

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

**Sviluppo di un calorimetro elettromagnetico per MUonE**

**Relatore**

**Prof. Franco Simonetto**

**Laureando**

**Emanuele Perfetti**

**Anno Accademico 2019/2020**



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1	Momenti magnetici e anomalia $g-2$ . . . . .	1
1.2	L'esperimento MUonE . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Simulazioni GEANT</b>	<b>5</b>
2.1	Dettagli simulazioni . . . . .	5
2.2	Analisi dati . . . . .	6
2.2.1	Componente energetica . . . . .	6
2.2.2	Tabelle e grafici . . . . .	6
2.2.3	Considerazioni . . . . .	10
2.2.4	Risoluzione angolare nella ricostruzione del punto di impatto . . . . .	12
2.2.5	Tabelle e grafici . . . . .	13
2.2.6	Considerazioni . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>25</b>



# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1 Momenti magnetici e anomalia $g-2$

In meccanica classica, una particella di carica  $e$  ruotante lungo un'orbita circolare e sottoposta ad una forza centrale, come nel caso dell'elettrone dell'atomo di idrogeno interagente con il protone nucleare, genera una corrente  $i$  a cui, in base al principio di equivalenza di Ampère, è associato il momento magnetico orbitale espresso in modulo da:

$$\mu = i \cdot A = \frac{e \cdot mvr}{2m}, \quad (1.1.1)$$

in cui  $A$  descrive l'area circoscritta dal moto della carica,  $m$  è la massa della particella,  $v$  la sua velocità tangenziale e  $r$  il raggio orbitale. Combinando tale espressione con il modulo del momento angolare orbitale del moto  $L=mvr$  si ricava, in notazione vettoriale:

$$\vec{\mu} = g_l \frac{e}{2m} \vec{L}, \quad g_l = 1 \quad (1.1.2)$$

dove  $g_l$  rappresenta il rapporto giromagnetico, ottenuto come frazione tra il momento magnetico e il momento orbitale, che, in tale circostanza, è identicamente uguale ad uno.

Queste considerazioni, nell'ambito di una analisi dettagliata delle proprietà atomiche della materia possibile unicamente tramite l'impiego della meccanica quantistica, assumono un carattere del tutto approssimativo in quanto poggianti sul modello atomico di Bohr-Sommerfeld (1913). Tale modello, infatti, introdusse senza alcuna giustificazione teorica il concetto di quantizzazione del momento angolare, per il quale  $L$  assume valori pari a multipli interi di  $\hbar$ ; in termini di momento magnetico, e con l'introduzione del magnetone di Bohr, tale condizione viene esplicitata da

$$\vec{\mu} = g_l \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}, \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m}. \quad (1.1.3)$$

Tuttavia, la validità di questi risultati venne riconosciuta anche in seguito con l'avvento della meccanica quantistica (1925), che ne permise l'estensione ad ogni momento angolare. Nello specifico, la trattazione quantistica della struttura atomica consentì di motivare l'introduzione di un momento angolare intrinseco  $\vec{S}$ , lo *spin*, privo di una controparte classica e peculiarità quantistica di ogni particella. Con l'applicazione delle proprietà operatoriali di  $\vec{L}$  allo spin  $\vec{S}$  viene dunque definito, per l'elettrone, il momento magnetico intrinseco

$$\vec{\mu}_s = g_s \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}, \quad (1.1.4)$$

in cui  $\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}$  viene definito tramite le matrici di Pauli  $\sigma_i (i = 1, 2, 3)$ . In accordo con le osservazioni sperimentali e le regole di quantizzazione dello spin, per cui l'autovalore associato alla proiezione di  $\vec{S}$  lungo una direzione può assumere solo due valori  $m_s \hbar$  con  $m_s = \pm \frac{1}{2}$ , il rapporto giromagnetico  $g_s$  deve soddisfare:

$$g_s = 2.$$

La spiegazione teorica di questo risultato venne proposta da Dirac attraverso la sua equazione, descrittiva, in un regime relativistico, l'interazione fra un elettrone e un campo elettromagnetico [7]. Essa prevedeva un fattore  $g_s = 2$ , così come per tutte le particelle puntiformi aventi spin  $s = \frac{1}{2}$ .

La scoperta di una piccola ma significativa deviazione di  $g_s$  da 2, nel caso dell'elettrone, fu uno dei due motivi, assieme al cosiddetto *Lamb shift*, a motivare lo sviluppo di una teoria quantistica relativistica delle interazioni elettromagnetiche, la *Quantum Electro Dynamics* (QED).

Julian Schwinger, creatore indipendente alla pari di Richard Feynman (1948) e di Sin-Itiro Tomonaga (1946) della QED, calcolò al primo ordine il valore di tale deviazione, definita tramite la quantità:

$$a = \frac{g_s - 2}{2},$$

da cui la notazione "g-2" è divenuta sinonimo di momento magnetico anomalo. Nel dettaglio, egli ricavò:

$$a_e = \frac{\alpha}{2\pi} \sim 0.00115965 \Rightarrow g_s^{th=2} \cdot 1.00115965,$$

risultati che ottennero riscontro sperimentale nel 1948, grazie a Polykarp Kusch e Henry Foley.

A partire da questi esiti, oltre la determinazione della costante di struttura fine  $\alpha$ , fu possibile assegnare all'anomalia magnetica del muone l'espressione  $a_\mu = \frac{g_\mu - 2}{2}$ , il cui valore è atteso leggermente diverso rispetto a quello elettronico, in virtù di una differente massa in gioco. In generale, tale deviazione espressa da  $a$ , può essere calcolata con enorme precisione mediante un metodo perturbativo consistente nel calcolo dei diagrammi di Feynman, ovvero espressioni matematiche descrittive le interazioni elettromagnetiche tra particelle attraverso una espansione in serie di potenze crescenti della costante di struttura fine  $\alpha$ . [5]

## 1.2 L'esperimento MUONE

Nel Modello Standard l'anomalia  $a_\mu$ , un'osservabile sia predicibile che misurabile sperimentalmente con precisione, è espressa come somma di tre contributi:

$$a_\mu^{SM} = a_\mu^{QED} + a_\mu^{EWK} + a_\mu^{Had}. \quad (1.2.1)$$

I primi due termini, quello elettromagnetico ed elettrodebole, sono determinabili con estrema precisione tramite calcolo perturbativo: l'anomalia  $a_\mu^{QED}$  viene valutata come espansione perturbativa di  $\frac{\alpha}{\pi}$  mentre  $a_\mu^{EWK}$  include i contributi forniti dai bosoni  $Z^0$  e  $W^\pm$  e dal bosone di Higgs.

La valutazione di  $a_\mu^{Had}$ , invece, è imprescindibile da misure sperimentali dal momento che non è calcolabile tramite la QCD perturbativa a basse energie e, pertanto, rappresenta il contributo più incerto; risulta inevitabile, dunque, che l'interesse maggiore degli studiosi sia ricaduto sull'analisi di tale termine e, più precisamente, sulla componente denominata HLO ("*hadronic contribution at leading order*") associata alla *vacuum polarization*<sup>1</sup>. A partire dagli anni '60, infatti, con tre esperimenti di accuratezza crescente eseguiti al CERN - si passò da una precisione di 4300 ppm di CERN I ad una di 7 ppm di CERN III - iniziarono le misurazioni dell'anomalia del momento muonico  $a_\mu$ . Attualmente, la misura di riferimento è quella dell'esperimento E821 realizzato al Brookhaven National Laboratory, soggetta ad un errore  $\delta a_\mu^{Exp} = 6.3 \cdot 10^{-10}$  - corrispondente ad una precisione di 0.54 ppm [4]. Essa presenta una discrepanza di  $\sim 3.5\sigma$  rispetto alla predizione del Modello Standard,  $a_\mu^{E821} - a_\mu^{SM} \sim (28 \pm 8) \cdot 10^{-10}$ , l'incertezza della quale è dovuta prevalentemente all'errore di  $a_\mu^{HLO}$ ,  $\sim 4 \cdot 10^{-10}$ , che, come detto, non può essere stimato tramite calcolo perturbativo a basse energie [2]. Al momento sono in corso nuovi esperimenti al Fermilab e al J-PARC con l'obiettivo di misurare l'anomalia g-2 con una precisione di  $1.6 \cdot 10^{-10}$  (0.14 ppm) [11] [9].

In questi ultimi casi, l'approccio adottato per la valutazione del contributo adronico LO è di tipo

<sup>1</sup>La maggior parte degli effetti nel contributo adronico dell'anomalia del momento magnetico sono dovuti a correzioni legate alla *vacuum polarization*, divise in LO ("*leading order*") e NLO ("*next-to-leading*"), per cui  $a_\mu^{HadVP} = a_\mu^{HLO} + a_\mu^{HNLO}$

*time-like*, il quale prevede l'analisi della sezione d'urto dell'annichilazione elettrone-positrone in adroni ( $e^+e^- \rightarrow hadrons$ ), normalizzata alla sezione d'urto di Born di  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ , attraverso la relazione:

$$a_\mu^{HLO} = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds \frac{\hat{K}(s)R_{had}(s)}{s^2} \quad (1.2.2)$$

dove  $R_{had} = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$ ,  $\hat{K}(s)$  è una funzione della variabile di Mandelstam  $s$ , mentre  $m_\mu$  e  $m_\pi$  sono rispettivamente la massa del muone e del pione [2].

Si sottolinea che  $R_{had}$  presenta un andamento notevolmente fluttuante a basse energie a causa di risonanze adroniche da considerare in tutti i casi in cui il valore di  $\sqrt{s}$  corrisponde alla massa di una particella fisica portatrice degli stessi numeri quantici del fotone ("mesone vettore", come la particella  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ , etc...); per tale ragione il calcolo di questo integrale piuttosto complicato avviene adottando misure sperimentali di  $R_{had}$  fino a certi valori di  $s$ , per i quali è applicabile la QCD perturbativa.

Con l'esperimento MUonE, viceversa, viene proposto di determinare  $a_\mu^{HLO}$  partendo dalla misura dell'evoluzione (in inglese *running*) della costante di accoppiamento elettromagnetico  $\alpha$ , ricavata analizzando lo *scattering* elastico di un fascio di muoni ad alta energia (150 GeV), interagente con gli elettroni di un bersaglio fisso a basso numero atomico  $Z$ , nella regione *space-like*. Con tale approccio si vuole determinare la sezione d'urto differenziale dello *scattering* ( $\mu e \rightarrow \mu e$ ) come funzione del quadri-momento trasferito  $t$ .

Infatti, a partire da

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma_0}{dt} \left| \frac{\alpha(t)}{\alpha(0)} \right|^2, \quad (1.2.3)$$

dove  $\frac{d\sigma_0}{dt}$  è la sezione d'urto di Born e il quadri-momento  $t = q^2 < 0$  viene espresso in funzione di una variabile  $x \in (0, 1)$  tale che, data  $t \in (-\infty, 0)$ , ad  $x=0$  corrisponde  $t=0$ , si ricava  $\Delta\alpha(t) = 1 - \frac{\alpha(0)}{\alpha(t)}$ ; la variazione adronica della costante di accoppiamento, ottenuta da  $\Delta\alpha_{had}(t) = \Delta\alpha(t) - \Delta\alpha_{lep}(t)$  ed espressa in termini della componente leptonica  $\Delta\alpha_{lep}(t)$  deducibile tramite teoria perturbativa, rientra nel calcolo dell'integrale

$$\frac{\alpha}{\pi} \int_0^1 dx (1-x) \Delta\alpha_{had}[t(x)], \quad t(x) = \frac{x^2 m_\mu^2}{x-1} < 0 \quad (1.2.4)$$

che restituisce la componente adronica  $a_\mu^{HLO}$  dell'anomalia muonica.

Il vantaggio di un approccio *space-like*, conseguenza del passaggio da un processo di annichilazione a canale  $s$  ad uno di diffusione a canale  $t$ , si esprime nel fatto che quest'ultimo integrando, a differenza di quello nell'equazione 1.2.2, risulta regolare e non alterato da risonanze.

