

**Università degli studi di Padova**

**Corso di Laurea in Statistica e Gestione Delle Imprese**



**Diffusione di innovazioni e tecnologie: i modelli di Bass in un'applicazione al contesto energetico**

Relatore: Prof.ssa Luisa Bisaglia  
Dipartimento di Scienze Statistiche

Co-relatore: Dott.ssa Mariangela Guidolin  
Dipartimento di Scienze Statistiche  
Università di Padova

Laureando: Andrea Cappozzo

Anno Accademico 2011/2012



# INDICE

Introduzione .....	5
Capitolo 1- Modelli di diffusione: modello di Bass standard e generalizzato .....	9
1.1 Modello di Bass standard .....	9
1.1.1 Soluzione del modello di Bass .....	11
1.2 Introduzione delle variabili esogene: modello di Bass Generalizzato .....	14
1.2.1 Impulsi esponenziali .....	16
1.2.2 Impulsi rettangolari .....	16
1.2.3 Impulsi misti .....	17
Capitolo 2- Identificazione statistica dei modelli di Bass .....	19
2.1 Regressione non lineare: metodi di stima .....	20
2.2 Metodi numerici di stima .....	22
2.2.1 Metodo di Gauss - Newton .....	22
2.2.2 Metodo di Levenberg - Marquardt .....	23
2.3 Analisi dei residui .....	23
2.3.1 Introduzione .....	23
2.3.2 Processi stocastici .....	24
2.3.3 Processo rumore bianco .....	26
2.3.4 Processo a media mobile MA (q) .....	26
2.3.5 Processo autoregressivo AR(p) .....	27
2.3.6 Processo autoregressivo a media mobile ARMA(p,q) .....	27
2.3.7 Residui autocorrelati: la statistica di Durbin - Watson .....	28

Capitolo 3- Applicazione dei modelli di Bass al processo di diffusione dei reattori nucleari .....	29
3.1 Introduzione .....	29
3.2 Funzionamento di una centrale elettro-nucleare .....	30
3.3 Diffusione della tecnologia .....	31
3.4 Disastri nucleari .....	36
3.4.1 Disastro di Černobyl' .....	36
3.4.2 Disastro di Fukushima Dai-Ichi .....	37
3.5 Analisi statistica del processo di diffusione dei reattori .....	38
Conclusione .....	51
Bibliografia .....	53
Sitografia .....	54

# Introduzione

Con il termine innovazione si indica generalmente un'idea, una pratica, un oggetto che viene percepito come nuovo da un individuo o da un'altra unità di adozione (uno Stato ad esempio) (Rogers, 2003). Spesso l'introduzione di un'innovazione in un sistema sociale comporta un cambiamento positivo che genera progresso, elevando dunque la qualità di vita delle persone. Modellare e prevedere la diffusione di un'innovazione è un tema ampiamente trattato nell'ambito della ricerca scientifica. A tal proposito, Rogers, uno dei massimi esperti dell'argomento, ha scritto: "no other field of behavioural science research represents more effort by more scholars in more disciplines in more nations". Inoltre, tale questione ha ovviamente anche un interesse pratico: lo dimostrano gli studi economici e di marketing relativi allo sviluppo di nuovi prodotti e tecnologie e il ruolo che detiene lo studio della diffusione di tali innovazioni nella pianificazione della strategia aziendale da parte dei managers, anticipando l'andamento della domanda nel mercato. L'obiettivo dei modelli di diffusione è quello di rappresentare e prevedere il processo di adozione nel tempo di un nuovo prodotto, stimando in particolare un set di suoi potenziali adottanti. Infatti, l'elevata ampiezza del mercato, l'alto livello di concorrenza tra imprese e la necessità di gestire anticipatamente risorse e forza lavoro richiedono una tempestiva analisi delle caratteristiche di crescita di un nuovo prodotto, in termini di velocità e dimensione. Il concetto fondamentale del marketing che giustifica l'utilizzo di questi modelli in tale ambito è il *product life cycle (ciclo di vita del prodotto)*, nel quale si ipotizza che le vendite di un nuovo bene siano caratterizzate da vari stadi: lancio, crescita, maturità e declino. L'analisi della diffusione di nuovi prodotti è utile sia alle imprese che li introducono sia alle imprese che offrono prodotti complementari o sostitutivi: ad esempio, il processo di adozione degli iPod da parte del mercato non è importante unicamente per Apple, ma anche per le aziende concorrenti, come Sony, e per tutte le aziende che producono beni complementari quali cuffiette e porta lettori.

Sebbene gli ambiti del marketing e del management giochino un ruolo fondamentale nello studio dei processi di diffusione, un elemento di grande interesse è la possibilità di collegare e coinvolgere insieme varie discipline scientifiche quali economia, scienze sociali, matematica e statistica. Di fatto, la diffusione di un'innovazione è primariamente un fenomeno sociale: tradizionalmente è stata definita come *il processo attraverso il quale una innovazione è comunicata attraverso determinati canali tra i membri di un sistema sociale*. Per rappresentare formalmente questo processo si sono utilizzati storicamente modelli epidemici presi in prestito dalla biologia, come l'equazione logistica, nella quale il contagio rappresenta il fattore fondamentale di crescita.

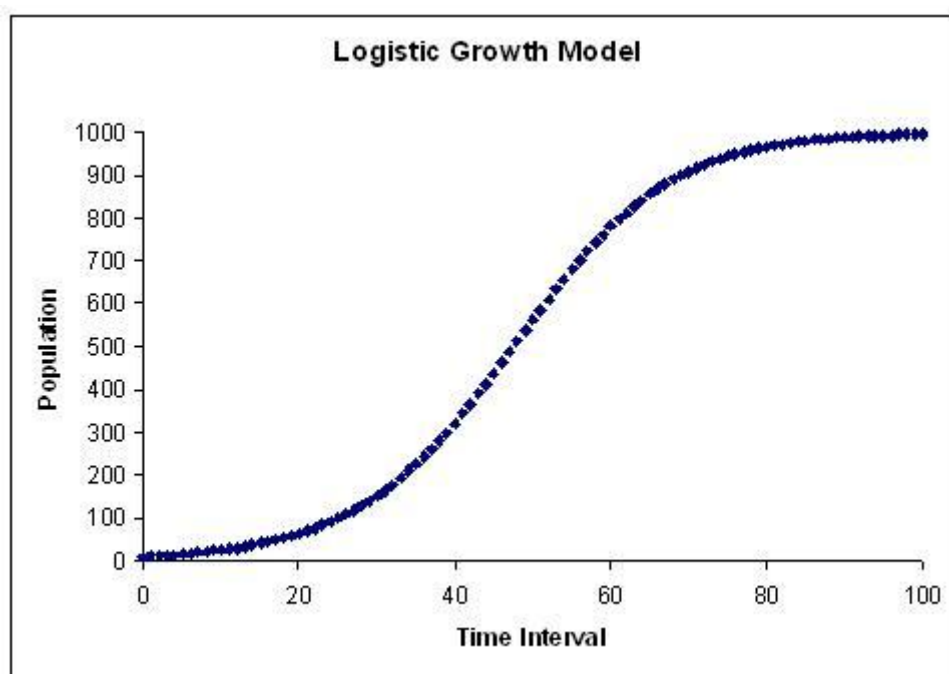


Figura 1 - Modello logistico

L'equazione logistica venne formulata per la prima volta da Verhulst nel 1838 e fu originariamente utilizzata nell'ambito delle scienze naturali per descrivere il processo di crescita, come il diffondersi di una malattia. Con il passare degli anni è stato dimostrato che qualsiasi processo di crescita e di apprendimento può essere adeguatamente descritto da questa equazione, rappresentata graficamente nella tipica forma a S. La ragione che porta all'utilizzo di questa equazione nel contesto dei prodotti innovativi è che lo sviluppo di un'innovazione in un sistema sociale attraverso la comunicazione può essere paragonabile alla diffusione di una malattia attraverso il contagio tra individui. Un'analisi diretta di dati

aggregati di diffusione dimostra l'adeguatezza nell'utilizzo di questo modello: le adozioni cumulate di un'innovazione seguono approssimativamente una forma ad S. Il processo di diffusione è essenzialmente guidato da un apprendimento tramite imitazione. L'avvocato francese Tarde, nel testo "*Le lois de l'imitation*"(1890), afferma che il processo di imitazione rappresenta una legge universale per il mutamento sociale. Esso asserisce che l'invenzione è una condizione necessaria nel cambiamento, tuttavia il cambiamento è effettivamente realizzato solamente quando un grande numero di persone adotta l'invenzione, ovvero quando il modo di agire dell'innovatore viene imitato. I processi di diffusione, come risultato di un comportamento imitativo, trovano una connessione diretta con una teoria psico-sociologica denominata *social learning theory*. Tale dottrina afferma che i cambiamenti di comportamento di un individuo avvengono attraverso lo scambio di informazioni tra membri all'interno di un sistema sociale.

Nell'ambito della modellazione statistica i processi di diffusione rappresentano un caso molto particolare di serie storica, in quanto il fenomeno è effettivamente esprimibile attraverso un insieme di dati indicizzati dal tempo, ma esso manifesta tuttavia fasi di crescita molto accelerate seguite da fasi di saturazione, difficilmente descrivibili da una funzione polinomiale in  $t$ . Andamenti come questi possono essere descritti da una particolare classe di funzioni, chiamate generalmente *curve di crescita*, che trovano applicazioni in molte aree, tra cui l'economia, la demografia, la biologia e la chimica. Le caratteristiche comuni di tali curve sono quelle di non essere lineari nei parametri e di possedere un asintoto orizzontale per  $t \rightarrow +\infty$ , il che implica la tendenza alla saturazione del processo descritto. Alcuni esempi di funzioni di crescita sono la *curva esponenziale modificata*, la già citata *curva logistica*, la *curva di Gompertz* e i *modelli di Bass*. Il presente lavoro si limiterà allo studio dettagliato ed approfondito dei *modelli di Bass*, ovvero i modelli più conosciuti ed utilizzati per rappresentare il ciclo di vita di un nuovo prodotto, poiché offrono evidenza teorica ed empirica ai processi di innovazione-imitazione di cui già in parte si è detto.

In questa trattazione i modelli di Bass verranno utilizzati in un particolare contesto tecnologico, quello energetico, per modellare e descrivere la diffusione della tecnologia dei reattori nucleari per la produzione di energia elettrica. Come si avrà modo di chiarire anche in seguito, in questo particolare contesto il concetto di “innovatore” deve essere attribuito a quegli Stati che per primi adottarono tale tecnologia (come Stati Uniti, Francia e Giappone), e il concetto di “imitatore” agli Stati che adottarono la tecnologia successivamente, anche attraverso politiche internazionali e reciproche influenze (*cross-country influences*). All’indomani del disastro nucleare di Fukushima, avvenuto l’11 marzo 2011, il tema della produzione di energia elettrica tramite fissione nucleare è tornato particolarmente attuale, costringendo Stati e governi a elaborare nuove politiche energetiche o a rivedere i propri programmi, alla luce delle conseguenze del disastro avvenuto in Giappone. Il presente elaborato si pone l’obiettivo di analizzare con metodi statistici l’evoluzione che tale tecnologia ha subito dal 1954, anno dell’accensione del primo reattore nucleare nel mondo, fino a oggi, cercando di prevederne inoltre un possibile scenario futuro. I risultati che si otterranno metteranno in evidenza come la tecnologia della fissione nucleare fosse in crisi ben prima del disastro avvenuto nel Sol Levante.

La tesi è strutturata come segue. Nel capitolo 1 viene presentata teoricamente la classe dei modelli di Bass per la diffusione delle innovazioni, nelle due versioni di modello di Bass standard e modello di Bass generalizzato. Il capitolo 2 descrive i principali metodi numerici di implementazione statistica di tali modelli, e propone una sintesi relativa ai tradizionali modelli per l’analisi delle serie storiche. Il capitolo 3 descrive gli aspetti salienti della storia della tecnologia della fissione nucleare, per poi concentrarsi all’applicazione concreta dei modelli di Bass alla serie di dati relativi all’accensione dei reattori nucleari nel mondo. La sezione conclusiva è dedicata ad alcune considerazioni finali sul lavoro svolto e sugli scenari energetici che possono prospettarsi in futuro.

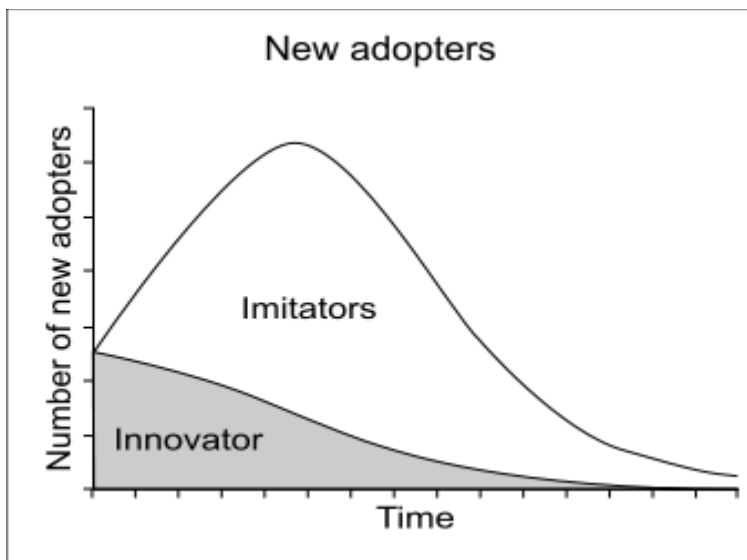


# Capitolo 1- Modelli di diffusione: modello di Bass standard e generalizzato

## 1.1 Modello di Bass standard

Il Modello di Bass (Bass,1969) descrive il ciclo di vita di un'innovazione, nelle sue fasi caratteristiche di lancio, crescita, maturità e declino. La finalità di tale modellazione è di predire l'evoluzione nel tempo delle vendite di un nuovo prodotto, come risultato delle decisioni di acquisto di un dato insieme di potenziali adottanti. Si assume che tali decisioni

Figura 2 - Le 2 classi di adottanti nel BM



di acquisto siano influenzate da due tipologie di informazione: una esterna, come i mass media e la comunicazione istituzionale, e una interna, definita passaparola (word of mouth). Queste due fonti di informazione sono in qualche modo “concorrenti”, in quanto creano due gruppi distinti di adottanti. I componenti del gruppo influenzato unicamente dalle fonti esterne

vengono denominati *innovatori*, i restanti, influenzati solamente dalle interazioni sociali vengono chiamati *imitatori*. Uno dei grandi vantaggi relativi al modello di Bass è la possibilità concreta di illustrare la fase iniziale di diffusione attraverso la presenza degli innovatori. In particolare si assume che esistano dei clienti, gli innovatori appunto, che adottano il prodotto nelle fasi iniziali del ciclo di vita, precedendo gli imitatori, che viceversa si attivano solo in un secondo momento. In questo senso il modello di Bass riconosce il ruolo degli sforzi iniziali di comunicazione realizzate dalle imprese, caratteristica che un modello logistico puro non riesce a cogliere.

