

Università degli Studi di Padova  
Dipartimento di Scienze Statistiche  
Corso di Laurea Magistrale in  
Scienze Statistiche



**Relazione tra inflazione, disoccupazione ciclica e strutturale:  
Una verifica empirica per gli Stati Uniti**

Relatore Prof. Efrem Castelnuovo  
Dipartimento di Scienze Economiche

Correlatore Prof. Silvano Bordignon  
Dipartimento di Scienze Statistiche

Laureanda: Irene Cavallin  
Matricola N. 1013614

Anno Accademico 2012/2013



*Alla mia famiglia*



# Indice:

<b>Introduzione</b> .....	<b>III</b>
<b>1. Il problema dell'incoerenza temporale spiega il comportamento dell'inflazione negli Stati Uniti?</b> .....	<b>1</b>
1.1 Il modello .....	3
1.2 Restrizioni di lungo periodo.....	5
1.2.1 Test di radice unitaria.....	5
1.2.2 Test di cointegrazione .....	7
1.3 Restrizioni di breve periodo .....	10
1.3.1 Stima del modello vincolato.....	11
1.3.2 Stima del modello non vincolato.....	14
1.3.3 Verifica delle restrizioni di breve periodo .....	19
<b>2. Il modello Barro Gordon con dati aggiornati</b> .....	<b>21</b>
2.1 Restrizioni di lungo periodo.....	23
2.2 Restrizioni di breve periodo .....	24
2.2.1 Restrizioni di breve periodo per l'intero campione.....	24
2.2.2 Restrizioni di breve periodo con dati dal 1970 .....	27
<b>3. Analisi recursive per le restrizioni di lungo periodo</b> .....	<b>31</b>
3.1 Test di radice unitaria.....	32
3.2 Test di cointegrazione .....	33
<b>4. Analisi recursive per le restrizioni di lungo periodo con break strutturali</b> .....	<b>37</b>
4.1 Test di Zivot Andrews .....	38
4.1.1 Test di Zivot Andrews sulla disoccupazione .....	40
4.1.2 Test di Zivot Andrews sull'inflazione .....	41
4.2 Test di cointegrazione .....	42
<b>5. Restrizioni di breve periodo e stima del modello</b> .....	<b>47</b>
5.1 Restrizioni di breve periodo.....	47

5.2 Stime dei parametri .....	48
5.2.1 Il parametro $\lambda$ .....	49
5.2.2 Il parametro $\alpha$ .....	51
5.2.3 Il parametro $\gamma$ .....	54
<b>Conclusioni .....</b>	<b>57</b>
<b>Bibliografia .....</b>	<b>61</b>
<b>Appendice .....</b>	<b>63</b>
Appendice A.....	63
Appendice B .....	91
<b>Ringraziamenti.....</b>	<b>111</b>

## Introduzione

Il problema dell'incoerenza temporale e la tendenza della Banca Centrale a creare una distorsione inflazionistica vengono affrontate da Barro e Gordon nel 1983. Gli autori partono dal presupposto che in un paese con politica monetaria discrezionale, il banchiere centrale può inflazionare, stampando più moneta di quella attesa dagli agenti esterni, e portare così ad un espansione della domanda aggregata, una diminuzione del valore reale delle passività della Stato e, sfruttando la curva di Phillips, a livelli inferiori il tasso di disoccupazione.

Il tasso di inflazione statunitense, misurato in variazioni trimestrali del PIL, presenta un andamento crescente dai primi anni Sessanta fino agli anni Ottanta, per poi decrescere dagli anni Ottanta ai giorni nostri.

Guardando il tasso di disoccupazione nel corso del tempo si nota come l'andamento della serie sia simile a quello dell'inflazione, presentando un iniziale crescita del tasso e un successivo calo dopo gli anni Ottanta. Ma cosa lega questi due tassi? Perché dagli anni Sessanta agli anni Ottanta l'inflazione è cresciuta così rapidamente? Cosa ha guidato l'inflazione a scendere a cifre vicino al 2% dagli anni Ottanta in poi?

La curva di Phillips spiega le dinamiche che intercorrono tra il tasso d'inflazione e quello di disoccupazione, mentre il fatto che ci sia stata questa crescita iniziale seguita da una diminuzione negli ultimi anni può essere chiarito dal problema dell'incoerenza temporale e dalla distorsione inflazionistica che si ha nel tempo.

Il modello Barro Gordon riesce perciò a spiegare l'aumento dell'inflazione negli anni Sessanta e Settanta e la rapida riduzione dagli anni Ottanta in poi: il banchiere centrale, visto l'alto tasso di disoccupazione è portato ad inflazionare, per poter abbassare il tasso di disoccupazione sfruttando la curva di Phillips, gli agenti razionali sono consapevoli di questa tendenza inflazionistica e maturano le loro scelte di conseguenza.

Questo porta ad avere un'inflazione inutilmente alta e un tasso di disoccupazione non molto più basso di quello che sarebbe comunque stato se il banchiere centrale non avesse inflazionato.

Ireland (1999) parte da questi presupposti per cercare di capire l'andamento dell'inflazione e della disoccupazione dagli anni Sessanta alla fine degli anni Novanta e inoltre, verifica se i dati Statunitensi riescono a supportare il modello di Barro Gordon.

Nel primo capitolo sono riportate alcune analisi fatte dall'autore opportunamente approfondite e ampliate. I dati utilizzati vanno dal 1960 al secondo trimestre del 1997, King e Watson (1997) trovano la presenza di un break strutturale attorno al 1970, quindi viene replicata l'analisi anche per un sottocampione che parte dal punto di break.

Ireland impone ai dati le restrizioni imposte da Barro Gordon. Con le restrizioni di lungo periodo si testano la non stazionarietà dei tassi d'inflazione e di disoccupazione e la cointegrazione tra le due serie; mentre le restrizioni di breve periodo verificano se i dati supportano un modello vincolato dove sono riassunte tutte le iterazioni che dovrebbero esistere tra le serie secondo la teoria economica proposta dagli autori, a discapito di un generico ARMA(2,1).

Nel secondo capitolo ho rifatto l'analisi per verificare se quanto trovato da Ireland viene confermato anche con dati attuali, sicuramente diversi, visti i ripetuti aggiornamenti e revisioni a cui queste serie vengono sottoposte nel corso degli anni. Ho replicato il test di Phillips Perron (1988) per valutare la presenza di radice unitaria nelle serie e quindi la loro non stazionarietà e i test di Phillips Ouliaris (1990) e di Johansen (1988) per verificare se le serie sono tra loro cointegrate.

Dopo aver constatato la presenza di radice unitaria e di un trend comune, ho verificato se i dati supportano il modello idealizzato da Barro Gordon e le restrizioni di breve periodo riassunte in esso. Per farlo ho implementato un test rapporto di log-verosimiglianza tra il modello indicato dagli autori e un generico ARMA(2,1).

Dal terzo capitolo in poi iniziano le analisi recursive: partendo dal 1960, ho preso un primo campione fino al primo trimestre del 1997 e ho aggiunto un trimestre alla volta fino ad arrivare al campione completo di dati dal 1960 al 2012. Ciò mi è servito per poter valutare se e come sono cambiate le cose nel corso degli anni, e cosa può aver portato a questi cambiamenti.

Nel terzo capitolo vengono verificate le restrizioni di lungo periodo per i dati dal 1960 al 2012, aggiungendo di volta in volta un trimestre dal 1997 in poi. Ho implementato sia il test di Phillips Perron (1988) per testare la presenza di radice unitaria nelle serie che i test di



Johansen (1988) e di Phillips Ouliaris (1990) per quanto riguarda la cointegrazione. Dopodiché ho creato un grafico con i risultati dei vari test, per poter valutare quando e che tipo di cambiamenti emergono.

Nel quarto capitolo ho svolto test diversi per verificare le restrizioni di lungo periodo. I test utilizzati in precedenza non sono robusti in caso di break strutturali, quindi per fare un'analisi robusta, individuare eventuali break e capire se la crisi degli ultimi anni possa aver influenzato in qualche modo i dati ho utilizzato altri test. Per quanto riguarda la non stazionarietà ho implementato il test di Andrews Zivot (1992), mentre per quanto riguarda la cointegrazione delle serie ho usato un test di Johansen modificato, proposto da Lütkepohl, Saikkonen, e Trenkler (2004). In entrambi i casi ho verificato l'ipotesi nulla, di non stazionarietà e di cointegrazione, ed ho anche stimato il punto dove plausibilmente potrebbe esserci stato un break strutturale nelle serie.

Nel quinto capitolo ho testato le restrizioni di breve periodo, stimando un modello vincolato e confrontandolo con un ARMA (2,1) non vincolato per verificare se i dati supportano i vincoli di breve periodo proposti dal modello Barro Gordon. Inoltre ho osservato le variazioni nel tempo delle variabili con maggiore significato economico per poter valutare cosa può essere cambiato nel tempo.

Le analisi sono state fatte usando i software R e Matlab.