L'analisi complessiva di MUonE si basa sulla misurazione degli angoli di emissione di elettroni e muoni ( $\theta_e$ ,  $\theta_\mu$ ), rispetto alla direzione di impatto del fascio incidente; la loro correlazione risulta estremamente importante per individuare gli eventi di *scattering* elastico, scartando così quelli di fondo dovuti a processi inelastici o radioattivi, e minimizzare di conseguenza gli effetti sistematici nella determinazione di  $t$ , dipendente dall'energia  $E_e^f$  e dall'angolo  $\theta_e^f$  dell'elettrone emesso [2]. Nel dettaglio, si ha che  $t = 2m_e^2 - 2m_e E_e^f$ , dove:

$$E_e^f = m_e \frac{1 + r^2 \cos^2 \theta_e^f}{1 - r^2 \cos^2 \theta_e^f}, \quad r = \frac{\sqrt{(E_\mu^i)^2 - m_\mu^2}}{E_\mu^i + m_e}. \quad (1.2.5)$$

L'obiettivo dell'esperimento, dopo due anni di acquisizione dati e sfruttando le osservabili angolari, è di valutare  $a_\mu^{HLO}$  con un errore statistico dello 0.3%, tramite il raggiungimento di un livello di incertezza sistematica di 10 ppm nel calcolo della sezione d'urto differenziale dello *scattering*  $\mu - e$ . Per dimostrare la plausibilità di tale precisione è indispensabile una dettagliata ottimizzazione dell'apparato sperimentale, concepito per sfruttare il fascio di muoni M2 a 150 GeV di intensità media  $\sim 1.3 \cdot 10^7$  muoni/s disponibile al CERN, e uno specifico rivelatore che sia in grado di misurare la

direzione e il momento del muone incidente nonché le direzioni del muone e dell'elettrone emessi in seguito all'urto [2].

Nel dettaglio, l'apparato consiste in una sequenza di 40 moduli, separati di 1 m l'uno dall'altro. Ciascuno di essi, consistente di un bersaglio di berillio (Be) spesso 1.5 cm, è accoppiato a 3 tracciatori al silicio (Si) che, collocati tra due moduli consecutivi, garantiscono una risoluzione di  $\sim 20 \mu\text{m}$  sul punto di impatto [10]. Sia il bersaglio che i tracciatori presentano al fascio una faccia quadrata di lato  $l=10$  cm. Il consistente numero di bersagli previsto e la loro struttura realizzata con un materiale a basso numero atomico  $Z$  sono giustificati, rispettivamente, dalla necessità di disporre di un'adeguata statistica e dall'obiettivo di minimizzare gli effetti dovuti a urti multipli (associati alla produzione di coppie e radiazione da *Bremsstrahlung*), che alterano la correlazione angolare muone-elettrone [2] [10].

A valle dei 40 bersagli, l'esperimento viene equipaggiato con un calorimetro elettromagnetico (ECAL), necessario per individuare gli elettroni nonché distinguerli dai muoni, soprattutto quando entrambi vengono emessi a piccoli angoli, inferiori a 5 mrad. Infatti, con angoli di emissione di 2-3 mrad si presenta un'ambiguità nell'individuazione dell'elettrone e del muone, come evidenziato dalla figura 1.1 [10].

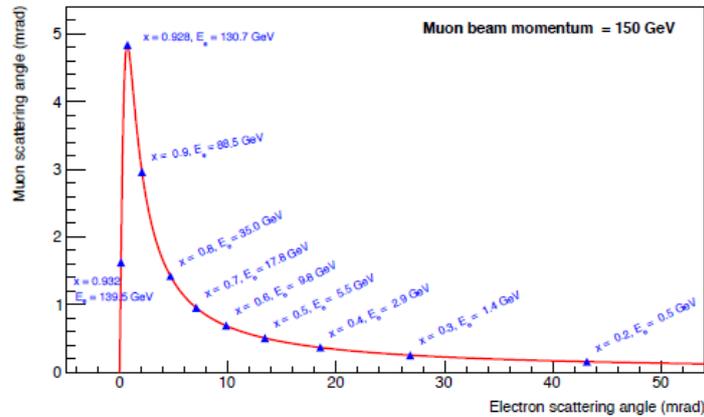


Figura 1.1: Relazione tra gli angoli di scattering di muoni ed elettroni per un fascio impattante di muoni a 150 GeV. I triangoli blu indicano il valore della variabile  $x$  e l'energia dell'elettrone. [2]

Simulazioni preliminari effettuate con GEANT4, eseguite considerando questo apparato sperimentale, indicano che, con gli attuali rivelatori al silicio, è possibile raggiungere una risoluzione angolare di  $\sim 0.02$  mrad. Inoltre, la cinematica della collisione consente al rivelatore di coprire quasi il 100% dell'accettanza angolare e di garantire l'accesso a tutti gli angoli di diffusione a un singolo elemento dello stesso.

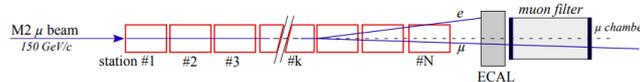


Figura 1.2: Rappresentazione schematica dell'apparato sperimentale di MUonE (non in scala) [1].

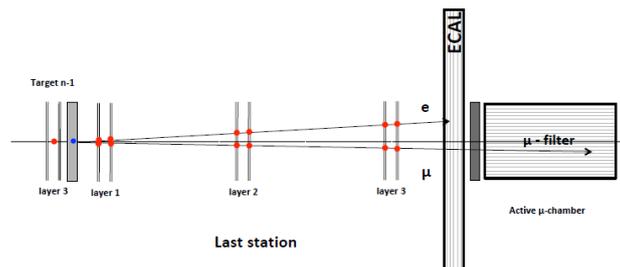


Figura 1.3: Rappresentazione dell'ultimo modulo seguito dal calorimetro e dal filtro muonico (non in scala) [1].

# Capitolo 2

## Simulazioni GEANT

Il proposito di misurare la sezione d'urto per la diffusione elastica  $\mu e \rightarrow \mu e$ , con una precisione relativa di  $10 \text{ ppm}$ , impone la necessità di sviluppare un calorimetro elettromagnetico estremamente performante.

Di conseguenza, l'obiettivo della tesi consiste nel determinare la geometria e le caratteristiche strutturali del calorimetro più adeguate, attraverso l'analisi di dati simulati prodotti con GEANT, confrontando le prestazioni di diverse sue implementazioni.

### 2.1 Dettagli simulazioni

Le simulazioni prodotte hanno previsto l'adozione di 40 bersagli distanziati tra loro di un 1 m, posti a precedere un calorimetro elettromagnetico a sezione quadrata dotato di una struttura interna ed una esterna con caratteristiche differenti.

La parte interna del calorimetro, di sezione  $(50 \times 50) \text{ cm}^2$ , presenta una matrice di  $19 \times 19$  cristalli composti da fluoruro di piombo ( $PbF_2$ ), di lato 2.5 cm e separati tra loro da una struttura di sostegno avente 1 mm di spessore; la stessa separazione è introdotta tra i cristalli esterni, di lato 9.8 cm e realizzati con vetro al piombo, distribuiti lungo una sezione con lato di 4 m.

La profondità del calorimetro esterno viene mantenuta costante a 38 cm, mentre quella del calorimetro interno assume, a seconda della simulazione implementata, i valori di 17 cm, 20 cm e 23 cm, in modo da rappresentare tre configurazioni di diverso costo e complessità di realizzazione.

Si intende valutare la capacità del calorimetro nella ricostruzione di uno sciame generato da un elettrone ad una energia fissata  $E_{nom}$  di 50, 75, 100 o 130 GeV, proveniente da tre differenti bersagli, rispettivamente il primo, il ventesimo o il quarantesimo (il più vicino al calorimetro), in corrispondenza alle tre diverse profondità del calorimetro interno.

Eventi T1				
Calorimeter Depth (cm)	50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	1000	5000	5000	5000
20	5000	1000	1000	1000
23	5000	5000	5000	5000

Eventi T20				
Calorimeter Depth (cm)	50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	1000	5000	5000	250
20	5000	1000	1000	250
23	5000	5000	5000	250

Eventi T40				
Calorimeter Depth (cm)	50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	1000	5000	5000	5000
20	1000	1000	1000	1000
23	1000	5000	5000	5000

Tabella 2.1: Numero di eventi generati

## 2.2 Analisi dati

### 2.2.1 Componente energetica

La fase iniziale dell'analisi dati si è articolata nella valutazione dell'energia complessiva  $E_{loss}$  depositata dall'elettrone nel calorimetro e della sua energia relativa, ottenuta normalizzando  $E_{loss}$  al valore nominale dell'energia  $E_{nom}$  assunta dall'elettrone stesso. La simulazione GEANT descrive correttamente le fluttuazioni stocastiche dello sciame elettromagnetico: il rumore dell'elettronica e il termine costante, che riflette la non uniformità strutturale dei cristalli, sono stati introdotti in fase di analisi con una tecnica di "smearing" dei dati simulati. Nel dettaglio, il primo viene stimato in 25 MeV per cristallo [6], il secondo, indipendente dall'energia della particella impattante, è quantificato nell'1% dell'energia depositata su ciascun cristallo.

Complessivamente, la correzione all'energia è stata ricavata sommando i contributi dei due termini, ciascuno implementato tramite una generazione casuale di numeri, moltiplicati per il valore assegnato del termine, aventi una distribuzione gaussiana centrata in zero e con deviazione standard pari all'effetto dispersivo ricercato.

### 2.2.2 Tabelle e grafici<sup>1</sup>

T1 $E_{loss}$ [GeV]					
Calorimeter Depth (cm)		50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	<i>Ideal</i>	$44 \pm 6$	$63 \pm 8$	$86 \pm 9$	$112 \pm 9$
	<i>Noise 5x5</i>	$36 \pm 8$	$50 \pm 11$	$61 \pm 13$	$80 \pm 15$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$40 \pm 7$	$59 \pm 9$	$77 \pm 9$	$100 \pm 10$
20	<i>Ideal</i>	$45 \pm 6$	$65 \pm 8$	$85 \pm 10$	$112 \pm 9$
	<i>Noise 5x5</i>	$37 \pm 8$	$52 \pm 11$	$63 \pm 14$	$83 \pm 16$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$41 \pm 7$	$61 \pm 9$	$79 \pm 10$	$104 \pm 10$
23	<i>Ideal</i>	$46 \pm 6$	$68 \pm 8$	$89 \pm 9$	$117 \pm 8$
	<i>Noise 5x5</i>	$37 \pm 8$	$53 \pm 11$	$64 \pm 14$	$83 \pm 16$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$42 \pm 7$	$62 \pm 9$	$80 \pm 10$	$105 \pm 10$

Tabella 2.2

<sup>1</sup>I grafici si riferiscono alla raccolta di energia ideale.

T20 $E_{loss}$ [GeV]					
Calorimeter Depth (cm)		50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	<i>Ideal</i>	$44 \pm 6$	$65 \pm 9$	$86 \pm 13$	$102 \pm 25$
	<i>Noise 5x5</i>	$40 \pm 6$	$60 \pm 10$	$81 \pm 13$	$95 \pm 24$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$43 \pm 6$	$64 \pm 9$	$85 \pm 13$	$100 \pm 25$
20	<i>Ideal</i>	$45 \pm 6$	$68 \pm 8$	$88 \pm 13$	$106 \pm 23$
	<i>Noise 5x5</i>	$41 \pm 7$	$63 \pm 8$	$83 \pm 14$	$100 \pm 23$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$44 \pm 6$	$67 \pm 8$	$87 \pm 14$	$105 \pm 23$
23	<i>Ideal</i>	$46 \pm 6$	$69 \pm 8$	$91 \pm 12$	$108 \pm 25$
	<i>Noise 5x5</i>	$42 \pm 6$	$64 \pm 9$	$85 \pm 12$	$101 \pm 24$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$45 \pm 6$	$68 \pm 8$	$90 \pm 12$	$107 \pm 24$

Tabella 2.3

T40 $E_{loss}$ [GeV]					
Calorimeter Depth (cm)		50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	<i>Ideal</i>	$47 \pm 2$	$70 \pm 3$	$92 \pm 4$	$119 \pm 5$
	<i>Noise 5x5</i>	$46 \pm 2$	$69 \pm 3$	$91 \pm 3$	$118 \pm 5$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$47 \pm 2$	$70 \pm 3$	$92 \pm 4$	$119 \pm 5$
20	<i>Ideal</i>	$49 \pm 1$	$73 \pm 1$	$97 \pm 2$	$125 \pm 2$
	<i>Noise 5x5</i>	$48 \pm 1$	$72 \pm 1$	$95 \pm 2$	$123 \pm 2$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$49 \pm 1$	$73 \pm 1$	$97 \pm 2$	$125 \pm 2$
23	<i>Ideal</i>	$50 \pm 2$	$74 \pm 1$	$98 \pm 1$	$128 \pm 1$
	<i>Noise 5x5</i>	$49 \pm 2$	$73 \pm 1$	$97 \pm 1$	$126 \pm 1$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$50 \pm 2$	$74 \pm 1$	$98 \pm 1$	$128 \pm 1$