La rappresentazione formale del modello di Bass è una equazione differenziale di primo ordine

$$z'(t) = \left(p + q \frac{z}{m}\right) (m - z) \quad (1.1)$$

che può essere riscritta come

$$z'(t) = p(m - z) + q \frac{z}{m} (m - z). \quad (1.2)$$

Questa equazione indica che la variazione nel tempo delle adozioni,  $z'(t)$ , è proporzionale al mercato residuo,  $(m - z)$ , dove  $m$  è il *mercato potenziale* e  $z(t)$  rappresenta il numero cumulato di adozioni al tempo  $t$ . Si noti che il mercato potenziale  $m$  descrive *il numero massimo di adozioni realizzabili nel ciclo di vita* e il suo valore è assunto *costante* lungo tutto il processo di diffusione. Il mercato residuo è regolato da due parametri,  $p$  e  $q$ . Il parametro  $p$  rappresenta l'effetto delle influenze esterne, quali la pubblicità e la comunicazione istituzionale, mentre il parametro  $q$  è chiamato coefficiente di imitazione, la cui rilevanza è modulata dalla frazione  $\frac{z}{m}$ , che al tempo  $t=0$  è evidentemente zero. Si noti che al tempo  $t=0$ ,  $z'(t) = pm$ : questo è il livello costante di adottanti (innovatori) all'inizio del processo di diffusione. Dalla prima formulazione dell'equazione si nota che gli innovatori sono presenti ad ogni stadio della diffusione, sebbene con un peso sempre minore. Dalla seconda formulazione dell'equazione è evidente la co-esistenza dei due gruppi di adottanti: il primo addendo è riferito agli innovatori, mentre il secondo rappresenta il contributo dato dagli imitatori.

Il modello di Bass può inoltre essere interpretato come una *hazard function*, ovvero come la probabilità che un evento si realizzi al tempo  $t$  dato che non si è ancora realizzato. Si ha che

$$\frac{z'}{m - z} = p + q \frac{z}{m}. \quad (1.3)$$

L'equazione (1.3) descrive la probabilità condizionata di un'adozione al tempo  $t$ , risultante dalla somma delle probabilità di due eventi indipendenti,  $p$  e  $q \frac{z}{m}$ : questo esclude dal modello l'adozione dovuta ad entrambi gli effetti combinati, assumendo che la decisione

finale di acquisto sia determinata da una sola tipologia di influenza (interna o esterna). Questa separazione degli effetti genera le due classi di adottanti distinti che si sono definite inizialmente. Tali classi sono tuttavia *categorie latenti*, poiché i dati aggregati sulle adozioni non forniscono chiaramente evidenza concreta di questo.

### 1.1.1 Soluzione del modello di Bass

Se si denota  $y = \frac{z}{m}$  si può equivalentemente riscrivere il modello di Bass con la seguente equazione

$$y' = (p + qy)(1 - y) \quad (1.4)$$

oppure

$$y' + qy^2 + (p - q)y - p = 0. \quad (1.5)$$

Si noti che l'ultima equazione rappresenta un caso particolare di equazione differenziale: l'equazione di Riccati (si veda Guseo, 2004). Nel modello di Bass le soluzioni reali dell'equazione caratteristica  $ax^2 + bx + c = 0$  definite tramite la formula  $r_i = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  sono  $r_1 = -\frac{p}{q}$  e  $r_2 = 1$ . In generale, i termini  $y'$  e  $1 - y$  sono positivi,  $p$  e  $q$  sono anch'essi positivi, per cui risulta che  $r_1 < 0 < r_2$ . Dunque le soluzioni asintotiche sono  $-\frac{p}{q}$  e 1 sotto la condizione iniziale che  $y(0) = 0$ . La soluzione in forma chiusa per il modello di Bass è una speciale distribuzione cumulata

$$y(t) = \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + \frac{q}{p}e^{-(p+q)t}}. \quad (1.6)$$

La dinamica del processo di diffusione viene descritta dalla *proporzione di adottanti*  $y(t)$ , attraverso l'azione dei parametri di diffusione  $p$  e  $q$ .

Volendo riferire il processo alla sua scala assoluta di rappresentazione, il *numero di adottanti*  $z(t)$ , è sufficiente moltiplicare  $y(t)$  per il mercato potenziale  $m$ , che agirà come parametro di scala del processo

$$z(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)t}} \quad (1.7)$$

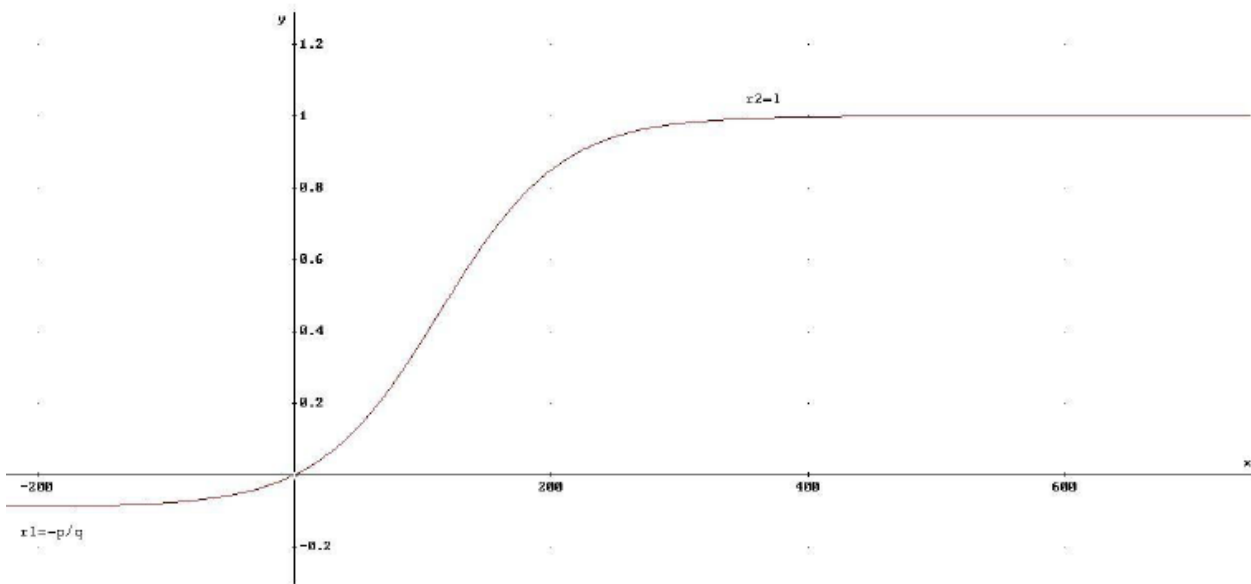


Figura 3 - Modello di Bass: adozioni cumulate. Il modello descrive una saturazione

Essendo  $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = r_2$  e conseguentemente  $\lim_{t \rightarrow +\infty} z(t) = mr_2$ , si noti che il comportamento asintotico della diffusione in termini assoluti,  $z(t)$ , è controllato dalla dimensione del mercato potenziale  $m$ , poiché  $r_2 = 1$ .

Le equazioni (1.6) e (1.7) individuano le adozioni cumulate al tempo  $t$ , mentre se si è interessati alle adozioni istantanee periodo per periodo si utilizza la derivata prima, che corrisponde alla funzione di densità

$$y(t) = \frac{p(p+q)^2 e^{-(p+q)t}}{(p+q e^{-(p+q)t})^2} \quad (1.8)$$

o alla rispettiva versione assoluta

$$z(t) = m \frac{p(p+q)^2 e^{-(p+q)t}}{(p+q e^{-(p+q)t})^2} \quad (1.9)$$

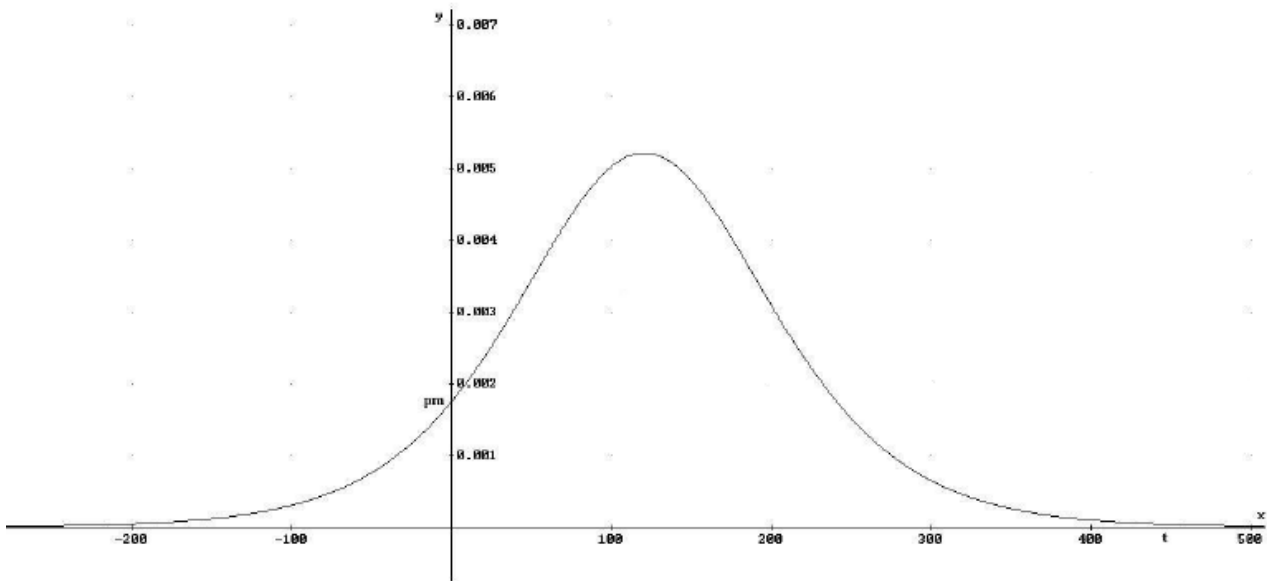


Figura 4 - Modello di Bass: adozioni istantanee

Le adozioni istantanee evidenziano la presenza di un *picco*, ovvero il punto di massima crescita della diffusione, dopo il quale il processo inizia a decrescere. E' facile capire che da un punto di vista strategico il picco rappresenta una stadio cruciale del processo di diffusione, dal momento che esso indica la fase di maturità del ciclo di vita del prodotto, dopo la quale inizia la fase di declino. Il tempo  $t^*$  in cui viene raggiunto il picco è dato da

$$t^* = \frac{\ln(q/p)}{(p+q)} \quad (1.10)$$

dove la funzione cumulata assume il valore

$$z(t^*) = m(1/2 - p/2q) \quad (1.11)$$

Da notare quindi che nel punto di massimo le vendite cumulate  $z(t)$  assumono approssimativamente il valore  $m/2$ , poiché  $p$  è solitamente molto piccolo se comparato con  $q$ .

## **1.2 Introduzione delle variabili esogene: modello di Bass Generalizzato**

Una grande limitazione dei modelli di Bass è data dal fatto che tale modellazione non tiene conto dell'influenza esercitata dalle variabili del marketing mix sotto diretto controllo dei managers, quali prezzo strategico e pubblicità, sui processi di diffusione. In aggiunta, l'accorciamento dei cicli di vita dovuti alla rapida crescita delle generazioni successive di prodotti, specialmente quelli ad alta tecnologia, aumenta la necessità di avere un modello che tenga sotto controllo tali influenze. Bass, Jain and Kirshnan (2000) elencano una serie di proprietà desiderabili per un modello di diffusione con variabili di decisione: dovrebbe avere supporto empirico ed essere utile al management; dovrebbe avere una soluzione in forma chiusa ed essere facile da implementare; i parametri dovrebbero avere una diretta interpretazione ed essere facilmente comparabili in diverse situazioni. Un modello che presenta tutte queste proprietà, formalizzato da Bass, Krishnan e Jain (1994), è il modello di Bass generalizzato (GBM). Concepito per tenere in considerazione sia strategie di prezzo che di comunicazione, il modello di Bass generalizzato amplia la struttura del modello di Bass moltiplicando la sua forma base per una funzione di intervento  $x(t)$ . Tale funzione  $x(t) = x(t, \vartheta)$ ,  $\vartheta \in R^k$  è una funzione integrabile in domini limitati e non negativa. Il modello di Bass generalizzato presenta quindi una struttura estremamente semplice:

$$z'(t) = \left(p + q \frac{z}{m}\right) (m - z)x(t) \quad (1.12)$$

e la sua soluzione in forma chiusa, sotto la condizione iniziale  $z(t = 0) = 0$  è

$$z(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}. \quad (1.13)$$

Una caratteristica interessante del modello di Bass generalizzato è data dal fatto che, ponendo  $x(t) = 1$  (nessun cambiamento in prezzo e pubblicità), il modello si riduce ad un modello di Bass standard. Inoltre, se il cambiamento percentuale in prezzo e pubblicità rimane lo stesso da un periodo al successivo, la funzione  $x(t)$  si riduce ad una costante, ritornando ancora una volta al modello di Bass standard.

Una particolarità degna di nota è data dal fatto che i parametri  $m$ ,  $p$  e  $q$  non sono modificati dalla funzione di intervento esterna. La funzione  $x(t)$  agisce sulla *forma* naturale della diffusione, modificandone la sua struttura temporale ma non i valori dei suoi parametri interni; l'effetto rilevante di  $x(t)$  è di *anticipare o ritardare le adozioni*, ma non di aumentarle o diminuirle. In altre parole, la funzione  $x(t)$  rappresenta tutte le strategie applicate per tenere sotto controllo la tempistica di un processo di diffusione, ma non la sua dimensione. Sebbene questa funzione fosse stata concepita originariamente per rappresentare le variabili del marketing mix, la sua struttura è così generale e semplice che può assumere varie forme, al fine di descrivere molteplici azioni esterne oltre alle strategie di marketing: ad esempio, si adatta bene a descrivere fenomeni che possono interagire coi processi di diffusione, quali interventi politici, ambientali e cambiamenti tecnologici. Di seguito si propongono alcuni semplici ed efficaci esempi di funzione  $x(t)$  tratti da Guseo (2004), che si sono rivelati di estrema utilità per descrivere diversi tipi di perturbazione.

