figura 95 One time probability per MC stagionale (HDR) e curva interpolatrice

3.9.5 Confronti

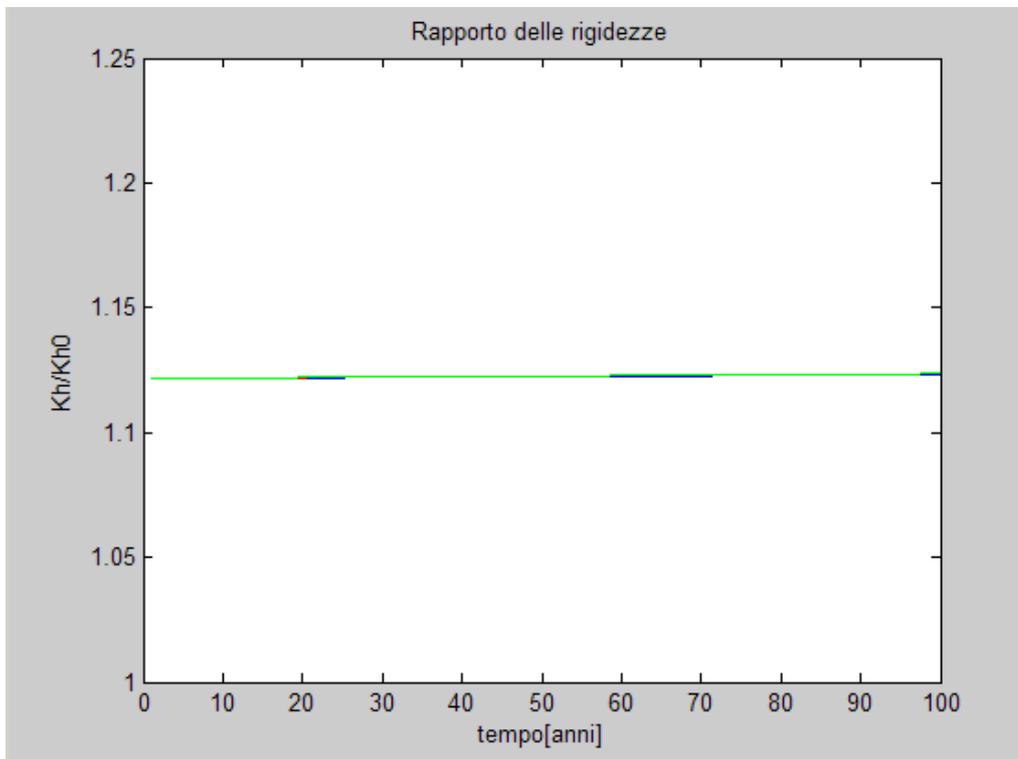


Figura 96 Confronto MC annua (HDR)

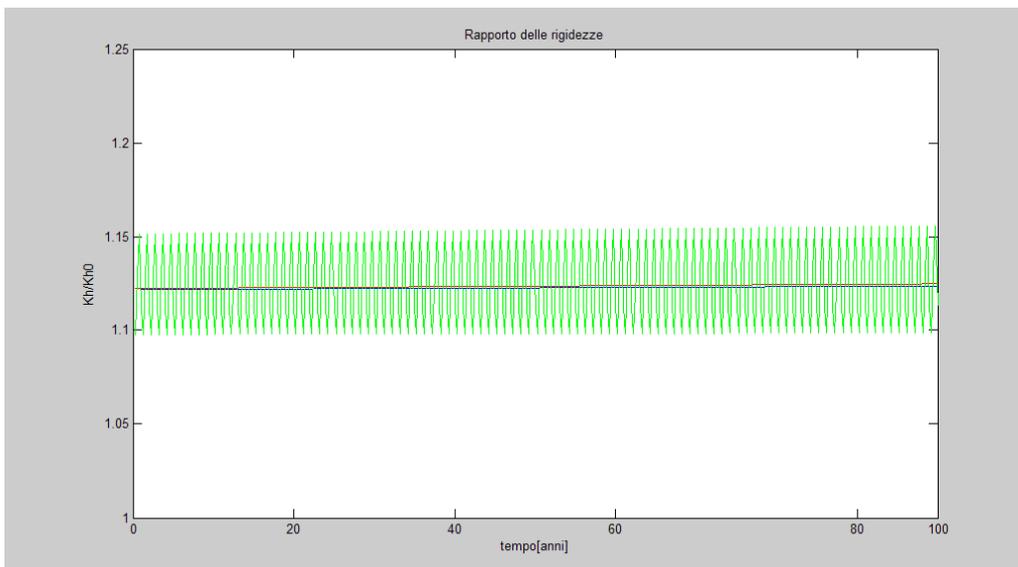


Figura 97 Confronto MC stagionale (HDR)

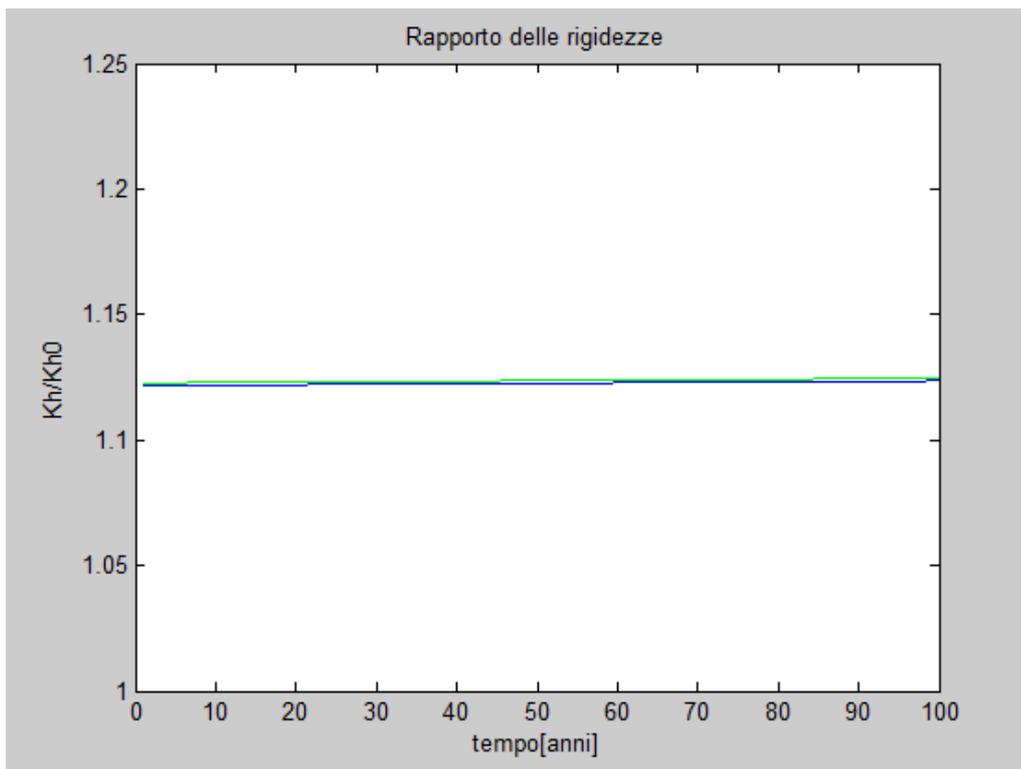


Figura 98 Confronto MM annua (HDR)

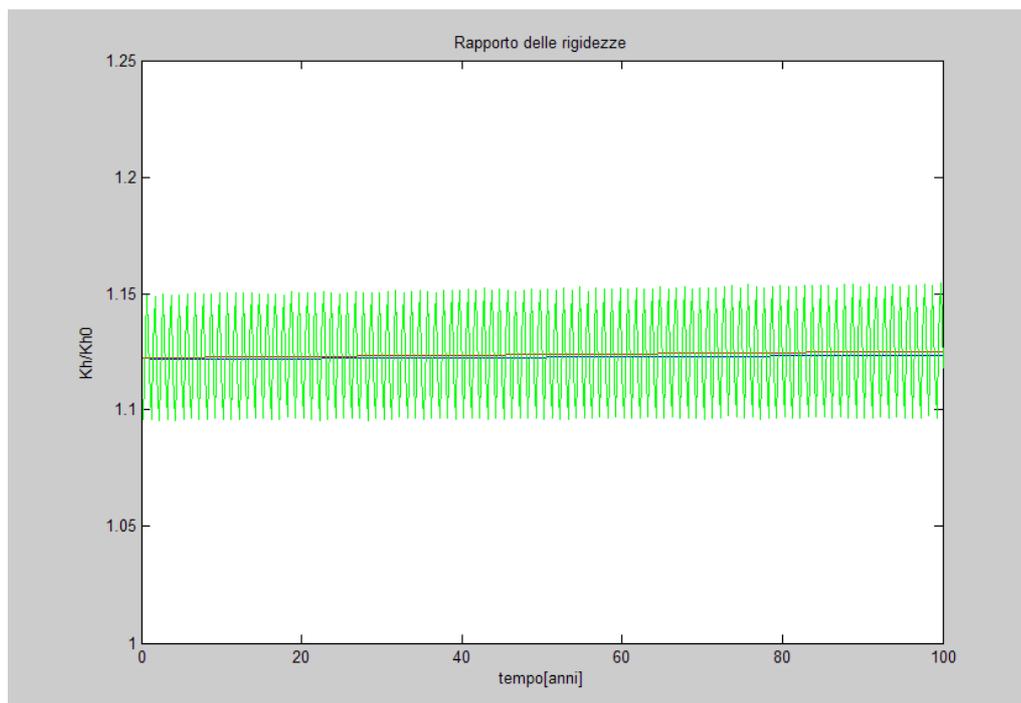


Figura 99 Confronto MM stagionale (HDR)

LE CURVE DI FRAGILITA'

4.1 Vulnerabilità sismica

Con il termine vulnerabilità sismica di un sistema strutturale, intendiamo la conoscenza preventiva del livello di danno cui può andare incontro a seguito di un evento sismico di prefissata entità. Uno strumento molto valido per la valutazione della vulnerabilità di ponti e viadotti è rappresentato dalle curve di fragilità, esse non sono altro che delle curve parametriche che, data una certa intensità dell'evento sismico, riportano in ordinata la probabilità condizionata di eccedere o eguagliare un prefissato livello di danno. Esistono diverse curve di fragilità, distinte sulla base del meccanismo di rottura, che può essere di tipo duttile (rottura a flessione), il quale ammette molteplici livelli di danno, o di tipo fragile (rottura a taglio).

E' evidente la natura probabilistica dell'intero problema, essa deriva, infatti, dalla aleatorietà delle variabili in gioco: il sisma in primo luogo ha caratteristiche difficilmente prevedibili, ed esso rappresenta la domanda a cui viene sottoposta la struttura, ma anche i materiali da costruzione, acciaio e calcestruzzo, hanno delle performance meccaniche soggette a qualche incertezza in fase di progettazione, ed essi rappresentano la capacità che è in grado di fornire il sistema. La figura seguente è molto esplicativa da questo punto di vista, in quanto le curve, rispettivamente di capacità e domanda, sono caratterizzate da una loro distribuzione probabilistica, e la loro intersezione, il punto di performance della struttura, non è pertanto individuata da un singolo punto, ma da un intervallo.

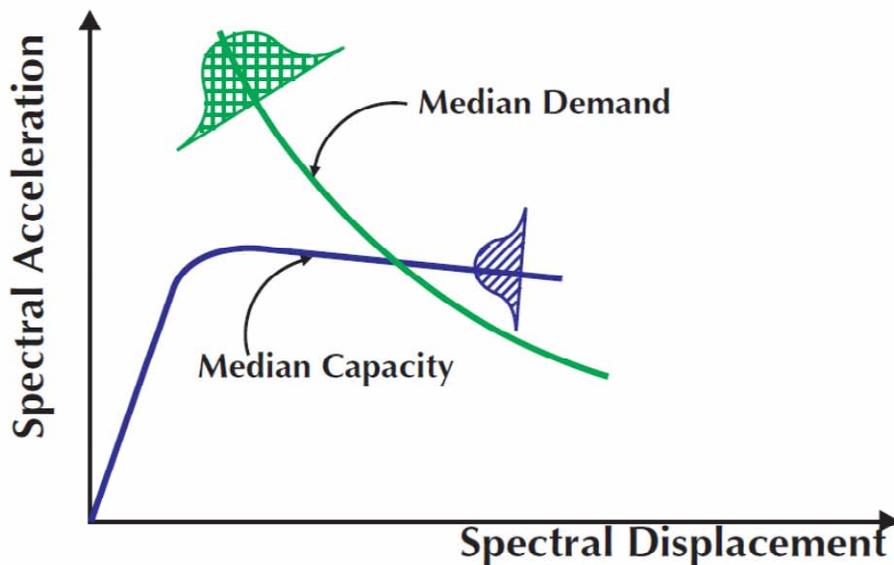


Figura 100 Aleatorietà delle curve di capacità della struttura e della domanda

Di seguito si riportano, sinteticamente, le fasi per la valutazione della affidabilità di strutture da ponte nei confronti dell'azione sismica mediante curve di fragilità:

- definizione di opportuni livelli di danno a cui può andare incontro la struttura (PL, performance level);
- costruzione delle curve di fragilità per ogni livello di danno;
- definizione delle probabilità di uguagliamento o superamento accettabili per ogni PL;
- confronto delle probabilità di superamento accettabili con le curve di fragilità, per ciascun PL a parità di intensità sismica.

Con riferimento alla costruzione delle curve di fragilità troviamo molti esempi in letteratura, specialmente in quella anglosassone e giapponese. Il primo procedimento è di natura empirica e si basa sull'osservazione di ciò che avviene sulle strutture a seguito di episodi sismici (Basoz, terremoto di Northridge, 1994 e Shinouzuka, terremoto di Kobe, 1995). A questo tipo di approccio si rifanno le normative americane (hazus) e europee (Risk-UE). Sul suolo italiano, data la scarsità di informazioni storiche circa il danneggiamento di strutture da ponte esistenti ad opera del terremoto, si avrebbe una qualche difficoltà nell'applicare metodi di tipo empirico, in tal caso esiste la necessità di seguire un approccio di

tipo analitico mediante modelli numerici, che può essere brevemente riassunto nei passi seguenti:

- simulazione numerica dell'azione del terremoto mediante accelerogrammi registrati o spettro-compatibili;
- simulazione della risposta del ponte al terremoto mediante modelli a elementi finiti, costruendo diversi ponti campione per tenere conto della variabilità sui materiali;
- costruzione delle curve di fragilità a partire dagli spostamenti di opportuni punti di controllo, sperimentati dal modello del ponte durante la simulazione numerica;

I dati della risposta strutturale della struttura da ponte soggetta all'azione sismica possono essere reperiti attraverso differenti tipi di analisi. Sono state diffusamente impiegate analisi statiche non lineari (push-over), apprezzate per il modesto carico computazionale (Shinouzuka et al., 2000). Oppure, come nell'ambito del presente lavoro di tesi, possono essere impiegate analisi dinamiche non lineari in time-history, maggiormente gravose dal punto di vista computazionale, ma in grado di fornire risultati più attendibili, specialmente nel caso di modelli tridimensionali. Verrà di seguito approfondito, per completezza, il metodo empirico risk-UE e quindi il metodo analitico.

4.2 Curve di fragilità empiriche: metodo Risk-UE

In sintesi questo metodo, contemplato nel sistema americano di gestione delle infrastrutture Hazus, prevede la costruzione delle curve di fragilità basandosi su una banca dati di eventi sismici già successi su ponti esistenti, senza creare nessun modello analitico per il ponte in esame. Come è già stato accennato sia l'azione sismica che le performance meccaniche dei materiali non possono essere descritte in maniera deterministica, data l'incertezza sui valori da assumere, bensì si adattano bene ad essere rappresentati mediante una distribuzione di tipo logonormale. Di conseguenza le curve di capacità e di domanda saranno descritte dalla medesima funzione probabilistica, e per il teorema del limite centrale, anche il punto della loro intersezione, il punto di

performance, sarà rappresentabile mediante tale distribuzione. Per identificare in maniera univoca la curva di fragilità sono necessari due parametri: il valore medio (valore con probabilità di accadimento del 50%) e la deviazione standard, quindi la funzione di probabilità cumulata viene descritta dalla seguente relazione:

$$F(S_a) = \Phi \left[\frac{1}{\beta_c} \ln \left(\frac{S_a}{A_i} \right) \right]$$

con il seguente significato dei termini:

- F è la funzione di distribuzione logonormale;
- S_a è l'accelerazione spettrale;
- A_i è l'accelerazione spettrale media per ottenere il livello di danno richiesto;
- β_c è la deviazione standard che incorpora tutti gli aspetti dovuti alla aleatorietà della capacità e della domanda; tale valore è stato per molto tempo oggetto di ricerche e di norma si utilizza il valore 0,6.

Material	Column bent type	Span continuity	Design	Category
All	Single Span	-	Conventional	1
			Seismic	2
Concrete bridges	Single	Simple Support	Conventional	3
			Seismic	4
		Continuous	Conventional	5
			Seismic	6
	Multiple	Simple Support	Conventional	7
			Seismic	8
		Continuous	Conventional	9
			Seismic	10
Steel bridges	Multiple	Simple Support	Conventional	11
			Seismic	12
	All	Continuous	Conventional	13
			Seismic	14
	Other			15

Tabella 7 Classificazione dei ponti in base alle loro caratteristiche geometrico strutturali per il metodo RISK-EU (fonte manuale RISK-UE).

Questo metodo prevede lo sviluppo delle curve di fragilità basandosi su alcune caratteristiche macroscopiche, che derivano dalla struttura e dalla geometria del ponte. Per facilitare tale distinzione, si ha una classificazione dei ponti in categorie in funzione della loro tipologia e delle loro caratteristiche dimensionali, secondo la tabella 7.