Tabella 2.4

T1 ( $E_{loss}/E_{nom}$ )					
Calorimeter Depth (cm)		50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	<i>Ideal</i>	$0.88 \pm 0.08$	$0.85 \pm 0.08$	$0.86 \pm 0.07$	$0.87 \pm 0.06$
	<i>Noise 5x5</i>	$0.7 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$0.66 \pm 0.09$	$0.65 \pm 0.09$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$0.82 \pm 0.09$	$0.79 \pm 0.09$	$0.77 \pm 0.08$	$0.78 \pm 0.07$
20	<i>Ideal</i>	$0.91 \pm 0.09$	$0.87 \pm 0.08$	$0.85 \pm 0.08$	$0.86 \pm 0.06$
	<i>Noise 5x5</i>	$0.8 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$0.67 \pm 0.09$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$0.85 \pm 0.09$	$0.82 \pm 0.09$	$0.80 \pm 0.08$	$0.80 \pm 0.07$
23	<i>Ideal</i>	$0.92 \pm 0.08$	$0.91 \pm 0.08$	$0.90 \pm 0.07$	$0.90 \pm 0.06$
	<i>Noise 5x5</i>	$0.8 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$	$0.7 \pm 0.1$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$0.86 \pm 0.09$	$0.84 \pm 0.09$	$0.81 \pm 0.08$	$0.81 \pm 0.07$

Tabella 2.5

		T20 ( $E_{loss}/E_{nom}$ )			
Calorimeter Depth (cm)		50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	<i>Ideal</i>	$0.89 \pm 0.09$	$0.88 \pm 0.08$	$0.88 \pm 0.08$	$0.8 \pm 0.1$
	<i>Noise 5x5</i>	$0.82 \pm 0.09$	$0.82 \pm 0.08$	$0.82 \pm 0.08$	$0.80 \pm 0.09$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$0.87 \pm 0.09$	$0.87 \pm 0.08$	$0.87 \pm 0.08$	$0.8 \pm 0.1$
20	<i>Ideal</i>	$0.92 \pm 0.09$	$0.92 \pm 0.07$	$0.90 \pm 0.08$	$0.9 \pm 0.1$
	<i>Noise 5x5</i>	$0.84 \pm 0.09$	$0.85 \pm 0.08$	$0.85 \pm 0.08$	$0.8 \pm 0.1$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$0.90 \pm 0.09$	$0.91 \pm 0.07$	$0.90 \pm 0.08$	$0.9 \pm 0.1$
23	<i>Ideal</i>	$0.93 \pm 0.08$	$0.93 \pm 0.08$	$0.93 \pm 0.08$	$0.9 \pm 0.1$
	<i>Noise 5x5</i>	$0.85 \pm 0.09$	$0.86 \pm 0.08$	$0.87 \pm 0.08$	$0.8 \pm 0.1$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$0.92 \pm 0.08$	$0.92 \pm 0.08$	$0.91 \pm 0.08$	$0.9 \pm 0.1$

Tabella 2.6

		T40 ( $E_{loss}/E_{nom}$ )			
Calorimeter Depth (cm)		50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	<i>Ideal</i>	$0.94 \pm 0.03$	$0.93 \pm 0.03$	$0.92 \pm 0.03$	$0.92 \pm 0.03$
	<i>Noise 5x5</i>	$0.93 \pm 0.03$	$0.92 \pm 0.03$	$0.91 \pm 0.03$	$0.90 \pm 0.03$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$0.94 \pm 0.03$	$0.93 \pm 0.03$	$0.92 \pm 0.03$	$0.92 \pm 0.03$
20	<i>Ideal</i>	$0.98 \pm 0.02$	$0.97 \pm 0.02$	$0.97 \pm 0.02$	$0.96 \pm 0.02$
	<i>Noise 5x5</i>	$0.96 \pm 0.02$	$0.96 \pm 0.02$	$0.95 \pm 0.02$	$0.95 \pm 0.02$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$0.98 \pm 0.02$	$0.97 \pm 0.02$	$0.97 \pm 0.02$	$0.96 \pm 0.02$
23	<i>Ideal</i>	$0.99 \pm 0.01$	$0.99 \pm 0.01$	$0.984 \pm 0.009$	$0.982 \pm 0.008$
	<i>Noise 5x5</i>	$0.98 \pm 0.01$	$0.97 \pm 0.01$	$0.970 \pm 0.009$	$0.968 \pm 0.008$
	<i>Noise Inner Crystals</i>	$0.99 \pm 0.01$	$0.99 \pm 0.01$	$0.984 \pm 0.009$	$0.982 \pm 0.009$