## 1.2.1 Impulsi esponenziali

Una perturbazione drastica, il cui effetto è forte e veloce, può essere modellata attraverso una funzione a componenti esponenziali come

$$x(t) = 1 + c_1 e^{b_1(t-a_1)} I_{t \geq a_1} + c_2 e^{b_2(t-a_2)} I_{t \geq a_2} + c_3 e^{b_3(t-a_3)} I_{t \geq a_3} \quad (1.14)$$

dove i parametri  $c_i$ ,  $i=1,2,3$  rappresentano il segno e l'intensità dello shock;  $b_i$ ,  $i=1,2,3$  descrivono la durata degli effetti provocati, sono negativi se la memoria delle perturbazioni decade alla posizione stazionaria (lo shock si riassorbe);  $a_i$ ,  $i=1,2,3$  denota il tempo di inizio della perturbazione, quindi  $(t - a_i)$  deve essere positivo. Le funzioni indicatrici assumono il valore 1 se l'evento indicato a deponente è verificato e 0 altrimenti. Queste ultime svolgono un ruolo essenziale poiché consentono l'attivazione selettiva dell'impulso in funzione dell'appartenenza di  $t$  al dominio descritto. L'integrale definito corrispondente alla funzione  $x(t)$  assume la forma

$$\begin{aligned} \int_0^t x(\tau) d\tau &= t + c_1 \frac{1}{b_1} (e^{b_1(t-a_1)} - 1) I_{t \geq a_1} + \\ &+ c_2 \frac{1}{b_2} (e^{b_2(t-a_2)} - 1) I_{t \geq a_2} + \\ &+ c_3 \frac{1}{b_3} (e^{b_3(t-a_3)} - 1) I_{t \geq a_3} \end{aligned} \quad (1.15)$$

## 1.2.2 Impulsi rettangolari

Un intervento stabile che influisce sul processo di diffusione per un periodo relativamente lungo, quali misure istituzionali e regolamenti, può essere descritto da una funzione a componenti rettangolari

$$x(t) = 1 + c_1 I_{t \geq a_1} I_{t \leq b_1} + c_2 I_{t \geq a_2} I_{t \leq b_2} + c_3 I_{t \geq a_3} I_{t \leq b_3} . \quad (1.16)$$

In questo caso i parametri  $c_i$ ,  $i=1,2,3$  descrivono l'intensità della perturbazione e possono essere sia positivi che negativi, mentre i parametri  $[a_i, b_i]$ ,  $i=1,2,3$  definiscono l'intervallo



temporale nel quale avviene lo shock. Una tale formalizzazione traduce un comportamento transitorio stazionario. Come in precedenza, le funzioni indicatrici assumono il valore 1 se l'evento indicato a deponente è verificato e 0 altrimenti. L'integrale definito corrispondente alla funzione  $x(t)$  assume la forma

$$\begin{aligned} \int_0^t x(\tau) d\tau = & t + c_1(t - a_1)I_{t \geq a_1}I_{t \leq b_1} + c_1(b_1 - a_1)I_{t > b_1} + \\ & + c_2(t - a_2)I_{t \geq a_2}I_{t \leq b_2} + c_2(b_2 - a_2)I_{t > b_2} + \\ & + c_3(t - a_3)I_{t \geq a_3}I_{t \leq b_3} + c_3(b_3 - a_3)I_{t > b_3} \end{aligned} \quad (1.17)$$

### 1.2.3 Impulsi misti

In determinati casi la funzione  $x(t)$  può contenere al suo interno interventi di natura differente che descrivono localmente perturbazioni strutturalmente dovute a cause molto diverse. Il caso più semplice è costituito da una coppia di impulsi, il primo esponenziale, il secondo rettangolare (ma naturalmente l'ordine può essere invertito).

$$x(t) = 1 + c_1 e^{b_1(t-a_1)} I_{t \geq a_1} + c_2 I_{t \geq a_2} I_{t \leq b_2} . \quad (1.18)$$

I parametri coinvolti nella (1.18) hanno il significato già descritto nei casi precedenti. L'integrale definito corrispondente alla funzione  $x(t)$  assume la forma

$$\begin{aligned} \int_0^t x(\tau) d\tau = & t + c_1 \frac{1}{b_1} (e^{b_1(t-a_1)} - 1) I_{t \geq a_1} + \\ & + c_2 (t - a_2) I_{t \geq a_2} I_{t \leq b_2} + c_2 (b_2 - a_2) I_{t > b_2} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Come sarà chiarito anche successivamente, la possibilità di definire una funzione flessibile  $x(t)$  consente un ampio utilizzo del modello di Bass generalizzato, GBM, che può essere applicato per modellare vari tipi di azioni esterne che influiscono su un processo di diffusione, in particolare quando questo è significativamente soggetto ad aspetti istituzionali, politiche e a fattori economici e sociali.



# Capitolo 2- Identificazione statistica dei modelli di Bass

L'utilizzo dei modelli di Bass richiede la stima di tre parametri principali: parametro di innovazione,  $p$ , parametro di imitazione,  $q$ , e il mercato potenziale  $m$ . Questi tre parametri vengono solitamente stimati con dati cumulati di vendita: come riportato da Sultan, Farley e Lehmann (1990) valori nella media per  $p$  e  $q$  sono rispettivamente 0.03 e 0.38. La dimensione del mercato potenziale  $m$  è l'elemento più critico da valutare, poiché tende spesso ad essere sottostimato. Diversi studi empirici hanno evidenziato che le stime dei parametri, e le conseguenti previsioni, sono influenzate dal numero di dati disponibili per l'analisi, in particolare se limitati alla prima parte del ciclo di vita del prodotto. Stime dei parametri accurate si ottengono solitamente da dati che contengono il *picco* delle vendite, il che implica una qualche riduzione dell'utilità previsiva del modello. Mahajan, Muller e Bass (1990) sintetizzano efficacemente il problema: "parameter estimation for diffusion models is primarily of historical interest; by the time sufficient observation have been developed for reliable estimation, it is too late to use the estimates for forecasting purposes". Tuttavia, sebbene nei cicli di vita ad uno stadio avanzato di crescita la finalità previsiva sia effettivamente di importanza minore, la modellazione del fenomeno acquista valore dal punto di vista descrittivo, al fine di comprendere meglio come si sia sviluppato il processo di diffusione e quali influenze esterne né abbiano modificato la struttura. Studi empirici hanno dimostrato che il metodo dei minimi quadrati lineari (OLS) non è il criterio migliore per stimare i parametri di un modello di Bass, a causa di alcuni limiti come la tendenza a produrre parametri di segno negativo (probabilità negative). L'approccio tipicamente ritenuto come più affidabile per la stima dei parametri di un modello di Bass è il metodo dei minimi quadrati non lineari (NLS). Di seguito si propone una sintesi relativa alla regressione non lineare e ai metodi numerici di stima tipicamente utilizzati in quest'ambito (si veda Guseo, 2004 e Seber & Wild, 1989).

## 2.1 Regressione non lineare: metodi di stima

Si consideri un modello non lineare nei parametri a regressori fissi, del tipo

$$y_i = f(x_i; \theta^*) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

dove indichiamo con  $f$  la relazione funzionale nota (BM o GBM),  $y_i \in R$  la risposta del sistema e  $x_i$  vettore  $k \times 1$  di variabili esplicative (nei modelli di Bass l'unica variabile esplicativa è il tempo  $t$ ). Si ipotizza che  $E[\varepsilon_i] = 0$  ovvero che il modello sia corretto in media e che  $\theta^*$  sia l'incognito vero parametro  $\theta$ , ove  $\theta \in \Theta \subset R^p$ . Si indichi con  $\hat{\theta}$  una stima secondo i minimi quadrati dell'ignoto parametro  $\theta^*$  ottenuta minimizzando la devianza  $S(\theta)$  in  $\theta \in \Theta$ , ove  $S(\theta)$  è la somma dei quadrati degli scarti tra i valori  $y_i$  della variabile ed il generico modello  $f(x_i; \theta)$ ,

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i; \theta))^2 \quad (2.2)$$

A differenza del caso lineare si possono avere per  $S(\theta)$  minimi locali ed altrettanti minimi assoluti. Quando ogni  $f(x_i; \theta)$  è differenziabile in  $\theta$  e  $\hat{\theta}$  è interno a  $\Theta$ , allora  $\hat{\theta}$  soddisfa il seguente sistema di equazioni normali,

$$\frac{\partial S(\theta)}{\partial \theta_r | \hat{\theta}} = 0, \quad r = 1, 2, \dots, p \quad (2.3)$$

Si semplifichi la notazione ponendo  $f_i(\theta) = f(x_i; \theta)$  e si indichi con  $f(\theta)$  il vettore  $(f_1(\theta), f_2(\theta), \dots, f_n(\theta))'$ . Sia

$$F.(\theta) = \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta'} = \left[ \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial \theta_r} \right], i = 1, \dots, n \quad r = 1, \dots, p \quad (2.4)$$

la matrice jacobiana  $n \times p$  delle derivate parziali prime di  $f$  rispetto a  $\theta'$ . Passando alla notazione vettoriale la devianza  $S(\theta)$  diventa

$$S(\theta) = [y - f(\theta)]' [y - f(\theta)] = \|y - f(\theta)\|^2 \quad (2.5)$$

ovvero la norma al quadrato di  $\varepsilon = y - f(\theta)$ . Derivando la (2.5) rispetto a  $\theta$  ed eguagliando a zero si ottengono le usuali equazioni normali, in particolare,

$$-2F'(y - f(\theta)) = 0 \quad (2.6)$$

ossia

$$F'(y - f(\theta)) = 0 \quad (2.7)$$

cui corrisponde, sotto le assunzioni fatte, una soluzione  $\theta$ ; ovvero alla condizione di ortogonalità  $F \perp \varepsilon$ . Tale soluzione viene calcolata mediante opportune tecniche iterative descritte sinteticamente di seguito.

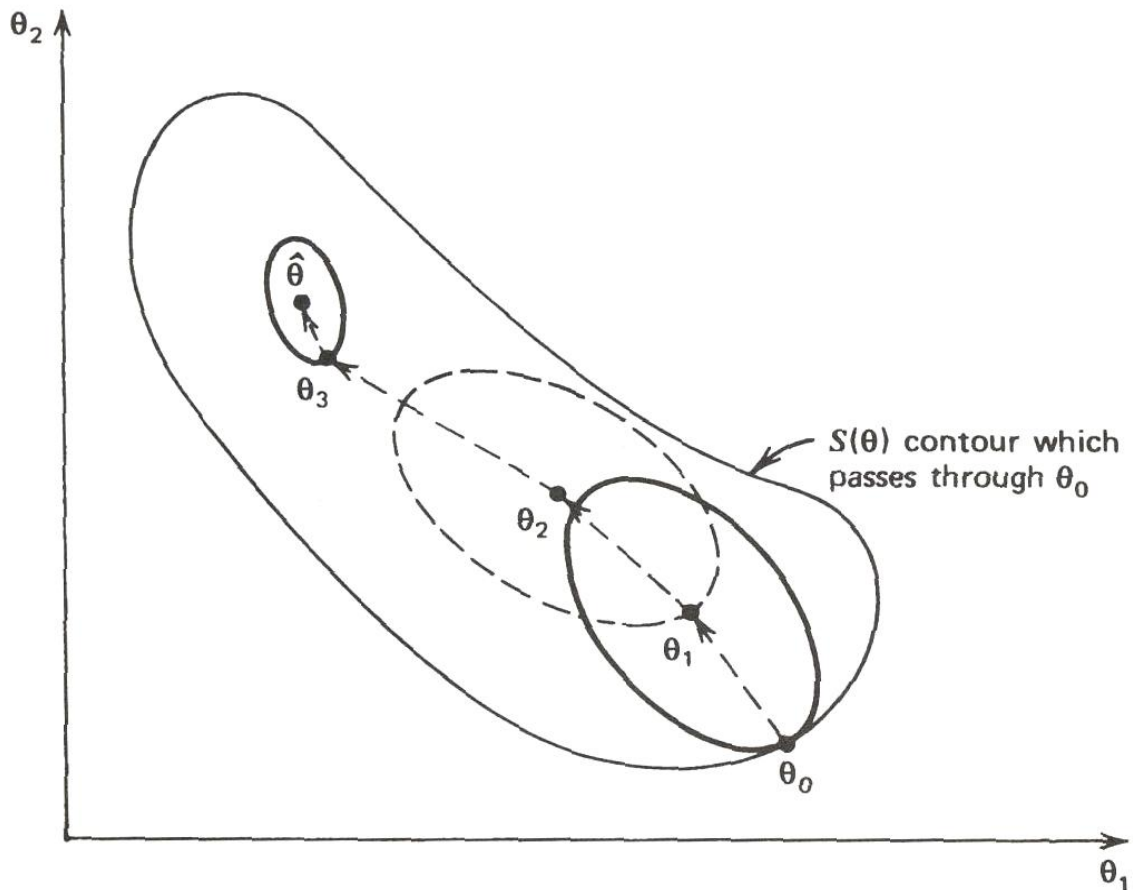


Figura 5 - Rappresentazione grafica di un processo di stima (tratto da Draper & Smith, 1981)

## 2.2 Metodi numerici di stima

### 2.2.1 Metodo di Gauss – Newton

Si consideri un vettore iniziale di parametri  $\theta_a$  ritenuto una buona approssimazione di  $\hat{\theta}$ . Si sviluppi in serie di Taylor troncata al primo ordine il vettore  $f(\theta)$  in un intorno del punto  $\theta_a$

$$f(\theta) \approx f(\theta_a) + F_{\cdot a}(\theta - \theta_a) \quad (2.8)$$

e si ponga per semplicità  $F_{\cdot a} = F_{\cdot}(\theta_a)$ . E' dunque possibile approssimare in termini lineari la devianza

$$\begin{aligned} S(\theta) &= [y - f(\theta)]'[y - f(\theta)] \\ &\approx [y - f(\theta_a) + F_{\cdot a}(\theta - \theta_a)]'[y - f(\theta_a) + F_{\cdot a}(\theta - \theta_a)] \\ &= [z - F_{\cdot a}\beta]'[z - F_{\cdot a}\beta], \end{aligned} \quad (2.9)$$

ove si è posto  $z = y - f(\theta_a)$  e  $\beta = (\theta - \theta_a)$ . In questo modo si è ottenuto è un modello lineare, per cui il minimo in  $\hat{\beta}$  si consegue per  $\hat{\beta} = (F_{\cdot a}' F_{\cdot a})^{-1} F_{\cdot a}' z$  e quindi

$$\hat{\beta} = (\theta_b - \theta_a) = (F_{\cdot a}' F_{\cdot a})^{-1} F_{\cdot a}' (y - f(\theta_a)) = \delta_a \quad (2.10)$$

In altri termini, la seconda approssimazione è del tipo

$$\theta_b = \theta_a + \delta_a. \quad (2.11)$$

Si osservi che in corrispondenza del minimo  $\delta_a$  è nullo e l'aggiornamento si arresta. Si osservi inoltre che  $\delta_a$  è nullo quando  $F_{\cdot a}' (y - f(\theta_a))$  è nullo, ovvero quando è soddisfatta la condizione definita in precedenza con l'equazione (2.7).

## 2.2.2 Metodo di Levenberg - Marquardt

Il metodo di Levenberg – Marquardt introduce una sostanziale modifica all’algoritmo di Gauss – Newton, eliminando eventuali fonti di singolarità dovute alla matrice  $(F_{\cdot a}' F_{\cdot a})$ . Il nuovo passo di aggiornamento introduce una opportuna matrice diagonale a rango pieno

$$\delta_a = (F_{\cdot a}' F_{\cdot a} + \eta_a D_a)^{-1} F_{\cdot a}' (y - f(\theta_a)) \quad (2.12)$$

ove  $D_a$  è diagonale con elementi positivi, nei casi più semplici  $D_a = I_p$ . Si osservi che comunque, in corrispondenza della soluzione, è soddisfatta la condizione di ortogonalità  $\widehat{F}' (y - f(\widehat{\theta})) = 0$ . Il parametro  $\eta_a$  viene modificato in funzione del valore  $S(\theta)$ .