# CAPITOLO 1

## **Il problema dell'incoerenza temporale spiega il comportamento dell'inflazione negli Stati Uniti?**

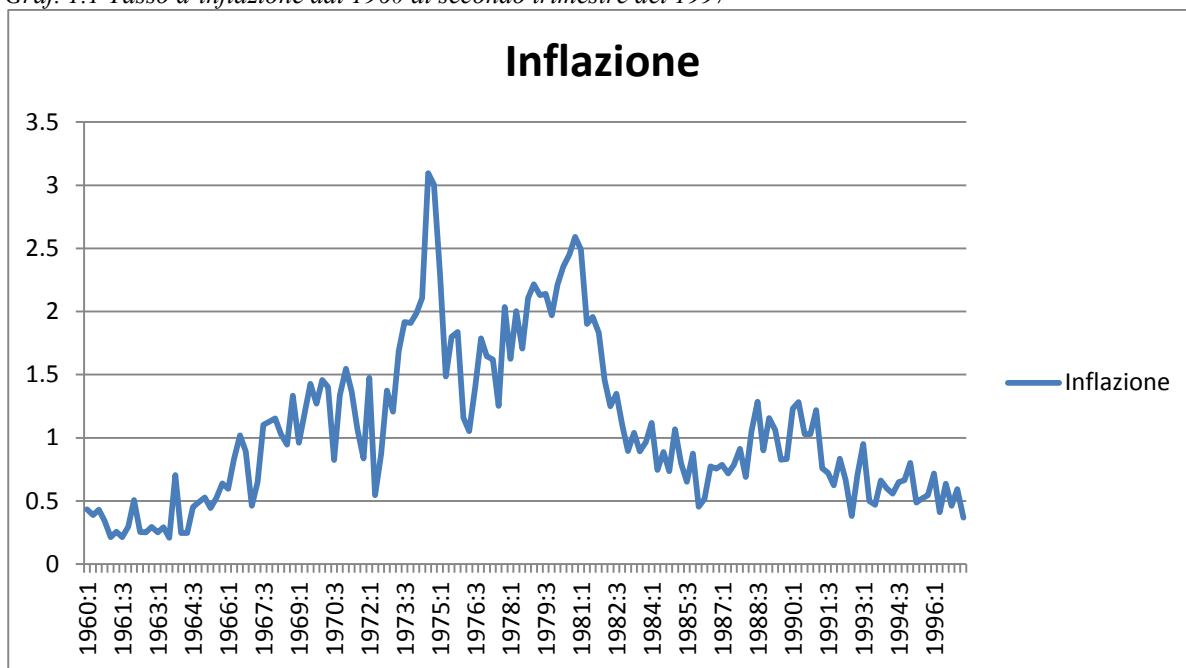
Nel modello Barro Gordon il banchiere centrale desidera ridurre il tasso di disoccupazione, e per farlo è tentato ad aumentare l'inflazione sfruttando la curva di Phillips. Gli agenti razionali prendono le loro decisioni consapevoli di questa tentazione. Di conseguenza, in equilibrio, il tasso di disoccupazione non è migliore di quello che sarebbe stato se il governo non avesse agito e l'inflazione è, quindi, inefficientemente alta. Inoltre, visti i costi convessi della disoccupazione, il banchiere centrale, dato un tasso elevato di quest'ultima, è maggiormente indotto ad alzare il tasso d'inflazione. Ciò ha come risultato che l'inflation bias (la differenza tra quella che sarebbe stata l'inflazione se il governo non avesse ceduto alla tentazione di intervenire e quella che in realtà viene realizzata) è maggiore all'aumentare del tasso di disoccupazione.

Ireland nel suo paper cerca di dimostrare, con dati relativi agli Stati Uniti, come il modello Barro Gordon riesca a spiegare il comportamento delle due serie nel tempo, ma se nel lungo periodo i dati sembrano supportare la teoria, nel breve periodo il modello sembra essere troppo semplificato per riuscire a cogliere le dinamiche di base.

Per quanto riguarda l'inflazione, il tasso viene calcolato prendendo le variazioni di trimestre in trimestre del PIL statunitense dal primo trimestre del 1960 al secondo trimestre del 1997.

Come si può notare nel grafico 1.1, la serie dei dati tende ad aumentare fino agli anni Settanta, mentre dagli anni Ottanta in poi torna a decrescere.

Graf. 1.1 Tasso d'inflazione dal 1960 al secondo trimestre del 1997



Per quanto riguarda la disoccupazione studi di Gordon (1997) e Staiger et al. (1997) mostrano che il tasso naturale di disoccupazione ha un trend crescente dagli anni Sessanta fino ai primi anni Ottanta, per poi decrescere da questo periodo in poi. I dati sembrano rispecchiare quanto emerge dallo studio, e soprattutto sembra esserci una dipendenza tra l'andamento del tasso d'inflazione e quello di disoccupazione.

Graf. 1.2 Tasso della disoccupazione dal 1960 al secondo trimestre del 1997



## 1.1 Il modello

Il modello ipotizzato da Ireland nel paper è un'estensione del modello Barro Gordon, dove il tasso naturale di disoccupazione segue un processo autoregressivo contenente una radice unitaria e viene introdotto un errore di controllo per l'inflazione. L'introduzione della radice unitaria permette di tener conto della non stazionarietà della serie statunitense, invece, l'introduzione dell'errore di controllo permette di spiegare il discostamento del tasso di disoccupazione dal tasso di disoccupazione naturale.

Il tasso di disoccupazione, come mostra la curva di Phillips, fluttua attorno al tasso naturale di disoccupazione  $U_t^n$ , in risposta alla deviazione del tasso attuale d'inflazione  $\pi_t$  rispetto alle aspettative  $\pi_t^e$  (l'inflation bias).

$$U_t = U_t^n - \alpha(\pi_t - \pi_t^e) \quad (1)$$

dove  $\alpha > 0$ .

Il tasso naturale di disoccupazione segue, invece, il processo autoregressivo:

$$U_t^n - U_{t-1}^n = \lambda(U_{t-1}^n - U_{t-2}^n) + \varepsilon_t \quad (2)$$

dove  $-1 < \lambda < 1$  e  $\varepsilon_t$  è serialmente incorrelato e normalmente distribuito con media zero e deviazione standard  $\sigma_\varepsilon$ .

All'inizio di ogni periodo  $t=0,1,2,\dots$ , dopo che gli agenti hanno fissato le loro aspettative inflazionistiche  $\pi_t^e$ , ma prima della realizzazione dello shock  $\varepsilon_t$ , il banchiere centrale pone il tasso d'inflazione pari a  $\pi_t^p$ . L'inflazione attuale quindi è pari alla somma di  $\pi_t^p$  e un errore di controllo  $\eta_t$ , serialmente incorrelato e normalmente distribuito con media zero, deviazione standard  $\sigma_\eta$ , e covarianza con  $\varepsilon_t$  pari a  $\sigma_{\varepsilon\eta}$ .

$$\pi_t = \pi_t^p + \eta_t \quad (3)$$

Il banchiere centrale sceglie  $\pi_t^p$  in modo di minimizzare la funzione di perdita che penalizza eventuali discostamenti della disoccupazione e dell'inflazione dai valori target  $kU_t^n$  e zero.

$$L_t = (1/2)(U_t - kU_t^n)^2 + (b/2)\pi_t^2 \quad (4)$$

dove  $1 > k > 0$  e  $b > 0$  in modo da riuscire a portare il tasso di disoccupazione al di sotto del tasso naturale.

Sostituendo nell'equazione 4 la 2 e la 3, possiamo riscrivere il problema del banchiere centrale come:

$$\min_{\pi_t^p} E_{t-1} \left\{ (1/2) \left[ (1-k)U_t^n - \alpha(\pi_t^p + \eta_t - \pi_t^e) \right]^2 + (b/2)(\pi_t^p + \eta_t)^2 \right\} \quad (5)$$

Dove con  $E_{t-1}$  si intendono le aspettative alla fine del tempo  $t-1$ . La condizione del primo ordine per l'equazione 5 è:

$$\alpha E_{t-1} \left[ (1-k)U_t^n - \alpha(\pi_t^p + \eta_t - \pi_t^e) \right] = b E_{t-1} (\pi_t^p + \eta_t) \quad (6)$$

Gli agenti conoscono la struttura dell'economia e capiscono il problema di incoerenza temporale che deve fronteggiare il banchiere centrale. In equilibrio, dunque, riescono ad anticiparne le mosse, prevedendo che l'inflazione effettiva sarà maggiore di quella attesa per la tentazione che quest'ultimo ha di inflazionare, e a far in modo che  $\pi_t^e = \pi_t^p$ .

Considerando quanto appena detto e che  $E_{t-1}\eta_t = 0$  possiamo riscrivere l'equazione 6 come:

$$\pi_t^e = \pi_t^p = \alpha A E_{t-1} U_t^n \quad (7)$$

dove  $A = (1 - k)/b > 0$ .

In questo modello, così come in quello originale, il tasso di equilibrio dell'inflazione e il tasso naturale di disoccupazione sono tra loro correlati.

Le equazioni 1, 3 e 7 implicano che:

$$U_t = U_t^n - \alpha \eta_t \quad (8)$$

Ciò dimostra come il tasso di disoccupazione sia influenzato sia dal tasso naturale di disoccupazione che dall'errore di controllo dell'inflazione.

Sostituendo nell'equazione 8 la 2 troviamo:

$$U_t = U_{t-1}^n + \lambda \Delta U_{t-1}^n + \varepsilon_t - \alpha \eta_t \quad (9)$$

Dove  $\Delta U_{t-1}^n = U_{t-1}^n - U_{t-2}^n$  indica la variazione del tasso naturale di disoccupazione al tempo  $t-1$ . Dalle equazioni 2, 3 e 7 invece possiamo ricavare:

$$\pi_t = \alpha A U_{t-1}^n + \alpha A \lambda \Delta U_{t-1}^n + \eta_t \quad (10)$$

Prese separatamente le equazioni 9 e 10 indicano la presenza di radice unitaria, e quindi non stazionarietà, sia per quanto riguarda la disoccupazione (la 9) che per l'inflazione (la 10). Considerandone invece una combinazione lineare si ha che le due variabili risultano cointegrate.

$$\pi_t - \alpha A U_t = -\alpha A \varepsilon_t + (1 + \alpha^2 A) \eta_t \quad (11)$$

La non stazionarietà delle serie e la cointegrazione delle stesse equivalgono al vincolo di lungo periodo imposto da Barro Gordon.

Prendendo le differenze prime dell'equazione 8 e sostituendola nella 2 troviamo:

$$\Delta U_t = \lambda \Delta U_{t-1} + \varepsilon_t - \alpha \eta_t + \alpha(1 + \lambda) \eta_{t-1} - \alpha \lambda \eta_{t-2} \quad (12)$$

Le equazioni 11 e 12 possono essere scritte come un vettore ARMA(2,1), che riassume le restrizioni di breve periodo, ovvero le relazioni nelle equazioni e tra le equazioni, imposte da Barro Gordon per l'inflazione e la disoccupazione.

$$\begin{bmatrix} \pi_t - \alpha A U_t \\ \Delta U_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_{t-1} - \alpha A U_{t-1} \\ \Delta U_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\alpha A & 1 + \alpha^2 A \\ 1 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \alpha(1 + \lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{t-1} \\ \eta_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\alpha \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{t-2} \\ \eta_{t-2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

## 1.2 Restrizioni di lungo periodo

Le restrizioni di lungo periodo che il modello Barro Gordon pone sono la non stazionarietà delle serie, e quindi la presenza di radici unitarie, e la cointegrazione tra i due tassi, ovvero l'esistenza di un trend comune.

I test che Ireland implementa per verificare queste restrizioni sono il test Phillips Perron (1988) per provare la non stazionarietà delle due serie e i test Phillips Ouliaris (1988) e Johansen (1990) per constatarne la cointegrazione.

