



**Università degli Studi di Padova**

---

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE  
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria dell'Informazione

TESI DI LAUREA TRIENNALE

**Teoria dei giochi  
per l'instradamento nelle reti multisalto**

Candidato  
**Chiara Pielli**

Relatore  
**Leonardo Badia**

---

**Anno Accademico 2012-2013**



## **Abstract**

In questa tesi vengono impiegati i modelli propri della Teoria dei Giochi per analizzare l'instradamento in una rete di comunicazione con commutazione di pacchetto. I nodi hanno facoltà decisionali, per cui possono scegliere se "collaborare", e quindi inoltrare il pacchetto in arrivo, oppure no, e dunque scartarlo.

Con il software Matlab viene simulata la trasmissione dei pacchetti fra i nodi di una rete multisalto, interpretandola secondo lo schema del dilemma del prigioniero ripetuto fra due giocatori. In particolare, la collaborazione fra i nodi è regolata dalla cosiddetta strategia tit-for-tat, la quale si basa su un meccanismo di punizione temporanea.

Inoltre viene esaminato il comportamento dei giocatori in funzione dei valori assegnati ai parametri principali, riportando i grafici delle simulazioni svolte.

Si osserva che, nel caso in cui la cooperazione iniziale nella rete sia almeno al 50%, il tit-for-tat la generalizza, mentre una cooperazione iniziale rara viene annullata del tutto.



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Teoria dei Giochi</b>	<b>7</b>
2.1	Concetti principali . . . . .	7
2.2	Equilibrio di Nash . . . . .	8
2.3	Dilemma del prigioniero . . . . .	8
2.4	Dilemma del prigioniero ripetuto e tit-for-tat . . . . .	10
2.4.1	BitTorrent . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Scenario modellato e scelte progettuali</b>	<b>12</b>
3.1	Rete . . . . .	13
3.2	Coefficiente di collaborazione . . . . .	13
3.3	Routing . . . . .	14
3.3.1	Logica fuzzy . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Risultati</b>	<b>19</b>
4.1	Variazione parametri: $k$ . . . . .	19
4.2	Variazione parametri: $s$ . . . . .	23
<b>5</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>26</b>
	<b>Riferimenti bibliografici</b>	<b>28</b>



# 1 Introduzione

Nel giugno 2010, l'allora CEO di Apple Inc. Steve Jobs presentò il nuovissimo iPhone4 alla WorldWide Developers Conference a San Francisco, in California. Nel tentare di connettersi alla rete wi-fi per mostrare le caratteristiche dello smartphone, tuttavia, la trovò congestionata: la banda non era sufficiente per le oltre cinquecento apparecchiature presenti in sala [18]. Naturalmente, tutti i giornalisti che stavano assistendo alla conferenza fremevano per divulgare le informazioni e le impressioni sul nuovo modello della Apple.

Questa situazione mostra un risultato caratteristico della Teoria dei Giochi: la combinazione degli interessi individuali non sempre si traduce in un vantaggio collettivo. Nella situazione descritta, l'obiettivo di ogni persona era accedere alla rete per raccontare l'esperienza in diretta . . . ma per poter usare il wi-fi era necessario che qualcuno non vi fosse collegato!

Questa situazione conflittuale per l'uso di una banda limitata può essere modellata con la Teoria dei Giochi: interpretando i nodi di una rete come dei giocatori egoisti e razionali, si riconosce lo stampo del dilemma del prigioniero, gioco che verrà spiegato nel primo capitolo [16].

Un altro esempio di come la Teoria dei Giochi trovi riscontro nell'ambito delle Telecomunicazioni è rappresentato dalle reti wireless.

In una rete wi-fi [5], la gestione della banda è affidata al protocollo IEEE 802.11, che si basa sul CSMA/CA (*Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance*), un protocollo ad accesso casuale che può essere considerato un'evoluzione dell'ALOHA [4].

Prima di effettuare la trasmissione, l'utente ascolta (*sense*) il canale per verificare che sia libero ed evitare collisioni con gli altri dispositivi. Nel caso il canale risulti occupato, l'*host* non ritrasmette immediatamente, ma attende un tempo casuale, chiamato tempo di *backoff*, prima di controllare che il mezzo si sia liberato.

L'instradamento del messaggio, in inglese *routing*, viene eseguito al terzo livello della pila protocollare ISO/OSI [4]. Il comportamento egoistico al livello 3 consiste nel modificare il normale funzionamento del protocollo IEEE 802.11 a proprio vantaggio [5]. Ad esempio, un *host* può rifiutarsi di inoltrare pacchetti altrui per risparmiare energia, oppure selezionare un valore di *backoff* piccolo così da ottenere un *throughput* (cioè un'effettiva capacità di trasmissione) maggiore.

Si possono sfruttare modelli propri della Teoria dei Giochi per sviluppare protocolli resistenti a queste tecniche di *misbehaviour*. Nelle reti ad hoc non è presente l'Access Point, che funge da coordinatore, ma sono i nodi stessi

a monitorare la correttezza di tutti i giocatori. Ovviamente, è necessario un meccanismo di punizione per i nodi che adottano un comportamento egoistico, come suggerisce la strategia tit for tat della Teoria dei Giochi (sarà presentata in seguito).

La Teoria dei Giochi è insomma uno strumento potente per modellare le situazioni di trade-off che spesso sorgono nell'ambito delle Telecomunicazioni [19]. Alcuni esempi sono:

- *routing* [13];
- accesso al mezzo di trasmissione [27];
- *TCP congestion control* [17];
- controllo della potenza in sistemi CDMA (*Code Division Multiple Access*) [19];
- ...

In questa tesi ci si concentra sul *routing* in una rete multisalto in cui due utenti trasmettono con commutazione di pacchetto. Il conflitto che nasce dal bisogno di collaborazione fra i due giocatori è risolto con la Teoria dei Giochi.

Inizialmente vengono introdotti in modo descrittivo cenni sugli argomenti di Teoria dei Giochi che interessano la parte simulativa: l'equilibrio di Nash, il dilemma del prigioniero e la strategia tit for tat [22]. Per quanto riguarda questa parte, vengono presentati i punti chiave dei concetti citati necessari a comprendere come la Teoria dei Giochi sia stata applicata alla simulazione. Nel capitolo successivo, viene presentato lo scenario su cui si basa il lavoro di simulazione della trasmissione in una rete svolto. Vengono illustrate e discusse le principali scelte progettuali, che riguardano il grafo della rete, il modo in cui viene effettuata la trasmissione e i parametri legati alla collaborazione fra i due giocatori.

Con queste basi è stata modellata la simulazione svolta con il software Matlab. I nodi sono modellati come giocatori razionali che procedono secondo la strategia tit for tat. L'obiettivo della simulazione è capire come interagiscono fra loro i due agenti. Infatti, affinché l'invio dei propri pacchetti vada a buon fine, questi ultimi devono essere inoltrati dall'altro giocatore. Un nodo che deve trasmettere un pacchetto altrui deve scegliere se collaborare: la cooperatività da un lato assicura una maggiore probabilità di ricevere collaborazione da parte del rivale, dall'altro implica spreco di energia e risorse [30].

Viene poi analizzata la collaborazione fra i due utenti; in particolare ci si



concentra su come questa vari quando si cambiano le probabilità iniziali di cooperare e le velocità con cui queste probabilità vengono modificate in base al comportamento tenuto dall'altro utente. I risultati ottenuti sono corredati dai grafici delle simulazioni realizzate con Matlab.

Segue poi il commento dei risultati: si riscontrano comportamenti molto diversi in base al valore del tasso di sensibilità; inoltre la collaborazione è generalmente ottenuta se due giocatori sono già propensi all'inizio a cooperare. Vengono, infine, trattate le conclusioni e raccontati i possibili sviluppi futuri del lavoro.

## 2 Teoria dei Giochi

La Teoria dei Giochi è una branca della Matematica che studia le situazioni di conflitto che sorgono nelle interazioni fra più agenti; questi agiscono seguendo funzioni obiettivo, in genere contrastanti fra loro, e vengono chiamati giocatori [22]. Le prime applicazioni di questa disciplina si riscontrano nel campo dell'economia, e soltanto recentemente si sono valutati i suoi utilizzi nell'Ingegneria dell'Informazione [19]. Con la Teoria dei Giochi è possibile modellare sistemi in cui agenti con facoltà decisionali interagiscono fra di loro cercando di ottenere il profitto migliore [3].