## 2.3 Analisi dei residui

### 2.3.1 Introduzione

Come esposto in Guseo (2004), il tipico modello di regressione non lineare nei parametri,  $\beta \in R^k$ , può essere descritto dalla somma di due componenti,

$$Z_t = Z(t) = f(\beta, t) + \varepsilon(t) \quad (2.13)$$

ove  $Z(t)$  è la risposta del sistema che dipende dal tempo  $t$ ;  $f(\beta, t)$  è la componente deterministica, funzione reale nota dell’incognito parametro multiplo  $\beta \in R^k$  e del tempo  $t$ . La seconda componente,  $\varepsilon(t)$ , è rappresentabile come un *processo stocastico* che descrive il disturbo residuale. In genere si assume che gli errori  $\varepsilon_t$  siano di media nulla,  $E[\varepsilon_t] = 0$ , che la varianza sia omoschedastica,  $Var[\varepsilon_t] = \sigma^2$ , e che non vi sia presenza di autocorrelazione tra disturbi distinti,  $\sigma_{\varepsilon(t), \varepsilon(t')} = 0$ ,  $t \neq t'$ . Queste tre condizioni contraddistinguono il processo stocastico stazionario denominato *white noise*. Nelle applicazioni concrete si può osservare frequentemente che tali assunzioni non risultano verificate. In particolare è piuttosto comune cogliere un’autocorrelazione positiva tra i residui, che può richiedere una trattazione specifica con opportuni modelli per l’analisi delle serie storiche, una volta stimato il trend con il modello di Bass.

Ad esempio, un affinamento ARMA sulla serie dei residui

$$\hat{\varepsilon}_t = y(t) - f(\hat{\beta}, t) \quad (2.14)$$

può completare in modo efficiente l'analisi. A tale scopo le sezioni seguenti offrono una breve descrizione, tratta da Di Fonzo, Lisi (2005), di alcuni modelli utilizzati più comunemente per l'analisi delle serie storiche.

### 2.3.2 Processi stocastici

Si consideri uno spazio di probabilità  $(\Omega, F, P)$ , dove  $\Omega$  è lo spazio degli eventi elementari,  $F$  una  $\sigma$ -algebra su  $\Omega$  e  $P$  una misura di probabilità. Dato uno spazio parametrico  $T$ , si definisce processo stocastico una funzione finita e a valori reali di  $\omega \in \Omega$  e  $t \in T$  tale che, per ogni  $t$ ,  $Y_t(\omega)$  è una funzione misurabile di  $\omega$ . Un processo stocastico è quindi una funzione di due variabili di natura differente:  $t$ , di natura matematica, che ha la funzione di ordinare cronologicamente la famiglia di v.c;  $\omega$ , evento che identifica su  $\Omega$  quale risultato si verifica per  $t$  fissato. Un processo stocastico può dunque essere considerato come una serie di variabili casuali dipendenti dal tempo.

$$\{Y_t, t = t_1, t_2, \dots\}. \quad (2.15)$$

Per rappresentare in modo completo un processo stocastico sarebbe necessario indicare la distribuzione di probabilità congiunta di  $(Y_{t_1}, \dots, Y_{t_n})$  per ogni classe di istanti  $t_1, \dots, t_n$  e per ogni valore di  $n$ . I processi stocastici per semplicità vengono tuttavia solitamente descritti sulla base dei soli momenti, in particolare dei primi due, delle v.c.  $Y_t$ . Infatti al variare di  $t$  media, varianza e covarianza definiscono le seguenti funzioni a valori reali

*Funzione Media*

$$\mu_t = E[Y_t] \quad (2.16)$$



### Funzione Varianza

$$\sigma_t^2 = \text{Var}[Y_t] = E[Y_t - \mu_t]^2 \quad (2.17)$$

### Funzione Autocovarianza

$$\gamma_{t_1 t_2} = E\{[Y_{t_1} - \mu_{t_1}][Y_{t_2} - \mu_{t_2}]\}. \quad (2.18)$$

Il significato di media e varianza di un processo stocastico sono l'estensione del concetto di media e varianza di una v.c. L'autocovarianza è la covarianza tra le v.c. del *medesimo* processo stocastico, distanziate fra loro di uno *sfasamento temporale* pari a  $k = |t_2 - t_1|$ . All'autocovarianza si preferisce solitamente la sua versione *normalizzata*, di più facile interpretazione: si definisce pertanto la *funzione di autocorrelazione* (ACF)

$$\rho_{t_1 t_2} = \frac{\gamma_{t_1 t_2}}{\sigma_{t_1} \sigma_{t_2}} \quad (2.19)$$

che è una misura della correlazione tra  $Y_{t_1}$  e  $Y_{t_2}$ .

Nell'ambito delle serie storiche, una parte della correlazione tra le variabili  $Y_t$  e  $Y_{t-k}$  può essere dovuta alla correlazione esistente con le  $Y_{t-1}, \dots, Y_{t-k+1}$  variabili intermedie. Si definisce quindi funzione di autocorrelazione parziale (PACF)

$$P_k = \text{Corr}(Y_t, Y_{t-k} | Y_{t-1}, \dots, Y_{t-k+1}) \quad (2.20)$$

la funzione che misura l'autocorrelazione tra  $Y_t$  e  $Y_{t-k}$  al netto della dipendenza lineare con le variabili  $Y_{t-1}, \dots, Y_{t-k+1}$ .

Un processo stocastico è definito *debolmente stazionario* se la sua media è costante e se la sua funzione di autocovarianza dipende unicamente dallo sfasamento temporale  $k$ , di modo che

$$\begin{aligned} E[Y_t] &= \mu & \forall t \\ \text{Cov}[Y_t, Y_{t+k}] &= \gamma_k & \forall t, \forall k \end{aligned} \quad (2.21)$$

Di seguito sono presentati alcuni importanti processi stocastici stazionari.

### 2.3.3 Processo rumore bianco

Il processo *white noise* è uno dei più importanti processi stocastici. Si tratta di  $\{\varepsilon_t\}$  variabili casuali di media zero e varianza costante incorrelate in tempi successivi. La funzione di autocorrelazione di un processo *white noise* è:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k = \pm 1, \pm 2 \dots \end{cases} \quad (2.22)$$

La funzione di autocorrelazione parziale,  $P_k$ , è identicamente uguale a  $\rho_k$  poiché le componenti del processo sono serialmente incorrelate.

### 2.3.4 Processo a media mobile MA(q)

Sia  $\{\varepsilon_t\}$  un processo *white noise* di media 0 e varianza  $\sigma_\varepsilon^2$ . Si definisce processo a media mobile di ordine  $q$ , MA( $q$ ),

$$Y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.23)$$

con  $\theta_j$  ( $j = 0, \dots, q$ ) parametri costanti. La variabile  $Y_t$  è interpretabile come una somma di impulsi casuali presenti e passati, l'intensità e il segno di tali impulsi sono determinati dai parametri  $\theta_j$ . Media e autocorrelazione di un processo MA( $q$ ) sono rispettivamente

$$E[Y_t] = E[\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}] = 0$$

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ \frac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} - \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} & k = 1, \dots, q \\ 0 & k > q \end{cases} \quad (2.24)$$

La funzione di autocorrelazione parziale  $P_k$  all'aumentare di  $k$  tende ad annullarsi, a seconda del valore dei parametri del processo, con un comportamento misto tra l'esponenziale e lo pseudoperiodico.

### 2.3.5 Processo autoregressivo AR(p)

Sia  $\{\varepsilon_t\}$  un processo *white noise* di media 0 e varianza  $\sigma_\varepsilon^2$ . Si definisce processo autoregressivo di ordine  $p$ , AR( $p$ ),

$$Y(t) = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.25)$$

con  $\phi_i (i = 0 \dots p)$  parametri costanti. La variabile  $Y_t$  è interpretabile come il risultato di una somma di valori passati, la cui intensità e segno sono determinati dai parametri  $\phi_i$ , e di uno *shock* casuale contemporaneo. La media di un processo AR( $p$ ) è pari a

$$\mu = E[Y_t] = \frac{\phi_0}{1 - \phi_1 - \dots - \phi_p} + \varepsilon_t \quad (2.26)$$

Questo risultato implica che la media di  $Y_t$  è zero se e solo se  $\phi_0 = 0$ . In un processo AR( $p$ ) stazionario l'ACF  $\rho_k$  tende ad annullarsi all'aumentare di  $k$ , mentre la funzione di autocorrelazione parziale  $P_k$  è diversa da zero per  $k \leq p$  e si annulla per  $k > p$ .

### 2.3.6 Processo autoregressivo a media mobile ARMA(p,q)

Sia  $\{\varepsilon_t\}$  un processo *white noise* di media 0 e varianza  $\sigma_\varepsilon^2$ . Si definisce processo autoregressivo a media mobile di ordine ( $p, q$ ), ARMA ( $p, q$ ),

$$Y(t) - \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} = \phi_0 + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (2.27)$$

Tale classe di modelli, proposta da Box e Jenkins (1976), nasce da una combinazione di due forme pure di processi AR( $p$ ) e MA( $q$ ), al fine di avere una rappresentazione più parsimoniosa in termine di numerosità dei parametri. La media di un processo ARMA( $p, q$ ) è pari a zero se e solo se  $\phi_0 = 0$ .

La sua funzione di autocorrelazione è pari a

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{\gamma_k}{\gamma_0} & k = 0, 1, \dots, q \\ \phi_1 \rho_{k-1} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} & k \geq q + 1 \end{cases} \quad (2.28)$$

Per  $k > q$  l'ACF di un processo ARMA (p,q) tende ad annullarsi come per un processo AR(p), dipendentemente dai valori dei parametri autoregressivi  $\phi_i$ . La funzione di autocorrelazione parziale PACF per  $k > p$  tende a zero in maniera esponenziale come per un processo MA(q), dipendentemente dai valori dei parametri  $\theta_j$ .

### 2.3.7 Residui autocorrelati: la statistica di Durbin-Watson

Per valutare l'esistenza di autocorrelazione tra i residui di un modello di diffusione è possibile utilizzare il test di Durbin-Watson, che saggia l'ipotesi nulla di assenza di autocorrelazione contro l'ipotesi alternativa di presenza di autocorrelazione, sia essa positiva o negativa. La statistica test è:

$$d = \frac{\sum_{t=1}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n (e_t)^2} \quad (2.29)$$

Il valore della statistica di Durbin-Watson è sempre compreso tra 0 e 4. Un valore pari a 2 di tale statistica indica che non appare presente alcuna autocorrelazione. Valori piccoli di  $d$  indicano che i residui successivi sono, in media, vicini in valore l'uno all'altro, o correlati positivamente. Valori grandi di  $d$  indicano che i residui successivi sono, in media, molto differenti in valore l'uno dall'altro, o correlati negativamente. La distribuzione teorica della statistica di Durbin-Watson non è nota; tuttavia gli stessi Durbin e Watson hanno tabulato i valori critici per portare ad accettazione o rifiuto il test. Per verificare la presenza di autocorrelazione al livello di significatività  $\alpha$ , la statistica test  $d$  viene confrontata con dei valori critici inferiori e superiori ( $d_{L,\alpha}$  e  $d_{U,\alpha}$ ).

# Capitolo 3- Applicazione dei modelli di Bass al processo di diffusione dei reattori nucleari

## 3.1 Introduzione

L'energia nucleare é l'energia che lega la parte interna dell'atomo, cioè le particelle che compongono il nucleo. Il primo scienziato che intuì la possibilità di estrarre energia dal nucleo dell'atomo fu Albert Einstein, il quale formulò nel 1905 la sua teoria dell'*equivalenza tra materia ed energia*, espressa nella famosa formula:

$$E = mc^2 . \quad (3.1)$$

Essa consente di calcolare quanta energia ( $E$ ) si ottiene dalla modificazione di una certa quantità di materia ( $m$ ); la costante  $c^2$  corrisponde alla velocità della luce (300.000 km/s) elevata al quadrato. Dato il valore elevato della costante  $c$  è facilmente intuibile come ad una piccola variazione di materia  $m$  corrisponda una successiva liberazione di una grande quantità di energia. Per ricavare energia dal nucleo dell'atomo esistono due processi, uno opposto all'altro:

- la *fissione* (rottura) di un nucleo pesante come quello dell'uranio
- la *fusion*e (unione) dei nuclei leggeri come quelli di idrogeno.

Nelle centrali nucleari esistenti è operato il procedimento di *fissione* dei nuclei di uranio.

In una *reazione di fissione*, un nucleo di uranio o di un altro elemento pesante si scinde, per effetto del *bombardamento* con neutroni, formando una coppia di frammenti di nucleo e liberando una considerevole quantità di energia. Il processo è seguito da una rapida emissione di neutroni veloci, identici a quelli che hanno innescato la fissione del nucleo di uranio di partenza. Ciò consente l'inizio della cosiddetta *reazione a catena*, che consta in una serie autoalimentata di *fissioni nucleari*: i neutroni che vengono liberati nel processo di fissione possono a loro volta innescare il medesimo processo, con continuo sviluppo di energia. L'isotopo leggero dell'uranio, l'uranio 235, viene facilmente scisso per effetto dei neutroni prodotti durante la reazione di fissione e, scindendosi, emette 2 o 3 neutroni.

Per alimentare la reazione a catena è necessario un neutrone per ogni generazione di *fissioni nucleari*.



Figura 6 – Rappresentazione grafica della fissione dell'atomo

### 3.2 Funzionamento di una centrale elettro-nucleare

Una centrale nucleare funziona in modo simile ad una centrale termo-elettrica, con la differenza che il vapore necessario a far muovere le turbine viene prodotto nel reattore

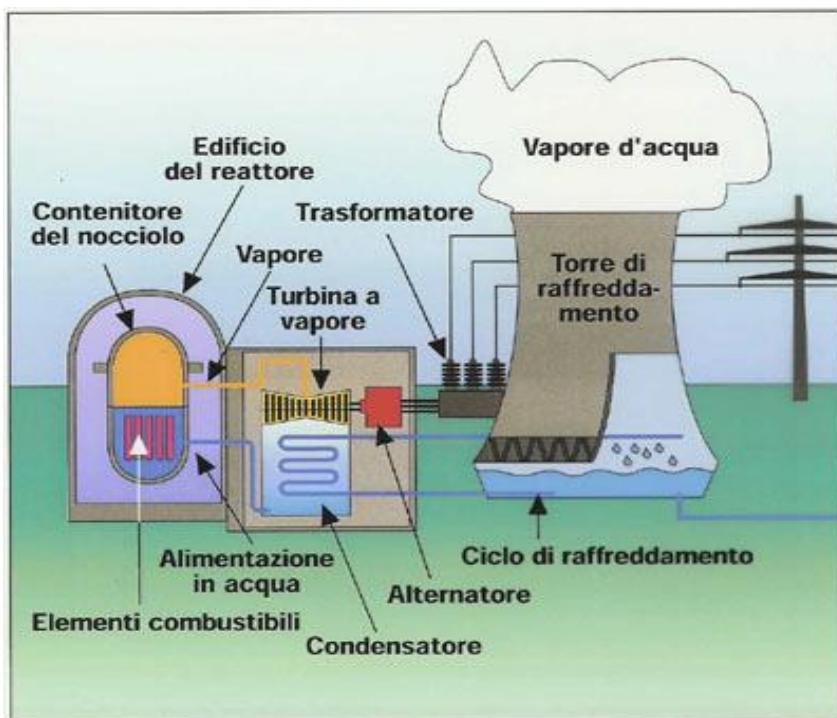


Figura 7 - Rappresentazione grafica di una centrale nucleare

attraverso la fissione dell'uranio. Nel nocciolo, la parte centrale del reattore, l'uranio arricchito è tipicamente disposto in lunghi cilindri, e tali cilindri sono raccolti in fasci. I fasci sono immersi in acqua in un recipiente a pressione, il vessel, nel quale l'acqua agisce come liquido di raffreddamento. Il nocciolo è formato da centinaia di barre

di combustibile, tipicamente uranio arricchito o plutonio, alternate con barre moderatrici di berillio o grafite, e barre di controllo, in genere di cadmio o boro.

