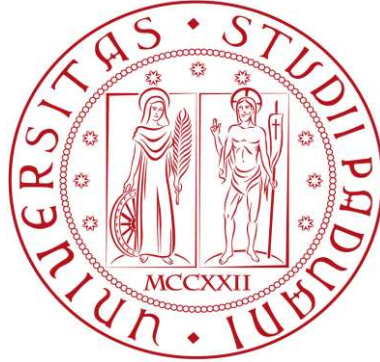


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA



FACOLTÀ DI SCIENZE STATISTICHE

**CORSO DI LAUREA IN STATISTICA ECONOMIA
E FINANZA**

**ALLOCAZIONE OTTIMALE DI PORTAFOGLIO: DA
SHARPE A UN INDICE DI PERFORMANCE
PERSONALIZZATO**

RELATORE: Prof. Massimiliano Caporin

LAUREANDA: Sernagiotto Claudia

MATRICOLA: 599236

ANNO ACCADEMICO 2010/2011

INDICE

CAPITOLO 1 – Introduzione	5
1.1 Obiettivi della tesi	5
1.2 Panoramica del lavoro svolto	6
CAPITOLO 2 – Modelli di gestione di portafoglio	7
2.1 Modello di Markowitz	7
2.2 Sviluppi successivi alla teoria di portafoglio	12
2.3 Capital Assets Pricing Model (CAPM)	14
CAPITOLO 3 - Descrizione degli indici utilizzati	16
3.1 Indice di Sharpe	16
3.2 Indice di Farinelli – Tibiletti	17
CAPITOLO 4 – Dati	20
4.1 Analisi dei dati	20
4.2 Statistiche descrittive e test di normalità	23
CAPITOLO 5 – Strategie di allocazione ottimale di portafoglio	27
5.1 Allocazione ottimale tramite massimizzazione dell'indice di Sharpe	29
5.2 Strategia di allocazione ottimale tramite massimizzazione dell'indice FT	33
5.3 Problemi riscontrati nella procedura di ottimizzazione dell'indice FT	34
5.4 Come varia il massimo di FT al variare dei parametri	38
5.4 Risultati della massimizzazione dell'indice Farinelli – Tibiletti	40
CAPITOLO 6 – Conclusioni	52
6.1 Confronto dei portafogli ottenuti con i diversi approcci e per i diversi profili di rischio	52
6.2 Conclusioni	55
Bibliografia	57

CAPITOLO 1 : INTRODUZIONE

Come scegliere il miglior metodo di supporto per costruire portafogli ottimali, che soddisfino le esigenze degli investitori, è una questione sempre viva nella gestione del rischio.

Sharpe (1966) ha introdotto il famoso indice di Sharpe per gestire i fondi comuni di investimento. Originariamente chiamato reward-to-variability, questo indice rappresenta il trade-off tra il rendimento atteso e la deviazione standard. Poi, altri, migliorarono l'indice paragonando la performance ad un benchmark. Tuttavia Sharpe e i successivi erano basati sull'ipotesi che i rendimenti fossero distribuiti come una normale, e si indebolirono quando questa ipotesi si allentò. Quindi, svariate alternative vennero proposte nella letteratura. Alcune di queste ridefinirono la misura del rischio, come l'indice di Gini. Altri come gli indici di Sortino-Satchell, VaR e CVaR, modificarono la misura del rischio per catturarne il lato basso. Tuttavia, tutti questi attribuiscono ancora un andamento simmetrico ai rendimenti, ipotesi che, come vedremo in seguito, in alcune circostanze non rispecchia la realtà. Una recente alternativa riguarda l'uso di *parameter-dependent one-side variability measures*. Questi indici sono in grado di catturare l'asimmetria dei rendimenti, questo grazie alla loro misura di varianza "one side", che pesa in modo differente la volatilità "buona" (al di sopra del benchmark) e quella "cattiva" (al di sotto del benchmark). Inoltre essi hanno anche la capacità di adattarsi a diversi gradi di propensione o avversione al rischio, grazie ai parametri di cui sono costituiti. Tali caratteristiche li rendono particolarmente interessanti al fine di questa relazione, i cui obiettivi saranno esposti in seguito. Tra queste misure di variabilità one side parametro-dipendenti, figurano : i momenti troncati incondizionati dell'indice Farinelli – Tibiletti, e i momenti troncati condizionati a eventi estremi dei Generalized Rachev.

1.1 Obiettivi della tesi

Il presente lavoro, si pone l'obiettivo di trovare un metodo, nell'allocazione ottimale di portafoglio, che soddisfi le esigenze di ogni singolo investitore. Lo scopo, è quindi quello di proporre una strategia di allocazione, che non abbia come unico obiettivo quello di far accumulare ricchezza, ma che sia anche capace di rispecchiare il profilo di rischio dell'investitore. Le analisi svolte hanno lo scopo quindi di stabilire quale tra i metodi considerati e simulati si adatti meglio a queste esigenze.

1.2 Panoramica del lavoro svolto

Nella seguente relazione ho eseguito una simulazione di allocazione ottimale di portafoglio, per 5 categorie di investitori, diverse per caratteristiche di avversione al rischio, e con differenti aspettative dal loro investimento. I titoli considerati, sono gli stessi per ogni tipologia di investitore, e sono 5 indici rappresentativi di diverse aree geografiche. In questa simulazione ho messo a confronto due differenti approcci : il primo è basato sull'indice di Sharpe, la più classica e utilizzata tra le misure di performance, che misura il rapporto tra il rendimento atteso e la deviazione standard di un asset rischioso, mentre il secondo utilizza l'indice Farinelli Tibiletti, una misura di performance parameter-dependent, costruita sui momenti parziali incondizionati, capace di adattarsi a profili di rischio differenti, modificandone i parametri che la compongono. I pesi ottimi dei portafogli sono quindi stati ottenuti massimizzando tali indici di performance. Il processo di massimizzazione è stato effettuato tramite il risolutore di excel, e sono stati anche posti dei limiti inferiori e superiori ai pesi dei titoli, come si vedrà meglio in seguito.

Successivamente ho analizzato i risultati ottenuti, valutando quale tra i due metodi producesse portafogli più coerenti con le esigenze dei diversi investitori, e confrontando anche il rendimento finale ottenuto con i due approcci.

CAPITOLO 2 : Modelli di gestione di portafoglio

Il problema di determinare la composizione ottima del portafoglio titoli, viene affrontato, ormai da molto tempo, con rigorose tecniche matematiche.

Il primo modello, descritto per la prima volta da Harry Markowitz in un articolo del 1952 (Portfolio selection), ha svolto un ruolo centrale nell'approccio successivamente definito teoria del portafoglio, che si ripropone di insegnare a ottimizzare l'impiego di disponibilità finanziarie limitate viste le possibilità di investimento offerte dal mercato mobiliare. I contributi originari della "Portfolio theory" sono stati successivamente sviluppati da William Sharpe, economista statunitense, vincitore, insieme a Harry Markowitz e Merton Miller, del premio Nobel per l'economia nel 1990, *«per i contributi pionieristici alla teoria dell'economia finanziaria»*. Professore emerito di finanza alla *Graduate Business School* dell'Università di Stanford, è il padre del Capital Asset Pricing Model, utilizzato in tutto il mondo per la valutazione delle attività finanziarie, che ha proposto per la prima volta in un pionieristico contributo del 1964. Prende il suo nome inoltre la Sharpe ratio, utilizzata come misura di rendimento corretta rispetto al rischio nella valutazione degli investimenti.

I modelli, ormai classici, di Markowitz (1952) e di Sharpe (1962) sono indubbiamente quelli che, nelle loro molteplici versioni, hanno trovato numerose applicazioni pratiche sia in Europa che in America. Ho ritenuto quindi opportuno riassumere i risultati principali di questi modelli, prima di passare alle analisi sviluppate in questa relazione.

2.1 Modello di Markowitz

L'obiettivo del modello di Markowitz è quello di determinare l'insieme dei portafogli ammissibili, quelli che un agente può raggiungere a partire da una certa dotazione monetaria, e tra questi scegliere quelli efficienti, ossia quelli che garantiscono rendimento maggiore a parità di rischio, o rischio minore a parità di rendimento.

Il criterio ora enunciato, detto "media-varianza", è ciò su cui si basa il modello di Markowitz, e per essere implementato è necessario avere a disposizione i seguenti tre elementi:

- a) Il valore atteso $E(R_i)$ della variabile aleatoria R_i che rappresenta i possibili rendimenti del titolo i -esimo ($i=1,2,\dots,n$). Qualora si supponga che una variabile

aleatoria R possa assumere s possibili determinazioni r_1, r_2, \dots, r_s con rispettive probabilità p_1, p_2, \dots, p_s il valore medio è dato da:

$$E(R) = \sum_{j=1}^s r_j p_j \quad (2.1)$$

b) La varianza σ_i^2 della variabile aleatoria R_i , data dalla formula:

$$\sigma^2(R) = \sum_{j=1}^s (r_j - \mu)^2 p_j \quad (2.2)$$

Dove, per comodità è stato posto $E(R)=\mu$.

c) Il coefficiente di correlazione lineare per ogni coppia di variabili aleatorie $(R_i R_k)$, che rappresenta una misura standardizzata della covarianza. Tale coefficiente, che indicheremo con ρ_{ik} è un indice, compreso tra -1 e +1, che misura, l'eventuale tendenza secondo la quale a valori positivi del reddito proveniente dal titolo i -esimo, si associano generalmente valori positivi (correlazione positiva) o valori negativi (correlazione negativa) del reddito proveniente dal titolo k -esimo. In formula:

$$\rho_{ik} = \frac{\sigma_{ik}}{\sigma_i \sigma_k} \quad (2.3)$$

L'insieme dei portafogli efficienti si determina risolvendo il seguente problema di ottimo:

$$\begin{aligned} \min_w w' \Sigma w & \quad (2.4) \\ \text{s.v. } \mu_p &= w' r \\ w' \mathbf{1}_n &= 1 \end{aligned}$$

- w rappresenta il vettore $(1 \times N)$ dei pesi degli N titoli del portafoglio
- r è il vettore $(1 \times N)$ dei rendimenti medi dei titoli
- Σ è la matrice di varianze e covarianze dei titoli del portafoglio

- $w' \Sigma w = \sigma^2$ è la varianza del portafoglio

Il primo vincolo impone un rendimento obiettivo, mentre il secondo garantisce che il portafoglio sia ammissibile.

Una volta determinato il vettore dei pesi (w_1, w_2, \dots, w_n) possono essere calcolati:

il rendimento atteso del portafoglio:

$$\mu_p = \sum_{j=1}^n w_j \mu_j \quad (2.5)$$

la varianza del portafoglio :

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^n (w_j^2 \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n (w_j w_k \sigma_{jk}) \quad (2.6)$$

Dall'espressione (2.6) si osserva l'effetto che la covarianza σ_{jk} ha sulla varianza del portafoglio. Quando i titoli del portafoglio hanno andamenti concordi, la covarianza elevata comporterà anche un'aumento della varianza e quindi del rischio del portafoglio. Viceversa, se i titoli hanno andamenti discordi, e quindi covarianza negativa, ridurranno la varianza.

Come scrisse Markowitz nel suo articolo del "Journal of Finance" del 1952, un investitore può ridurre lo scarto quadratico medio del portafoglio scegliendo azioni che non hanno andamenti concordi.

Ora, per determinare l'insieme dei portafogli efficienti è possibile sostituire il vettore dei pesi, ottenuto risolvendo il problema di ottimo, che è funzione di μ_p , nell'espressione della varianza (2.6). Dopo alcuni passaggi algebrici si ottiene una relazione tra μ_p e σ_p^2 , che rappresenta rendimento obiettivo e varianza dei portafogli efficienti.

$$\sigma_p^2 = \frac{C}{\Delta} \mu_p^2 - \frac{2B}{\Delta} \mu_p + \frac{A}{\Delta} \quad (2.7)$$

Dove, per semplicità si è posto: $A = r' \Sigma^{-1} r$

$$B = \mathbf{1}'_n \Sigma^{-1} r$$

$$C = \mathbf{1}'_n \Sigma^{-1} \mathbf{1}_n$$

$$\Delta = AC - B^2$$

Al variare del vettore (w_1, w_2, \dots, w_n) , per ogni rendimento obiettivo imposto, il punto P di coordinate (μ_p, σ_p) descrive sul piano σ, μ un insieme limitato detto insieme dei portafogli ammissibili. La curva concava che delimita l'insieme dei portafogli ammissibili in ordine al criterio "media-varianza" viene denominata frontiera efficiente. La frontiera efficiente si presenta come un insieme di punti da ciascuno dei quali non è possibile spostarsi per aumentare il valore medio senza aumentare la variabilità e viceversa. Questa proprietà è nota agli economisti come ottimo paretiano.

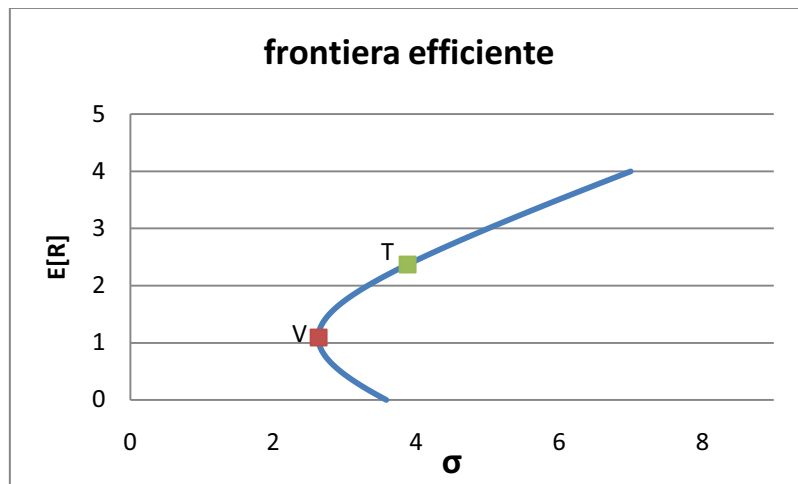


Figura 1: Frontiera efficiente senza investimento privo di rischi, costruita utilizzando i 6 portafogli di Fama e French.

Per la frontiera efficiente assumono particolare rilievo due portafogli: il portafoglio a varianza minima globale (V) ed il cosiddetto portafoglio di massimo trade-off (T), ossia quello con rapporto rendimento/rischio più elevato.

Il portafoglio ottimo è una combinazione del portafoglio V e del portafoglio T. La scelta ottima dipende dalla funzione di utilità dell'agente e si situa nel punto di tangenza tra le curve di indifferenza e la frontiera efficiente.

Di particolare interesse, è il caso in cui alla possibilità di investimento del capitale disponibile negli n titoli rischiosi si aggiunga quella di investire tale capitale anche in un ulteriore titolo di cui sia noto il rendimento (un titolo di stato a breve termine), avente quindi rischio nullo. Indichiamo il tasso di rendimento certo di questo titolo, avente varianza nulla, con R_F . Esaminiamo il caso più generale, in cui è possibile investire e prendere a prestito un ammontare infinito di fondi al tasso risk free. Assumiamo inoltre

che l'investitore sia interessato a porre parte delle sue risorse in un portafoglio rischioso A e parte nell'attività che consente di investire o indebitarsi. Se X è la percentuale di ricchezza investita nel portafoglio A, e (1-X) è la percentuale di fondi investita nell'attività risk-free, il rendimento atteso della combinazione del titolo privo di rischio e del portafoglio rischioso, è pari a:

$$\bar{R}_C = (1-X)R_F + X\bar{R}_A \quad (2.8)$$

Il rischio della combinazione è pari a :

$$\sigma_C = [(1-X)^2\sigma_F^2 + X^2\sigma_A^2 + 2X(1-X)\sigma_A\sigma_F\rho_{FA}]^{1/2} \quad (2.9)$$

Poiché σ_F è uguale a zero

$$\sigma_C = (X^2\sigma_A^2)^{1/2} = X\sigma_A$$

Risolviendo questa equazione per X si ottiene

$$X = \frac{\sigma_C}{\sigma_A}$$

Sostituendo questa espressione di X nell'equazione del rendimento atteso della combinazione si ottiene

$$\bar{R}_C = \left(1 - \frac{\sigma_C}{\sigma_A}\right)R_F + \frac{\sigma_C}{\sigma_A}\bar{R}_A$$

Riaggiustando i termini

$$\bar{R}_C = R_F + \left(\frac{\bar{R}_A - R_F}{\sigma_A}\right)\sigma_C \quad (2.10)$$

Si può notare che questa, (2.10), è l'equazione di una retta, la cui intercetta è R_F e la cui pendenza è $\frac{\bar{R}_A - R_F}{\sigma_A}$. Tale retta contiene coppie (σ, μ) che possono essere ottenute combinando opportunamente l'attività priva di rischio e gli N titoli rischiosi. La combinazione migliore si ottiene ruotando la linea che passa per R_F il più possibile in senso antiorario. La massima rotazione si ottiene in riferimento al punto G, che è il punto di tangenza tra la frontiera efficiente e un raggio che passa per R_F sull'asse verticale.

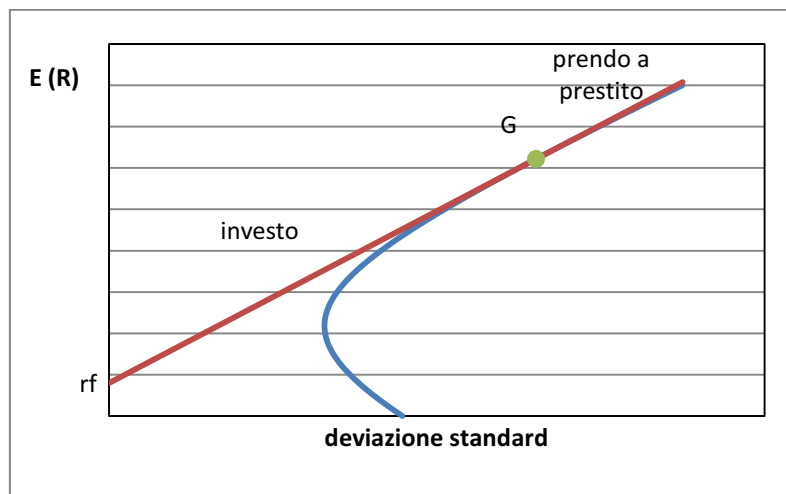


Figura 2: frontiera efficiente in presenza dell'investimento privo di rischio, costruita utilizzando i 6 portafogli di fama e French.

