

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

TRENI *MAGLEV*: CONTROLLO DELLA DINAMICA VERTICALE IN UN SISTEMA EMS

RELATRICE:

Prof.ssa Maria Elena Valcher

LAUREANDO:

Andrea Corbioli

1219643

Anno Accademico 2021/2022

Data di Laurea 20/07/2022

Indice

INTRODUZIONE	v
1 I TRENI <i>MAGLEV</i>	1
1.1 Cenni storici	1
1.2 EMS vs EDS	3
2 MODELLIZZAZIONE	7
2.1 Derivazione fisica del modello	7
2.2 Forma di stato	12
2.3 Stabilità del sistema	15
2.4 Modello numerico	17
3 PROGETTAZIONE CONTROLLORE	19
3.1 Primo anello di retroazione: Stabilizzazione	19
3.2 Secondo anello di retroazione: Prestazioni	25
3.2.1 Definizione specifiche desiderate	25
3.2.2 Controllore PID	28
3.3 Risposta al gradino e a disturbi sinusoidali	33
4 LIMITI DELLO STUDIO EFFETTUATO	35
4.1 Dipendenza dai valori numerici	35
4.1.1 Variazione dell'altezza	36
4.1.2 Variazione della massa	39
4.2 Non idealità della guidovia	41
4.3 Limiti dell'approssimazione a punto materiale	43
5 CONCLUSIONI	45
Bibliografia	47

INTRODUZIONE

I treni *maglev* (*magnetic levitation* – a levitazione magnetica) sono dei treni che viaggiano senza contatto con il suolo e dunque fluttuando nell’aria. Essi rappresentano una rivoluzione nel sistema di trasporto su terra, permettendo di percorrere vaste distanze in tempi ridotti e con consumi inferiori rispetto ai mezzi aerei. Le elevate velocità di crociera che possono raggiungere (nell’ordine dei 400 – 500 *km/h*) sono ottenibili con relativa semplicità rispetto ai treni convenzionali a rotaia e inoltre sono limitate solamente dall’attrito aerodinamico con l’atmosfera.

I treni a levitazione magnetica presentano minori vibrazioni, che garantiscono un maggior comfort di viaggio, ed anche una minore rumorosità, e dunque un minore impatto sull’ambiente. Per di più, il fatto che questi treni non abbiano alcun attrito con il suolo porta ad avere anche minore usura e dunque minori costi di gestione rispetto ai treni a rotaia.

Nonostante ciò, l’infrastruttura completamente dedicata richiesta (con costi di costruzione superiori rispetto a quelli delle rotaie convenzionali) ha fatto sì che ad oggi treni a levitazione magnetica che coprano grandi distanze non esistano; inoltre lo sviluppo dei treni ad alta velocità (incoraggiato dalla concorrenza degli stessi *maglev*) ha portato a ridurre il divario di velocità con i treni convenzionali.

Cionondimeno i treni a levitazione magnetica rappresentano ancora una soluzione di trasporto valida e vantaggiosa in alcuni contesti, come, per esempio, zone ad elevata richiesta di mercato – e.g. la zona tra Tokyo e Ōsaka in Giappone – e zone ancora prive di linee ad alta velocità in senso tradizionale (cfr. [3]).

Obiettivo di questo elaborato è di studiare la dinamica verticale di un veicolo a levitazione magnetica di tipo EMS proponendo un possibile sistema di controllo che permetta di mantenere il veicolo ad una certa altezza fissa rispetto alla guida.

Nel particolare, in principio si introdurrà la tecnologia *maglev*, trattando velocemente la storia e le caratteristiche principali dei treni a levitazione magnetica.

Successivamente si tratterà più nel dettaglio la problematica del controllo verticale dei veicoli: dapprima si presenterà una modellizzazione del sistema e successivamente si sintetizzerà un controllore in grado di garantire specifiche poste a priori.

In ultimo si cercherà di portare un’analisi critica del controllore progettato, cercando di evidenziare soprattutto le criticità delle soluzioni presentate, citando come nei controllori realmente utilizzati tali problematiche vengano superate.

Come strumenti di studio si è fatto ampio uso dei software *Matlab*®, *Simulink* e *Sisotool* di *MathWorks*®.

Capitolo 1

I TRENI *MAGLEV*

1.1 Cenni storici

L'idea di utilizzare la forza elettromagnetica per il trasporto di oggetti e persone è emersa già all'inizio del secolo scorso. Per citare un esempio, nel 1909 lo scienziato americano Robert Goddard scrisse un articolo in cui viene descritto un veicolo sospeso da forze magnetiche che collega le città di New York e di Boston, passando attraverso un tunnel sotterraneo. Un'altro esempio si può trovare pochi anni più tardi, in Francia: nel 1912 l'ingegnere Emile Bachelet propose lo schema di un sistema di levitazione magnetica basato sulle correnti di Foucault, e costruì anche un piccolo modello di veicolo su guida (cfr. [4]). Queste idee però rimasero tali e non vennero mai sviluppate.

Solo negli anni Sessanta si ricominciò a pensare in maniera più seria al progetto di realizzare mezzi che sfruttassero la levitazione magnetica, nell'ottica di riuscire a diminuire i tempi di spostamento interurbano. I progressi nella tecnologia elettronica, con l'invenzione dei transistor e lo sviluppo di circuiti a stato solido, e nella tecnologia dei materiali, che portarono allo sviluppo dei super conduttori (e successivamente allo sviluppo dei super conduttori ad alte temperature), permisero di superare le problematiche fino ad allora riscontrate.

Ciononostante però, sebbene in vari Paesi negli anni '60-'70-'80 vennero effettuati studi in merito – tra cui negli Stati Uniti dallo *Stanford Research Institute* e dal *MIT*, in Canada dalla *University of Toronto* assieme alla *McGill University* e alla *Queen's University*, in Inghilterra dalla *University of Warwick* – solamente in Germania e in Giappone si arrivò ad uno stadio finale di produzione.

In particolar modo, nella Repubblica Federale Tedesca, il ministero della ricerca e dello sviluppo finanzia a partire dal 1969 lo studio di sistemi di movimentazione su suolo ad alta velocità. Dal '78 in poi ci si dedicò completamente allo studio dei soli sistemi EMS (si veda paragrafo 1.2), ritenuti più semplici e vicini nel tempo ad una realizzazione pratica. Nel 1980 venne costruita una struttura di test con una pista di 31 *km* a Emsland. Il sistema lì sviluppato fu un prototipo di quello che poi sarà chiamato "*Transrapid*". Ancora oggi il sistema del Transrapid può essere ritenuto come il tecnologicamente più avanzato sistema EMS (cfr. [2]), ed è stato adottato in Cina (nel 2004) per il collegamento tra l'aeroporto di Shanghai e la città.

In Giappone invece lo studio sui super-espressi a levitazione magnetica iniziò nel 1962. Nell'ambito dello studio di treni a tecnologia EDS, nel 1974, a Miyazaki (nella prefettura

di Kyushu) venne costruita una seconda linea di test di 7 km (la prima, lunga 220 m, fu costruita nel 1972 vicino a Tokyo). Qui il treno prototipale ML500 raggiunse la velocità record di 517 km/h. Successivamente, nel 1994 fu costruita interamente una nuova linea di test lunga 42,8 km a Yamanashi, con un tratto con pendenza del 4%. Nel 2006 il governo giapponese annunciò che la linea di test di Yamanashi sarebbe stata un tratto della nuova linea ferroviaria completamente a levitazione magnetica, la *Chou Shinkansen*, ancora oggi in costruzione, che collegherà le città di Tokyo e di Nagoya, abbattendo i tempi di percorrenza dai 103 minuti attuali (con il Tokaido Shinkansen) ai (stimati) 40 minuti.

Assieme allo sviluppo della tecnologia EDS, in Giappone in contemporanea si studiò e si sviluppò anche la tecnologia EMS. Nel 1973 fu sviluppato il primo veicolo prototipale, chiamato *HSST-01*. Tale veicolo nel 1978, raggiunse la ragguardevole velocità di 307,8 km/h su una linea lunga appena 1,3 km. L'evoluzione dei veicoli HSST proseguì nei vari anni, sviluppando tre tipologie di veicoli: urbano (velocità media attorno ai 100 km/h), suburbano (200 km/h) e interurbano (oltre i 300 km/h). Dal 2005 e ancora tutt'ora è presente nella città di Nagoya il mezzo urbano *Linimo*, frutto dell'evoluzione degli HSST (in particolare il prototipo di Limino è l'HSST-100L).

Al giorno d'oggi, sono in funzione 3 linee commerciali a levitazione magnetica tutte costruite in Asia. In particolare troviamo:

in **Cina** il già citato Transrapid a Shanghai, che collega l'aeroporto alla città, percorrendo circa 30 km in 7 minuti e 20 secondi, con una velocità media di 431 km/h.

in **Giappone** il veicolo Linimo, che come sopra descritto funge da mezzo urbano nella città di Nagoya, sfrutta tecnologia EMS e trasporta ogni giorno 20 000 passeggeri.

in **Corea del Sud** l'*Incheon Airport Maglev*, soprannominato ECOBEE, un mezzo a tecnologia EMS, che come il giapponese Linimo opera in ambiente urbano collegando l'aeroporto internazionale di Incheon alla stazione di Yongyu a Incheon. Operativo dal 2016, come Linimo ha la peculiarità di essere completamente automatizzato, dunque non è presente un autista a bordo, ma è controllato solamente da remoto.

Non si può non citare infine la nuova linea, già sopra presentata, *Chou Shinkansen* in costruzione in Giappone: una tratta a lunga percorrenza interamente maglev, che collegherà la città di Tokyo alla città di Nagoya. La fine dei lavori è prevista per il 2027 ed è già in progetto il prolungamento della tratta fino a Ōsaka.

Sono attive inoltre numerose linee test in Cina (con lo scopo di utilizzo in ambiente urbano, a Shanghai, nella provincia di Hebei e nella provincia di Hunan) e negli Stati Uniti (in Georgia, in Colorado e a San Diego) (cfr. [8]).

1.2 EMS vs EDS

Principio base che permette la levitazione di un oggetto è l'interazione tra i campi elettro-magnetici prodotti dall'oggetto stesso e da una piano di riferimento ancorato al suolo. Questa interazione comporta l'insorgere di forze attrattive o repulsive tra i due corpi che permettono di sostenere una massa a una determinata altezza h rispetto al piano di riferimento senza aver contatto fisico. In ambito ferroviario l'oggetto da sostenere è un treno (in questo elaborato riferito anche come “veicolo” e “mezzo”), mentre il piano di riferimento è una rotaia (anche detta “guidovia” o semplicemente “guida”).

I campi sopracitati sono generati dai magneti, che possono essere principalmente di tre tipi:

- magneti permanenti;
- elettromagneti;
- magneti a superconduttori.

Nel primo caso si tratta di materiali che, una volta sottoposti ad un campo magnetico esterno, creano un campo persistente. La caratteristica principale dei magneti permanenti è il fatto che non richiedano di essere elettricamente alimentati, cosa che li rende flessibili. D'altro canto però presentano delle criticità non trascurabili: sono sensibili al calore, in particolare si può incorrere nello smorzamento (fino alla perdita) del campo magnetico generato, e inoltre hanno un basso rapporto forza magnetica/peso magneti. Tali problematiche hanno fatto sì che, praticamente, tecnologie commercializzabili di levitazione a magneti permanenti tutt'ora non esistano.

Nel secondo caso invece si tratta in prima approssimazione di cavi percorsi da una corrente, che generano un campo elettromagnetico. Per la prima legge di Laplace infatti si ha che un elemento di corrente $i d\vec{s}$ genera nel punto P (identificato dal vettore relativo \vec{u}_r rispetto all'elemento di corrente) un campo magnetico pari a

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{s} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

dove μ_0 è la *permeabilità assoluta del vuoto* e r è il modulo del vettore \vec{u}_r . Il campo magnetico generato può essere aumentato avvolgendo il filo lungo un materiale ferromagnetico, il quale inoltre presenta la non trascurabile proprietà di convogliare le linee di flusso del campo. Così facendo si crea un elettromagnete nel senso stretto del termine.

I magneti a superconduttori invece sfruttano la peculiarità di alcuni materiali di condurre elevate densità di corrente con resistività nulla se sottoposti a temperature prossime allo zero assoluto. Ciò permette di realizzare circuiti ad anello dove (se opportunamente impostata) una corrente continuerà a scorrere idealmente per un tempo infinito¹. Lo scorrere continuo di questa corrente genera un campo magnetico permanente sulla base della seconda legge di Laplace. Ciò fa sì che i magneti a superconduttori si comportino come dei magneti permanenti, ma con il vantaggio di avere un elevato rapporto forza/peso.

¹Condizione necessaria affinché questa corrente continui a scorrere è che l'anello di superconduttori venga mantenuto a temperatura prefissata e immerso in campi magnetici di determinati valori.

La forza che insorge (e si intensifica con il diminuire della distanza) nel momento in cui si avvicinano due magneti può essere attrattiva, se i due poli che si accostano sono opposti (ossia polo nord con polo sud e viceversa), oppure repulsiva, se i due poli sono uguali (ossia polo nord con polo nord e polo sud con polo sud). Tal forza è la base che permette la levitazione magnetica, in particolare, in virtù della dualità di verso che assume, si possono dividere i sistemi maglev in 2 macrocategorie:

- Sistemi elettrodinamici (EDS), dove si sfrutta la forza repulsiva;
- Sistemi elettromagnetici (EMS), dove invece si sfrutta la forza attrattiva.

Nei sistemi EDS si utilizzano magneti superconduttori e le forze repulsive sono generate dal movimento del magnete sopra un foglio conduttore. Più precisamente il superconduttore è posto sul veicolo e si affaccia su un foglio di alluminio posto sulla guidovia. Il movimento del magnete (dovuto alle traslazioni del mezzo) rispetto al foglio genera delle correnti di Foucault nell'alluminio che, per la legge di Faraday-Lenz, generano a loro volta l'insorgere di un campo magnetico opposto al campo del superconduttore. Questi due campi portano all'insorgere di forze repulsive e di forze di resistenza (*drag forces*). Con l'aumento della velocità relativa tra superconduttore e foglio d'alluminio, le forze di repulsione aumentano, mentre le forze di resistenza decrescono (a partire da circa 20 km/h). Quando la velocità relativa supera un certo valore, le forze di repulsione sono abbastanza elevate da permettere la levitazione del veicolo. Ciò implica però, che il mezzo necessita di sospensioni a ruota nel momento in cui viaggia a basse velocità.

La figura 1.1² mostra l'applicazione della tecnologia EDS al treno L0 del *Chou Shinkansen* in Giappone. Si noti come i magneti a superconduttori siano posti sui lati del veicolo e quindi il foglio di alluminio venga posto sui bordi laterali della guidovia: questa soluzione permette di stabilizzare anche il moto traslatorio laterale del mezzo, ed inoltre libera la superficie al di sotto del mezzo (utilizzata per poggiare il carrello quando il treno viaggia a basse velocità e per trasferire tramite induzione magnetica l'energia che alimenta gli impianti elettrici del treno).

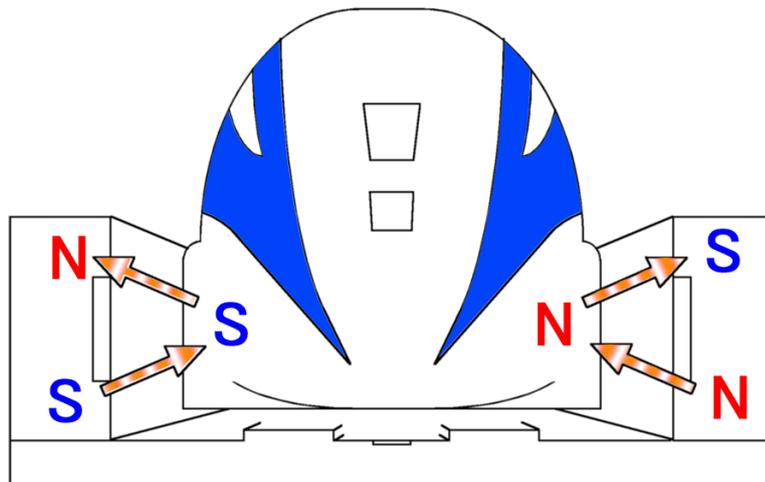


Figura 1.1: Sistema EDS nel treno L0 del *Chou Shinkansen*.

²Foto tratta da <https://en.wikipedia.org/wiki/Maglev/>.