Essendo in grado di assorbire neutroni, data la loro composizione, le barre di controllo evitano il surriscaldamento e monitorano le reazioni a catena. Infatti, a seconda della minore o maggiore profondità con cui le barre vengono inserite nel nocciolo, la reazione di fissione può essere accelerata, rallentata o anche arrestata, con conseguente variazione della potenza del reattore. In caso di necessità il loro inserimento completo provoca l'arresto praticamente istantaneo del reattore. I fasci di uranio agiscono come fonte di calore, riscaldando l'acqua e trasformandola in vapore. Il vapore d'acqua ad alta temperatura e pressione è canalizzato verso turbine gigantesche che, a loro volta, fanno roteare enormi generatori di corrente alternata che producono energia elettrica.

### **3.3 Diffusione della tecnologia**

*L'energia nucleare* nacque ufficialmente nel 1934 attraverso gli esperimenti di un gruppo di scienziati italiani sotto la guida del fisico Enrico Fermi. Gli studi proseguirono nel 1938 con il chimico tedesco Otto Hahn che per la prima volta riuscì a dimostrare il principio della fissione nucleare già nominato nei paragrafi precedenti: l'impatto di un neutrone con un nucleo di uranio 235 dà luogo alla divisione del nucleo e al successivo rilascio di una quantità considerevole di energia. Storicamente il primo reattore nucleare realizzato fu quello sperimentale-dimostrativo costruito dall'équipe di Enrico Fermi a Chicago, il reattore CP-1, in cui si conseguì la prima reazione a catena controllata ed autosostenuta il 2 dicembre 1942. Negli anni cinquanta gli studi militari sull'energia nucleare vennero dirottati anche all'uso civile, alla realizzazione cioè dei primi reattori nucleari e delle prime centrali elettro-nucleari. Il primo reattore ad uso civile fu realizzato nel dicembre del 1954 a Obninsk, URSS, producendo inizialmente solo 5 MW di energia. Sempre nel 1954 il presidente degli Stati Uniti, Eisenhower, approvò ufficialmente il progetto "Atom for Peace", al fine di appoggiare l'introduzione dell'energia nucleare in applicazioni civili per la produzione di elettricità. In seguito la potenza comune delle centrali nucleari crebbe velocemente, passando da meno di 1 GW nel 1960 a 100 GW alla fine degli anni settanta e 300 GW nei tardi anni ottanta. Dal 1980 la potenza è andata aumentando molto più lentamente, raggiungendo i 366 GW nel 2005. Tra il 1970 e il 1990 si cominciarono a costruire centrali per più di 50 GW di potenza, con un picco a oltre 150 GW nei primi anni ottanta. Durante gli anni settanta tuttavia, l'aumento dei costi economici, dovuti ai tempi di

costruzione delle centrali, e il calo dei prezzi dei combustibili fossili resero la fabbricazione di nuovi impianti meno interessante dal punto di vista economico. Si pensi che 2/3 di tutti gli impianti nucleari pianificati dopo il gennaio 1970 furono alla fine cancellati. Inoltre, la crescita più lieve della potenza erogata e la liberalizzazione dell'elettricità hanno contribuito negli anni ottanta e novanta a rendere la tecnologia sempre meno attraente, e nel 1990 per la prima volta nella storia il numero di spegnimenti dei reattori superò il numero delle accensioni. Come si esaminerà meglio nel seguito analizzando i dati, la maggior parte delle centrali nucleari fu connessa alla rete elettrica nel decennio che va dal 1965 al 1975, con un *picco locale* nel 1974 con 26 accensioni e un *picco massimo* di 33 accensioni raggiunto negli anni 1984 e 1985.

Incidenti quali quello di Three Mile Island (USA) nel 1979 e il disastro di Chernobyl del 1986, di cui si parlerà in seguito, diedero vita negli ultimi venti anni del XX secolo ad alcuni movimenti che ostacolarono la costruzione di nuovi impianti in molte nazioni. L'Associazione Mondiale di Operatori del Nucleare (WANO) venne creata nel 1989 allo scopo di sostenere la cultura della sicurezza e lo sviluppo professionale degli operatori impiegati nel campo dell'energia nucleare. In Irlanda, Nuova Zelanda e Polonia l'opposizione impedì lo sviluppo di programmi nucleari, mentre in Italia (1987 e 2011) attraverso un referendum si interruppe l'utilizzo di tale tecnologia. Interessante è monitorare lo sviluppo delle politiche energetiche attuate in Giappone al seguito del disastro di Fukushima avvenuto l'11 marzo 2011, la cui dinamica sarà descritta nei paragrafi seguenti. Il 6 maggio 2011 il premier giapponese Naoto Kan ha richiesto la chiusura temporanea della centrale nucleare di Hamaoka, a sud di Tokio, in quanto giudicata ad alto rischio sismico. A metà maggio, a causa anche delle incessanti notizie negative sul fronte della soluzione del disastro, il Giappone ha deciso di abbandonare i piani di costruzione relativi a 14 nuovi reattori. Per i motivi sopracitati o per normali procedure di manutenzione e ricarica del combustibile, durante tutto il corso del 2011 fino al 5 maggio 2012, in Giappone sono state sistematicamente spente tutte le centrali, lasciando quindi la nazione per la prima volta dopo 42 anni senza alcun reattore nucleare produttivo.



Il 16 giugno 2012 il governo giapponese ha disposto, tra le numerose proteste da parte della popolazione, il riavvio dei reattori n.3 e 4 della centrale nucleare di Oi, manovra resa necessaria per sopperire al grave calo energetico che si era venuto a creare.

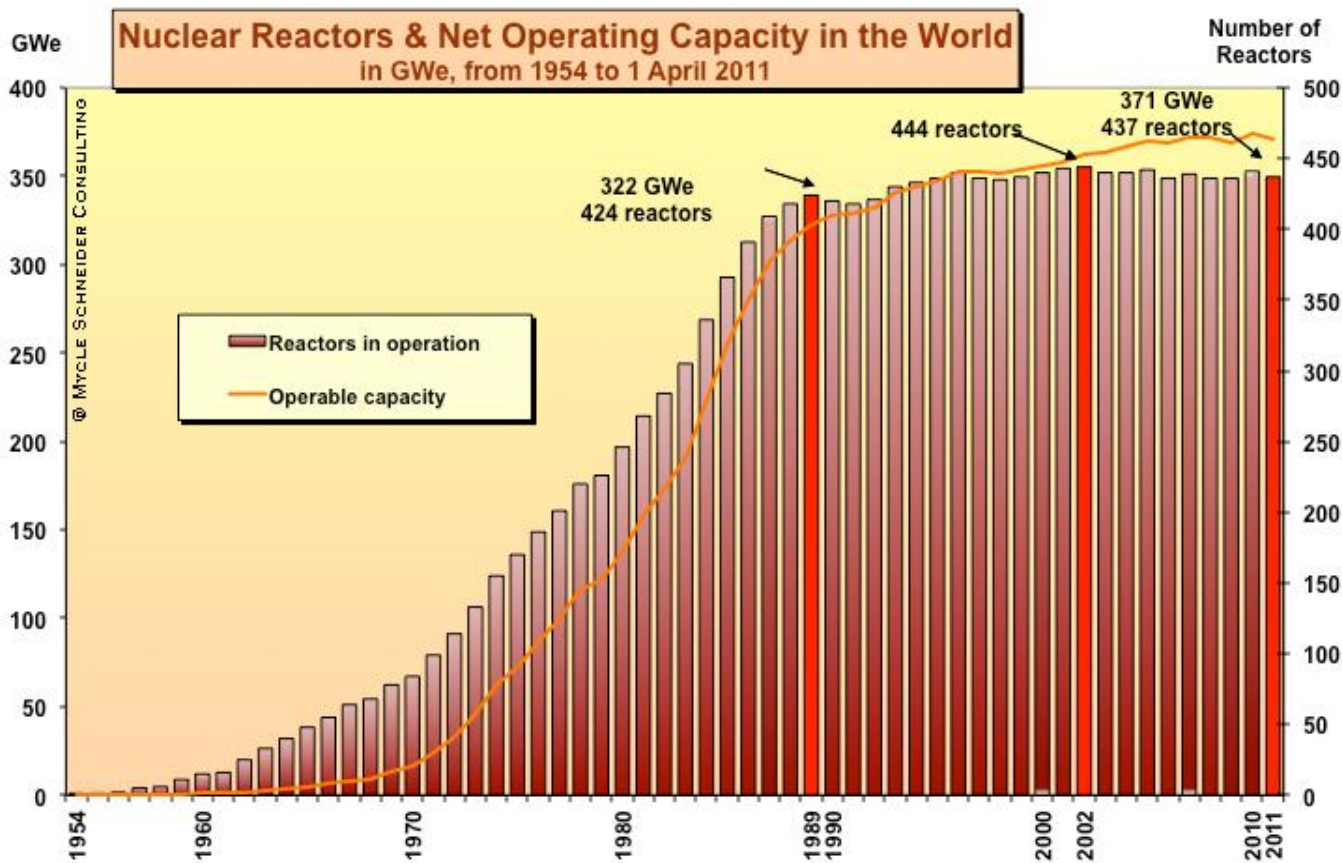


Figura 8 - Andamento storico dei reattori

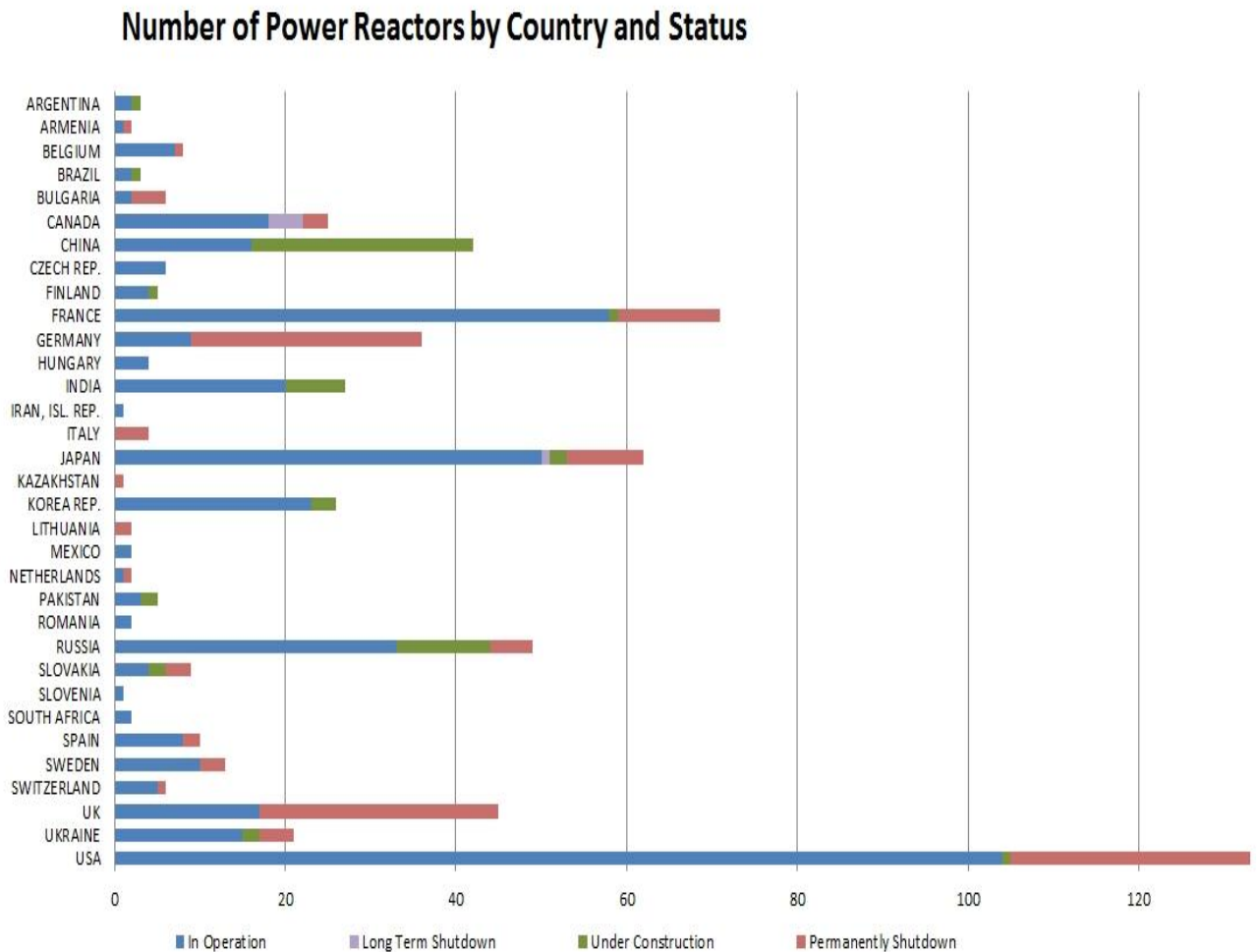
Come si può notare dal grafico in Figura 8, dall'inizio della commercializzazione della fissione, avvenuta a metà degli anni cinquanta, la potenza nucleare ha subito una diminuzione in termini di energia erogata totale negli anni 1998, 2008 e 2009; nel 2010 è invece aumentata di 5,5 GW. Nonostante sette unità operative in meno, nel 2011 l'energia elettrica totale prodotta dai reattori è stata comunque superiore di circa 8GW rispetto al 2002. Ciò è dovuto a un effetto combinato: di sostituzione di unità piccole con unità di potenza maggiore e, soprattutto, di alterazioni tecniche negli impianti esistenti, un processo conosciuto come "uprating". L'aumento di capacità avvenuto nel 2010 è imputabile per almeno 1,8 GW all'uprating. Nel giugno 2012 si contano 435 reattori nucleari attivi, presenti in 31 nazioni di quattro diversi continenti per una potenza complessiva erogata pari a 370 009 GW. Circa l'85% dei reattori nucleari esistenti nel mondo è in funzione da un

periodo di tempo di almeno 15 anni. Attualmente, 14 paesi stanno costruendo 62 nuove centrali nucleari, tuttavia nella maggior parte dei siti si stanno accumulando notevoli e costosi ritardi. Un'analisi più accurata di questi progetti, tratta dal *World Nuclear Industry Status Report 2010-2011*, illustra il livello di incertezza associato alla costruzione di questi reattori:

- Dodici reattori sono stati elencati come "in costruzione" per più di 20 anni. Il progetto U.S Watts Bar-2 in Tennessee detiene il record, con l'inizio dei lavori datato dicembre 1972 (poi congelato). Segue la centrale iraniana di Bushehr: la fabbricazione è stata inizialmente avviata nel maggio 1975 dalla Società tedesca Siemens, mentre il completamento è stato affidato alla Russian nuclear industry. La centrale è entrata in funzione il 27 novembre 2010, dopo quasi 35 anni dall'apertura del cantiere.
- Trentacinque progetti non dispongono di una data ufficiale (IAEA) di accensione, tra cui sei degli undici progetti russi, i due reattori bulgari e 24 delle 27 unità cinesi in costruzione.
- Molte delle unità elencate dalla IAEA come "in costruzione" hanno incontrato ritardi nella realizzazione, in molti casi ragguardevoli. Le unità rimanenti, avviate negli ultimi cinque anni, non hanno ancora raggiunto una fase di fabbricazione così avanzata da poter ipotizzarne una data di accensione, fatto che rende impossibile assicurare che i lavori stiano procedendo secondo i tempi previsti.
- Quasi tre quarti (47) delle unità in costruzione si trovano in soli quattro paesi: Cina, India, Russia e Sud Corea. Nessuno di questi paesi è stato storicamente molto trasparente o affidabile circa le informazioni sullo stato dei suoi cantieri.