Tabella 2.7

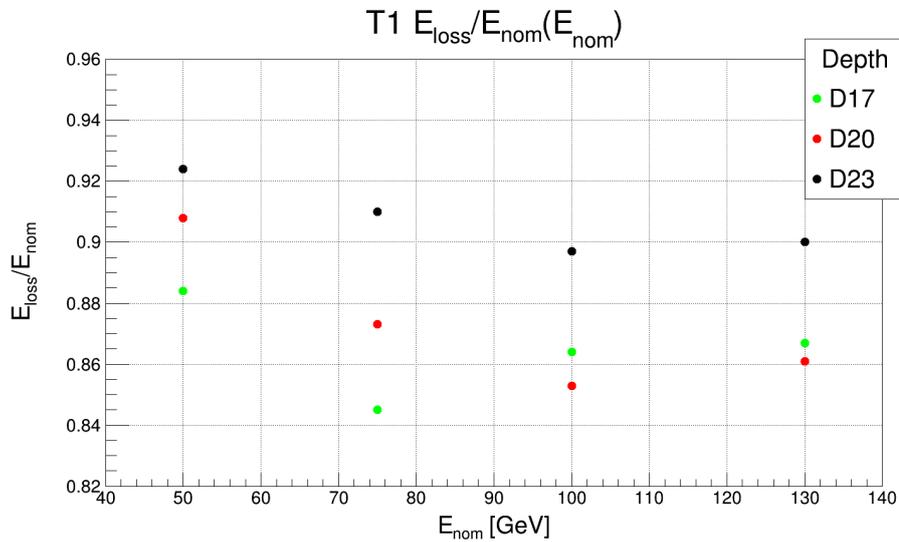


Figura 2.1

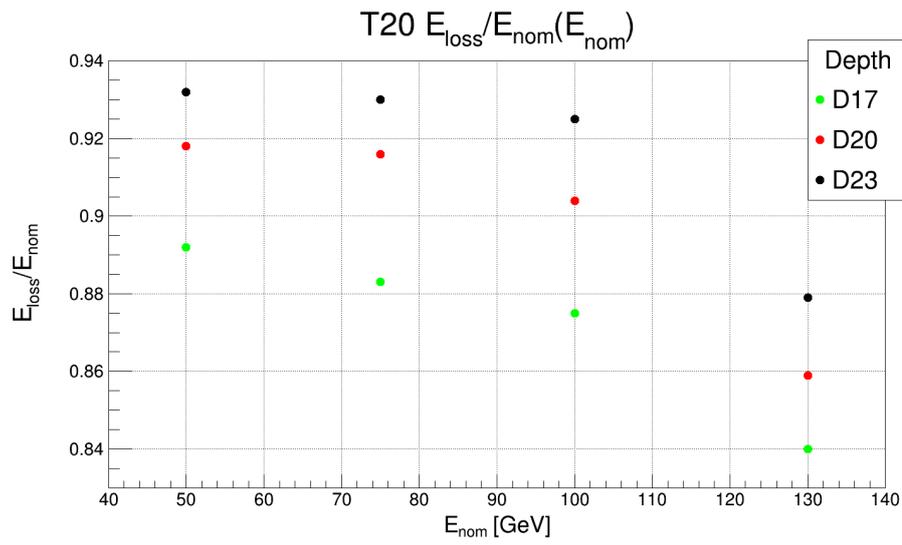


Figura 2.2

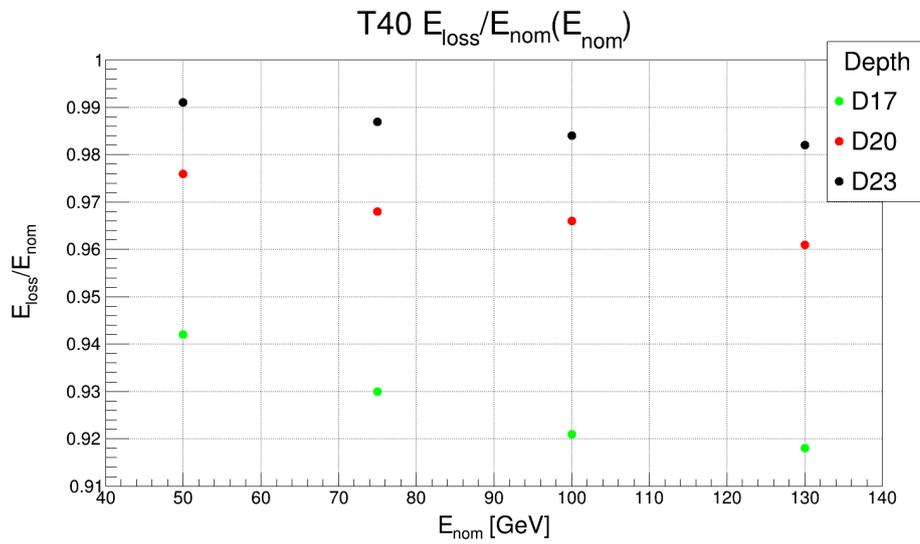


Figura 2.3

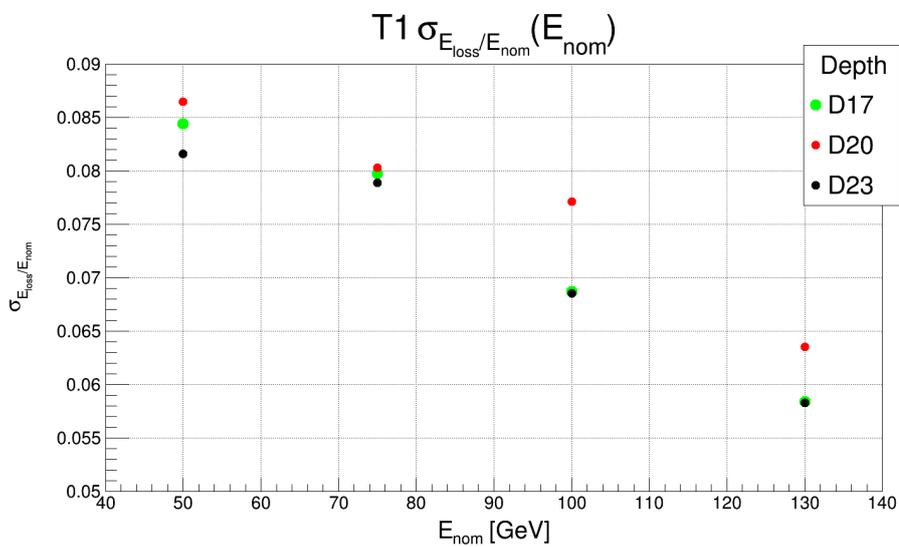


Figura 2.4

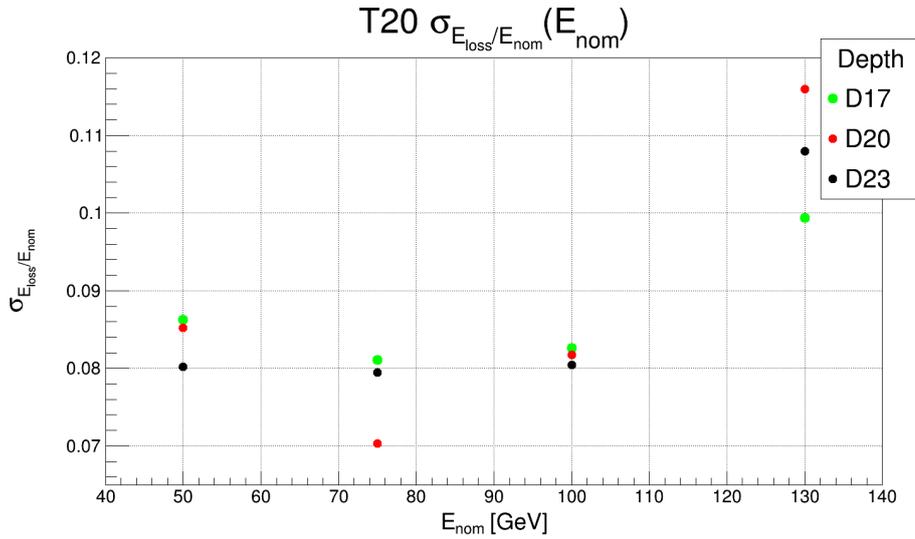


Figura 2.5

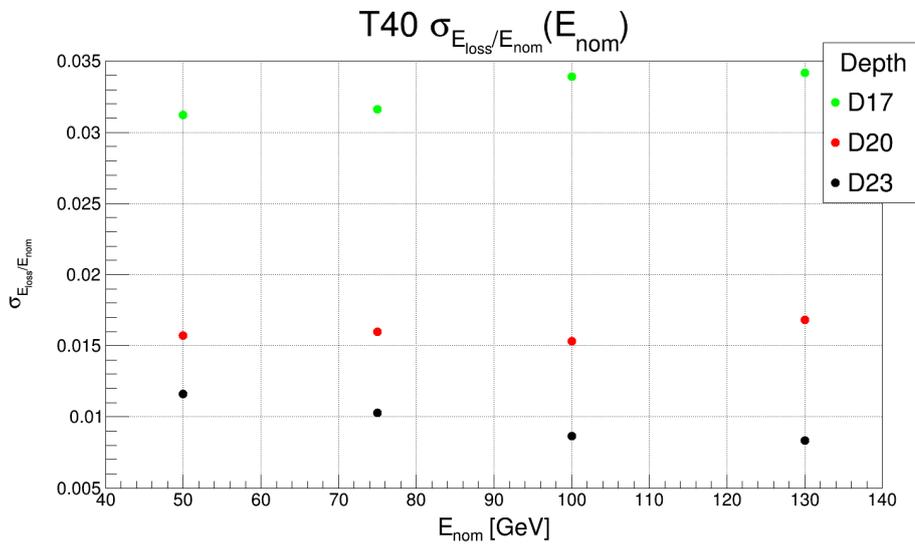


Figura 2.6

### 2.2.3 Considerazioni

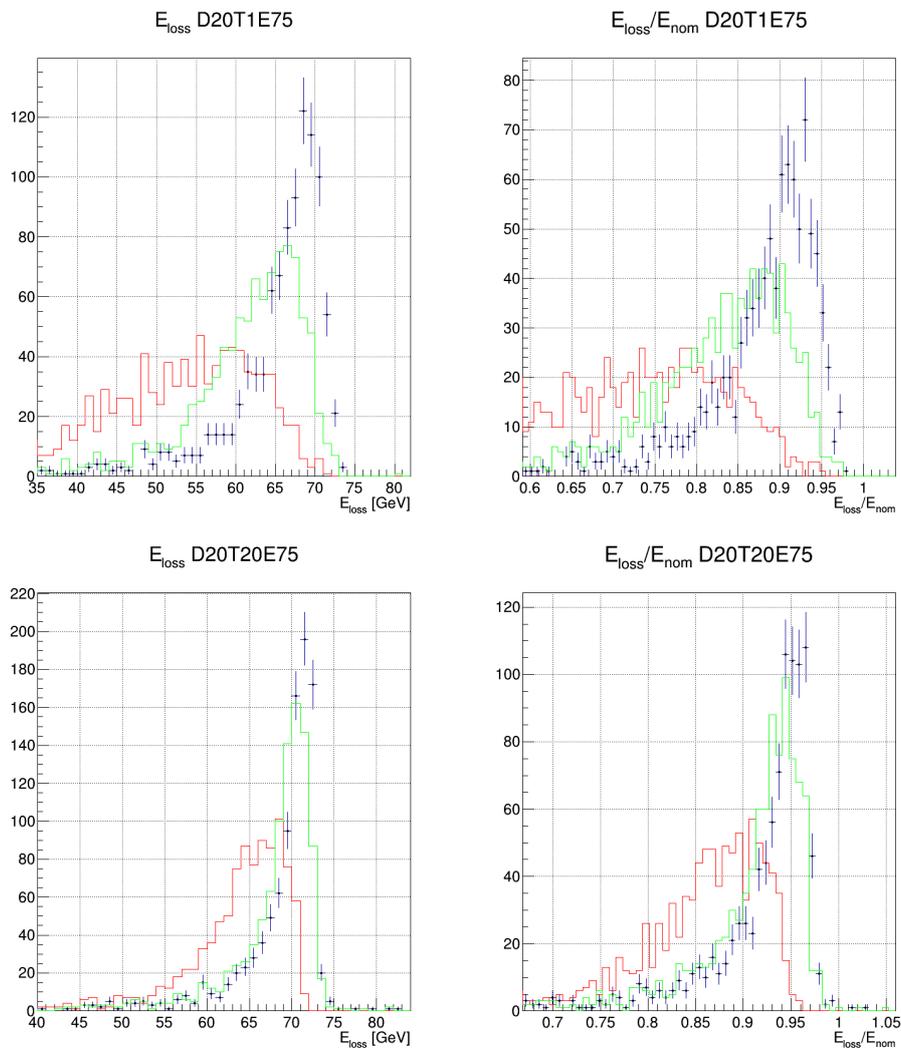
Nella ricostruzione dell'energia dello sciame si bilanciano due esigenze opposte: poichè lo sciame si sviluppa in larghezza secondo una legge esponenziale, bisognerebbe sommare l'energia di quanti più cristalli possibile; così facendo, tuttavia, aumenta il contributo del rumore dell'elettronica, crescente con la radice quadrata del numero di cristalli coinvolti, che va dunque implementato opportunamente. Si osserva inoltre che, mentre lo sciame prodotto negli urti sull'ultima stazione investe un numero moderato di cristalli, a seguito di effetti di pre-sciamamento le collisioni sulla prima o sulla ventesima stazione distribuiscono la loro energia su di un'area piuttosto vasta. Per tale ragione, al momento, si sono adottati due algoritmi: in uno viene valutata solo l'energia raccolta in un blocco di  $5 \times 5$  cristalli centrato attorno a quello con il massimo deposito di energia, nell'altro si considera il segnale depositato su tutto il blocco del calorimetro interno.

Si confrontano tre distribuzioni (fig. 2.7): quella ottenuta raccogliendo tutta l'energia del blocco interno, senza includere il rumore dell'elettronica (ideale, rappresentata in blu) e quelle col rumore dell'elettronica esteso rispettivamente a tutto il calorimetro interno (in verde) e limitato ad un blocco  $5 \times 5$  (in rosso).

Partendo dal presupposto per il quale il deposito dell'energia nei cristalli non possa coincidere con l'energia acquisita dalla particella impattante (in virtù di uno sviluppo esponenziale dello sciame

elettromagnetico che presupporrebbe, per una raccolta energetica totale, un calorimetro idealmente infinito), è tanto evidente quanto logico che per T40, l'ultimo bersaglio, si verifichi la maggiore acquisizione energetica variabile dal 92% per D17<sup>2</sup> al 99% per D23. Tali valori si riducono per il target intermedio T20 e ancor di più per T1, dove si registrano perdite energetiche che variano dal 20% al 15% circa. Le cause di queste fluttuazioni sono connesse ai cosiddetti "effetti di pre-sciamento", per i quali l'elettrone emesso dai primi moduli genera il proprio sciame molto prima di raggiungere il calorimetro, disperdendo, nell'interazione con gli strati di Be e Si successivi, parte dell'energia acquisita nell'urto iniziale. L'impatto di tale fenomeno si riduce, come evidenziato dai risultati ottenuti, per gli urti che avvengono nei bersagli sempre più vicini al calorimetro.

Le conseguenze del pre-sciamento si possono individuare anche nell'analisi di  $\sigma_{E_{loss}/E_{nom}}$ : infatti si nota come i suoi valori siano, indipendentemente dall'energia e dallo spessore del calorimetro, nettamente minori per T40 rispetto agli altri due bersagli, le cui dispersioni risultano confrontabili ad eccezione del caso a 130 GeV per il bersaglio T20, per il quale si registrano dei valori "anomali", legati alla ridotta statistica del numero di eventi simulati (Tabella 2.1).



<sup>2</sup>Per comodità di scrittura e scorrevolezza del testo verranno annotate con D17, D20, D23 rispettivamente le profondità di 17 cm, 20 cm e 23 cm del calorimetro.

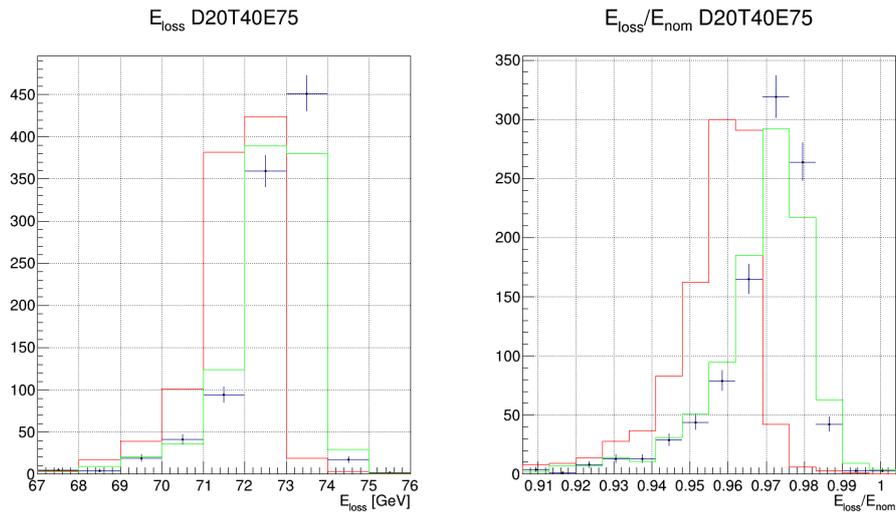


Figura 2.7: Deposito energetico a 75 GeV, con spessore del calorimetro posto a 20 cm, per i target T1 (in alto), T20 (al centro) e T40 (in basso). E' possibile apprezzare gli effetti di pre-sciamamento, per il bersaglio iniziale e centrale (meno accentuati), soprattutto in termini di dispersione, come evidenziato dai tre grafici rappresentanti l'energia depositata in una matrice 5x5 attorno al cristallo col massimo di energia (in rosso), l'energia rivelata dai cristalli interni (in verde) e la condizione di raccolta "ideale" (in blu).

Come lecito attendersi, in generale, si ha una crescita dell'energia depositata proporzionale all'aumento della profondità del calorimetro; la risoluzione energetica, invece, nel caso di T40, non varia significativamente con l'energia dell'elettrone; al contrario e secondo le attese, riducendo la dimensione longitudinale dei blocchi, essa subisce variazioni consistenti. In ogni caso, una risoluzione del 3%, come per lo spessore di 17 cm, viene considerata ancora accettabile.

Nel caso di T1 e T20, invece, la risoluzione è dominata dagli effetti di pre-sciamamento e non varia significativamente rispetto le dimensioni.

#### 2.2.4 Risoluzione angolare nella ricostruzione del punto di impatto

Risulta essenziale, nell'ambito dell'analisi dell'angolo di emissione dell'elettrone, misurare l'angolo "ricostruito"  $\theta$ , ottenuto determinando la posizione dello sciame nel calorimetro, e la sua relazione con l'angolo di uscita dell'elettrone dal bersaglio, fornito dalle simulazioni, denominato  $\theta_{el}$ .

La coordinata  $X_{cal}$  (rispettivamente  $Y_{cal}$ ) dello sciame elettromagnetico è stata calcolata tramite una media ponderata delle posizioni dei centri dei cristalli  $x_i$  (rispettivamente  $y_i$ ), espressa da:

$$X_{cal} = \frac{\sum_i w_i x_i}{\sum_i w_i}, \quad (2.2.1)$$

in cui il peso  $w_i$  è fornito dalla relazione

$$w_i = W_0 + \ln\left(\frac{E_i}{E_T}\right), \quad W_0 = 4 \quad (2.2.2)$$

dove  $E_i$  è l'energia depositata sull' $i$ -esimo cristallo,  $E_T$  è l'energia complessiva  $E_T = \sum_i E_i$  e  $W_0$  è un parametro libero. La motivazione di tale espressione risiede nel fatto che l'energia depositata in un cristallo decresce esponenzialmente in funzione della distanza dal punto di incidenza della particella e, di conseguenza, la ponderazione logaritmica compensa questo andamento. La scelta di imporre  $W_0 = 4$  si basa su un'analisi specifica effettuata, per la quale è stato dimostrato che, per ogni energia incidente valutata, si osserva un minimo nella risoluzione della posizione ad un valore di tale parametro che cresce da  $W_0 = 3.5$  a  $W_0 = 4$  all'aumentare dell'energia, e che può essere assunto  $W_0 = 4$ , indipendentemente dall'energia, ammettendo una minima perdita di risoluzione a bassi valori energetici [3].

Nel sistema di riferimento in cui l'asse  $z$  coincide con la direzione del fascio di muoni incidente e con l'asse di simmetria dell'apparato, l'angolo  $\theta$  è ottenuto tramite l'espressione:

$$\theta = \arctan \frac{r}{d} \quad , \quad (2.2.3)$$

dove  $r = \sqrt{X_{cal}^2 + Y_{cal}^2}$  e  $d = Z_{cal} - Z_{ele}$  è la distanza, lungo  $z$ , tra la coordinata del bersaglio in cui l'elettrone è stato prodotto e la superficie del calorimetro.