Nei sistemi EMS invece si utilizzano elettromagneti, continuando a modificare la forza magnetica con un fine controllo della corrente che scorre: i modelli EMS infatti sono intrinsecamente instabili (si veda paragrafo 2.3) e necessitano di un anello di controllo retroazionato per poter funzionare.

La figura 1.2 mostra come trovi realmente applicazione quanto descritto: gli elettromagneti sono posti sul veicolo, mentre sotto alla guidovia è posto del materiale ferromagnetico. Il campo magnetico generato, viene convogliato nel circuito magnetico che si crea tra mezzo e guida, e si genera una forza attrattiva tra i due corpi.

I sistemi EMS possono essere realizzati anche in maniera opposta: ponendo sul mezzo movente uno strato di materiale ferromagnetico e sulla guidovia dei ferromagneti. Questa configurazione ha il pregio di non dover alimentare il mezzo per la parte di sospensione, ma ha il notevole difetto di dover porre un elevato numero di elettromagneti lungo tutta la pista. E' utilizzata soprattutto in ambito industriale per la movimentazione di oggetti lungo una linea, dove è richiesto l'utilizzo di carrelli a levitazione magnetica (ad esempio nel trasporto di schermi LCD e di semiconduttori in ambienti estremamente puliti).

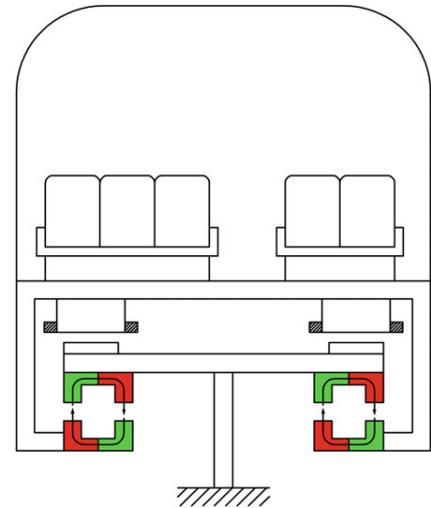


Figura 1.2: Sezione treno maglev a tecnologia EMS - Immagine tratta da [2], pag. 77.

Entrambe le configurazioni mostrano comunque come il controllo della dimensione del traferro, ossia della distanza tra le due parti sia cruciale per un corretto funzionamento del sistema di levitazione. Nel seguito si tratterà un modello del sistema appena descritto e si provvederà a presentare un sistema di controllo che permetta di mantenere costante la distanza, anche in presenza di eventuali forze di disturbo esterne (come ad esempio può essere uno spostamento di carico o la presenza di venti esterni).

Capitolo 2

MODELLIZZAZIONE

2.1 Derivazione fisica del modello

Il sistema preso in considerazione è rappresentato in figura 2.1. Come si può notare essa rappresenta il classico modello di veicolo maglev con levitazione di tipo EMS.

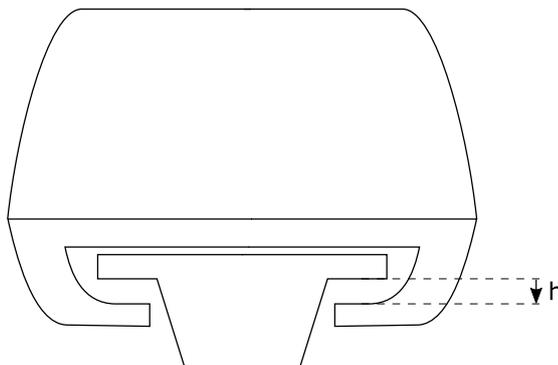


Figura 2.1: Modello del sistema considerato

Applicando l'approssimazione di punto materiale al sistema si ottengono le forze agenti sul mezzo riportate in figura 2.2³, dove a fianco al punto è riportato nuovamente il verso con cui viene misurata la distanza $h(t)$ del mezzo rispetto alla guidovia e in viola è riportato anche il verso dell'accelerazione verticale $\vec{a}(t)$ del mezzo.

Chiamata m la massa del mezzo, si ha il contributo della forza peso $\vec{m}\vec{g}$, che punta verso terra, nella stessa direzione di $h(t)$. Poiché viene assunto che il sistema sia tempo invariante, la massa del mezzo m e l'intensità dell'accelerazione gravitazione g non variano in funzione del tempo.

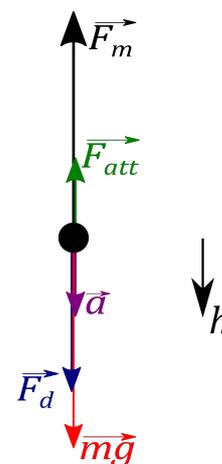


Figura 2.2: Schema forze agenti nel sistema

³In figura non è riportata la dipendenza dal tempo delle varie forze per non appesantire ulteriormente la notazione.

Si ha poi la forza $\overrightarrow{F_{att}(t)}$, che tiene conto dell'attrito a cui è sottoposto il mezzo nel suo moto di traslazione verticale. Poiché il moto è nell'aria, si tratta di un attrito viscoso. Il valore di $F_{att}(t)$ è pari a

$$F_{att}(t) = b \cdot v(t) = b \cdot \frac{dh(t)}{dt} \quad (2.1)$$

Dove b [Ns/m] è il coefficiente di attrito viscoso e può essere espresso come $b = \gamma \eta$, dove γ è un coefficiente che tiene conto della forma del mezzo, mentre η è un coefficiente che dipende dal fluido, detto viscosità.

A contrastare la forza peso v'è la forza magnetica, in figura 2.2 chiamata $\overrightarrow{F_m(t)}$. Questa è data dall'attrazione degli elettromagneti verso il materiale ferromagnetico posto sulla guidovia. Nella figura 2.3, tratta da pag. 76 di [2], è riportato uno zoom del sistema fisico che genera questa forza. In questa illustrazione (fig. 2.3) la nomenclatura è leggermente differente rispetto a quanto usato finora, in particolare la forza magnetica $\overrightarrow{F_m}$ viene chiamata $F(i, z)$ e la distanza $h(t)$ viene chiamata $z(t)$.

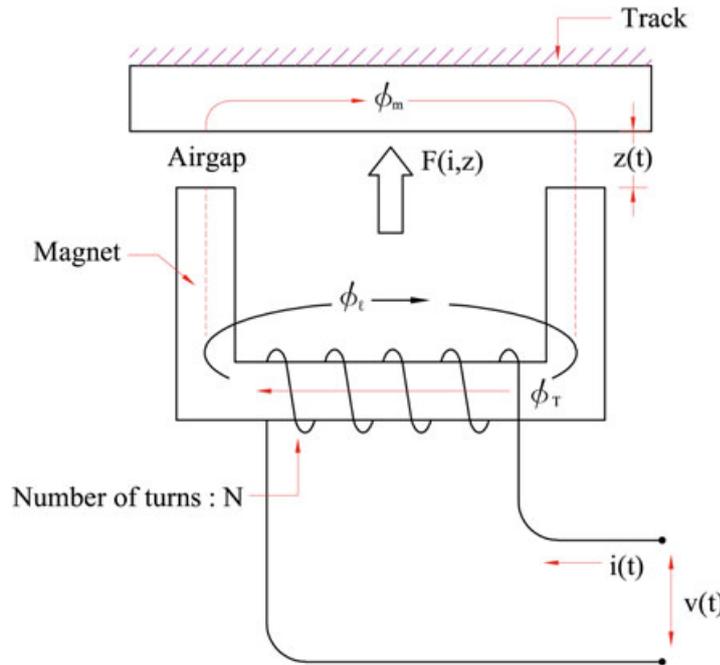


Figura 2.3: Vista in dettaglio dell'elettromagnete

La forza generata dall'elettromagnete è ottenibile considerando lo schema di figura 2.3 in una situazione di equilibrio, quindi con una forza esterna $\overrightarrow{F_{ext}}$ di ugual modulo a $\overrightarrow{F_m}$, ma con direzione opposta. Ipotizzando uno spostamento virtuale dz dell'elettromagnete nel verso di $\overrightarrow{F_{ext}}$, si ha che la forza esterna compie un lavoro infinitesimo $dL_{ext} = F_{ext} \cdot dz$. Questo spostamento inoltre comporta una variazione della dimensione del traferro del circuito magnetico, che porta a una variazione del flusso concatenato Φ_m , a cui corrisponde un lavoro elettrico infinitesimo $dL_E = id\Phi$. Per il bilancio energetico si ha:

$$dL_{ext} + dL_E = dW_M \quad (2.2)$$

dove con dW_M si intende la variazione infinitesima dell'energia magnetica, quest'ultima data da $\frac{1}{2}Li^2$ (con L valore dell'induttanza dell'elettromagnete).

La (2.2) può essere riscritta quindi come

$$F_{ext}dz + id\Phi = d\left(\frac{1}{2}Li^2\right) \quad (2.3)$$

Ricordando che $\Phi = L \cdot i$, si ha che la (2.3) può essere ulteriormente espansa in

$$F_{ext}dz + i(Ldi + idL) = Lidi + \frac{1}{2}i^2dL \quad (2.4)$$

da cui, ricordando che ci si trova in una condizione di equilibrio,

$$F_m = F_{ext} = -\frac{1}{2}i^2\frac{dL}{dz}. \quad (2.5)$$

Considerando ora la legge di Hopkinson per un circuito magnetico, si ha che

$$\mathcal{R}\phi = Ni \quad (2.6)$$

dove \mathcal{R} è la riluttanza del circuito magnetico, N è il numero di spire dell'elettromagnete e $\phi = \frac{\Phi}{N}$ è il flusso generato da una singola spira. Dalla (2.6) si ottiene

$$\phi = \frac{Ni}{\mathcal{R}} \quad (2.7)$$

Sostituendo quest'ultima nella definizione di induttanza si ottiene:

$$L = \frac{\Phi}{i} = \frac{N\phi}{i} = \frac{N^2}{\mathcal{R}} \quad (2.8)$$

da cui la (2.5) può essere riscritta come

$$\begin{aligned} F_m &= -\frac{1}{2}i^2\frac{dL}{dz} \\ &= \frac{1}{2}i^2\frac{N^2}{\mathcal{R}^2}\frac{d\mathcal{R}}{dz} \\ &= \frac{1}{2}\phi^2\frac{d\mathcal{R}}{dz} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Trascurando la riluttanza dei tratti di materiale ferromagnetico nel circuito, si ha che \mathcal{R} è data dalla somma delle riluttanze nei due traferri, ossia

$$\mathcal{R} = 2 \cdot \frac{z}{\mu_0 A} \quad (2.10)$$

dove A è l'area della sezione del traferro. Sostituendo quest'ultima nella (2.9) si ottiene

$$\begin{aligned} F_m &= \frac{1}{2} \phi^2 \frac{d\mathcal{R}}{dz} \\ &= \frac{\phi^2}{\mu_0 A} \\ &= \frac{N^2 \mu_0 A}{4} \cdot \frac{i^2}{z^2} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Quest'ultima, ricordando che $z \equiv h$, può essere riscritta come

$$F_m = \frac{N^2 \mu_0 A}{4} \cdot \frac{i^2}{h^2} \quad (2.12)$$

dove $\frac{N^2 \mu_0 A}{4}$ viene detto coefficiente di accoppiamento magnetico ed è indicato con $K_m [Nm^2/A^2]$.

L'ultima forza rappresentata nella figura 2.2 è $\overrightarrow{F_d(t)}$. Questa rappresenta la componente parallela ad $h(t)$ delle forze di disturbo che possono intervenire nel sistema.

Applicando la seconda legge di Newton al sistema si ha

$$\begin{aligned} \sum_{i \in \{Forze\}} \overrightarrow{F_i(t)} &= m \cdot \overrightarrow{a(t)} \\ &\Downarrow \\ \overrightarrow{mg} + \overrightarrow{F_d(t)} + \overrightarrow{F_{att}(t)} + \overrightarrow{F_m(t)} &= m \cdot \overrightarrow{a(t)} \\ &\Downarrow \\ mg + F_d(t) - F_{att}(t) - F_m(t) &= m \cdot a(t) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Dove con \overrightarrow{a} si indica l'accelerazione verticale del corpo, assunta con verso concorde a $h(t)$. Sostituendo i vari valori delle forze calcolati prima nella (2.13) si ottiene

$$mg + F_d(t) - b \cdot \frac{dh(t)}{dt} - K_m \frac{i^2(t)}{h^2(t)} = m \frac{d^2 h(t)}{dt^2} \quad (2.14)$$

La corrente $i(t)$ che modula il valore di F_d è data dallo studio del circuito di alimentazione del sistema. In particolare, applicando il secondo principio di Kirchhoff si ha

$$v(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad (2.15)$$

dove $v(t)$ è la tensione con cui si alimenta il circuito elettrico, R è la resistenza del circuito e L rappresenta sempre il valore dell'induttanza dell'elettromagnete.

Unendo a sistema la (2.14) e la (2.15) si ottiene la coppia di equazioni differenziali che

descrivono il sistema

$$\begin{cases} L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = v(t) \\ m \frac{d^2h(t)}{dt^2} + b \frac{dh(t)}{dt} + K_m \frac{i^2(t)}{h^2(t)} = +mg + F_d(t) \end{cases} \quad (2.16)$$

2.2 Forma di stato

Si vuole ora esprimere il sistema in forma di stato. A tal fine, si assumono come variabili di stato le grandezze fisiche:

$$\begin{cases} x_1(t) = h(t) \\ x_2(t) = \dot{h}(t) \\ x_3(t) = i(t) \end{cases} \quad (2.17)$$

e come ingressi al sistema

$$\begin{cases} u_1(t) = v(t) \\ u_2(t) = F_d(t) \end{cases} \quad (2.18)$$

Le equazioni differenziali che descrivono il sistema risultano pertanto essere

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \left(mg - K_m \frac{x_3^2(t)}{x_1^2(t)} - bx_2(t) + u_2(t) \right) \frac{1}{m} \\ \dot{x}_3(t) = -\frac{R}{L} x_3(t) + \frac{1}{L} u_1(t) \end{cases} \quad (2.19)$$

Si noti come l'equazione di $\dot{x}_2(t)$ sia non lineare, implicando quindi la non linearità del sistema. Si vuole pertanto realizzare un'approssimazione lineare per poter ottenere una funzione di trasferimento del sistema.

In primis si cercano i punti di equilibrio per ingresso costante, ponendo $u_1(t) = \bar{v}$ costante e $u_2(t) = F_d(t) = 0$ [N] (quest'ultimo in quanto $F_d(t)$ è una forza esterna che tiene conto dei disturbi che posso intervenire nel sistema; per il calcolo del punto di equilibrio, si assumono che non intervengano disturbi) e imponendo che le derivate delle variabili di stato si annullino.

Si ha

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 = 0 \\ \dot{x}_2 = \left(mg - K_m \frac{x_3^2}{x_1^2} - bx_2 + u_2 \right) \frac{1}{m} = 0 \\ \dot{x}_3 = -\frac{R}{L} x_3 + \frac{1}{L} u_1 = 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

le cui soluzioni sono

$$\begin{cases} x_{1,eq} = \pm \sqrt{\frac{K_m}{mgR^2}} \bar{v} \\ x_{2,eq} = 0 \\ x_{3,eq} = \frac{\bar{v}}{R} \end{cases} \quad (2.21)$$

Il fatto che $h(t)$ non possa essere negativa porta ad avere come unici punti di equilibrio

$$\mathbf{x}_{eq,1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \text{ per } u_1 = 0 \quad (2.22)$$

e

$$\mathbf{x}_{\text{eq},2} = \left[\sqrt{\frac{K_m}{mgR^2}} \bar{u}_1 \quad 0 \quad \frac{\bar{u}_1}{R} \right]^T \quad \text{per } u_1 \neq 0 \quad (2.23)$$

Si procede ora con la linearizzazione del sistema attorno al punto di equilibrio $\mathbf{x}_{\text{eq},2}$, chiamato da qui in poi semplicemente \mathbf{x}_{eq} , corrispondente a $\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \bar{v} \\ 0 \end{bmatrix} \doteq \mathbf{u}_{\text{eq}}$. Si approssima $f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$ ⁴ come

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \approx f(\mathbf{x}_{\text{eq}}, \mathbf{u}_{\text{eq}}) + \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{eq}} \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_{\text{eq}}}} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{eq}}) + \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{eq}} \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_{\text{eq}}}} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\text{eq}}) \quad (2.24)$$

La matrice della dinamica A e dell'ingresso del sistema lineare B risultano essere:

$$\begin{aligned} A &= \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{eq}} \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_{\text{eq}}}} \\ &= \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{eq}} \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_{\text{eq}}}} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2K_m}{m} \frac{x_{3,eq}^2}{x_{1,eq}^3} & -\frac{b}{m} & -\frac{2K_m}{m} \frac{x_{3,eq}}{x_{1,eq}^2} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$B = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{eq}} \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_{\text{eq}}}} = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} \end{bmatrix} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{eq}} \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_{\text{eq}}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Nel calcolo degli equilibri si è ipotizzato di mantenere costante l'ingresso $v(t) = \bar{v}$, nella realtà invece si vuole mantenere costante $h(t) = \bar{h}$ agendo su $v(t)$. La prima equazione della (2.21) pertanto viene riscritta come

$$\begin{aligned} x_{1,eq} = \bar{h} &= +\sqrt{\frac{K_m}{mgR^2}} u_{1,eq} \\ &\Updownarrow \\ u_{1,eq} &= +\sqrt{\frac{mg}{K_m}} R \bar{h} \end{aligned} \quad (2.27)$$

⁴Nelle equazioni (2.24), (2.25) e (2.26) sono state omesse tutte le dipendenze dal tempo di $\mathbf{x}(t)$ e di $\mathbf{u}(t)$ per non appesantire ulteriormente la notazione.