La distribuzione geografica dei progetti delle centrali nucleari si concentra in Asia e in Europa orientale, regioni dove tale tecnologia ha avuto maggiore espansione negli ultimi anni, a sostegno della teoria denominata *lead-lag effect*, per la quale il processo di diffusione avviene più velocemente negli stati in cui l'innovazione viene introdotta in un periodo successivo alla sua nascita (si veda Peres, Muller & Mahajan, 2010).

Tra il gennaio 2009 e il primo aprile 2011 sono stati collegati alla rete elettrica un totale di nove reattori, tutti in queste due regioni.



**Figura 9 - Numero di reattori nucleari per paese e status**

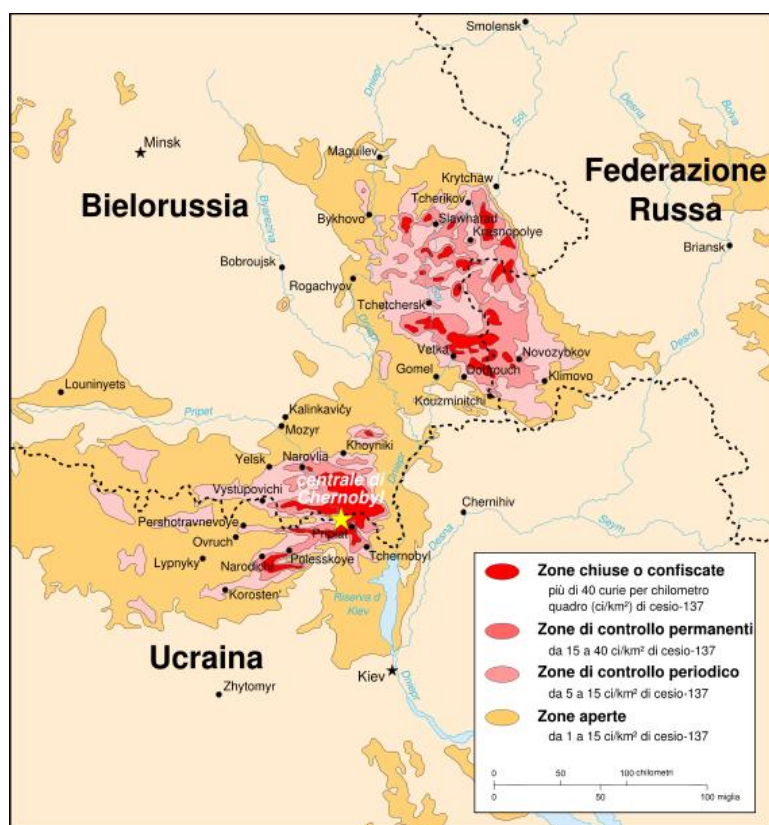
Nel seguito vengono brevemente presentati i due più gravi incidenti nucleari avvenuti negli ultimi trent'anni, la loro diagnosi, oltre ad avere un interesse storico, risulta utile in sede di analisi per comprendere meglio come il processo di diffusione dei reattori sia stato influenzato da questi eventi e come tali disastri, soprattutto l'incidente di Fukushima avvenuto l'11 marzo 2011, potranno in modo significativo condizionare lo sviluppo futuro di tale tecnologia.

## 3.4 Disastri nucleari

### 3.4.1 Disastro di Černobyl'

Il disastro di Černobyl' è ricordato come l'incidente nucleare più grave della storia, congiuntamente con l'incidente avvenuto nella centrale di Fukushima Dai-ichi nel marzo 2011 è stato classificato con il livello 7 (il massimo) della scala INES, la scala internazionale degli eventi nucleari e radiologici. Ebbe luogo il 26 aprile 1986 alle ore 1:23:44 presso la centrale nucleare V.I. Lenin di Černobyl', in Ucraina vicino al confine con la Bielorussia, allora repubbliche dell'Unione Sovietica. Durante un test definito "di sicurezza" il nocciolo del reattore numero 4 della centrale subì un brusco e incontrollato aumento della potenza (e quindi della temperatura): ciò determinò la scissione dell'acqua di refrigerazione in idrogeno ed ossigeno che provocò la rottura delle tubazioni di

Figura 10 - Mappa della contaminazione di cesio-137 relativa all'anno 1986



raffreddamento. Il contatto dell'idrogeno e della grafite incandescente con l'aria, conseguentemente, innescò una fortissima esplosione che portò allo scoperciamiento del reattore. Vaste aree nei paraggi della centrale furono immediatamente contaminate da una nube di materiali radioattivi fuoriusciti nella detonazione, rendendo necessaria l'evacuazione di circa 336 000 persone. Nubi radioattive raggiunsero anche l'Europa orientale, la Finlandia e la

Scandinavia, arrivando anche in Italia, in Francia e in Germania. Il reattore seguì a bruciare per giorni e venne spento attraverso l'utilizzo di elicotteri che sganciarono sulla centrale tonnellate di boro, silicati, sabbia e dolomia, materiali secchi particolarmente

efficaci nella schermatura delle radiazioni e limitanti nella produzione di vapori radioattivi. Una volta spento l'incendio e cessata la situazione di emergenza, negli anni successivi si procedette alle iniziative di recupero e di decontaminazione del sito del reattore e alla costruzione del sarcofago di contenimento, una enorme struttura di cemento e materiale metallico atta a limitare la fuoriuscita di ulteriori radiazioni. Il rapporto ufficiale compilato da agenzie dell'ONU stila un bilancio di 65 morti accertati con sicurezza e altri 4000 presunti, impossibili da associare in modo diretto al disastro, per tumori e leucemie su un periodo di 80 anni. Altre associazioni ambientaliste, come il gruppo dei Verdi del parlamento europeo, contesta il numero di morti presunto stimando attorno ai 45000 i decessi totali imputabili al disastro.

### **3.4.2 Disastro di Fukushima Dai-Ichi**

L'incidente che ha coinvolto i reattori nucleari della centrale di Fukushima Dai-Ichi è stato provocato dal terremoto e maremoto del Tōhoku dell'11 marzo 2011. I noccioli dei reattori 1, 2, e 3 della centrale si sono fusi a causa del blackout che si è originato successivamente alla scossa. La rete elettrica è stata guastata dal terremoto e i generatori diesel di emergenza sono stati danneggiati dallo tsunami, provocando il blocco delle pompe e delle piscine di raffreddamento dei reattori. La Tepco, la più grande compagnia elettrica del Giappone, proprietaria della centrale, è stata costretta a far fuoriuscire il vapore, creatosi all'aumento incontrollato di temperatura e pressione, per evitare l'esplosione del vessel. Tale manovra ha provocato la liberazione di vapori contaminati da elementi radioattivi e di idrogeno, prodotto dalla dissociazione dell'acqua nel reattore, che è esploso facendo saltare il tetto dei reattori 1 e 3. Secondo le stime dell'Istituto di radioprotezione francese (INRS) le emissioni di radioattività (Iodio-131 e Cesio-137) avvenute nei primi 10 giorni dall'incidente sono state dell'ordine dei 500 mila Terabequerel in Iodio-equivalente, questo livello di emissioni radioattive è pari al triplo di quello che definisce un incidente di scala INES 7, quella di Chernobyl.

### 3.5 Analisi statistica del processo di diffusione dei reattori

Le serie storiche che saranno oggetto di analisi provengono dal sito dell'International Atomic Energy Agency (IAEA), e riguardano il processo di diffusione dei reattori nucleari nel mondo, con dati annuali dal 1954 al 2010. Un primo e semplice confronto grafico viene svolto comparando i dati cumulati sui reattori che si sono cominciati a costruire durante gli ultimi sessant'anni (serie che non verrà poi utilizzata in sede di analisi) con i reattori effettivamente completati ed accesi.

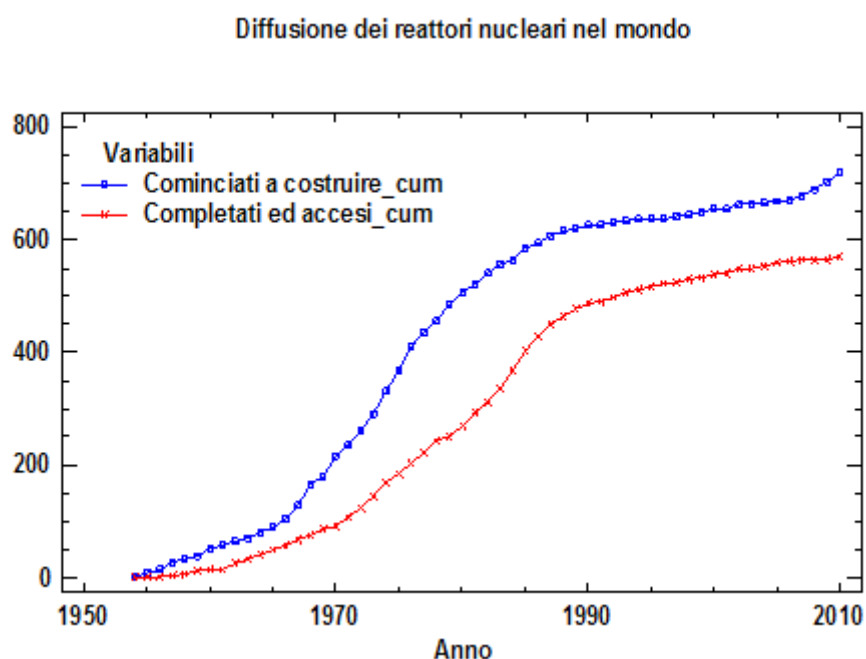


Figura 11 - Diffusione dei reattori nucleari nel mondo: iniziati a costruire ed effettivamente accesi, dati cumulati

Come già osservato in precedenza, elevati costi e tempi lunghi di realizzazione rendono la fabbricazione di una centrale un investimento gravoso e non sempre sicuro dal punto di vista economico. Tale grafico mette in risalto l'evidente differenza tra il numero di reattori cominciati e quelli concretamente portati a termine, segno di come molti progetti di costruzione siano poi stati abbandonati con il passare degli anni.

Passando all'analisi della serie di dati istantanei relativi all'accensione dei reattori nucleari dal 1954 al 2010, notiamo che essa presenta

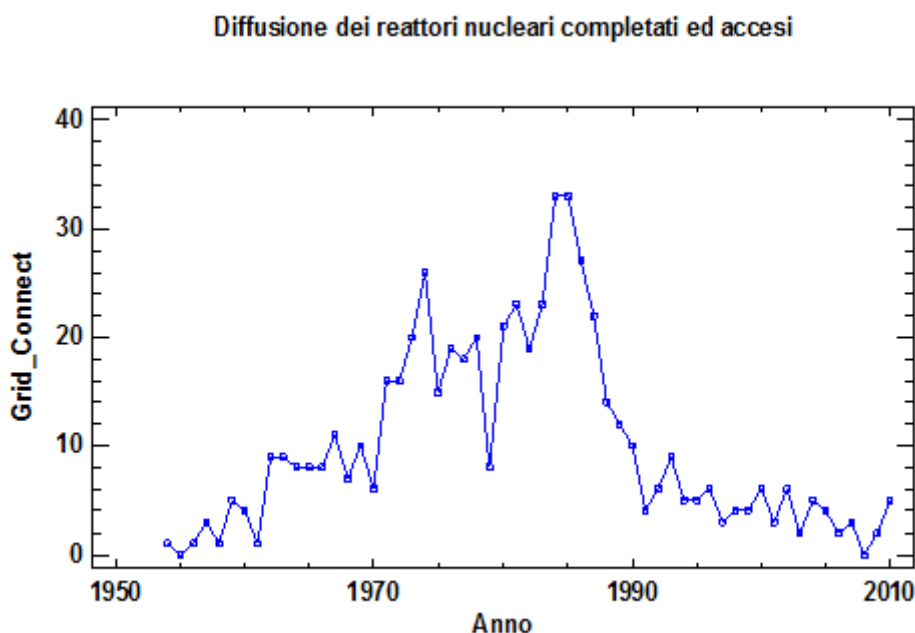


Figura 12 - Diffusione dei reattori nucleari completati ed accesi, dati istantanei

un andamento che ricorda quello del *product life cycle*, nelle sue caratteristiche fasi di nascita, crescita, maturità e declino. Da un punto di vista puramente grafico si osserva un *picco locale* nel 1974 con 26 reattori accesi e un *picco massimo* con un totale di 33 reattori accesi negli anni 1984 e 1985. Nonostante il debole incremento avvenuto nell'anno 2010, il processo di diffusione sembra avere comunque raggiunto la sua fase di declino, avviandosi quindi alla conclusione del suo ciclo di vita. La tecnologia della fissione nucleare per la produzione di energia elettrica può essere lecitamente interpretata come un'innovazione a ciclo di vita finito, alla stregua di un nuovo "prodotto" che è stato lanciato nel mercato. Il fatto che tale tecnologia sia caratterizzata da un ciclo di vita finito è legato inoltre alla natura limitata della risorsa impiegata nel processo di fissione nucleare: l'uranio. Appare quindi del tutto ragionevole utilizzare i modelli di Bass descritti in precedenza per analizzare tale serie di dati, al fine di comprenderne la dinamica passata e prevederne i possibili andamenti futuri. Come si può notare dalla figura 12, la serie è caratterizzata da un andamento notevolmente perturbato, ed è quindi lecito ipotizzare che il modello di Bass standard non

avrà un grande adattamento ai dati, rendendo quindi necessario ricorrere all'utilizzo di modelli più strutturati, come il GBM.