Dal modello di Markowitz risulta quindi che tutti gli investitori deterranno lo stesso portafoglio di attività rischiose, il portafoglio G. Questa capacità di determinare il portafoglio rischioso ottimale, senza saper nulla del singolo investitore, è nota in letteratura come “Separation theorem”. Poi, alcuni di essi avversi al rischio, deterranno un portafoglio che giace nel segmento $R_F - G$. Altri, molto più tolleranti nei confronti del rischio, deterranno un portafoglio oltre G.

2.2 Sviluppi successivi alla teoria di portafoglio

La teoria di portafoglio appena esposta, nei suoi sviluppi successivi, è divenuta una teoria dei mercati finanziari, che spiega la dinamica della domanda e la formazione dei prezzi su tali mercati.

In particolare, l'attenzione è stata rivolta verso la capacità delle attività del mercato, di influenzarsi probabilisticamente, capacità espressa dalla covarianza. Gli sviluppi della

teoria del portafoglio hanno ipotizzato che la covarianza sia almeno in parte spiegata da fattori macroeconomici. Si pensi ad esempio all'occupazione, al consumo, all'apprezzamento o al deprezzamento della valuta nazionale, e alla indubbia capacità che essi hanno di influenzare il mercato dei capitali nel complesso. La differenza nei livelli medi e nella variabilità dei rendimenti delle attività quotate, nonché la loro covarianza, può quindi essere spiegata, in misura più o meno significativa, con il diverso grado di sensibilità delle attività ai fenomeni congiunturali che investono tutto il mercato.

Le scelte che si sono fatte per individuare l'indicatore che esprime l'andamento del mercato, sono state le più diverse. Generalmente si è preferito puntare su un indice di Borsa. Indicando con r_I il rendimento dell'indice, la logica fin qui seguita porta ad assumere una dipendenza funzionale del tipo

$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_I + \varepsilon_i \quad (2.11)$$

Dove r_i è il rendimento aleatorio del titolo i -esimo; r_I è il rendimento del portafoglio dell'indice prescelto ; ε_i è la variabile aleatoria rappresentativa dell'errore, per la quale valgono le seguenti ipotesi:

- $E(\varepsilon_i) = 0$ per ogni i
- $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ per ogni $i \neq j$
- $cov(\varepsilon_i, r_I) = 0$ per ogni i

Per quanto riguarda i parametri della relazione, se si trascura l'errore ε_i il coefficiente α_i esprime il rendimento medio del titolo i -esimo quando il rendimento del mercato è zero.

Il coefficiente β_i indica invece di quanto varia, e in che direzione, il rendimento del singolo titolo al variare di una unità del rendimento di mercato, ed è finanziariamente interpretato come sensibilità del titolo i -esimo. Il beta viene frequentemente usato come misura del rischio sistematico di un titolo, ossia non eliminabile tramite la diversificazione.

La (2.11) rappresenta, con le successive specificazioni, il modello di mercato o single index model o ancora modello di Sharpe.

2.3 Capital Asset Pricing Model

La formulazione definita col nome di CAPM (Capital Asset Pricing Model) è formalmente equivalente a quella appena descritta, solo che la fonte comune dei rendimenti viene identificata, invece che nel portafoglio dell'indice, nel portafoglio di mercato, che è un portafoglio teorico composto da tutte le attività di mercato in proporzione alla loro capitalizzazione complessiva.

Quando introduciamo la possibilità di investire e di prendere a prestito al tasso privo di rischio, abbiamo dimostrato che ogni investitore desidererà investire in un portafoglio di attività rischiose, la cui composizione è indipendente dalle proprie preferenze nei confronti del rischio. Questo portafoglio si trova nel punto di tangenza tra la frontiera efficiente delle attività rischiose e un raggio che attraversa l'asse verticale nel punto del rendimento privo di rischio. Gli investitori soddisferanno poi le proprie esigenze in termini di rischio, combinando questo portafoglio con un investimento o un finanziamento al tasso privo di rischio.

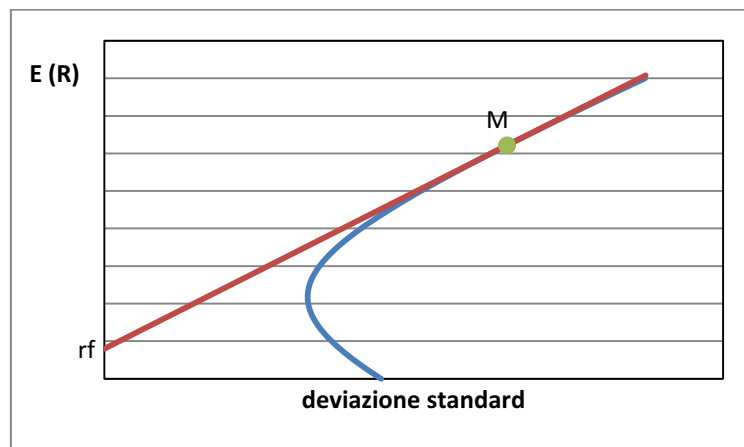


Figura 3: frontiera efficiente in presenza del risk free costruita con i 6 portafogli di Fama e French. M rappresenta il portafoglio di mercato.

Se gli investitori condividono le stesse aspettative, come ipotizzato da questo modello, e lo stesso tasso privo di rischio, il portafoglio di attività rischiose detenuto da un investitore sarà uguale a quello detenuto da tutti gli altri. Quindi, questo, deve essere il portafoglio di mercato, ovvero il portafoglio formato da tutte le attività con pesi identici alla proporzione che queste attività hanno sulla capitalizzazione totale del mercato.

Tutti gli investitori deterranno una combinazione di due sole attività: il portafoglio di mercato (M) e l'attività priva di rischio. La linea retta rappresentata in figura va sotto il

nome di capital market line (CML). Tutti gli investitori deterranno un portafoglio posizionato lungo questa retta, e ogni portafoglio efficiente si troverà sulla CML. L'equazione di questa retta è:

$$\bar{R}_e = R_F + \frac{\bar{R}_M - R_F}{\sigma_M} \sigma_e \quad (2.12)$$

Il termine $[(\bar{R}_M - R_F) / \sigma_M]$ può essere visto come il prezzo di mercato del rischio per tutti i portafogli efficienti. Esso rappresenta il rendimento aggiuntivo che può essere ottenuto aumentando il rischio.

Abbiamo già visto come il beta, sia la misura di rischio corretta per un titolo. In un portafoglio ben diversificato la componente non sistematica del rischio tende ad annullarsi e l'unico rischio rimanente è quello sistematico misurato dal beta. Ne deriva che gli unici elementi rilevanti per la valutazione sono il rendimento atteso e il beta.

È possibile dimostrare che tutte le attività e tutti i portafogli di attività, devono giacere su una retta nello spazio rendimento atteso – beta, descritta dall'equazione:

$$\bar{R}_i = R_F + \beta_i (\bar{R}_M - R_F) \quad (2.13)$$

Con $\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$

L'equazione (2.13) è chiamata security market line (SML) e descrive il rendimento di ogni attività presente sul mercato. Si noti che \bar{R}_M e R_F non dipendono dai titoli, quindi se prendiamo due titoli, la differenza tra i loro rendimenti dipenderà solo dalla differenza tra i rispettivi beta.

Concludendo quindi, il CAPM ha dimostrato che non tutto il rischio di un titolo, viene remunerato dal mercato sotto forma di un maggiore rendimento atteso, ma solo quella parte che non può essere eliminata tramite la diversificazione. Il CAPM misura l'esposizione al rischio non diversificato di un titolo attraverso il suo beta, un parametro collegato alla covarianza tra il rendimento del titolo e quello del mercato.

CAPITOLO 3 : Descrizione degli indici alla base delle strategie di allocazione considerate

Verranno ora descritti i due indici di performance sui quali si basano le strategie di allocazione, simulate e valutate in questa relazione.

Il primo indice di performance considerato, è l'indice di Sharpe. Introdotto nel 1996 da Sharpe, rappresenta una delle prime misure utilizzate nella valutazione di portafoglio. Per superare alcuni limiti riscontrati in tale indice, l'analisi è stata poi condotta utilizzando l'indice di Farinelli-Tibiletti, un indice più generale, capace di adattarsi alle diverse esigenze degli investitori.

3.1 Indice di Sharpe

Nel 1966 Sharpe introdusse una misura di performance per i fondi comuni, originariamente chiamata rendimento-su-variabilità. Successivamente, con il nome di indice di Sharpe, è diventato uno dei più popolari indici nella ricerca accademica e nelle applicazioni pratiche di finanza manageriale. Da allora è stato presentato con numerose varianti, qui ci occuperemo dell'ultima versione, quella pubblicata dal Journal of Portfolio Management nel 1994. Esso viene principalmente utilizzato per la scelta tra diverse opportunità di investimento: quelle con maggiore indice di Sharpe sono preferibili ad altre. La performance di Sharpe per un generico portafoglio p , si calcola come segue:

$$ps_p = \frac{E(X_p - r_f)}{\sigma_p} \quad (3.1)$$

Tale misura esprime il valore atteso dei rendimenti al netto del risk-free, che il portafoglio è in grado di generare per ogni unità di rischio (misurato tramite la deviazione standard dei rendimenti stessi).

Questa quantità, come si è già visto nel modello di Markowitz in presenza del risk-free, misura la pendenza della retta che contiene le coppie (σ, μ) che possono essere ottenute combinando opportunamente l'attività priva di rischio e gli N titoli rischiosi. Si era affermato che la combinazione migliore si trova nella retta, passante per r_f , più lontana in senso antiorario, e quindi in quella con pendenza maggiore. È un indice che deriva naturalmente dal modello di Markowitz, di facile applicazione e quindi largamente

utilizzato. Questo è il motivo per cui, il primo approccio utilizzato nella costruzione del portafoglio ottimale, è stato la massimizzazione dell'indice di Sharpe.

Tuttavia, questo indice ipotizza una distribuzione normale dei rendimenti, perché per calcolarlo vengono presi in considerazione solo i primi due momenti della distribuzione, quindi potrebbe perdere attendibilità nell'interpretazione se questa assunzione viene meno.

Inoltre seguendo la logica dell'indice di Sharpe, molti aspetti di un investimento vengono trascurati.

Tale indice infatti non tiene conto della propensione / avversione dell'investitore al rischio, e non considera neanche l'asimmetria e la curtosi dei rendimenti. Per quel che riguarda l'asimmetria, la volatilità "buona" (al di sopra del benchmark) e la volatilità "cattiva" (al di sotto del benchmark) dell'extra rendimento ($X - r_f$) possono essere valutate in modo differente dagli investitori. Ciò che ci dobbiamo chiedere è se siamo interessati a considerarle separatamente o in modo globale. La risposta dipende dal risultato che vogliamo ottenere. Se siamo interessati a catturare una stabilità attorno a un valore centrale, allora una misura di informazione globale a "due lati" è appropriata. In questo caso, possiamo utilizzare una misura della volatilità a "due lati", come la deviazione standard. Ma potrebbe interessarci una differente prospettiva. Negli ultimi tempi, la prevenzione al rischio di default, è diventata una questione avvincente. Basti pensare all'esplosione mondiale dei crediti derivati prodotti come il Credit Default Swaps e il Credit Linked Notes sin dal 1996. Un altro esempio corrente è la responsabilità di un risk managers di garantire la profittabilità di fondi comuni e pensionistici. In questi casi, tutta l'attenzione è focalizzata nel "lato sinistro" della variabilità, quindi una misura a "un lato" è lo strumento più giusto da utilizzare. Concludendo, il classico indice di Sharpe basato sulla comune misura di variabilità a "due lati", i rendimenti attesi (per la volatilità "buona") e la deviazione standard (per la volatilità "cattiva"), potrebbe essere inappropriato in questo contesto.

3.2 Indice Farinelli – Tibiletti

È necessario superar questo approccio classico per riuscire a gestire distribuzioni asimmetriche dei rendimenti e preferenze asimmetriche. Un modo per separare le misure di rendimento da quelle di perdita è l'utilizzo di misure parametro-dipendenti di tipo "one-side", tra queste figura l'indice di Farinelli-Tibiletti. L'indice di performance,

basato su misure del rischio “one side” di un asset con rendimento totale X e benchmark r_f , è definito, per ogni $p, q > 0$ usando il suo extra-rendimento $X - r_f$, come:

$$\phi_{FT}(X; \theta; b) := \frac{E^{1/p}[\{(X - r_f)^+\}^p]}{E^{1/q}[\{(X - r_f)^-\}^q]} \quad (3.2)$$

Dove $(X - r_f)^+ = \max(X - r_f; 0)$

$(X - r_f)^- = -\min(X - r_f; 0)$

Le quantità $E^{1/p}[\{(X - r_f)^+\}^p]$ e $E^{1/q}[\{(X - r_f)^-\}^q]$ sono i momenti parziali inferiori di ordine p e i momenti parziali superiori di ordine q rispettivamente, e r_f è un livello di rendimento di riferimento che separa i rendimenti entrando nei momenti inferiori e superiori. L'indice FT generalizza quindi il rapporto tra i momenti parziali inferiori e superiori rispetto a un livello di rendimento accettabile r_f , che nel nostro rappresenta l'EURIBOR, un tasso di riferimento che indica il tasso di interesse medio delle transazioni finanziarie in Euro tra le principali banche europee.

Con questo indice possono essere modellati due tipi di preferenze asimmetriche :

- La preferenza asimmetrica tra la “buona” e la “cattiva” volatilità dal benchmark.
- La preferenza asimmetrica tra “piccole” e “grandi” deviazioni dal benchmark.

Il primo comportamento asimmetrico è catturato usando una misura di volatilità one-sided, mentre il secondo tipo di asimmetria è descritto dagli ordini dei momenti utilizzati. Più grande è l'ordine, maggiore è l'inclinazione dell'agente (nel caso di guadagni attesi) o l'avversione (nel caso di perdite attese) per gli eventi estremi. Quindi, se una deviazione moderata dal benchmark è relativamente innocua quando è comparata con una grande deviazione, allora è adatto un ordine elevato per il momento sul lato sinistro (q). Viceversa, se un piccolo rendimento al di sopra del benchmark è relativamente più apprezzato rispetto a grandi guadagni eccezionali, allora un ordine basso per il momento sul lato destro (p) si adatta bene a questo caso.

Tali proprietà dell'indice Farinelli – Tibiletti sono il motivo per cui è stato scelto per il secondo approccio adottato nella costruzione di allocazioni ottimali in questa relazione, che prevede la massimizzazione dell'indice FT.

Ad investitori con profili di rischio diversi, dovrebbero corrispondere allocazioni ottimali differenti. Per condurre questa analisi, gli investitori sono stati classificati in 5 classi, a seconda della loro attitudine al rischio, e ad ognuna di queste sono stati attribuiti i parametri p e q coerenti con le loro caratteristiche e proposti in un articolo del 2006, tra i cui autori figurano anche gli stessi Farinelli e Tibiletti. Sono di seguito riportate le classi con i relativi parametri:

1. Difensivo, se l'investitore cerca stabilità, e una modesta crescita potenziale del valore dell'investimento ($p=2.5$; $q=5$).
2. Conservativo, se l'investitore cerca stabilità e ed è meno concentrato sull'ammontare del rendimento finale ($p=0.8$; $q=2.5$).
3. Moderato, se è un investitore a lungo termine che desidera una costante crescita potenziale, senza l'obbligo di avere grandi rendite ($p=1$; $q=2.5$).
4. In crescita, se è un investitore a lungo termine e desidera buone crescite potenziali ($p=2.5$; $q=0.8$).
5. Aggressivo, se è un investitore a lungo termine e desidera elevate crescite potenziali ($p=3.8$; $q=0.8$).

CAPITOLO 4: Dati

4.1 Analisi dei dati

Prima di procedere con le tecniche di allocazione ottimale, vengono qui descritti e analizzati i dati utilizzati. Nella simulazione sono stati considerati i rendimenti di 5 indici del mercato, rappresentativi di 5 diverse aree geografiche:

- **S&P 500**: è stato realizzato da Standard & Poor's nel 1957 e segue l'andamento di un paniere azionario formato dalle 500 aziende statunitensi a maggiore capitalizzazione. Fanno parte di questo basket le azioni di grandi aziende contrattate al New York Stock Exchange (Nyse), all'American Stock Exchange (Amex) e al Nasdaq. Questo indice è il più usato per misurare l'andamento del mercato azionario USA ed è ormai riconosciuto come benchmark per le performance di portafoglio.
- **SSE COMP. INDEX** : è un indice di tutte le azioni che sono trattate nel Shanghai Stock Exchange. È tra tutti l'indice più giovane in quanto sviluppato nel dicembre del 1990.
- **IBOVESPA**: è il principale indicatore delle performance medie del mercato azionario brasiliiano.
- **FTSE 100** : è un indice azionario delle 100 società più capitalizzate quotate al London Stock Exchange. L'indice è quotato dal 3 gennaio 1984. Le 100 società componenti dell'indice rappresentano circa l'80% della capitalizzazione di mercato dell'intero London Stock Exchange. Sebbene l'indice FTSE All-Share sia più completo, l'indice FTSE 100 è di gran lunga il più usato come indicatore del mercato londinese.
- **NIKKEY** : è l'indice più rappresentativo del TSE (Tokyo Stock Exchange), il mercato azionario giapponese. L'indicatore è nato nel settembre del 1950. si tratta di un indice price-weighted, nel quale il “peso” di ogni titolo non è proporzionale alla sua capitalizzazione di mercato, ma solo al suo prezzo. Le 225 azioni che compongono il paniere sono quelle più scambiate della prima sezione del TSE. il Nikkei 225 ha la funzione di rappresentare il mercato

azionario giapponese, ragion per cui la sua composizione è stata sottoposta nel tempo ad una serie di revisioni al fine di tener conto dell'evoluzione della borsa nipponica.