L'unica uscita che si vuole controllare è l'altezza $h(t)$, ossia:

$$y(t) = x_1(t) = C \cdot \mathbf{x}(t) + D \cdot \mathbf{u}(t) \quad (2.28)$$

dove

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Le funzioni di trasferimento dagli ingressi v e F_d all'uscita y si ottengono direttamente nella forma:

$$G_v(s) = C (sI - A)^{-1} B_v + D_v \quad (2.31)$$

$$G_d(s) = C (sI - A)^{-1} B_d + D_d \quad (2.32)$$

dove I indica la matrice identità, mentre

B_v e D_v indicano rispettivamente la prima colonna della matrice B e la prima colonna della matrice D , ossia le colonne corrispondenti all'ingresso v ;

B_d e D_d indicano invece le seconde colonne della matrice B e della matrice D , ossia le colonne corrispondenti all'ingresso F_d .

2.3 Stabilità del sistema

Si vuole ora dimostrare l'instabilità intrinseca che un sistema maglev di tipo EMS presenta.

Sviluppando opportunamente la (2.31), ossia tenendo conto della (2.25), della (2.26) e delle (2.29) e (2.30), si ottiene

$$G_v(s) = \frac{-2K_m x_1 x_3}{Lm x_1^3 \cdot s^3 + (Lb x_1^3 + Rm x_1^3) \cdot s^2 + (Rb x_1^3 - 2LK_m x_3^2) \cdot s - 2RK_m x_3^2} \quad (2.33)$$

da cui, sostituite nella (2.33) le risultanze della (2.23) e della (2.27), si ottiene

$$G_v(s) = \frac{-2K_m \bar{h}^2 \cdot \sqrt{\frac{gm}{K_m}}}{Lm \bar{h} \cdot s^3 + (Lb \bar{h} + Rm \bar{h}) \cdot s^2 + (Rb \bar{h} - 2Lgm) \cdot s - 2Rgm} \quad (2.34)$$

Applicando il Criterio di Routh al denominatore della (2.34) si ottiene

$$\begin{array}{c|cc} 3 & Lm \bar{h} & Rb \bar{h} - 2Lgm \\ 2 & Lb \bar{h} + Rm \bar{h} & -2Rgm \\ 1 & a & \\ 0 & -2Rgm & \end{array}$$

dove

$$\begin{aligned} a &= -\frac{1}{Lb \bar{h} + Rm \bar{h}} \cdot \begin{vmatrix} Lm \bar{h} & Rb \bar{h} - 2Lgm \\ Lb \bar{h} + Rm \bar{h} & -2Rgm \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{Lb \bar{h} + Rm \bar{h}} \cdot (RLb^2 \bar{h}^2 + R^2 b m \bar{h}^2 - 2L^2 b g m \bar{h}) \end{aligned}$$

Si noti come i primi due elementi della prima colonna ($Lm \bar{h}$ e $Lb \bar{h} + Rm \bar{h}$) siano strettamente positivi in quanto trattasi di somme di prodotti a fattori positivi. Il terzo elemento a può assumere valore positivo o negativo a seconda che $RLb^2 \bar{h}^2 + R^2 b m \bar{h}^2 > 2L^2 b g m \bar{h}$, mentre il quarto elemento ($-2Rgm$) risulta essere sempre strettamente negativo. Ciò implica che vi sia sempre una sola inversione di segno negli elementi della prima colonna e dunque, per il criterio di Routh, la funzione di trasferimento $G_v(s)$ presenta sempre un polo reale positivo.

Analogamente per $G_d(s)$ si ha

$$G_d(s) = \frac{x_1^3}{m x_1^3 \cdot s^2 + b x_1^3 \cdot s - 2K_m x_3^2} \quad (2.35)$$

$$= \frac{\bar{h}}{m \bar{h} \cdot s^2 + b \bar{h} \cdot s - 2gm} \quad (2.36)$$

In questo caso è ancora più semplice notare l'instabilità del sistema, infatti si nota subito come il termine noto sia negativo mentre i due coefficienti di s e di s^2 siano strettamente positivi e dunque, per la regola dei segni di Cartesio, v'è un polo reale positivo.

Si può concludere pertanto che il sistema sia intrinsecamente BIBO instabile, infatti, indipendentemente dai valori numerici di L , R , m , K_m e b , le funzioni di trasferimento dagli ingressi all'uscita risultano avere sempre un polo a parte reale positiva.

2.4 Modello numerico

Dal modello sopra descritto, si passa ad un modello numerico che verrà trattato d'ora in avanti per il progetto dei controllori.

In tabella 2.1 sono riportati i valori assunti per i parametri coinvolti nella descrizione del sistema.

Parametro	Valore	Descrizione
$\bar{\mathbf{h}}$	0.05 [m]	Altezza di riferimento del mezzo rispetto alla guidovia.
\mathbf{m}	50 [Kg]	Massa del mezzo
\mathbf{L}	0.5 [H]	Induttanza dell'elettromagnete
\mathbf{R}	50 [Ω]	Resistenza del circuito di eccitazione dell'elettromagnete
\mathbf{K}_m	20 [Nm^2/A^2]	Coefficiente di accoppiamento magnetico.
\mathbf{b}	0.1 [Ns/m]	Coefficiente di attrito viscoso.
\mathbf{g}	9.807 [m/s^2]	Accelerazione di gravità.

Tabella 2.1: Valori numerici utilizzati

Sostituendoli nella (2.27) si ottiene $u_{1,eq} = v_{eq} = 12,38$ [V], da cui segue $x_{3,eq} = i_{eq} = 0,2476$ [A].

Calcolando le matrici del modello linearizzato si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 392.28 & -0.002 & -79.22 \\ 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.02 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

da cui le funzioni di trasferimento sono

$$\begin{aligned} G_v(s) &= \frac{-158.464}{s^3 + 100s^2 - 392.1s - 39244} \\ &= \frac{-158.464}{(s + 100)(s + 19.81)(s - 19.81)} \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} G_d(s) &= \frac{0.02}{s^2 - 392} \\ &= \frac{0.02}{(s + 19.81)(s - 19.81)} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Si noti come entrambe le funzioni di trasferimento presentino un polo reale positivo ($s = 19.81$), come aspettato.

Nel progetto del controllore si utilizzerà la tecnica a doppio anello di retroazione: con un primo feedback loop si stabilizzerà il sistema e con un secondo loop si garantiranno determinate caratteristiche. In figura 2.4 è riportato lo schema di come dovrà essere il sistema di controllo finito.

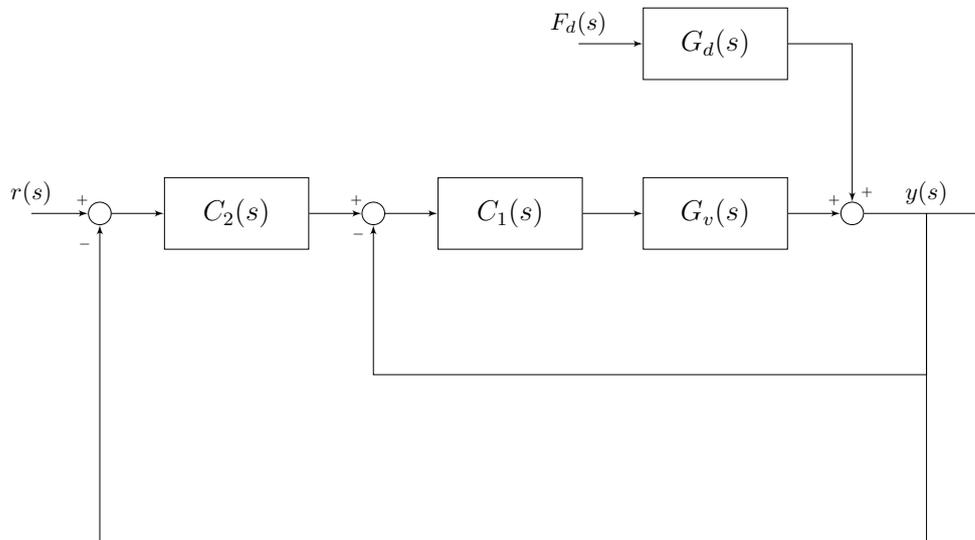


Figura 2.4: Schema sistema di controllo complessivo

Capitolo 3

PROGETTAZIONE CONTROLLORE

3.1 Primo anello di retroazione: Stabilizzazione

Il primo obiettivo posto è quello di riuscire a rendere il sistema G_v stabile mediante controllo in retroazione. Per ottenere ciò si procede studiando il luogo delle radici.

Riportando la funzione di trasferimento dall'ingresso v all'uscita y in forma di Evans

$$G_v(s) \approx \frac{-158.5}{(s + 100)(s + 19.81)(s - 19.81)} \quad (3.1)$$

si nota come il guadagno di Evans $K_E = -158.5$ sia negativo. Ciò comporta che il luogo positivo corrisponde ad un controllo proporzionale con $k < 0$, infatti in tal maniera risulta $K_E \cdot k > 0$; analogamente il luogo negativo corrisponde ad un controllo proporzionale con $k > 0$.

Si noti inoltre che $n^5 = 3$, pertanto vi sono 3 rami per ciascun luogo. Questi, poiché non vi sono zeri, vanno tutti al punto improprio, seguendo gli asintoti di pendenza $[1/3\pi, \pi, 5/3\pi]$ nel luogo positivo e $[0, 2/3\pi, 4/3\pi]$ nel luogo negativo. In figura 3.1 è riportato il luogo positivo di $G_v(s)$ e in figura 3.2 il luogo negativo.

L'origine degli asintoti è nel punto

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n - m} = \frac{-100 - 19.81 + 19.81}{3} = -33.3$$

posizionata dunque nel semipiano dei reali negativi.

Per riuscire a stabilizzare il sistema $G_v(s)$ è pertanto sufficiente porre in catena aperta, a monte di G_v , un controllore $C_1(s)$ con uno zero stabile e retroazionare l'intera cascata $C_1(s) \cdot G_v(s)$ con retroazione unitaria negativa. In figura 3.3 è riportato lo schema del sistema risultante.

La presenza dello zero in $C_1(s)$ permette di spostare la curva dei rami, facendo passare tutti i rami del luogo positivo (almeno per un tratto) nel semipiano dei complessi a parte reale negativa, dunque nella regione di stabilità.

⁵Si indica con n il numero di poli della F.d.T G_v e con m il numero di zeri.

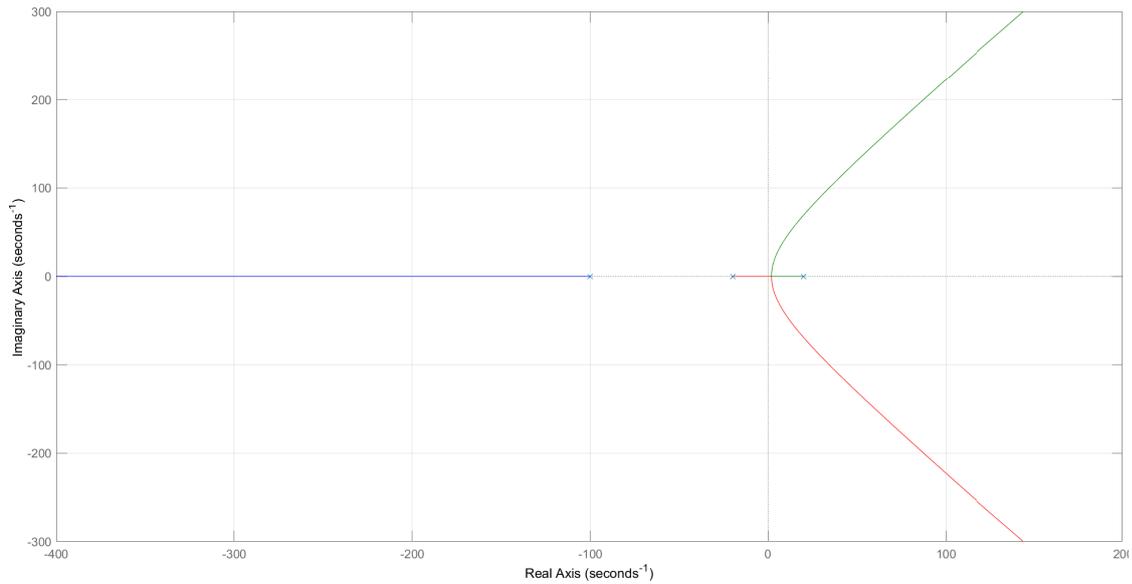


Figura 3.1: Luogo positivo di $G_v(s)$

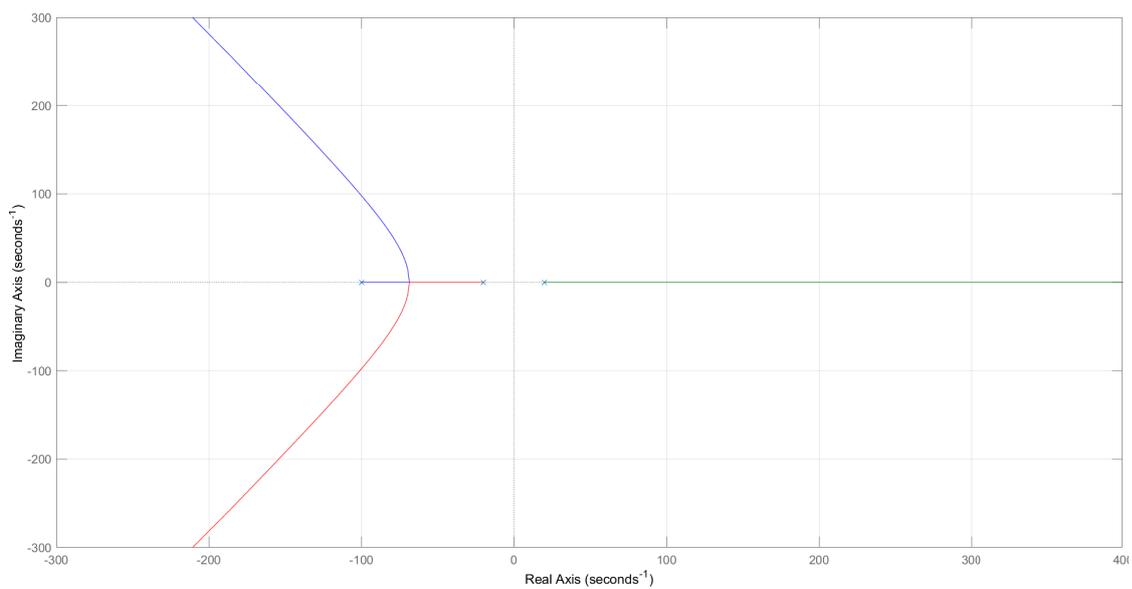


Figura 3.2: Luogo negativo di $G_v(s)$

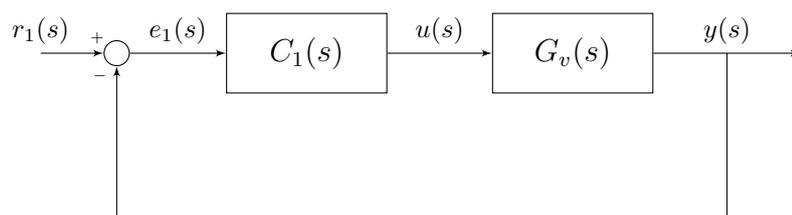


Figura 3.3: Schema di controllo per stabilizzare G_v

Si sceglie in particolare di porre lo zero in -30 , in tal maniera il nuovo centro degli asintoti è

$$x'_0 = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n - m} = \frac{-100 - 19.81 + 19.81 - (-30)}{2} = -35.5.$$

Il nuovo luogo positivo è riportato nella figura 3.4.