### 2.1 Concetti principali

Un gioco è costituito da tre elementi fondamentali [22]:

- un insieme finito di giocatori, ovvero coloro che compiono le decisioni. Sono **razionali**, quindi agiscono con l'obiettivo di massimizzare il proprio guadagno e sono consapevoli di tutte le conseguenze che una data mossa comporta;
- per ogni giocatore, un insieme di azioni possibili, cioè le mosse che possono compiere, le quali non sono necessariamente uguali da giocatore a giocatore. A seconda del tipo di gioco, i vari agenti possono effettuare le mosse in maniera sequenziale oppure tutti assieme;
- per ogni giocatore, un insieme di preferenze, ovvero delle relazioni che permettono al giocatore di ordinare le strategie valutando gli esiti (*payoff*) a cui portano e quindi di scegliere la mossa che lo porta al risultato ottimale. Il *payoff* non dipende soltanto dalla mossa scelta dal giocatore, ma dalle azioni di tutti; è per questo motivo che il gioco è visto come una situazione conflittuale.

Esistono diverse tipologie di gioco.

Innanzitutto, si distinguono i giochi a informazione completa da quelli a informazione imperfetta [14]. Le trasmissioni simulate in questa tesi vengono modellate come giochi a informazione completa; ciò significa che gli utenti conoscono il contesto e le decisioni compiute dagli avversari.

Inoltre, esistono i giochi statici e quelli dinamici. Nel primo tipo tutti i giocatori operano simultaneamente, nel secondo l'interazione fra i giocatori è di tipo sequenziale e quindi la mossa di uno è influenzata da quella del precedente [14].

Queste sono soltanto alcune delle moltissime tipologie di gioco; esistono giochi cooperativi e non cooperativi, giochi a somma zero e non, ... [22].

Rapportandosi ad un sistema wireless [19], i nodi della rete rappresentano i giocatori, che possono scegliere la modulazione da adottare, il protocollo da seguire, con quanta potenza trasmettere o altro. Gli esiti desiderabili da un nodo possono essere, ad esempio, un alto rapporto segnale-rumore, un basso dispendio di potenza, o una maggiore connettività a livello di rete.

## 2.2 Equilibrio di Nash

Il matematico John Nash, nato nel 1928, ha dato un enorme contributo alla Teoria dei Giochi, tanto da vincere il premio Nobel per l'Economia nel 1994 per gli sviluppi apportati a questa disciplina grazie ai suoi studi sulla Teoria dei Giochi. È a lui che si deve il concetto fondamentale di equilibrio di Nash in un gioco [21].

Se i giocatori sono razionali (come nel caso di una rete di comunicazione), l'equilibrio di Nash rappresenta l'esito previsto di un gioco. Si tratta di una combinazione di strategie adottate che portano ad una situazione da cui nessun giocatore razionale vorrebbe sviare [3]; in altre parole, ciascun giocatore effettua la migliore mossa possibile, cioè quella volta a massimizzare il proprio payoff, indipendentemente dalle scelte degli altri. Ciò non significa che scegliendo le strategie che portano all'equilibrio di Nash i giocatori ottengano il miglior risultato che potrebbero conseguire in assoluto. Tuttavia, visto che nessun giocatore ha interesse a modificare la propria decisione, si raggiunge una sorta di equilibrio stabile.

L'equilibrio di Nash non deriva da un accordo fra le parti, e infatti si applica a giochi non cooperativi; per raggiungerlo ogni giocatore adotta la strategia dominante, ovvero quella per cui il giocatore ottiene il risultato migliore qualunque siano le mosse degli altri [22].

## 2.3 Dilemma del prigioniero

Una tipologia di gioco molto diffusa è il cosiddetto *dilemma del prigioniero*. È su questo modello che si basa la simulazione della tesina. Il dilemma del prigioniero, nonostante sia stato originariamente formulato da Merrill Flood e Melvin Dreher nel 1950, è attribuito a Albert W. Tucker [23], a cui si deve la seguente formulazione [1]:

Due persone, sospettate di aver commesso un reato, sono detenute in celle separate. Ognuno può scegliere di confessare (C)

oppure di non confessare ( $NC$ ). La scelta di ciascuno dei due influenza anche il destino dell'altro. Infatti, se entrambi confessano, saranno condannati a 10 anni di prigione. Se solo uno dei due confessa, accusando dunque l'altro, potrà beneficiare di uno sconto di pena, e avrà quindi solo 1 anno di carcere, mentre l'altro sarà condannato a 25 anni (per l'aggravante di non aver voluto collaborare). Se nessuno dei due confessa, in mancanza di prove testimoniali, ambedue le persone saranno accusate soltanto di danni al patrimonio e condannate a 3 anni di prigione.

Si tratta quindi di un gioco non cooperativo fra due agenti. La tabella che segue mostra in maniera chiara come le mosse dei giocatori si influenzino a vicenda:

		Giocatore 1	
		$C$	$NC$
Giocatore 2	$C$	(10,10)	(25,1)
	$NC$	(1,25)	(3,3)

Entrambi i prigionieri possono scegliere se collaborare ( $C$ ) o non collaborare ( $NC$ ), per un totale di quattro esiti possibili, che sono riportati nelle celle della tabella sottoforma di coppie ordinate  $(x, y)$ , dove  $x$  e  $y$  rappresentano rispettivamente i payoff del primo e del secondo giocatore. Dal momento che tutti e due i prigionieri vogliono minimizzare la propria condanna, le strategie vanno ordinate in questo modo [22]:

$$\begin{aligned} (NC, C) &< (C, C) < (NC, NC) < (C, NC) \text{ per il primo,} \\ (C, NC) &< (C, C) < (NC, NC) < (NC, C) \text{ per il secondo.} \end{aligned}$$

Il dilemma nasce dal fatto che i due prigionieri non possono cooperare e quindi non sanno se l'altro confesserà o no. La strategia  $C$  è strettamente dominante rispetto a quella  $NC$ : il payoff ottenibile giocando la mossa  $C$  (1 o 10) è sempre maggiore rispetto a quello ricavabile con la mossa  $NC$  (3 o 25), qualunque sia la strategia adottata dall'avversario [22].

Quindi, i due prigionieri, essendo giocatori razionali, confesseranno e verranno entrambi condannati a dieci anni di carcere. Questo è l'equilibrio di Nash del dilemma; com'è evidente, non si tratta però del miglior risultato ottenibile, che invece viene ottenuto con la collaborazione di entrambi i prigionieri.

## 2.4 Dilemma del prigioniero ripetuto e tit-for-tat

Il dilemma del prigioniero ripetuto è alla base di questa tesi: è su di esso che viene modellata la trasmissione in una rete da parte di due utenti.

Un gioco ripetuto è un gioco base che viene eseguito più volte dagli stessi giocatori. I payoff finali sono dati dalla somma dei payoff ottenuti nelle singole partite. Prima di una partita, vengono osservati gli esiti di quelle precedenti [3].

La ripetizione del gioco fa emergere nuove considerazioni strategiche; nel dilemma del prigioniero ripetuto, ad esempio, possono essere innescati meccanismi che portano alla collaborazione fra i due prigionieri, a differenza di quanto detto per il gioco svolto un'unica volta.

Alla fine degli anni Settanta Robert Axelrod invitò alcuni matematici a partecipare ad una gara; questa consisteva nello scrivere un algoritmo per risolvere il dilemma del prigioniero ripetuto. La competizione fu vinta da Anatol Rapoport che propose la strategia *tit for tat* [28].

In pratica, un giocatore segue il comportamento dell'altro: risponde con la collaborazione nel caso di cooperatività e punisce con la non collaborazione altrimenti. Quindi, non appena un giocatore non coopera più, viene immediatamente punito, ma senza ritorsioni nel caso in cui ricominci a collaborare [28]. Questa strategia fa parte della categoria delle cosiddette *trigger strategies*, cioè strategie che si basano su un meccanismo di punizione per un periodo di lunghezza fissata ad ogni defezione dell'avversario dalla collaborazione. Un altro esempio di questa categoria è costituito dalla *grim strategy*, che è molto più inflessibile del tit-for-tat: non appena un giocatore devia dal comportamento collaborativo, l'altro non coopererà mai più [26].

Sussistono tuttavia delle differenze fra il caso in cui i giocatori conoscono a priori il numero di ripetizioni del gioco e quello in cui il dilemma del prigioniero viene ripetuto infinite volte.