L'adattamento globale di un modello ai dati è tipicamente valutato mediante il coefficiente di determinazione multipla  $R^2$ , che per questa particolare tipologia di strutture non lineari può ritenersi soddisfacente quando supera il valore 0,95. Inoltre, per valutare oggettivamente il miglioramento ottenuto (in termini di riduzione della devianza residua) con un modello parametricamente più ricco rispetto ad un modello ridotto, quando questi sono nidificati (come lo sono BM e GBM), è possibile utilizzare il rapporto di correlazione multipla al quadrato (si veda ad esempio Guseo, Guidolin, 2009):

$$P^2 = \frac{R_{GBM}^2 - R_{BM}^2}{1 - R_{BM}^2}. \quad (3.2)$$

$P^2$  assume valori compresi tra 0 e 1, e dunque tanto più il valore è vicino a 1 tanto più il modello esteso ha una migliore capacità di spiegazione della devianza totale rispetto al modello ridotto; un valore di  $P^2$  pari a 0,25 indica già un miglioramento non trascurabile che giustifica l'utilizzo del modello più complicato.

Applicando un modello di Bass standard alla serie oggetto di analisi, si ottengono i seguenti risultati:

### **Nonlinear Regression - Grid\_ConnectC**

Dependent variable: Grid\_ConnectC

Independent variables: t

Function to be estimated:  $m \cdot (1 - \text{EXP}(-(p+q) \cdot t)) / (1 + (q/p) \cdot \text{EXP}(-(p+q) \cdot t))$

Initial parameter estimates:

m = 600,0

p = 0,001

q = 0,1

Estimation method: Marquardt

Estimation stopped due to convergence of residual sum of squares.

Number of iterations: 6

Number of function calls: 27



## Estimation Results

			<i>Asymptotic</i>	<i>95,0%</i>
		<i>Asymptotic</i>	<i>Confidence</i>	<i>Interval</i>
<i>Parameter</i>	<i>Estimate</i>	<i>Standard Error</i>	<i>Lower</i>	<i>Upper</i>
m	568,302	2,96133	562,365	574,24
p	0,00233754	0,000139548	0,00205776	0,00261731
q	0,154995	0,00327287	0,148434	0,161557

## Analysis of Variance

<i>Source</i>	<i>Sum of Squares</i>	<i>Df</i>	<i>Mean Square</i>
Model	7,88058E6	3	2,62686E6
Residual	4081,17	54	75,5773
Total	7,88466E6	57	
Total (Corr.)	2,64548E6	56	

R-Squared = 99,8457 percent

R-Squared (adjusted for d.f.) = 99,84 percent

Standard Error of Est. = 8,69352

Mean absolute error = 6,35099

Durbin-Watson statistic = 0,259044

Lag 1 residual autocorrelation = 0,863506

Diffusione dei reattori nucleari nel mondo

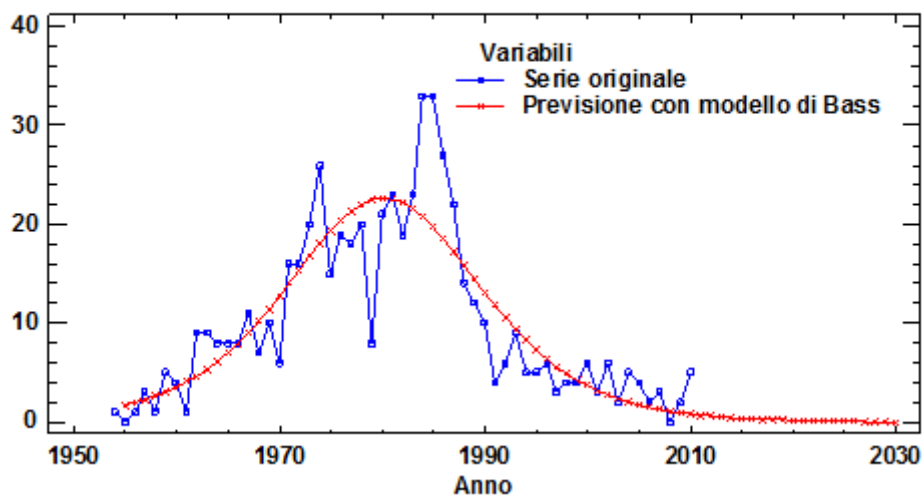


Figura 13 - Diffusione dei reattori nucleari completati e accesi: previsione con modello di Bass standard

Il risultato dell'analisi mostra un  $R^2$  pari a 0,9984, ciò indica che il modello spiega il 99,84% della variabilità totale dei dati, valore elevato ma migliorabile per questa tipologia di modelli. La stima del parametro  $p$ , parametro di innovazione, è pari a 0,00233754, valore

leggermente più alto di quello dato come input iniziale ma comunque nella norma per la classe dei modelli di Bass. La stima del parametro  $q$  è pari a 0,154995, valore molto più elevato rispetto al parametro  $p$ , cosa che indica che per la tecnologia dei reattori nucleari la componente di imitazione ha avuto un ruolo preponderante nel processo di diffusione, ragionevolmente dovuta anche all'interazione tra Stati nella messa a punto di politiche energetiche (*cross-country influences*). Come si nota, il modello di Bass standard si adatta abbastanza bene alla parte iniziale dei dati, ma presenta due tipologie di problemi nella parte centrale della serie. Il modello sembra non cogliere correttamente la lunga depressione avvenuta tra gli anni 1975 e 1983, anticipando il picco delle accensioni prima che questo avvenga realmente, con la conseguenza che il processo viene sottostimato (si noti il valore di  $m$ ). Inoltre non viene correttamente previsto il repentino calo nelle accensioni avvenuto alla fine degli anni ottanta. Al fine di ottenere un miglioramento nella bontà di adattamento del modello ai dati, si applica alla serie un modello di Bass generalizzato con uno shock rettangolare, adatto a descrivere avvenimenti stabili che agiscono per un periodo relativamente lungo, per cercare di risolvere il primo dei due problemi riscontrati.

### **Nonlinear Regression - Grid\_ConnectC**

Dependent variable: Grid\_ConnectC

Independent variables: t

Function to be estimated:  $m \cdot (1 - \text{EXP}(-(p+q) \cdot (t + c1 \cdot (t-a1) \cdot (a1 \leq t) \cdot (t \leq b1) + c1 \cdot (b1-a1) \cdot (b1 < t)))) / (1 + (q/p) \cdot \text{EXP}(-(p+q) \cdot (t + c1 \cdot (t-a1) \cdot (a1 \leq t) \cdot (t \leq b1) + c1 \cdot (b1-a1) \cdot (b1 < t))))$

Initial parameter estimates:

m = 568,302

p = 0,001

q = 0,154995

c1 = 0,5

a1 = 22,0

b1 = 28,0

Estimation method: Marquardt

Estimation stopped due to convergence of residual sum of squares.

Number of iterations: 7

Number of function calls: 54

## Estimation Results

			Asymptotic	95,0%
		Asymptotic	Confidence	Interval
Parameter	Estimate	Standard Error	Lower	Upper
m	561,935	2,65098	556,613	567,257
p	0,00188538	0,000153646	0,00157692	0,00219384
q	0,176442	0,00618598	0,164023	0,188861
c1	-0,308054	0,102259	-0,513348	-0,10276
a1	21,2006	1,20691	18,7776	23,6236
b1	26,627	1,08481	24,4492	28,8049

## Analysis of Variance

Source	Sum of Squares	Df	Mean Square
Model	7,88171E6	6	1,31362E6
Residual	2949,07	51	57,8249
Total	7,88466E6	57	
Total (Corr.)	2,64548E6	56	

R-Squared = 99,8885 percent

R-Squared (adjusted for d.f.) = 99,8776 percent

Standard Error of Est. = 7,60427

Mean absolute error = 5,89926

Durbin-Watson statistic = 0,273383

Lag 1 residual autocorrelation = 0,839659

Diffusione dei reattori nucleari nel mondo

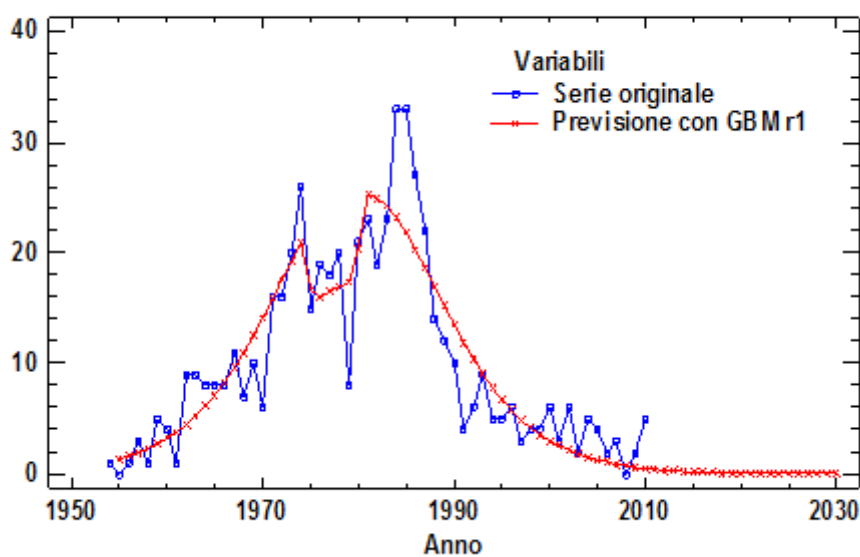


Figura 14 - Diffusione dei reattori nucleari completati ed accessi, previsione GBM con uno shock rettangolare

Il risultato dell'analisi mostra un  $R^2$  pari a 0,9989, ciò indica che il modello spiega il 99,89% della variabilità totale dei dati, segno di un visibile miglioramento rispetto al modello di Bass standard. Come già detto, l'intensità di tale miglioramento può essere misurata attraverso il calcolo dell'indice  $P^2$ :

$$P^2 = \frac{R_{GBM}^2 - R_{BM}^2}{1 - R_{BM}^2} = \frac{0,9989 - 0,9984}{1 - 0,9984} = 0,3125$$

Il valore ottenuto conferma le prime impressioni di miglioramento riscontrabili anche per via grafica (figura 14). E' interessante notare comunque che le stime dei parametri  $m, p, q$  sono rimaste pressoché identiche rispetto all'analisi con il BM. L'intensità negativa dello shock è data dal parametro  $c1$  (-0,308054), mentre  $a1$  e  $b1$  determinano l'intervallo temporale in cui l'impulso agisce, collocandolo a cavallo tra gli anni 1974 e 1979. Dati i valori delle stime di tali parametri lo shock può ragionevolmente essere imputabile alla crisi petrolifera del 1973, la quale ha negativamente influenzato qualsiasi attività industriale e dunque verosimilmente anche il processo di diffusione dei reattori. Dal grafico si deduce che ora il modello si adatta meglio alle serie originale dei dati, tuttavia ancora non coglie la brusca diminuzione nel numero di accensioni di reattori avvenuta alla fine degli anni ottanta. L'analisi viene quindi estesa utilizzando un modello di Bass generalizzato ad impulsi misti, con uno shock rettangolare e uno esponenziale. Si procede dunque con la seguente regressione non lineare:

### **Nonlinear Regression - Grid\_ConnectC**

Dependent variable: Grid\_ConnectC

Independent variables: t

Function to be estimated:  $m \cdot (1 - \text{EXP}(-(p+q) \cdot (t + (c1/b1) \cdot (\text{EXP}(b1 \cdot (t-a1)) - 1) \cdot (a1 \leq t) + c2 \cdot (t-a2) \cdot (a2 \leq t) \cdot (t \leq b2) + c2 \cdot (b2-a2) \cdot (b2 < t)))) / (1 + (q/p) \cdot \text{EXP}(-(p+q) \cdot (t + (c1/b1) \cdot (\text{EXP}(b1 \cdot (t-a1)) - 1) \cdot (a1 \leq t) + c2 \cdot (t-a2) \cdot (a2 \leq t) \cdot (t \leq b2) + c2 \cdot (b2-a2) \cdot (b2 < t))))$

Initial parameter estimates:

$m = 561,932$

$p = 0,00188523$

$q = 0,176452$

$c1 = -0,7$

$b1 = -0,1$

$a1 = 35,0$

c2 = -0,307678  
a2 = 21,1953  
b2 = 26,6311

Estimation method: Marquardt  
Estimation stopped due to convergence of residual sum of squares.  
Number of iterations: 42  
Number of function calls: 463

**Estimation Results**

			<i>Asymptotic</i>	95,0%
		<i>Asymptotic</i>	<i>Confidence</i>	<i>Interval</i>
<i>Parameter</i>	<i>Estimate</i>	<i>Standard Error</i>	<i>Lower</i>	<i>Upper</i>
m	773,275	33,4304	706,059	840,492
p	0,00190371	0,0000759893	0,00175093	0,0020565
q	0,145067	0,00447922	0,136061	0,154073
c1	-0,718426	0,0216183	-0,761892	-0,674959
b1	0,0109504	0,0018061	0,00731904	0,0145819
a1	34,3607	0,174114	34,0107	34,7108
c2	-0,314615	0,0314482	-0,377846	-0,251384
a2	22,5914	0,465722	21,655	23,5278
b2	28,8004	0,462517	27,8705	29,7304

**Analysis of Variance**

<i>Source</i>	<i>Sum of Squares</i>	<i>Df</i>	<i>Mean Square</i>
Model	7,88418E6	9	876020,
Residual	476,735	48	9,93198
Total	7,88466E6	57	
Total (Corr.)	2,64548E6	56	

R-Squared = 99,982 percent  
R-Squared (adjusted for d.f.) = 99,979 percent  
Standard Error of Est. = 3,1515  
Mean absolute error = 2,37717  
Durbin-Watson statistic = 1,11716  
Lag 1 residual autocorrelation = 0,438018

Diffusione dei reattori nucleari nel mondo

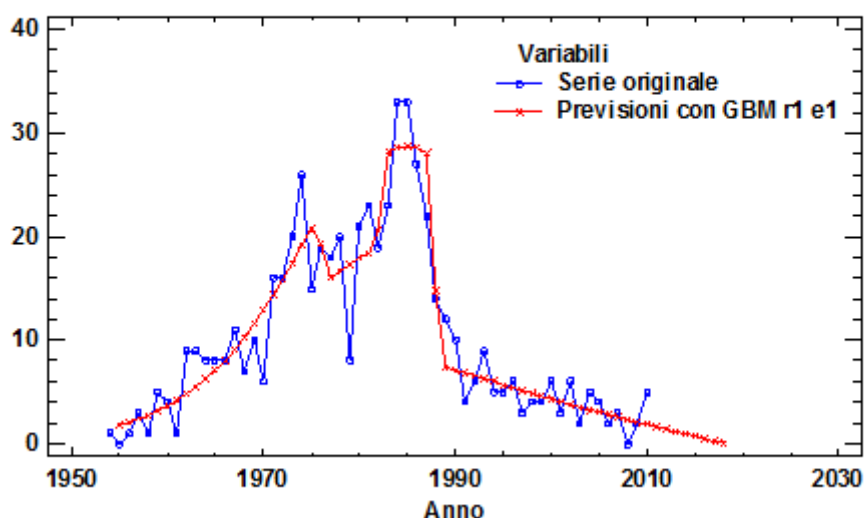


Figura 15 - Diffusione dei reattori nucleari completati e accesi, previsione GBM con uno shock rettangolare e uno shock esponenziale

Il modello di Bass generalizzato con impulsi misti ottiene un valore di  $R^2$  pari a 0,9998, che porta ad un effettivo miglioramento nella bontà di adattamento del modello ai dati. Al fine di valutare la reale significatività di tale miglioramento rispetto al modello di Bass generalizzato con un impulso, si procede al calcolo del rapporto di correlazione multipla al quadrato:

$$p^2 = \frac{R_{GBMe1r1}^2 - R_{GBMr1}^2}{1 - R_{GBMr1}^2} = \frac{0,9998 - 0,9989}{1 - 0,9989} = 0,818$$

Appare del tutto evidente che il modello di Bass generalizzato con due shock risulta la scelta più adatta per questa serie. Le stime dei parametri  $p$  e  $q$  sono rimaste sostanzialmente uguali alle analisi precedenti, il mercato potenziale  $m$  invece assume un valore maggiore, pari a 773,275, sintomo che i modelli precedenti sottostimavano il processo di diffusione. Come ci si aspettava, osservando la forma assunta dal grafico, il parametro che indica l'intensità della perturbazione esponenziale è negativo, pari a -0,718426; una situazione anomala riscontrata invece è data dal segno positivo del parametro  $b1$  che specifica la memoria della perturbazione, indice che le influenze provocate dall'impulso perdurano tuttora nel processo di diffusione. La stima del parametro  $a1$ , pari a 34,3607, denota l'inizio

della perturbazione databile all'anno 1987. E' verosimile ipotizzare dunque che tale shock sia stato provocato dall'incidente di Cernobyl avvenuto nel 1986, di cui si è discusso in precedenza. A quanto pare il disastro di Cernobyl ha impresso un'accelerazione evidente alla fase di declino del fenomeno di diffusione, ma va osservato che questa era già iniziata prima del 1986, verosimilmente per cause imputabili alla natura della tecnologia stessa. Secondariamente, si può anche osservare che mentre l'incidente di Cernobyl ha avuto un effetto molto visibile sul processo di diffusione dei reattori, quello di Three Mile Island, storicamente noto come il primo importante incidente nucleare, non sembra aver avuto conseguenze di rilievo. Dal momento che la serie dei dati analizzati arriva fino al 2010, dunque prima del disastro di Fukushima, è impossibile dire quali siano stati gli effetti di quest'ultimo, anche se è noto che all'indomani dell'11 Marzo 2011, molti paesi hanno reagito spegnendo parte dei propri reattori (Germania, Svizzera, Giappone) o accantonando possibili piani energetici che prevedevano un massiccio investimento sul nucleare (Italia).