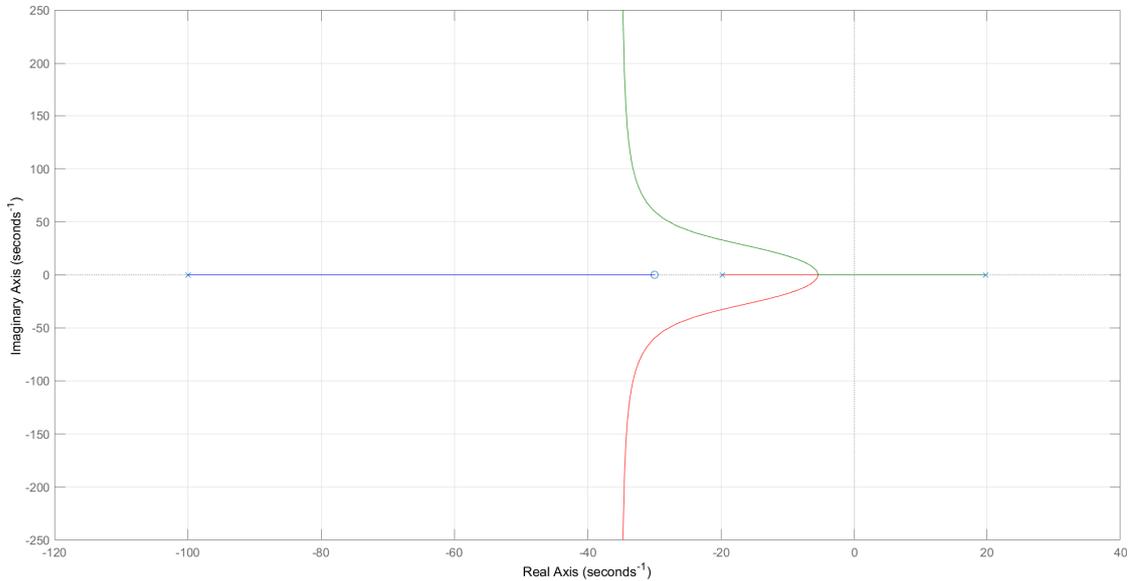


Figura 3.4: Luogo positivo di $(s + 30) \cdot G_v(s)$

Come si può notare, il risultato ottenuto è quello desiderato: per $k < -8.25$ tutti i rami del luogo si trovano nel semipiano dei complessi a parte reale negativa e dunque tutti i poli i di $\frac{kC_1(s) \cdot G_v(s)}{1 + kC_1(s) \cdot G_v(s)}$ sono stabili.

Il controllore $C_1(s) = k \cdot (1 + \frac{s}{30})$ appena progettato risulta però improprio. Si inserisce pertanto un polo nella forma $\frac{1}{1+s\tau}$, con τ tale che i poli della funzione di trasferimento in catena chiusa rimangano stabili.

Per il calcolo del valore di τ si sceglie $k_1 = -1000$. Successivamente, si andrà ad introdurre un secondo guadagno $\frac{k_2}{k_1}$ e si andrà a calcolare il range di valori di k_2 per cui il sistema è stabile.

La funzione di trasferimento in catena chiusa risulta essere:

$$\begin{aligned} W_1(s) &= \frac{k_1 C_1(s) G_v(s)}{1 + k_1 C_1(s) G_v(s)} \\ &= \frac{(-158.5)(-1000)(1 + \frac{s}{30})}{(-158.5)(-1000)(1 + \frac{s}{30}) + (s + 100)(s + 19.81)(s - 19.81)(1 + s\tau)} \\ &= \frac{5\,283.3s + 158\,500}{5\,283.3s + 158\,500 + (1 + s\tau)(s^3 + 100s^2 - 392s - 39\,244)} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Segue direttamente che i poli di $W_1(s)$ sono le soluzioni dell'equazione:

$$\begin{aligned}
 & 5\,283.3s + 158\,500 + (1 + s\tau)(s^3 + 100s^2 - 392s - 39\,244) = 0 \\
 & \quad \Downarrow \\
 & (30\,000\tau)s^4 + (3\,000\,000\tau + 30\,000)s^3 + (3\,000\,000 - 11\,773\,083\tau)s^2 + \\
 & \quad + (146\,726\,917 - 1\,177\,308\,300\tau)s + 3\,577\,691\,700 = 0 \tag{3.3}
 \end{aligned}$$

Per determinare una condizione necessaria e sufficiente per la stabilità BIBO del sistema a catena chiusa, si applica il criterio di Routh:

$$\begin{array}{c|ccc}
 4 & 30\,000\tau & 3\,000\,000 - 11\,773\,083\tau & 3\,577\,691\,700 \\
 3 & 3\,000\,000\tau + 30\,000 & 146\,726\,917 - 1\,177\,308\,300\tau & \\
 2 & \frac{141\,500\,000\tau + 3\,000\,000}{100\tau + 1} & 3\,577\,691\,700 & \\
 1 & \frac{-2\,479\,793\,268\,900\tau^2 - 8\,472\,432\,689\tau + 665\,700\,000}{283\tau + 6} & & \\
 0 & 3\,577\,691\,700 & &
 \end{array}$$

Visto che il primo elemento dell'ultima riga (3 577 691 700) è positivo, segue direttamente che τ deve essere scelto in modo tale che siano soddisfatte le seguenti condizioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} 30\,000\tau > 0 \end{array} \right. \tag{3.4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3\,000\,000\tau + 30\,000 > 0 \end{array} \right. \tag{3.5}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{141\,500\,000\tau + 3\,000\,000}{100\tau + 1} > 0 \end{array} \right. \tag{3.6}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{-2\,479\,793\,268\,900\tau^2 - 8\,472\,432\,689\tau + 665\,700\,000}{283\tau + 6} > 0 \end{array} \right. \tag{3.7}$$

ossia, risolvendo le singole disequazioni, devono essere soddisfatte:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau > 0 \end{array} \right. \tag{3.8}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau > -0.01 \end{array} \right. \tag{3.9}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau < -0.02120 \vee \tau > -0.01 \end{array} \right. \tag{3.10}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau < -0.02120 \vee -0.01818 < \tau < 0.01476 \end{array} \right. \tag{3.11}$$

Da cui segue direttamente che condizione necessaria e sufficiente affinché tutti i poli del sistema in catena chiusa siano a parte reale negativa è che $\tau \in (0; 0.01476)$.

Si sceglie $\tau = 0.001$, ossia si pone il polo del controllore $C_1(s)$ a -1000 . La funzione di trasferimento del controllore risulta quindi essere

$$C_1(s) = \frac{k_2}{k_1} \cdot k_1 \cdot \frac{1 + \frac{s}{30}}{1 + \frac{s}{1000}} \tag{3.12}$$

In figura 3.5 è riportato il luogo delle radici positivo, al variare di k_2 .

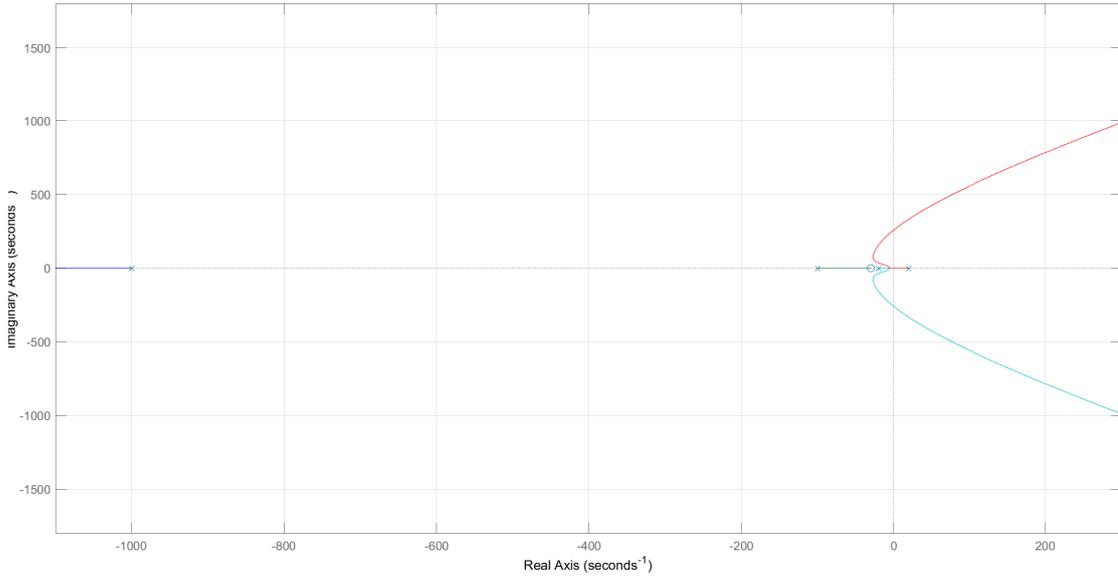


Figura 3.5: Luogo negativo di $\frac{s+30}{s+1000} \cdot G_v(s)$

Si determinano ora i valori di k' e di k'' per cui, per $k' < k_2 < k''$, i poli della F.d.T. siano tutti contenuti nel semipiano dei complessi a parte reale negativa e dunque siano tutti stabili.

Si procede calcolando le intersezioni dei rami con l'asse immaginario, assumendo che $C_1(s)$ sia solamente composto da polo e zero.

La funzione di trasferimento del sistema in catena chiusa risulta essere

$$\begin{aligned}
 W_1(s) &= \frac{k' C_1(s) G_v(s)}{1 + k' C_1(s) G_v(s)} \\
 &= \frac{k' \cdot (-158.5) \left(1 + \frac{s}{30}\right)}{k' \cdot (-158.5) \left(1 + \frac{s}{30}\right) + \left(1 + \frac{s}{1000}\right) (s + 19.81) (s - 19.81) (s + 100)} \\
 &= \frac{-5.28k's - 158.5k'}{10^{-3}s^4 + 1.1s^3 + 99.61s^2 + (-5.28k' - 431.68)s + (-158.5k' - 39244)} \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

Imponendo il denominatore uguale a zero si trovano i poli della funzione, e imponendo $s = j\omega$ si calcolano i poli che giacciono sull'asse immaginario del luogo delle radici.

$$\begin{aligned}
 10^{-3}\omega^4 - 1.1j\omega^3 - 99.61\omega^2 + (-5.28k' - 431.68)j\omega + (-158.5k' - 39244) &= 0 \\
 \Downarrow \\
 (10^{-3}\omega^4 - 99.61\omega^2 - 158.5k' - 39244) + j(-1.1\omega^3 - 5.28k'\omega - 431.68\omega) &= 0
 \end{aligned}$$

Da cui

$$\begin{cases} 10^{-3}\omega^4 - 99.61\omega^2 - 158.5k' - 39244 = 0 \\ -1.1\omega^3 - 5.28k'\omega - 431.68\omega = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Risolvendo il sistema (3.14) si ottengono come uniche soluzioni accettabili $\omega = 0$ a cui corrisponde $k' = -247.6$ e $\omega = \pm 258.81$ con $k'' = -14\,036$. Segue direttamente che il sistema a catena chiusa è BIBO stabile per $k_2 \in (-14\,036; -247,6)$. Si sceglie $k_2 = -300$.

Il controllore C_1 definitivo ha pertanto funzione trasferimento

$$C_1(s) = -300 \cdot \frac{1 + \frac{s}{30}}{1 + \frac{s}{1000}} \quad (3.15)$$

mentre il sistema in catena chiusa ha funzione di trasferimento

$$\begin{aligned} W_{1,v}(s) &= \frac{C_1 G_v}{1 + C_1 G_v} \\ &= 1.585 \cdot 10^6 \cdot \frac{s + 30}{(s + 1001.7)(s + 86.1)(s^2 + 12.2s + 96.5)} \\ &= 5.71 \cdot \frac{(1 + \frac{s}{30})}{(1 + \frac{s}{1001.7})(1 + \frac{s}{86.1})(1 + 2 \cdot 0.0634s + \frac{s^2}{9.82^2})} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Si noti come siano presenti solo poli stabili come desiderato, e sia presente anche un polo complesso coniugato con pulsazione $\omega_p = 9.82$ [rad/s] e smorzamento $\xi = 6.45 \cdot 10^{-3}$, ossia prossima allo zero.

Per determinare la funzione di trasferimento dall'ingresso di disturbo F_d all'uscita y del sistema retroazionato, si utilizza lo schema di figura 3.6, ponendo $r_1(s) = 0$.

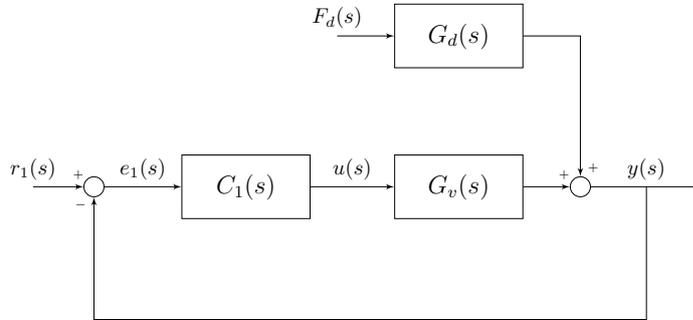


Figura 3.6: Schema sistema retroazionato, con il disturbo $F_d(s)$ come ingresso

Si ha

$$\begin{aligned} W_{1,d}(s) &= \frac{G_d}{1 + C_1 G_v} \\ &= 0.02 \cdot \frac{(s + 100)(s + 1000)}{(s + 1001.7)(s + 86.1)(s^2 + 12.2s + 96.5)} \\ &= 240 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{(1 + \frac{s}{100})(1 + \frac{s}{1000})}{(1 + \frac{s}{1001.7})(1 + \frac{s}{86.1})(1 + 2 \cdot 0.0634s + \frac{s^2}{9.82^2})} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Anche in questo caso, il sistema risulta essere BIBO stabile.

3.2 Secondo anello di retroazione: Prestazioni

Si vuole ora progettare un controllore che permetta di attribuire determinate specifiche alla risposta al gradino e alla reiezione dei disturbi del sistema in catena chiusa.

3.2.1 Definizione specifiche desiderate

Simulando l'ingresso di un treno maglev in stazione e la successiva fermata, operazione a cui segue un alzamento dell'altezza del treno, si chiede che

1. a regime l'altezza del mezzo sia pari a 10 cm ;
2. non vi sia errore a regime, ossia che l'altezza a regime sia esatta;
3. la risposta al gradino non superi mai il valore a regime;
4. la distanza 9.75 cm sia raggiunta entro 1.5 s .
5. con un ingresso di disturbo sinusoidale $F_d(t) = 100 \sin(\omega_d t) [N]$, con $\omega_d \leq 0.1 [rad/s]$, le oscillazioni dell'uscita $h(t)$ abbiano un'ampiezza minore di 1 $[mm]$.

Dalla condizione 1 scende direttamente che il gradino avrà ampiezza pari a 5 $[cm]$.

La 2 implica invece che il sistema sia di tipo 1, ossia che la funzione di trasferimento in catena aperta abbia un polo nell'origine: in questo modo infatti l'errore all'ingresso a rampa risulta costante, mentre l'errore al gradino è nullo.

La 3 impone che non vi siano sovraelongazioni nella risposta. Condizione necessaria, ma non sufficiente affinché questa condizione sia rispettata è che il margine di fase della funzione di trasferimento in catena aperta sia maggiore di $60^\circ = \pi/3 [rad]$. Affinché tal condizione sia anche sufficiente, bisogna assicurare che il diagramma di Nyquist della stessa sia interamente contenuto nel semipiano dei complessi a parte reale maggiore di $-1/2$, ossia che sia rispettata la condizione

$$\forall x \in \{\text{Diagramma di Nyquist in catena aperta}\}, \operatorname{Re}\{x\} > -\frac{1}{2} \quad (3.18)$$

Si procederà progettando un controllore che garantisca un margine di fase $M_\varphi \approx \pi/2 [rad]$ e successivamente si andrà a verificare che la (3.18) sia soddisfatta.