Per costruire la curva di fragilità di uno specifico ponte, è previsto l'adattamento di una curva preesistente di uno dei ponti standard elencati nella tabella precedente. Con il termine ponte standard ci si riferisce ad un viadotto sufficientemente lungo in modo da rendere trascurabili gli effetti tridimensionali. Poi si individuano i valori medi delle accelerazioni spettrali a un secondo, $S_a(1sec)$, che determinano sul ponte standard un certo livello di danno, questi valori vengono quindi modificati attraverso opportuni coefficienti per adattarli alle caratteristiche del ponte specifico in esame. Tali coefficienti tengono conto di Caratteristiche geometriche del ponte e del suo sito di collocazione:

- $K_{skew} = \sqrt{\sin\alpha_{skew}}$ coefficiente che tiene conto della sghembatura del ponte in pianta;
- $K_{shape} = 2.5 \frac{S_a(1.0)}{S_a(0.3)}$ coefficiente che tiene conto del luogo ove sorge la struttura, le accelerazioni spettrali sono infatti ricavate in funzione del sito in esame;
- $K_{3D} = f(N)$ coefficiente che tiene conto di eventuali effetti tridimensionali che affliggono il ponte, dipende dal numero di campate;

I valori dei coefficienti sopra riportati e delle medie spettrali modificate sono espressi nella tabella seguente. In sintesi, questo metodo prevede delle valutazioni circa il sito dove sorge il ponte in esame, infatti tali informazioni sono necessarie per la costruzione dello spettro e l'individuazione delle accelerazioni $S_a(1.0)$; $S_a(0.3)$, sia circa le peculiarità del ponte stesso: dalla tipologia fino ad arrivare a caratteristiche geometriche come il numero di campate (N), la larghezza dell'impalcato (W), la lunghezza massima delle campate (Lmax) e la lunghezza complessiva (L). Con tutte queste informazioni è possibile calcolare i coefficienti e quindi le accelerazioni medie modificate per il ponte specifico, che permette l'adattamento delle curve di fragilità dei ponti standard della medesima

tipologia. Infine, assumendo 0,6 come deviazione standard, è possibile tracciare le curve di fragilità in funzione di ciascun livello di danno. I livelli di danno o Performance Level sono quattro: Slight, Moderate, Extensive, Complet e la loro descrizione nell'ambito dell'analisi RISK-UE è riportata nella tabella 9. Di seguito, in figura 102, vengono riportate le curve risultanti del metodo sopra esposto, si notano quattro curve relative ad altrettanti livelli di danno. La lettura del grafico è immediata: per ogni intensità del sisma atteso si riscontra in ordinata la probabilità di superamento di un determinato Performance Level per il ponte in esame.

Skew angle (K_{skew})	3-dimensional arch action in the deck (K_{3D})						
	EQ1	EQ2	EQ3	EQ4	EQ5	EQ6	EQ7
$\sqrt{\sin(90-\alpha)}$	$1+\frac{0.25}{N-1}$	$1+\frac{0.33}{N}$	$1+\frac{0.33}{N-1}$	$1+\frac{0.33}{N-1}$	$1+\frac{0.05}{N}$	$1+\frac{0.20}{N-1}$	$1+\frac{0.10}{N}$

Typology	Damage state			
	Minor	Moderate	Extensive	Complete
Category	Median SA at 1.0 s (g) with $\beta=0.6$			
1-2	$0.8 \times \min\left(1; 2.5 \times \frac{SA(1.0)}{SA(0.3)}\right)$	$1.0 \times K_{skew} \times EQ1$	$1.2 \times K_{skew} \times EQ1$	$1.7 \times K_{skew} \times EQ1$
3	0.25	$0.35 \times K_{skew} \times EQ1$	$0.45 \times K_{skew} \times EQ1$	$0.70 \times K_{skew} \times EQ1$
4	0.50	$0.80 \times K_{skew} \times EQ1$	$1.10 \times K_{skew} \times EQ1$	$1.70 \times K_{skew} \times EQ1$
5	0.35	$0.45 \times K_{skew} \times EQ2$	$0.55 \times K_{skew} \times EQ2$	$0.80 \times K_{skew} \times EQ2$
6	0.60	$0.90 \times K_{skew} \times EQ3$	$1.30 \times K_{skew} \times EQ3$	$1.60 \times K_{skew} \times EQ3$
7	0.25	$0.35 \times K_{skew} \times EQ1$	$0.45 \times K_{skew} \times EQ1$	$0.70 \times K_{skew} \times EQ1$
8	0.50	$0.80 \times K_{skew} \times EQ1$	$1.10 \times K_{skew} \times EQ1$	$1.70 \times K_{skew} \times EQ1$
9	$0.60 \times \min\left(1; 2.5 \times \frac{SA(1.0)}{SA(0.3)}\right)$	$0.90 \times K_{skew} \times EQ2$	$1.10 \times K_{skew} \times EQ2$	$1.50 \times K_{skew} \times EQ2$
10	$0.90 \times \min\left(1; 2.5 \times \frac{SA(1.0)}{SA(0.3)}\right)$	$0.90 \times K_{skew} \times EQ3$	$1.10 \times K_{skew} \times EQ3$	$1.50 \times K_{skew} \times EQ3$
11	0.25	$0.35 \times K_{skew} \times EQ4$	$0.45 \times K_{skew} \times EQ4$	$0.70 \times K_{skew} \times EQ4$
12	0.50	$0.80 \times K_{skew} \times EQ1$	$1.10 \times K_{skew} \times EQ1$	$1.70 \times K_{skew} \times EQ1$
13	$0.75 \times \min\left(1; 2.5 \times \frac{SA(1.0)}{SA(0.3)}\right)$	$0.75 \times K_{skew} \times EQ5$	$0.75 \times K_{skew} \times EQ5$	$1.10 \times K_{skew} \times EQ5$
14	$0.90 \times \min\left(1; 2.5 \times \frac{SA(1.0)}{SA(0.3)}\right)$	$0.90 \times K_{skew} \times EQ3$	$1.10 \times K_{skew} \times EQ3$	$1.50 \times K_{skew} \times EQ3$
15	0.80	1.00	1.20	1.70

Tabella 8 Valori dei coefficienti e delle medie spettrali modificate per la costruzione di curve di fragilità specifiche (fonte manuale RISK-UE).

Damage States	Description
No Damage (N)	No damage to a bridge.
Slight/Minor Damage (S)	Minor cracking and spalling to the abutment, cracks in shear keys at abutments, minor spalling and cracks at hinges, minor spalling at the column (damage requires no more cosmetic repair) or minor cracking to the deck.
Moderate Damage (M)	Any column experiencing moderate cracking and spalling (column structurally still sound), any connection having cracked shear keys or bent bolts, or moderate settlement of the approach.
Extensive Damage (E)	Any column degrading without collapse (column structurally unsafe), any connection losing some bearing support, or major settlement of the approach.
Complete Damage (C)	Any column collapsing and connection losing all bearing support, which may lead to imminent deck collapse.

Tabella 9 Livelli di danno o Performance Level secondo il metodo RISK-EU

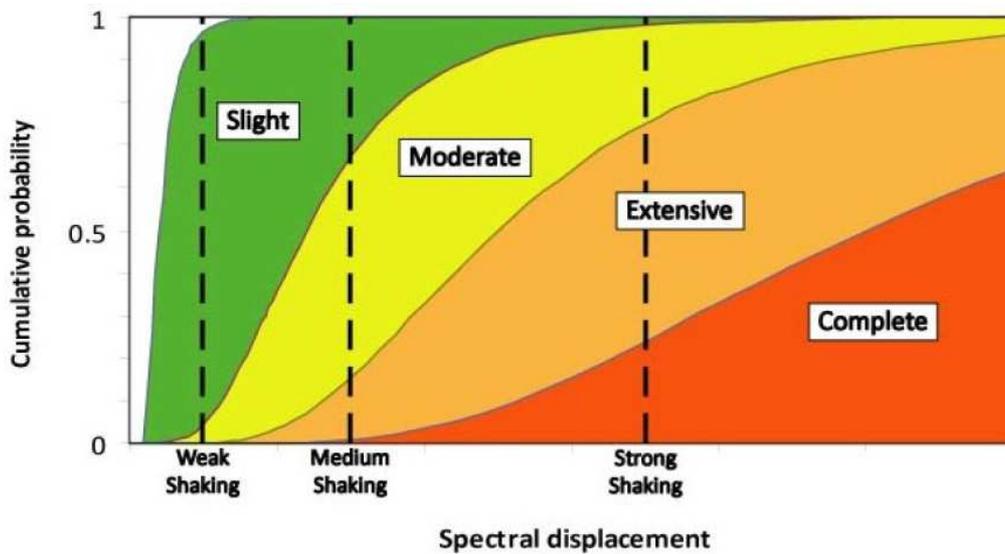


Figura 101 Esempio di curve di fragilità tracciate per uno specifico ponte mediante

4.3 Curve di fragilità analitiche

4.3.1 Definizione degli indici di danno

Una delle caratteristiche negative che maggiormente affligge i metodi empirici per la costruzione delle curve di fragilità risiede nel fatto che la funzione di danno così costruita è di tipo qualitativo, fornisce cioè sono delle indicazioni a livello

descrittivo, senza fornire alcun valore numerico. Nell'ambito della ricerca di un metodo per la costruzione di curve di fragilità quantitative, cioè in grado di associare un valore numerico ad ogni livello di danno, si collocano i metodi di tipo analitico, che prevedono come principali parametri per la valutazione del danneggiamento strutturale la duttilità richiesta e l'energia dissipata. Il primo parametro, la duttilità richiesta, intende uno spostamento massimo in corrispondenza del quale si verifica il collasso della struttura, tale valore può essere determinato attraverso una prova monotona o mediante il grafico momento-curvatura riportato dalla normativa. Il secondo parametro, l'energia dissipata plasticamente, intende che la struttura ha una capacità di dissipare, mediante deformazioni plastiche, l'energia del sisma e che si raggiunga il collasso quando, attraverso carichi ciclici, la struttura raggiunga tale valore di energia dissipata.

Nell'ambito di questo lavoro di tesi si assume come indicatore di danno la duttilità cinematica:

$$D = \mu_{\sigma} = \frac{x_{max}}{x_y}$$

dove:

- x_{max} è lo spostamento massimo del punto di controllo durante la simulazione sismica. Nell'ambito della presente trattazione è stato assunto come punto di controllo la testa della pila e durante la simulazione numerica del terremoto ne vengono registrati gli spostamenti in direzione longitudinale e trasversale.
- x_y è lo spostamento a snervamento del medesimo punto di controllo.

In questo metodo di costruzione delle curve di fragilità un aspetto critico è la suddivisione dei livelli di danno, dovendo confrontare l'analisi non lineare di strutture esistenti con l'analisi del danno subito in seguito a terremoti realmente accaduti. In letteratura possiamo riscontrare numerosi studi che cercano di determinare i diversi livelli di danno mediante una corrispondenza ai livelli descrittivi di danno riportati dalla normativa anglosassone Hazus, (Choi, 2002).

Come già specificato la classificazione riportata nella tabella precedente fa riferimento alla normativa americana, per cui tali prescrizioni sarebbero da applicarsi con qualche riserva ai ponti esistenti in Italia, principalmente per le diverse tecniche di costruzione, ma data la carenza di informazioni sui danneggiamenti di ponti riscontrati in casi reali a seguito di un sisma nel territorio italiano, si è deciso di adottare i quattro valori di duttilità elencati in tabella, corrispondenti a livelli di duttilità crescenti in curvatura della sezione.

Lo schema della pila è di tipo a fusto per cui lo schema statico sarà di mensola incastrata alla base sia se il carico agisce in direzione longitudinale, sia se il carico agisce in direzione trasversale.

I quattro valori di danno per i relativi Performance Level sono:

- $D_1 = [PL1]; \mu = 1$ Danno lieve;
- $D_2 = [PL2]; \mu = 2$ Danno moderato;
- $D_3 = [PL3]; \mu = 4$ Danno esteso;
- $D_4 = [PL4]; \mu = 7$ Danno completo.

Il livello di danno che un certo ponte può subire per una determinata azione sismica attesa è correlato alla sua importanza strategica in condizioni di emergenza: per ponti di fondamentale importanza è ammesso solo un lieve danneggiamento, mentre in altri casi sono tollerati livelli di danno maggiori. Questa considerazione è strettamente legata all'efficacia delle curve di fragilità come strumento utile alla pianificazione delle priorità per interventi di adeguamento e rinforzo dei ponti esistenti. In nessun caso è tuttavia ammesso il collasso.

4.3.2 Analisi in Time-history: Metodo 1

Questa metodologia assume che le curve di fragilità siano delle distribuzioni di probabilità cumulata condizionata, esse esprimono la probabilità di superamento o di eguagliamento di un determinato livello di danno condizionato alla misura di intensità del sisma, che solitamente viene espressa attraverso la PGA. Questa procedura è stata proposta in letteratura da Monti e Nisticò, 2002.

Il termine fragilità, $P_{f,PL}(a)$, è introdotto mediante la seguente espressione:

$$P_{f,PL}(a) = P[D > d_{PL}|a]$$

dove D è la funzione di danno, che nel caso in esame viene rappresentata dalla duttilità della sezione della pila, come illustrato in precedenza. Dunque la fragilità è la probabilità condizionata all'intensità del sisma che la funzione di danno superi o eguagli un determinato PL .

La funzione di danno, è una funzione aleatoria, la cui casualità deriva, come accennato più volte, dalle incertezze sui materiali e sull'azione sismica. Dal momento che si assume la pila come elemento caratterizzante la vulnerabilità sismica dell'intero ponte: si indichi con G il modello strutturale della stessa, con p la funzione casuale che incorpora le incertezze sui materiali, cioè la resistenza a compressione f_c del calcestruzzo e la resistenza a snervamento f_y dell'acciaio da armatura, si indichi inoltre con S_a lo spettro di risposta, che varia in funzione degli accelerogrammi considerati, si avrà, quindi, la seguente espressione per la funzione di danno:

$$D = D(G(p), S_a|a)$$

che, sostituita nell'espressione precedente, permette di esplicitare la fragilità come:

$$P_{f,PL}(a) = P[D(G(p), S_a|a) > d_{PL}|a] = \int_{D(a) > d_{PL}} f_D(d|a) dd$$

Ora si espone, in sintesi il procedimento necessario per determinare, dati i valori in ascissa espressi mediante l'accelerazione a , il corrispondente valore in ordinata della curva di fragilità relativa al livello di danno d_{PL} :

- Si stimano media e varianza dei parametri casuali p , la resistenza a compressione f_c del calcestruzzo e la resistenza a snervamento f_y dell'acciaio, e si scelgono opportune funzioni di densità di probabilità, pdf, per descriverne la distribuzione;
- si suddivide ogni pdf in un numero m di intervalli Δp_i^k , ogni intervallo ha un valore centrale la cui probabilità di occorrenza è uguale a $f_{pi}(p_i^k) \Delta p_i^k$;

- si sceglie la k -esima combinazione dei parametri p^k e se ne calcola la probabilità di occorrenza mediante la relazione:

$$\prod_{i=1}^n f_{pi}(p_i^k) \Delta p_i^k$$

- si lancia l'analisi di simulazione sismica sulla struttura, secondo il modello strutturale G adottato, e si calcola il danno sui punti di controllo, cioè se ne rileva la duttilità;
- una volta noti i valori di danno per la simulazione condotta, si astraggono per determinare la funzione di densità di probabilità del danno $f_D(d|a)$. Tale distribuzione è di tipo lognormale, secondo quanto riportato in letteratura, ma ha validità generale. Per rendere nota tale funzione è necessario stimare media:

$$E[D] = \sum_{k=1}^{m^n} d_k \left[\prod_{i=1}^n f_{pi}(p_i^k) \Delta p_i^k \right]$$

e varianza

$$Var[D] = \sum_{k=1}^{m^n} (d_k - E[K])^2 \left[\prod_{i=1}^n f_{pi}(p_i^k) \Delta p_i^k \right]$$

- si calcola l'integrale $\int_{D(a) > d_{PL}} f_D(d|a) dd$ tramite un metodo numerico. L'estremo inferiore di integrazione varia a seconda del livello di danno che si sta considerando ed è pari al corrispettivo valore di μ .

Le curve di fragilità così costruite sono riferite per il meccanismo di rottura delle pile a flessione. Infatti si è presa in considerazione la duttilità della sezione della pila ammettendo che questa entri largamente in campo plastico con deformazioni notevoli. Diversamente, per alcune tipologie strutturali, può diventare determinante il meccanismo di rottura a taglio della pila. Per costruire le curve di fragilità riferite a tale comportamento è possibile operare con il medesimo procedimento, basta considerare l'indice di danno come il rapporto tra la sollecitazione tagliante che la sezione di controllo sperimenta durante la simulazione sismica, e la resistenza a taglio della stessa:

$$D = \frac{V_{soll}}{V_{res}}$$

Ovviamente, trattandosi di un meccanismo di rottura fragile, non è possibile individuare livelli di danno crescenti. Con il metodo illustrato è possibile giungere alla costruzione di un set di curve di fragilità (quattro se il meccanismo di rottura considerato è quello a flessione, una soltanto se si considera il meccanismo di rottura a taglio) specifico per ogni pila. Ma nell'ottica di voler valutare la vulnerabilità sismica dell'intero ponte occorre combinare statisticamente i risultati ottenuti per ciascuna. Avremo, pertanto, in un ponte costituito da N pile, per un determinato Performance Level, la seguente probabilità di superamento (ipotesi di indipendenza):

$$P_{f,PLsistema} = 1 - \prod_{pila=1}^N (1 - P_{f,PLpila}(a))$$

Il procedimento riportato è da effettuarsi sia per gli spostamenti in direzione trasversale, sia per quelli in direzione longitudinale. Nella modellazione del ponte, seguita anche in questa trattazione, l'impalcato viene considerato elastico semplicemente appoggiato, dal momento che si assume come elemento vulnerabile al sisma la pila. Pertanto, questa può essere schematizzata come un elemento a un singolo grado di libertà, il cui comportamento non viene influenzato dalla rigidità degli impalcati, ipotesi nella quale è valido il procedimento appena esposto. Diversamente, se il modello strutturale accoppia la risposta delle pile al comportamento degli impalcati, in funzione delle loro rigidità, non è più corretto l'utilizzo di tale procedura. Si fa coincidere il collasso del sistema con la rottura della prima pila, dal momento che queste ultime solitamente giungono a collasso prima degli impalcati. Allora se si sta considerando un ponte continuo, dal momento che la probabilità di collasso del sistema è determinata dalla rottura della prima pila, si può definire un intervallo in cui l'intero ponte ha probabilità di collasso. L'intervallo è delimitato da un estremo superiore che rappresenta la probabilità di superamento di un certo PL computato come se il sistema fosse ad elementi indipendenti (cioè del tutto analogo al caso esposto in precedenza), ed a un estremo inferiore che descrive la probabilità di superamento di un determinato

livello di danno nell'ipotesi (più pessimistica) in cui tutti gli elementi della struttura fossero dipendenti gli uni dagli altri. Questa è la relazione, proposta da Melchers, 1999, per la valutazione della vulnerabilità di ponti con impalcati e pile accoppiati:

$$\max [P_{f,PLpila}] \leq P_{f,PLsistema} \leq 1 - \prod_{pila=1}^N (1 - P_{f,PLpila}(a))$$

4.3.3 Analisi in Time-history: Metodo 2

Verrà di seguito esposto un altro procedimento per la costruzione delle curve di fragilità, esso si divide nei seguenti passi:

- si calcolano, mediante modellazione numerica, i valori che rappresentano la risposta massima della struttura al sisma, nella seguente trattazione si considera come indice di danno la duttilità cinematica di sezioni di controllo;
- si assume che la domanda sismica sia descritta mediante una distribuzione logonormale, essa viene quantificata da un parametro *IM* Intensity Measure, solitamente espresso in *PGA* o *S_a*. Pertanto si può calcolare la domanda strutturale media, *S_d* mediante la seguente formula (Nielson & DesRoches, 2007):

$$S_d = e^A IM^B$$

Questa formula è rappresentabile mediante una retta nel piano bilogarithmico:

$$\ln(S_d) = A + B \ln(IM)$$

- Si calcolano i coefficienti *A* e *B* mediante regressione lineare sull'intero set di dati rappresentati nel piano $\ln(IM) - \ln(S_d)$, cioè si calcola la deviazione standard dei valori della domanda rispetto al valore medio λ dato dalla retta di regressione per un determinato *IM* (Cornell et al., 2002), graficamente la retta di regressione lineare presenta l'andamento riportato in figura 103.