Infatti, se il gioco è ripetuto  $n$  volte (con  $n$  finito e noto), l'ultimo stadio verrà giocato in maniera egoistica; e se non esistono equilibri di Nash multipli, l'analisi "a ritroso" per massimizzare il proprio payoff condurrà sempre alla non collaborazione [3].

In sostanza, sono necessarie strategie punitive per raggiungere situazioni di collaborazione; in questo modo infatti vengono modificati i payoff ottenibili giocando una mossa e si vengono a creare più equilibri di Nash.

La strategia tit-for-tat induce i giocatori a collaborare e proprio per questo viene generalmente utilizzata nel dilemma del prigioniero ripetuto. Axelrod ne spiegò il successo così: "*it is at once forgiving, nice, provokable, and clear*" [26].

Un risultato fondamentale per i giochi ripetuti infinite volte è rappresentato dal *folk theorem*, conosciuto anche come teorema di Friedman, dal nome di colui che per primo ne presentò una prova formale nel 1971 [28].

Prima di citarlo, è necessario introdurre alcuni concetti:

- un *feasible payoff* è una qualsiasi combinazione convessa di payoff ottenibili con le strategie pure, cioè una media pesata dei payoff [3];
- il *discount factor*,  $0 < \delta < 1$ , è il tasso con cui i futuri payoff vengono "svalutati" rispetto al valore che hanno nel momento attuale [3]. Cioè, ottenendo ad ogni stadio del gioco un payoff  $u(t)$ , il payoff medio scontato sarà  $\sum_{t=1}^{\infty} \delta^{(t-1)} u(t)$ .

Il teorema di Friedman asserisce che, in un gioco ripetuto un numero indefinito di volte, se  $\delta$  è vicino ad 1, qualsiasi *feasible payoff* è un equilibrio di Nash. Per esempio, nel dilemma del prigioniero ripetuto ci sono un'infinità di strategie che possono portare a situazioni di equilibrio grazie a meccanismi di punizione [28].

#### 2.4.1 BitTorrent

Un'interessante applicazione della strategia tit for tat al campo delle Telecomunicazioni è rappresentata da BitTorrent, un protocollo utilizzato per lo scambio e la distribuzione di file attraverso un'architettura di tipo peer-to-peer [24].

In BitTorrent, i file vengono spezzettati in frammenti il cui download o upload avviene secondo gli schemi del modello del prigioniero, e più specificatamente secondo la strategia tit-for-two-tats [7]. Si tratta di una variante della tit-for-tat illustrata prima: nel caso in cui l'avversario non collabori per *due* volte, l'utente lo punisce strozzando (*choke*) la connessione. Un utente che sta scaricando pezzetti di file da alcuni peers, invia a questi ultimi frammenti dello stesso file, consolidando la cooperatività. Inoltre, una porzione della banda viene riservata per riaprire, in modo casuale, alcune connessioni bloccate (*unchoking*) e anche per iniziare la collaborazione con nuovi utenti che, in quanto tali, non possono scaricare file visto che non ne hanno di condivisi [7]. In questo modo BitTorrent risulta molto robusto e utilizza in maniera efficiente le risorse a disposizione.

### 3 Scenario modellato e scelte progettuali

La parte più importante di questa tesi riguarda la simulazione di una rete multisalto in cui due utenti comunicano tramite una commutazione di pacchetto. Commutazione di pacchetto significa che i dati da trasmettere sono frazionati in piccole quantità, i pacchetti appunto, che possono essere instradate su percorsi diversi. Nel caso in cui qualche pacchetto non giunga a destinazione oppure l'ordine di arrivo non rispetti quello di invio, protocolli appositi si occupano di richiedere la trasmissione o di effettuare il riordinamento [4]. Nella simulazione studiata in questa tesi tali aspetti non sono rilevanti, e quindi non verranno analizzati.

Lo scenario modellato è interpretato secondo la Teoria dei Giochi, in particolare come un dilemma del prigioniero ripetuto [27]. Trattandosi di una rete multisalto, alcuni nodi terminali non sono collegati direttamente e per comunicare devono ricorrere ai nodi intermedi; la trasmissione di un pacchetto avviene dunque attraverso un certo numero di salti. Un nodo che deve inviare un pacchetto calcola soltanto il primo nodo del percorso, il quale viene calcolato con l'algoritmo di Dijkstra [10]. Nella rete generata, i due giocatori possiedono lo stesso numero di nodi. Può accadere che un utente, per trasmettere un pacchetto da un suo nodo a un altro, debba passare attraverso il nodo del secondo giocatore, se questo fa parte del percorso ottimo.

L'utente a cui viene richiesto di inoltrare il pacchetto altrui non avrebbe alcun interesse nell'offrire il proprio aiuto, dato che quest'ultimo implica lo sfruttamento delle proprie risorse energetiche [25]. Tuttavia i due giocatori agiscono seguendo la strategia tit-for-tat; ciò significa che sono propensi a seguire il comportamento tenuto dall'altro: la collaborazione nei propri confronti viene ripagata con maggiore cooperatività, mentre la mancanza di aiuto viene punita con minore cooperatività.

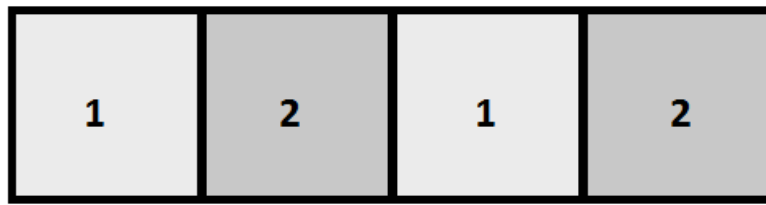
La simulazione è eseguita su una rete in cui l'eventuale arco che collega due nodi ha un peso proporzionale alla loro distanza, determinabile dalle coordinate, elevata alla quarta. La scelta del fattore quattro è legata all'equazione di Friis per la trasmissione in spazio non libero [29]. Ogni nodo deve propagare un segnale, il quale logicamente viene attenuato con la distanza  $d$  e a causa di ostacoli presenti sul percorso; in particolare, l'onda può risentire dei fenomeni di diffrazione e di scattering. Nel modello di propagazione a due raggi, ovvero uno diretto ed uno riflesso completamente, la potenza ricevuta è inversamente proporzionale a  $d^4$  [6]. Il caso generale risulta più complesso, ma esula dall'obiettivo di questa tesi; potrebbe essere una valida estensione per lavori futuri.

Ad ogni giocatore vengono attribuiti due parametri:

- un coefficiente di collaborazione iniziale,  $k$ , che indica la propensione a collaborare con l'altro utente;
- un tasso di sensibilità,  $s$ , legato alla variazione che  $k$  può subire in risposta al comportamento dell'altro giocatore, il quale di volta in volta decide se inoltrare o scartare i pacchetti dell'utente che sta trasmettendo. Il modo in cui il tasso di sensibilità modifica il coefficiente di collaborazione verrà spiegato in seguito, fra le scelte progettuali.

### 3.1 Rete

Per creare la rete multisalto in cui effettuare le trasmissioni, ho realizzato con Matlab una matrice random di 0 e 1, che indicano la presenza o assenza del collegamento fra i nodi.



Entambi i giocatori posseggono  $N$  nodi (nella simulazione è  $N = 30$ ) posti in due quadranti diversi non adiacenti, come mostrato in figura. Ad ogni nodo vengono attribuite due coordinate, ascissa e ordinata, in maniera casuale e in base al quadrante in cui è collocato. Nel caso in cui sia presente un collegamento diretto fra due nodi, il peso di tale arco è calcolato come la distanza fra i due nodi elevata alla quarta.

### 3.2 Coefficiente di collaborazione

Il coefficiente di collaborazione è un numero reale compreso fra 0 e 1 che indica la probabilità di inoltrare il pacchetto dell'altro giocatore. Il valore iniziale di questo parametro varia nel corso delle trasmissioni (in ogni simulazione i due giocatori ne eseguono 400 ciascuno alternandosi) in base alla strategia tit for tat. Il coefficiente di collaborazione rappresenta la propensione di un giocatore a collaborare.

Tre sono le scelte considerate per fare l'aggiornamento del coefficiente di collaborazione.