Nella condizione 4 si richiede che siano compiuti $9.75 - 5 = 4.75 [cm]$ della distanza da percorrere (dalla condizione 1 pari a 5 $[cm]$) in 1.5 $[s]$. Dato che $4.75 [cm] = 95\% \cdot 5 [cm]$, la richiesta è che il 95% del gradino dato in ingresso sia compiuto in massimo 1.5 $[s]$, ossia che il tempo di assestamento al 5% sia

$$t_s \leq \bar{t}_s = 1.5 [s] \quad (3.19)$$

Dato che il soddisfacimento della condizione 3 implica che il sistema risulti approssimabile con uno a singolo polo dominante, la condizione (3.19) può essere riscritta imponendo una condizione sulla pulsazione di attraversamento ω_A

$$\omega_A \geq \frac{3}{\bar{t}_s} \quad (3.20)$$

ossia $\omega_A \geq 2 [rad/s]$.

L'ultima condizione (5) è invece una specifica sull'attenuazione dei disturbi sinusoidali.

Chiamato $C_2(s)$ il controllore del secondo anello di retroazione, si ha che la funzione di trasferimento dall'ingresso $F_d(s)$ all'uscita $Y(s)$ ⁶ è

$$W_{2,d}(s) = \frac{W_{1,d}(s)}{1 + C_2(s) W_{1,v}(s)} \quad (3.21)$$

Per il *teorema della risposta armonica*⁷, l'ampiezza (positiva) massima dell'uscita $y(t)$ è pari a

$$\begin{aligned} y_{max} &= F_{d,max} \cdot |W_{2,d}(j\bar{\omega})| \\ &= F_{d,max} \cdot \left| \frac{W_{1,d}(j\bar{\omega})}{1 + C_2(j\bar{\omega}) W_{1,v}(j\bar{\omega})} \right| \end{aligned} \quad (3.22)$$

dove $F_{d,max} = 100[N]$ e dove con $\bar{\omega}$ si indica la pulsazione dell'oscillazione dell'ingresso di disturbo.

La richiesta della condizione 5 può essere espressa quindi come

$$\begin{aligned} y_{max} &< 10^{-3} [m] \\ &\Downarrow \\ 100 \cdot \left| \frac{W_{1,d}(j\bar{\omega})}{1 + C_2(j\bar{\omega}) W_{1,v}(j\bar{\omega})} \right| &< 10^{-3} \\ &\Downarrow \\ \left| \frac{W_{1,d}(j\bar{\omega})}{1 + C_2(j\bar{\omega}) W_{1,v}(j\bar{\omega})} \right| &< \frac{10^{-3}}{10^2} = 10^{-5} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Poiché si è imposto $\bar{\omega} < 0.1[rad/s]$ e poiché la cascata $C_2(s) W_{1,d}(s)$ è un sistema che conterrà un polo nell'origine da condizione 2, il denominatore della (3.23) può essere approssimato come

$$|1 + C_2(j\omega) W_{1,v}(j\omega)| \approx |C_2(j\omega) W_{1,v}(j\omega)| \quad \text{per } \omega \rightarrow 0 \quad (3.24)$$

Ne segue che la (3.23) può essere riscritta come

$$\begin{aligned} \left| \frac{W_{1,d}(j\bar{\omega})}{C_2(j\bar{\omega}) W_{1,v}(j\bar{\omega})} \right| &< 10^{-5} \\ &\Downarrow \\ |C_2(j\bar{\omega}) W_{1,v}(j\bar{\omega})| &> \frac{|W_{1,d}(j\bar{\omega})|}{10^{-5}} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Ossia, passando alla notazione in decibel,

$$|C_2(j\bar{\omega}) W_{1,v}(j\bar{\omega})|_{dB} > |W_{1,d}(j\bar{\omega})|_{dB} - 20 \log(10^{-5}) \quad (3.26)$$

⁶Il calcolo della F.d.T. da $F_d(s)$ a $Y(s)$ è analogo di quello di equazione (3.17).

⁷La risposta a regime di un sistema asintoticamente stabile ad un ingresso sinusoidale $\sin(\bar{\omega}t)$ è una sinusoide della stessa frequenza, con ampiezza pari al modulo della F.d.T. del sistema calcolato in $s = j\bar{\omega}$, e ritardata in fase di un angolo pari all'argomento della F.d.T. in $s = \bar{\omega}t$.

Dalla (3.17) si vede come $|W_{1,d}(j\omega)| \rightarrow 240 \cdot 10^{-6} = -72.4 \text{ dB}$ per $\omega \rightarrow 0 \text{ [rad/s]}$. Tal calcolo è confermato dai diagrammi di Bode di $W_{1,d}(j\omega)$ nel range di pulsazioni interessato (fig. 3.7). Ne segue che, poiché $20 \log 10^{-5} = -100 \text{ dB}$, la condizione 5 può essere tradotta nella condizione sul modulo della F.d.T. in catena aperta

$$|C_2(j\bar{\omega}) W_{1,v}(j\bar{\omega})|_{dB} > 27.6 \text{ dB} \quad \forall \bar{\omega} \leq 0.1 \text{ [rad/s]} \quad (3.27)$$

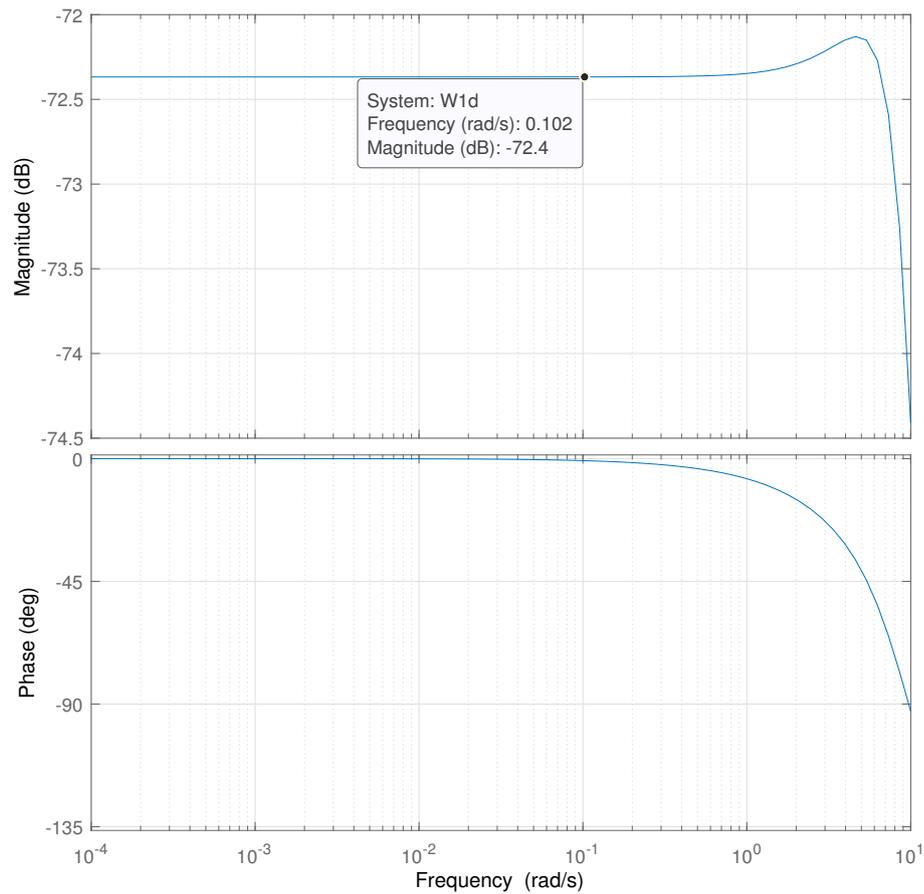


Figura 3.7: Diagramma di Bode di $W_{1,d}(j\omega)$
 Dettaglio per pulsazioni attorno a 0.1 [rad/s] .

3.2.2 Controllore PID

Per poter soddisfare la condizione 2, si ha che $C_2(s)$ deve contenere almeno un polo nell'origine, da cui la scelta del controllore verterà su un integratore, un PI o un PID in senso stretto.

Analizzando la funzione di trasferimento tipica di un controllore PID si ha

$$\begin{aligned} C_2(s) &= k_P + k_D \cdot s + k_I \cdot \frac{1}{s} \\ &= \frac{k_I}{s} \cdot \left(1 + \frac{k_D}{k_I} \cdot s + \frac{k_P}{k_I} \cdot s^2 \right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

dove con k_I , k_D e k_P si intendono rispettivamente il guadagno dell'azione integrativa, il guadagno dell'azione derivativa e il guadagno dell'azione proporzionale del controllore. Nella sintesi si procederà dapprima a valutare l'effetto del polo nell'origine $\frac{1}{s}$ e a determinare il valore di k_I e poi si sintetizzerà la parte restante del controllore (il doppio zero nel caso di PID o lo zero singolo nel caso di PI).

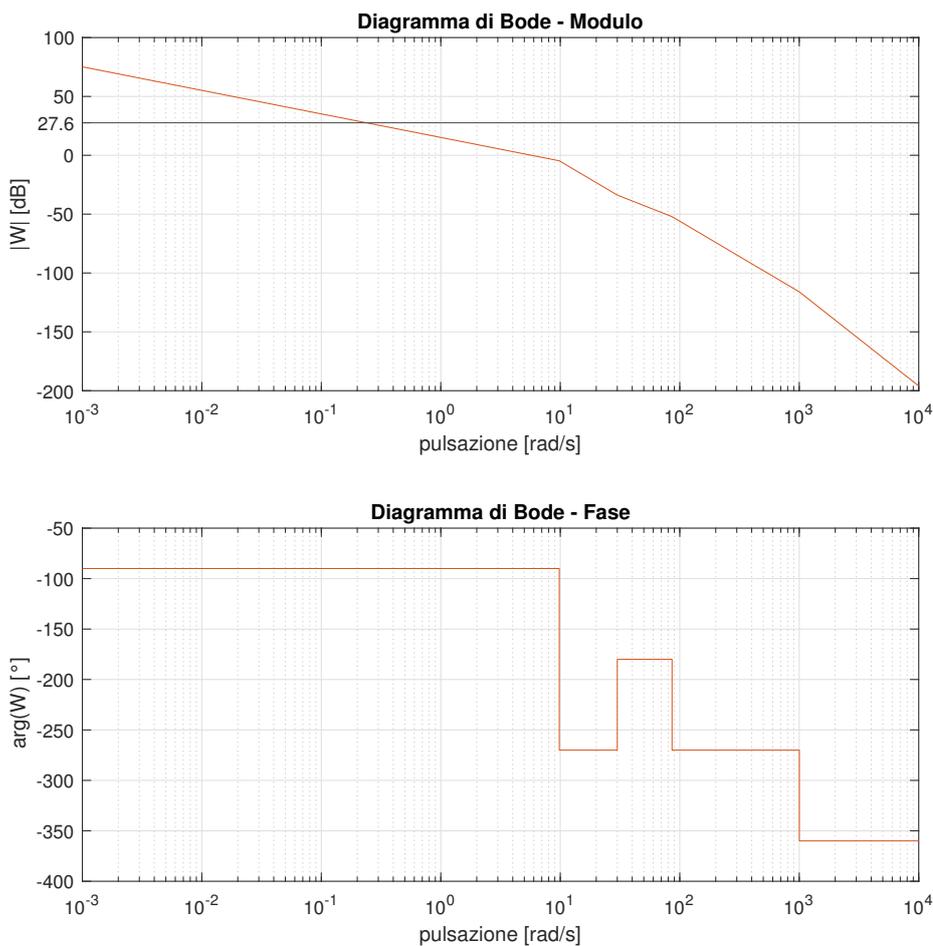


Figura 3.8: Diagramma asintotico di Bode di $\frac{1}{s} \cdot W_{1,v}(s)$.

Analizzando il diagramma asintotico di Bode della funzione di trasferimento in catena aperta $\frac{1}{s} \cdot W_{1,v}(s)$ – mostrato in figura 3.8 – si nota come la pulsazione di attraversamento

sia indicativamente tra 5 [rad/s] e 6 [rad/s] e dunque come la condizione 4 sia soddisfatta. A tal pulsazione inoltre la fase risulta già pari a 90° , come richiesto dalla condizione 3.

Si noti inoltre che per pulsazioni minori di 0.1 [rad/s] il modulo di $\frac{1}{s} \cdot W_{1,v}(s)$ risulta già maggiore di 27.6 dB , implicando quindi il soddisfacimento anche della condizione 5. Segue dunque che, osservando solo il diagramma asintotico, il controllore $C_2(s) = \frac{1}{s}$ permette già il soddisfacimento delle specifiche richieste, ossia un controllore puramente integrativo risulta sufficiente.

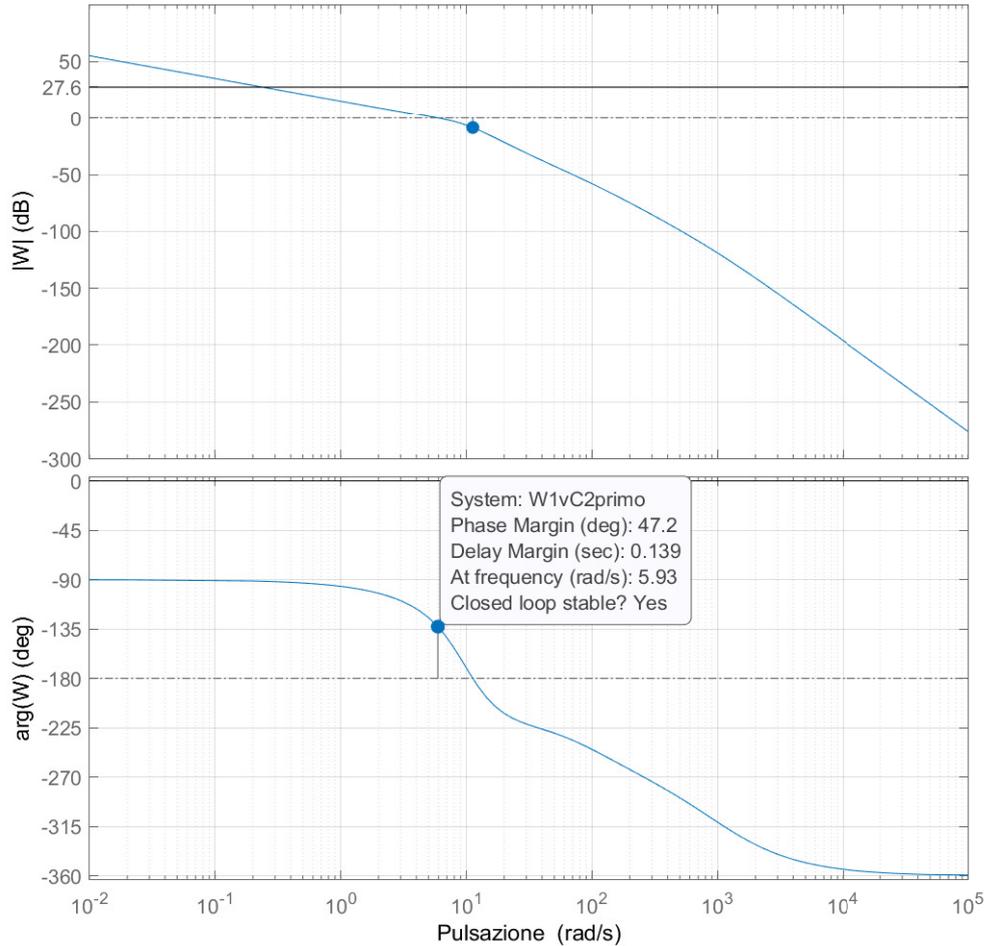


Figura 3.9: Diagramma reale di Bode di $\frac{1}{s} \cdot W_{1,v}(s)$.

Analizzando però il diagramma reale della funzione di trasferimento in catena aperta $\frac{1}{s} \cdot W_{1,v}(s)$ – figura 3.9 – si nota come la fase decresca da ben prima 10 [rad/s] , e alla pulsazione di attraversamento (qui computata in maniera precisa pari a 5.93 [rad/s]) il margine di fase sia pari a $M_\varphi = 47.2^\circ$. Ciò implica che la condizione 3 non sia soddisfatta, ed anzi, poiché $M_\varphi < 60^\circ$, sicuramente la risposta al gradino presenterà una sovra-elongazione. La condizione 5 invece risulta ancora soddisfatta, infatti alla pulsazione 0.1 [rad/s] il modulo del sistema in catena aperta vale 35.2 dB , ben maggiore dei richiesti 27.6 dB . Per riuscire a migliorare le prestazioni si può pertanto agire in prima battuta sul valore di k_I : si può diminuire il guadagno imponendo $k_I < 1$, in modo che sia rispettata la

condizione imposta dalla specifica 5. In particolare

$$\begin{aligned}
 k_I \Big|_{dB} &> 27.6 - 35.2 = -7.6 \text{ dB} \\
 &\Downarrow \\
 k_I &> 0.417
 \end{aligned}
 \tag{3.29}$$

Si sceglie dunque $k_I = 0.45$. In figura 3.10, in rosso, è riportato l'effetto del guadagno integrale sui diagrammi di Bode.