- Una volta determinati i coefficienti di regressione lineare A e B è possibile tracciare la curva di fragilità per ciascun PL come distribuzione cumulata lognormale, dove la probabilità di superamento di ciascun PL data l'azione sismica è:

$$P_{f,PL}(a) = P[D > d_{PL}|a]$$

e si calcola integrando numericamente:

$$\int_{D(a) > d_{PL}} f_D(d|a) dd$$

dove l'argomento dell'integrale, cioè la funzione densità di probabilità del danno, che come già detto si assume descrivibile con una distribuzione lognormale, è data dalla seguente legge:

$$f_D(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\epsilon d} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(d) - \lambda}{\epsilon}\right)^2\right]$$

dove si è indicato con $\lambda = A + B \ln(IM)$ il valore medio atteso calcolato sulla retta di regressione dato un certo IM (PGA), mentre ϵ è la deviazione calcolata sull'intero set di dati rappresentato nel piano bilogarithmico rispetto al valore medio dato dalla retta di regressione.

- La curva di fragilità così costruita rappresenta la vulnerabilità della singola pila $P_{f,PLpila}$, considerando un ponte formato da N pile, occorre combinare statisticamente le probabilità delle singole pile, attraverso la medesima relazione del metodo 1:

$$\max [P_{f,PLpila}] \leq P_{f,PLsistema} \leq 1 - \prod_{pila=1}^N (1 - P_{f,PLpila}(a))$$

Si riporta un esempio di curve di fragilità, ottenute con un campione di dati che deriva da analisi dinamiche non lineari in Time-history per 6 valori di PGA (0.1g; 0.2g; 0.3g; 0.4g; 0.5g; 0.6g). La maggiore attendibilità del metodo 2 rispetto al metodo 1 risiede nel fatto che è sufficiente un numero limitato di analisi a diversa PGA per poter astrarre i risultati in generale ed avere curve continue che forniscono il valore della probabilità di superamento per ciascun livello di danno per un qualsiasi valore di accelerazione in ascissa.

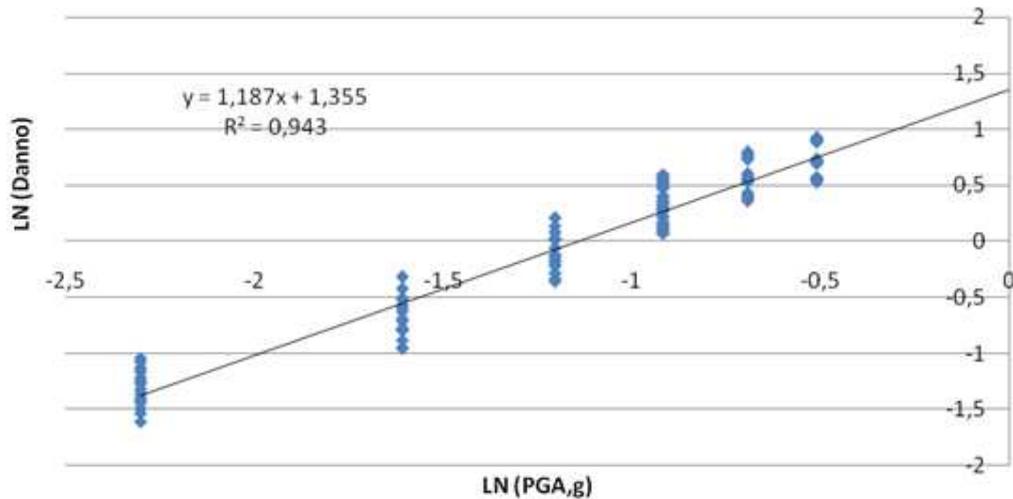


Figura 102 Esempio di retta di regressione nel piano $\ln(\text{PGA})$ vs. $\ln(\text{Danno})$

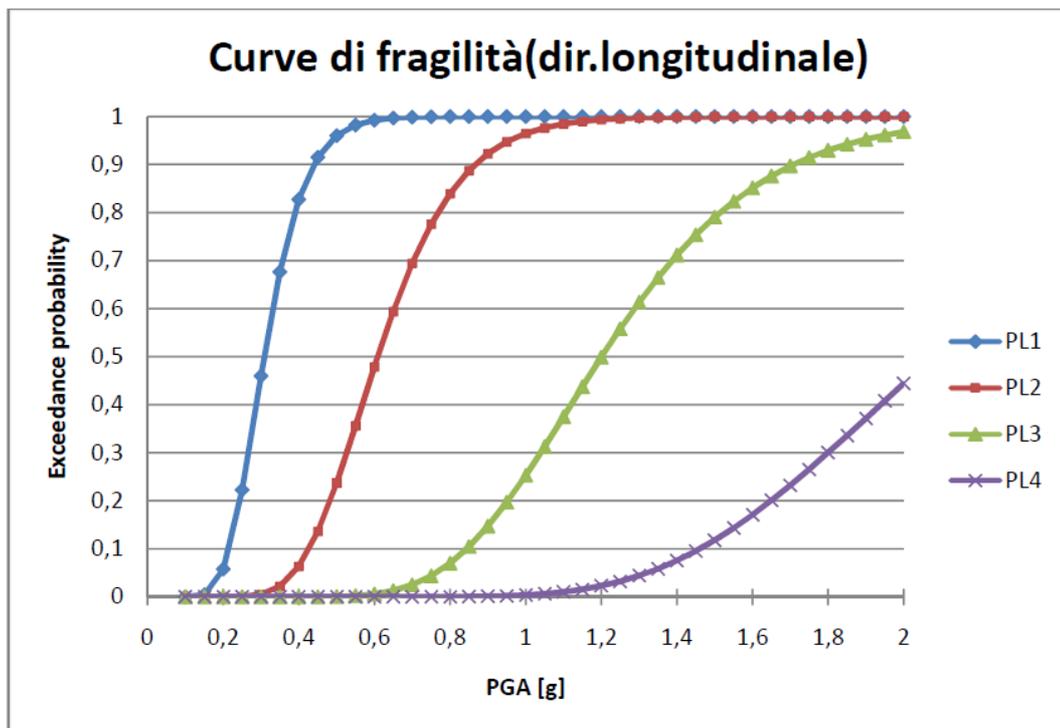


Figura 103 Esempio di curve di fragilità costruite con il metodo due partendo da analisi dinamiche non lineari su 6 valori di PGA

4.3.4 La distribuzione Normale e Log-normale

Più volte si è fatto riferimento, in precedenza, alle distribuzioni di probabilità di tipo logonormale: si è assunta avere tale distribuzione la funzione di domanda sismica, S_d le proprietà dei parametri p che definiscono la risposta sismica. Nel

paragrafo seguente verranno brevemente esposte le caratteristiche della distribuzione di probabilità normale e lognormale. Una variabile aleatoria viene definita come una variabile che non assume un valore costante, deterministico, bensì può assumere valori diversi, all'interno di un intervallo più o meno esteso, che prende il nome di spazio campionario, in dipendenza di fenomeni casuali. Ad ogni variabile aleatoria X si associa una distribuzione casuale, o funzione di probabilità, $P(X)$, che associa la probabilità che X assuma valori in un determinato intervallo del suo spazio campionario. Se la variabile aleatoria assume valori reali la distribuzione di probabilità prende il nome di funzione di ripartizione, ed è definita come:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Se invece la variabile X può assumere valori discreti, cioè può valere solamente delle quantità multiple di un certo valore, si definisce la funzione di probabilità discreta come:

$$p(x) = P(X = x)$$

Se si sta considerando una variabile aleatoria continua, è possibile definire una funzione f , non negativa detta funzione densità di probabilità. La funzione di densità rappresenta quanto vale la probabilità nell'intorno di un determinato valore di X in rapporto all'ampiezza di tale intorno. Sia X una variabile aleatoria continua, sia A un intervallo all'interno del suo spazio campionario, la funzione densità di probabilità è definita come:

$$P(X \in A) = \int_A f(x)dx$$

Esistono varie forme di distribuzioni casuali, la più importante è senza dubbio quella gaussiana o normale, con la classica forma a campana simmetrica centrata sul valore medio, perché ben si presta a rappresentare l'andamento di molte variabili aleatorie e perché è alla base dell'inferenza statistica in virtù del teorema del limite centrale. La distribuzione normale è caratterizzata dalla seguente funzione di densità di probabilità:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \lambda}{\sigma} \right)^2 \right]$$

Dove μ è il valore medio o valore atteso e σ^2 è la varianza. La variabile x può assumere valori: $-\infty < x < +\infty$ come già anticipato la forma della curva è di tipo campanulare, fissato un valore x in ascissa l'area sottesa tra la curva e l'asse delle ascisse fino al valore fissato rappresenta la probabilità che la variabile aleatoria X possa assumere valori compresi tra meno infinito e x .

A partire dalla distribuzione normale si può ricavare la logonormale, una variabile aleatoria X si dice distribuita secondo la logonormale se la variabile $\ln(X)$ segue una distribuzione normale. La funzione densità di probabilità di una logonormale segue la seguente legge:

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\sigma} \right)^2 \right]$$

La forma di tale curva è campanulare asimmetrica, con il massimo della curva posizionato sopra il valore atteso, che è dato dalla seguente relazione:

$$E(X) = e^{\mu - \frac{\sigma^2}{2}}$$

mentre la varianza si calcola come:

$$Var(X) = e^{2\mu - \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$$

I parametri calcolati mediante le ultime due relazioni precedenti sono riferiti alla variabile aleatoria $W = \ln(X)$, dove W segue una distribuzione logonormale, X una distribuzione normale. Qualora si disponesse della media e della varianza della variabile aleatoria normale, X , e si volesse rappresentare la funzione logonormale, si rende necessario risolvere un sistema lineare a due equazioni e a due incognite per determinare i parametri, $E(W)$ $Var(W)$, della variabile aleatoria logonormale, $W = \ln(X)$:

$$\mu = \ln(E(X)) - \frac{1}{2}\sigma^2$$

$$\sigma^2 = \ln \left(\frac{\text{Var}(X)}{E(X)^2} + 1 \right)$$

In conclusione, si riportano di seguito i diagrammi delle funzioni densità di probabilità utilizzati per descrivere l'incertezza a riguardo delle performance meccaniche dei materiali, cioè la resistenza a compressione del calcestruzzo, f_c , e la resistenza a snervamento dell'acciaio, f_y . Come si evince dalla letteratura in merito, la distribuzione probabilistica di tipo normale si adatta bene alla resistenza del calcestruzzo (Melchers, 1999), mentre la resistenza a snervamento dell'acciaio è ben descritta da una distribuzione probabilistica lognormale (Mirza e MacGregor, 1979, Melchers, 1979). Le curve della f_y sono state generate con uno script creato in MATLAB, tale interfaccia permette di implementare la distribuzione logonormale in forma cumulata e come densità di probabilità. Mentre le curve della resistenza del calcestruzzo sono state tracciate mediante dei grafici in Excel. All'interno dell'interfaccia per la creazione del modello del ponte l'utente potrà scegliere tra diverse classi di materiale da costruzione, per ciascuna classe è stato effettuato uno studio per determinarne la corretta distribuzione della resistenza, ma questo argomento verrà trattato più approfonditamente nel paragrafo apposito.

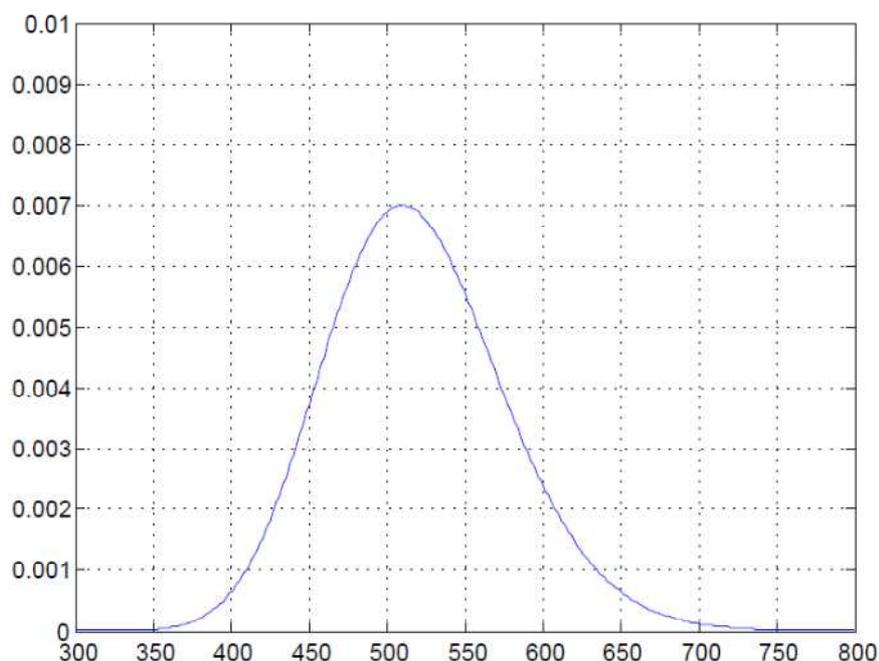


Figura 104 Distribuzione di probabilità lognormale per l'acciaio d'armatura B450C

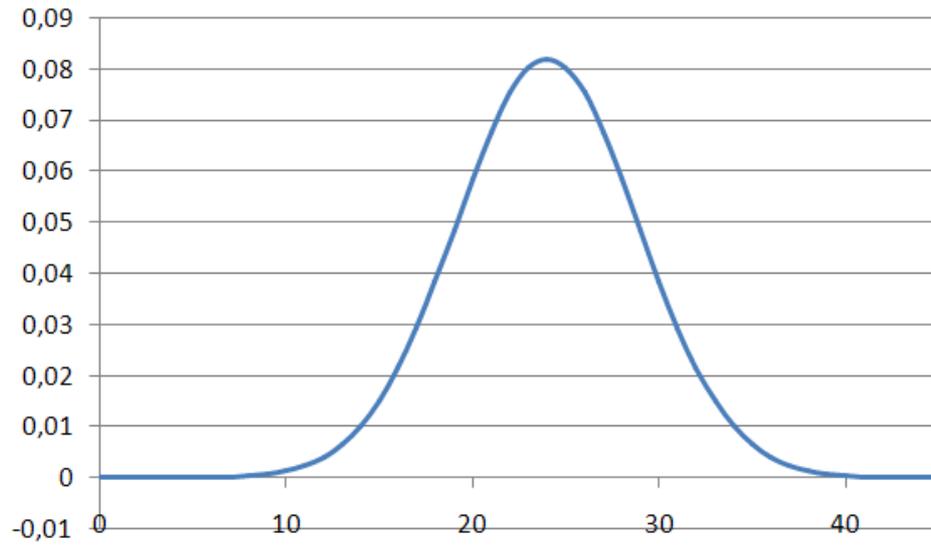


Figura 105 Distribuzione di probabilità normale per il calcestruzzo in classe C16/20

CASO STUDIO

In questo capitolo si andranno ad applicare le procedure esposte in precedenza per la realizzazione delle curve di fragilità, che saranno costruite per ciascuno il caso studio in esame, nella configurazione iniziale e al manifestarsi del processo di invecchiamento del dispositivo di isolamento sismico.

Così facendo si riuscirà ad avere un quadro generale dell'andamento nel tempo del livello di sicurezza del ponte, permettendo quindi di valutare le situazioni in cui il processo di degrado, simulato attraverso la legge dell'andamento della rigidità laterale equivalente determinata nel capitolo 3, può portare al raggiungimento di probabilità di superamento non più tollerabili dei vari prefissati livelli di danno.

5.1 Descrizione dell'opera

La zona in cui è presente questo manufatto è collocata a Lonigo, in provincia di Vicenza.

La struttura del ponte è costituita da 3 campate con schema statico in semplice appoggio isostatico ed è caratterizzata da uno sviluppo totale del manufatto in lunghezza di 150 m.