I rendimenti sono stati calcolati con la capitalizzazione semplice, nel seguente modo:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} * 100 \quad (4.1)$$

I prezzi dei titoli considerati, essendo espressi in valute differenti, sono stati tutti tradotti in euro, per evitare di incorrere nel rischio di cambio. Sono stati utilizzati i tassi di cambio medi mensili, relativi ai periodi considerati, resi disponibili dalla Banca d'Italia. I rendimenti utilizzati sono rendimenti mensili percentuali, che coprono il periodo dal 31/01/2001 al 31/12/2006, con un totale di 72 osservazioni.

Di seguito sono riportati i grafici delle serie storiche dei titoli nel periodo campionario considerato, per avere un'idea del loro andamento.

Figura 4

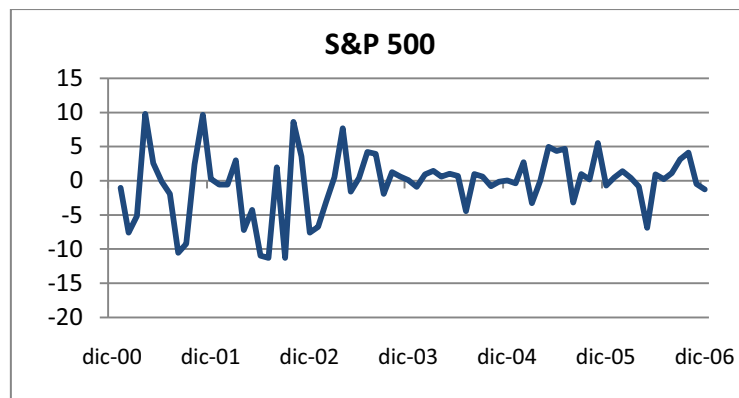


Figura 5

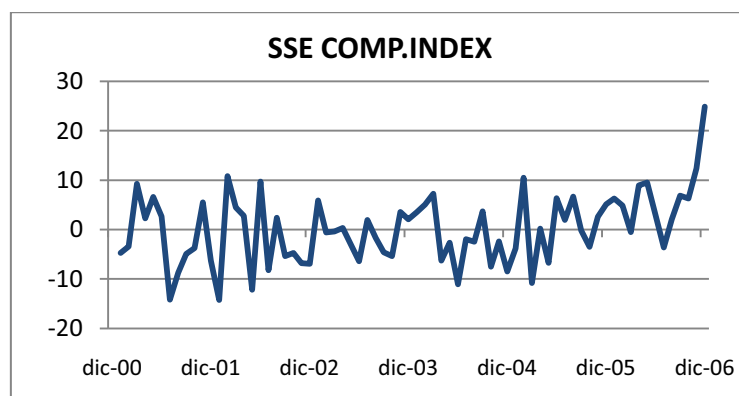


Figura 6

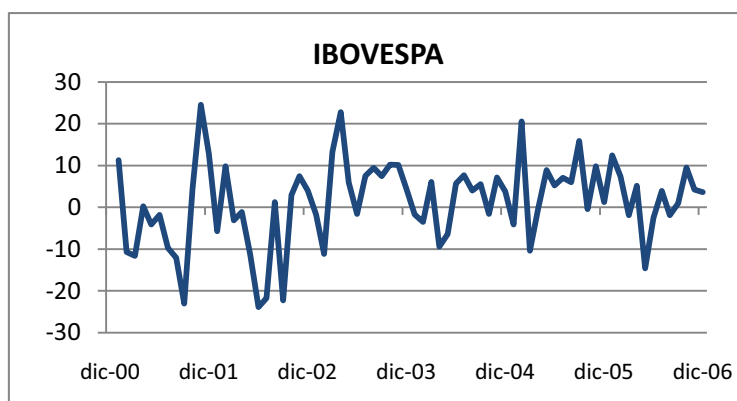


Figura 7

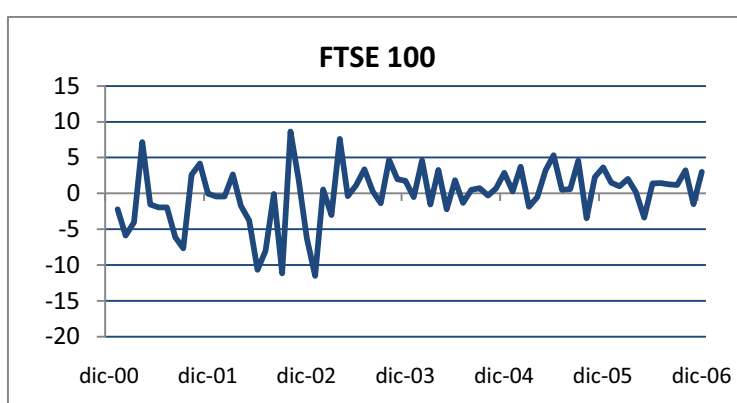
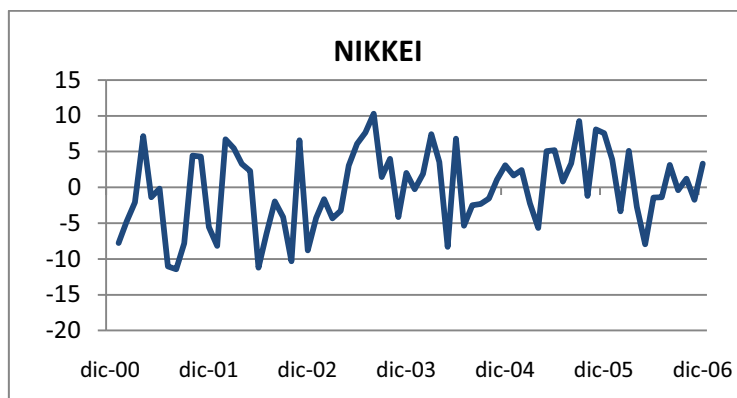


Figura 8



Le figure dalla 4 alla 8 rappresentano i rendimenti mensili percentuali degli indici considerati da gennaio 2001 a dicembre 2006. I dati sono stati ricavati dal sito yahoo finance.

4.2 Statistiche descrittive e test di normalità

Alla data di acquisto, il prezzo futuro di un titolo è ignoto, e di conseguenza lo è anche il rendimento; quest'ultimo è perciò una variabile casuale caratterizzata da una distribuzione di probabilità. Le caratteristiche principali della distribuzione di un rendimento sono riassunte dai principali momenti teorici : il rendimento atteso e la varianza:

$$\mu_r = E(r) \quad (4.2)$$

$$\sigma_r^2 = Var(r) = E[(r - \mu_r)^2] = E(r^2) - \mu_r^2 \quad (4.3)$$

Data una serie storica, μ e σ^2 possono essere stimati usando i momenti campionari:

$$\bar{r} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t \quad s_r^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2 \quad \text{oppure} \quad \hat{\sigma}_r^2 = \frac{T-1}{T} s_r^2$$

Altri due momenti teorici interessanti sono l'indice di asimmetria (4.4), che valuta la simmetria della distribuzione attorno al valore atteso, e l'indice di curtosi (4.5), che riflette la probabilità di osservare rendimenti lontani dal valore atteso.

$$A_r = E \left[\left(\frac{r - \mu_r}{\sigma_r} \right)^3 \right] \quad (4.4)$$

$$C_r = E \left[\left(\frac{r - \mu_r}{\sigma_r} \right)^4 \right] \quad (4.5)$$

Per una distribuzione simmetrica, $A_r = 0$; se $A_r > 0$, la distribuzione è asimmetrica a destra (la coda a destra è più pronunciata della sinistra), e viceversa se $A_r < 0$. L'indice di curtosi $C_r = 3$ per una distribuzione normale; se $C_r > 3$ la distribuzione è leptocurtica (la probabilità di realizzazioni lontane dal valore atteso è maggiore rispetto al caso di una distribuzione normale), mentre se $C_r < 3$ la distribuzione è bradicurtica. Nel seguito sono riportate queste statistiche descrittive, relative ai rendimenti dei titoli utilizzati.

	S&P 500	SSE COMP. INDEX	IBOVESPA	FTSE 100	NIKKEI
media	-0,332	0,134	1,333	-0,048	-0,140
mediana	0,270	-0,020	3,695	0,502	-0,214
minimo	-11,311	-14,277	-23,903	-11,524	-11,432
massimo	9,797	24,894	24,557	8,653	10,292
dev.Str	4,556	7,004	9,995	4,007	5,452
asimmetria	-0,482	0,396	-0,451	-0,782	-0,236
curtosi	3,564	3,826	3,446	4,077	2,241

Tabella 1: Statistiche descrittive

Per tutti gli indici considerati, escluso SSE COMP. INDEX, l'indice di asimmetria risulta negativo, la coda sinistra della distribuzione dei rendimenti è più pronunciata di quella destra. L'indice di curtosi è maggiore rispetto a quello di una distribuzione normale in tutti i casi, eccetto NIKKEI, che presenta una distribuzione bradicurtica.

Successivamente si sono effettuati dei test per verificare la normalità delle serie storiche dei rendimenti. L'ipotesi di normalità gioca infatti un ruolo fondamentale nelle tecniche econometriche effettuate, in particolare nell'utilizzo dell'indice di Sharpe.

Per la verifica della normalità sono disponibili diverse statistiche test. Una delle più semplici è il test di Jarque-Bera, basato sugli indici di asimmetria e curtosi. Un'altra statistica test è quella di Shapiro e Wilk, che confronta due stimatori alternativi della varianza della distribuzione che ha generato i dati. Quest'ultimo, in letteratura, è considerato uno dei test più potenti per la verifica della normalità, soprattutto per piccoli campioni.

Statistiche test	S&P 500	SSE COMP.INDEX	IBOVESPA	FTSE 100	NIKKEI
test Jarque-Bera	3,742	3,928	3,036	10,812	2,396
p- value	0,154	0,14	0,219	0,004	0,302
test Shapiro-Wilk	0,939	0,975	0,965	0,948	0,975
p- value	0,002	0,172	0,041	0,005	0,176

Tabella 2: test di normalità e relativi p-value

L'ipotesi di normalità viene rifiutata per FTSE 100 dal test di Jarque-Bera, mentre il test di Shapiro-Wilk la rifiuta per ben tre indici : S&P 500, IBOVESPA e FTSE 100.

Anche i qq-plot sotto riportati confermano i dubbi sulla non normalità di alcuni rendimenti.

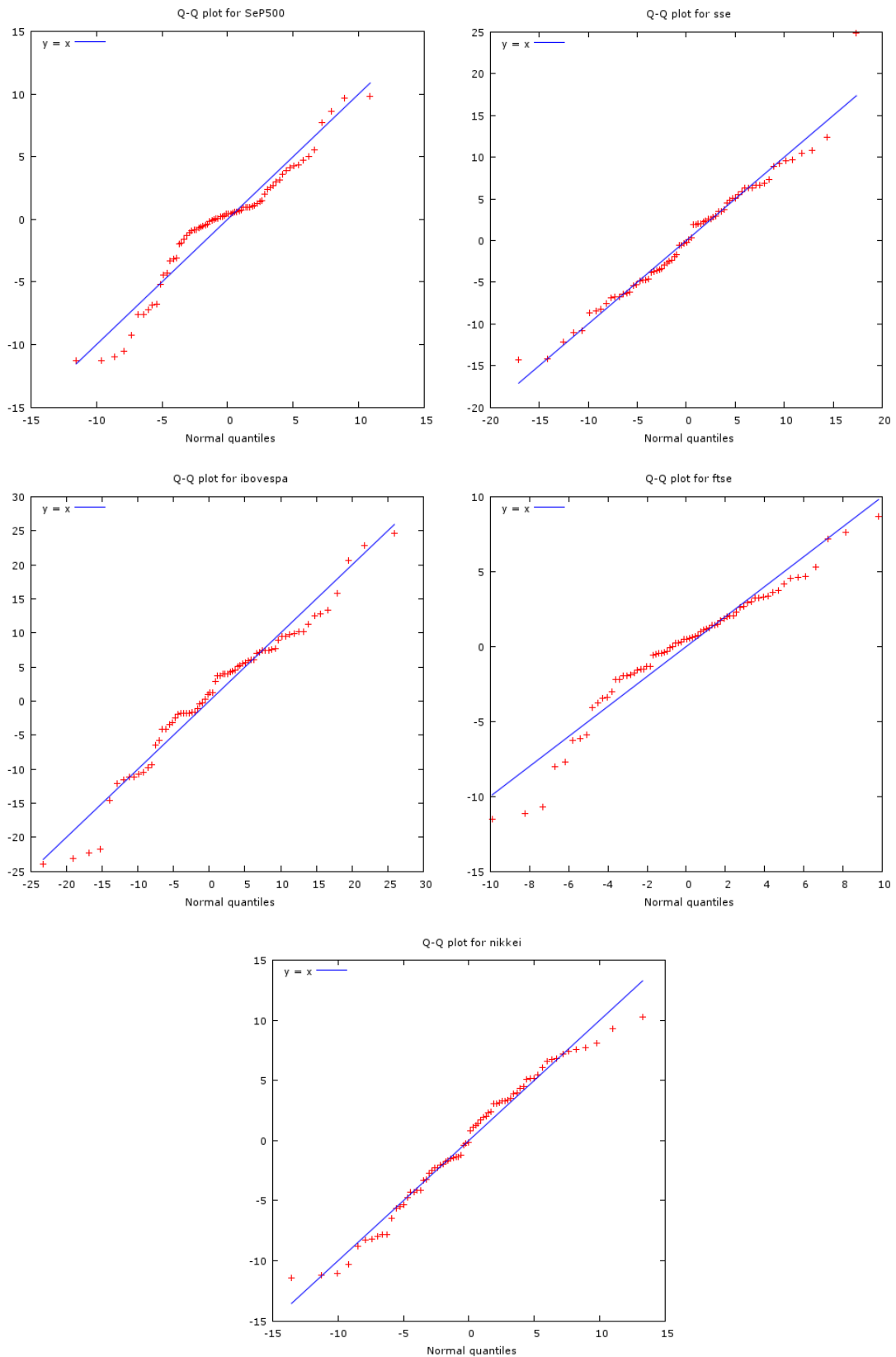
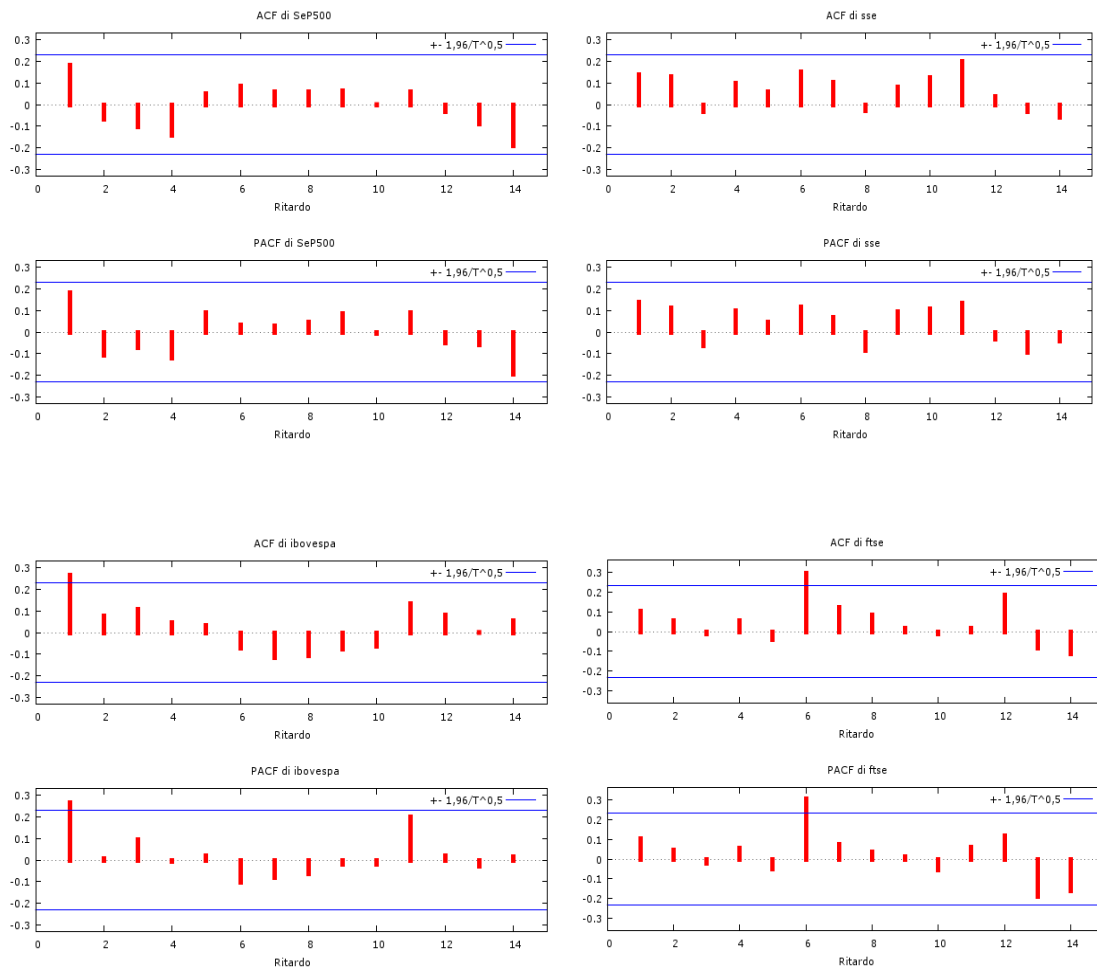


Figura 9: qq-plot delle distribuzioni degli indici considerati

Anche da questi grafici si può concludere di non poter accettare l'ipotesi di normalità per gli indici S&P 500, FTSE e IBOVESPA.