Una prima idea consiste nell' utilizzare una funzione lineare che incrementi



o diminuisca  $k$  in proporzione al tasso di sensibilità,  $s$ :

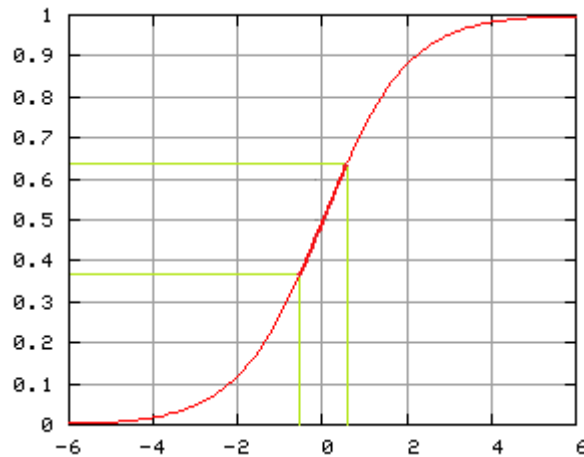
$$\begin{cases} k' = 0 & \text{per } k \leq 0 \\ k' = k * (1 + s) & \text{per } 0 < k < 1 \\ k' = 1 & \text{per } k \geq 1 \end{cases}$$

Essendo il coefficiente di collaborazione una probabilità, è necessario che la funzione lineare saturi a 0 o a 1, valori che corrispondono rispettivamente ai casi di collaborazione completamente assente e certa.

Una seconda opzione prevede l'uso di una curva sinusoidale, più morbida rispetto alla precedente, ma che comunque ha bisogno dell'effetto saturativo.

La terza scelta, quella utilizzata nella simulazione, coinvolge la funzione sigmoide:

$$f(k, s) = \frac{1}{1 + e^{-k*(1+s)+0.5}}$$



Poiché il coefficiente di collaborazione deve essere compreso in  $[0, 1]$ , l'argomento dell'esponenziale è traslato di 0.5 per centrare l'intervallo di interesse nell'origine, così da ottenere una situazione simmetrica nei due casi di incremento e decremento del suddetto coefficiente. Considerando questo range, il dominio di  $f(k, s)$  diviene allora  $[0.377, 0.645]$  circa. Il nuovo coefficiente di collaborazione è ottenuto dal valore di  $f(k, s)$  opportunamente esteso all'intervallo  $[0, 1]$ .

### 3.3 Routing

La trasmissione di dati da un nodo sorgente  $S$  prevede che il pacchetto venga inoltrato da un certo numero di nodi e che quindi esegua un percorso che

lo conduca fino al nodo destinatario D. Grazie all'algoritmo di Dijkstra, si può determinare il cammino ottimo, cioè quel particolare percorso che ha costo minimo [10]. In questa simulazione il costo di un cammino è dato dalla somma dei pesi degli archi attraversati.

Il primo giocatore deve trasmettere i propri pacchetti da un nodo del primo quadrante ad un nodo del terzo, mentre il secondo giocatore da un nodo del quarto ad uno del secondo. Questa scelta implica che il passaggio attraverso i nodi dell'altro giocatore, e dunque la richiesta di collaborazione, sia molto probabile: eseguendo l'algoritmo di Dijkstra per fare il routing, ad ogni iterazione viene preso in considerazione il nodo più vicino, cioè quello connesso con l'arco di peso minimo [10]; è quindi verosimile che sia richiesto all'altro giocatore l'inoltro dei propri pacchetti, dal momento che i suoi nodi si trovano fra la sorgente e il destinatario.

Nell'esecuzione dell'algoritmo di Dijkstra, per determinare il nodo più vicino a uno dato, bisogna tener conto del fatto che, se il nodo appartiene all'altro giocatore, tale nodo può collaborare o non collaborare.

Si possono formulare vari criteri con cui un nodo sceglie di optare per l'inoltro o lo scarto.

Ad esempio, la scelta può essere basata sul lancio della moneta: ad ogni richiesta di collaborazione, viene generato un numero casuale  $n$  compreso fra 0 e 1:

- se  $n < k$  il nodo scarta il pacchetto;
- se  $n > k$  il nodo inoltra il pacchetto.

Quest'opzione può anche essere eseguita facendo la media di più lanci.

Un altro criterio riguarda il peso dell'arco. Se questo vale  $w$ , nel caso in cui sia richiesta la collaborazione con l'altro giocatore, il peso diviene  $\frac{w}{k}$ , dove  $k$  è il coefficiente di collaborazione. Aumentando quindi il costo dell'arco, può essere che il percorso ottimo non preveda il passaggio per quel nodo, il che è interpretabile come una mancata collaborazione. Più piccolo è  $k$ , maggiore diviene il peso del link e minore è la probabilità che il cammino minimo passi di lì.

Una terza idea coinvolge la logica *fuzzy* [9]. Un link che porta a un nodo dell'altro giocatore ha un peso che non è deterministico, ma vale

$$\begin{cases} w & \text{se il nodo collabora } (k) \\ \infty & \text{se il nodo non collabora } (1-k) \end{cases}$$

con una probabilità di collaborazione pari a  $k$ .

L'algoritmo di Dijkstra si applica a valori deterministici, mentre in questo

caso il link può assumere valori differenti con una certa probabilità; è necessaria una soluzione più completa! [8]

Entra quindi in gioco la logica fuzzy, che viene brevemente introdotta nel paragrafo successivo.

Il criterio impiegato nella simulazione è il secondo, quello per cui il peso dell'arco varia in maniera inversamente proporzionale al coefficiente di collaborazione. Tuttavia, può essere interessante implementare il peso degli archi con la logica fuzzy in sviluppi futuri della simulazione.

### 3.3.1 Logica fuzzy

Fuzzy significa incerto, approssimato, sfumato.

La logica fuzzy infatti è una logica in cui ad ogni proposizione può essere attribuito un certo grado di verità compreso fra 0 e 1, prendendo in considerazione tutte le sfumature possibili e non soltanto dei valori precisi. Le sue origini possono essere fatte risalire addirittura a Platone, ma è al matematico statunitense Lofti Asker Zadeh che si devono la nascita della teoria degli insiemi fuzzy nel 1965 e della teoria della logica fuzzy nel 1973 [20].

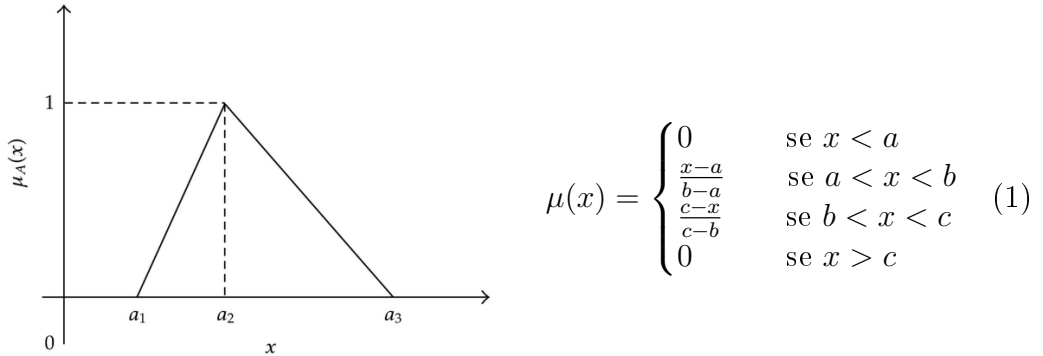
Un numero fuzzy è un'estensione dell'usuale idea di numero: non indica un valore preciso, bensì un insieme di valori possibili, ad ognuno dei quali è associata una *credibilità*,  $Cr(\cdot)$ , che rappresenta la probabilità che esso si verifichi (le credibilità sono normalizzate a 1) [15]. Nel caso della rete di questa tesi, sarà allora  $Cr(w) = k$  e  $Cr(\infty) = 1 - k$ .

Con la logica fuzzy si può insomma esprimere il carattere aleatorio del link il cui peso dipende dall'effettiva collaborazione dell'altro giocatore. La scelta del percorso ottimo viene quindi determinata da regole di decisione adattabili [15]. Infatti può accadere che un link sia preferibile ad un altro in caso di collaborazione del giocatore, ma che sia vero il contrario altrimenti.

È quindi necessario adattare l'algoritmo di Dijkstra al caso in cui il peso degli archi sia espresso da un numero fuzzy [9].

Come si può esprimere questo concetto in un algoritmo che calcoli il percorso più breve?