Lo schema scelto in sede di progetto risulta particolarmente adatto, come nel caso in esame, qualora si voglia ricorrere all'uso della prefabbricazione, gode dei vantaggi delle strutture isostatiche che consistono nell'annullamento delle sollecitazioni sull'impalcato dovute a cedimenti differenziali delle fondazioni, e

della semplicità manutenzione nella sostituzione degli apparecchi di appoggio grazie alla possibilità del sollevamento dell'impalcato. Per contro gli svantaggi, che incidono negativamente sul confort di viaggio dei conducenti, sono dati dalla presenza dei giunti di dilatazione fra le campate.

L'impalcato è costituito da una trave a cassone in calcestruzzo precompresso; la luce delle travi è di 50 m. La larghezza dell'impalcato è pari a 14 m. La soletta di spessore 0.2 m è armata in entrambe le direzioni con armatura distribuita. Le pile in calcestruzzo armato sono caratterizzate da una struttura a fusto e sono composte da una colonna avente sezione circolare di diametro 2 m, alta 7.5 m. L'armatura dei pilastri è composta longitudinalmente da 88Ø26 e da un'armatura trasversale a spirale Ø14/18 cm, con un copri ferro pari a 5 cm.

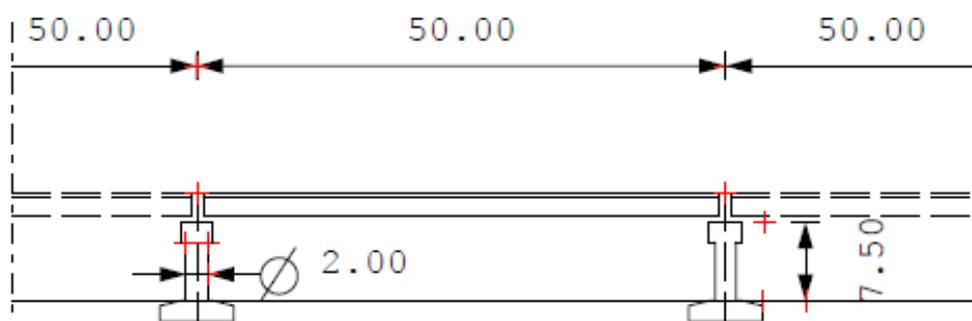


Figura 106 Schema del ponte: vista longitudinale

Principali caratteristiche del ponte:

Tipologia	Ponte a cassone
Schema statico	Semplice appoggio
Materiali	Travi c.a.p. - Soletta, pile c.a.
Lunghezza totale	150 metri
N° campate	3
Lunghezza campate	50 metri
Larghezza impalcato	14 metri
Soletta C.a. gettata in opera	spessore 0.2 metri

Pile

Sezione circolare D = 2 metri; H = 7.5 metri;
 f_{ck} = 30 MPa; 88ø26; staffe ø 14/18; f_{yk} = 450
 MPa; copriferro 5 cm.

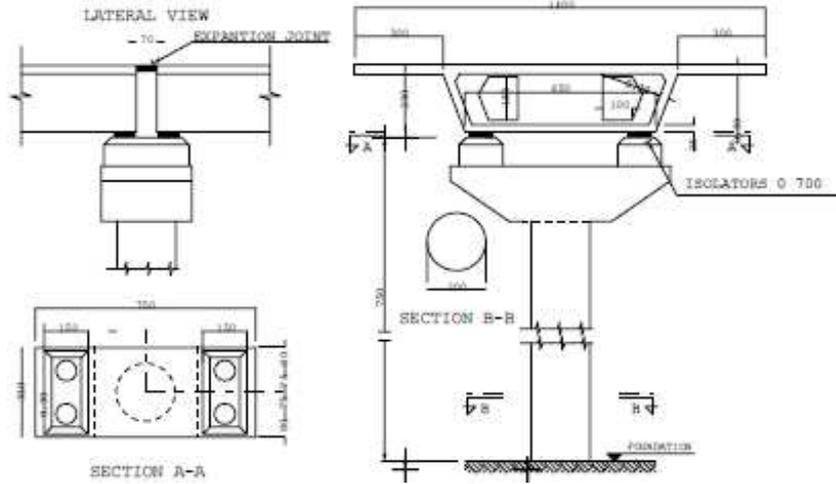


Figura 107 Schema del ponte: pile e appoggi

5.2 Studio di sismicità

Anzitutto si è andati a determinare il valore della PGA caratteristica del sito in cui è ubicato il manufatto in analisi, attraverso la costruzione degli spettri di risposta nelle modalità illustrate nella vigente normativa NTC 2008. Successivamente si è proceduto alla generazione di una serie di accelerogrammi tali da simulare probabili distribuzioni temporali dell'accelerazione al suolo impressa dall'ipotetico evento sismico: la caratteristica di queste simulazioni artificiali risulta quella di avere un contenuto in frequenza molto vicino a quello descritto dallo spettro di risposta: gli accelerogrammi sono stati generati tramite l'uso dell'applicazione SIMQKE in un numero pari a 7 serie, come imposto dalla normativa, nel caso in cui si vada ad analizzare la struttura con analisi dinamiche non lineari (in time history) in maniera indipendente nelle due direzioni principali, longitudinale e trasversale. Il valore che sarà preso quindi in considerazione come risultato delle analisi è dato dal valore medio calcolato tra i 7 valori massimi ottenuti dall'esecuzione dell'analisi con ciascun accelerogramma generato.

Alternativamente la normativa prevede l'utilizzo di tre terne di accelerogrammi (ciascuna terna formata da due accelerogrammi orizzontali, nelle due direzioni principali, e un accelerogramma verticale). La scelta tra la prima o la seconda

modalità è a discrezione di chi andrà a realizzare le analisi. In questo lavoro, come già detto, si andrà a utilizzare la prima modalità, generando quindi 7 accelerogrammi.

Gli accelerogrammi sono caratterizzati da un loro valore caratteristico di PGA; per la costruzione delle curve di fragilità si vuole però andare a riportare la probabilità di superamento di un prefissato livello di danno per determinati valori di PGA, che solitamente sono presi con un passo pari a 0,1g. Per questo motivo si è quindi operata una scalatura degli accelerogrammi generati di un fattore tale da fare in modo che il loro valore di PGA scalata corrisponda proprio ai valori di PGA che si vogliono andare ad indagare, ovvero 0,1g, 0,2g, ecc... . Le analisi sulla struttura simulata del manufatto sono state condotte con la serie di accelerogrammi scalati per 8 valori di PGA: 0.1g, 0.2g, 0.3g, 0.4g, 0.5g, 0.6g, 0.7g, 0.8g.

5.3 Modello numerico

Dalla descrizione dell'opera realizzata a inizio capitolo si può osservare come lo schema caratterizzante il manufatto sia isostatico in semplice appoggio: questa caratteristica permette di considerare il fatto che le masse delle travate si ripartiscano esattamente a metà tra gli appoggi e che il manufatto possa quindi essere rappresentato come una serie di sistemi indipendenti tra loro, dal momento che non ci si ritrova nel caso in cui la continuità fornita da impalcato continuo iperstatico garantisca un accoppiamento nella risposta sismica tra le varie pile di appoggio.

La massa gravante su ciascuna pila è quindi quantificabile nella massa pari a interasse di campata, metà alla sinistra e metà alla destra della pila stessa.

A buon senso si andranno quindi a compiere le analisi dinamiche non lineari sul modello della colonna caratterizzante l'appoggio delle travate.

La pila è caratterizzata da uno schema a mensola per quanto riguarda il comportamento in risposta alle sollecitazioni sia nella direzione longitudinale che nella direzione trasversale. Il vincolo di base viene concepito come un incastro delle stesse pile al dado di fondazione in entrambe le direzioni principali.

Il software OpenSees è molto utile ed efficiente nello svolgimento di analisi statiche lineari, push over e dinamiche non lineari su modelli strutturali realizzati tramite la formulazione a fibre degli elementi.

Per quanto riguarda il modello strutturale, si è andati ad eseguire una modellazione a fibre delle componenti strutturali delle pile, a sezione circolare (identificandone le armature e il calcestruzzo confinato del nucleo e quello di copriferro).

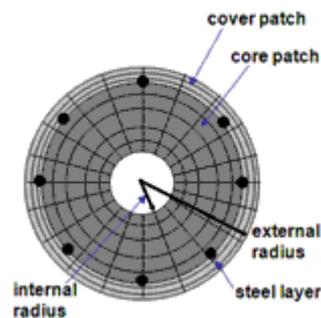


Figura 108 Rappresentazione schematica delle modalità di suddivisione in fibre di un elemento circolare

L'isolatore elastomerico è stato modellato come una molla elastica in quanto la normativa prevede che per gli isolatori elastomerici laminati con un coefficiente di smorzamento viscoso inferiore al 15% possono essere modellati in campo lineare. In OpenSees tale molla viene rappresentata dall'elemento zeroLength attribuendo materiale elastico in direzione orizzontale sia longitudinalmente sia trasversalmente con valore della tangente pari alla rigidità laterale equivalente. Nella realtà, in testa pila sono presenti quattro isolatori, due per la travata a cassone di destra e due per la travata a cassone di sinistra. Pertanto, il valore di rigidità che definisce le caratteristiche della molla equivalente ai quattro isolatori è il quadruplo di quella caratteristica del singolo dispositivo.

Come si intuisce dal nome stesso, l'elemento zeroLength si colloca tra due nodi coincidenti.

Le masse sono state quindi applicate nei nodi che definiscono l'elemento zeroLength, in particolare al nodo sopra l'isolatore si è applicata la massa della sovrastruttura, mentre al nodo sotto l'isolatore si è applicata la massa della pila.

L'azione sismica (ground motion) viene applicata in maniera uniforme al nodo di base della pila, in cui è stato attribuito il vincolo di incastro perfetto.

5.4 Le distribuzioni probabilistiche dei materiali calcestruzzo e acciaio

Per rappresentare la variabilità con cui possono essere rappresentate effettivamente le caratteristiche dei materiali componenti il manufatto, si è scelto di rappresentare le stesse caratteristiche meccaniche tramite funzioni di distribuzione di probabilità: è da ricordare infatti che i valori puntuali caratteristici assunti nei tradizionali dimensionamenti in sede progettuale non sono altro che i valori di resistenza del materiale valutati su base statistica, a partire da prove effettuate su campioni estratti da una popolazione: nello specifico rappresentano infatti i frattili di ordine 0.05 della relativa distribuzione di probabilità, ovvero i valori con probabilità pari al $(1 - 0.05) = 95\%$ di non essere superati. A motivo di queste considerazioni, si è scelto quindi di simulare una serie di combinazioni tra i possibili valori di resistenza assunti dai due materiali presenti nel corpo in esame, ovvero l'acciaio ed il calcestruzzo, assegnando loro le relative distribuzioni di probabilità, e successivamente discretizzandole per comodità di esecuzione in intervalli aventi come valore rappresentativo il valore medio dell'intervallo e come probabilità di occorrenza il valore dell'area sottesa dalla distribuzione di probabilità nello stesso intervallo.

Le variabili considerate sono appunto la resistenza a compressione del calcestruzzo f_c e la resistenza a snervamento dell'acciaio f_y .

Dalla letteratura (Melchers, 1999) è risultato come la resistenza non confinata del calcestruzzo sia descritta in maniera adeguatamente corretta da una distribuzione probabilistica normale della resistenza a compressione.

La resistenza cilindrica caratteristica del calcestruzzo è stata assunta pari alla resistenza caratteristica $f_{ck}=30$ MPa.

Di conseguenza si ricava il valore di resistenza cilindrica media del calcestruzzo con l'espressione $f_{cm} = f_{ck} + 8 = 38$ MPa (che sarà il valore medio della distribuzione); mentre con le formule della Statistica si ricava il valore della deviazione standard necessario per la rappresentazione della distribuzione e quantificato in 10 MPa. La distribuzione presenta il seguente andamento:

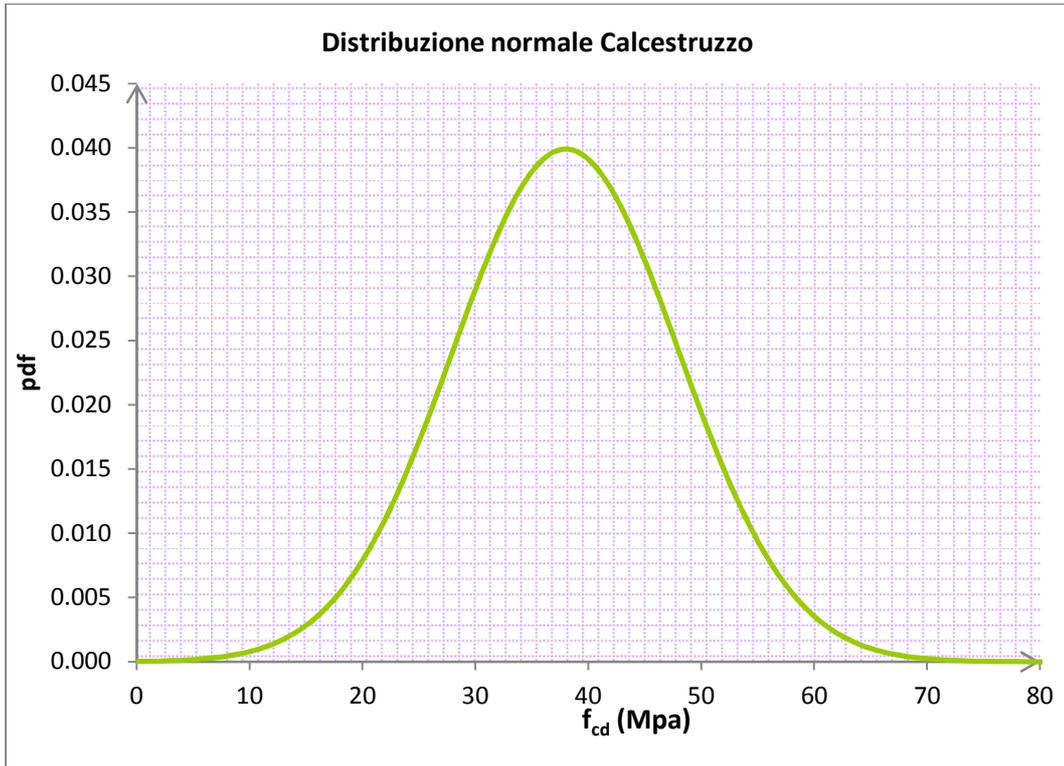


Figura 109 Rappresentazione della distribuzione di probabilità della resistenza a compressione del calcestruzzo

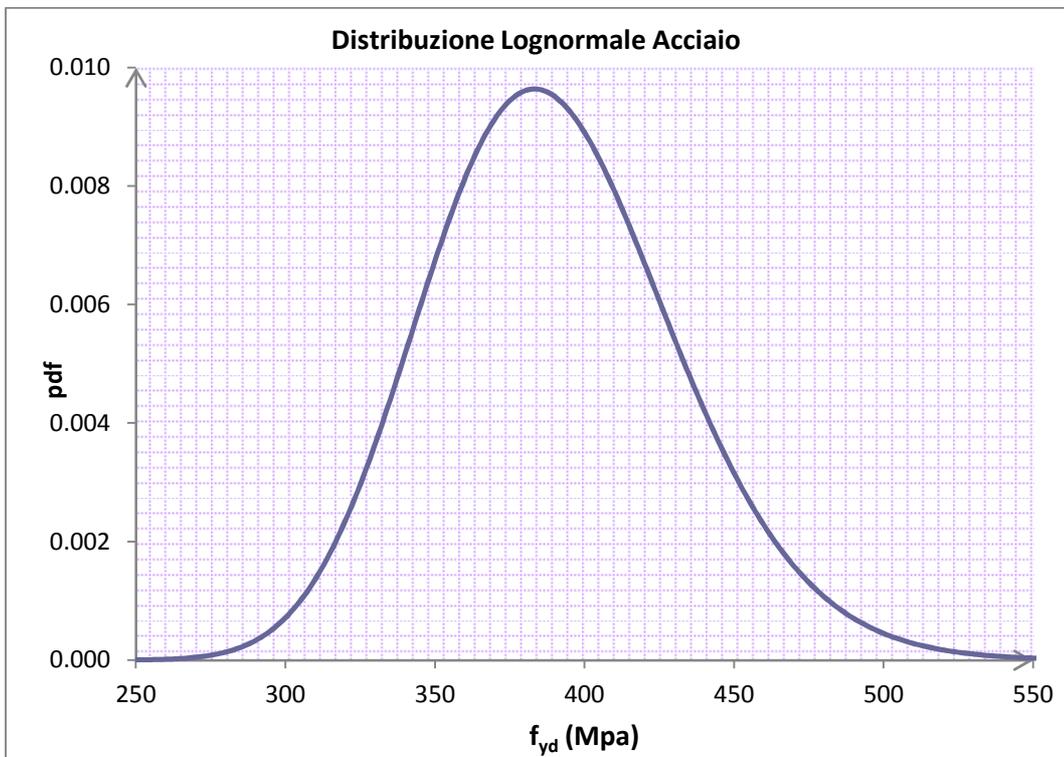


Figura 110 Rappresentazione della distribuzione di probabilità della resistenza a snervamento dell'acciaio

Per quanto riguarda l'acciaio da armatura, invece, si è scelto di utilizzare una distribuzione probabilistica di tipo log- normale, sulla base degli studi effettuati da Mirza , MacGregor e Melchers (1979). Si è assunta una resistenza caratteristica a snervamento f_{yk} pari a 450 MPa. Si sono ricavati di conseguenza il valore medio $f_{ym} = 540$ MPa e la deviazione standard stimata in 42 MPa. La distribuzione ottenuta risulta quindi essere come in figura 109.

Una volta rappresentate le distribuzioni delle resistenze si è passati alla suddivisione delle stesse in intervalli, caratterizzati da valore medio dell'intervallo e probabilità d'occorrenza pari all'area sottesa dalla funzione.

Nello specifico si è scelto, alla luce di altri lavori effettuati, di suddividere in 5 intervalli la distribuzione del calcestruzzo, mentre di frazionare in 3 intervalli la distribuzione dell'acciaio. L'ampiezza degli intervalli è stata fissata in 7 MPa per il calcestruzzo ed in 150 MPa per l'acciaio.