I dati utilizzati da Ireland per l'analisi sono ricavati dal database Federale Reserve Bank of St. Louis' FRED. Per quanto riguarda il tasso di disoccupazione viene usato il "civilian unemployment rate", mentre per quanto riguarda l'inflazione, l'autore calcola la variazione trimestrale del deflatore implicito dei prezzi del PIL.

King e Watson (1997) trovano evidenze di un break significativo nell'andamento di entrambe le serie intorno al 1970. Ireland quindi esegue l'analisi sia sull'intero campione dei dati, dal primo trimestre del 1960 al secondo trimestre del 1997, sia su un sottocampione che parte, appunto, dal primo trimestre del 1970.

### 1.2.1 Test di radice unitaria

La prima cosa che viene verificata nel paper è la presenza di radice unitaria nelle equazioni 9 e 10.

L'autore applica il test di Phillips Perron (1988) descritto da Hamilton (1994) alle due serie.

Il test di Phillips Perron regredisce ogni variabile per una costante e la variabile stessa al ritardo uno con coefficiente  $\rho$ :

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + u_t \quad (14)$$

Essendo  $\hat{\rho}$  la stima OLS di  $\rho$ , e  $\hat{\sigma}_\rho$  lo standard error OLS di  $\rho$  possiamo scrivere la statistica  $\tau$  che testa l'ipotesi  $\rho=1$  come  $\tau = (\hat{\rho}-1)/\hat{\sigma}_\rho$ .

In generale  $u_t$  segue un processo  $MA(\infty)$ , quindi la varianza di lungo periodo di  $u_t$ ,  $\lambda^2$ , può essere trovata col metodo di Newey e West (1987). Sia:

$$\gamma_0 = T^{-1} \sum_{t=1}^T u_t^2 \quad (15)$$

E, in generale, per  $j=1,3,\dots,q$ , si ha:

$$\gamma_j = T^{-1} \sum_{t=j+1}^T u_t u_{t-j} \quad (16)$$

Allora

$$\lambda^2 = \gamma_0 + 2 \sum_{j=1}^q [1 - j/(q+1)] \gamma_j \quad (17)$$

Quindi, la stima OLS della varianza di  $u_t$  è:

$$s^2 = (T - 2)^{-1} \sum_{t=1}^T u_t^2 \quad (18)$$

Per trovare  $\lambda^2$ ,  $q$  viene scelto con il metodo Andrews (1991). Si impone come ulteriore assunzione che il processo  $u_t$  sia ben approssimato da un processo AR(1):

$$u_t = \pi u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (19)$$

Dove  $\pi$  viene stimato con OLS e  $q$  si trova:

$$q = 1.1447(\alpha T)^{1/3} - 1$$

Dove:

$$\alpha = \frac{4\pi^2}{(1-\pi)^2(1+\pi)^2} \quad (20)$$

Quindi, la statistica  $\tau$  viene corretta per l'autocorrelazione seriale e l'eventuale eteroschedasticità dell'errore, usando il metodo Newey e West (1987) per stimare la varianza della regressione dell'errore e il metodo Andrews (1991) per selezionare il ritardo  $q$  richiesto dallo stimatore Newey-West, e sostituita dalla statistica Phillips Perron:

$$Z_\tau = (\gamma_0/\lambda^2)^{1/2} t - (1/2) \left[ \frac{\lambda^2 - \gamma_0}{\lambda} \right] (T \hat{\sigma}_\rho / s) \quad (21)$$

I risultati ottenuti dal test per entrambe le serie e nei due archi temporali presi in considerazione, dal 1960 e dal 1970 al secondo trimestre del 1997, sono riportati in tabella 1.1.

Tabella 1.1: Test di Phillips Perron

	$\rho$	$\tau$	$q$	$Z_\tau$
1960:1-1997:2				
Tasso di disoccupazione	0.9743	-1.3627	5	-2.2161
Tasso di inflazione	0.8928	-2.8739	0	-2.8739
1970:1-1997:2				
Tasso di disoccupazione	0.9519	-1.7880	4	-2.5186
Tasso di inflazione	0.8788	-2.5362	0	-2.5362

I valori critici sono presenti in Hamilton (1994), nella tabella B6, caso 2.

Per quanto riguarda il tasso di disoccupazione l'ipotesi di presenza di radice unitaria viene accettata per entrambi i campioni considerati.

Il tasso d'inflazione invece accetta l'ipotesi di non stazionarietà se si considera il campione di dati dal 1970 in poi, ma l'ipotesi nulla può essere rigettata al livello di significatività del 10%



per quanto riguarda l'intero campione, ed accettata quindi solo al 5%, sembra esserci quindi una radice unitaria, ma debole.

Perron e Ng. (1996) dimostrano come l'ipotesi di non stazionarietà dell'inflazione statunitense venga troppo spesso rifiutata applicando il test di Phillips Perron a campioni finiti, ciò potrebbe giustificare questi risultati.

Un'ulteriore conferma della presenza di radice unitaria nel tasso d'inflazione potrebbe essere data dalla cointegrazione tra le due serie: la presenza di un trend comune, quindi la conferma che le serie sono tra loro cointegrazione, presuppone che le serie, prese singolarmente, siano non stazionarie.

## 1.2.2 Test di cointegrazione

Dopo aver confermato la presenza di radice unitaria nelle serie considerate Ireland verifica l'ipotesi di cointegrazione, ovvero la presenza di un trend comune tra inflazione e disoccupazione, sia con il test Phillips Ouliaris (1990) che con Johansen (1988).

Il test Phillips Ouliaris è un test basato sui residui.

Si costruisce la regressione di  $\pi_t$  su  $U_t$  e si verifica la presenza di radice unitaria sui residui, in caso di accettazione dell'ipotesi nulla e quindi di non stazionarietà di quest'ultimi si può affermare che la regressione è spuria, ovvero che non esiste cointegrazione tra le due serie.

La regressione di partenza, stimata con OLS, quindi è:

$$\pi_t = \alpha + \beta U_t + u_t \quad (22)$$

Si regrediscono i residui  $u_t$  per il proprio valore ritardato di un periodo:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (23)$$

Possiamo scrivere la statistica  $\tau$  che testa l'ipotesi  $\rho=1$  come  $t = (\hat{\rho}-1) / \hat{\sigma}_\rho$ , data  $\hat{\rho}$  la stima OLS di  $\rho$ , e  $\hat{\sigma}_\rho$  lo standard error OLS di  $\rho$ .

Se  $\varepsilon_t$  è serialmente correlato, la sua varianza di lungo periodo  $\lambda^2$ , può essere trovata col metodo di Newey e West (1987). Sia:

$$\gamma_0 = (T - 1)^{-1} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 \quad (24)$$

E, in generale, per  $j=1,3,\dots,q$ , si ha:

$$\gamma_j = (T - 1)^{-1} \sum_{t=j+1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{t-j} \quad (25)$$

Allora:

$$\lambda^2 = \gamma_0 + 2 \sum_{j=1}^q [1 - j/(q + 1)] \gamma_j \quad (26)$$

Quindi, la stima OLS della varianza di  $\varepsilon_t$  è:

$$s^2 = (T - 2)^{-1} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 \quad (27)$$

La statistica Phillips Ouliaris diventa quindi:

$$Z_{\tau} = (\gamma_0/\lambda^2)^{1/2}t - (1/2) \left[ \frac{\lambda^2 - \gamma_0}{\lambda} \right] \left[ \frac{(T-1)\hat{\sigma}_{\rho}}{s} \right] \quad (28)$$

I valori critici della statistica sono riportati nella tabella B9 di Hamilton: nel caso 1 vengono prese in considerazione le regressioni di cointegrazione dove la costante  $\alpha$  è omessa, nel caso 2 invece dove viene inclusa. Nel nostro caso, come suggerito dalla teoria, la costante non compare nella regressione, e quindi i valori critici di riferimento sono quelli relativi al caso 1. Nella tabella 1.2 sono riportati i risultati del test nei due periodi presi in analisi.

Tabella 1.2: Test di Phillips Ouliaris

	Y	$\rho$	$\tau$	q	$Z_{\tau}$
1960:1 – 1997:2	0.1680	0.8865	-2.9805	0	-2.9805
1970:1 – 1997:2	0.1791	0.8709	-2.7603	0	-2.7603

In entrambi i periodi considerati dall'analisi rifiuto l'ipotesi nulla di non cointegrazione dei due tassi ad un livello di significatività del 5%.

Possiamo quindi affermare che le due serie hanno un trend comune. Ciò confermerebbe quindi anche l'incerta presenza di radice unitaria nell'inflazione: nonostante il test Phillips Perron dia dei risultati deboli, vista la cointegrazione, e visto che studi precedenti hanno dimostrato che, per quanto riguarda questa serie, il test rifiuta l'ipotesi di presenza di radice unitaria troppo spesso, possiamo sostenere che la serie sia non stazionaria.

Uno dei punti deboli però del test sopracitato è che se implementato per campioni finiti, i risultati possono variare a seconda di quale variabile viene considerata come variabile dipendente. Nel nostro caso, dato che la relazione di cointegrazione è del tipo  $\pi_t - \alpha AU_t$ , è coerente scegliere come variabile dipendente l'inflazione.

Per verificare che i risultati del test Phillips Ouliaris non siano fuorviati dalla scelta della variabile dipendente, Ireland usa l'approccio di Johansen, che non richiede una scelta di normalizzazione.

Sia  $y_t$  un vettore (2x1)

$$y_t = \begin{bmatrix} \pi_t \\ U_t \end{bmatrix} \quad (29)$$

Supponiamo inoltre che  $y_t$  segua un processo VAR(p) nei livelli, che può essere scritto come:

$$\Delta y_t = \xi_1 \Delta y_{t-1} + \xi_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \xi_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \xi_0 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (30)$$

Dove  $E \varepsilon_t \varepsilon_t' = \Omega$ .

Supponiamo che  $\pi_t$  e  $U_t$  siano entrambe I(1), ma che la loro combinazione lineare sia stazionaria, questo implica che:

$$\xi_0 = -BA' \quad (31)$$

Dove A e B sono due vettori 2x1. Sotto l'assunzione che le variabili di disturbo  $\xi_t$  siano Gaussiane, la funzione di log-verosimiglianza assume la forma usuale.

Johansen, come prima cosa, stima un VAR(p-1) per  $\Delta y_t$ , ovvero fa una stima OLS equazione per equazione del sistema:

$$\Delta y_t = \Pi_1 \Delta y_{t-1} + \Pi_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \Pi_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + u_t \quad (32)$$

Dopodiché stima un secondo insieme di regressioni ausiliari della forma:

$$y_{t-1} = \Theta_1 \Delta y_{t-1} + \Theta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \Theta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + v_t \quad (33)$$

Dove  $u_t$  e  $v_t$  sono 2x1.