Innanzitutto, occorre un modo per passare dalla logica fuzzy ai numeri "normali". La seguente figura mostra la rappresentazione triangolare dei fuzzy numbers:



In [9] definiscono la rappresentazione mean integration di un numero fuzzy in forma triangolare  $\xi = (a, b, c)$ :

$$P(\xi) = \frac{1}{6}(a + 4b + c)$$

In questo modo è possibile eseguire la somma fra due numeri fuzzy ed il confronto, e quindi adattare l'algoritmo di Dijkstra.

La situazione è ulteriormente complicata se si considera una FTDN, *Fuzzy Time-Dependent Network*.

In [15] viene introdotto il concetto di *membership function*  $\mu(\cdot)$  di una variabile fuzzy  $\xi$ :

$$\mu(x) = \min(1, 2Cr(\xi = x))$$

Quindi, se  $\mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_m = 1$ , i pesi sono rappresentabili così:

$$w_i = \begin{cases} \frac{\mu_i}{2} & \text{se } i = 1 \\ \frac{\mu_i - \mu_{i-1}}{2} & \text{se } i = 2, 3, \dots, m-1 \\ 1 - \frac{\mu_{m-1}}{2} & \text{se } i = m \end{cases}$$

Senza perdita di generalità, supponiamo che bisogna calcolare il percorso minimo dal nodo 1 al nodo  $n$  attraverso una rete i cui archi costituiscono l'insieme  $A$ .

Siano:

- $T_0$  un tempo predeterminato
- $T(k, \xi)$  la lunghezza del percorso  $k$  per raggiungere  $n$
- $\xi$  il tempo per percorrere un arco dell'insieme  $A$ ,

allora  $k$  costituisce il cammino minimo nella FTDN se

$$Cr(T(k, \xi) \leq T_0) \geq Cr(T(k', \xi) \leq T_0)$$

per ogni altro percorso  $k'$  da 1 a  $n$ .

In sostanza, la logica fuzzy permette di rappresentare gli archi come delle variabili aleatorie, che possono assumere pesi diversi con una certa probabilità.

## 4 Risultati

Lo scenario descritto è stato implementato con la versione R2012 del software Matlab su un pc Samsung R530. Il lavoro di simulazione si è concentrato sugli effetti comportati dalle modifiche dei parametri principali, ovvero i coefficienti di collaborazione iniziali  $k1$  e  $k2$  e i tassi di sensibilità  $s1$  e  $s2$ .

### 4.1 Variazione parametri: $k$

Sono state prese in considerazione sei coppie di coefficienti iniziali:

	1	2	3	4	5	6
$k1$	0.5	0.4	0.4	0.6	0.7	0.55
$k2$	0.5	0.6	0.5	0.6	0.5	0.35

La trasmissione prevede l'inoltro di 400 pacchetti per ogni giocatore fra i nodi sorgente e destinatario, i quali rimangono costanti nell'arco delle trasmissioni. Come già detto precedentemente, la rete è modellata in modo che nell'individuazione del percorso ottimo il passaggio per i nodi dell'altro giocatore (e quindi la richiesta di collaborazione) sia probabile.

Ogni grafico rappresenta le *medie* dei due coefficienti di collaborazione svolte su 350 prove. In questa simulazione i due tassi di sensibilità sono posti entrambi a 0.01, cioè all'1%.

Il numero di pacchetti inviati è sufficientemente grande da permettere la saturazione dei coefficienti di collaborazione a 0 o a 1 per quanto riguarda le singole trasmissioni. Nel fare poi la media su 350 prove, si possono ottenere valori intermedi.

In Figura 1 sono riportati i sei grafici corrispondenti alle coppie di valori iniziali  $(k1, k2)$  elencate nella tabella sovrastante.

In tabella sono indicate per entrambi i giocatori le percentuali delle simulazioni (350, di 400 pacchetti ognuna) che terminano con una collaborazione certa ( $k \simeq 1$ ) o totalmente assente ( $k \simeq 0$ ):

prova	1	2	3	4	5	6
G1: $k=1$	94.6%	0%	0%	100%	100%	100%
G1: $k=0$	3.2%	100%	100%	0%	0%	0%
G2: $k=1$	87.7%	100%	0%	100%	100%	0%
G2: $k=0$	6.6%	0%	100%	0%	0%	100%

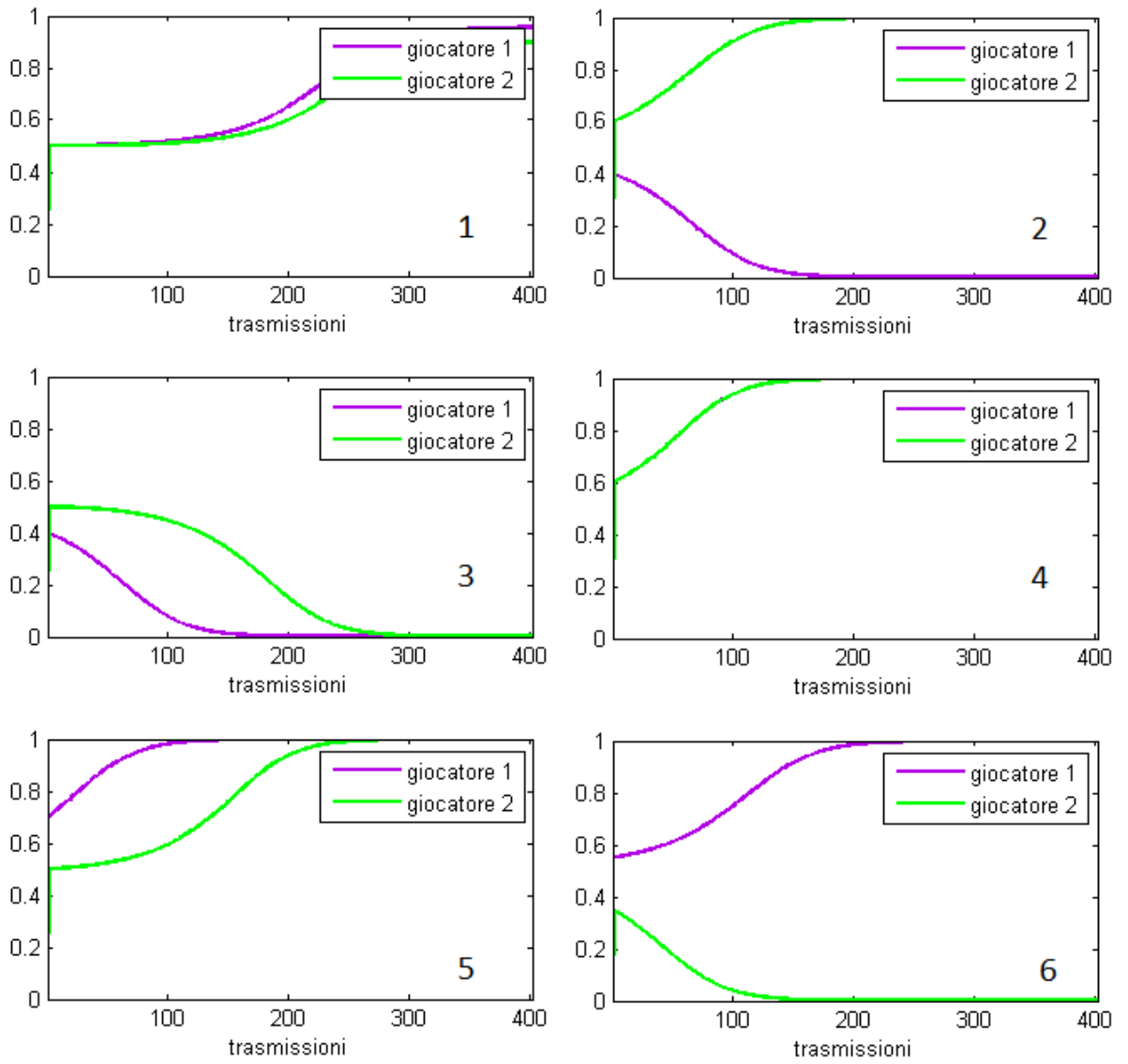


Figura 1: con  $s_1 = s_2 = 0.01$

Siano  $k1 - 0.5 = \Delta1$  e  $k2 - 0.5 = \Delta2$ .