	Calcestruzzo	Acciaio
N° intervalli	5	3
Δ intervalli (MPa)	7	150

Tabella 10 Caratterizzazione del processo di discretizzazione delle distribuzioni di probabilità

Si riportano ora i valori medi di ciascun intervallo delle suddivisioni operate nelle due distribuzioni con le relative probabilità di occorrenza:

Valori medi intervalli Calcestruzzo	Probabilità associata	Valori medi intervalli Acciaio	Probabilità associata
24	0.008637	390	0.067126
31	0.202193	540	0.833256
38	0.578417	690	0.104754
45	0.202193		
52	0.008637		

Tabella 11 Caratterizzazione degli intervalli e della loro probabilità di associata

Definiti i seguenti valori, si passa successivamente alla realizzazione delle possibili combinazioni di valori di resistenza; ci sarà infatti la probabilità di avere il manufatto reale caratterizzato dai valori medi più alti sia per il materiale acciaio che per il materiale calcestruzzo, come la probabilità di avere il manufatto reale

caratterizzato dai valori più bassi per entrambi i materiali, oppure sono per uno dei due, e via dicendo... Si vanno quindi a definire i cosiddetti "Ponti Campione" ciascuno caratterizzato da uno specifico valore medio di resistenza di ciascuno dei due materiali e caratterizzato da una probabilità di occorrenza pari al prodotto delle probabilità di occorrenza dei valori medi delle resistenze del calcestruzzo e dell'acciaio.

Complessivamente, data la suddivisione in intervalli scelta, si andranno ad analizzare per ciascun analisi, un numero di Ponti Campione pari a 15, aventi la medesima configurazione geometrica ma differenti proprietà a livello dei materiali: lo scopo di queste operazioni è infatti proprio quello di simulare la variabilità intrinseca nella realtà fisica dei materiali, che si riflette appunto non in un preciso valore sempre valido, ma in una distribuzione di valori. Ciò che infatti vale in sede di progetto, ovvero l'affidarsi ad un valore caratteristico per la caratterizzazione del materiale con cui si ha che fare, non è altro che una semplificazione per snellire le procedure di progettazione pur restando a favore di sicurezza.

Da notare come la probabilità di occorrenza di ciascun intervallo viene calcolata in maniera semplificata moltiplicando il valore della probabilità associata al valor medio dell'intervallo in esame per l'ampiezza dell'intervallo stesso.

Si riporta ora in seguito la tabella in cui vengono descritte le caratteristiche dei materiali e la probabilità di occorrenza di ciascun ponte campione:

Ponte campione	f_y [MPa]	E_s [Mpa]	ϵ_{sy} [%]	ϵ_{su} [%]	$p_k(f_y)$	f_c [Mpa]	E_c [Mpa]	G [Mpa]	ν	d_s	ϵ_{cy} [%]	ϵ_{cu} [%]	$p_k(f_c)$	$p_k(f_c/f_y)$
PC1	390	206000	1.893	40	0.067126	24	30160.62	12566.92	0.2	2	5	0.0086367	0.000580	
PC2	390	206000	1.893	40	0.067126	31	32216.51	13423.55	0.2	2	5	0.2021934	0.013573	
PC3	390	206000	1.893	40	0.067126	38	34038.95	14182.9	0.2	2	5	0.5784167	0.038827	
PC4	390	206000	1.893	40	0.067126	45	35684.71	14868.63	0.2	2	5	0.2021934	0.013573	
PC5	390	206000	1.893	40	0.067126	52	37191.24	15496.35	0.2	2	5	0.0086367	0.000580	
PC6	540	206000	2.621	40	0.833256	24	30160.62	12566.92	0.2	2	5	0.0086367	0.007197	
PC7	540	206000	2.621	40	0.833256	31	32216.51	13423.55	0.2	2	5	0.2021934	0.168479	
PC8	540	206000	2.621	40	0.833256	38	34038.95	14182.9	0.2	2	5	0.5784167	0.481969	
PC9	540	206000	2.621	40	0.833256	45	35684.71	14868.63	0.2	2	5	0.2021934	0.168479	
PC10	540	206000	2.621	40	0.833256	52	37191.24	15496.35	0.2	2	5	0.0086367	0.007197	
PC11	690	206000	3.350	40	0.104754	24	30160.62	12566.92	0.2	2	5	0.0086367	0.000905	
PC12	690	206000	3.350	40	0.104754	31	32216.51	13423.55	0.2	2	5	0.2021934	0.021181	
PC13	690	206000	3.350	40	0.104754	38	34038.95	14182.9	0.2	2	5	0.5784167	0.060591	
PC14	690	206000	3.350	40	0.104754	45	35684.71	14868.63	0.2	2	5	0.2021934	0.021181	
PC15	690	206000	3.350	40	0.104754	52	37191.24	15496.35	0.2	2	5	0.0086367	0.000905	
somma													1	

Tabella 12 Caratterizzazione delle caratteristiche dei 15 Ponti Campione

5.5 Calcolo dell'indice di danno, la duttilità cinematica della sezione

Come già trattato nel capitolo precedente, nella metodologia per la costruzione delle curve di fragilità, si è scelto come indice di danno la duttilità cinematica della sezione:

$$D = \mu_{\sigma} = \frac{x_{max}}{x_y}$$

Ma se il valore di spostamento a numeratore viene trovato a partire dai risultati in output che fornisce OpenSees, riguardo lo spostamento dei nodi, come fare, invece, per determinare il denominatore x_y , ovvero lo spostamento a snervamento della testa della pila? Normalmente si determina tale valore mediante una prova monotona sull'elemento considerato (analisi di tipo Push-over), ma in questo caso, dal momento che la sezione della pila, ancorchè circolare, non è fissa ma dipende dall'input dell'utente, si è reso necessario un metodo facilmente estendibile ad una generica sezione circolare.

Andiamo ad analizzare, per semplicità quanto accade per la sezione rettangolare, salvo poi estendere i risultati al caso in esame di sezione circolare. Si consideri una generica sezione rettangolare, di larghezza b , altezza h e area A , si assuma per il calcestruzzo un diagramma tensione-deformazione di tipo triangolo-rettangolo:

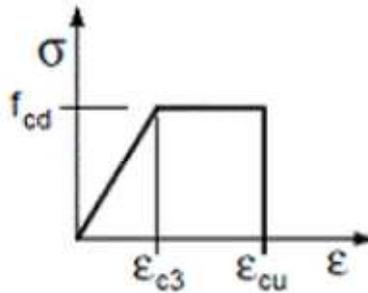


Figura 111 Modello σ - ϵ del calcestruzzo

Il momento agente sulla sezione si calcola mediante integrazione delle tensioni sulla medesima:

$$M = \int_A \sigma(y)y dA$$

Allora, all'aumentare del momento agente sulla sezione si avranno i seguenti stati tensionali:

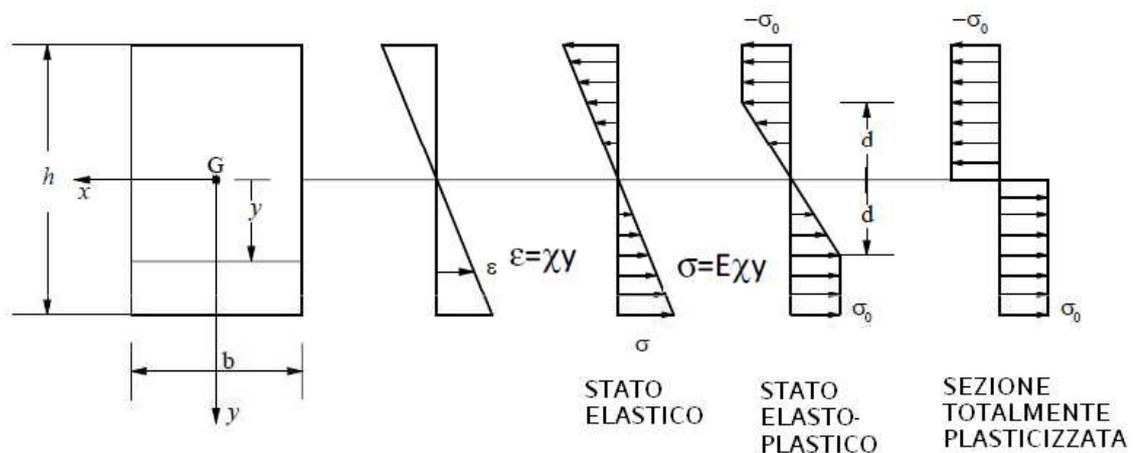


Figura 112 Andamento delle tensioni al variare del momento agente sulla sezione

Dal momento che la tensione σ dipende linearmente dalla deformazione ε mediante la relazione:

$$\sigma = E\chi y$$

Dove χ è la curvatura della sezione, è immediato calcolare il momento agente nella fase elastica:

$$M = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E\chi y y dy = EJ\chi$$

dove $J = \int_A y^2 dA$ momento d'inerzia della sezione.

Se si indica con χ_{el} la curvatura della sezione corrispondente al raggiungimento della tensione massima $\sigma_0 = f_{cd}$ all'estradosso e all'intradosso, possiamo chiamare momento limite elastico la quantità:

$$M_{el}(\chi_{el}) = EJ\chi_{el} = \frac{2J\sigma_0}{h} = \frac{\sigma_0 b h^2}{6} = \sigma_0 W_{el}$$

Con riferimento allo stato deformativo elasto-plastico di figura 111, è immediato giungere al seguente risultato per il calcolo del momento agente sulla sezione:

$$M = 2b \left[\int_0^d E\chi y^2 dy + \int_d^{\frac{h}{2}} \sigma_0 y dy \right] = M_{el} \left[\frac{3}{2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\chi_{el}}{\chi} \right)} \right]$$

Al tendere ad infinito del valore di curvatura della sezione il momento agente raggiunge un valore limite, che indichiamo con M_0 e che prende il nome di Momento limite plastico o di snervamento:

$$\lim_{\chi \rightarrow \infty} M = M_0 = \frac{3}{2} M_{el}$$

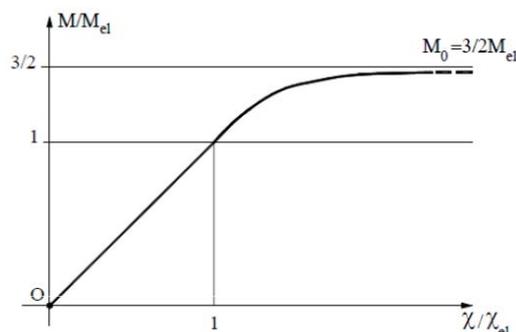


Figura 113 Diagramma momento curvatura per la generica sezione rettangolare

Ora, dal momento che M_0 e M_{el} dipendono linearmente dalla tensione massima σ_0 , se ne ricava che il loro rapporto, M_0/M_{el} , è unicamente funzione della forma della sezione, ed è pari ad un coefficiente di forma, α .

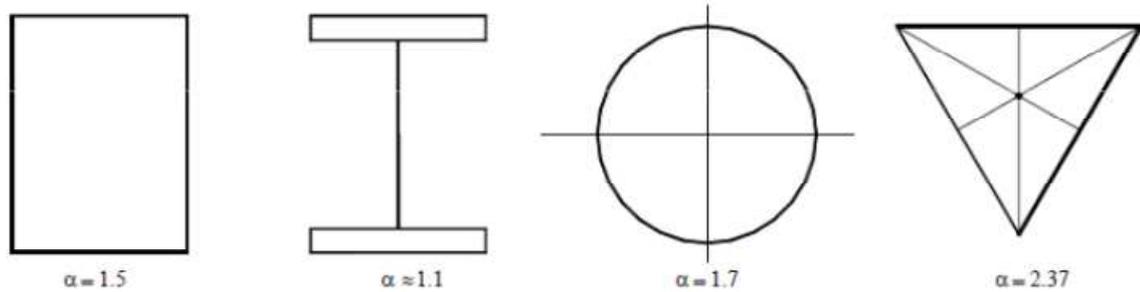


Figura 114 Valore del coefficiente di forma per un generico tipo di sezione

Estendendo la precedente trattazione al caso in esame di sezione circolare, il modulo di resistenza per tale forma, secondo quanto riportato nei prontuari è:

$$W_{el} = \frac{\pi d^3}{32}$$

dove con d si indica il diametro della pila espresso in mm. Giunti a questo punto è immediato il calcolo del momento di snervamento per la pila assegnata dall'utente mediante la relazione:

$$M_0 = \alpha f_{cd} \frac{\pi d^3}{32}$$

dove:

- α è pari a 1.7 per la pila a sezione circolare;
- $f_{cd} = \frac{f_{yk} \alpha_{cc}}{\gamma_c}$ secondo la formula (4.1.4) N.T.C2008, dove i coefficienti valgono rispettivamente: $\alpha_{cc} = 0.85$, $\gamma_c = 1.5$

Ora, si immagini la pila, che ha uno schema statico di una mensola incastrata alla base, sollecitata da una forza concentrata sull'estremo libero:

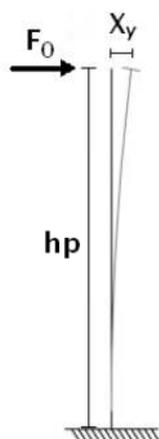


Figura 115 Schema statico della pila

al crescere di tale forza F , l'elemento giungerà a snervamento quando il momento nella sezione più sollecitata, cioè la base, raggiunge il valore M_0 . In tale situazione il carico in sommità vale pertanto $F_0 = M_0/h_p$ e dal momento che siamo ancora in condizioni di elasticità, seppure al limite, valgono ancora le relazioni da prontuario che pongono lo spostamento massimo pari a:

$$x_y = \frac{F_0 h_p^3}{3EI} = \frac{M_0 h_p^2}{3EI}$$

Dove, il momento d'inerzia della sezione circolare vale (tutte le grandezze geometriche si intendono espresse in mm):

$$I_{pila} = \frac{\pi d^4}{64}$$

Pertanto, per il calcolo di x_y per la determinazione dell'indice di danno, ci si avvale della relazione dello spostamento massimo che è funzione delle caratteristiche geometriche e meccaniche della pila.

5.6 Costruzione delle curve di fragilità

Una volta definiti i ponti campione si vanno a lanciare le analisi dinamiche non lineari in time history andando nelle stesse a registrare (tramite il comando recorder) l'output oggetto di analisi, ovvero lo spostamento del nodo di sommità della pila nella direzione in cui agisce l'azione sismica. Lo spostamento a

snervamento viene determinato come descritto al paragrafo precedente. A questo punto si possono quindi determinare gli indici di danno μ per ciascuna analisi, caratterizzata da una determinata accelerazione di picco PGA e da uno specifico ponte campione. Si ricorda inoltre come il valore ottenuto in ciascuna analisi sia frutto della media dei valori di spostamento massimi ottenuti dalla sottoanalisi di ciascuno dei casi per i 7 accelerogrammi sintetici spettro compatibili generati per ottemperare alle richieste della normativa vigente.

In sostanza sono state realizzate un numero di analisi pari al prodotto del numero dei ponti campione (15) per il numero delle accelerazioni di picco PGA considerate (8) per il numero degli accelerogrammi sintetici generati (7), per un totale di 840 analisi per la realizzazione di una curva di fragilità. E' evidente come l'uso di programmi di calcolo quali i software usati in questo lavoro snellisca l'onere computazionale andando infatti ad implementare una serie di cicli sulle caratteristiche dei materiali e sugli accelerogrammi sintetici da utilizzare.

Le analisi dovrebbero essere ripetute due volte facendo variare la direzione del sisma ed i risultati da registrare in modo tale da poter poi andare a costruire le curve di fragilità sia per la direzione longitudinale che per quella trasversale. Per lo schema statico della colonna, le analisi in direzione trasversale coincide con le analisi in direzione longitudinali.

I valori dell'indice di danno μ sono stati poi utilizzati per la costruzione delle curve di fragilità seguendo le procedure esposte nel quarto capitolo.