La relazione con l'angolo  $\theta_{el}$  procurato dalle simulazioni è stata analizzata in termini della differenza tra angolo "ricostruito" e angolo "vero", ossia  $\delta_\theta = \theta - \theta_{el}$ .

Anche in questa circostanza, come per l'energia, sono state confrontate tre diverse configurazioni di cristalli, valutate attorno al cristallo col deposito energetico massimo; la conseguenza si manifesta in una differente energia complessiva  $E_T$  raccolta e, pertanto, in una diversa valutazione della posizione dello sciame nonché ricostruzione dell'angolo di emissione.

Nel dettaglio, si sono considerate matrici 3x3, 5x5 e 7x7 centrate sempre nel cristallo col massimo di energia: a seguito di una valutazione "grafica", basata sulla distribuzione dei dati interpolati con una curva gaussiana, si è escluso il caso "7x7" in quanto evidentemente anomalo sia per  $\theta$  che per  $\delta_\theta$ , concentrandosi pertanto sugli altri due. E' stato dunque approfondito l'andamento dei valori medi e delle deviazioni standard delle distribuzioni gaussiane - in particolare di  $\delta_\theta$  - in funzione dell'energia nominale dell'elettrone  $E$ , concludendo che l'adozione di una matrice di cristalli 5x5 rappresentasse l'approccio più opportuno.

### 2.2.5 Tabelle e grafici

T1				
$\theta$ [mrad]				
Calorimeter Depth (cm)	50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	$3.67 \pm 0.01$	$2.588 \pm 0.004$	$1.789 \pm 0.003$	$0.781 \pm 0.003$
20	$3.671 \pm 0.006$	$2.588 \pm 0.009$	$1.793 \pm 0.007$	$0.777 \pm 0.006$
23	$3.672 \pm 0.005$	$2.589 \pm 0.004$	$1.793 \pm 0.003$	$0.779 \pm 0.003$
$\sigma_\theta$ [mrad]				
17	$0.29 \pm 0.01$	$0.233 \pm 0.003$	$0.227 \pm 0.003$	$0.190 \pm 0.002$
20	$0.288 \pm 0.005$	$0.238 \pm 0.007$	$0.214 \pm 0.006$	$0.178 \pm 0.004$
23	$0.281 \pm 0.004$	$0.242 \pm 0.003$	$0.222 \pm 0.003$	$0.185 \pm 0.002$

Tabella 2.8

T20				
$\theta$ [mrad]				
Calorimeter Depth (cm)	50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	$3.69 \pm 0.01$	$2.555 \pm 0.004$	$1.708 \pm 0.002$	$0.786 \pm 0.009$
20	$3.686 \pm 0.005$	$2.558 \pm 0.008$	$1.72 \pm 0.01$	$0.796 \pm 0.008$
23	$3.689 \pm 0.005$	$2.547 \pm 0.003$	$1.719 \pm 0.002$	$0.762 \pm 0.009$
$\sigma_\theta$ [mrad]				
17	$0.258 \pm 0.009$	$0.227 \pm 0.003$	$0.156 \pm 0.002$	$0.12 \pm 0.01$
20	$0.292 \pm 0.005$	$0.225 \pm 0.006$	$0.170 \pm 0.005$	$0.130 \pm 0.006$
23	$0.293 \pm 0.004$	$0.227 \pm 0.003$	$0.160 \pm 0.002$	$0.118 \pm 0.006$

Tabella 2.9

T40				
$\theta$ [mrad]				
Calorimeter Depth (cm)	50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	$3.664 \pm 0.001$	$2.904 \pm 0.005$	$2.244 \pm 0.004$	$1.16 \pm 0.01$
20	$3.79 \pm 0.01$	$3.05 \pm 0.01$	$2.29 \pm 0.01$	$1.10 \pm 0.01$
23	$3.846 \pm 0.005$	$3.067 \pm 0.004$	$2.301 \pm 0.005$	$1.063 \pm 0.005$
$\sigma_\theta$ [mrad]				
17	$0.269 \pm 0.009$	$0.275 \pm 0.008$	$0.285 \pm 0.004$	$0.342 \pm 0.003$
20	$0.269 \pm 0.008$	$0.279 \pm 0.007$	$0.317 \pm 0.007$	$0.352 \pm 0.009$
23	$0.286 \pm 0.004$	$0.294 \pm 0.003$	$0.336 \pm 0.004$	$0.328 \pm 0.003$

Tabella 2.10

T1				
$\delta_\theta$ [mrad]				
Calorimeter Depth (cm)	50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	$0.04 \pm 0.01$	$0.076 \pm 0.004$	$0.084 \pm 0.003$	$0.036 \pm 0.003$
20	$0.047 \pm 0.006$	$0.072 \pm 0.009$	$0.089 \pm 0.007$	$0.032 \pm 0.006$
23	$0.049 \pm 0.005$	$0.078 \pm 0.004$	$0.088 \pm 0.003$	$0.035 \pm 0.003$
$\sigma_{\delta_\theta}$ [mrad]				
17	$0.28 \pm 0.01$	$0.233 \pm 0.003$	$0.227 \pm 0.003$	$0.189 \pm 0.002$
20	$0.289 \pm 0.005$	$0.238 \pm 0.007$	$0.211 \pm 0.006$	$0.179 \pm 0.004$
23	$0.282 \pm 0.005$	$0.241 \pm 0.003$	$0.223 \pm 0.003$	$0.184 \pm 0.002$

Tabella 2.11

T20				
$\delta_\theta$ [mrad]				
Calorimeter Depth (cm)	50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	$0.06 \pm 0.01$	$0.040 \pm 0.004$	$0.003 \pm 0.002$	$0.048 \pm 0.009$
20	$0.063 \pm 0.005$	$0.044 \pm 0.008$	$0.016 \pm 0.005$	$0.053 \pm 0.008$
23	$0.067 \pm 0.005$	$0.034 \pm 0.003$	$0.013 \pm 0.002$	$0.016 \pm 0.009$
$\sigma_{\delta_\theta}$ [mrad]				
17	$0.258 \pm 0.009$	$0.226 \pm 0.003$	$0.160 \pm 0.002$	$0.125 \pm 0.009$
20	$0.294 \pm 0.004$	$0.227 \pm 0.006$	$0.154 \pm 0.005$	$0.120 \pm 0.007$
23	$0.293 \pm 0.004$	$0.227 \pm 0.003$	$0.160 \pm 0.002$	$0.116 \pm 0.007$

Tabella 2.12

T40				
$\delta_\theta$ [mrad]				
Calorimeter Depth (cm)	50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	$0.04 \pm 0.01$	$0.391 \pm 0.005$	$0.538 \pm 0.005$	$0.415 \pm 0.005$
20	$0.16 \pm 0.01$	$0.53 \pm 0.01$	$0.59 \pm 0.01$	$0.35 \pm 0.01$
23	$0.223 \pm 0.005$	$0.553 \pm 0.005$	$0.595 \pm 0.005$	$0.320 \pm 0.005$
$\sigma_{\delta_\theta}$ [mrad]				
17	$0.261 \pm 0.009$	$0.275 \pm 0.003$	$0.284 \pm 0.003$	$0.338 \pm 0.003$
20	$0.262 \pm 0.008$	$0.280 \pm 0.007$	$0.320 \pm 0.008$	$0.353 \pm 0.009$
23	$0.284 \pm 0.004$	$0.292 \pm 0.003$	$0.336 \pm 0.004$	$0.330 \pm 0.001$