- Se  $\Delta1 > 0$  e  $\Delta2 < 0$  o viceversa, come nei riquadri 2 e 6, i due giocatori seguono la strategia indicata dal coefficiente di collaborazione iniziale: cooperazione se  $k > 0.5$ , non cooperazione se  $k < 0.5$ ;
- se  $\Delta1 = \Delta2 \neq 0$ , come nel riquadro 4, i due utenti adottano la stessa linea comportamentale, la quale è definita dal segno di  $\Delta$ . Nel caso raffigurato, essendo  $\Delta > 0$  i coefficienti di collaborazione tendono al valore 1;
- se uno fra  $\Delta1$  e  $\Delta2$  vale 0, il giocatore corrispondente tende a seguire la strategia adottata dall'altro, come si evidenzia nei riquadri 3 e 5;
- infine, se  $\Delta1 = \Delta2 = 0$ , i due utenti si comportano nello stesso modo (riquadro 1) e tendenzialmente cooperano. La spiegazione di questa collaborazione risiede probabilmente nella scelta adottata per fare il routing: il peso di un arco è dato da  $\frac{w}{k}$ ; quindi, anche se con  $k$  piccolo il link risulta più costoso, verosimilmente si tratta di un peso comunque minore rispetto a quello di un arco che porta ad un nodo cooperativo ma più distante.

Con gli stessi coefficienti iniziali, ma ponendo  $s1 = 0.1$  e  $s2 = 0.2$  si ottengono i grafici di Figura 2.

In tabella sono riportati gli esiti finali delle 350 prove.

prova	1	2	3	4	5	6
G1: $k=1$	99.1%	62.3%	0%	100%	100%	1.1%
G1: $k=0$	0.9%	37.4%	100%	0%	0%	98.9%
G2: $k=1$	99.1%	62.9%	0%	100%	100%	1.1%
G2: $k=0$	0.9%	36.3%	100%	0%	0%	98.9%

I riquadri 1,3,4,5 sono analoghi a quelli analizzati prima. L'unica differenza sta nella rapidità con cui i coefficienti di collaborazione saturano: qui è maggiore in quanto i tassi di sensibilità sono più alti (10% e 20%) e quindi l'incremento/decremento dei  $k$  avviene più velocemente.

Le differenze interessanti si riscontrano nei riquadri 2 e 6: in questo caso, i due giocatori tendono ad adottare lo stesso comportamento. Ciò è legato ai tassi di sensibilità maggiori, come si potrà vedere nel paragrafo successivo.