Vengono ora rappresentate le curve di fragilità per i quattro livelli di danno costruite per la pila del ponte secondo il metodo 2 come descritto al capitolo precedente. Vengono presentati due casi:

- Curve di fragilità per struttura convenzionale;
- Curve di fragilità per struttura isolata a tempo zero;

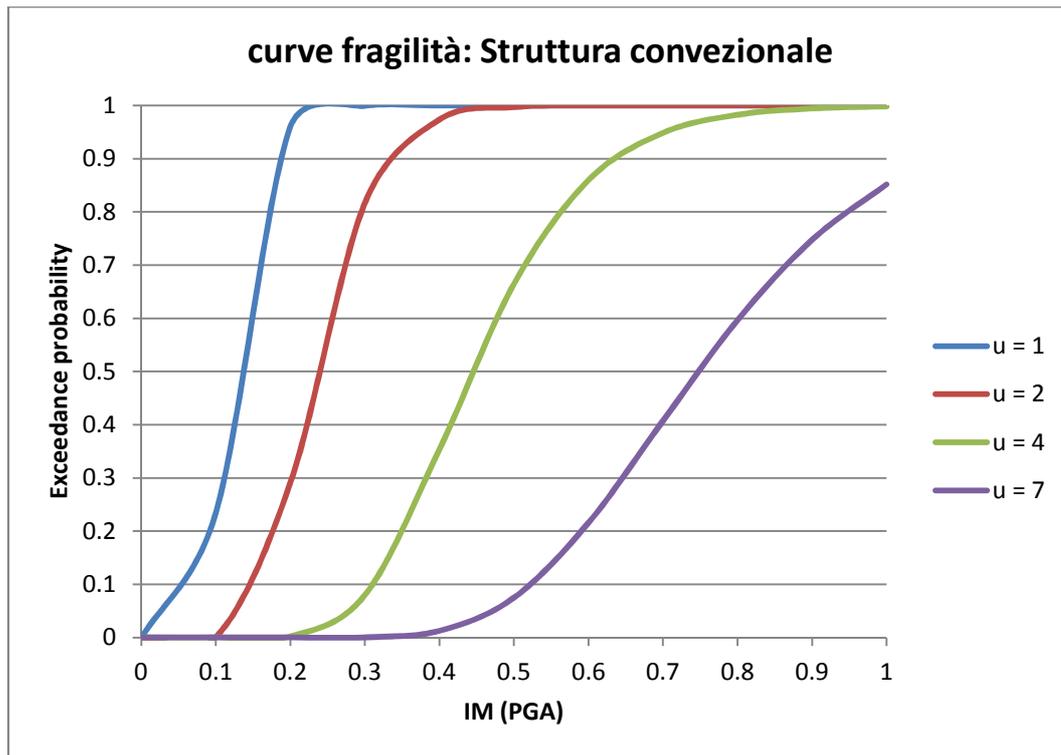


Figura 116

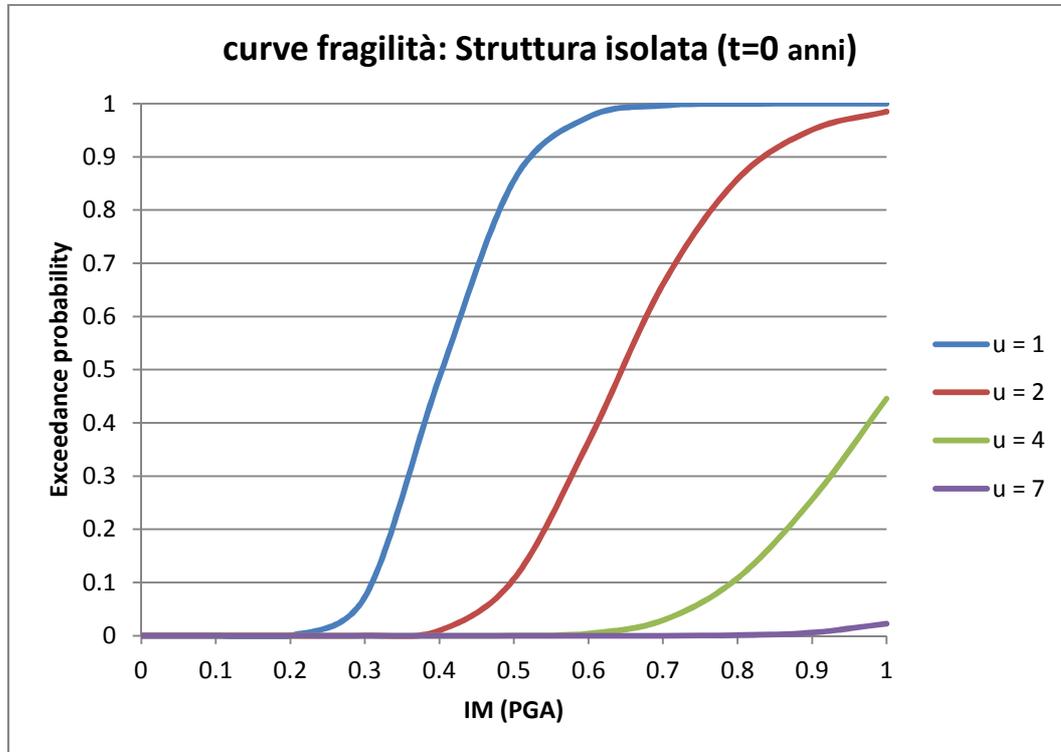


Figura 117

Ora si vanno a riportare tutte le curve di fragilità analizzate raggruppate per livello di danno in modo da evidenziare l'efficacia dell'isolatore elastomerico sulla vulnerabilità della struttura.

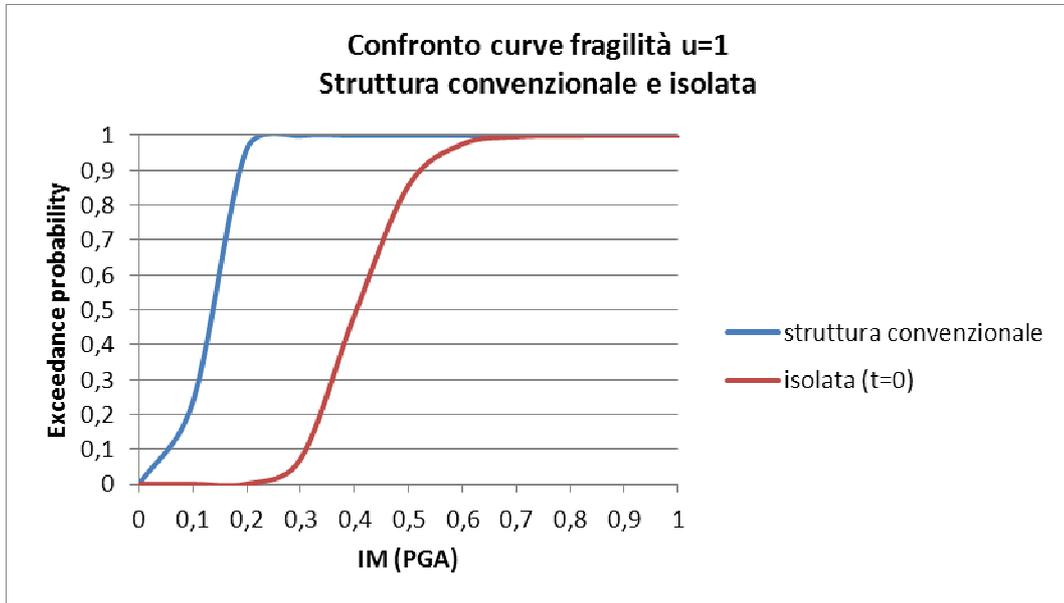


Figura 118

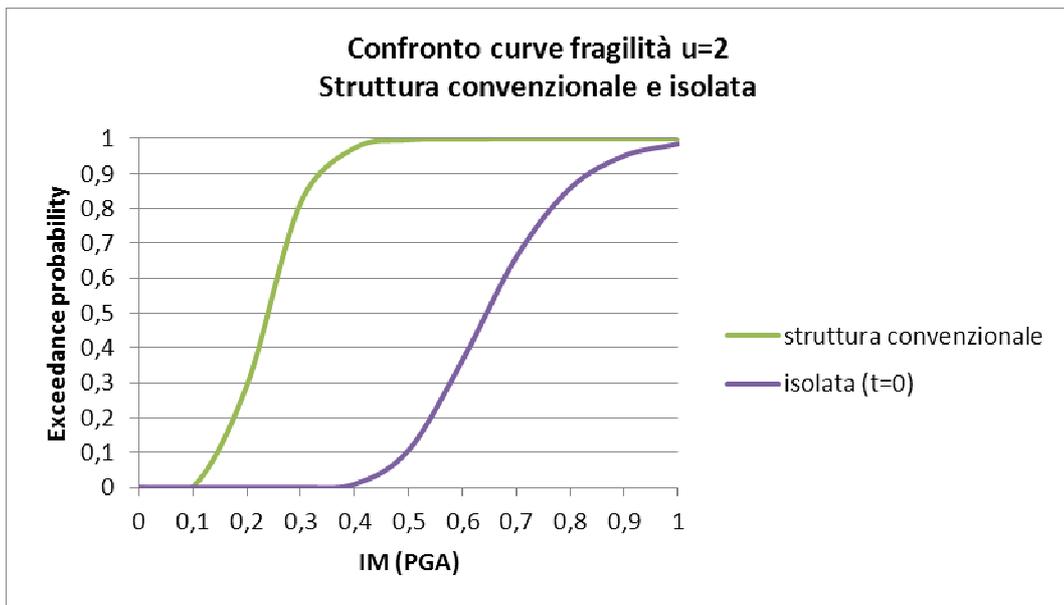


Figura 119

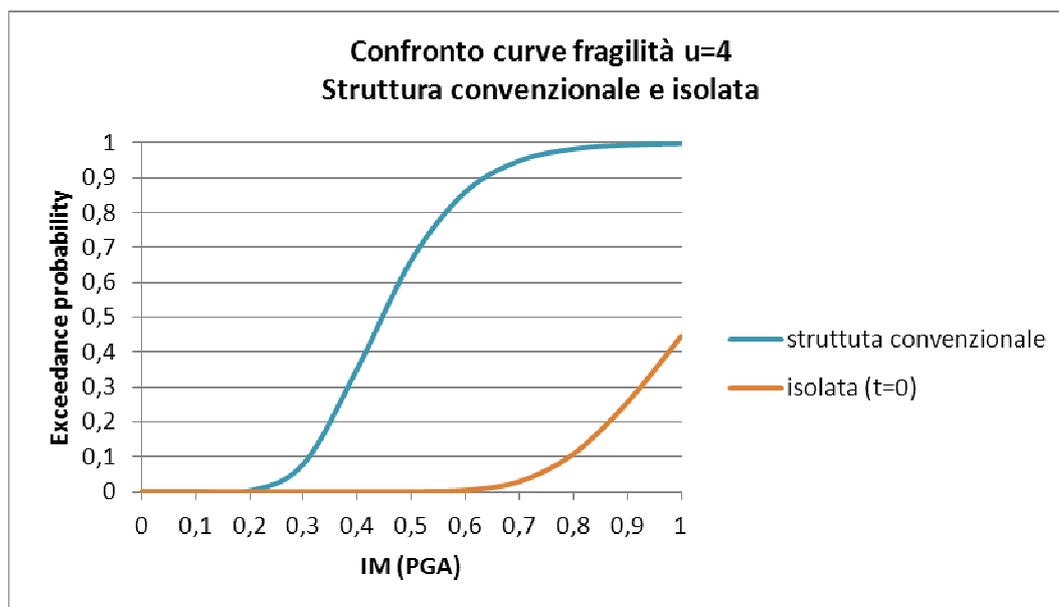


Figura 120

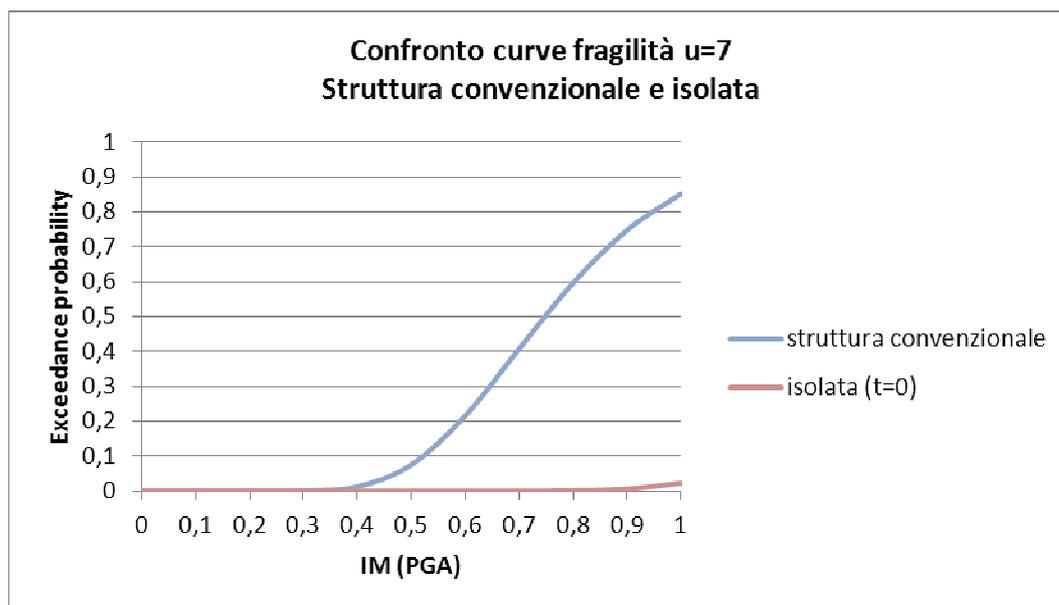


Figura 121

Dai grafici sopra rappresentati si nota come a parità di accelerazione al suolo PGA la probabilità di eccedenza di un determinato livello di danno cali drasticamente quando la struttura dispone di un sistema di isolamento sismico.

5.6.1 Simulazione del processo d'invecchiamento dell'isolatore

Determinati gli andamenti delle curve di fragilità per la struttura isolata allo stato iniziale, si è proceduto successivamente alla costruzione delle curve di fragilità per la struttura isolata allo stato "finale" con l'obiettivo di andare ad indagare come i risultati ottenuti in precedenza si modifichino (ed in che misura) in seguito al processo d'invecchiamento della gomma che compone il dispositivo di isolamento sismico nel tempo, per tutta la durata della vita utile del ponte.

Per costruire le curve di fragilità relative a 100 anni di vita della struttura, si sono ripetute le analisi dinamiche non lineari come detto al paragrafo 5.6 inserendo la legge di degrado dell'isolatore determinata al capitolo 3, in particolare si sono prese in considerazione i risultati della simulazione con le catene di Markov stagionali. La scelta è dettata dal fatto che questa simulazione non forza la scelta delle temperature da inserire nelle formule secondo una distribuzione; inoltre, la distribuzione delle temperature si adatta bene alla distribuzione normale come verificato dall'analisi statistica delle temperature registrate negli ultimi 41 anni a differenza della simulazione con le catene di Markov annua.

Si ricorda che si è studiato l'evoluzione del degrado per due tipi di gomma, la gomma naturale e la gomma ad alta capacità di smorzamento.

Si riportano i polinomi interpolatori del rapporto di rigidezza determinati al capitolo 3:

- Per NR:

$$\Delta K = -5.11 \cdot 10^{-12}t^4 + 5.27 \cdot 10^{-9}t^3 - 2.05 \cdot 10^{-6}t^2 + 4.93 \cdot 10^{-4}t + 1.007$$

- Per HDR

$$\Delta K = 7.02 \cdot 10^{-6}t + 1.1224$$

Il valore del rapporto di rigidezza per $t = 0$ anni è:

- Per NR $\Delta K(100) = 1.0833$
- Per HDR $\Delta K(100) = 1.1224$

Come già detto, il polinomio interpolatore è funzione del tempo, della temperatura e della dimensione dell'isolatore (gli ultimi due in modo intrinseco).

Si rappresentano le curve di fragilità per i quattro livelli di danno costruite per la pila del ponte per struttura isolata a tempo 100 anni per isolatore in NR e in HDR.

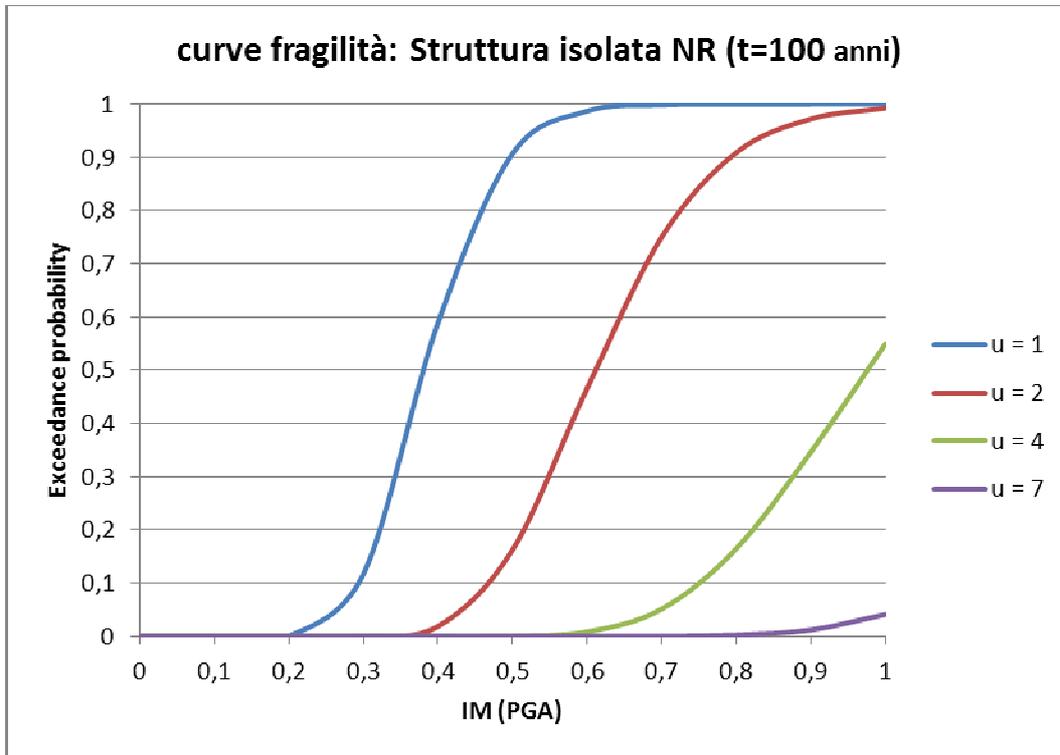


Figura 122

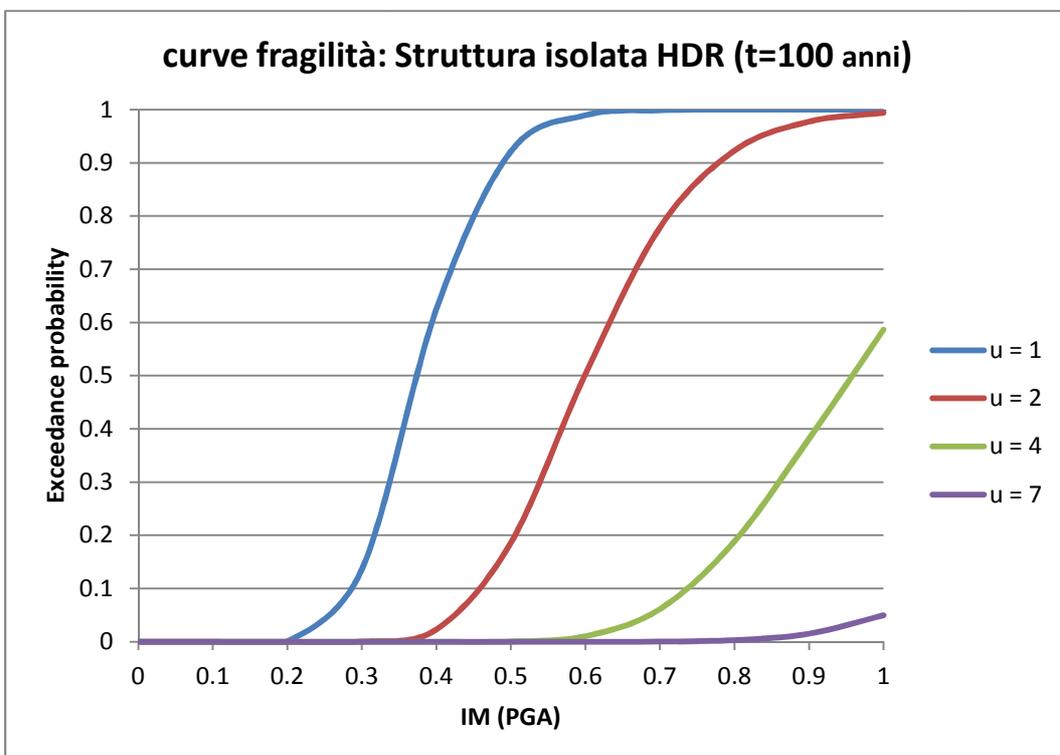


Figura 123

Ora si vanno a riportare le curve di fragilità analizzate raggruppate per livello di danno in modo da evidenziare l'influenza del processo d'invecchiamento dell'isolatore sulla vulnerabilità della struttura. Quindi, si mette a confronto lo la struttura allo stato iniziale con quello finale con isolatori NR e HDR.