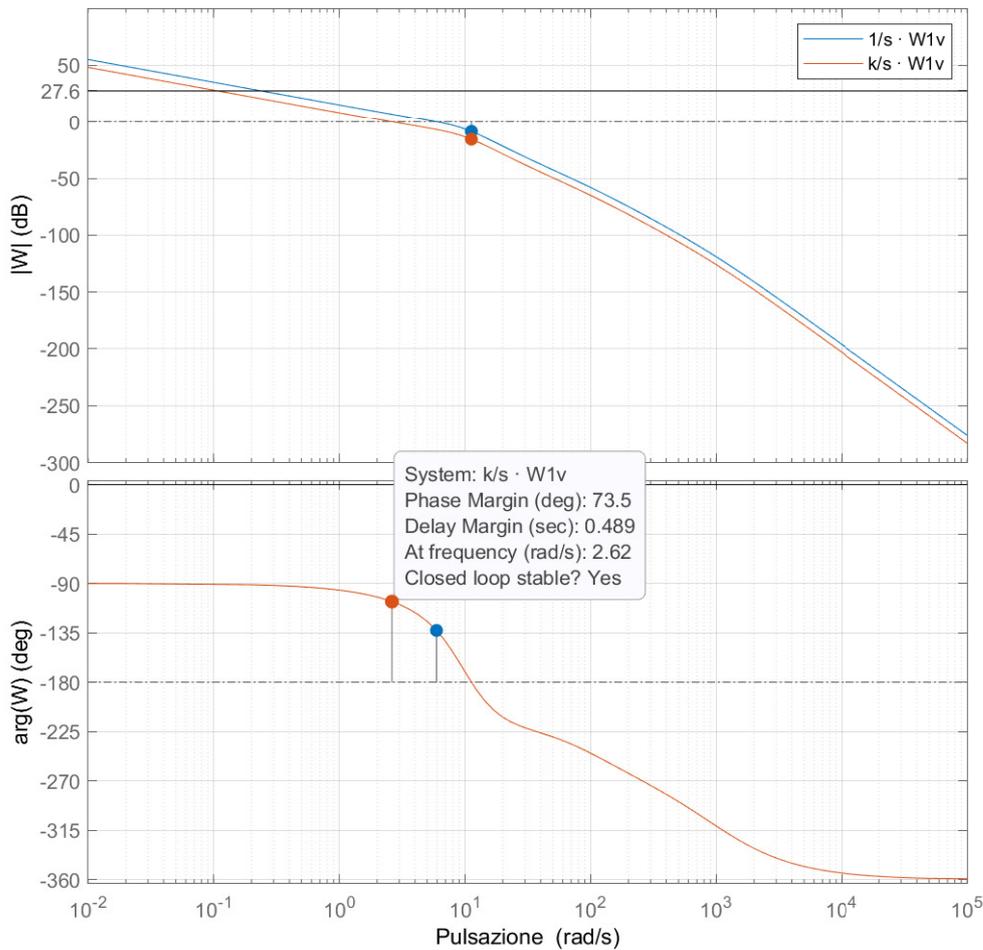


Figura 3.10: Diagramma reale di Bode di $\frac{k_I}{s} \cdot W1, v(s)$.

Come previsto, la fase non varia, mentre il diagramma del modulo viene “abbassato” di 6.94 dB. Da ispezione, $\left| \frac{k_I}{s} \cdot W1, v(s) \right|_{s=j\omega}$ alla pulsazione $\omega = 0.1$ [rad/s] è pari a 28.2 dB e dunque la condizione 5 è ancora soddisfatta.

Anche la condizione 4 risulta soddisfatta, infatti $\omega_A = 2.62$ [rad/s] e inoltre il margine di fase è divenuto $M_\varphi = 73.5^\circ$.

Prima di introdurre degli zeri affinché $M_\varphi \approx 90^\circ$, si vuole verificare che la parte reale di ogni punto del diagramma di Nyquist non sia già maggiore di $-\frac{1}{2}$, condizione che garantirebbe l'assenza di sovra-elongazioni nella risposta al gradino.

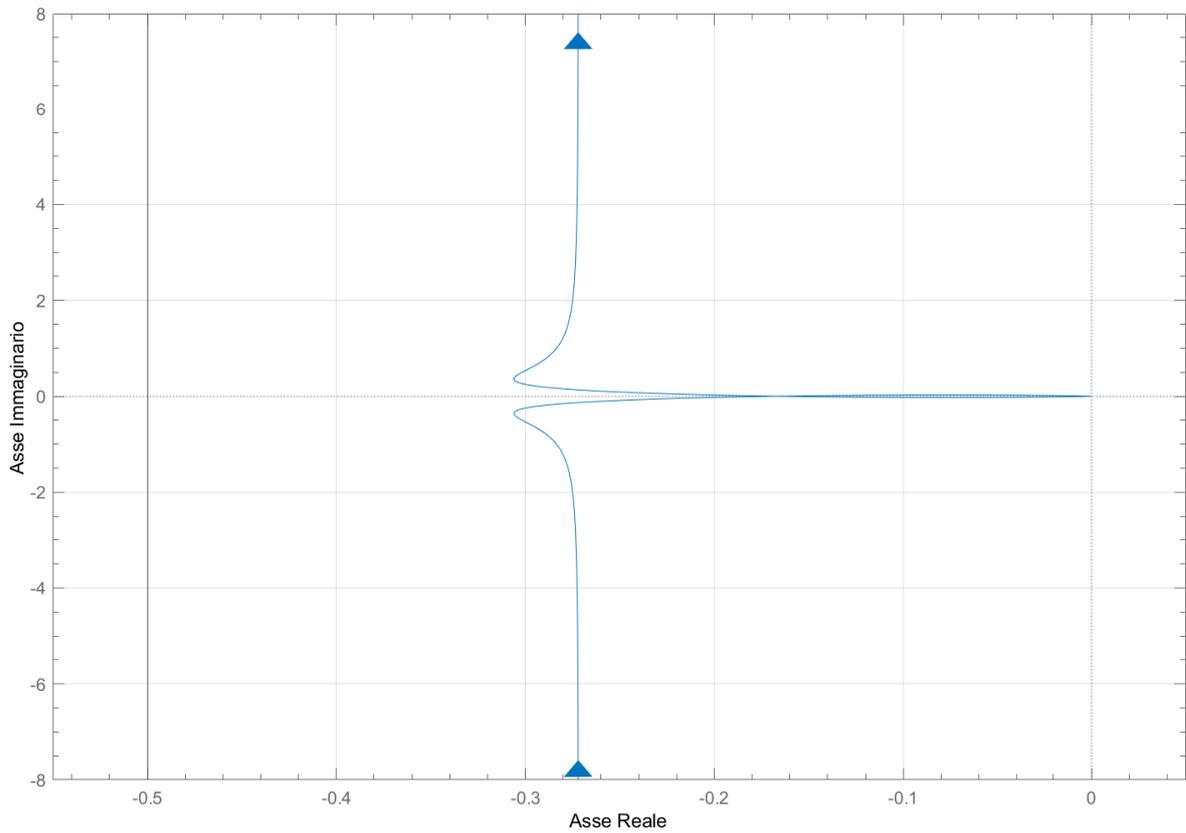


Figura 3.11: Diagramma di Nyquist di $\frac{k}{s} \cdot W_{1,v}(s)$.

In figura 3.11 è riportato il diagramma di Nyquist. Si osservi come il diagramma appartenga interamente al semipiano dei complessi a parte reale maggiore di -0.5 : ciò implica che anche la condizione 3 risulta già soddisfatta.

Il controllore integrativo $C_2(s) = \frac{0.45}{s}$ è pertanto sufficiente a far soddisfare tutte le specifiche imposte.

Il sistema in catena chiusa presenta funzione di trasferimento dall'ingresso $r(s)$ (secondo la notazione usata nella figura 2.4) all'uscita $y(s)$

$$\begin{aligned}
 W_{2,v}(s) &= \frac{C_2(s) \cdot W_{1,v}(s)}{1 + C_2(s) \cdot W_{1,v}(s)} \\
 &= 713.25 \cdot 10^3 \cdot \frac{s + 30}{(s + 1001.7)(s + 86.2)(s + 3.46)(s^2 + 8.66s + 71.6)} \\
 &= \frac{(1 + \frac{s}{30})}{(1 + \frac{s}{1001.7})(1 + \frac{s}{86.2})(1 + \frac{s}{3.46})(1 + 2 \cdot 0.065s + \frac{s^2}{8.46^2})} \quad (3.30)
 \end{aligned}$$

Si noti come il guadagno di Bode sia unitario: ciò conferma che, come richiesto, l'errore a regime è nullo.

La funzione di trasferimento complessiva invece dall'ingresso $F_d(s)$ all'uscita $y(s)$ risulta invece essere pari a

$$\begin{aligned}
 W_{2,d}(s) &= \frac{W_{1,d}(s)}{1 + C_2(s) \cdot W_{1,v}(s)} \\
 &= 0.02 \cdot \frac{s(s + 100)(s + 1\,000)}{(s + 1\,001.7)(s + 86.2)(s + 3.46)(s^2 + 8.66s + 71.6)} \\
 &= 93.55 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{s(1 + \frac{s}{100})(1 + \frac{s}{1\,000})}{(1 + \frac{s}{1\,001.7})(1 + \frac{s}{86.2})(1 + \frac{s}{3.46})(1 + 2 \cdot 0.065s + \frac{s^2}{8.46^2})} \quad (3.31)
 \end{aligned}$$

3.3 Risposta al gradino e a disturbi sinusoidali

In figura 3.12 è riportata la risposta del sistema ad una modifica del riferimento $r(s)$ con un gradino di ampiezza 5 [cm].

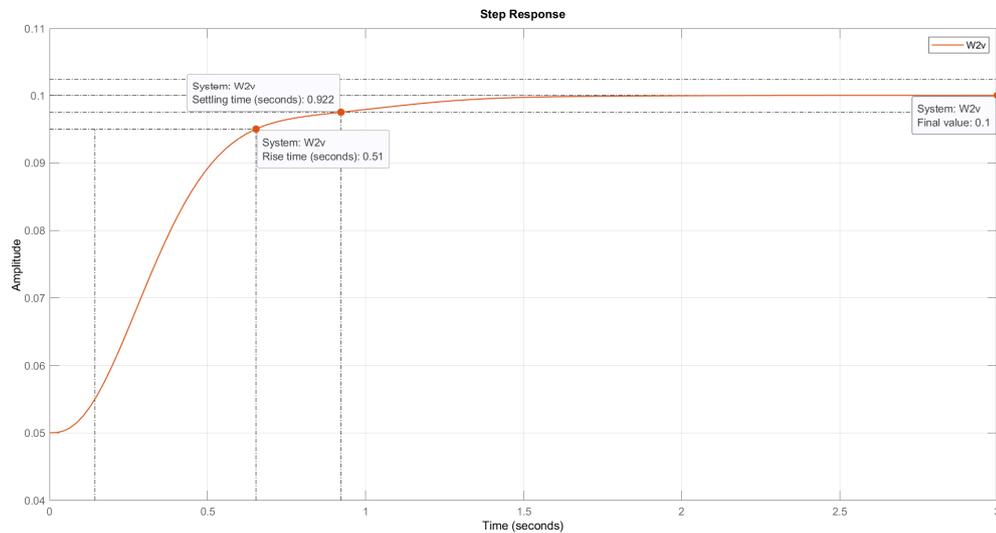


Figura 3.12: Risposta al gradino del sistema.

Come si può notare, il tempo di salita è pari a 0.51 [s], mentre il tempo di assestamento al 5% è pari a 0.922 [s]. Si noti inoltre come non vi siano sovraeccessioni (*overshoot*) e come non vi sia errore a regime (steady-state pari a 0.1 [m]). Tutto ciò conferma ulteriormente come le richieste del paragrafo 3.2.1 siano state completamente soddisfatte.

In figura 3.13 è invece riportata la risposta del sistema a eventuali forze di disturbo sinusoidali nella forma $F_d(t) = 100 \sin(0.1t)$ [N]. Per la costruzione di questo grafico si è ipotizzato che l'altezza di riferimento sia $r(t) = 0.05$ [m].

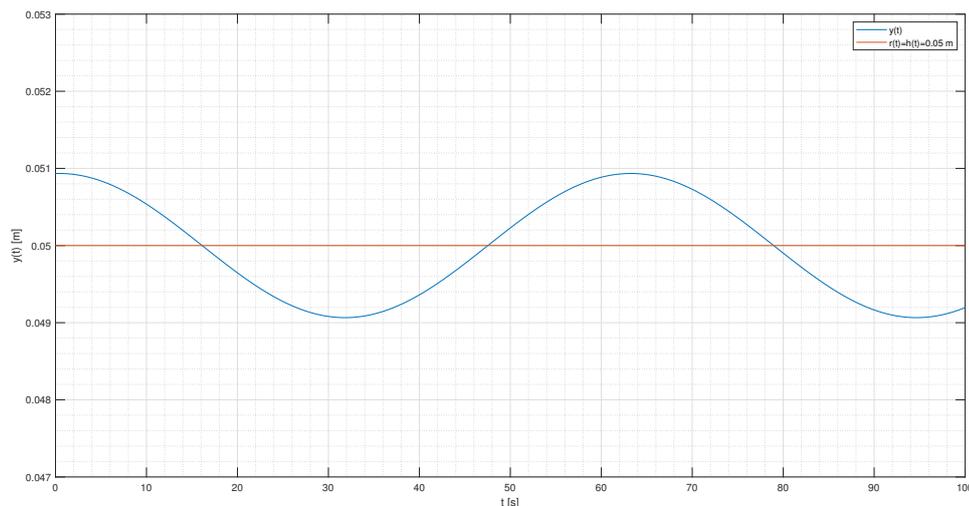


Figura 3.13: Risposta del sistema a ingresso costante $r(t) = 0.05$ [m] e forze di disturbo esterne di tipo sinusoidali.

Si noti come anche in questo caso il grafico conferma il soddisfacimento delle richieste del paragrafo 3.2.1, in particolare per la richiesta 5: si noti infatti come l'oscillazione della risposta non superi mai 1 [mm].

Capitolo 4

LIMITI DELLO STUDIO EFFETTUATO

Si vuole ora evidenziare i limiti del controllore proposto in questo elaborato, illustrando come tecniche di controllo più avanzate siano in grado di risolvere effettivamente le problematiche espresse.

4.1 Dipendenza dai valori numerici

In prima istanza si vuole valutare la bontà del sistema di controllo realizzato al variare dei valori numerici inseriti nel modello.

In particolare si andrà dapprima a far variare l'altezza di riferimento del mezzo rispetto alla guidovia \bar{h} , mantenendo costanti tutti gli altri parametri. Sotto queste variazioni si andranno a studiare come gli zeri e i poli delle funzioni di trasferimento $W_{2,v}(s)$ e $W_{2,d}(s)$ si spostano nel piano complesso, si valuterà come conseguentemente varia la risposta al gradino e si andrà a vedere se la condizione 5 del paragrafo 3.2.1 risulta ancora rispettata o meno. Chiaramente, poiché si assume come ingresso di riferimento $r(t)$ proprio il valore desiderato per l'altezza $h(t)$, ci si aspetta che il comportamento del sistema non vari, ma segua il nuovo valore di $h(t)$ senza problemi.

In seconda battuta si manterrà invece costante l'altezza al valore $\bar{h} = 0.05[m]$ e si cercherà di intuire la dipendenza del modello dal valore della massa m del mezzo.

4.1.1 Variazione dell'altezza

Nell'andare a vedere in maniera approssimata quanto il controllore realizzato sia in grado di gestire variazioni nell'altezza \bar{h} , si valuta anzitutto come gli zeri e i poli di $W_{2,v}(s)$ e $W_{2,d}(s)$ si spostano nel piano complesso. In figura 4.1⁸ è riportato quanto detto per \bar{h} che varia da 0.005 [m] a 0.06 [m]. Non viene riportato il grafico dello spostamento dei poli per $W_{2,d}(s)$ in quanto è dimostrabile come i poli di $W_{2,d}(s)$ coincidano con i poli di $W_{2,v}(s)$ e dunque i due grafici sarebbero uguali.