È importante verificare anche che le serie siano stazionarie, la non stazionarietà renderebbe infatti inefficaci i metodi econometrici classici. Un sintomo importante della stazionarietà si può osservare dai correlogrammi, di seguito riportati.



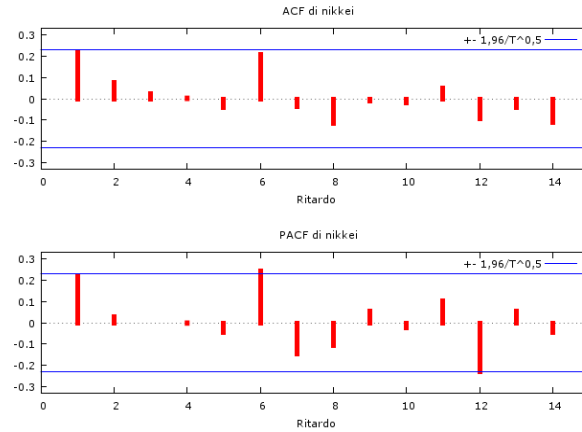


Figura 10: correlogrammi dei rendimenti degli indici considerati.

Dai correlogrammi si osserva che i rendimenti degli indici S&P 500, SSE COMP.INDEX e NIKKEI possono essere considerati incorrelati, mentre per titoli IBOVESPA e FTSE 100, un ritardo fuoriesce dalle bande, sintomo di una certa correlazione tra i rendimenti.

CAPITOLO 5: Strategie di allocazione ottimale di portafoglio

Una volta che sono stati scelti gli indici di performance da utilizzare, Sharpe e Farinelli-Tibiletti, si può procedere all'ottimizzazione di portafoglio, il fulcro di questa relazione. Come già detto, i dati utilizzati in questa simulazione, sono i rendimenti mensili, di cinque indici, dal gennaio 2001 al dicembre 2006, per un totale di 72 osservazioni per ogni indice, che costituiscono la serie storica dei rendimenti r_i ($i=1, \dots, T, T+1, \dots, h$) dove T rappresenta la lunghezza dei dati storici ($T=60$ nel nostro esempio), e h l'orizzonte temporale al quale verrà applicata la strategia di allocazione ottimale ($h=12$). Tramite la procedura di ottimizzazione sono stati calcolati i pesi ottimi dei 5 indici nel portafoglio riferiti agli h periodi mensili, da gennaio 2006 a dicembre 2006, utilizzando per ogni periodo le osservazioni dei 60 mesi precedenti. In pratica per determinare i pesi ottimi di gennaio 2006, si sono considerate le rilevazioni dei rendimenti mensili da gennaio 2001 a dicembre 2005; per la composizione ottimale di febbraio 2006 quelle da febbraio 2001 a gennaio 2006 e così via.

Gli indici di Sharpe e gli indici di Farinelli Tibiletti, ottenuti dalle diverse allocazioni dei 5 titoli, sono stati massimizzati con l'uso del risolutore di excel. Il risolutore è infatti uno strumento di calcolo capace di massimizzare o minimizzare una funzione obiettivo (in questo caso massimizza l'indice di Sharpe prima e l'indice FT poi), modificando i valori di alcuni componenti coinvolti nella funzione obiettivo (che nella nostra simulazione saranno i pesi assunti dai titoli nel portafoglio). Tramite il risolutore si sono quindi ottenuti i pesi ottimi di portafoglio, che rendono massimo l'indice di performance considerato, in un dato periodo. Tale procedura di massimizzazione è quindi stata effettuata 12 volte, una per ogni mese di cui si vuole determinare la composizione ottimale. Nella massimizzazione dell'indice di Farinelli Tibiletti, si è ripetuta poi anche per ogni tipologia di investitore, come vedremo in seguito.

Nel mercato reale molto spesso, non è possibile avere sempre posizioni corte, ossia avere in portafoglio titoli con peso negativo, il che sta a significare che tali titoli vengono venduti allo scoperto e con il ricavato vengono acquistati altri titoli con pesi positivi; d'altra parte non è nemmeno sempre possibile investire più del 100% in un titolo. Per questo motivo, nella risoluzione del problema di allocazione ottimale, sono stati posti dei vincoli sui pesi che ogni titolo può raggiungere all'interno del portafoglio. È stato posto un limite minimo pari a 0,001 per tutti i titoli e un limite massimo pari a

0,3, il che significa che ogni singolo titolo non può avere un peso inferiore allo 0,1% all'interno del portafoglio, e allo stesso tempo, non può costituire più del 30% del portafoglio stesso. Questi vincoli permettono di ottenere portafogli ragionevoli e non concentrati in pochi titoli, inoltre sono gli stessi utilizzati in un articolo del "Journal of Finance", tra i cui autori compaiono anche gli stessi Farinelli e Tibiletti. Infine si è ipotizzato che l'investitore investì l'intero capitale disponibile e che quindi la somma dei pesi dei titoli sia uno.

Seguendo la procedura appena esposta, sono di seguito riportati i risultati ottenuti dalle due massimizzazioni.

5.1 Strategia di allocazione ottimale tramite massimizzazione dell'indice di Sharpe

Nel seguente paragrafo si sono calcolati, mediante il risolutore di excel, i pesi e le performance di portafoglio secondo i vincoli sui pesi considerati, in base al problema di massimizzazione dell'indice di Sharpe:

$$\max_w \left\{ \frac{w' \mu - r_f}{\sqrt{w' \Sigma w}} \right\} \quad (5.1)$$

$$\text{S.V. } 0,001 \leq w \leq 0,3$$

$$w' i = 1$$

Come già detto nella descrizione dell'indice di Sharpe, r_f rappresenta un benchmark, ossia un valore di riferimento per il nostro rendimento. In questa simulazione è stato posto r_f pari al tasso di interesse medio delle transazioni finanziarie in Euro tra le principali banche europee, ossia l'EURIBOR, che può essere considerato un' approssimazione di un investimento risk-free, in quanto caratterizzato da un rischio molto limitato.

Vengono di seguito calcolati gli indici di Sharpe per i dodici periodi dei quali verranno poi riportate le allocazioni ottimali ottenute tramite la massimizzazione dell'indice di Sharpe. Come avverrà nella simulazione, per il calcolo dell'indice in ciascun periodo, che va da T+1 a T+12 (ossia da gennaio 2006 a dicembre 2006), vengono utilizzati i dati dei T periodi precedenti, con T=60.

	S&P 500	SSE COMP. INDEX	IBOVESPA	FTSE 100	NIKKEI
gen-06	-0,132	-0,225	0,092	-0,105	-0,058
feb-06	-0,131	-0,196	0,092	-0,094	-0,027
mar-06	-0,102	-0,173	0,122	-0,069	-0,024
apr-06	-0,084	-0,204	0,139	-0,046	-0,003
mag-06	-0,129	-0,184	0,146	-0,078	-0,034
giu-06	-0,164	-0,176	0,125	-0,087	-0,054
lug-06	-0,162	-0,177	0,123	-0,076	-0,060
ago-06	-0,155	-0,156	0,146	-0,064	-0,034
set-06	-0,121	-0,130	0,163	-0,038	0,008
ott-06	-0,078	-0,098	0,213	-0,003	0,030
nov-06	-0,075	-0,073	0,219	-0,005	0,017
dic-06	-0,121	-0,053	0,192	-0,031	-0,003

Tabella 3: valori assunti dall'indice di Sharpe in ogni indice azionario e per ogni periodo considerato.

Si può notare come gli indici di Sharpe più bassi, riguardino i titoli s&p 500 e sse comp. Index, e ci si attende quindi che questi due titoli assumano poco peso nel portafoglio simulato, che sarà più concentrato nei restanti tre titoli.

I risultati ottenuti dalla massimizzazione dell'indice di sharpe, sotto i vincoli imposti, per i 12 mesi e i 5 titoli considerati, sono i seguenti:

	S&P 500	SSE COMP. INDEX	IBOVESPA	FTSE 100	NIKKEI	rendimenti
gen-06	0.099	0.001	0.300	0.300	0.300	5.416
feb-06	0.099	0.001	0.300	0.300	0.300	1.661
mar-06	0.099	0.001	0.300	0.300	0.300	1.616
apr-06	0.099	0.001	0.300	0.300	0.300	0.717
mag-06	0.099	0.001	0.300	0.300	0.300	-8.461
giu-06	0.099	0.001	0.300	0.300	0.300	-0.654
lug-06	0.099	0.001	0.300	0.300	0.300	1.226
ago-06	0.099	0.001	0.300	0.300	0.300	0.870
set-06	0.099	0.001	0.300	0.300	0.300	0.833
ott-06	0.061	0.039	0.300	0.300	0.300	4.678
nov-06	0.001	0.099	0.300	0.300	0.300	1.528
dic-06	0.001	0.099	0.300	0.300	0.300	5.451

Tabella 4: pesi ottimali ottenuti dalla massimizzazione dell'indice di Sharpe per ogni titolo in ogni periodo.

In ogni riga sono riportati i pesi dei titoli, che rendono massimo l'indice di Sharpe, in ogni periodo.

Come previsto dal calcolo degli indici di Sharpe, i titoli S&P 500 e SSE COMP.INDEX, sono quelli che assumono pesi minori all'interno del portafoglio per tutto il periodo considerato. Mentre i titoli IBOVESPA, FTSE 100 E NIKKEI, assumono il maggior peso consentito.

Tali risultati sono di seguito rappresentati in un grafico

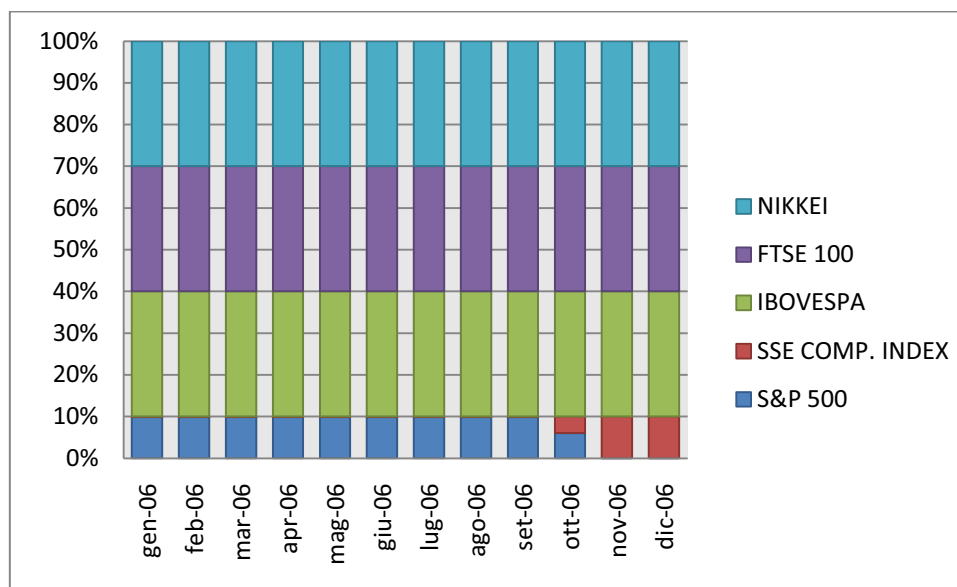


Figura 11: rappresentazione dei pesi ottimali (in ordinata) ottenuti dalla massimizzazione dell'indice di Sharpe in ogni periodo (in ascissa).

Da questo grafico appare chiaro che il peso assunto dai diversi titoli non varia nel periodo considerato, eccetto negli ultimi tre mesi in cui SSE COMP.INDEX sostituisce la piccola percentuale assunta da S&P 500, fatto in accordo con gli indici di Sharpe precedentemente calcolati.

Si tratta quindi di un portafoglio stabile ed equamente distribuito nei tre asset con performance di Sharpe migliori.

Il rendimento finale che si ottiene da questa allocazione di portafoglio al termine dei dodici mesi, calcolato come somma dei rendimenti in ogni mese, è pari a 14,880% mentre la varianza del portafoglio è di 12,138%. Per capire come ogni indice influenzi il rendimento totale del portafoglio, sono riportati di seguito cinque grafici, che mettono a confronto il rendimento del portafoglio con il rendimento apportato da ogni asset nel periodo considerato.



Figura 12: confronto tra rendimento totale di portafoglio e rendimento di ogni singolo indice nel portafoglio.

Gli indici con pesi maggiori sono anche quelli che, ovviamente, influenzano maggiormente l'andamento del portafoglio. Ibovespa, in particolare, è l'indice che

registra i migliori guadagni nei mesi di gennaio, aprile, luglio e ottobre, ma è anche quello che subisce le maggiori perdite nel mese di maggio. Lo stesso andamento, in modo meno marcato, è assunto anche da Nikkei e Ftse 100, che insieme all'Sse comp.index contribuiscono alla ripresa del mese di dicembre.

Ora, tutti gli investitori, indifferentemente dal loro profilo di rischio, secondo la strategia di allocazione basata sulla massimizzazione dell'indice di Sharpe, deterranno questo portafoglio. Dopo aver implementato anche l'altro approccio, basato sulla massimizzazione dell'indice di FT, determineremo se il portafoglio appena risultato si adatti meglio a un particolare profilo di rischio.

5.2 Strategia di allocazione ottimale tramite massimizzazione dell'indice Farinelli – Tibiletti

Per poter superare alcuni limiti riscontrati nell'utilizzo della performance di Sharpe, in particolare la non normalità e l'andamento asimmetrico dei rendimenti, ma soprattutto per riuscire a costruire portafogli più personalizzati, che soddisfino le esigenze di diverse tipologie di investitori, è stato implementato un secondo approccio per la derivazione di portafogli ottimali. Questo è basato sulla massimizzazione dell'indice di performance FT, che per la sua costruzione, già descritta precedentemente, è in grado di adattarsi a diversi profili di rischio. Il problema di ottimo da risolvere è il seguente:

$$\max_w \left\{ \frac{E^{1/p} [\{(w'r - r_f)^+\}^p]}{E^{1/q} [\{(w'r - r_f)^-\}^q]} \right\} \quad (5.2)$$

$$\text{S.V } 0,001 \leq w \leq 0,3$$

$$w' i = 1$$

I vincoli sono gli stessi del problema di ottimo precedente, e anche qui r_f rappresenta l'EURIBOR.

A differenza di prima ora possiamo adattare la massimizzazione dell'indice a differenti profili di rischio, modificando in modo appropriato gli indici p e q.

5.3 Problemi riscontrati nella procedura di massimizzazione

Anche in questo approccio è stato utilizzato il risolutore di excel, come strumento di massimizzazione dell'indice. A differenza dell'indice di Sharpe, caratterizzato da una struttura molto semplice, l'indice Fartinelli – Tibiletti presenta una struttura più complessa, e quindi anche il processo di massimizzazione risulta meno immediato. Probabilmente, è questo il motivo per cui, in alcuni periodi e per alcuni profili di rischio, i pesi ottimali degli assets ottenuti dal problema di massimizzazione, sono risultati differenti a seconda dell'allocazione di partenza. Ad esempio, nella determinazione dei pesi ottimi, del mese di agosto, del profilo in crescita, partendo da un'allocazione equally weighted, dove quindi ogni titolo è pesato allo stesso modo, e poi da un'altra allocazione casuale, si sono ottenuti risultati diversi:

Pesi iniziali	pesi ottimi
S&P500 : 0,3	S&P500 : 0,099
SSE COMP.: 0,2	SSE COMP. : 0,001
IBOVESPA: 0,1	IBOVESPA: 0,3
FTSE 100: 0,2	FTSE 100:0,3
NIKKEI: 0,2	NIKKEI : 0,3
FT= 2,783	
S&P500 : 0,2	S&P500 : 0,001
SSE COMP.: 0,2	SSE COMP. : 0,258
IBOVESPA: 0,2	IBOVESPA: 0,3
FTSE 100: 0,2	FTSE 100:0,271
NIKKEI: 0,2	NIKKEI : 0,170
FT= 2,63	

Questo accade perché probabilmente vi sono più punti di massimo sulla superficie descritta dai valori dell'indice FT al variare dei pesi dei titoli; questa superficie potrebbe ad esempio presentare delle onde, e avere quindi più punti di massimo relativo. La soluzione che a noi interessa è invece il massimo assoluto, il punto in cui l'indice FT

raggiunge il suo massimo valore, che nell'esempio sopra riportato corrisponde alla prima soluzione.

Per valutare questa possibilità è stata rappresentata tale superficie. Per semplicità sono stati considerati solo tre titoli, in modo da poter rappresentare la superficie su un piano tridimensionale, nel quale, due assi rappresentano i pesi assunti da due titoli, e il terzo il valore assunto dall'indice FT per le diverse combinazioni di pesi. Si è mantenuta l'ipotesi che i pesi sommino a uno, quindi, il peso del terzo titolo, che non appare nella rappresentazione, si ricava per differenza: $w_3 = 1 - (w_1 + w_2)$. Si è inoltre ipotizzata la positività dei pesi ($w_{min} \geq 0$), non si è posto invece alcun limite superiore, un titolo può quindi arrivare a costituire il 100% del portafoglio.