Tabella 2.13

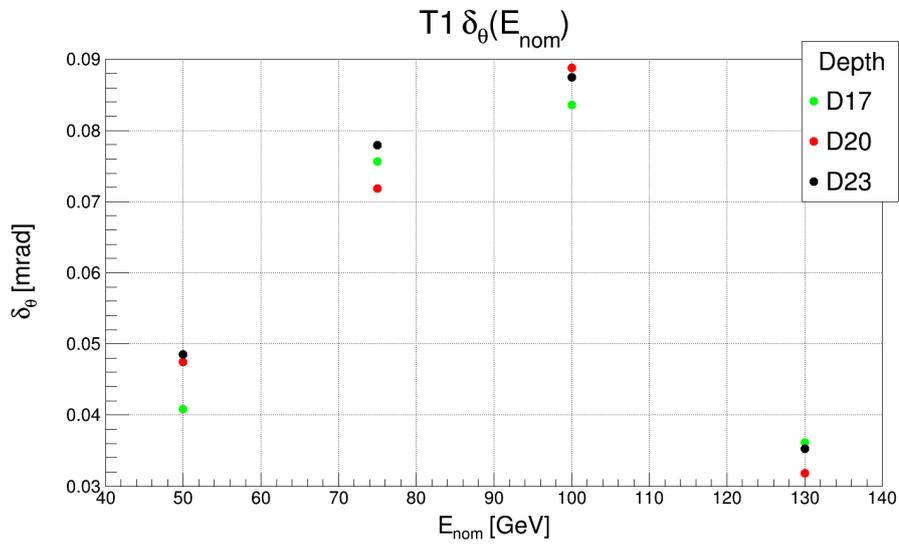


Figura 2.8

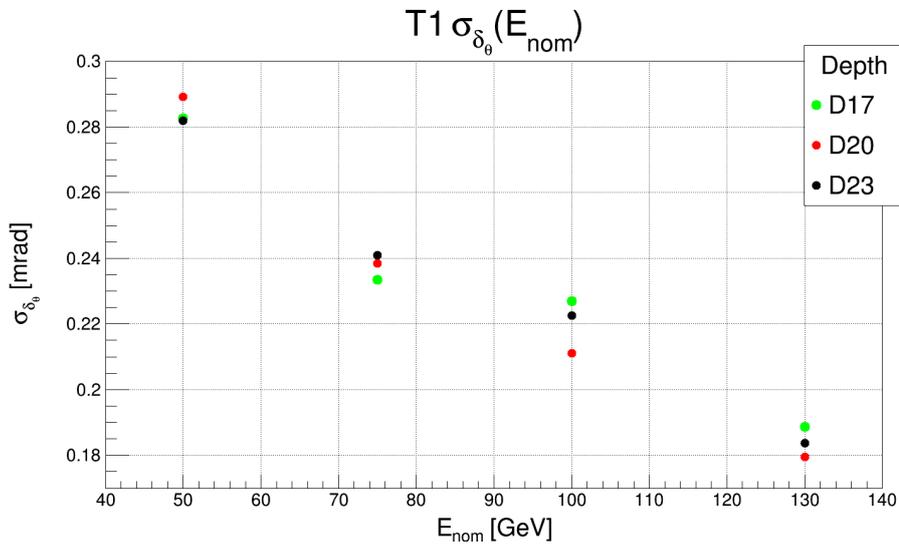


Figura 2.9

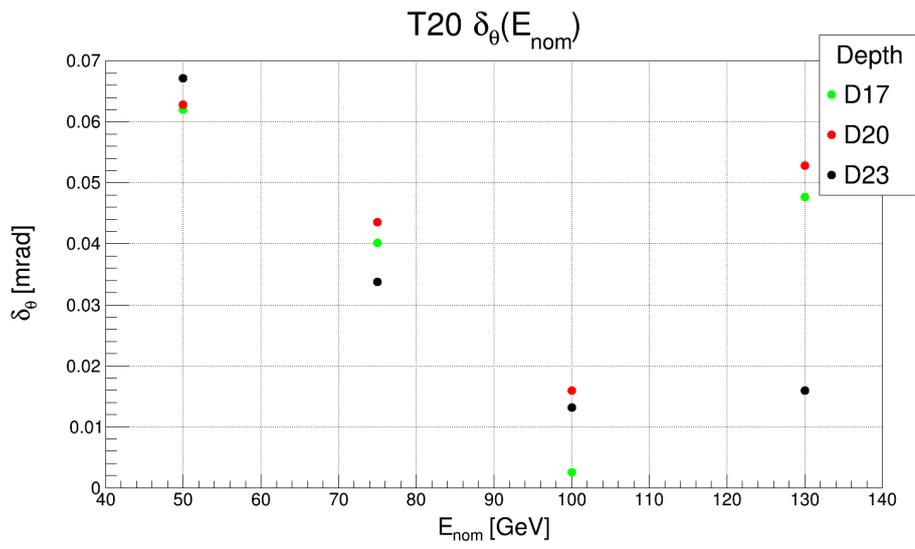


Figura 2.10

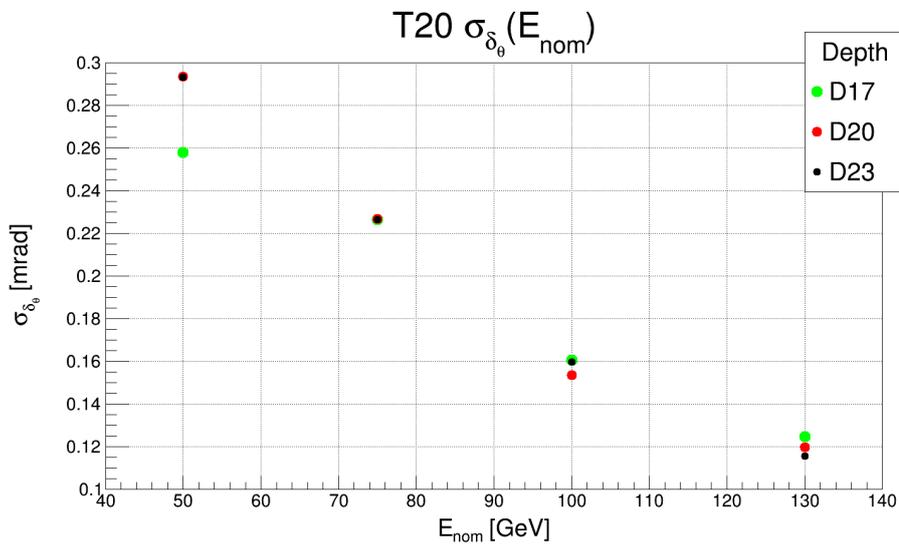


Figura 2.11

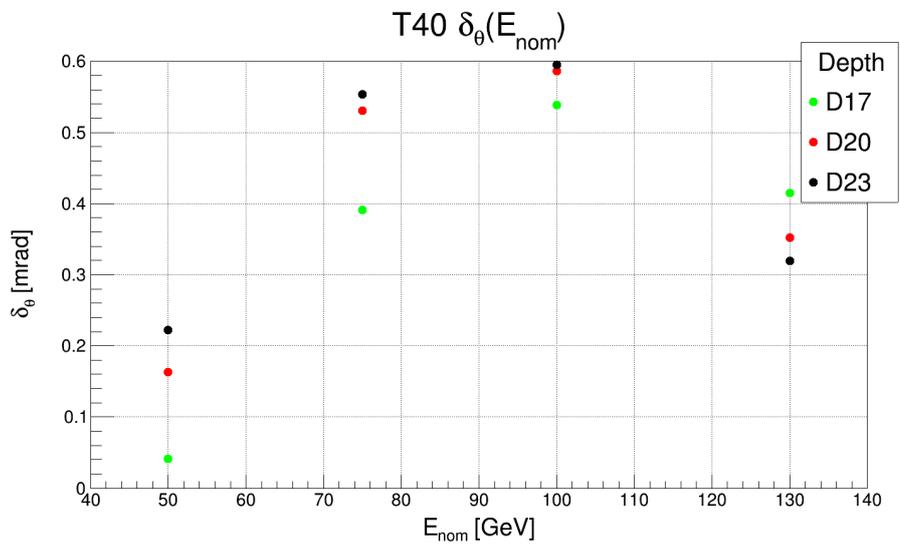


Figura 2.12

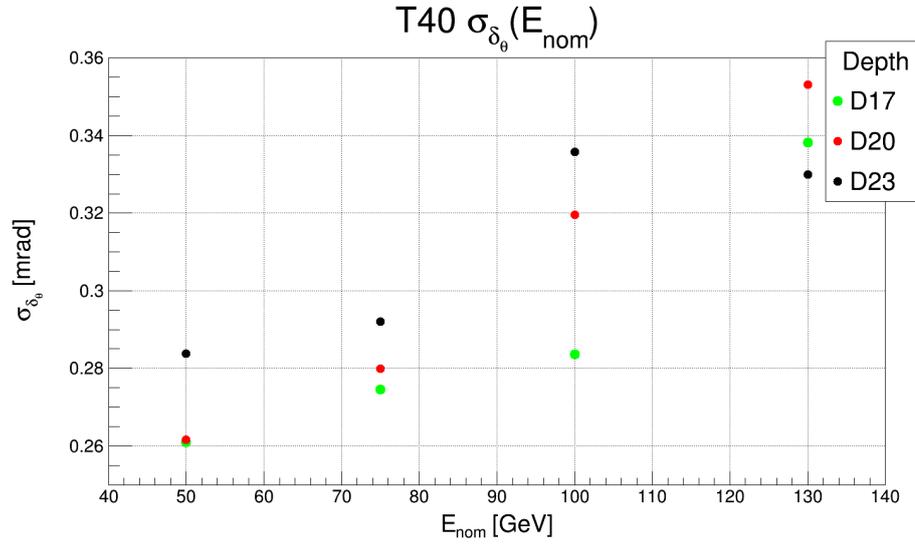


Figura 2.13

L'analisi successiva si è focalizzata sulla valutazione del valore medio e della risoluzione di  $\delta_\theta$ , a seconda del bersaglio impattato: il riscontro più evidente è che per i dati riferiti a T1 e T20, in generale, il valor medio delle distribuzioni si attesta fra  $\sim 0.0$  mrad e  $\sim 0.1$  mrad, mentre, per tutte le energie dell'elettrone e di profondità del calorimetro considerate a T40, si riscontra una distorsione sistematica ("bias") che trasla il centro delle distribuzioni fino a  $\sim 0.5$  mrad. L'origine del problema consiste nel fatto che l'algoritmo impiegato valuta la posizione dello sciame nel punto di suo massimo sviluppo e non sulla superficie di ingresso nel calorimetro. Per questo si è introdotto una correzione,  $\Delta z$ , nella formula che definisce il parametro  $d$  utilizzato nell'equazione 2.2.3.

L'approccio adottato ha previsto esprimere  $\delta_\theta$  in funzione dell'energia, comprensiva ovviamente di rumore elettronico e di termine costante, depositata nei cristalli componenti la solita matrice  $5 \times 5$ . Una volta distinti e raggruppati in tre set, i dati derivanti da simulazioni effettuate con spessore del calorimetro differenti (17 cm, 20 cm, 23 cm) sono stati interpolati tramite un fit parabolico dal quale sono stati estratti i coefficienti  $a$  [ $1/\text{GeV}^2$ ],  $b$  [ $1/\text{GeV}$ ] e  $c$  [mrad], che consentono di riscrivere  $\delta_\theta$  come:

$$\delta_\theta(E_{5 \times 5}) = aE_{5 \times 5}^2 + bE_{5 \times 5} + c. \quad (2.2.4)$$

Differenziando successivamente la relazione  $z = \frac{r}{\tan \theta_{el}}$  rispetto  $\theta_{el}$ , si perviene dunque a:

$$\frac{dz}{d\theta_{el}} = -\frac{r}{\sin^2 \theta_{el}} \Rightarrow \Delta z = -\frac{r}{\sin^2 \theta_{el}} \delta_\theta(E_{5 \times 5}), \quad (2.2.5)$$

valore impiegato nel calcolo di  $\theta'$  - e conseguentemente di  $\delta'_\theta$  - come definito da:

$$\theta' = \arctan \frac{r}{d + \Delta z} \quad (2.2.6)$$

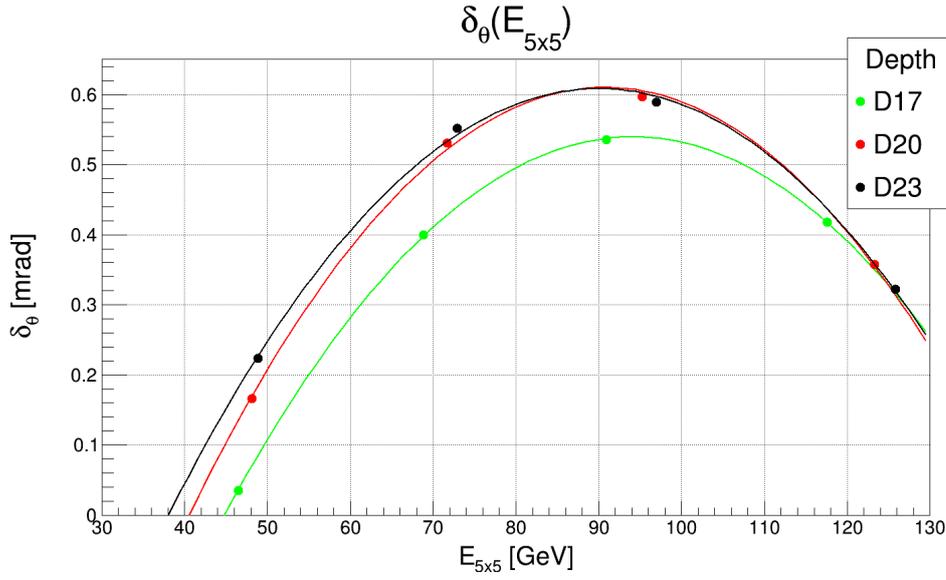


Figura 2.14: Fit parabolico dei valori di  $\delta_\theta$  associati al target T40, distinti in base allo spessore del calorimetro, in funzione dell'energia comprensiva di rumore elettronico e di termine fisso depositata su cristalli racchiusi in una matrice 5x5 attorno al cristallo rilevante il massimo di energia.

Calorimeter Depth [cm]	a [ $1/GeV^2$ ]	b [ $1/GeV$ ]	c [mrad]	$\chi^2/g.o.f$
17	$(-2.21 \pm 0.05) \cdot 10^{-4}$	$(4.16 \pm 0.09) \cdot 10^{-2}$	$-1.42 \pm 0.04$	0.316/1
20	$(-2.43 \pm 0.08) \cdot 10^{-4}$	$(4.41 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	$-1.39 \pm 0.05$	1.838/1
23	$(-2.23 \pm 0.05) \cdot 10^{-4}$	$(4.00 \pm 0.09) \cdot 10^{-2}$	$-1.19 \pm 0.04$	7.031/1

Tabella 2.14: Parametri fit parabolici.

T40				
$\delta_{\theta'}$ [mrad]				
Calorimeter Depth (cm)	50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	$0.00 \pm 0.01$	$-0.062 \pm 0.003$	$-0.121 \pm 0.002$	$-0.127 \pm 0.002$
20	$-0.01 \pm 0.01$	$-0.083 \pm 0.006$	$-0.155 \pm 0.005$	$-0.107 \pm 0.004$
23	$-0.027 \pm 0.005$	$-0.089 \pm 0.003$	$-0.146 \pm 0.003$	$-0.095 \pm 0.002$
$\sigma_{\delta_{\theta'}}$ [mrad]				
17	$0.26 \pm 0.01$	$0.191 \pm 0.002$	$0.139 \pm 0.002$	$0.100 \pm 0.001$
20	$0.237 \pm 0.007$	$0.178 \pm 0.004$	$0.153 \pm 0.004$	$0.118 \pm 0.003$
23	$0.252 \pm 0.003$	$0.184 \pm 0.002$	$0.148 \pm 0.002$	$0.117 \pm 0.001$