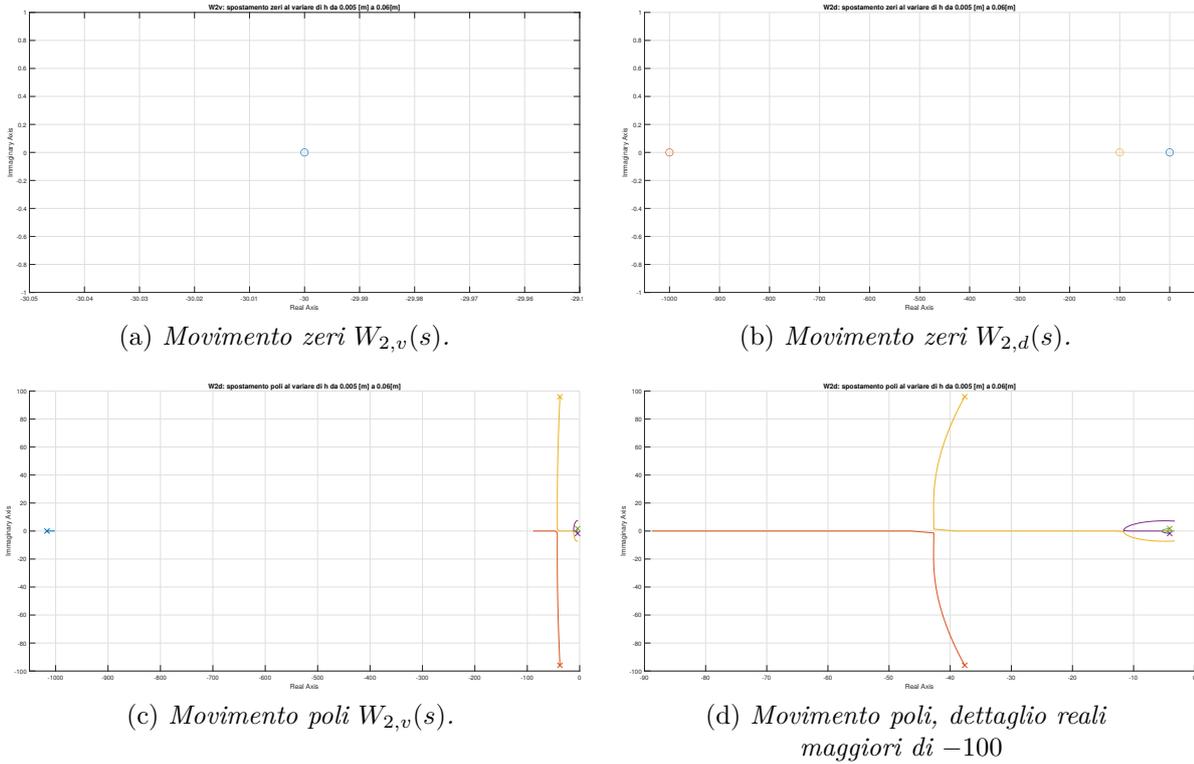


Figura 4.1: Movimento poli e zeri al variare di \bar{h}

Si noti come, mentre gli zeri rimangono invariati, i poli si muovono mantenendosi comunque sempre a sinistra dell'asse immaginario. Ciò implica che per il range di variazione di \bar{h} considerato i due controllori $C_1(s)$ e $C_2(s)$ riescono sempre a stabilizzare il sistema.

In figura 4.2 è invece riportata la risposta al gradino del sistema per vari valori di \bar{h} , come riportati nella legenda. Nella costruzione del grafico, come valore iniziale e come ampiezza del gradino è stata presa l'altezza \bar{h} di riferimento.

Si può notare fin da subito che in nessun caso sia presente overshoot, e già ad occhio⁹ si nota come il tempo di assestamento al 5% sia sempre inferiore a 1.5 [s] e non vi sia errore a regime (quindi le condizioni 2, 3, 4 del paragrafo 3.2.1 risultano soddisfatte).

⁸Il simbolo "X" indica dove il polo inizia il suo movimento ossia per $\bar{h} = 0.005$ [m].

⁹L'intuizione è poi confermata dai valori numerici se si va ad analizzare il grafico in maniera più dettagliata.

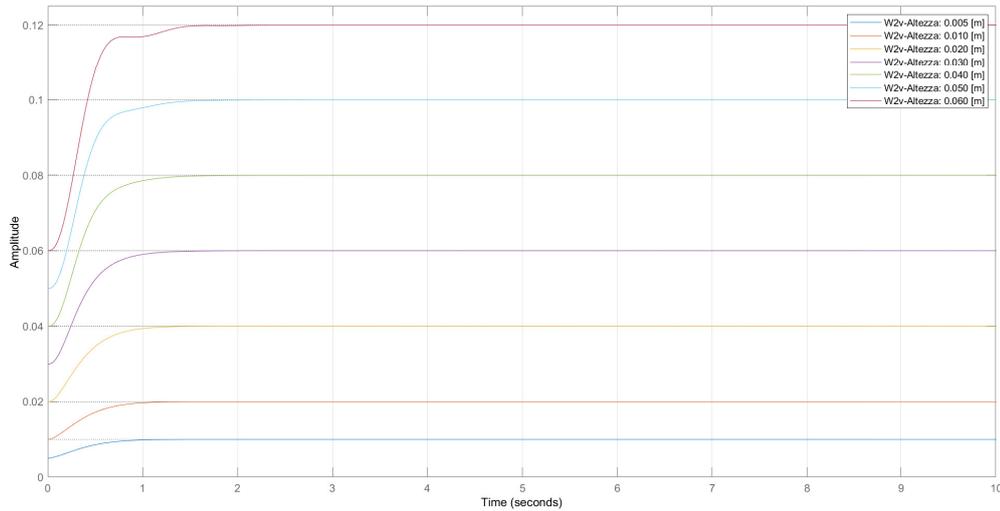


Figura 4.2: Risposta del sistema a differenti \bar{h} .

Nell'intento di verificare se anche la condizione 5 del paragrafo 3.2.1 risulta soddisfatta, ricordando le risultanze dell'equazione (3.23), si va ad osservare il diagramma di Bode di $W_{2,d}(s)$ per pulsazioni prossime a 0.1 [rad/s] , riportato in figura 4.3. Nel diagramma è indicata come *ref_line* la linea nera a -100 dB .

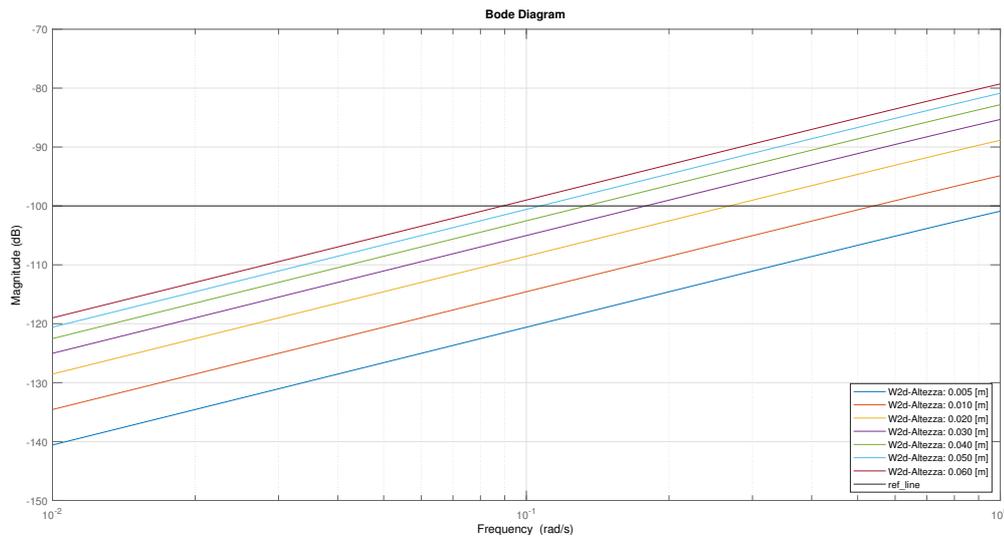


Figura 4.3: Diagramma di Bode di $|W_{2,d}(s)|$ al variare di \bar{h} .

Si può notare immediatamente come per $\bar{h} < 0.05 \text{ [m]}$ la condizione 5 risulta verificata, ma non per $\bar{h} = 0.06 \text{ [m]}$, in quanto il diagramma di bode in $\omega = 0.1 \text{ [rad/s]}$ risulta essere maggiore di -100 dB . Ne consegue che le uniche altezze per cui il sistema di controllo è in grado di garantire tutte le specifiche del paragrafo 3.2.1 sono quelle pari o inferiori a 0.05 [m] .

In ultimo, la figura 4.4 vuol far notare come vari la corrente assorbita dall'elettromagnete e la potenza elettrica dissipata in funzione di \bar{h} .

Si noti come al diminuire di \bar{h} , la corrente $i(t)$ assorbita diminuisca, e conseguentemente la potenza dissipata.

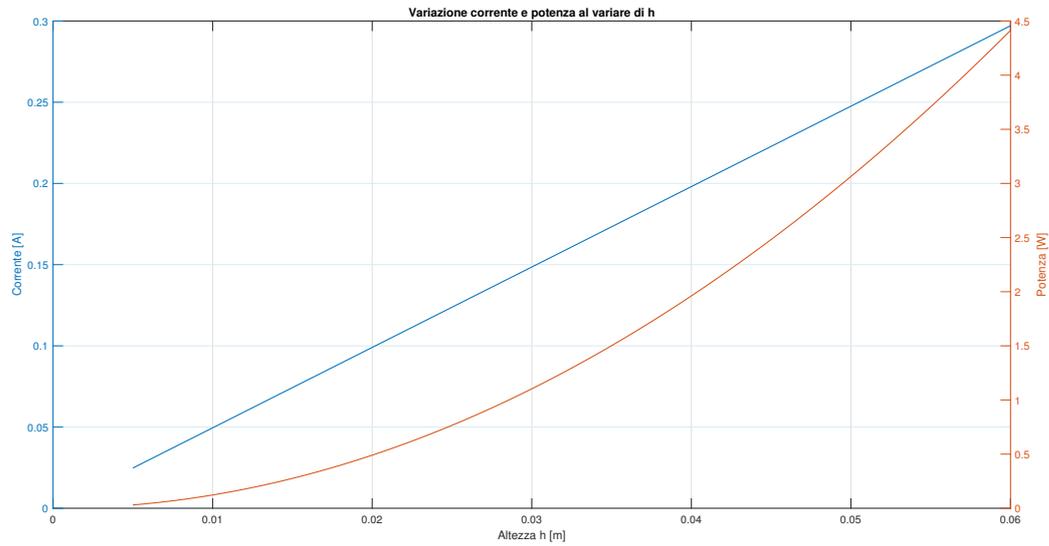


Figura 4.4: Variazione della corrente assorbita e della potenza dissipata in funzione di \bar{h} .

Ne consegue pertanto che, nell'ottica di un'ottimizzazione energetica, diminuire l'altezza di lavoro del treno è un'operazione estremamente efficace e vantaggiosa; va però sempre tenuto a mente che il soddisfacimento della condizione 5 garantisce che l'altezza non vari per più di 1 [mm] in caso di forze di disturbo esterne sinusoidali, il che corrisponde a una variazione del 2% se $\bar{h} = 0.05$ [m], ma se $\bar{h} = 0.005$ [m] è pari a una variazione del 20% dell'altezza!

4.1.2 Variazione della massa

La variazione della massa del mezzo è cosa frequente nei mezzi di trasporto, non a caso c'è un'enorme differenza tra quando il veicolo è vuoto e quando il veicolo è a pieno carico (si pensi che il giapponese Linimo passa da 17 tonnellate per carrozza a 28 tonnellate per carrozza, mentre il coreano Ecobee da 19 ton/carrozza a 26.5 ton/carrozza [2]).

Come fatto nella sezione precedente, in principio andiamo ad analizzare come si spostano zeri e poli al variare della massa: in figura 4.5 è mostrata l'evoluzione per una variazione di m da 15 [kg] a 60 [kg]. Anche in questo caso si è omessa la variazione dei poli di $W_{2,d}(s)$ in quanto identica a quella dei poli di $W_{2,v}(s)$ e si è posto una "X" per indicare i punti dove sono i poli quando $m = 15$ [kg].

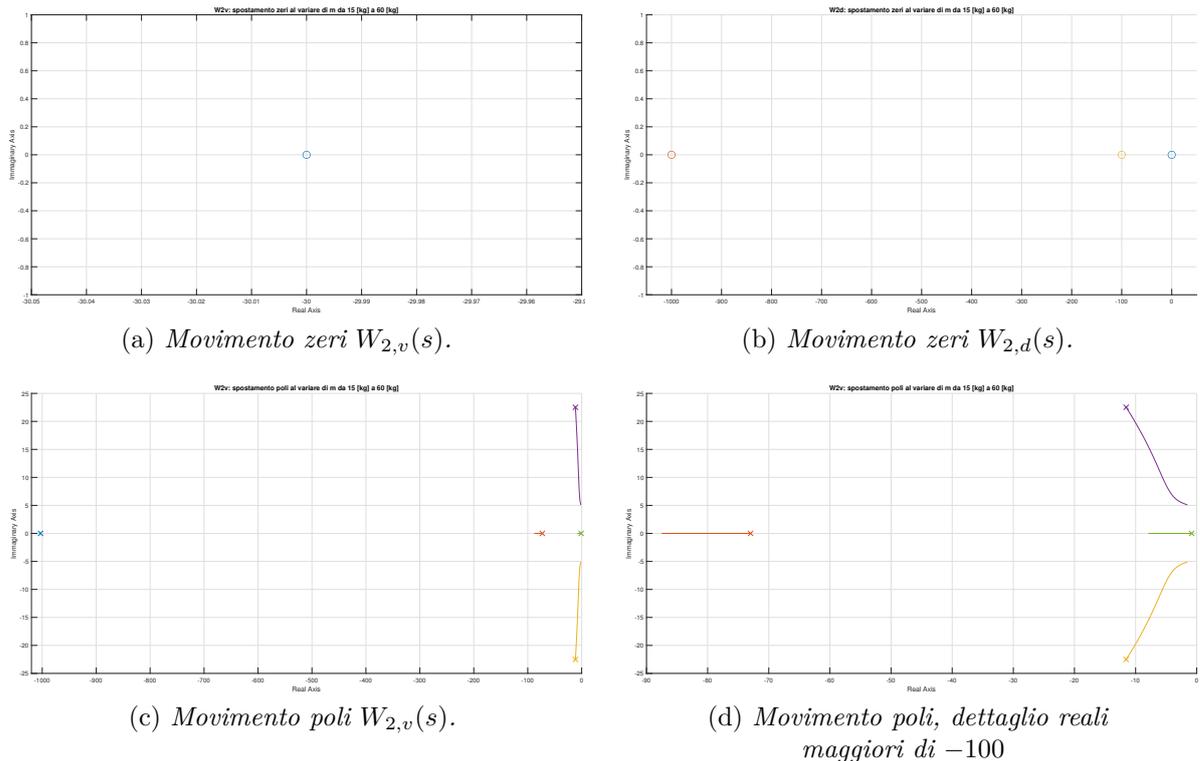


Figura 4.5: Movimento poli e zeri al variare di m

Si noti come anche in questo caso il sistema risulti sempre stabile e sempre a fase minima.

Andando invece ad analizzare la risposta al gradino di $W_{2,v}$ (gradino con valore iniziale e ampiezza pari a 0.05 [m]), riportate in figura 4.6, si nota come in questo caso la risposta sia diversa:

- Per masse minori di 50 [kg] il sistema risponde senza sovra-elongazioni, con però tempi di salita e di assestamento che aumentano col diminuire della massa;
- Per $m > 52.5$ [kg], il tempo di salita è minore di quello richiesto per $m = 50$ [kg], ma si incorre in overshoot che rendono la risposta non soddisfacente la condizione 3 di sezione 3.2.1.

Per via numerica si scopre che la soglia di discriminazione è 52 [kg], ossia per $m < 52$ [kg], il sistema risponde senza presenza di sovra-elongazioni.