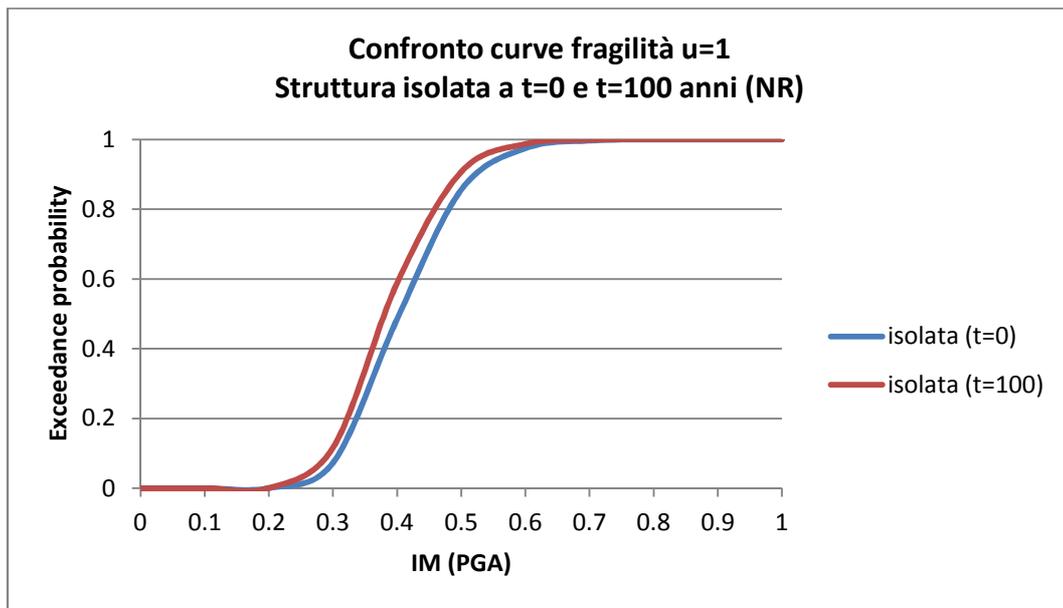


Figura 124

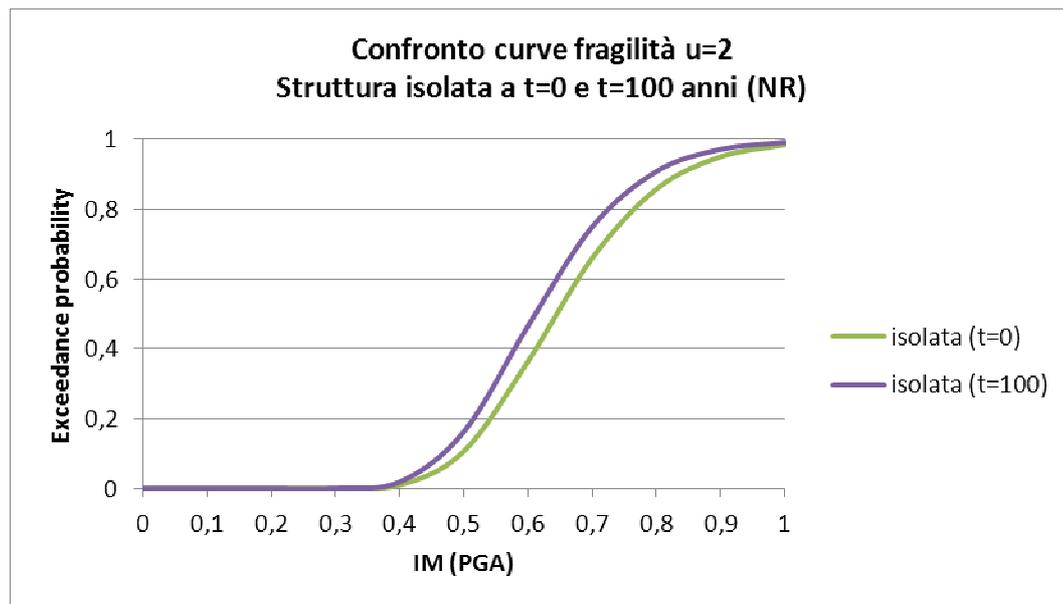


Figura 125

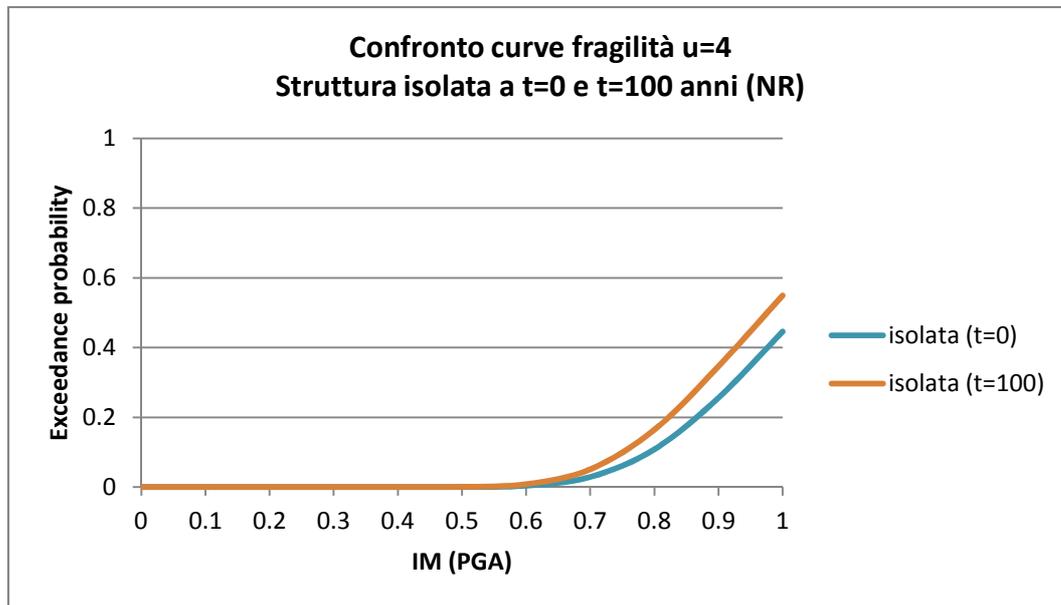


Figura 126

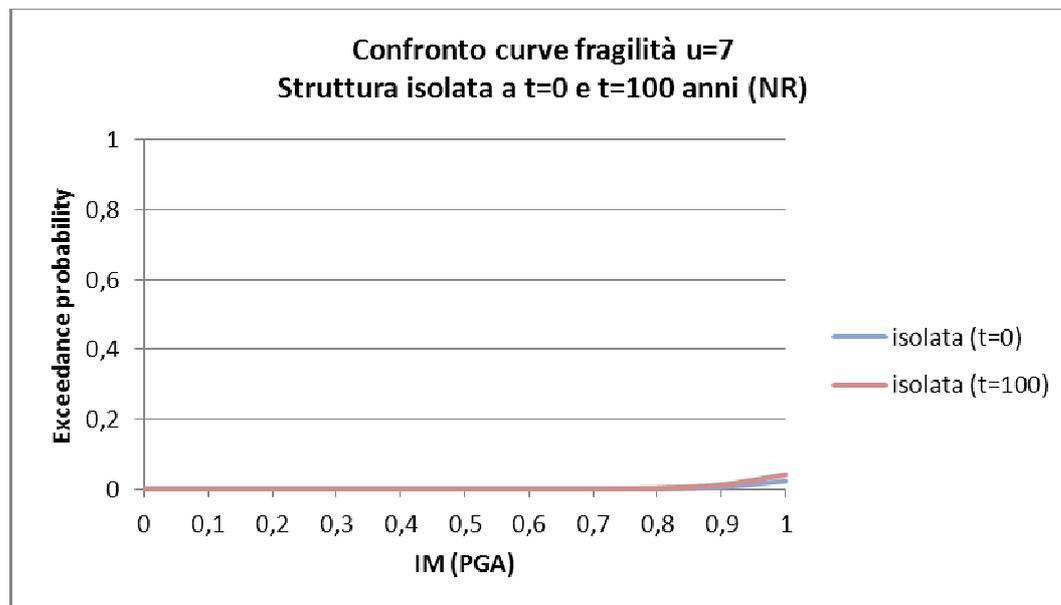


Figura 127

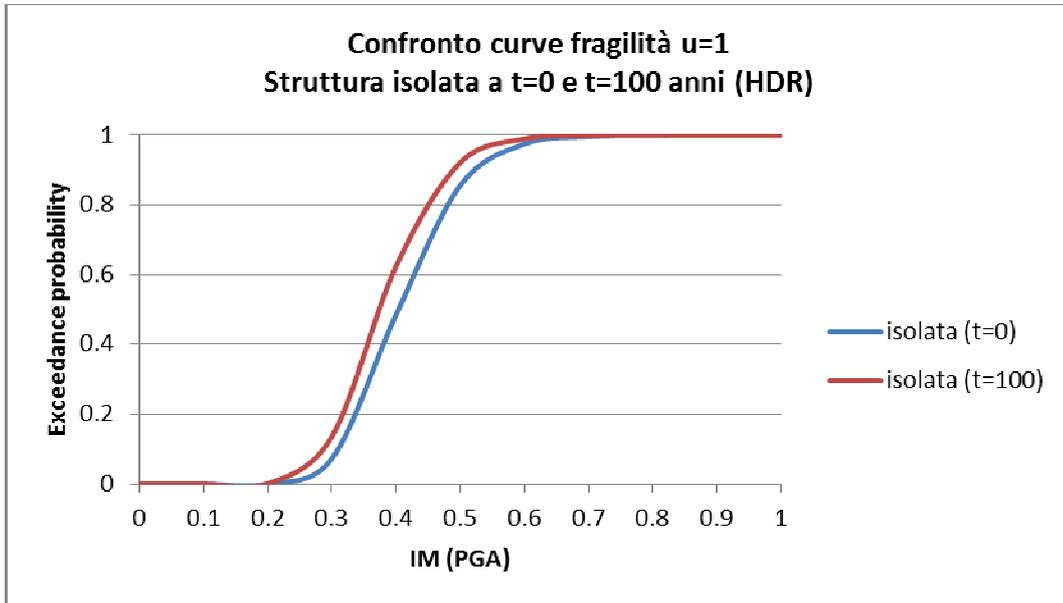


Figura 128

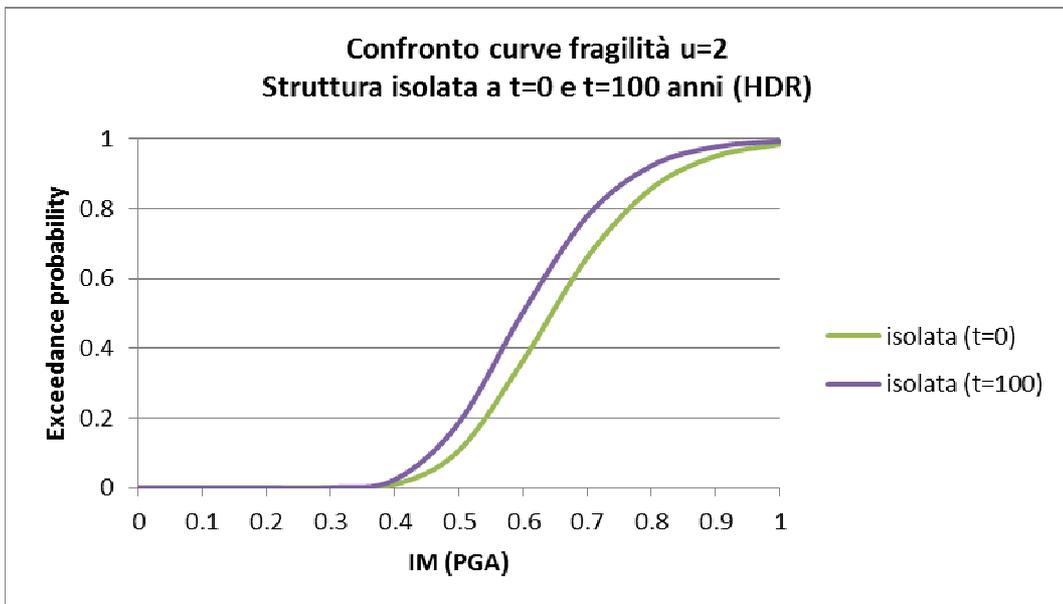


Figura 129

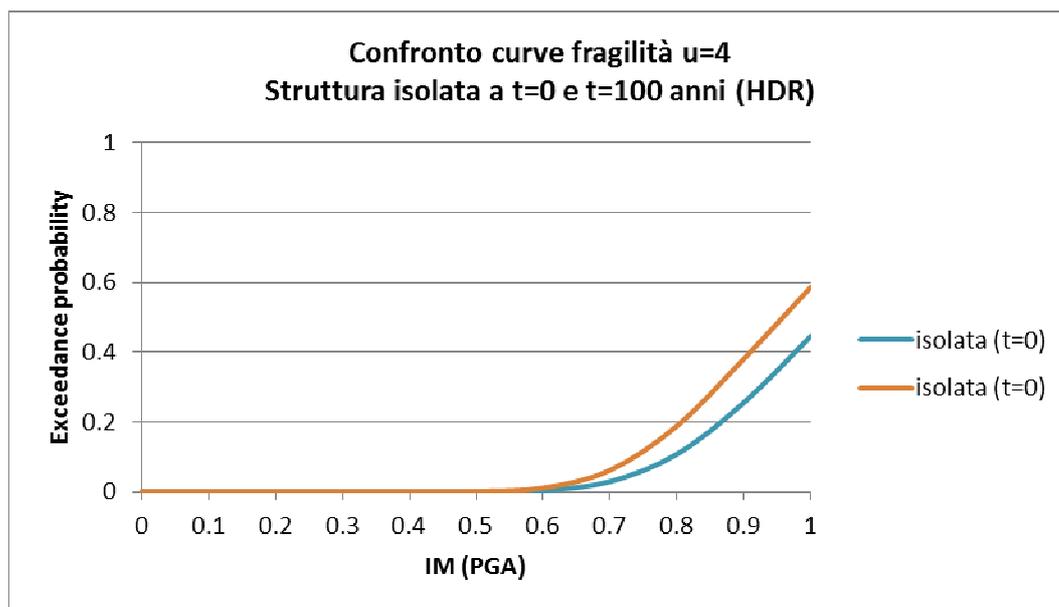


Figura 130

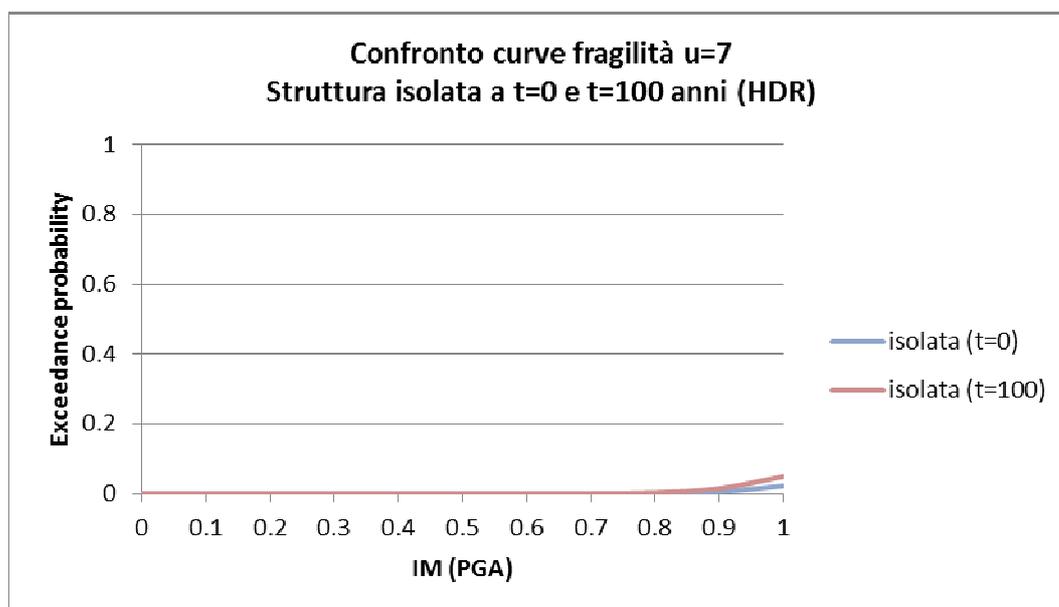


Figura 131

Questi grafici che mettono a confronto le curve di fragilità della struttura isolata munita di isolatori elastomerici con quelle della struttura isolata con isolatori soggetti al degrado di 100 anni (in NR e in HDR) mostrano un aumento della probabilità di eccedenza di un certo livello di danno. I risultati confermano quanto atteso: l'aumento della rigidità laterale dell'isolatore comporta una diminuzione del periodo fondamentale della struttura. Pertanto la struttura stessa è soggetta a un'accelerazione maggiore, forze sismiche maggiori, quindi stati di sollecitazioni maggiori.