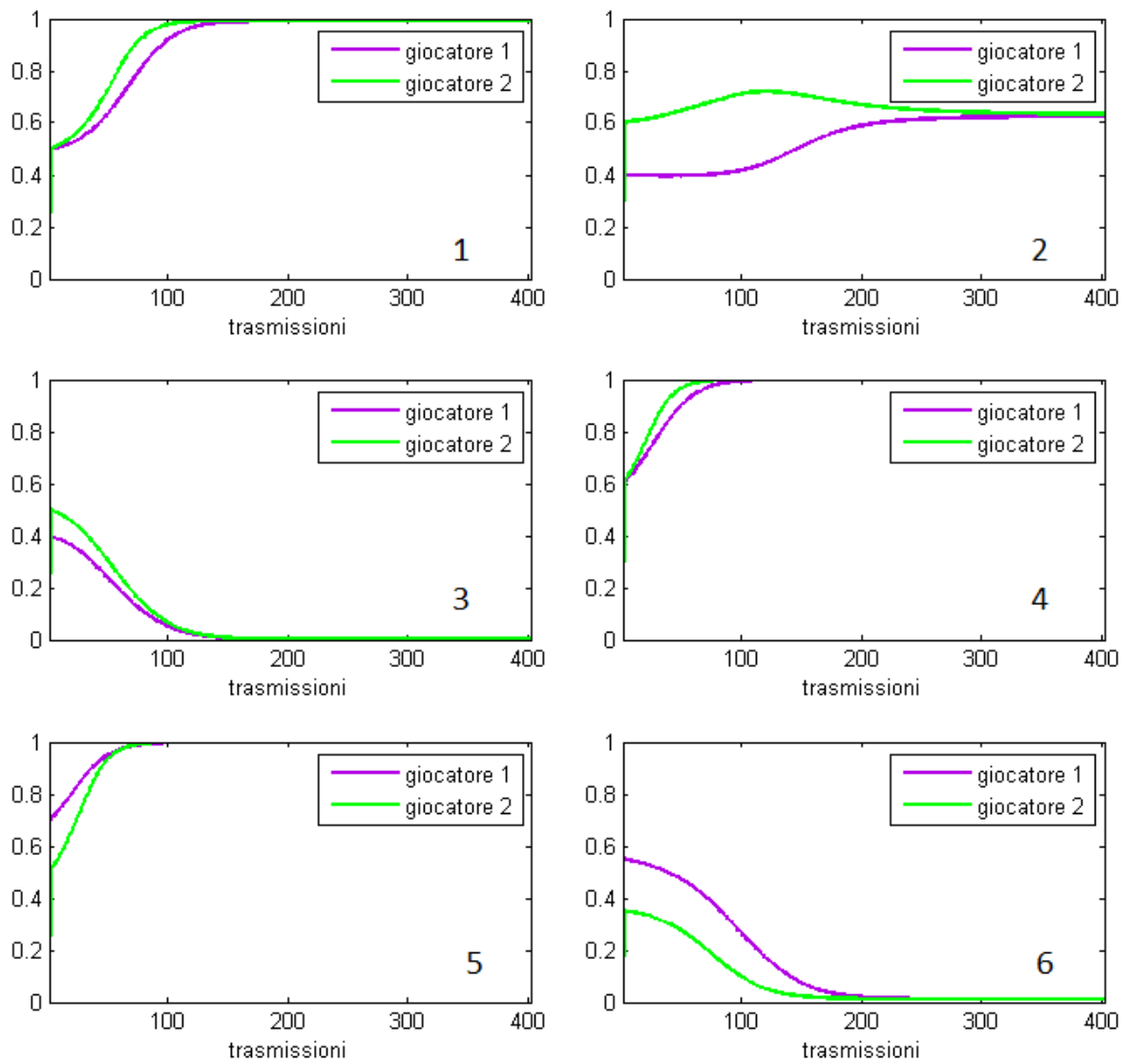


Figura 2: con  $s_1 = 0.1$  e  $s_2 = 0.2$

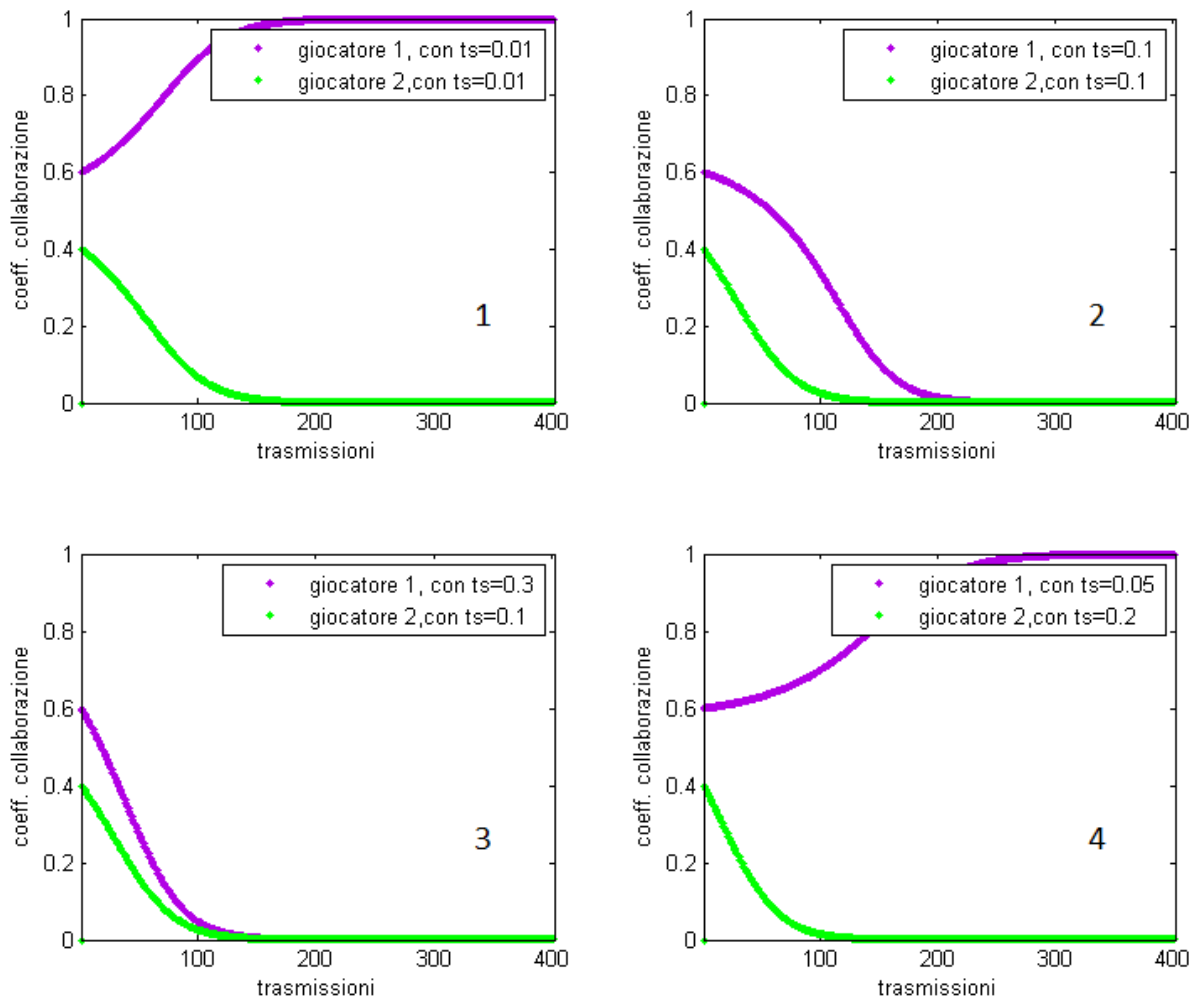


Figura 3

## 4.2 Variazione parametri: $s$

I grafici in Figura 3 mostrano come il tasso di sensibilità influenzi la collaborazione nel corso delle trasmissioni.

Gli andamenti sono ricavati come media effettuata su 250 trasmissioni e sono relativi ai coefficienti di collaborazione iniziali  $k_1 = 0.6$  e  $k_2 = 0.4$ . I tassi di sensibilità usati sono riportati in tabella:

	1	2	3	4
$s_1$	0.01	0.1	0.3	0.05
$s_2$	0.01	0.1	0.1	0.2

Sostanzialmente, si individuano due comportamenti diversi:

- se i tassi di sensibilità sono sufficientemente bassi (minori del 10%), i due giocatori tendono a seguire la linea data dal coefficiente di collaborazione iniziale, che è di cooperatività per il primo ( $k_1 > 0.5$ ) e di non cooperatività per il secondo ( $k_2 < 0.5$ );
- se i tassi di sensibilità sono più alti, gli utenti adottano lo stesso comportamento, che in questo caso è di non collaborazione. Ciò è dovuto alla scelta con cui un nodo decide se cooperare: aumentare il peso dell'arco in modo inversamente proporzionale a  $k$ . Risulta perciò probabile che Dijkstra trovi un link con costo minore e che l'aggiornamento di  $k$  consista allora in un decremento.

Le cose cambiano infatti se la collaborazione è determinata dal lancio della moneta spiegato nel paragrafo 3.3, come evidenziato in Figura 4.

Con questa scelta si evidenziano tre comportamenti:

- con tassi di sensibilità bassi, anche in questo caso ogni giocatore segue l'impronta datagli dal proprio coefficiente di collaborazione iniziale ( riquadro 1);
- con tassi di sensibilità alti e circa uguali, i due giocatori adottano lo stesso comportamento, che è quello delineato dalla strategia del giocatore con  $|\Delta|$  maggiore. Nel caso del secondo riquadro, visto che  $|\Delta_1| = |\Delta_2|$ , gli utenti collaborano per circa metà delle simulazioni;
- se uno dei due tassi di sensibilità è decisamente maggiore dell'altro ( riquadri 3 e 4), i giocatori si comportano nello stesso modo e seguono la strategia di quello che, avendo un  $s$  minore, modifica lentamente il proprio coefficiente di collaborazione.

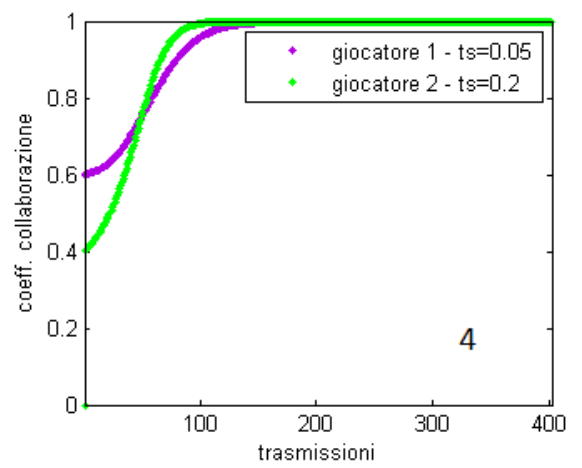
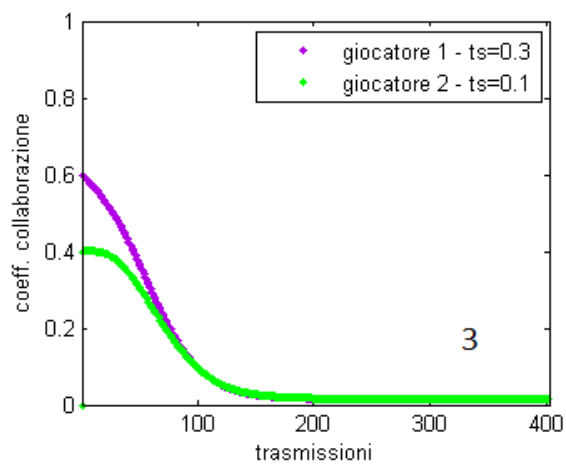
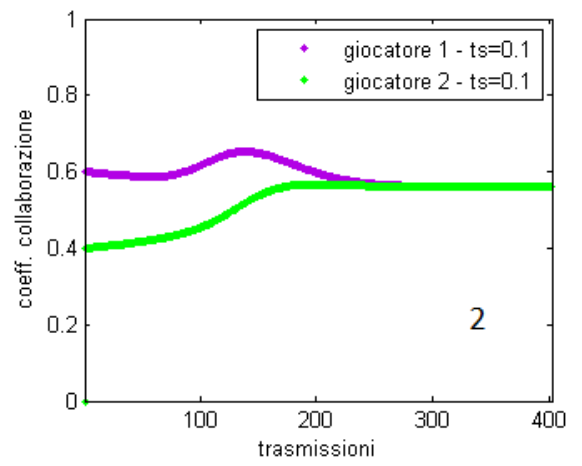
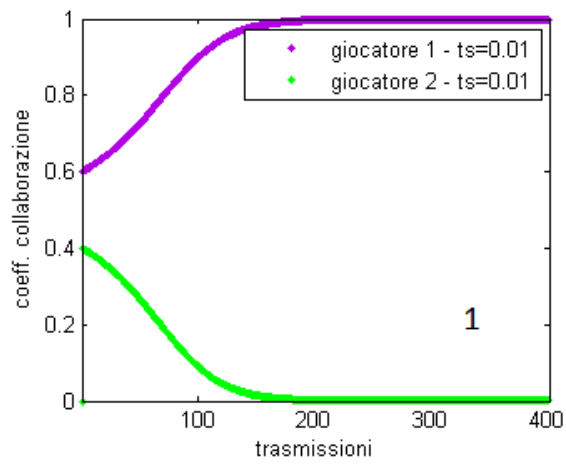


Figura 4

## 5 Conclusioni

Il lavoro di questa tesi rappresenta soltanto una delle molte situazioni riscontrabili nell'ambito delle Telecomunicazioni che si possono modellare con la Teoria dei Giochi. Questa disciplina consente infatti di trattare matematicamente agenti le cui decisioni individuali ed egoistiche influenzano in maniera positiva o negativa altri utenti [19].

Per quanto riguarda la simulazione di routing, ovviamente se tutti i nodi fossero sempre cooperativi, si otterrebbero prestazioni più elevate a livello di ritardi (si assume ragionevolmente che un cammino più breve comporti un minor tempo di trasmissione). Tuttavia nella pratica non sempre si può avere questa situazione ideale.

È possibile ad esempio che un nodo non possa permettersi di consumare energia e risorse. Inoltre essere sempre collaborativo è un comportamento non egoistico che può andare a discapito della propria efficienza [2].