Come prima verifica, si sono considerati i titoli FTSE 100, IBOVESPA, E NIKKEI. I pesi ottimi calcolati sono quelli relativi al mese di agosto 2006 per il profilo in crescita. Nel grafico sono rappresentati i pesi dei titoli ibovespa e Nikkei, quello di Ftse 100 si può ottenere per differenza.

Dal grafico appare evidente che il valore massimo di FT si trova in corrispondenza dell'allocazione : IBOVESPA=1; NIKKEI=0; FTSE100=0. Come si può osservare, nonostante il massimo assoluto sia ben identificabile, la superficie non appare lineare, ma presenta delle sporgenze locali che potrebbero essere rilevate dal risolutore come punti di massimo.

Come ulteriore verifica, si sono considerati i titoli S&P 500, SSE COMP. INDEX e IBOVESPA. I pesi ottimi calcolati sono quelli relativi al mese di agosto 2006 per il profilo aggressivo. Dalla superficie ottenuta si osserva che il massimo assoluto dell'indice FT si trova in corrispondenza dell'allocazione: S&P 500=0, SSE COMP.INDEX=0, IBOVESPA=1. Tuttavia anche in questo caso la superficie non è lineare, il risolutore potrebbe quindi rilevare più punti di massimo.

Si può presumere quindi che anche la superficie, ottenuta dalle varie combinazioni dei pesi di tutti e cinque i titoli, non sia lineare, ma presenti delle sporgenze locali, rilevate dal risolutore come massimi.

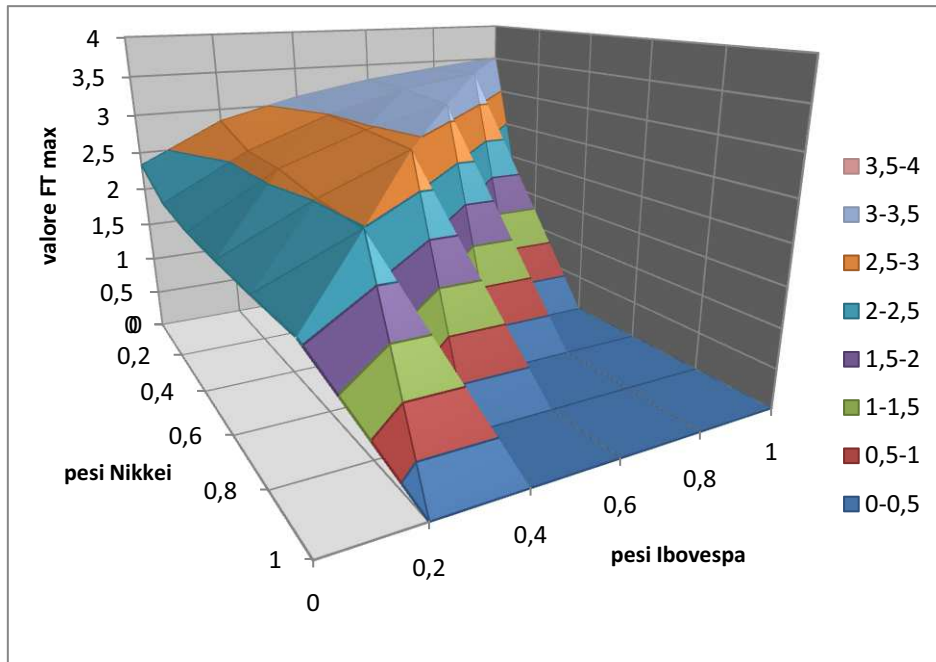


Figura 13: Superficie descritta dai valori massimi dell'indice FT al variare dei pesi dei tre titoli: Ibovespa Ftse e Nikkei , che sono vincolati ad essere maggiori di zero e sommare a uno.

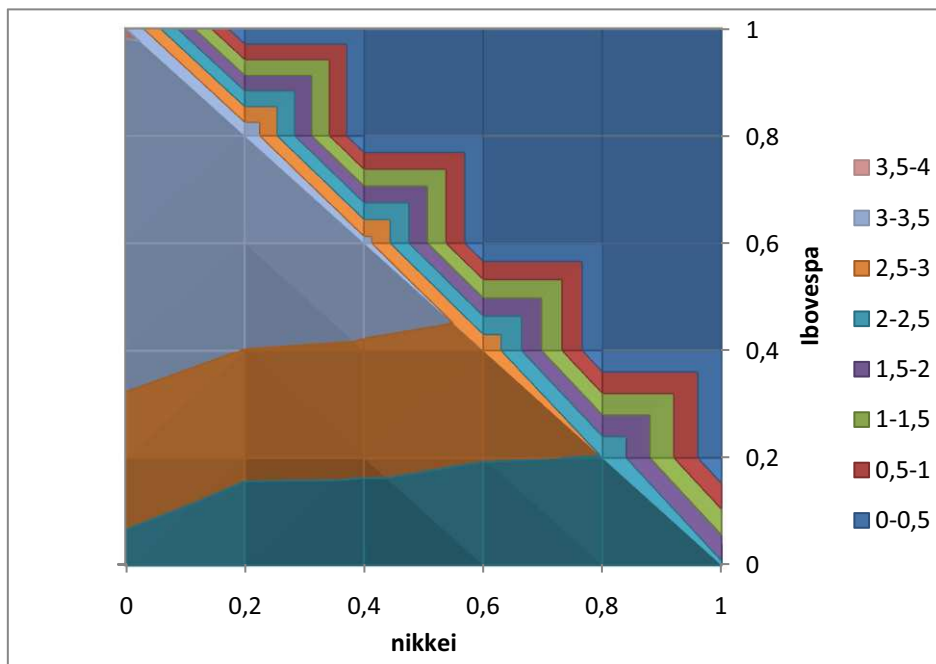


Figura 14: isometria dei valori assunti dall'indice FT al variare dei pesi di Ibovespa, Ftse e Nikkei.

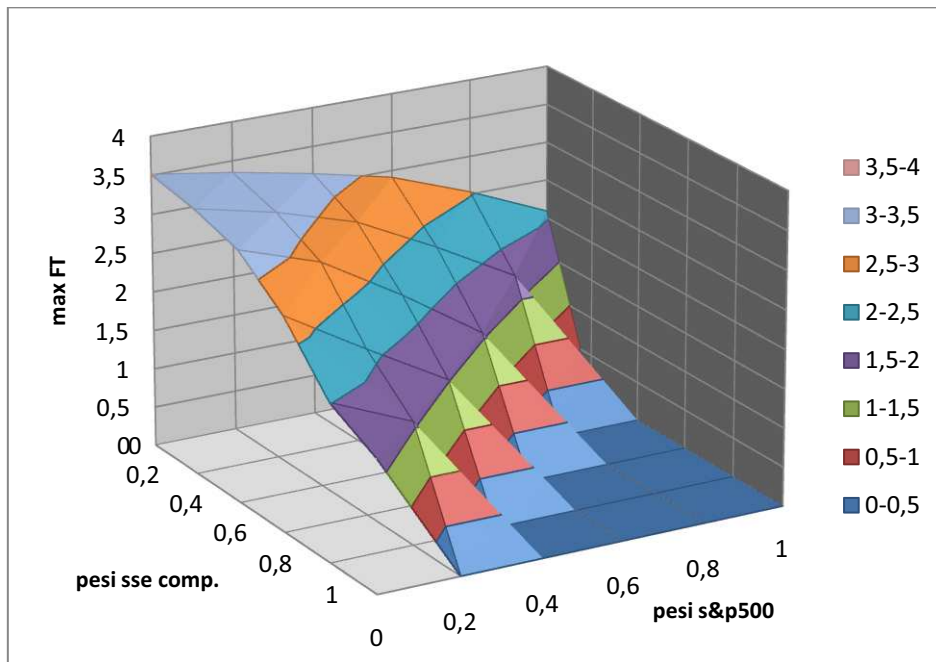


Figura 15: superficie descritta dal valore massimo di FT assunto al variare dei pesi dei tre titoli: s&p 500, sse comp.index e ibovespa.

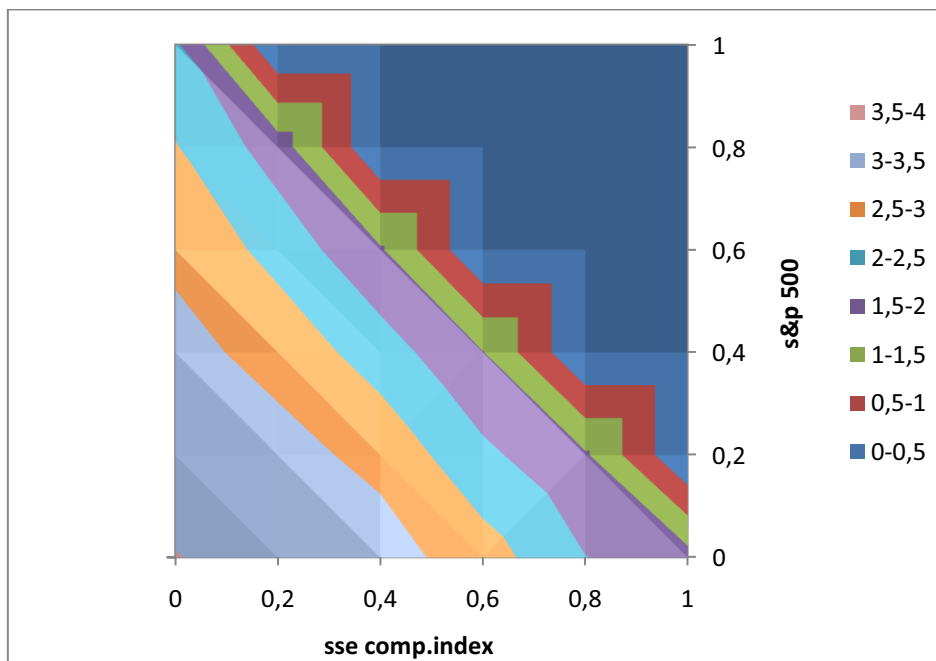


Figura 16: Isometria dei valori assunti dall'indice FT al variare dei pesi dei titoli S&P500 SSE COMP.INDEX e IBOBESPA.

Tuttavia risulta difficile creare tali superfici utilizzando tutti e cinque gli indici.

Per ovviare a questo problema si è quindi seguita la seguente procedura: per ogni mese e per ogni periodo, i pesi ottimali sono stati calcolati tre volte partendo da allocazioni iniziali differenti. In certi casi (ad esempio in ogni periodo del profilo difensivo) tutte e tre le allocazioni iniziali hanno condotto alla stessa soluzione, che è quindi stata considerata l'allocazione ottimale. In altri casi, (ad esempio in molti periodi del profilo in crescita), le tre prove hanno portato a risultati diversi, e si è quindi scelta l'allocazione che rendeva massimo l'indice FT. In questo modo, con molta probabilità, si sono riusciti a individuare tutti i punti di massimo assoluto.

5.4 Come varia il massimo di FT al variare dei parametri p e q

Prima di riportare le allocazioni ottimali, così ottenute, per ogni profilo di rischio, è interessante osservare come varia il valore massimo dell'indice FT in relazione al variare dei parametri p e q, che caratterizzano le diverse tipologie di investitori considerati.

Nel grafico sono stati considerati gli stessi parametri p e q che verranno poi utilizzati nell'analisi, per poterne interpretare più a fondo i risultati. Ricordando come è costruito l'indice:

$$\phi_{FT}(X; \theta; b) := \frac{E^{1/p}[\{(X - b)^+\}^p]}{E^{1/q}[\{(X - b)^-\}^q]} \quad (5.3)$$

È ragionevole pensare che l'indice assuma un valore maggiore quando l'ordine al numeratore (P) è elevato, e l'ordine al denominatore (Q) è basso. Ciò è confermato dal grafico: il valore massimo di FT è più elevato in corrispondenza dei parametri (p=3,8;q=0,8). Questa coppia di parametri caratterizza l'investitore aggressivo, colui che non si preoccupa molto delle perdite, ma desidera avere buone possibilità di superare molto il benchmark.

Viceversa, spostandosi verso valori elevati di q e valori bassi di p, il valore massimo assunto dall'indice diminuisce. Nel grafico, il valore più basso dell'indice massimizzato si osserva per (p=0,8;q=5). Questo profilo si adatterebbe a un investitore fortemente concentrato sul non subire perdite, e non interessato ai guadagni. Tale profilo non

rientra in quelli considerati in quanto poco realistico, il profilo che più si avvicina è quello conservativo, caratterizzato dalle coppie $(p=0,8 ; q=2,5)$.

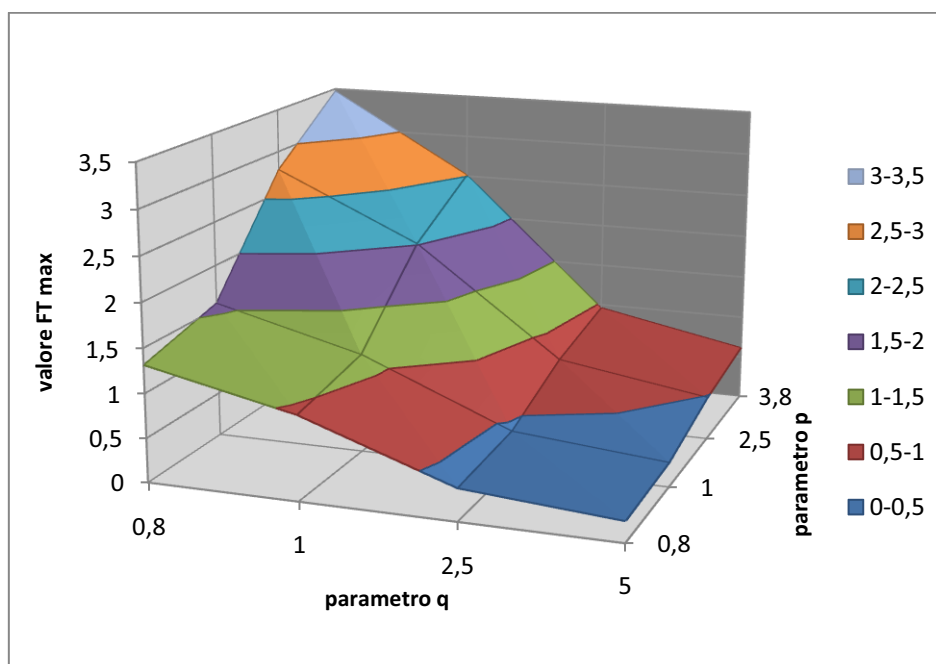


Figura 17: rappresentazione di come varia il valore massimo dell'indice FT al variare dei parametri p e q. i dati sono quelli utilizzati per la stima dell'agosto 2006.

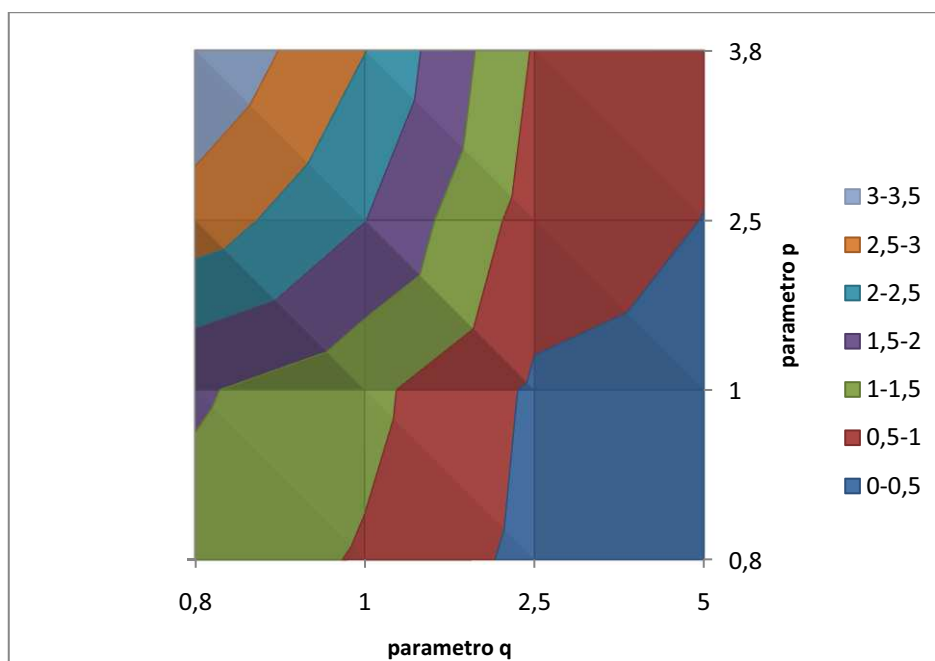


Figura 18: Isometria del grafico 17.

5.5 Risultati della massimizzazione dell'indice Farinelli - Tibiletti

Dopo aver risolto i problemi incontrati nella procedura di massimizzazione, e dopo aver interpretato il significato dei parametri utilizzati, sono di seguito riportati i risultati ottenuti per ogni profilo di rischio considerato.

Successivamente, verranno analizzate le allocazioni ottimali, e verrà stabilito se l'indice FT è capace di produrre portafogli personalizzati e se questi risultano migliori, in termini di ricchezza finale, rispetto a quelli costruiti con l'indice di Sharpe.

1 - Profilo difensivo

Nella costruzione del portafoglio ottimale, per questo tipo di investitore, sono stati posti i parametri $P=2.5$ e $Q=5$. Essi denotano una buona propensione verso i rendimenti positivi ($P>1$), ma soprattutto una elevata avversione per le perdite (Q è molto elevato). I risultati ottenuti sono riportati nella tabella, e nel grafico sottostanti:

	S&P 500	SSE COMP. INDEX	IBOVESPA	FTSE 100	NIKKEI	rendimento
gen-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	6,941
feb-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	2,783
mar-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	1,005
apr-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	3,426
mag-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	-4,260
giu-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	-0,147
lug-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	-0,171
ago-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	1,119
set-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	2,349
ott-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	5,421
nov-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	4,320
dic-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	9,848

Tabella 5: pesi ottimi ottenuti dalla massimizzazione dell'indice FT per il profilo difensivo. L'ultima colonna riporta i rendimenti mensili del portafoglio difensivo.