Una volta modellato il trend della serie, si nota che il modello presenta un valore della statistica di Durbin-Watson pari a 1,11716, il che fa ritenere che ci sia ancora spazio per un intervento sulla parte residuale. Per affinare la parte residuale si procede all'applicazione di un modello ARMA (2,2) sulla serie dei residui, definita come la differenza tra i valori osservati e i valori previsti con il GBM ad impulsi misti.

Si ottiene la seguente analisi:

### **Forecasting - Grid\_ConnectC-PREDGridConnectC\_GBMe1r1**

Data variable: Grid\_ConnectC-PREDGridConnect\_GBMe1r1

Number of observations = 57

Start index = 1,0

Sampling interval = 1,0

#### **Forecast Summary**

Forecast model selected: ARIMA(2,0,2) with constant

Number of forecasts generated: 12

Number of periods withheld for validation: 0

	<i>Estimation</i>	<i>Validation</i>
<i>Statistic</i>	<i>Period</i>	<i>Period</i>
RMSE	2,34498	
MAE	1,78129	
MAPE		
ME	-0,0279414	
MPE		

### ARIMA Model Summary

<i>Parameter</i>	<i>Estimate</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t</i>	<i>P-value</i>
AR(1)	-0,689078	0,139833	-4,92785	0,000009
AR(2)	-0,391032	0,143856	-2,71822	0,008897
MA(1)	-1,38407	0,0324506	-42,6517	0,000000
MA(2)	-0,951968	0,031986	-29,762	0,000000
Mean	-0,174603	0,495785	-0,352175	0,726130
Constant	-0,363194			

Backforecasting: yes

Estimated white noise variance = 5,56859 with 52 degrees of freedom

Estimated white noise standard deviation = 2,35979

Number of iterations: 10

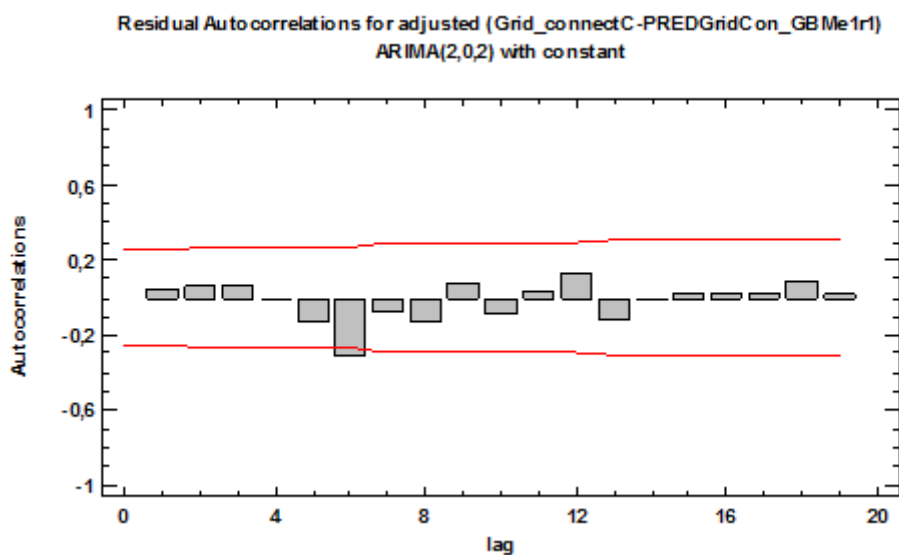
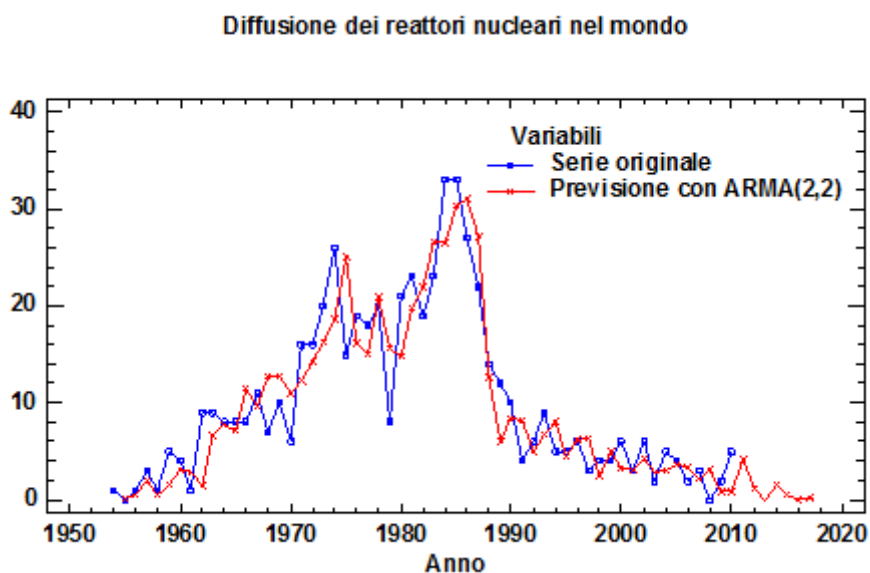


Figura 16 - Correlogramma della serie dei residui (Grid\_ConnectC-PREDGridConnect\_GBMe1r1) modellata con un ARMA(2,2)

Le stime dei parametri per la parte a media mobile, MA(1) e MA(2), e per la parte autoregressiva, AR(1) e AR(2), sono tutte significativamente diverse da 0, come dimostrato dai valori dei p-value inferiori allo 0,05. Il correlogramma in figura 16 mostra che l'autocorrelazione per la quasi totalità dei ritardi è significativamente uguale a 0. La figura 17 mostra l'esito finale della modellazione attuata sulla serie di accensione dei reattori



nucleari, attraverso l'utilizzo di un modello di Bass generalizzato ad impulsi misti per modellare il trend e un modello autoregressivo a media mobile ARMA(2,2) applicato alla parte residuale. Sebbene si possano immaginare ancora dei margini di miglioramento, si ritiene che l'analisi effettuata sia sufficientemente soddisfacente per gli obiettivi del presente lavoro.



**Figura 17 - Diffusione dei reattori nucleari completati e accesi, previsione GBM con uno shock rettangolare e uno shock esponenziale + ARMA(2,2) applicato ai residui**



# Conclusione

L'obiettivo principale di questo lavoro è stato la presentazione teorica di una particolare classe di modelli per la diffusione delle innovazioni, da applicare poi concretamente alla tecnologia della fissione nucleare per la produzione di energia. A tale scopo, sono stati descritti due dei principali modelli di questa classe e i relativi metodi di stima e di implementazione statistica, giustificandone poi l'utilizzo nel contesto energetico e in particolare alla serie delle accensioni dei reattori nucleari nel mondo. I risultati ottenuti modellando tale serie sembrano concordare con le informazioni qualitative esposte nel paragrafo dedicato alla diffusione della tecnologia della fissione: la crisi del nucleare è evidente. In parte è dovuto alla questione sicurezza, ritornata in auge all'indomani dell'incidente di Fukushima, tuttavia si ritiene che un ruolo centrale nel determinare questa crisi sia stato giocato dalle numerose difficoltà presenti in sede di progettazione e costruzione di nuove centrali. Sebbene i reattori esistenti, grazie anche all'aumento della capacità e all'ampliamento del ciclo di vita, operino ancora in modo redditizio (si tratta in ogni caso di impianti datati), nei mercati liberalizzati dell'energia la costruzione di centrali nucleari non è più un'opzione commercialmente vantaggiosa: sono semplicemente troppo costose. Si potrebbe obiettare che il dato dell'anno 2010 sembra in parte smentire queste informazioni, tuttavia non bisogna dimenticare che non si è ancora in possesso dei rapporti relativi al 2011, anno che, come è stato documentato in termini qualitativi, ha causato considerevoli contraccolpi nel mercato del nucleare. Se l'aspetto economico è una delle ragioni per trattare con cautela l'affermazione di una possibile rinascita del nucleare, un'altra questione che merita considerazione è la crescente diffusione delle energie rinnovabili. Nel 2010, per la prima volta, la capacità installata mondiale di energia elettrica da fonti rinnovabili ha superato quella del nucleare. Ciò non significa che il mondo riceve più energia da fonti rinnovabili che dal nucleare, i reattori sfruttano infatti fino al 93% della loro capacità indicata, mentre ad esempio l'eolico e il solare tendono ad essere più vicini al 20%. Questo potrebbe limitare il contributo che le fonti rinnovabili possono dare alla fornitura di energia, tuttavia, nel mercato delle energie rinnovabili esistono delle economie di scala e di esperienza che non sono presenti nel mercato del nucleare, basti pensare che mentre il nucleare è sempre più costoso, le fonti rinnovabili lo sono sempre meno.

La possibilità di scindere un atomo ed estrarre energia da questo processo è stata una delle scoperte scientifiche di maggiore rilievo del XX secolo, vista da molti come una rivoluzione che avrebbe cambiato il mondo. Dunque ci si sarebbe potuti aspettare che una tale innovazione scientifico-tecnologica spazzasse via tutto ciò che c'era prima per diventare poi un'adozione obbligata, piuttosto che finire in una modesta nicchia di mercato, nella migliore delle ipotesi stabile, nella peggiore in calo, come a quanto pare sta accadendo. Ma se l'energia nucleare insegna una lezione, è che non è tanto la natura essenziale di una tecnologia quello che conta in definitiva, quanto la sua capacità di adattarsi alle condizioni sociali, politiche ed economiche nel tempo in cui opera.

Preme precisare che il presente studio non è stato realizzato con atteggiamento ideologico: basandosi su dati e informazioni documentati, esso si è servito di adeguati strumenti di analisi statistica per studiare un tema di grande attualità, purtroppo spesso caratterizzato da disinformazione e da posizioni scientificamente poco documentate.

# Bibliografia

Bass, F.M. (1969). A new product growth model for consumer durables, *Management Science*, 15, 215-227.

Bass, F.M., Krishnan, T.V., Jain, D.C. (1994). Why the Bass model fits without decision variables, *Marketing Science*, 13, 203-223.

Bass, F.M., Jain, D.C., Krishnan, T.V. (2000). Modeling the marketing-mix in new-product diffusion, in Mahajan, V., Muller, E., Wind, Y. eds. *New Product Diffusion Models*, Kluwer Academic Publishers, New York.

Di Fonzo, T., Lisi, F. (2005). *Serie Storiche Economiche, Analisi Statistiche e Applicazioni*, Carocci Editore, Roma.

Guidolin, M., Guseo, R. (2012) A nuclear power renaissance?, *Technological Forecasting and Social Change*, (in corso di stampa)

Guseo, R., Guidolin, M. (2009). Modelling a Dynamic Market Potential: A Class of Automata Networks for Diffusion of Innovations, *Technological Forecasting and Social Change*, 76 (6), 806-820

Guseo, R. (2004). *Interventi Strategici e Aspetti Competitivi nel ciclo di vita di innovazioni*. Working Paper Series 11/2004, Department of Statistical Sciences, University of Padua

Mahajan, V., Muller, E., Bass, F.M. (1990). New Product Diffusion Models in Marketing: A review and Directions for Research, *Journal of Marketing*, 54, 1-26.

Peres, R., Mahajan, V., Muller, E. (2010), Innovation Diffusion and New Product Growth: A Critical Review and Research Directions, *International Journal of Research in Marketing*, 27, 91–106.

Rogers, E.M. (2003). *The diffusion of Innovations*, 5<sup>th</sup> ed., The Free Press, New York.

Seber, G.A.F., Wild, C.J. (1989). *Nonlinear Regression*, Wiley, New York.

Sultan, F., Farley, J.H., Lehmann, D.R. (1990). A meta-analysis of applications of diffusion models, *Journal of Marketing Research*, 27 (1), 70-77.

Tarde, G. (1890). *Les Lois de l'imitation: étude sociologique*, Alcan, Paris.

## Sitografia

International Atomic Energy Agency PRIS, (<http://pris.iaea.org/public/>).

The economist, *The dream that Failed*, <http://www.economist.com/node/21549098/print>.

Schneider M., Thomas S., Froggatt A., The World Nuclear Industry Status Report 2010-2011,

[http://www.worldwatch.org/system/files/WorldNuclearIndustryStatusReport2011\\_%20FINAL.pdf](http://www.worldwatch.org/system/files/WorldNuclearIndustryStatusReport2011_%20FINAL.pdf).

Wikipedia, The Free Encyclopedia, [http://en.wikipedia.org/wiki/Nuclear\\_power](http://en.wikipedia.org/wiki/Nuclear_power).

[http://it.wikipedia.org/wiki/Energia\\_nucleare\\_nel\\_mondo#Gli\\_albori\\_dagli\\_anni\\_cinquanta\\_agli\\_anni\\_settanta.29](http://it.wikipedia.org/wiki/Energia_nucleare_nel_mondo#Gli_albori_dagli_anni_cinquanta_agli_anni_settanta.29).

[http://it.wikipedia.org/wiki/Centrale\\_elettronucleare](http://it.wikipedia.org/wiki/Centrale_elettronucleare).