Tabella 2.15

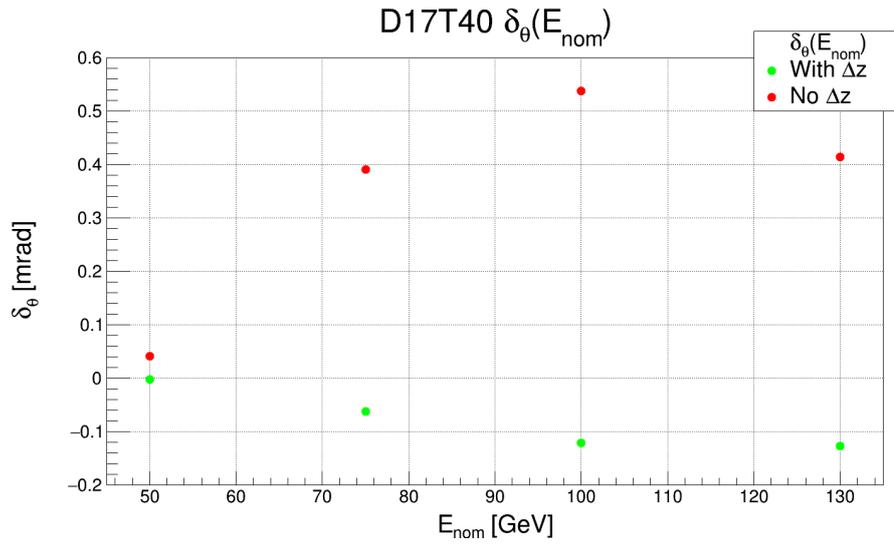


Figura 2.15

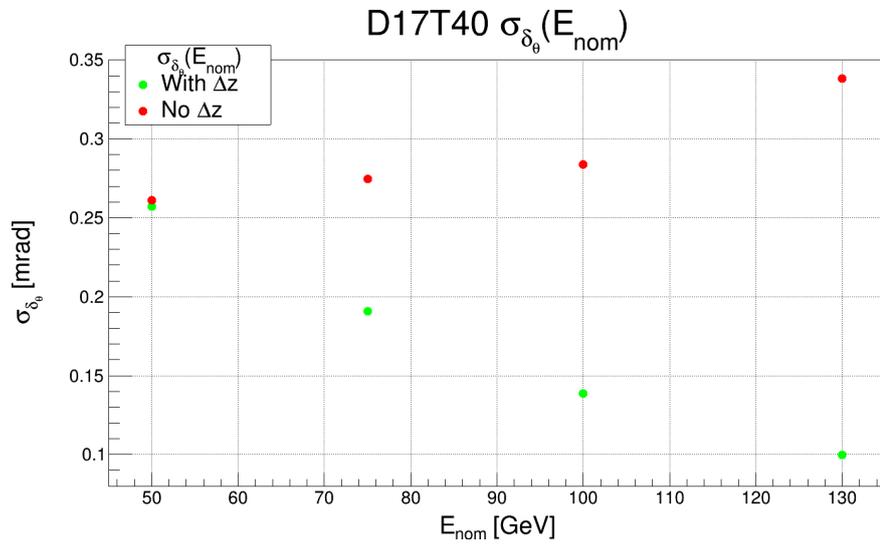


Figura 2.16

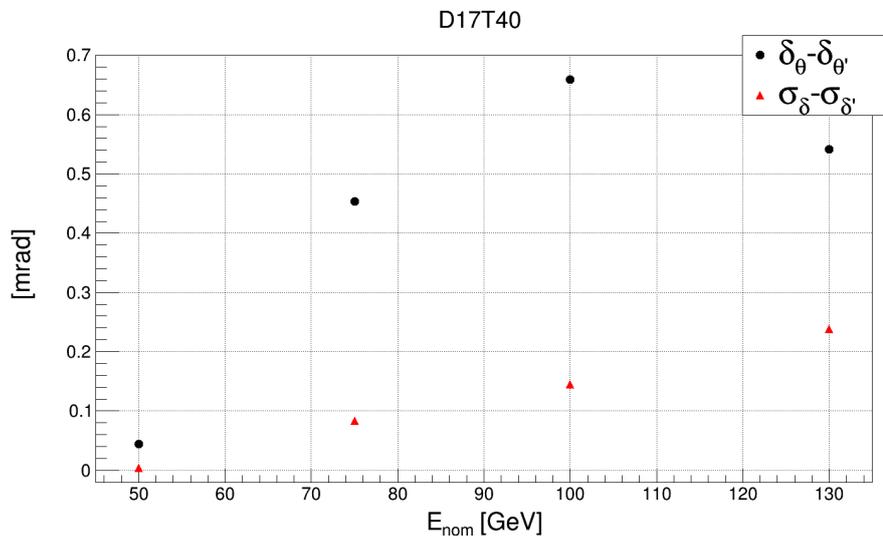


Figura 2.17

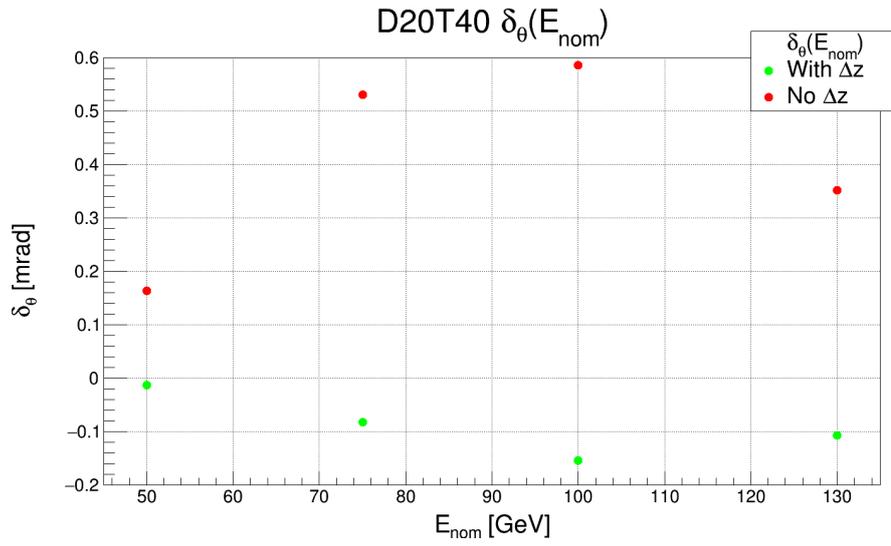


Figura 2.18

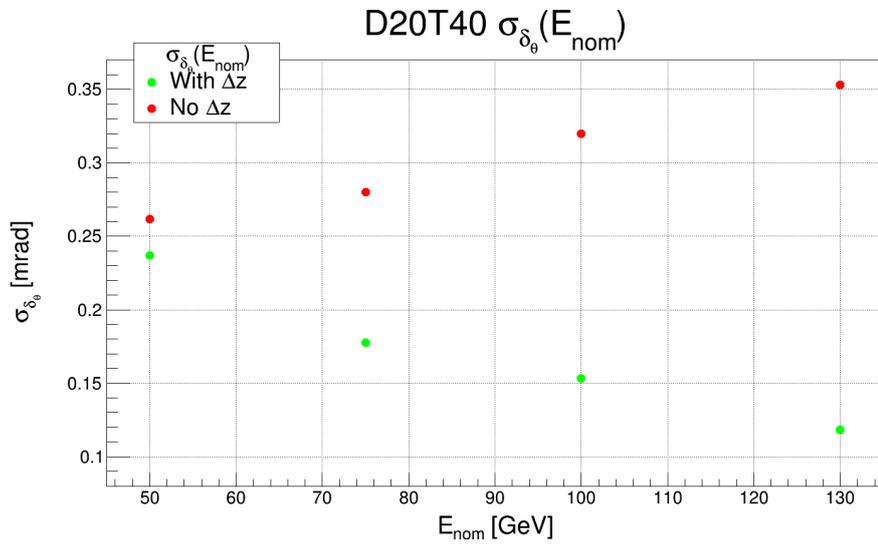


Figura 2.19

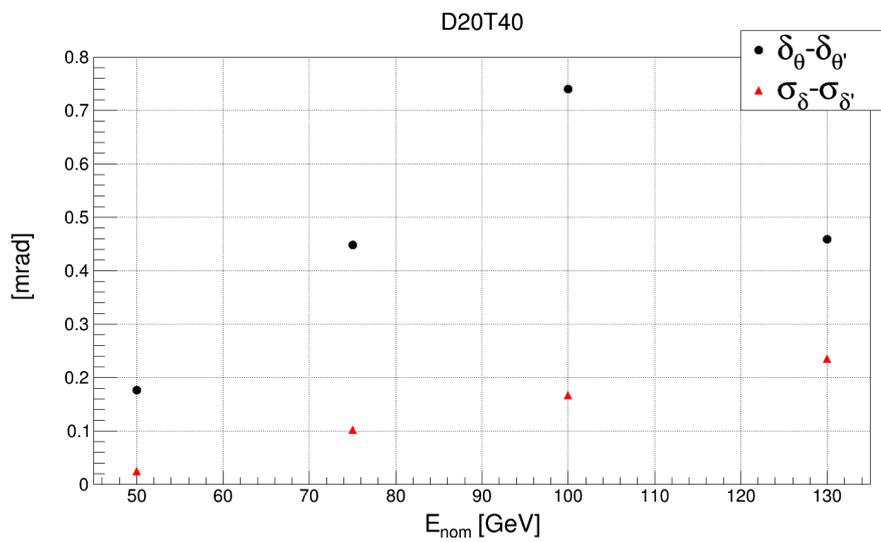


Figura 2.20

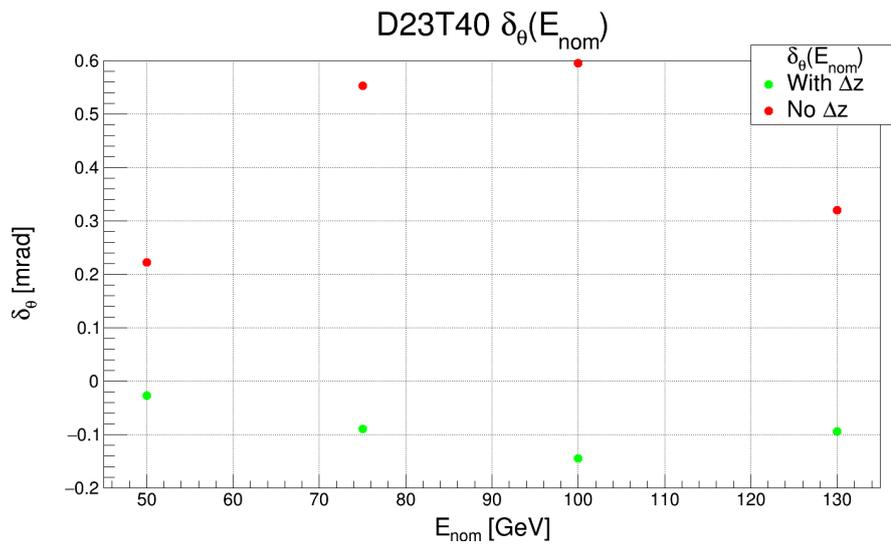


Figura 2.21

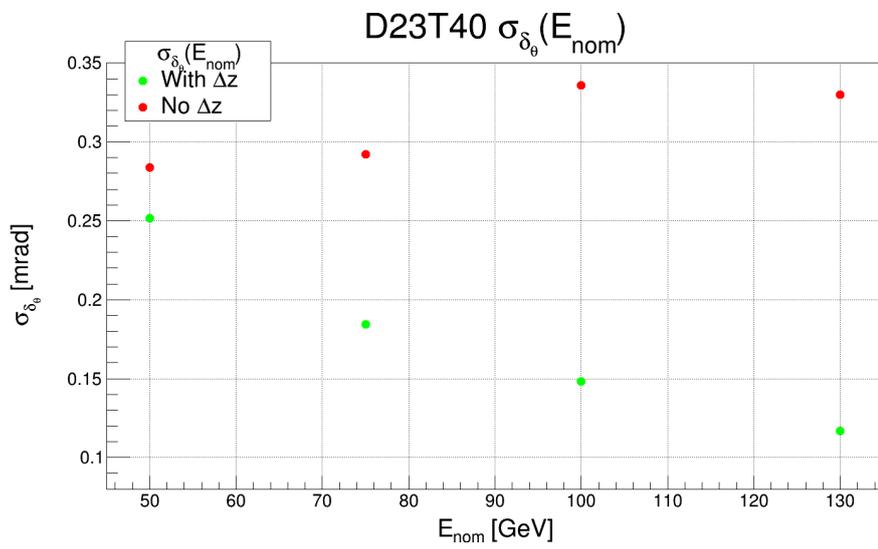


Figura 2.22

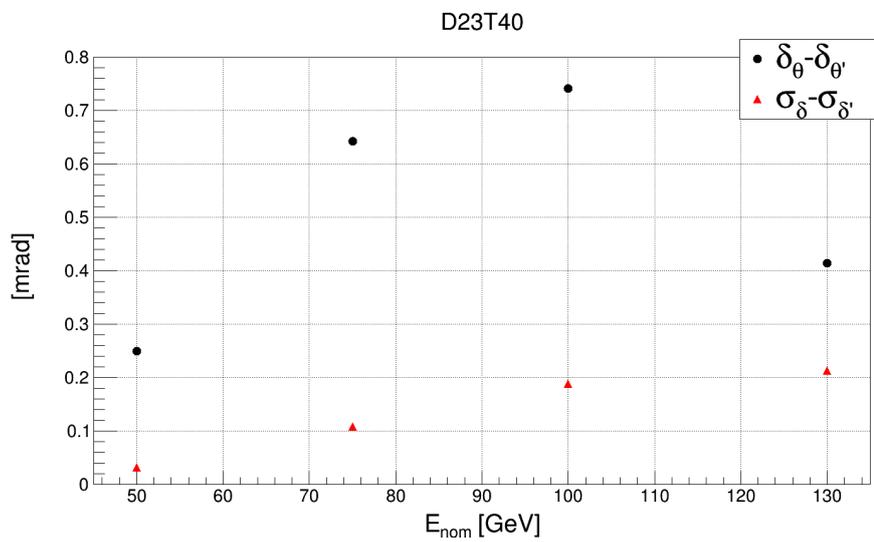


Figura 2.23

T40				
$(\delta_\theta - \delta_{\theta'})[\text{mrad}]$				
Calorimeter Depth (cm)	50 [GeV]	75 [GeV]	100[GeV]	130 [GeV]
17	$0.04 \pm 0.02$	$0.454 \pm 0.006$	$0.660 \pm 0.005$	$0.542 \pm 0.005$
20	$0.18 \pm 0.01$	$0.45 \pm 0.01$	$0.74 \pm 0.01$	$0.46 \pm 0.01$
23	$0.250 \pm 0.007$	$0.640 \pm 0.005$	$0.741 \pm 0.006$	$0.414 \pm 0.005$
$(\sigma_\theta - \sigma_{\theta'})[\text{mrad}]$				
17	$0.00 \pm 0.01$	$0.084 \pm 0.004$	$0.145 \pm 0.003$	$0.238 \pm 0.003$
20	$0.02 \pm 0.01$	$0.102 \pm 0.009$	$0.167 \pm 0.009$	$0.235 \pm 0.009$
23	$0.032 \pm 0.005$	$0.108 \pm 0.004$	$0.188 \pm 0.004$	$0.213 \pm 0.002$

Tabella 2.16

### 2.2.6 Considerazioni

Relativamente alla valutazione dell'angolo  $\theta$ , si riscontra un calo della sua ampiezza al crescere dell'energia dell'elettrone impattante  $E_{nom}$ . Nel dettaglio, tale andamento è più marcato per i bersagli T1 e T20<sup>3</sup>, rispetto ai quali si evidenzia, complessivamente, una buona compatibilità tra i valori ottenuti alla medesima energia ma a differenti profondità del calorimetro; si prova, pertanto, in questi casi, una certa indipendenza da tale parametro. Per T40, invece, si attesta una decrescita meno evidente, come rivelato da ampiezze angolari maggiori, a parità di energia, rispetto gli altri due casi. Inoltre, risulta più evidente la dipendenza dallo spessore del rivelatore, come dimostrato da una non compatibilità tra i dati in esame. Un andamento analogo, con le medesime considerazioni, è attribuibile a  $\sigma_\theta$ .