È molto importante che i nodi più propensi a collaborare siano altamente connessi con gli altri nodi e che si trovino in punti critici della rete: ad esempio nella topologia a stella è fondamentale che l'*hub* collabori [4].

Poniamo inoltre che un nodo sia collaborativo e quindi gli venga inoltrato un pacchetto. Se poi ai capi dei link che partono da questo nodo vi sono soltanto nodi non cooperativi, le prestazioni sono tutt'altro che ottimizzate. I ritardi minimi si ottengono quando due nodi collegati da un link sono entrambi disposti ad inoltrare i pacchetti in arrivo.

La strategia tit for tat si presta molto bene a trattare il trade off che un nodo deve sostenere fra il dispendio energetico richiestogli e la necessità di aiuto da parte degli altri nodi [12].

Dai risultati raccolti si evidenzia che il tasso di sensibilità è un parametro significativo che indica la propensione del nodo ad adattarsi al comportamento altrui e a regolarsi di conseguenza. Non influenza solo la velocità di saturazione, come era immaginabile, ma modifica il comportamento stesso dei nodi. Se abbastanza alto infatti (è sufficiente un valore del 10 %), induce i giocatori ad assumere la stessa linea strategica. Per valori bassi di  $s$  invece il giocatore si lascia influenzare poco dagli altri e tende a proseguire per la strategia data dal coefficiente di collaborazione iniziale.

Quest'ultimo, invece, indica quanto un giocatore sia propenso a collaborare. Rappresenta quindi un parametro piuttosto importante: se le reti sono già predisposte alla collaborazione, ovvero se i coefficienti iniziali sono maggiori di 0.5, con la strategia tit-for-tat finiranno per cooperare, altrimenti no, portando così a un peggioramento delle prestazioni. Per avere una cooperazione

duratura è allora necessario incentivare le reti ad avere un sufficiente grado di collaborazione fin dall'inizio.

Sono state apportate semplificazioni considerevoli allo scenario modellato; sicuramente con la Teoria dei Giochi si possono trattare scenari ben più complessi. In sviluppi futuri del lavoro si potrebbero quindi approfondire alcuni aspetti e utilizzare metodi più elaborati. Ad esempio:

- utilizzare la logica fuzzy per esprimere il peso di un link che può assumere due valori distinti a seconda del fatto che il nodo a cui esso porta sia disposto o meno a inoltrare il pacchetto da trasmettere [15];
- attribuire parametri non ai giocatori bensì ad ogni nodo: infatti, seppure appartenenti ad uno stesso giocatore, due nodi possono trovarsi in contingenti diversi a livello di connettività e di energia disponibile;
- applicare tecniche di teoria dei giochi più avanzate, come ad esempio i giochi cooperativi, in cui i giocatori stipulano degli accordi vincolanti fra di loro [14]. Oppure si possono introdurre giochi evolutivi, in cui il comportamento razionale dei giocatori è sostituito da una sorta di selezione naturale, per cui il cambio di strategia può essere un modo per massimizzare il payoff [22];
- considerare altri layer dello stack protocollare ISO/OSI. Ad esempio, con la Teoria dei Giochi si può gestire il problema dell'accesso al mezzo di trasmissione (MAC - livello 2); oppure trattare il controllo della potenza con cui tramettere (livello 1) [19]. Il protocollo BitTorrent accennato in questa tesi costituisce un esempio di applicazione della Teoria dei Giochi a livello 7 della pila protocollare [7];
- simulare la trasmissione in una rete con più operatori, non soltanto due, come è verosimile che accada nella realtà [19].

La simulazione di questa tesi può quindi essere il punto d'inizio per successivi lavori e i risultati trovati fin qua possono essere generalizzati ed ampliati, sfruttando ad esempio le idee fornite.

## Riferimenti bibliografici

- [1] A. Agnetis, *Introduzione alla Teoria dei Giochi*
- [2] L.Badia, M. Levorato, F. Librino, M. Zorzi, *Cooperation Techniques for Wireless Systems from a Networking Perspective*; in IEEE Wireless Communications (2010)
- [3] L. Badia, slides del corso *Game theory for information engineering* tenuto all'Università di Padova
- [4] N. Benvenuto and M. Zorzi, editors, *Principles of Communications, Networks and Systems*, Wiley (2011)
- [5] M. Čagalj, S. Ganeriwal, I. Aad, J.P. Hubaux, *On selfish behavior in CSMA/CA networks*; in Proceedings of the IEEE Conference on Computer Communications (2005)
- [6] A. Capone, slides su *Reti Radiomobili*, Politecnico di Milano (2006)
- [7] B. Cohen, *Incentives Build Robustness in BitTorrent*; in *Workshop on Economics of Peer-to-Peer Systems*, Berkeley , USA (2003)
- [8] K.L. Cooke and E.Halsey, *The Shortest Route Through a Network with Time-Dependent Internodal Transit Times*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, vol.14 pp. 493-498 (1966)
- [9] Y. Deng, Y. Chen, Y. Zhang, S. Mahadevan *Fuzzy Dijkstra algorithm for shortest path problem under uncertain environment*, Applied Soft Computin 12 (2012)
- [10] E.W. Dijkstra, *A Note on Two Problems in Connexion with Graph*, Numerische Mathematik 1, pp. 269-271 (1959)
- [11] R. Feldmann, M. Gairing, T. Lücking, B. Monien, M. Rode, *Selfish Routing in Non-cooperative Networks: A Survey*; in B. Rovan, P. Vojtâs, *Mathematical Foundations of Computer Science*, Springer (2003)
- [12] S.Fischer, B. Vöcking, *On the Evolution of Selfish Routing*; in S.Albers, T.Radzik, *Algorithms*, Springer (2004)
- [13] D. Fotakis, S. Kontogiannis, E. Koutsoupias, M. Mavronicolas, P. Spirakis, *The Structure and Complexity of Nash Equilibria for a Selfish Routing Game* (2002)

- [14] R. Gibbons, *Teoria dei Giochi*, il Mulino (2010)
- [15] W.Huang and L.Ding, *The Shortest Path Problem on a Fuzzy Time-Dependent Network*, IEEE Transaction on Communications (2012)
- [16] Z. Ji and K.J. Liu, *Dynamic Spectrum Sharing: A Game Theoretical Overview*, IEEE Communications Magazine, 45(5) (2007)
- [17] S. Kunniyur, R. Srikant, *End-to-end congestion control schemes: utility functions, random losses and ECN marks*, IEEE/ACM Transaction on (2003)
- [18] K.J. Liu, *Cognitive Radio and Game Theory*, IEEE Spectrum (2011)
- [19] A.B. MacKenzie, Luiz A. DaSilva, *Game Theory for Wireless Engineers*, Morgan & Claypool Publisher (2006)
- [20] D. McNeill, P. Freiberger, *La logica fuzzy. Storia di una rivoluzione scientifica*, Sansoni (2007)
- [21] J. Nash, *Equilibrium points in n-person games*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 36 (1950)
- [22] M.J.Osborne, *an introduction to Game Theory*, Oxford University Press (2004)
- [23] W. Poundstone, *Prisoner's Dilemma*, Anchor Books (1992)
- [24] J.A. Pouwelse, P. Garbacki, D.H.J. Epema, and H. J. Sips, *The bit-torrent P2P file-sharing system: measurements and analysis*; in 4th International Workshop on Peer-to-Peer Systems (IPTPS) (2005)
- [25] T. Roughgarden, E. Tardos, *How Bad is Selfish Routing?*, Journal of the ACM (JACM), vol. 49 no. 2 pp. 236-259(2001)
- [26] E. Santi, *Il dilemma del prigioniero ripetuto*, Appunti di Teoria dei Giochi, Università di Ferrara
- [27] V. Srivastava, J. Neel, A.B. MacKenzie, R. Menon, L.A. DaSilva, J.E. Hicks, J.H. Reed, R.P.Gilles, *Using Game Theory to Analyze Wireless Ad Hoc Networks*, IEEE Common Survey
- [28] Y.Varoufakis and S. Hargreaves-Heap, *Game Theory: A critical text*, Routledge (2004)



- [29] G. Vecchi, P. Pirinoli, *Appunti su Irradiazione e Antenne*, Politecnico di Torino (2001)
- [30] B. Wang, S.Soltani, J.K. Shapiro, *Local Detection of Selfish Routing Behavior in Ad Hoc Networks*; in Proc. ISPAN 2005, *Algorithms and Networks* pp 392-399 (2005)