In seguito viene calcolata la matrice di covarianza di  $u_t$  e  $v_t$ .

$$\Sigma_{uu} = (1/T) \sum_{t=1}^T u_t u_t' \quad (34)$$

$$\Sigma_{uv} = (1/T) \sum_{t=1}^T u_t v_t' \quad (35)$$

$$\Sigma_{vu} = \Sigma_{uv}' \quad (36)$$

$$\Sigma_{vv} = (1/T) \sum_{t=1}^T v_t v_t' \quad (37)$$

Dove ogni matrice è una 2x2. Si costruisce la matrice 2x2  $\Sigma_{vv}^{-1} \Sigma_{vu} \Sigma_{uu}^{-1} \Sigma_{uv}$ , di cui si trovano i due autovalori  $\lambda_1 > \lambda_2$  e gli autovettori associati  $a_1$  e  $a_2$ . Johansen suggerisce di normalizzarli in modo che  $a_i' \Sigma_{vv} a_i = 1$  per  $i=1,2$ , ovvero ponendo  $a_i = a_i / (a_i' \Sigma_{vv} a_i)^{1/2}$ .

Il valore massimo della funzione di log-verosimiglianza sotto il vincolo di h relazioni di cointegrazione è dato da:

$$L_h = -T \ln(2\pi) - (T/2) \log[\det(\Sigma_{uu})] - (T/2) \sum_{i=1}^h \ln(1 - \lambda_i) \quad (38)$$

L'ultimo passo consiste nel calcolare le stime di massima verosimiglianza.

Sotto l'assunzione che esiste un vettore di cointegrazione abbiamo:

$$A = a_1 \quad (39)$$

$$\xi_0 = \Sigma_{uv} A A' \quad (40)$$

$$\xi_i = \Pi_i - \xi_0 \Theta_i \quad (41)$$

Per  $i=1,2,\dots,p-1$  e

$$\Omega = (1/T) \sum_{t=1}^T (u_t - \xi_0 v_t)(u_t - \xi_0 v_t)' \quad (42)$$

L'equazione cointegrata da analizzare, 9, non presenta la costante e i dati non presentano il trend deterministico, quindi assumiamo che nel modello non siano presenti né la costante né il trend.

Ireland usa il test dell'autovalore massimo, calcolandosi la statistica  $LR = 2(L_1 - L_0) = -T \ln(1 - \lambda_1)$  e confrontandola con valori critici tabulati per verificare l'ipotesi nulla di assenza di correlazione tra le due serie.

I risultati del test Johansen per i due periodi presi in considerazione sono riassunti nella tabella 1.3.

Tabella 1.3: Test Johansen

	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	Vettore di cointegrazione(A')	$LR = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_1)$
1960:1 – 1997:2	0.1010	0.0022	$1.7059\pi_t - 0.3173U_t$	15.7516
1970:1 – 1997:2	0.1189	0.0050	$1.6985\pi_t - 0.3303U_t$	13.6701

I valori critici del test sono riportati in Hamilton, tabella B.11, caso 1.

L'approccio di Johansen conferma quanto trovato precedentemente con il test di Phillips Ouliaris, rifiutando l'ipotesi nulla di non cointegrazione a livello di significatività del 5% per quanto riguarda il campione che considera il periodo dal 1970, e all'1% per quanto riguarda l'intero campione di dati.

Le restrizioni di lungo periodo sembrano quindi essere supportate dai dati. Sia nel tasso di disoccupazione che nel tasso d'inflazione è presente una radice unitaria, le due serie non sono stazionarie, inoltre dagli ultimi due test implementati i due tassi risultano tra loro cointegrati.

Dal test di Phillips Perron, in realtà, nella serie dell'inflazione si riscontra una debole presenza di radice unitaria, ma visto quanto trovato in letteratura e vista la cointegrazione la non stazionarietà della serie viene confermata.

Il fatto che i due tassi abbiano un trend comune spiega l'iniziale crescita e la successiva decrescita delle due serie: se all'aumentare della disoccupazione il banchiere centrale era indotto a far incrementare l'inflazione, viceversa, al diminuire della prima era spinto a ridurre la seconda.

### 1.3 Restrizioni di breve periodo

Le restrizioni di breve periodo sono delle iterazioni tra le serie riassunte nelle equazioni 11 e 12 che mettono in relazione i due tassi tra loro e gli errori di controllo.

Ireland per testarle confronta un modello vincolato, che racchiude tutte le relazioni richieste da Barro Gordon, con un generico ARMA (2,1) per valutare quale dei due modelli viene maggiormente supportato dai dati.

Inizialmente fa una stima dei parametri partendo da valori che empiricamente, dopo varie prove, ha trovato plausibili per i parametri considerati, ottiene gli standard error per entrambi i modelli e poi calcola la stima di massima log-verosimiglianza.

Per verificare quale modello è maggiormente supportato dai dati viene utilizzato un test rapporto di log-verosimiglianza, che viene confrontato con i valori critici di un Chi-Quadro con 10 grado di libertà (i gradi di libertà vengono trovati sottraendo al numero di parametri del generico ARMA (2,1), 16, il numero di parametri del modello vincolato,6).

L'ipotesi nulla viene rigettata, quindi i dati supportano maggiormente il modello non vincolato rispetto al modello 13, molto probabilmente a causa dell'eccessiva semplicità delle equazioni presenti in esso. I dati presentano iterazioni molto complesse tra loro che evidentemente non vengono colte da un modello così semplificato.

Il modello Barro Gordon dovrebbe quindi essere esteso e approfondito, per poter spiegare meglio ciò che succede nella realtà. Considerevole è il fatto che comunque, nonostante il modello venga rigettato dai dati, le stime dei parametri risultino tuttavia coerenti con quello che si trova nella letteratura economica a riguardo.

### 1.3.1 Stima del modello vincolato

Per poter stimare il modello vincolato (13), Ireland lo scrive in forma state space come:

$$\xi_t = F\xi_{t-1} + Qv_t \quad (43)$$

e

$$y_t = H\xi_t \quad (44)$$

dove il vettore state è dato da:

$$\xi_t = \begin{bmatrix} \Delta U_t \\ \varepsilon_t \\ \eta_t \\ \eta_{t-1} \end{bmatrix} \quad (45)$$

e il vettore di disturbo  $v_t$  è dato da:

$$v_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{bmatrix} \quad (46)$$

e ha come matrice di covarianza:

$$E v_t v_t' = \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_\varepsilon^2 & \sigma_{\varepsilon\eta} \\ \sigma_{\varepsilon\eta} & \sigma_\eta^2 \end{bmatrix} \quad (47)$$

Il vettore di osservazioni  $2 \times 1$   $y_t$  è dato da:

$$y_t = \begin{bmatrix} \pi_t - \alpha \Delta U_t \\ \Delta U_t \end{bmatrix} \quad (48)$$

F è la matrice 4x4 data da:

$$F = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Q invece è la matrice 4x2:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Infine abbiamo la matrice H 2x4, data da:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha A & 1 + \alpha^2 A & 0 \\ 1 & 0 & -\alpha & \alpha \end{bmatrix} \quad (51)$$

$y_t$  condizionato a  $\{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1\}$  è normalmente distribuito con media  $H\xi_{t|t-1}$  e varianza  $HP_{t|t-1}H'$ , dove  $\{\xi_{t|t-1}\}_{t=1}^T$  e  $\{P_{t|t-1}\}_{t=1}^T$  sono costruite ricorsivamente usando le condizioni iniziali:

$$\xi_{1|0} = 0_{4 \times 1} \quad (52)$$

$$vec(P_{1|0}) = [I_{16 \times 16} - F \otimes F]^{-1} vec(Q\Sigma Q') \quad (53)$$

E le equazioni:

$$K_t = FP_{t|t-1}H'(HP_{t|t-1}H')^{-1} \quad (54)$$

$$\xi_{t+1|t} = F\xi_{t|t-1} + K_t(y_t - H\xi_{t|t-1}) \quad (55)$$

$$P_{t+1|t} = (F - K_tH)P_{t|t-1}(F' - H'K_t') + Q\Sigma Q' \quad (56)$$

Per  $t=1, 2, \dots, T-1$ . La funzione di log-verosimiglianza diventa:

$$L = -T \ln(2\pi) + \sum_{t=1}^T L_t \quad (57)$$

Dove:

$$L_t = -1/2 \ln[\det(HP_{t|t-1}H')] - 1/2 (y_t - H\xi_{t|t-1})'(HP_{t|t-1}H')^{-1} (y_t - H\xi_{t|t-1}) \quad (58)$$

Il modello viene quindi stimato scegliendo valori di  $\alpha$ ,  $A$ ,  $\lambda$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $\sigma_\eta$  e  $\sigma_{\varepsilon\eta}$  che massimizzano  $L$ . Ireland, quindi, stima i parametri usando un modello state space con filtro Kalman e trova gli standard error calcolando la radice quadrata degli elementi sulla diagonale dell'inversa della matrice d'informazione.

L'autore per ottenere le stime parte da dei valori iniziali plausibili con i possibili valori dei parametri, trovati dopo diverse prove. La procedura di stima pone un vincolo su  $\lambda$ , collocandola tra -1 e 1, cercando valori di  $\phi$  con l'equazione:

$$\lambda = \frac{\phi}{1+|\phi|} \quad (59)$$

Inoltre, perché la stima della matrice di covarianza  $\Sigma$  rimanga definita positiva, la procedura di stima è stata fatta cercando i valori degli elementi della decomposizione di Cholesky  $\Omega$  di  $\Sigma$ .

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_{\pi} & 0 \\ \omega_{\pi u} & \omega_u \end{bmatrix} \quad (60)$$

Dove  $\Sigma = \Omega\Omega'$ .

Entrambe le tecniche sono presenti nell'Hamilton (1994).