La constatazione più evidente, nell'analisi dei risultati associati a  $\delta_\theta$ , si manifesta in una distorsione di un ordine di grandezza maggiore per i valori relativi all'ultimo bersaglio, T40, rispetto agli altri due casi. La giustificazione di tale riscontro si trova in un'incertezza legata al punto di impatto dell'elettrone (la superficie frontale del calorimetro), che non coincide con la posizione di massima produzione dello sciame elettromagnetico, collocata all'interno del calorimetro. Queste valutazioni motivano l'introduzione di  $\Delta z$  per il calcolo di  $\delta_{\theta'}$  a T40, i cui effetti, come atteso, si dimostrano impattanti, tanto nella correzione del centro della gaussiana, quanto nella riduzione della dispersione dei dati. Il fatto che, al contrario, per T1 e T20 la distorsione tra  $\theta$  e  $\theta_{el}$  sia minima, si può ricondurre agli effetti di pre-sciamamento, i quali, evidentemente, influiscono sul baricentro dello sciame; inoltre, è lecito supporre che maggiore è la distanza dei bersagli dal calorimetro (T1 e T20 si trovano rispettivamente a circa 40 e 20 metri da esso), minore è l'effetto della correzione  $\Delta z$ , quantificata in pochi centimetri. Pertanto porsi a  $d$  (eq. 2.2.3) o a  $d + \Delta z$  (eq. 2.2.6) non comporta una differenza sostanziale.

Entrando nel dettaglio, si nota come, al crescere dell'energia  $E_{nom}$  fino a 100 GeV, ci sia un aumento del divario tra  $\delta_\theta$  e  $\delta_{\theta'}$  a tutte le profondità. Tale andamento trova giustificazione nello sviluppo logaritmico della profondità all'interno del calorimetro, in funzione dell'energia iniziale della particella, alla quale viene prodotto il maggior numero di particelle secondarie dello sciame, in accordo con la relazione  $t_{max} \simeq \ln \frac{E_0}{\epsilon} + t_0^4$  [8]. Questo determina, pertanto, ad energie più elevate, uno spostamento del baricentro dello sciame più consistente, come appurato dall'andamento di  $\delta_\theta$  a T40.

Tuttavia l'evoluzione di  $\delta_\theta$  e di  $\delta_\theta - \delta_{\theta'}$  a 130 GeV, in controtendenza per entrambe le quantità, sembra confutare la tesi appena proposta. Questo, probabilmente, è dovuto al non contenimento dello sciame nel caso di elettroni di altissima energia.

Riguardo invece all'evoluzione di  $\sigma_{\delta_\theta}$ , successivamente all'apporto della correzione spaziale e sempre in riferimento al target T40, si constata un deciso miglioramento a tutte le profondità, con valori di  $\sigma_{\delta_{\theta'}}$

<sup>3</sup>Si ricorda che, anche in questo caso, la statistica per gli eventi a 130 GeV risulta più limitata rispetto alle altre configurazioni sperimentali.

<sup>4</sup> $t$  rappresenta la profondità del calorimetro in oggetto,  $E_0$  l'energia iniziale della particella impattante,  $\epsilon$  l'energia critica e  $t_0$  un parametro costante che vale -0.5 per gli elettroni e +0.5 per i fotoni. [8]

più ridotti al crescere dell'energia  $E_{nom}$  esaminata. Il considerevole miglioramento nella risoluzione angolare rappresenta la prova della giustezza della correzione apportata.

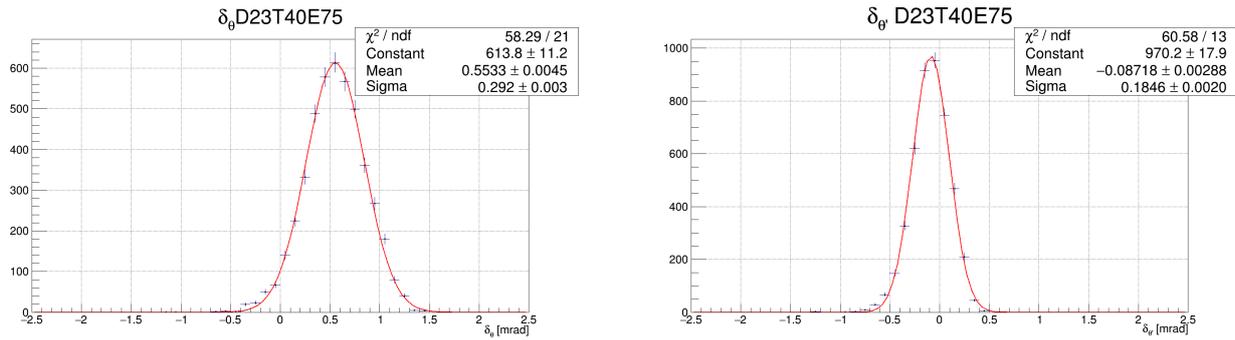


Figura 2.24: Andamento gaussiano di  $\delta_\theta$  prima dell'apporto della correzione  $\Delta z$  (a sinistra) e successivamente ad esso (a destra).

Se i valori di  $\delta_\theta$ , alla pari di  $\sigma_{\delta_\theta}$ , per il bersaglio T40, presentano un andamento definito, con uno sviluppo crescente dei risultati, a parità di energia  $E_{nom}$ , proporzionale alla profondità del calorimetro adottata, così non è per gli altri due moduli. Difatti, per T1 e T20, si nota come non sussista una "regolarità" di distribuzione dei dati rispetto allo spessore del rivelatore; anzi, segnatamente il bersaglio intermedio, ma anche per il primo seppur meno marcatamente, è riscontrabile una ridotta dipendenza di  $\sigma_{\delta_\theta}$  dalla profondità del calorimetro, con valori molto simili se non addirittura coincidenti (il caso a 75 GeV descritto dalla figura (2.11) è lampante). Distanza dal punto di impatto con i cristalli ed effetti di pre-sciamamento, precedentemente citati, spiegano la soppressione delle differenze dovute alle variazioni strutturali implementate.



## Capitolo 3

# Conclusioni

L'analisi delle simulazioni, presentata in questo lavoro di tesi, costituisce una fase embrionale nel disegno di un calorimetro elettromagnetico che risulti rapido ed efficiente, rispondendo alla necessità di misurare la sezione d'urto, per la diffusione elastica  $\mu e \rightarrow \mu e$ , con un livello di precisione estremamente elevato ( $10 \text{ ppm}$ ).

La valutazione delle diverse implementazioni strutturali adottabili deve tenere conto, oltre che della elaborazione dei dati raccolti, anche di evidenti esigenze di natura economica. Di conseguenza, l'obiettivo si pone anche nella ricerca del migliore compromesso possibile tra sostenibilità economica nella realizzazione del rivelatore e bontà dei risultati sperimentali. E' indiscutibile che l'impiego di un calorimetro di profondità maggiore (23 cm) garantisca una raccolta frazionaria di energia più elevata e, pertanto, uno studio dello sciame elettromagnetico prodotto più esaustivo (come dimostrato in figura 2.3). Tuttavia, al netto delle correzioni dovute al rumore dell'elettronica e al termine costante, si registrano, relativamente a D17, percentuali di deposito energetico del (92-94)%, tutt'altro che trascurabili, soprattutto nell'ottica di un minor investimento derivante dall'impiego di uno spessore dei cristalli inferiore.

Al momento, l'adozione di cristalli a scintillazione garantisce certamente velocità, alta resa in luce e compattezza, proprietà fondamentali in questo tipo di esperimento. In loro sostituzione, è valutabile l'inserimento di vetri al piombo, i quali agiscono tramite radiazione Cherenkov. Essi risultano veloci come i cristalli e sicuramente più economici ma, di contro, forniscono una resa in luce minore di circa un fattore 10 rispetto ai rivelatori a scintillazione (con conseguente minore guadagno energetico e maggiore fluttuazione statistica), oltre ad un ingombro decisamente maggiore associato alle esigenze di rivelazione richieste.

Se lo svantaggio strutturale non è risolvibile, l'interesse per elettroni di energia dell'ordine del centinaio di GeV rende i due tipi di rivelatori, a livello energetico, pressochè equivalenti. A prescindere da questo, è indispensabile quantificare l'entità della risoluzione angolare ottenibile dai vetri, così come valutare la realizzabilità di un loro impiego, alla luce di una perdita di efficienza dovuta alla ridotta resistenza alle radiazioni, che ne richiederebbe una sostituzione ripetuta.

Rispetto agli effetti di pre-sciamamento, invece, la cui influenza agisce tanto sulla componente energetica quanto su quella angolare, il passo successivo prevederà lo sviluppo, tramite un'attività di *machine learning*, di un algoritmo che permetta di correlare l'energia depositata nel calorimetro con quella dispersa a causa delle ripetute collisioni con i bersagli iniziali. In tal modo si perverrebbe ad una migliore valutazione del baricentro dello sciame elettromagnetico, con conseguente "recupero" della suddetta energia, riduzione della dispersione energetica complessiva e miglioramento dell'efficienza del calorimetro.



# Bibliografia

- [1] G. Abbiendi [MUonE collaboration], *Letter of Intent: the MUonE project*, CERN-SPSC-2019-026 / SPSC-I-252, [cds.cern.ch].
- [2] Abbiendi, G. and Calame, C. M. Carloni and Marconi, U. and Matteuzzi, C. and Montagna, G. and Nicosini, O. and Passera, M. and Piccinini, F. and Tenchini, R. and Trentadue, L. and et al., *Measuring the leading hadronic contribution to the muon  $g-2$  via  $\mu e$  scattering*, The European Physical Journal C, (2017), vol 77, 1434-6052, Springer Science and Business Media LLC.
- [3] Awes, Terry and Obenshain, F. and Plasil, F. and Saini, Surender and Sorensen, Soren and Young, G.. (1992), *A simple method of shower localization and identification in laterally segmented calorimeters*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A-accelerators Spectrometers Detectors and Associated Equipment - NUCL INSTRUM METH PHYS RES A. 311. 130-138.
- [4] Bennet G. W. et al. [Muon  $g-2$  Collaboration], *Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL*, Phys. Rev. D 73 (2006) 072003, hep-ex/0602035.
- [5] Bettini Alessandro, *Introduction to Elementary Particle Physics*, (2008), Cambridge, University Press.
- [6] CMS Collaboration, 1997, *The Electromagnetic Calorimeter Project Technical Design Report* (CERN/LHCC/97-33).
- [7] Dirac P.A.M, *The quantum theory of the electron*, Proc. Roy. Soc. Lond. A117 (1928) 610, 10.1098/rspa.1928.0023.
- [8] Fabjan Christian W. and Fabiola Gianotti, *Calorimetry for Particle Physics*, CERN, 1211 Geneva 23, Switzerland, 31 October 2003, CERN-EP/2003-075.
- [9] Saito N. J-PARC  $g-2$ /EDM Collaboration, AIP Conf. Proc. 1467, 45 (2012)
- [10] Venanzoni Graziano, *Status of the MUonE experimental proposal*, (2019), arXiv:1911.04939 [hep-ex].
- [11] Venanzoni Graziano, *The New Muon  $g-2$  experiment at Fermilab*, Nucl. and Particle Phys. Proc. 273 (2016) 584, arXiv:1411.2555 [physics.ins-det].