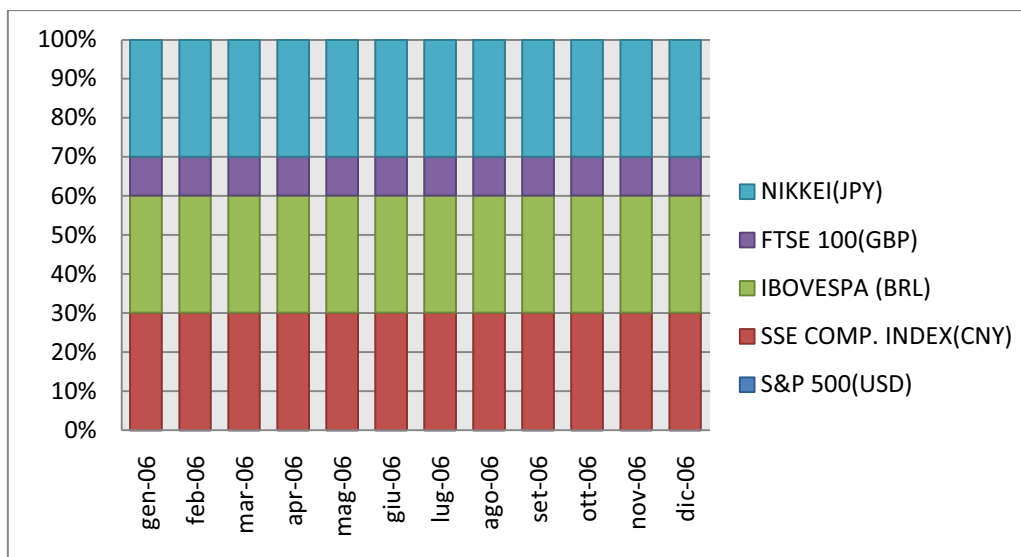
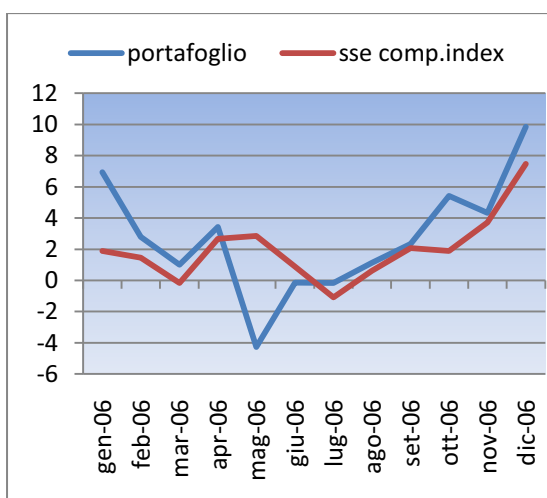
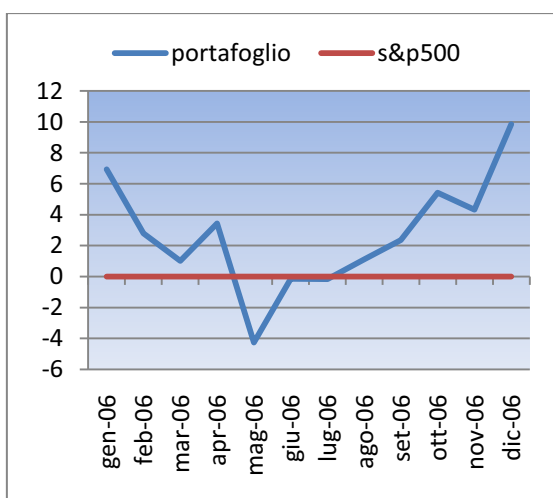


Figura 19: rappresentazione dei pesi ottimali per il portafoglio difensivo.

Come si può osservare, questo portafoglio è in gran parte concentrato su tre titoli: SSE COMP. INDEX, IBOVESPA e NIKKEI, ognuno dei quali costituisce il 30% del portafoglio, il 9,9% è investito nell'indice FTSE 100, e il restante 0,1% nell'S&P 500. Si differenzia dal portafoglio ottenuto con l'approccio precedente per il diverso peso attribuito all'indice SSE COMP. INDEX. Si tratta di un portafoglio stabile, la cui composizione non varia nel periodo considerato. I rendimenti da esso prodotti sono in accordo con il profilo difensivo, le perdite sono molto limitate e sono presenti buoni guadagni. Per poter meglio valutare come ogni indice influenzi il rendimento totale del portafoglio, sono di seguito riportati i seguenti grafici:



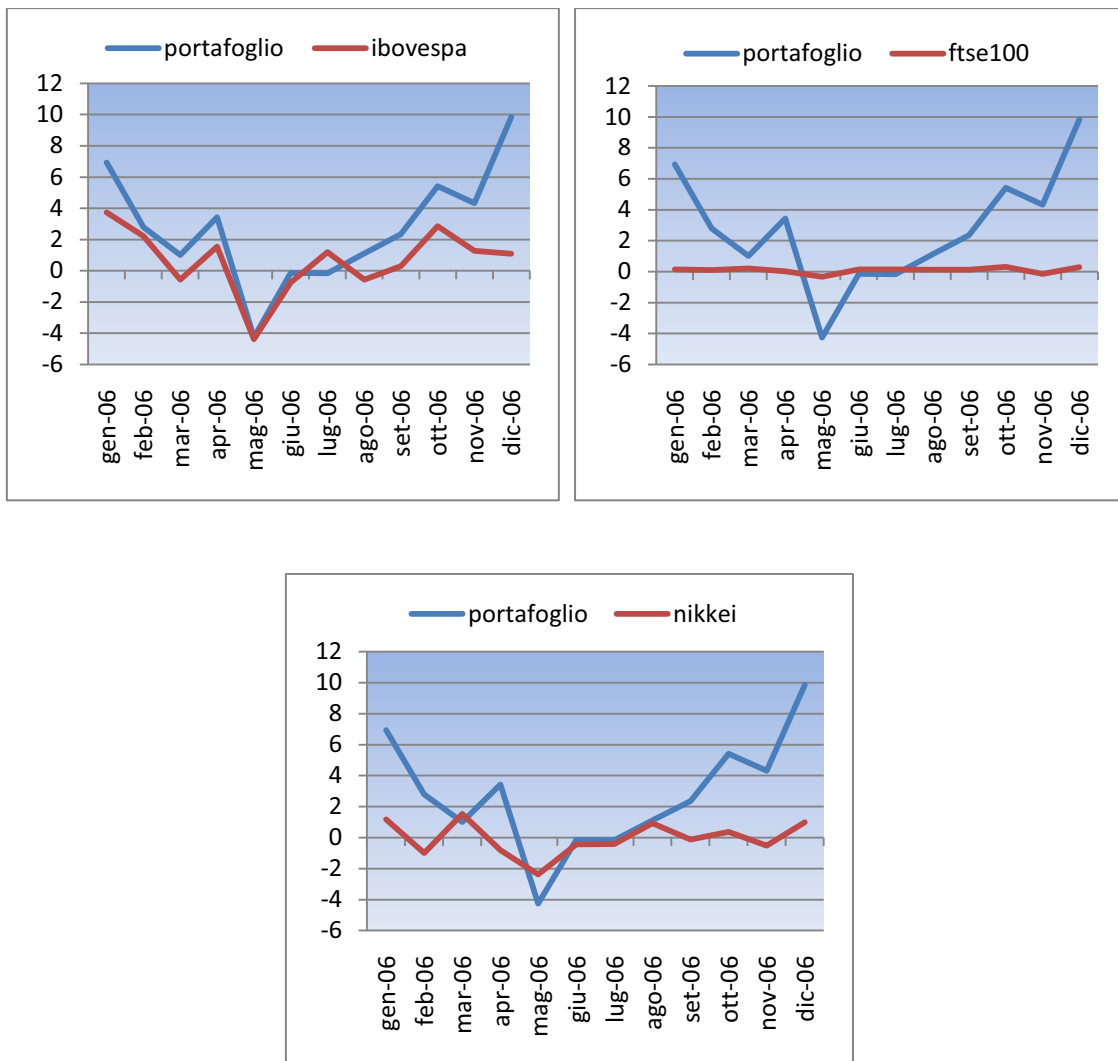


Figura 20: Confronto tra il rendimento totale del portafoglio difensivo e quello dei singoli indici che lo compongono.

In questo portafoglio difensivo, la crisi del mese di maggio, presente anche nel portafoglio precedente ottenuto tramite la massimizzazione dell'indice di Sharpe, è qui in parte arginata dall' Sse Comp.Index, che in questa fase registra un guadagno del 3% circa. La volontà dell'investitore difensivo di limitare le perdite è quindi soddisfatta, come anche la sua buona propensione ai guadagni, dovuti in particolare agli indici Ibovespa e Sse Comp.Index.

Il rendimento finale raggiunto è pari a 32,635% e la varianza del portafoglio è 12,494%.

2 - Profilo conservativo

Per questo tipo di investitore i parametri assumono i valori di $P=0.8$ e $Q=2.5$. si tratta quindi di un investitore poco attratto da grandi guadagni ($P<1$) e mediamente avverso al rischio. L'allocazione ottimale ottenuta è la seguente:

	S&P 500	SSE COMP. INDEX	IBOVESPA	FTSE 100	NIKKEI	rendimento
gen-06	0,099	0,001	0,300	0,300	0,300	5,416
feb-06	0,099	0,001	0,300	0,300	0,300	1,661
mar-06	0,099	0,001	0,300	0,300	0,300	1,616
apr-06	0,099	0,001	0,300	0,300	0,300	0,717
mag-06	0,001	0,099	0,300	0,300	0,300	-6,855
giu-06	0,001	0,099	0,300	0,300	0,300	-0,457
lug-06	0,001	0,099	0,300	0,300	0,300	0,848
ago-06	0,001	0,109	0,300	0,290	0,300	0,969
set-06	0,001	0,151	0,300	0,248	0,300	1,497
ott-06	0,001	0,172	0,300	0,227	0,300	5,030
nov-06	0,001	0,187	0,300	0,212	0,300	2,749
dic-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	9,848

Tabella 6: Pesì ottimi ottenuti dalla massimizzazione dell'indice FT per il portafoglio conservativo. L'ultima colonna contiene i rendimenti mensili del portafoglio.

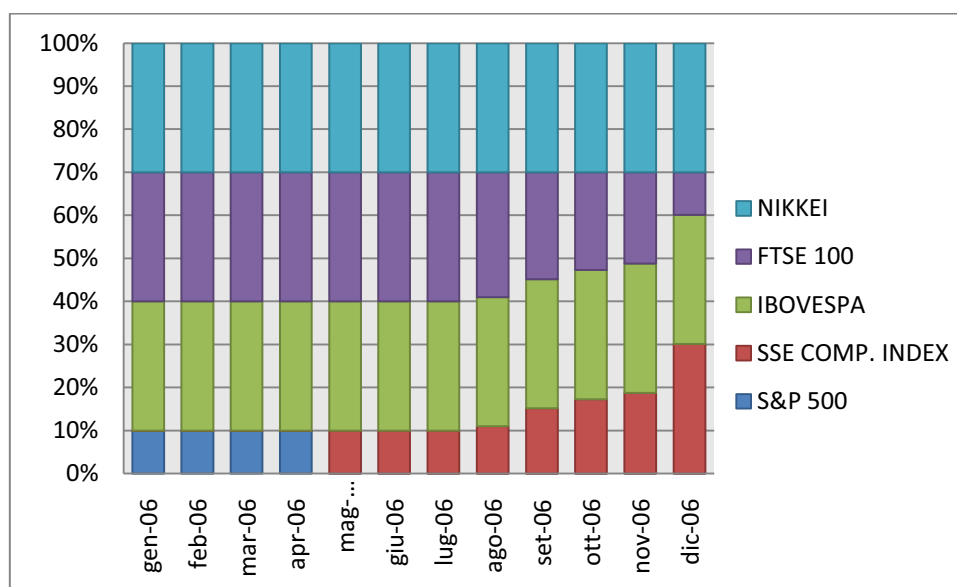


Figura 21: Rappresentazione dei pesi ottimi per il portafoglio conservativo.

Questo portafoglio si presenta meno stabile dei precedenti, i titoli con pesi maggiori sono IBOVESPA, NIKKEI e FTSE 100, anche se la percentuale di quest'ultimo diminuisce da settembre, quando aumenta il peso di SSE COMP. INDEX, il quale, fino ad aprile, costituiva solo lo 0,1% del portafoglio. S&P 500 invece assume una quota del 10% fino ad aprile, e poi quasi si annulla nei mesi successivi. Dai rendimenti mensili possiamo osservare che non vi sono molte perdite, vi sono dei guadagni, ma minori rispetto a quelli del profilo difensivo, in accordo con i parametri utilizzati. Anche questo risultato sembra quindi rispecchiare le esigenze dell'investitore considerato.

Sono di seguito riportati i grafici che mettono a confronto il rendimento totale del portafoglio conservativo con quello di ogni indice, nel periodo considerato:



Figura 22: confronto tra i rendimenti del portafoglio conservativo e i rendimenti degli indici che lo compongono.

Anche nel portafoglio conservativo, le perdite registrate dagli indici Ibovespa e Nikkei, nel mese di maggio, sono in parte compensate da rendimenti positivi dell'Sse comp.index, al quale è anche dovuta la ripresa del mese di dicembre. Dai grafici inoltre si osserva che i guadagni sono minori rispetto a quelli del portafoglio difensivo, in accordo con il parametro ($p=0,8$) qui utilizzato.

Infatti, il rendimento finale del portafoglio conservativo è pari a 23,039%, la varianza 14,326%.

3 – profilo moderato

Questo tipo di investitore è, come il precedente, mediamente avverso al rischio di perdita, ma alla ricerca di rendite costanti e in crescita. I parametri che rispecchiano questo profilo sono $P=1$ e $Q=2.5$. Ci si attendono quindi dei rendimenti mediamente maggiori rispetto a quelli del portafoglio conservativo.

I risultati della massimizzazione dell'indice FT sono i seguenti:

	S&P 500	SSE COMP. INDEX	IBOVESPA	FTSE 100	NIKKEI	rendimenti
gen-06	0,099	0,001	0,300	0,300	0,300	5,416
feb-06	0,085	0,015	0,300	0,300	0,300	1,708
mar-06	0,069	0,031	0,300	0,300	0,300	1,588
apr-06	0,099	0,001	0,300	0,300	0,300	0,717
mag-06	0,001	0,099	0,300	0,300	0,300	-6,855
giu-06	0,001	0,106	0,300	0,293	0,300	-0,447
lug-06	0,001	0,104	0,300	0,295	0,300	0,822
ago-06	0,001	0,161	0,300	0,238	0,300	1,010
set-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	2,349
ott-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	5,421
nov-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	4,320
dic-06	0,001	0,300	0,300	0,099	0,300	9,848

Tabella 7: pesi ottimi del portafoglio moderato.

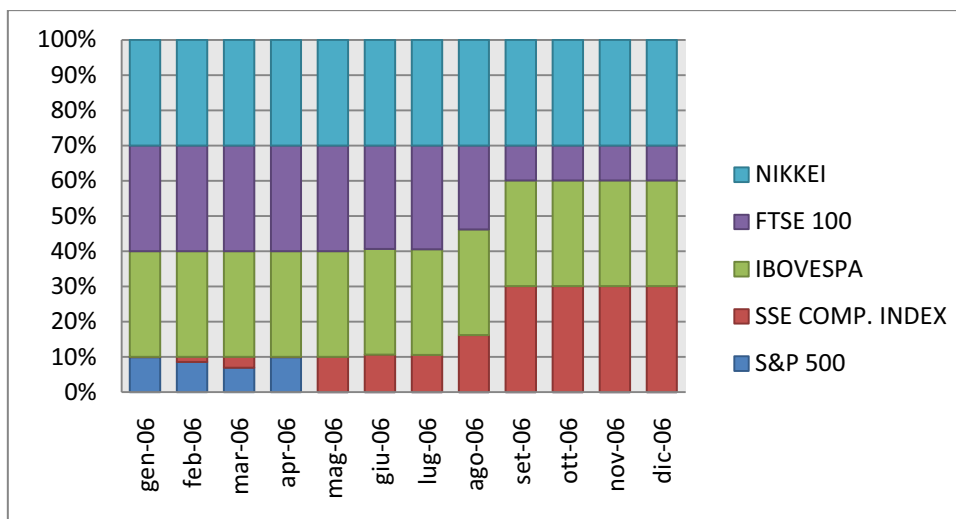
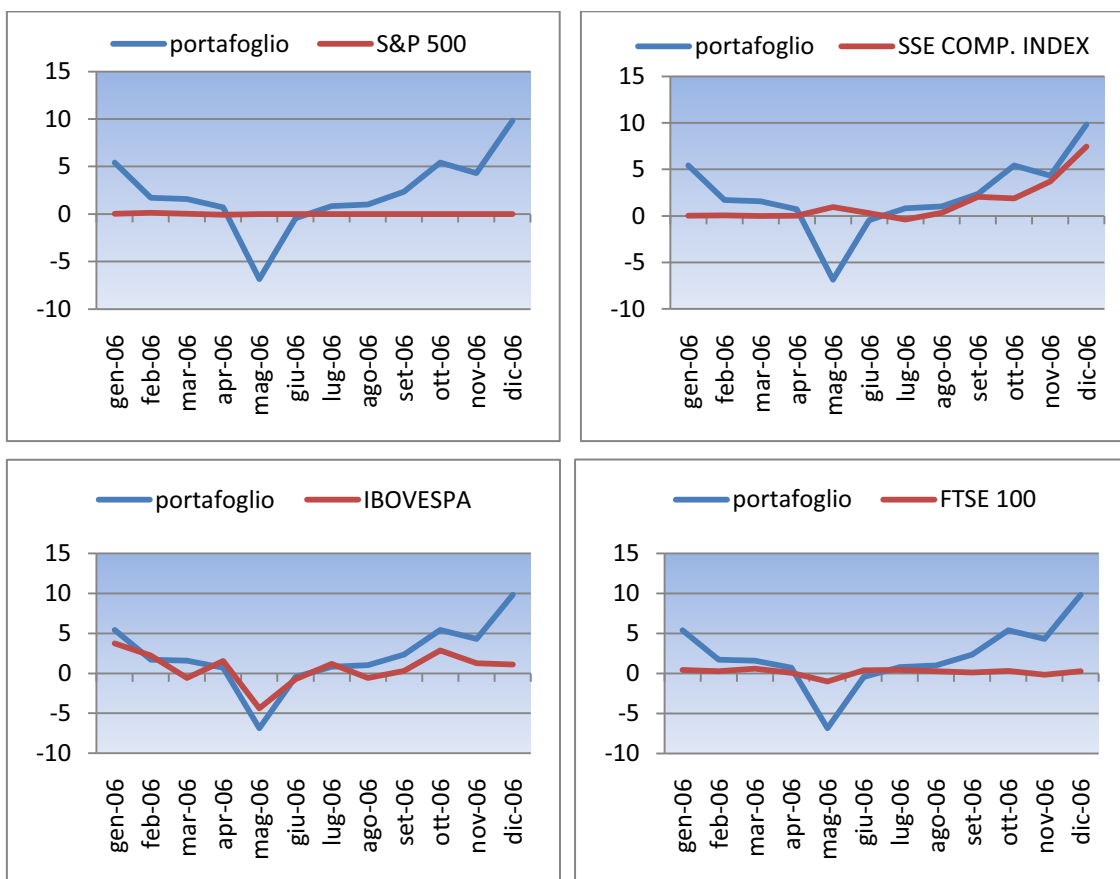


Figura 23: rappresentazione dei pesi ottimi del portafoglio moderato.