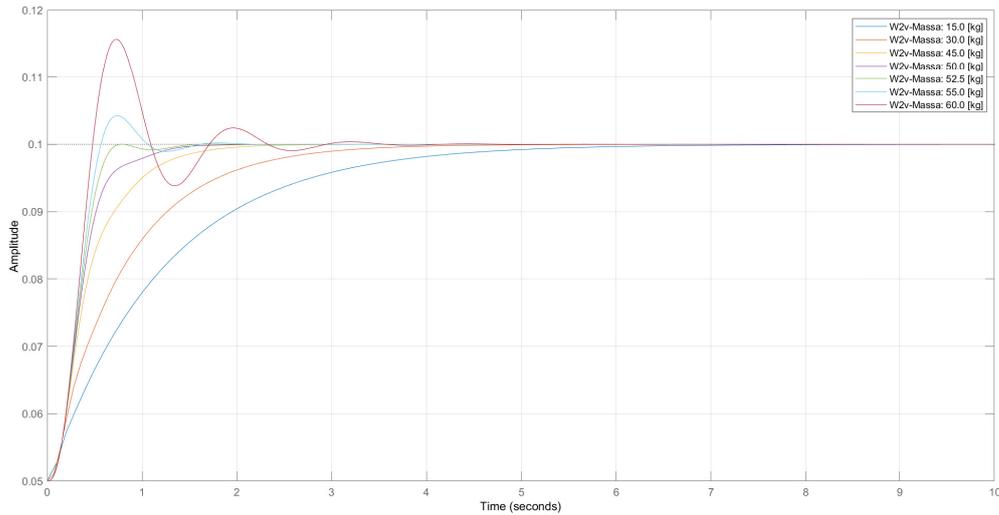


Figura 4.6: Risposta del sistema a differenti m .

Il mancato soddisfacimento della condizione 3 è estremamente grave e porta all'esclusione di questo controllore da tutti i sistemi in cui la massa del veicolo superi i $52 [kg]$, in quanto viene a mancare la garanzia che non vi siano overshoot e dunque si potrebbe incorrere in fenomeni in cui il mezzo tocca la guidovia; questi porterebbero ad avere come $F_d(t)$ un impulso di alta intensità che potrebbe danneggiare il veicolo.

In figura 4.7 è invece riportato il diagramma di Bode delle ampiezze per pulsazioni attorno a $0.1 [rad/s]$.

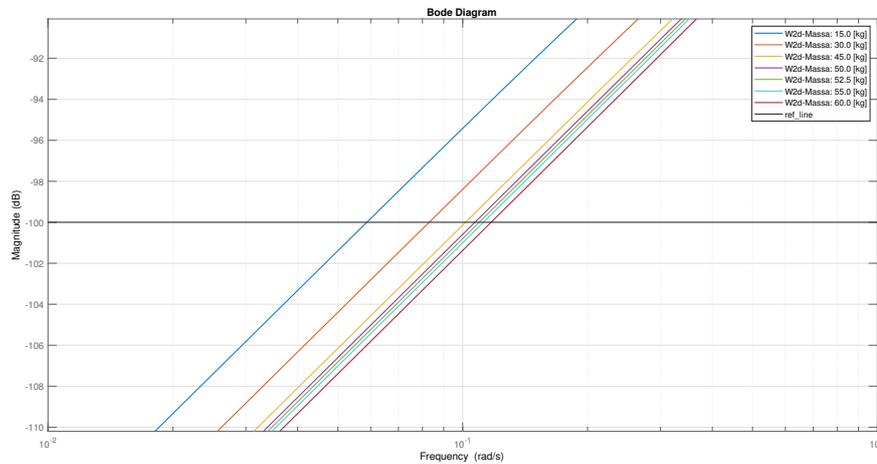


Figura 4.7: Diagramma di Bode di $|W_{2,d}(s)|$ al variare di m .

Come si può notare, per masse inferiori a $45 [kg]$ si ha che $|W_{2,d}(j0.1)|_{dB}$ è superiore a $-100 dB$ e dunque il sistema in catena chiusa non rispetta la condizione 5 sulla reiezione dei disturbi sinusoidali.

Unendo dunque le osservazioni sulla risposta al gradino e sul diagramma di Bode di $W_{2,d}(s)$, si può concludere che il sistema di controllo funziona in maniera ottimale (ossia rispetta tutte le condizioni espresse nella sezione 3.2.1) solamente se la massa del mezzo è compresa tra $45 [kg]$ e $52 [kg]$. In altre parole, assunti $45 [kg]$ come peso minimo del veicolo, il sistema è in grado di sopportare solamente incrementi della massa inferiori al 15.5%, percentuale nettamente inferiore a quella di Linimo (incremento del 64.7% al massimo) e a quella di Ecobee (incremento massimo del 39.4%).

4.2 Non idealità della guidovia

Scopo ultimo del controllore sintetizzato è quello mantenere il mezzo a una altezza prefissata, fornita tramite il segnale $r(t)$, rispetto alla guidovia. Quest'ultima è stata implicitamente assunta come ideale, ossia non presentante variazioni nella sua altezza. Nella realtà queste però si verificano non di rado, per effetto soprattutto di flessioni statiche delle travi dovute alla movimentazione di masse elevate, flessioni dinamiche delle travi per l'interazione tra i modi del sistema di sospensione del veicolo e i modi delle travi (se il sistema di trasporto non viene opportunamente progettato si può incorrere anche nel fenomeno della risonanza) e di irregolarità della rotaia per superfici ruvide e per la presenza di giunti.

Le irregolarità della superficie si presentano con forme d'onda a frequenza maggiore e ampiezza minore rispetto alle flessioni dei longheroni di sostegno. Quest'ultime sono pertanto le non idealità meno trascurabili nella progettazione di un sistema di controllo della dinamica verticale.

Per rendere l'idea, ipotizzando che il mezzo viaggi a velocità pari a $\nu = 450 \text{ [km/h]} = 125 \text{ [m/s]}$, che le travi siano lunghe 25 [m] e presentino una flessione di 1 [cm] nel loro punto medio, l'effetto della non idealità della guida si può approssimare come un ingresso sinusoidale che si somma a $r(t)$, di frequenza pari a $f = 125/25 = 5 \text{ [Hz]}$ e ampiezza 1 [cm] . Ossia l'ingresso complessivo al sistema è dato da

$$\begin{aligned}\hat{r}(t) &= r(t) + 0.01 \cdot \sin(5 \cdot 2\pi \cdot t) \text{ [m]} \\ &= 0.05 + 0.01 \cdot \sin(5 \cdot 2\pi \cdot t) \text{ [m]}\end{aligned}\tag{4.1}$$

Applicando tal ingresso al sistema di controllo progettato in questo scritto, si ottiene la risposta mostrata in figura 4.8.

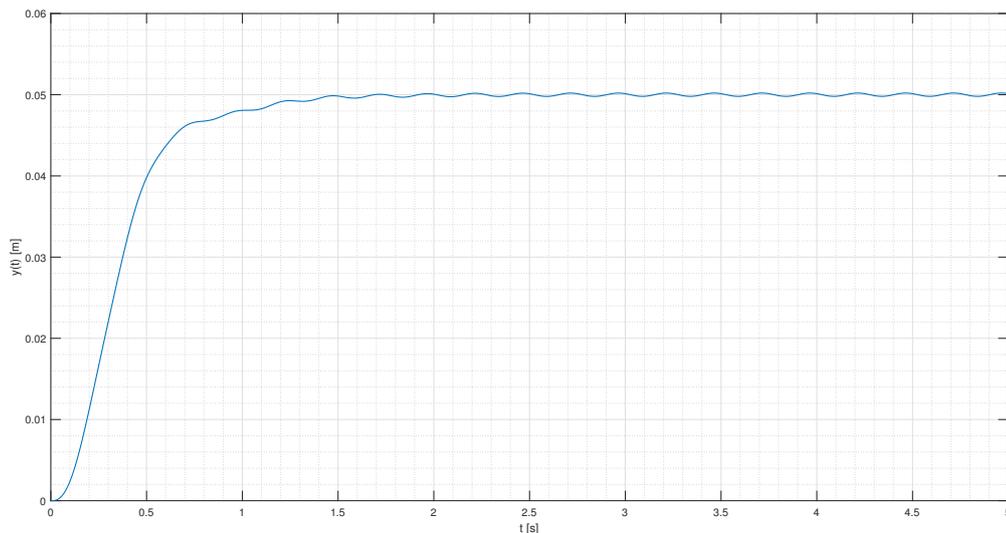


Figura 4.8: Risposta del sistema ad ingresso $\hat{r}(t) = 0.05 + 0.01 \cdot \sin(5 \cdot 2\pi \cdot t) \text{ [m]}$, dovuto alle flessioni della guidovia.

Trascurando la risposta nei primi 1.5 [s] , dove è predominante il contributo della risposta al gradino per portarsi all'altezza di 5 [cm] , il grafico evidenzia in maniera notevole

come il mezzo continui a oscillare, seguendo il profilo della guidovia. Queste oscillazioni inducono vibrazioni nel mezzo, riducendo drasticamente il comfort di viaggio. Tale problematica è dovuta al fatto che il riferimento è dato in maniera relativa rispetto alla guidovia; soluzione banale ma estremamente efficace consiste nel fornire un riferimento assoluto (*absolute reference*, [2], pp. 118-119), come mostrato in figura 4.9¹⁰.

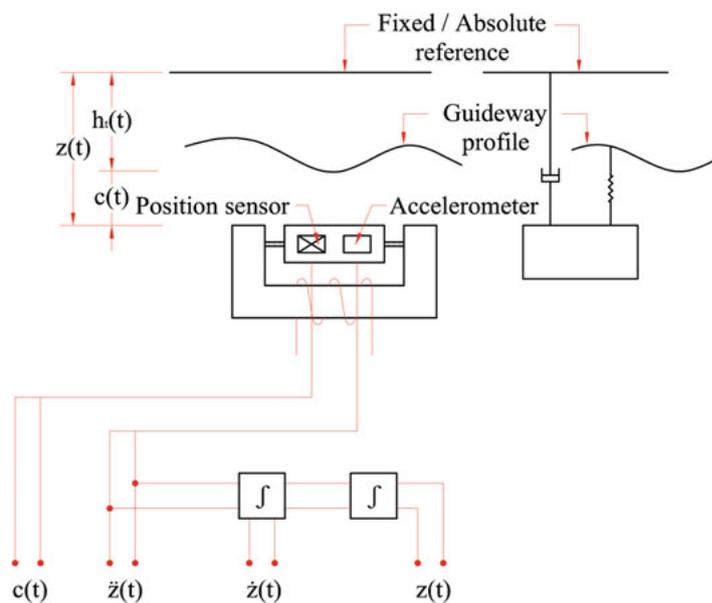


Figura 4.9: Configurazione del sistema con riferimento assoluto

¹⁰Immagine tratta da [2], p. 118.

4.3 Limiti dell'approssimazione a punto materiale

L'approssimazione di punto materiale presentata nel paragrafo 2.1 è estremamente utile per riuscire ad ottenere una descrizione relativamente semplice del modello, ma porta però con sé alcuni limiti non trascurabili in uno stadio di sviluppo avanzato del controllore.

In primis, la massa non è concentrata in un unico punto, bensì distribuita in maniera non uniforme lungo tutto il mezzo. Analogamente, le forze di levitazione ($\overrightarrow{F_m(t)}$) non sono concentrate in un solo punto, ma vengono esercitate solamente su alcuni punti sui lati del veicolo (dove sono presenti effettivamente gli elettromagneti). La combinazione di questi due fattori porta all'insorgere di momenti angolari di cui non si è minimamente tenuto conto in questo studio.

Entrando più nel dettaglio, per quanto riguarda la dinamica verticale si possono verificare momenti di rollio (*roll*) e di beccheggio (*pitch*), ossia di rotazione rispetto all'asse longitudinale e rispetto all'asse trasversale; in figura 4.10¹¹ sono riportati i due momenti per rendere meglio l'idea.¹²

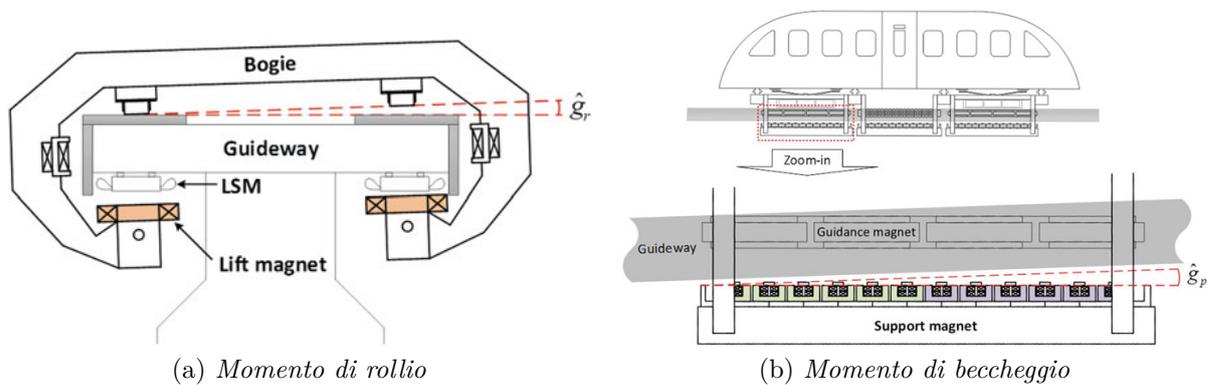


Figura 4.10: Momenti angolari nella dinamica verticale

Per tener conto di questi due fenomeni vi sono 2 metodologie principali:

- Controllo integrato (*Integrated control*);
- Controllo locale (*Local control*).

Nel primo caso si modella il sistema nella sua interezza, tenendo conto anche dei moti rotatori, e poi si sviluppa un unico controllore che, acquisiti i dati da tutti i sensori, va ad agire su ciascun singolo elettromagnete per permettere levitazione e controllo di rollio e beccheggio. Nel secondo caso invece si effettua un'associazione tra sensore di altezza (*airgap-sensor*) e l'elettromagnete più vicino, nell'idea che quindi la forza $\overrightarrow{F_{m,j}(t)}$ esercitata dal magnete j sia controllata unicamente dall'altezza $h_j(t)$. Tal soluzione permette di avere sistemi più semplici su cui è possibile applicare tutta la teoria dei sistemi di controllo.

¹¹ Immagini tratte da [2], pp. 140-141.

¹² Poiché trattasi di un corpo tridimensionale, chiaramente si verificano anche rotazioni attorno all'asse verticale del mezzo, ossia momenti di imbardata (*yaw*), questi però non influiscono sulla dinamica verticale del mezzo; vanno comunque tenuti conto nello studio del controllo di guida, ossia del moto del veicolo lungo la guidovia.

Capitolo 5

CONCLUSIONI

Lo scopo di questo elaborato era quello di riuscire a sintetizzare un controllore attraverso le metodologie classiche dei Controlli Automatici. Si è cercato di procedere sempre con rigore scientifico, sia nella formulazione del modello, sia nella formulazione dei requisiti richiesti al controllore, sia nella progettazione vera e propria del sistema di controllo stesso.

Chiaramente il controllore sviluppato non è unico, ossia procedendo con la stessa analisi ma facendo scelte diverse per costanti e posizionamenti di zeri e poli nei controllori $C_1(s)$ e $C_2(s)$ si può giungere a soluzioni differenti, ma di ugual efficacia.

Particolare enfasi è infine stata posta sui limiti dello studio, non tanto nell'ottica di cercare di sminuire il lavoro fatto, ma per cercare di evidenziare come il problema del controllo della dinamica verticale nei mezzi maglev sia estremamente complesso e ricco di sfaccettature: è per questo che i veri sistemi di controllo non vengono realizzati con l'approccio della sintesi per tentativi ma utilizzando controllori più avanzati (a onor d'esempio si cita il sistema di controllo dello *State feedback*), il cui studio esula dagli obbiettivi di questa trattazione.

Bibliografia

- [1] Bisiacco Mauro, Valcher Maria Elena. *Controlli automatici . . . tutto quello che avreste voluto sapere a riguardo ma non avete mai osato chiedere*. 2. ed., Progetto, 2015.
- [2] Hyung-Suk Han, Dong-Sung Kim. *Magnetic Levitation: Maglev Technology and Applications*. Springer Netherlands, 2016.
- [3] Katsuhiko Yamaguchi. *High-Speed Inter-City Transport System in Japan Past, Present and the Future*. OECD Publishing, 2009.
- [4] Moon Francis C., Chang Pei-Zen. *Superconducting Levitation: Applications to Bearings and Magnetic Transportation*. New York John Wiley and Sons, 1994.
- [5] Bisiacco Mauro, Pillonetto Gianluigi. *Sistemi e modelli*. 2. ed., Esculapio, 2017.
- [6] Zotto Pierluigi, Lo Russo Sergio, Sartori Paolo. *Fisica generale: Meccanica – Termodinamica*. 2. ed., La Dotta, 2018.
- [7] Zotto Pierluigi, Lo Russo Sergio, Sartori Paolo. *Fisica generale: Elettromagnetismo – Ottica*. 2. ed., La Dotta, 2017.
- [8] Pagina di wikipedia-en <https://en.wikipedia.org/wiki/Maglev#Technology>