I valori dei valori iniziali, delle stime e degli standard error per l'intero campione dei dati sono riportati nella tabella 1.4:

*Tabella 1.4: Stime e standard error del modello vincolato con dati dal 1960:1 al 1997:2*

Valori iniziali	Parametro	Stima	Standard Error
0.5	$\alpha$	0.1474	0.0579
0.5	$A$	1.1550	0.4546
0.5	$\lambda$	0.5686	0.0682
1	$\sigma_{\varepsilon}$	0.2675	0.0159
1	$\sigma_{\eta}$	0.6299	0.030
0	$\sigma_{\varepsilon\eta}$	0.0573	0.0148

Per quanto riguarda il modello vincolato, ma con dati dal 1970, le stime e gli standard error sono riportati nella tabella 1.5:

*Tabella 1.5: Stime e standard error del modello vincolato con dati dal 1970:1 al 1997:2*

Valori iniziali	Parametro	Stima	Standard Error
0.5	$\alpha$	0.1537	0.0641
0.5	$A$	1.1744	0.4894
0.5	$\lambda$	0.5505	0.0810
1	$\sigma_{\varepsilon}$	0.2905	0.0202
1	$\sigma_{\eta}$	0.6530	0.0446
0	$\sigma_{\varepsilon\eta}$	0.0725	0.0200

Le stime sono abbastanza simili tra loro, nonostante la scelta di due campioni diversi.

I parametri di maggior interesse economico sono  $\alpha$  e  $\lambda$ .

$\alpha$  è il parametro presente nella curva di Phillips, indica in che proporzione il tasso di disoccupazione è influenzato dal tasso di disoccupazione. Moltiplicato per la “sorpresa

inflazionistica” (quanto l’inflazione reale si discosta da quella attesa) indica infatti quanto la disoccupazione diminuisce rispetto alla naturale. Il coefficiente in entrambi i campioni non risulta elevato, ciò può essere in linea con quanto sostenuto da molti economisti: la pendenza della curva di Phillips sembra essersi appiattita negli ultimi anni.

$\lambda$  invece è il coefficiente di autoregressione di  $\Delta U_t$  al ritardo 1, il coefficiente è abbastanza alto, segno che variazioni antecedenti influiscono significativamente in  $\Delta U_t$ .

Infine la stima  $\sigma_{\varepsilon\eta}$  è maggiore di zero in entrambi i casi considerati, ciò lascia presupporre che uno shock sfavorevole nel tasso di disoccupazione tende a coincidere con uno shock sfavorevole in quello dell’inflazione, cosa consistente con l’idea che  $\varepsilon_t$  rappresenti uno shock reale.

Possiamo, inoltre, trovare la stima del vettore di cointegrazione che è dato da  $\pi_t = \alpha AU_t$ .

Per quanto riguarda l’intero campione abbiamo quindi  $\pi_t = 0.170247U_t$ , che è simile a quanto trovato con la stima OLS grazie al test di Phillips Ouliaris,  $\pi_t = 0.1680U_t$ , per quanto riguarda invece il sottocampione dei dati abbiamo che  $\pi_t = \alpha AU_t = 0.1805U_t$ , di nuovo molto simile alla stima OLS di Phillips Ouliaris  $\pi_t = 0.1791U_t$ . Tra i due tassi esiste, come era prevedibile dai grafici, proporzionalità diretta, che porta ad aumentare l’uno all’aumentare dell’altro, e viceversa.

Le stime del modello vincolato sembrano comunque essere coerenti con quanto trovato finora e con quanto ci si aspetterebbe vista la letteratura esistente.

### 1.3.2 Stima del modello non vincolato

Per poter verificare le restrizioni di breve periodo Ireland confronta il modello vincolato (13) con un generico ARMA(2,1) del tipo:

$$\begin{bmatrix} \pi_t - \gamma U_t \\ \Delta U_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi^{\pi\pi} & \phi^{\pi u} \\ \phi^{u\pi} & \phi^{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_{t-1} - \gamma U_{t-1} \\ \Delta U_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_1^{\pi\pi} & \theta_1^{\pi u} \\ \theta_1^{u\pi} & \theta_1^{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{t-1}^\pi \\ \varepsilon_{t-1}^u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_2^{\pi\pi} & \theta_2^{\pi u} \\ \theta_2^{u\pi} & \theta_2^{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{t-2}^\pi \\ \varepsilon_{t-2}^u \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$\text{dove } E \begin{bmatrix} \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^\pi & \varepsilon_t^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_\pi^2 & \sigma_{\pi u} \\ \sigma_{\pi u} & \sigma_u^2 \end{bmatrix}$$

Il modello non vincolato scritto in forma state space diventa:

$$\xi_t = F\xi_{t-1} + Qv_t \quad (62)$$

e

$$y_t = H\xi_t \quad (63)$$

dove il vettore state  $6 \times 1$   $\xi_t$  è dato da:



$$\xi_t = \begin{bmatrix} \pi_t - \gamma U_t \\ \Delta U_t \\ \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^u \\ \varepsilon_{t-1}^\pi \\ \varepsilon_{t-1}^u \end{bmatrix} \quad (64)$$

e il vettore di disturbo  $v_t$  è dato da:

$$v_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^u \end{bmatrix} \quad (65)$$

e ha come matrice di covarianza:

$$E v_t v_t' = \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_\pi^2 & \sigma_{\pi u} \\ \sigma_{\pi u} & \sigma_u^2 \end{bmatrix} \quad (66)$$

Il vettore di osservazioni  $2 \times 1$   $y_t$  è dato da:

$$y_t = \begin{bmatrix} \pi_t - \gamma U_t \\ \Delta U_t \end{bmatrix} \quad (67)$$

F è la matrice  $6 \times 6$  data da:

$$F = \begin{bmatrix} \phi^{\pi\pi} & \phi^{\pi u} & \theta_1^{\pi\pi} & \theta_1^{\pi u} & \theta_2^{\pi\pi} & \theta_2^{\pi u} \\ \phi^{u\pi} & \phi^{uu} & \theta_1^{u\pi} & \theta_1^{uu} & \theta_2^{u\pi} & \theta_2^{uu} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (68)$$

Q invece è la matrice  $6 \times 2$ :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (69)$$

Infine abbiamo la matrice H  $2 \times 6$ , data da:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (70)$$

$y_t$  condizionato a  $\{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1\}$  è normalmente distribuito con media  $H\xi_{t|t-1}$  e varianza  $HP_{t|t-1}H'$ , dove  $\{\xi_{t|t-1}\}_{t=1}^T$  e  $\{P_{t|t-1}\}_{t=1}^T$  sono costruite ricorsivamente usando le condizioni iniziali:

$$\xi_{1|0} = 0_{6 \times 1} \quad (71)$$

$$vec(P_{1|0}) = [I_{36 \times 36} - F \otimes F]^{-1} vec(Q \Sigma Q') \quad (72)$$

E le equazioni:

$$K_t = FP_{t|t-1}H'(HP_{t|t-1}H')^{-1} \quad (73)$$

$$\xi_{t+1|t} = F\xi_{t|t-1} + K_t(y_t - H\xi_{t|t-1}) \quad (74)$$

$$P_{t+1|t} = (F - K_t H)P_{t|t-1}(F' - H'K_t') + Q\Sigma Q' \quad (75)$$

Per  $t=1,2,\dots,T-1$ . La funzione di log-verosimiglianza diventa:

$$L = -T\ln(2\pi) + \sum_{t=1}^T L_t \quad (76)$$

Dove:

$$L_t = -1/2 \ln[\det(HP_{t|t-1}H')] - 1/2 (y_t - H\xi_{t|t-1})'(HP_{t|t-1}H')^{-1}(y_t - H\xi_{t|t-1}) \quad (77)$$

Il modello viene quindi stimato scegliendo i valori dei 16 parametri in modo da massimizzare L.

I valori iniziali, sempre trovati dopo diverse prove finalizzate a capire quali fossero più adatti, le stime e gli standard error per l'intero campione dei dati sono riportati nella tabella 1.5.

*Tabella 1.5: Stime e standard error del modello non vincolato con dati dal 1960:1 al 1997:2*

Valori iniziali	Parametro	Stima	Standard Error
0.17	$\gamma$	0.1845	0.0177
0.92	$\phi^{\pi\pi}$	1.1301	0.0648
-0.24	$\phi^{\pi u}$	-0.6483	0.1789
0.14	$\phi^{u\pi}$	0.1838	0.0582
0.57	$\phi^{uu}$	0.4975	0.1369
0	$\theta_1^{\pi\pi}$	-0.5245	0.1105
0	$\theta_1^{\pi u}$	0.1757	0.2091
0	$\theta_1^{u\pi}$	-0.1133	0.0900
0	$\theta_1^{uu}$	0.0543	0.1371
0	$\theta_2^{\pi\pi}$	-0.2091	0.0961
0	$\theta_2^{\pi u}$	0.5237	0.1770
0	$\theta_2^{u\pi}$	-0.0793	0.0704
0	$\theta_2^{uu}$	-0.0035	0.1275
0.28	$\sigma_\pi$	0.2560	0.0150
0.25	$\sigma_u$	0.2480	0.0144
-0.0028	$\sigma_{\pi u}$	-0.0110	0.0055

Per quanto riguarda il modello non vincolato, ma con dati dal 1970, i valori iniziali, le stime e gli standard error dei parametri sono riportati nella tabella 1.6.

Tabella 1.6: Stime e standard error del modello non vincolato con dati dal 1970:1 al 1997:2

Valori iniziali	Parametro	Stima	Standard Error
0.18	$\gamma$	0.1978	0.0179
0.91	$\phi^{\pi\pi}$	1.1796	0.0898
-0.25	$\phi^{\pi u}$	-0.7315	0.2247
0.16	$\phi^{u\pi}$	0.2363	0.0818
0.54	$\phi^{uu}$	0.4092	0.1748
0	$\theta_1^{\pi\pi}$	-0.5645	0.1341
0	$\theta_1^{\pi u}$	0.2067	0.2592
0	$\theta_1^{u\pi}$	-0.1125	0.1089
0	$\theta_1^{uu}$	0.0870	0.1634
0	$\theta_2^{\pi\pi}$	-0.2152	0.1091
0	$\theta_2^{\pi u}$	0.6326	0.2152
0	$\theta_2^{u\pi}$	-0.0939	0.0800
0	$\theta_2^{uu}$	0.1191	0.1382
0.31	$\sigma_\pi$	0.2711	0.0186
0.26	$\sigma_u$	0.2657	0.0182
-0.031	$\sigma_{\pi u}$	-0.0144	0.0074

Ireland inoltre verifica anche la stazionarietà e l'invertibilità del modello non vincolato.

Perché il modello sia stazionario le radici di  $|I\lambda - \Phi| = 0$  devono essere in valore assoluto minori di 1. Dove:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi^{\pi\pi} & \phi^{\pi u} \\ \phi^{u\pi} & \phi^{uu} \end{bmatrix} \quad (78)$$

Le radici dell'equazione coincidono con gli autovalori di  $\Phi$ , quindi per verificare la condizione di stazionarietà basta verificare che gli autovalori siano in valore assoluto minore di 1.