I parametri utilizzati, e quindi anche l’allocazione ottimale ottenuta, non sono molto diversi da quelli del profilo conservativo. Tuttavia la propensione ,dell’investitore moderato, verso maggiori rendite ($P=1$) si può riscontrare nei risultati ottenuti. Per molti mesi infatti, il rendimento risulta maggiore di quello offerto dal portafoglio conservativo. I seguenti grafici spiegano la relazione tra il rendimento totale del portafoglio moderato e i rendimenti dei singoli indici.



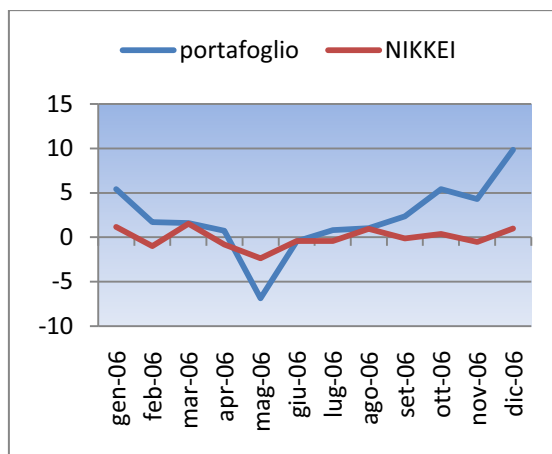


Figura 24: confronto tra il rendimento del portafoglio moderato e i rendimenti degli indici che lo compongono.

Le perdite di questo portafoglio sono quasi le stesse riscontrate nel portafoglio conservativo, i maggiori guadagni invece riguardano in particolare i mesi da agosto a dicembre e sono in gran parte dovute al maggior peso assunto dall'indice Sse Comp. Index. Questo portafoglio produce un rendimento totale pari al 25,897%, con una varianza del 14,903%.

4 – Profilo in crescita

Questo profilo rappresenta quegli investitori che desiderano una buona crescita potenziale del loro investimento. Per questo motivo i parametri sono posti pari a $P=2.5$ $Q=0.8$. Per ottenere grandi guadagni sono quindi disposti a rischiare qualche perdita. Sono di seguito riportate le scelte di allocazione ottimale per questo profilo di rischio.

	S&P 500	SSE COMP. INDEX	IBOVESPA	FTSE 100	NIKKEI	Rendimento
gen-06	0,300	0,001	0,300	0,300	0,099	4,722
feb-06	0,300	0,001	0,300	0,300	0,099	2,616
mar-06	0,300	0,001	0,300	0,300	0,099	0,671
apr-06	0,300	0,001	0,300	0,300	0,099	1,090
mag-06	0,300	0,001	0,300	0,300	0,099	-8,246
giu-06	0,300	0,001	0,300	0,300	0,099	-0,177
lug-06	0,300	0,001	0,300	0,300	0,099	1,554
ago-06	0,001	0,258	0,300	0,271	0,170	0,843
set-06	0,001	0,162	0,300	0,300	0,237	1,661
ott-06	0,004	0,160	0,300	0,299	0,237	5,121
nov-06	0,001	0,255	0,300	0,276	0,168	3,718
dic-06	0,001	0,199	0,300	0,300	0,200	7,609

Tabella 8: Pesì ottimi del portafoglio in crescita.

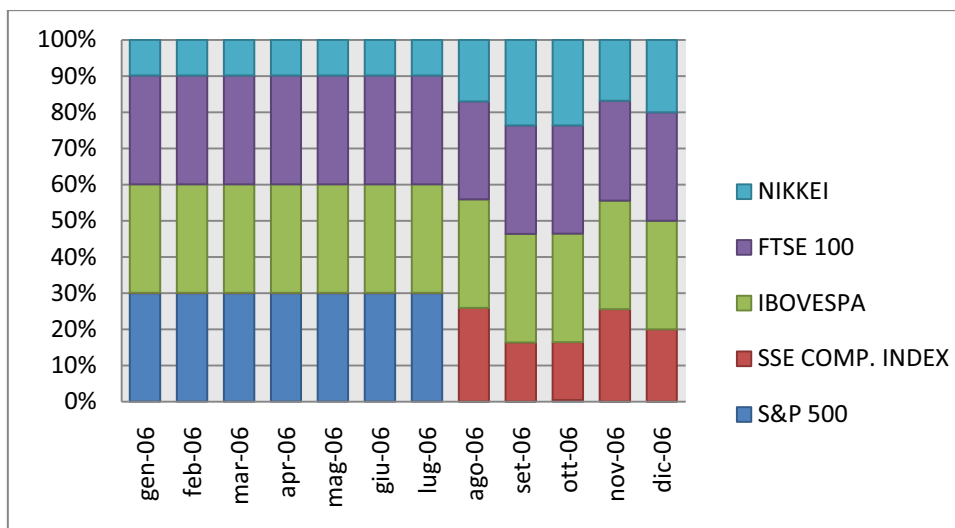
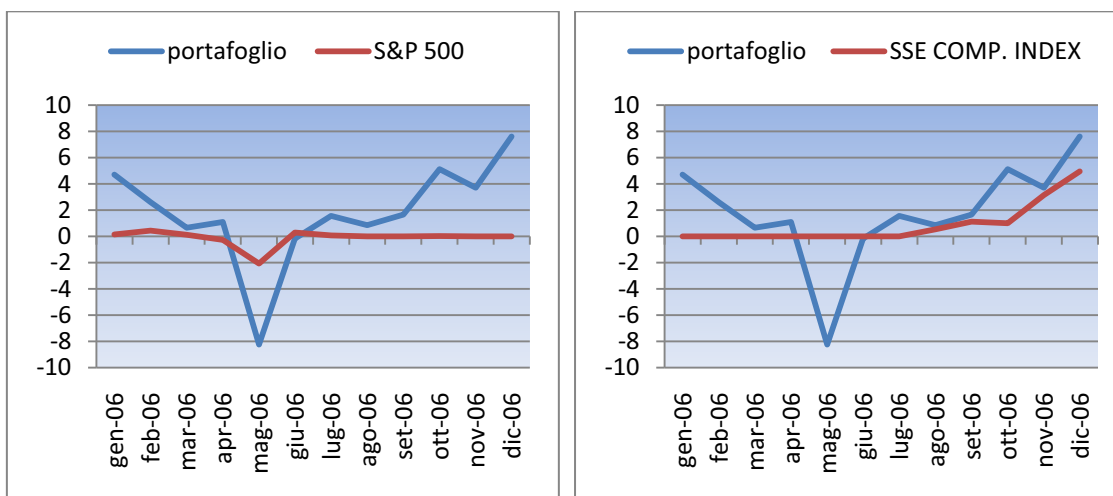


Figura 25: Rappresentazione dei pesi ottimi per il portafoglio in crescita.

L'allocazione ottimale ottenuta risulta differente rispetto alle precedenti. Se fino ad ora l'indice S&P 500, costituiva al massimo il 10% del portafoglio, ora ha un peso del 30% fino al mese di luglio, a scapito dell'indice NIKKEI il cui peso diminuisce. Dai rendimenti mensili si possono osservare delle perdite maggiori rispetto a quelle degli altri profili fin' ora considerati, che però non sono compensate da maggiori guadagni. Solo in cinque mesi (febbraio, aprile, giugno, luglio e ottobre) le performance del portafoglio in crescita hanno superato quelle del portafoglio moderate, il rendimento finale del portafoglio in questione è infatti minore rispetto al precedente, e pari a 21,183%. La varianza del portafoglio in crescita è pari al 13,771%. I grafici seguenti mostrano quali indici influenzano maggiormente l'andamento del portafoglio.



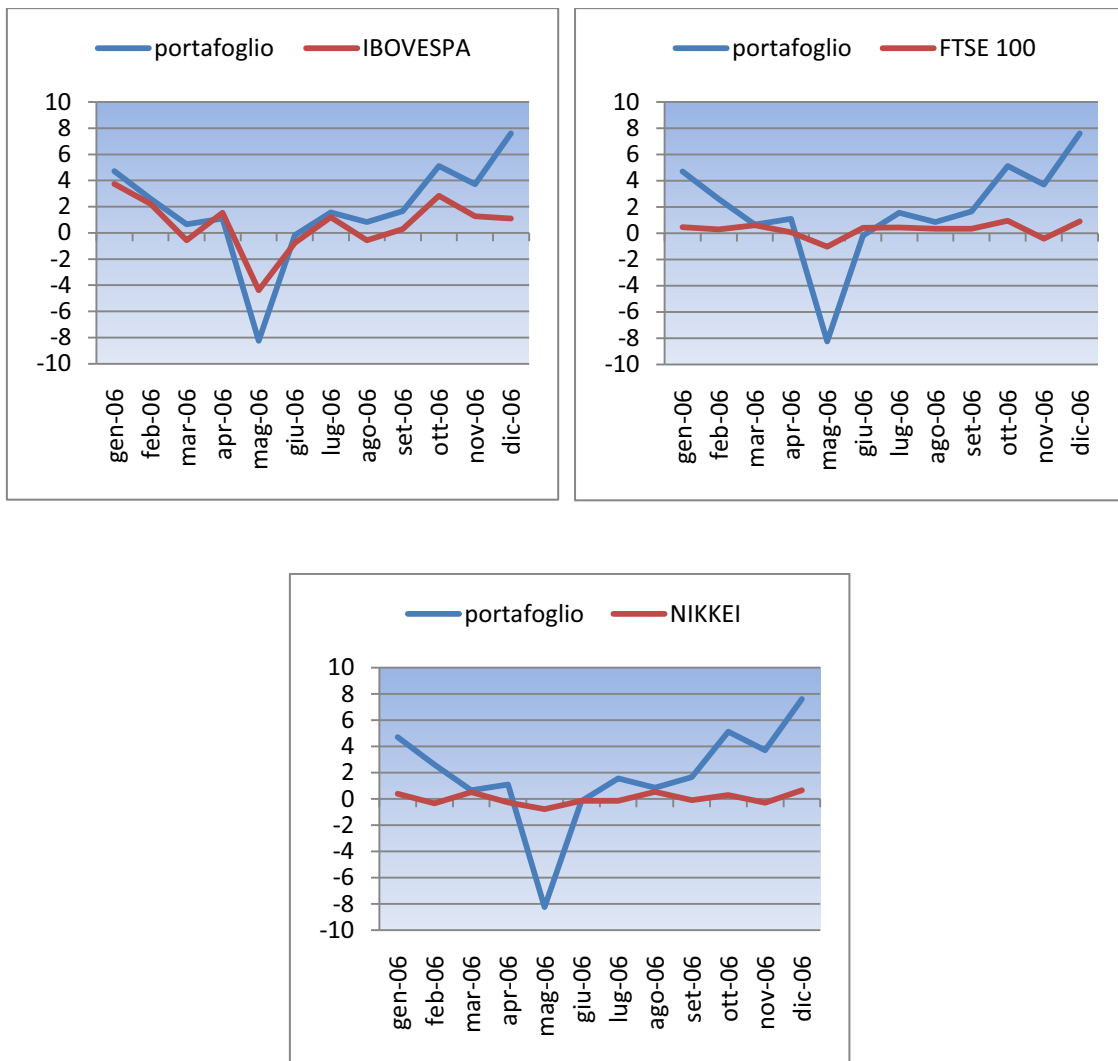


Figura 26: confronto tra il rendimento del portafoglio in crescita e i rendimenti dei singoli indici che lo compongono.

A differenza dei portafogli difensivo, conservativo e moderato, fin'ora esaminati, le perdite subite nel mese di maggio soprattutto dagli indici IBOVESPA e S&P 500 non sono controbilanciate da guadagni di altri indici; infatti in questo mese, nel portafoglio in crescita, si registra la maggior perdita fin'ora ottenuta pari a -8,246%. Lo stesso avviene anche negli altri periodi, escluso febbraio. Per questi motivi il rendimento finale è il più basso tra quelli fin'ora ottenuti con la massimizzazione dell'indice FT.

5 – profilo aggressivo

Questa classe rappresenta quegli investitori interessati a importanti crescite potenziali del valore del loro investimento. È quindi stato aumentato il valore del parametro p , posto pari a 3.8, mentre q è rimasto invariato, $q=0.8$.

	S&P 500	SSE COMP. INDEX	IBOVESPA	FTSE 100	NIKKEI	rendimenti
gen-06	0,300	0,099	0,300	0,300	0,001	4,953
feb-06	0,300	0,099	0,300	0,300	0,001	3,421
mar-06	0,300	0,099	0,300	0,300	0,001	0,115
apr-06	0,300	0,030	0,300	0,300	0,070	1,423
mag-06	0,300	0,080	0,300	0,300	0,020	-6,865
giu-06	0,300	0,099	0,300	0,300	0,001	0,252
lug-06	0,300	0,099	0,300	0,300	0,001	1,336
ago-06	0,300	0,099	0,300	0,300	0,001	0,357
set-06	0,300	0,099	0,300	0,300	0,001	2,253
ott-06	0,300	0,099	0,300	0,300	0,001	5,664
nov-06	0,300	0,099	0,300	0,300	0,001	1,895
dic-06	0,300	0,099	0,300	0,300	0,001	4,080

Tabella 9: Pesì ottimi per il portafoglio aggressivo.

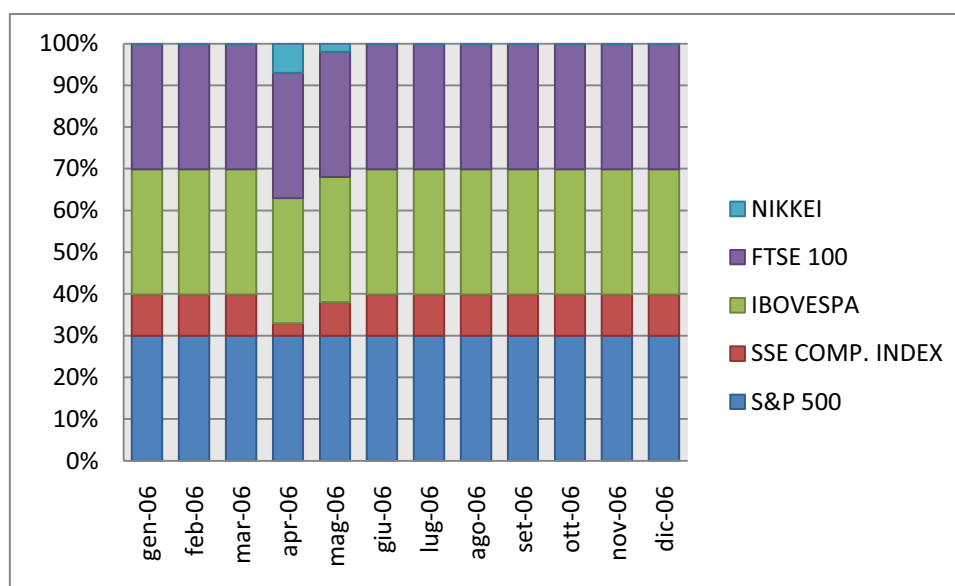


Figura 27: Rappresentazione dei pesi ottimi per il portafoglio aggressivo.

In questa allocazione ottimale assume poco peso l'indice NIKKEI, seguito dall'indice SSE COMP. INDEX il cui peso non va oltre il 9,9%. La restante quota di portafoglio è suddivisa equamente tra i restanti tre assets. Il rendimento finale accumulato nel periodo considerato è pari a 17,625%, il minore tra tutti quelli fin'ora ottenuti. Il risultato quindi sembra non soddisfare le esigenze dell'investitore aggressivo; questo potrebbe essere dovuto a una eccessiva esposizione al rischio che, nel periodo considerato, ha ridotto i guadagni. Dai grafici sotto riportati si osserva che le perdite sono diminuite rispetto al portafoglio precedente, ma anche i guadagni si mantengono bassi, infatti la varianza è pari al 9,587%, la più bassa tra quelle dei precedenti portafogli costruiti tramite la massimizzazione dell'indice FT.