5.7 Conclusioni

Di seguito vengono riportate tutte le curve di fragilità costruite finora raggruppate per livello di danno per concludere agevolmente considerazioni.

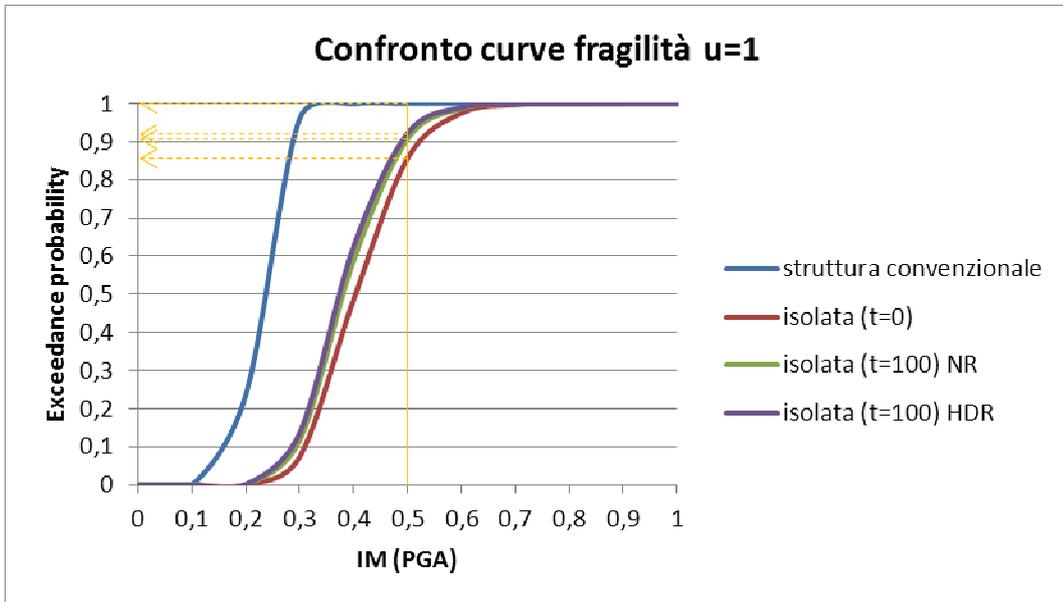


Figura 132

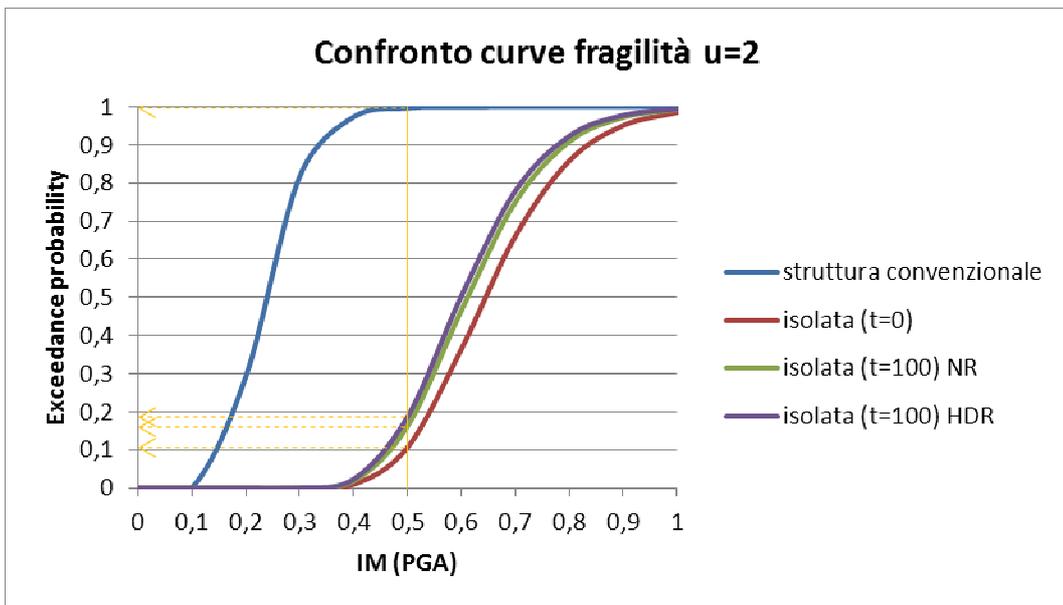


Figura 133

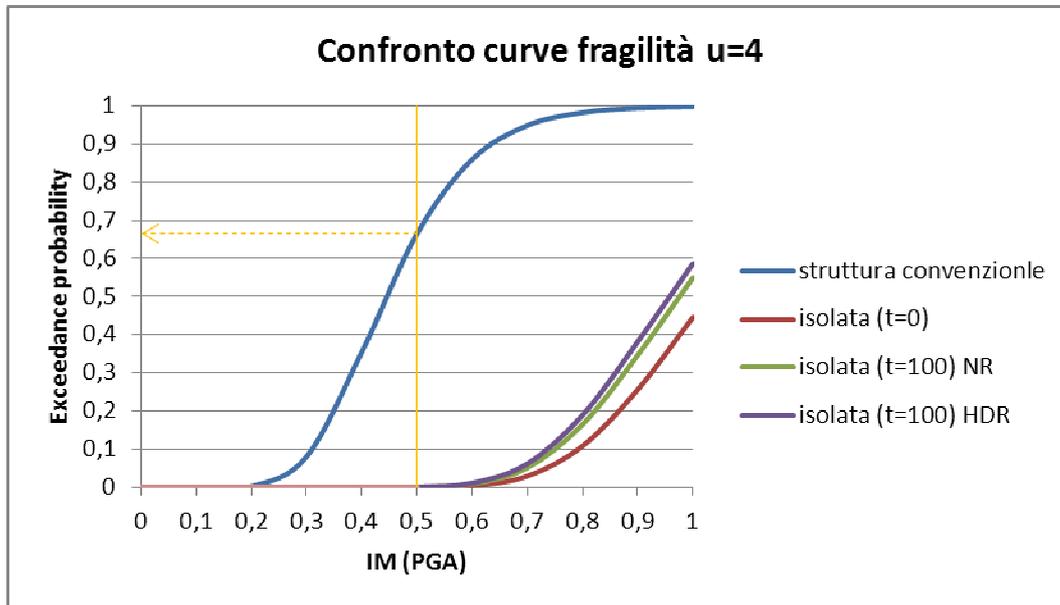


Figura 134

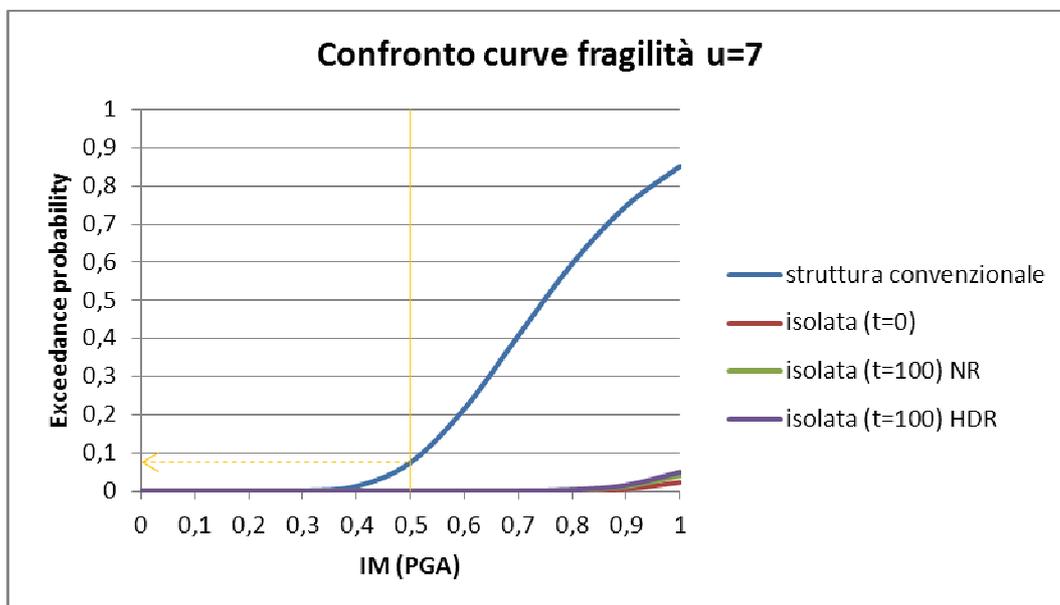


Figura 135

Dalle analisi effettuate si possono elaborare una serie di osservazioni sui grafici ottenuti.

Anzitutto si osserva, come atteso, che le curve di fragilità si spostano verso l'alto con il trascorrere del tempo e con il progredire del degrado degli isolatori: questo fenomeno è presente per tutti i livelli di danno considerati. Ciò va a significare che a parità di accelerazione di picco (PGA) l'invecchiamento della gomma comporta un aumento della probabilità di occorrenza del determinato stato di danno che si sta considerando. Analogamente si può osservare come a parità di probabilità di occorrenza di un preciso livello di danno, il raggiungimento di quel valore di probabilità avviene per valori di accelerazione di picco (PGA) via via minori con il passar del tempo.

Come ci si aspettava quindi il processo di invecchiamento degli isolatori elastomerici va ad aumentare la vulnerabilità sismica del manufatto.

Come si nota dal confronto delle curve, per bassi livelli di PGA il degrado della gomma non influisce per nessun livello di danno proprio per lo scopo dell'isolatore (significa quindi il sistema di isolamento sismico che funziona in modo ottimale). Per valori medi della PGA, invece, l'invecchiamento aumenta la probabilità di occorrenza sui livelli di danno lieve e moderato. Non ha nessuna influenza sul livello di danno esteso e collasso. Questi risultati mettono in evidenza ancora una volta l'efficacia di questi dispositivi antisismici come prevenzione strutturale allo stato limite ultimo, ma ovviamente un terremoto di maggiore intensità comporta comunque dei danni di lieve entità. Infine, per fortissimi terremoti il degrado della gomma ha un effetto trascurabile sul collasso della struttura, invariante e trascurabile per i livelli di danno lieve e moderato rispettivamente in quanto la presenza di danni di questi livelli si sono già verificati per terremoti di minore intensità; per danni estesi si nota un aumento della probabilità di superamento per questo livello di danno.

Per il valore di PGA pari a 0.5g, si ha un aumento della probabilità di superamento del livello di danno per i livelli di danno lieve e moderato, mentre per il livello di danno esteso ed il collasso non si registra nessuna variazione per l'efficacia del sistema di isolamento sismico sulla risposta della struttura. In tabella 13 vengono riportati i valori della probabilità di eccedenza per i diversi

livelli di danno del ponte in esame a tempo iniziale e dopo cent'anni sia per isolatore in NR sia per isolatore in HDR. Ancora, nella stessa tabella sono riportate le variazioni percentuali tra i due istanti temporali considerati per entrambi i tipi di gomma.

Dai valori delle variazioni percentuali tabulati, si conclude che l'incremento differenziale tra l'incremento percentuale per la gomma naturale e quello per la gomma ad alto smorzamento è proporzionale alla differenza tra il rapporto di rigidezza per isolatore NR e il rapporto di rigidezza per isolatore HDR (si vedano i rispettivi valori al paragrafo precedente).

	Valori probabilità di eccedenza			Variazione percentuale della prob. di eccedenza	
	Struttura isolata				
	t=0	t=100 anni (NR)	t=100 anni (HDR)	% NR	% HDR
u=1	0,85602636	0,907063714	0,921741304	5,962124099	7,676743083
u=2	0,106530648	0,16243798	0,186644195	52,48004418	75,20234562
u=4	0	0	0	0	0
u=7	0	0	0	0	0

Tabella 13 Valori della probabilità di eccedenza per PGA=0.5g

BIBLIOGRAFIA

- A. R. Allison, I. J. Stanley, Ozone deterioration of elastomeric materials, preliminary results of a study by infrared spectroscopy, Material Laboratory.
- Junji Yoshida, Masato Abe, Yozo Fujino, Constitutive model of high damping rubber materials,
- H. Gu, Y. Itoh, Seismic response of steel bridge piers with aged base-isolated rubber bearing,
- A. Stevenson, 1988, Low temperature crystallization of natural rubber, Natural rubber science and technology
- Y. Itoh, Y. Yamamoto, H. Gu, K. Satoh, 2005, Study on the deterioration characteristics of natural rubber bearings,
- Y. Itoh, H. Gu, Paramashanti, Y. Kitane, 2007, Long-term performance evaluation of high damping rubber bearings by accelerated thermal oxidation test, 2nd International Conference on Advanced in Experimental Structural Engineering
- A. bin Samsuri, 2010, Degradation of natural rubber and synthetic elastomers,
- Y. Itoh, Y. Yamamoto, H. Gu, K. Satoh, 2006, Long-term deterioration of high damping rubber bridge bearing, Journal of Structural Mechanics and Earthquake Engineering
- H. Nakauchi, Consideration on the decay and service life of rubber products,
- Y. Itoh, H. Gu, 2011, Aging behavior of natural rubber in isolation bearings, Advanced Materials Researched
- V. S. Vinod, Siby Varghese, Baby Kuriakose, 2002, Degradation behaviour of natural rubber-aluminium powder composites: effect of heat, ozone and high energy radiation, Polymer Degradation and Stability
- C. H. Chang, 2002, Modeling of laminated rubber bearings using an analytical stiffness matrix, Solids and Structures
- C. S. Woo, H. S. Park, 2011, Useful lifetime prediction of rubber component, Engineering Failure Analysis

- A. B. Othman, 2001, Property profile of a laminated rubber bearing, Polymer Testing
- Y. Itoh, H. Gu, Prediction of aging characteristics in natural rubber bearings used in bridges,
- C. W. Roeder, J. F. Stanton, T. Feller, Low temperature performance of elastomeric bearings, Journal of Cold Regions Engineering
- ISO 11346:2004
- Y. Itoh, H. Gu, Y. Kitane, Thermal aging behavior inside HDR bearing,
- SHI Jie, 2012, Assessing the lifetime of rubber diaphragm based on accelerating ageing test, 2nd International Conference on Materials, Mechatronic and Automation
- D. Cardone, G. Gesualdi, Experimental evaluation of the mechanical behavior of elastomeric materials for seismic applications at different air temperature, International Journal of Mechanical Sciences
- Y. Itoh, Y. Yamamoto, A. Yazawa, K. Satoh, 2004, Lifecycle evaluation of base-isolated rubber bearings considering environmental deterioration,
- K. N. G. Fuller, T. J. Pond, 1995, The long-term performance of high damping natural rubber seismic bearings, European seismic design practice: research and application: proceeding of the fifth SECED Conference on European Seismic Design Practice
- H. Hamaguchi, Y. Samejima, N. Kani, 2009, A study of aging effect on rubber bearings after about twenty years in use, 11th Conference on Seismic Isolation, Energy Dissipation and Active Vibration Control of Structures
- Y. Itoh, H. Gu, K. Satoh, Effect of rubber bearing ageing on seismic response of base-isolated steel bridges,
- D. Cardone, G. Gesualdi, d. Nigro, 2011, Effects of air temperature on the cyclic behavior of elastomeric seismic isolators, Bull Earthquake Engineering
- A. Marioni, 1998, The use of high damping rubber bearings for the protection on the structures from the seismic risk, Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas
- M. Shinozuka, J. Lee, Statistical analysis of fragility curves,
- K. R. Karim, F. Yamazaki, 2001, Effect of earthquake ground motions on

fragility curves of highway bridge piers based on numerical simulation, Earthquake Engineering and Structural Dynamics

- J. E. Padgett, R. DesRoches, Methodology for the development of analytical fragility curves for retrofitted bridges, Earthquake Engineering and Structural Dynamics
- C. M. Blow, C. Hepdurn, Manuale di tecnologia della gomma, Gesto editore
- A. N. Gent e autori vari, Engineering with rubber: How to design rubber components, Rubber Division of the American Chemical Society
- D. C. Montgomery, Progettazione e analisi degli esperimenti, McGraw Hill
- P. Colombo, D. Festa, 2008, Materiali per l'ingegneria civile, Edizione Libreria Progetto Padova
- K. Nagdi, Rubber as an Engineering Material: Guideline for Users, Hanser Publishers
- Modena C., Franchetti P., Grendene M., 2004, Linee guida per la progettazione ed esecuzione di ponti in zona sismica, DCT - Università di Padova, pubblicazione a cura di Veneto Strade.
- Mazzone S., McKenna F., Scott M.H., Gregory F.L. et al., 2007, OpenSees Command Language Manual, The Regents of the University of California.
- Norme Tecniche per le Costruzioni, D.M. 14 gennaio 2008 e successivi aggiornamenti.
- Montgomery D.C., Rungen D.C., Hubele N.F., 2004, Statistica per ingegneria, ed. Egea.
- G. Ciaburro, 2007, MATLAB Guida all'uso, Edizioni FAG Milano
- C. Christopoulos, A. Filiarault, 2006, Principles of passive supplemental damping and seismic isolation, IUSS Press
- A. K. Chopra, 2007, Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering, Prentice Hall
- Autori vari, 2004, RISK-UE An advanced approach to earthquake risk scenarios with applications to different European towns, Report n° GTR-RSK 0101-152av7
- Zanini M. A., A.A. 2010-2011, Effetti del degrado sulla vulnerabilità sismica di manufatti di attraversamento ricorrenti, tesi di laurea, relatori Prof. Ing. Modena C., Prof. Ing. Pellegrino C., correlatore Ing. Carturan F., Università di Padova

- Debortoli D., A.A. 2012-2013, Procedura automatizzata per la valutazione della vulnerabilità sismica di tipologie ricorrenti di ponti e viadotti, tesi di laurea, relatori Prof. Ing. Pellegrino C., correlatore Ing. Morbin R., Università di Padova
- Zanini M. A., A.A. 2010-2011, La generazione di scenari sismici per la valutazione delle prestazioni antisismiche dei ponti nella rete viaria della regione Veneto, tesi di laurea, relatori Prof. Ing. Pellegrino C., correlatore Ing. Zanini M. A., Università di Padova