Gli autovalori per il campione completo dei dati sono:

$$\lambda_1 = 0.814 + 0.138i$$

$$\lambda_2 = 0.814 - 0.138i$$

In modulo i due autovalori sono  $|\lambda_1| = |\lambda_2| = 0.8256 < 1$

Quindi il modello risulta essere stazionario.

Per quanto riguarda invece i dati dal 1970 al secondo trimestre del 1997 troviamo i seguenti autovalori:

$$\lambda_1 = 0.7944 + 0.1565i$$

$$\lambda_2 = 0.7944 - 0.1565i$$

Che in modulo sono  $|\lambda_1| = |\lambda_2| = 0.8097 < 1$

Ciò indica che anche in questo caso il modello è stazionario.

Per quanto l'invertibilità del modello, invece, si verifica che le radice di  $|I\lambda^2 + \Theta_1\lambda + \Theta_2| = 0$  siano in valore assoluto minori di 1.

Dove

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} \theta_1^{\pi\pi} & \theta_1^{\pi u} \\ \theta_1^{u\pi} & \theta_1^{uu} \end{bmatrix} \quad (79)$$

e

$$\Theta_2 = \begin{bmatrix} \theta_2^{\pi\pi} & \theta_2^{\pi u} \\ \theta_2^{u\pi} & \theta_2^{uu} \end{bmatrix} \quad (80)$$

Trovare le radici dell'equazione  $|I\lambda^2 + \Theta_1\lambda + \Theta_2| = 0$  coincide col trovare gli autovalori della matrice:

$$\Theta = \begin{bmatrix} -\theta_1^{\pi\pi} & -\theta_1^{\pi u} & -\theta_2^{\pi\pi} & -\theta_2^{\pi u} \\ -\theta_1^{u\pi} & -\theta_1^{uu} & -\theta_2^{u\pi} & -\theta_2^{uu} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (81)$$

In questo caso i quattro autovalori di  $\Theta$  per il modello che considera tutti i dati sono:

$$\lambda_1 = 0.546 + 0.175i$$

$$\lambda_2 = 0.546 - 0.175i$$

$$\lambda_3 = -0.311 + 0.179i$$

$$\lambda_4 = -0.311 - 0.179i$$

Che presi in valore assoluto diventano:

$$|\lambda_1| = |\lambda_2| = 0.5733 < 1$$

$$|\lambda_3| = |\lambda_4| = 0.3588 < 1$$

Per quanto riguarda questo modello possiamo quindi concludere che è sia stazionario che invertibile.

Considerando invece solo il sottocampione dei dati abbiamo:

$$\lambda_1 = 0.4965 + 0.1148i$$

$$\lambda_2 = 0.4965 - 0.1148i$$

$$\lambda_3 = -0.2577 + 0.2524i$$

$$\lambda_4 = -0.2577 - 0.2524i$$

Prendendoli in valore assoluto abbiamo:

$$|\lambda_1| = |\lambda_2| = 0.5096 < 1$$

$$|\lambda_3| = |\lambda_4| = 0.3607 < 1$$

Di nuovo tutti gli autovalori sono in valore assoluto minori di uno, perciò anche questo modello è sia stazionario che invertibile.

Confrontando le stime di  $\gamma$  dell'equazione  $\pi_t - \gamma U_t$  ottenute con Phillips Ouliaris, con il metodi di Johansen e quelle trovate nel modello vincolato e nel modello non vincolato, possiamo verificare che sono molto simili tra loro.

Nella tabella 1.7 sono riassunti i vari valori di  $\gamma$  trovati nella analisi. Il fatto che con analisi diverse si trovino valori simili del parametro preso in considerazione lascia pensare che le stime si avvicinino molto al parametro reale di cointegrazione tra le due serie considerate.

*Tabella 1.7: Stime di  $\gamma$  a confronto*

Metodo di stima	1960:1-1997:2	1970:1-1997:2
Phillips Ouliaris	0.1680	0.1791
Johansen	0.1860	0.1945
Modello vincolato	0.1724	0.1805
Modello non vincolato	0.1845	0.1978

### 1.3.3 Verifica delle restrizioni di breve periodo

Una volta stimati i modelli Ireland verifica quale tra i due modelli spiega meglio i dati. Per farlo trova il valore massimo della log-verosimiglianza per il modello vincolato ( $L^c$ ) e per il modello non vincolato ( $L^u$ ) e fa il test rapporto di log-verosimiglianza  $LR=2(L^u - L^c)$ .

I parametri del modello vincolato sono 6, mentre quelli del modello non vincolato sono 16, quindi, essendo 10 il numero di restrizioni presenti nel test, LR si distribuisce come un  $X^2$  con 10 gradi di libertà sotto l'ipotesi nulla.

Per quanto riguarda il modello che considera l'intero campione abbiamo  $L^c = -148.6597$ , mentre  $L^u = -21.7904$ , di conseguenza troviamo che  $LR = 196.0684$ . Se invece consideriamo il sottocampione  $L^c = -119.8246$ ,  $L^u = -21.7904$  e la statistica LR risulta essere pari a 196.0684. Il valore critico a livello 0.001 della distribuzione chi-quadro con 10 gradi di libertà è di 29.6, le restrizioni del modello (13) vengono quindi rigettate, i dati non sembrano supportare il modello.

Il valore di  $\rho$  nella tabella 1.2, nonostante la stazionarietà dell'equazione  $\pi_t - \alpha AU_t$ , è altamente persistente, ciò lascia pensare che il modello Barro Gordon debba essere migliorato ai fini di spiegare questa persistenza e dare una spiegazione più accurata alle dinamiche esistenti tra i tassi di inflazione e disoccupazione.

Inoltre, è plausibile pensare che un modello così semplificato non riesca a cogliere le dinamiche di breve periodo delle due serie, notevole invece è come il modello, nonostante la sua semplicità, riesca a dare stime ragionevoli, stabili e precise dei parametri.

In conclusione possiamo quindi affermare che il modello Barro Gordon riesce a spiegare l'incremento iniziale e la discesa dopo gli anni Ottanta delle due serie. I dati supportano le restrizioni di lungo periodo: si può affermare che inflazione e disoccupazione sono non stazionarie e tra loro cointegrate. Per quanto riguarda le restrizioni di breve periodo, invece, il modello non sembra adeguato, ma ciò può essere dovuto alla sua semplicità.

Molti studiosi, come ad esempio De Long (1997) e Taylor (1987), spiegano che l'andamento dell'inflazione è influenzato dagli studi accademici del periodo. Negli anni Sessanta e Settanta infatti molti economisti puntavano nello sfruttare il trade-off della curva di Phillips, e i banchieri centrali erano incoraggiati ad accettare un alto tasso d'inflazione in cambio di un minore tasso di disoccupazione. Il fallimento, però, di questa politica economica ha riportato l'inflazione a livelli molto più bassi, e di conseguenza c'è stato un calo anche del tasso di disoccupazione.

La teoria e l'evidenza empirica invece suggeriscono che, come spiega il modello di Barro Gordon, ciò che avviene negli Stati Uniti negli anni Sessanta e Settanta è dovuto ad una serie di shock persistenti e negativi che hanno aumentato il tasso di disoccupazione naturale. Analogamente negli Anni Ottanta e Novanta ci sono stati degli shock positivi che hanno fatto in modo che il tasso naturale di disoccupazione scenda, e di conseguenza è scesa pure la disoccupazione.

In conclusione quanto trovato evidenzia che l'andamento dei due tassi è per lo più determinato da shock non controllabili, e non totalmente dalle scelte economiche della Banca Federale.

## CAPITOLO 2

### Il modello Barro Gordon con dati aggiornati

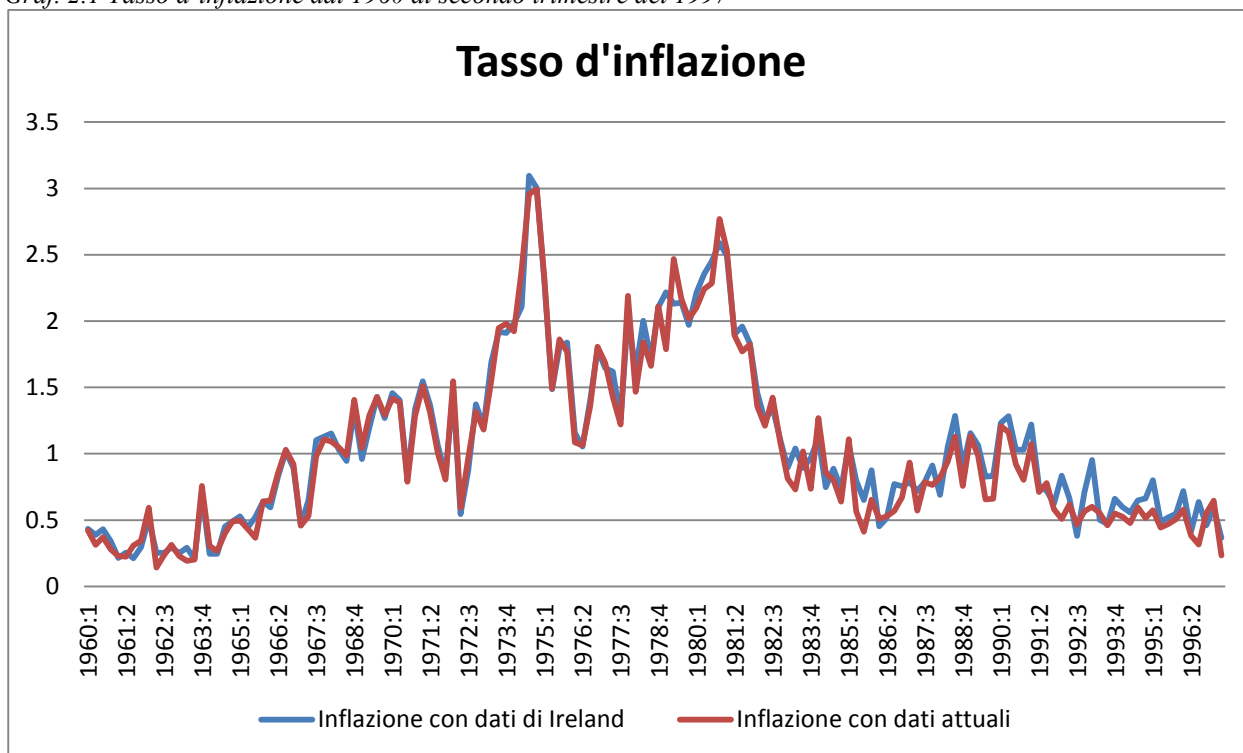
Nel corso degli anni i dati macroeconomici vengono più volte rivisti e aggiornati. I risultati ottenuti da Ireland potrebbero quindi variare considerando dati raccolti oggi e per tanto più volte revisionati. Per prima cosa, quindi, ho cercato di replicare quanto fatto da Ireland con dati attuali.