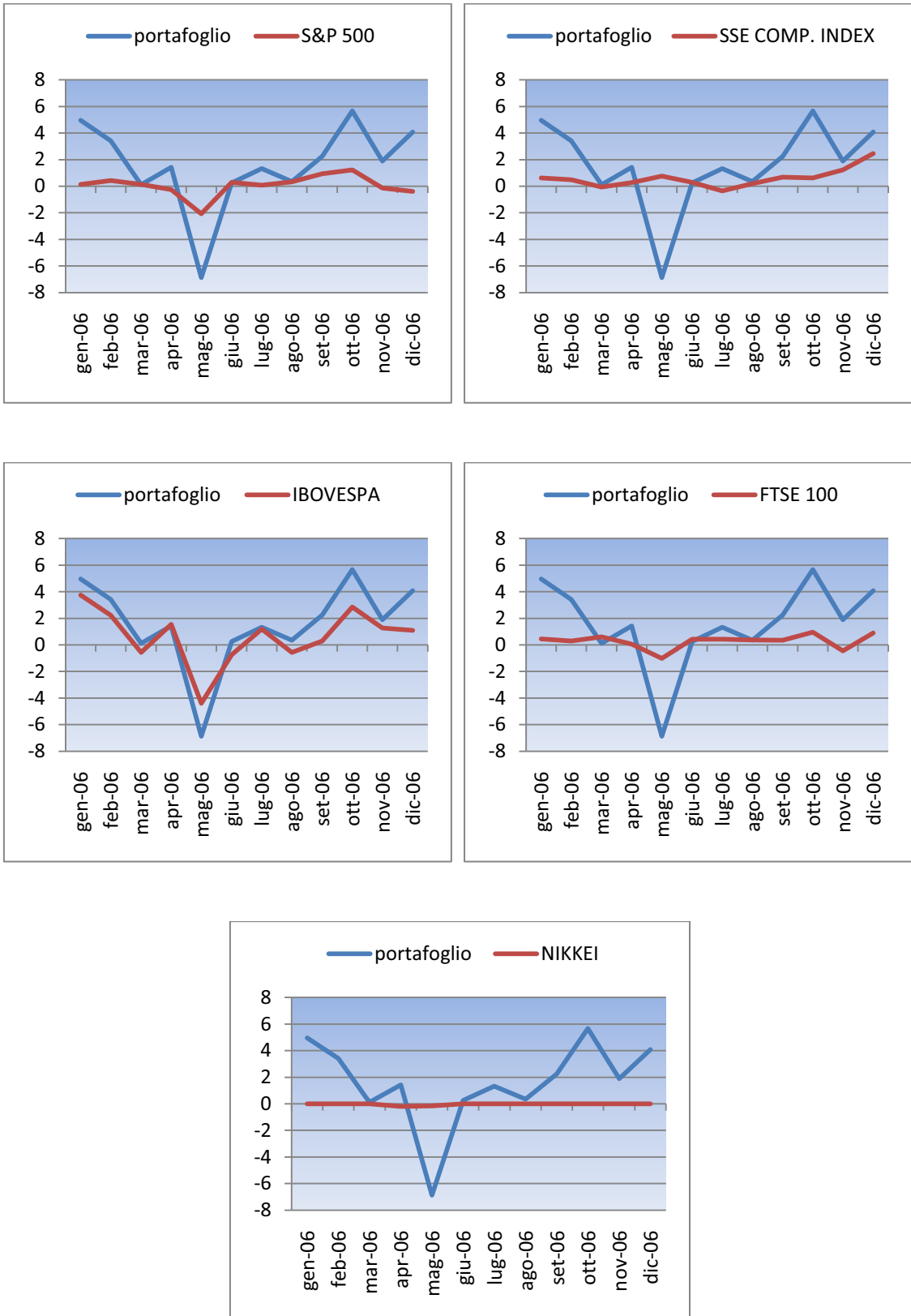


Figura 28: Confronto tra il rendimento totale del portafoglio aggressivo e i rendimenti dei singoli indici che lo compongono.

CAPITOLO 6 : Conclusioni

6.1 Confronto dei portafogli ottenuti con i diversi approcci e per i diversi profili di rischio

Nel primo approccio considerato si è ottenuto un portafoglio ottimale tramite la massimizzazione dell'indice di Sharpe.

Successivamente, Simulando la seconda strategia di allocazione ottimale, che prevedeva la massimizzazione dell'indice FT, abbiamo ottenuto cinque portafogli ottimali, diversi per caratteristiche di rischio : difensivo, conservativo, moderato, in crescita e aggressivo. Per poter confrontare i risultati ottenuti, nel grafico successivo sono riportati i rendimenti raggiunti da ogni portafoglio in ogni mese del periodo considerato.

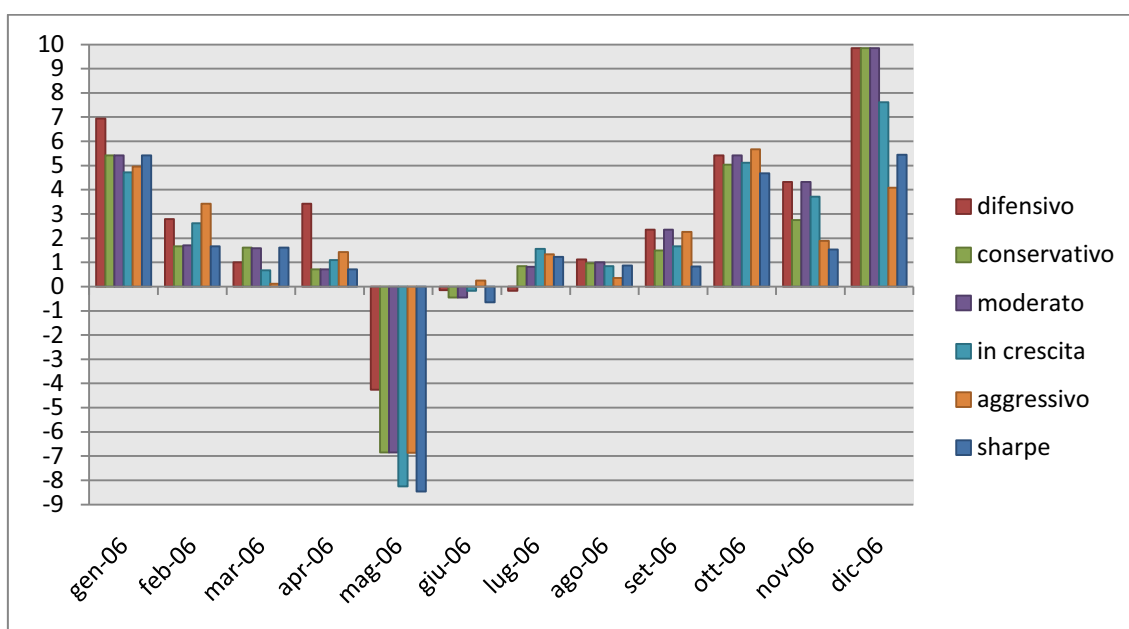


Figura 29: Rendimenti raggiunti da ogni portafoglio in ciascun mese del periodo considerato.

Consideriamo innanzitutto i portafogli ottenuti con il secondo approccio, la massimizzazione dell'indice Farinelli - Tibiletti.

Il portafoglio difensivo è quello che contiene maggiormente le perdite nel mese di maggio, anche se presenta una ripresa più lenta rispetto agli altri portafogli; inoltre garantisce buoni guadagni, in molti casi tra i più elevati, nelle fasi di crescita.

I portafogli moderato e conservativo presentano un andamento simile e in accordo con i profili che rappresentano: la maggiore tolleranza al rischio, rispetto al profilo difensivo, ha le sue conseguenze nelle perdite subite da questi due portafogli nel mese di maggio.

Ciò che stupisce sono invece i risultati ottenuti dai portafogli in crescita e aggressivo. Ci si aspettava infatti che questi portafogli avrebbero potuto presentare grandi perdite, dovute alla rischiosità di tale investimento ($q=0,8$), ma che vi fossero anche grandi guadagni vista la propensione al rendimento ($p=3,8$). In effetti le grandi perdite ci sono state, le maggiori tra quelle registrate tra i portafogli costruiti con lo stesso approccio, basti guardare al mese di maggio quando il portafoglio in crescita subisce una perdita del $-8,246\%$ e quello aggressivo del $-6,865\%$. L'aspetto positivo di questi portafogli è che sono quelli che hanno avuto una ripresa più rapida da questo calo dei rendimenti. Tuttavia, in molti periodi, in particolare nei mesi di marzo, novembre e dicembre, i rendimenti di questi due portafogli sono nettamente inferiori rispetto agli altri, andando contro le aspettative, nonostante la loro elevata propensione ai rendimenti positivi non riescono a sfruttare al meglio le fasi di crescita degli indici.

Anche osservando le varianze di questi portafogli si notano delle anomalie rispetto ai risultati che si desiderava ottenere da ogni tipologia di portafoglio.

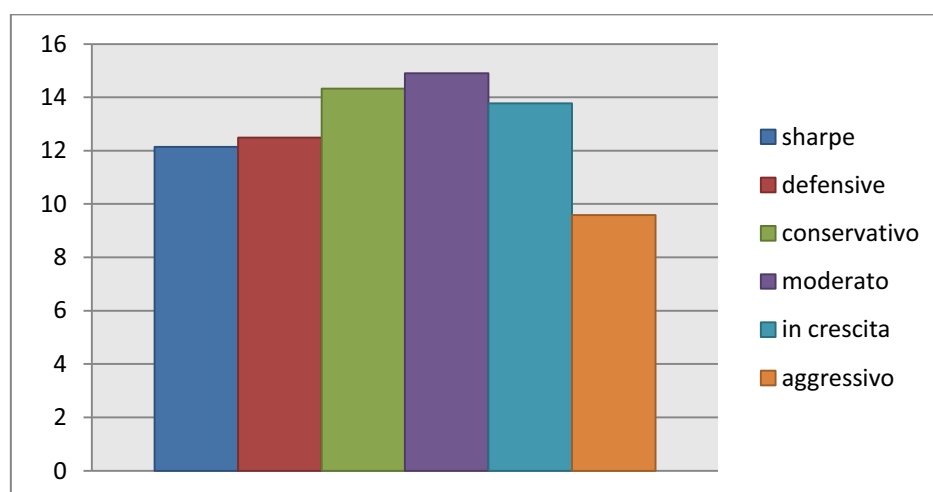


Figura 30: Varianze dei portafogli.

Concentrandoci ancora sui portafogli ottenuti dalla massimizzazione dell'indice FT, si nota come il portafoglio aggressivo, che per le sue caratteristiche e per i parametri che lo descrivono dovrebbe essere il più rischioso, ha invece una varianza minore rispetto a tutti gli altri.

Per quel che riguarda il portafoglio ottimale ottenuto tramite la massimizzazione dell'indice di Sharpe, esso subisce la peggiore perdita nel mese di maggio tra tutti i portafogli ($-8,461\%$), e i rendimenti non sono molto elevati se non in un paio di mesi.

Infatti questo è il portafoglio che tra tutti raggiunge il minor rendimento finale pari al 14,88%. La sua varianza pari al 12,134% supera solo quella del portafoglio aggressivo.

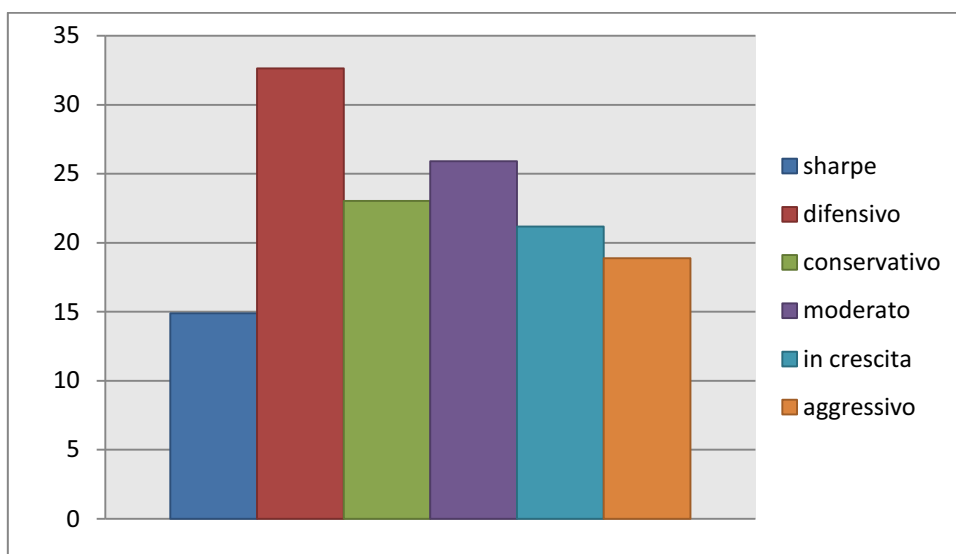


Figura 31: Rendimenti finali raggiunti da ogni portafoglio nel periodo considerato.

se consideriamo il rendimento finale raggiunto da ogni portafoglio al termine del periodo considerato, il portafoglio migliore risulta essere quello difensivo, a seguito vi sono il moderato, il conservativo, quello in crescita, l'aggressivo e infine il portafoglio di Sharpe.

6.2 Conclusioni

L'obiettivo della relazione era quello di valutare un metodo di allocazione ottimale, che non avesse come unico fine quello di far accumulare ricchezza, ma che fosse anche capace di adattarsi alle diverse esigenze degli investitori.

A questo scopo sono stati messi a confronto due tipi di approcci: il primo è basato sull'indice di Sharpe, il più tradizionale e utilizzato indice di performance, il secondo utilizza l'indice di Farinelli – Tibiletti, un indice più generale capace di gestire le distribuzioni asimmetriche dei rendimenti e le diverse preferenze degli investitori.

Una volta osservati i risultati ottenuti con i due differenti approcci possiamo affermare che, per quel che riguarda la nostra simulazione, il metodo basato sulla massimizzazione dell'indice FT si adatta bene ai profili difensivo, conservativo e moderato; mentre vi sono delle incongruenze per quel che riguarda i profili in crescita e aggressivo. Per questi profili si ipotizzava infatti un portafoglio più rischioso, compensato da un rendimento finale maggiore. Si può affermare quindi che la strategia di allocazione basata sulla massimizzazione dell'indice FT, nel periodo considerato e per i titoli utilizzati, non ha soddisfatto le esigenze degli investitori in crescita ed aggressivi.

Questo è probabilmente dovuto al periodo considerato. C'è da ricordare infatti che le strategie effettuate si basano sull'andamento passato degli indici, ma non è possibile prevedere con esattezza come questi si muoveranno. Un'altra possibile causa potrebbero essere i limiti imposti sui pesi dei titoli all'interno del portafoglio. Con tali limiti infatti non vi era la possibilità di andare allo scoperto, e questo può aver limitato l'elevata propensione ai rendimenti positivi dei portafogli in crescita e aggressivo.

Questo fatto era stato riscontrato anche dagli stessi Farinelli e Tibiletti, i quali, in un articolo pubblicato nel 2007, simularono strategie di allocazione ottimale utilizzando indici diversi, per capire quale tra questi fosse il più appropriato. In particolare considerarono : l'indice di Sharpe, l'indice di Sortino e Satchell, l'indice Generalized Rachev e l'indice FT. Dalle loro analisi risultò che tutti gli indici, escluso Sharpe, si adattavano bene ai profili di rischio intermedi, mentre solo l'indice Generalized Rachev rappresentava bene i profili estremi. Essi spiegarono anche che ciò era dovuto alla costruzione di tale indice. Gli indici Generalized Rachev infatti misurano il rendimento e il rischio con aspettative condizionali concentrate sulle code estreme della distribuzione dei rendimenti.

Una possibile soluzione alle incongruenze riscontrate potrebbe essere quindi quella di utilizzare l'indice Generalized Rachev, anch'esso un indice parametro dipendente one side, per i profili estremi.

Per quel che riguarda invece il portafoglio ottenuto tramite la massimizzazione dell'indice di Sharpe, si osserva che esso è equamente suddiviso sugli indici con performance di sharpe migliore, e non sembra rispecchiare un particolare profilo di rischio. Questo tipo di portafoglio potrebbe essere adatto per coloro che sono più interessati ad avere un portafoglio ben diversificato che non un buon rendimento finale.

Se confrontiamo i rendimenti finali ottenuti, si osserva che quelli ottenuti dall'utilizzo dell'indice FT, risultano sempre migliori, per ogni categoria di investitore, rispetto a quelli prodotti dalla massimizzazione dell'indice di Sharpe.

Bibliografia

- Elton, Gruber, Brown, Goetzmann, “TEORIE DI PORTAFOGLIO E ANALISI DEGLI INVESTIMENTI”. Apogeo 2007.
- Farinelli S., Ferreira M., Rossello D., Thoeny M., Tibiletti L., *Optimal asset al location aid system: From “one-size” vs “tailor-made” performance ratio.* 2006.
- Farinelli S., Ferreira M., Rossello D., Thoeny M., Tibiletti L., *Beyond Sharpe ratio: Optimal asset al location using different performance ratios.* 2006.
- Farinelli S., Tibiletti L., *Sharpe Thinking with Asymmetrical Preferences.* October 9th, 2002.
- Markowitz Harry, *Portfolio selection, The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1. (Mar., 1952), pp. 77-91.
- Pastorello Sergio, “RISCHIO E RENDIMENTO. TEORIA FINANZIARIA E APPLICAZIONI ECONOMETRICHE”. Il Mulino 2001