Dopo aver trovato i dati nel database Federale Reserve Bank of St. Louis' FRED, ho verificato la presenza di radice unitaria e la cointegrazione tra le variabili per confermare le restrizioni di lungo periodo e infine ho analizzato se i dati attuali supportano il modello ipotizzato dall'autore per constatarne le restrizioni di breve periodo.

Per quanto riguarda il tasso di disoccupazione viene usato il "civilian unemployment rate", tale tasso però è presente solo in forma mensile, per trasformarlo in dati trimestrali ho fatto la media aritmetica dei tre mesi d'interesse, mentre per quanto riguarda l'inflazione, è stata calcolata la variazione trimestrale del deflatore implicito dei prezzi del PIL.

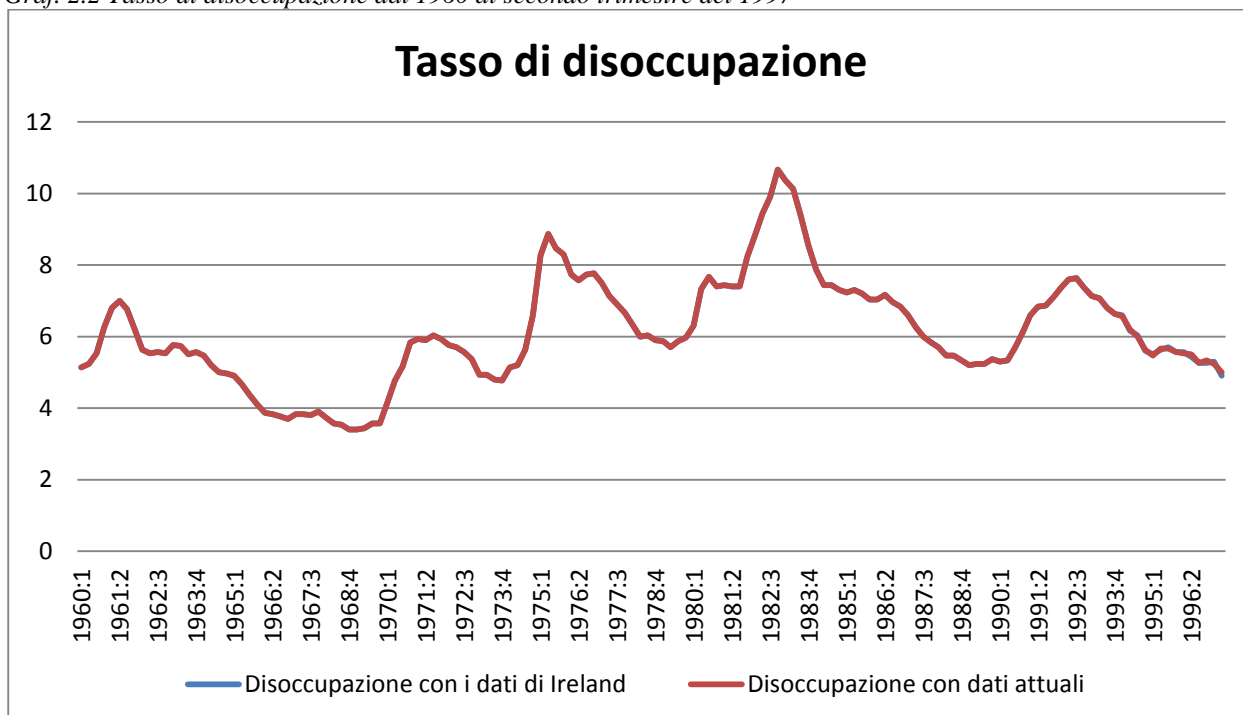
Nel grafico 2.1 è rappresentato il tasso d'inflazione con dati attuali (in azzurro) e lo stesso tasso con i dati raccolti da Ireland nel 1999 (in rosso). Dal grafico non emergono grosse differenze tra le due serie di dati, nella prima parte, infatti, non sembrano esserci molti discostamenti, anzi, le serie sembrano quasi combaciare, mentre nella seconda parte le differenze si notano maggiormente anche se non in modo rilevante. Ovviamente la cosa era prevedibile, più i dati sono recenti e più verranno a distanza di anni modificati, probabilmente i dati relativi al primo periodo erano già stati rivisti, e di conseguenza già aggiornati.

Graf. 2.1 Tasso d'inflazione dal 1960 al secondo trimestre del 1997



Per quanto riguarda la disoccupazione, invece le due serie sembrano coincidere perfettamente, con lievi differenze solo per gli ultimi dati, differenze però non percepibili dal grafico.

Graf. 2.2 Tasso di disoccupazione dal 1960 al secondo trimestre del 1997





## 2.1 Restrizioni di lungo periodo

Per verificare le restrizioni di lungo periodo si effettua innanzitutto il test di Phillips Perron per provare la presenza di radice unitaria in entrambe le serie, sia per quanto riguarda l'intero campione che per il sottocampione che considera i dati dal primo trimestre del 1970 al secondo trimestre del 1997.

Nella tabella 2.1 sono riportati i valori del test.

*Tabella 2.1: Test di Phillips Perron*

	$\rho$	$\tau$	q	$Z_\tau$
1960:1-1997:2				
Tasso di disoccupazione	0.9741	-1.3764	5	-2.2260
Tasso di inflazione	0.8834	-2.9863	1	-2.5281
1970:1-1997:2				
Tasso di disoccupazione	0.9514	-1.8175	4	-2.5378
Tasso di inflazione	0.8721	-2.6067	0	-2.6067

Dati i valori critici in Hamilton, il test porta ad accettare l'ipotesi nulla al livello 10% per quanto riguarda la disoccupazione sia tenendo conto dell'intero campione, sia considerando solo i dati dal 1970 in poi. Ciò rispecchia quanto trovato da Ireland nel paper.

Se invece consideriamo il tasso d'inflazione, indipendentemente dall'arco temporale analizzato, il test di Phillips Perron rifiuta l'ipotesi nulla di presenza di radice unitaria al livello di significatività del 10% e l'accetta solo al 5%. Di nuovo i risultati sono in linea con quanto scritto nel capitolo 1.

Entrambe le serie quindi sono non stazionarie, l'inflazione presenta una radice unitaria debole, ma, visto quanto detto in precedenza assumiamo sia comunque non stazionaria.

Si procede col testare la cointegrazione tra le due serie, prima con test Phillips Ouliaris e poi col metodo Johansen.

I risultati del test di Phillips Ouliaris sono riportati nella tabella 2.2.

*Tabella 2.2: Test di Phillips Ouliaris*

	$\Upsilon$	$\rho$	$\tau$	q	$Z_\tau$
1960:1 – 1997:2	0.1612	0.8782	-3.0805	1	-2.8708
1970:1 – 1997:2	0.1712	0.8640	-2.8187	0	-2.8187

Per entrambi i periodi presi in considerazione l'ipotesi nulla di non cointegrazione tra inflazione e disoccupazione viene rifiutata ad un livello di significatività del 5%.

Verifico la cointegrazione anche con il metodo di Johansen, che a differenza del test di Phillips Ouliaris non richiede normalizzazione, e i risultati sono più corretti, visto che il primo test potrebbe essere fuorviato dalla variabile scelta come dipendente.

I risultati del test sono riportati nella tabella 2.3.

Tabella 2.3: Test Johansen

	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	Vettore di cointegrazione(A')	$LR = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_1)$
1960:1 – 1997:2	0.0952	0.026	$1.6604\pi_t - 0.2972U_t$	14.8094
1970:1 – 1997:2	0.1096	0.0058	$1.6351\pi_t - 0.3054U_t$	12.5364

Anche in questo caso rifiuto l'ipotesi nulla di non cointegrazione ad un livello di significatività dell'1%.

Il test conferma quanto trovato con Phillips Ouliaris, anzi, l'ipotesi di non cointegrazione viene rifiutata maggiormente, a conferma che il fatto che quest'ultimo test non richieda normalizzazione incide, anche se minimamente, sui risultati ottenuti. La presenza di radice unitaria nell'inflazione viene quindi confermata dalla cointegrazione delle serie.

Concludendo si può quindi sostenere che, anche utilizzando dati aggiornati, entrambi i tassi sono non stazionari e tra loro cointegrati, le restrizioni di lungo periodo sono dunque confermate.

## 2.2 Restrizioni di breve periodo

### 2.2.1 Restrizioni di breve periodo per l'intero campione

Analizzo innanzitutto le restrizioni di lungo periodo per l'intero campione dei dati.

Ho stimato il modello per trovare le stime, gli standard error e calcolato la massima log-verosimiglianza sia per il modello vincolato (13) che per un generico modello ARMA (2,1).

Per valutare se i dati supportano il modello e se l'ipotesi che il modello idealizzato da Barro Gordon sia adeguato ai dati viene quindi accettata, ho implementato un test rapporto di log-verosimiglianza tra il modello generico e il modello vincolato.

Per stimare i parametri sono stati utilizzati gli stessi valori iniziali trovati empiricamente da Ireland. Le stime dei parametri del modello vincolato (13) e i relativi standard error sono riportati in tabella 2.4.

Tabella 2.4: Stime e standard error del modello vincolato con dati dal 1960:1 al 1997:2

Valori iniziali	Parametro	Stima	Standard Error
0.5	$\alpha$	0,1555	0,0508
0.5	$A$	1,0522	0,3447
0.5	$\lambda$	0,5776	0,0663
1	$\sigma_\varepsilon$	0,2633	0,0156
1	$\sigma_\eta$	0,6446	0,0376
0	$\sigma_{\varepsilon\eta}$	0,0542	0,0149

I valori sono molto simili a quello discussi nel capitolo 1, nonostante i dati siano stati aggiornati.

La stima di massima log-verosimiglianza del modello è  $L^c = -150,9143$ , di nuovo la stima non risulta essere molto diversa da quella trovata precedentemente.

Considerando il modello non vincolato, invece, troviamo come stime dei parametri e come standard error i valori riportati in tabella 2.5.

Tabella 2.5: Stime e standard error del modello non vincolato con dati dal 1960:1 al 1997:2

Valori iniziali	Parametro	Stima	Standard Error
0.17	$\gamma$	0.1776	0.0179
0.92	$\phi^{\pi\pi}$	1.0883	0.0500
-0.24	$\phi^{\pi u}$	-0.5363	0.1293
0.14	$\phi^{u\pi}$	0.1956	0.0615
0.57	$\phi^{uu}$	0.5092	0.1313
0	$\theta_1^{\pi\pi}$	-0.5610	0.0958
0	$\theta_1^{\pi u}$	0.1309	0.1653
0	$\theta_1^{u\pi}$	-0.1062	0.0973
0	$\theta_1^{uu}$	0.1197	0.1356
0	$\theta_2^{\pi\pi}$	-0.1146	0.0900
0	$\theta_2^{\pi u}$	0.3943	0.1549
0	$\theta_2^{u\pi}$	-0.1643	0.0753
0	$\theta_2^{uu}$	-0.0340	0.1250
0.28	$\sigma_\pi$	0.2704	0.0150
0.25	$\sigma_u$	0.2414	0.0139
-0.0028	$\sigma_{\pi u}$	-0.0145	0.0054

In questo caso la stima di massima log-verosimiglianza risulta essere  $L^u = -23.6474$ . Ancora una volta i valori non sono molto diversi dai precedenti.

Calcoliamo quindi il valore della statistica  $LR = 2(L^u - L^c) = 254.5338$ . Ovviamente, visti i valori critici della distribuzione chi-quadro con 10 gradi di libertà, il modello vincolato viene rigettato a qualsiasi livello di significatività.

Nonostante i dati aggiornati, il test statistico conferma nuovamente che i dati non supportano il modello 13, probabilmente, come già detto, il modello risulta essere troppo semplificato per poter cogliere le dinamiche di breve periodo che intercorrono tra i tassi di disoccupazione e d'inflazione.

Verifico infine la stazionarietà e l'invertibilità del modello non vincolato.

Come detto in precedenza, perché il modello sia stazionario le radici di  $|I\lambda - \Phi| = 0$  devono essere in valore assoluto minori di 1. Dove

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi^{\pi\pi} & \phi^{\pi u} \\ \phi^{u\pi} & \phi^{uu} \end{bmatrix}.$$

Le radici dell'equazione coincidono con gli autovalori di  $\Phi$ , quindi per verificare la condizione di stazionarietà basta verificare che gli autovalori siano in valore assoluto minore di 1:

$$\lambda_1 = 0.799 + 0.145i$$

$$\lambda_2 = 0.799 - 0.145i$$

In modulo i due autovalori sono  $|\lambda_1| = |\lambda_2| = 0.8121 < 1$

Il modello risulta quindi stazionario.

Per quanto l'invertibilità, invece, si verifica che le radici di  $|I\lambda^2 + \Theta_1\lambda + \Theta_2| = 0$  siano in valore assoluto minori di 1.

Dove:

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} \theta_1^{\pi\pi} & \theta_1^{\pi u} \\ \theta_1^{u\pi} & \theta_1^{uu} \end{bmatrix}$$

E

$$\Theta_2 = \begin{bmatrix} \theta_2^{\pi\pi} & \theta_2^{\pi u} \\ \theta_2^{u\pi} & \theta_2^{uu} \end{bmatrix}.$$

Trovare le radici dell'equazione  $|I\lambda^2 + \Theta_1\lambda + \Theta_2| = 0$  coincide col trovare gli autovalori della matrice:

$$\Theta = \begin{bmatrix} -\theta_1^{\pi\pi} & -\theta_1^{\pi u} & -\theta_2^{\pi\pi} & -\theta_2^{\pi u} \\ -\theta_1^{u\pi} & -\theta_1^{uu} & -\theta_2^{u\pi} & -\theta_2^{uu} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

I quattro autovalori di  $\Theta$  per il modello sono:

$$\lambda_1 = 0.740$$

$$\lambda_2 = 0.125$$

$$\lambda_3 = -0.407 - 0.374i$$

$$\lambda_4 = -0.407 + 0.374i$$

Che presi in valore assoluto diventano:

$$|\lambda_1| = 0.740 < 1$$

$$|\lambda_2| = 0.125 < 1$$

$$|\lambda_3| = |\lambda_4| = 0.5527 < 1$$

Per quanto riguarda il modello non vincolato che considera l'intero campione di dati possiamo quindi concludere che è sia stazionario che invertibile.

Confronto, infine, le stime di  $\gamma$  dell'equazione  $\pi_t - \gamma U_t$  ottenute con Phillips Ouliaris, con il metodo di Johansen e quelle trovate nel modello vincolato e nel modello non vincolato.

Come si nota dalla tabella 2.6 le stime sono molto simili tra loro, sia considerando quelle ricavate dai test, che quelle trovate nei modelli: ancora una volta la stima del modello vincolato, nonostante il modello venga rigettato dai dati, risulta coerente con quanto trovato con altre analisi.

Tabella 2.6: Stime di  $\gamma$  a confronto

Metodo di stima	1960:1-1997:2
Phillips Ouliaris	0.1612
Johansen	0.1789
Modello vincolato	0.1636
Modello non vincolato	0.1776

## 2.2.2 Restrizioni di breve periodo con dati dal 1970

Successivamente ho provato a vedere se considerando i dati dal 1970 al 1997 le cose cambiano rispetto a quanto trovato in precedenza.

L'analisi quindi viene riproposta anche per il sottocampione dei dati. Come prima cosa ho calcolato le stime dei parametri e gli standard error sia del modello vincolato che di quello non vincolato. Dopodiché ho trovato la stima di massima log-verosimiglianza per poter definire il test rapporto di log-verosimiglianza utile per valutare quale dei due modelli rispecchia maggiormente i dati utilizzati.

Nella tabella 2.6 sono riportate le stime e gli standard error del modello vincolato.

Tabella 2.7: Stime e standard error del modello vincolato con dati dal 1970:1 al 1997:2

Valori iniziali	Parametro	Stima	Standard Error
0.5	$\alpha$	0.1537	0.0641
0.5	$A$	1.1744	0.4894
0.5	$\lambda$	0.5505	0.0810
1	$\sigma_\varepsilon$	0.2905	0.0202
1	$\sigma_\eta$	0.6530	0.0446
0	$\sigma_{\varepsilon\eta}$	0.0725	0.0200

Le stime sono ancora una volta molto simili a quelle trovate in precedenza. I valori degli standard error sono lievemente diversi, ma le variazioni non sono considerevoli.

In tabella 2.7 sono invece riportati i valori delle stime e degli standard error del modello non vincolato.

Tabella 2.8: Stime e standard error del modello non vincolato con dati dal 1970:1 al 1997:2

0.18	Parametro	Stima	Standard Error
0.91	$\gamma$	0.1895	0.0199
-0.25	$\phi^{\pi\pi}$	1.1445	0.0798
0.16	$\phi^{\pi u}$	-0.6763	0.2095
0.54	$\phi^{u\pi}$	0.2194	0.0776
0	$\phi^{uu}$	0.4275	0.1755
0	$\theta_1^{\pi\pi}$	-0.6162	0.1312
0	$\theta_1^{\pi u}$	0.2144	0.2484
0	$\theta_1^{u\pi}$	-0.1052	0.1065
0	$\theta_1^{uu}$	0.0996	0.1713
0	$\theta_2^{\pi\pi}$	-0.0877	0.1114
0	$\theta_2^{\pi u}$	0.5335	0.2192
0	$\theta_2^{u\pi}$	-0.1033	0.0849
0.31	$\theta_2^{uu}$	0.0787	0.1462
0.26	$\sigma_\pi$	0.3009	0.0207
-0.031	$\sigma_u$	0.2624	0.0180
0.18	$\sigma_{\pi u}$	-0.0166	0.0081

Anche per quanto riguarda l'analisi col sottocampione di dati i valori trovati non si discostano molto da quelli trovati nel capitolo 1. La massima log-verosimiglianza per il modello vincolato è pari a -122.4052, mentre  $L^u = -31.4893$ . La statistica LR= 181.8318.

Emerge di nuovo come il modello in realtà non spieghi adeguatamente i dati.

Verifico infine la stazionarietà e l'invertibilità del modello non vincolato.

Affinché il modello sia stazionario le radici di  $|I\lambda - \Phi| = 0$  devono essere in valore assoluto minori di 1.

Trovo quindi gli autovalori di  $\Phi$  per verificare la condizione di stazionarietà e controllo che siano in valore assoluto minore di 1:

$$\lambda_1 = 0.987$$

$$\lambda_2 = 0.200$$

In modulo i due autovalori sono minori di 1, il modello risulta quindi stazionario.

Per quanto l'invertibilità del modello, invece, si verifica che le radici di  $|I\lambda^2 + \Theta_1\lambda + \Theta_2| = 0$  siano in valore assoluto minori di 1, trovo quindi gli autovalori della matrice  $\Theta$  che sono:

$$\lambda_1 = 0.822$$

$$\lambda_2 = -0.347$$

$$\lambda_3 = 0.021 + 0.466i$$

$$\lambda_4 = 0.021 - 0.466i$$

Che presi in valore assoluto diventano:

$$|\lambda_1| = 0.822 < 1$$

$$|\lambda_2| = 0.347 < 1$$

$$|\lambda_3| = |\lambda_4| = 0.466 < 1$$

Il modello non vincolato, anche considerando il sottocampione dei dati, risulta stazionario e invertibile.

Confronto, infine, anche per quanto riguarda le analisi fatte con i dati dal 1970, le stime di  $\gamma$  dell'equazione  $\pi_t - \gamma U_t$  ottenute con Phillips Ouliaris, con il metodo di Johansen e quelle trovate nel modello vincolato e nel modello non vincolato.

Tabella 2.9: Stime di  $\gamma$  a confronto

Metodo di stima	1970:1-1997:2
Phillips Ouliaris	0.1712
Johansen	0.1867
Modello vincolato	0.1805
Modello non vincolato	0.1895

Anche in questo caso le stime sono simili a quelle trovate nel capitolo 1, inoltre, nonostante vengano considerati archi temporali diversi e metodi di stima diversi, la stima di  $\gamma$  sembra abbastanza simile nei vari casi osservati.



## CAPITOLO 3

### **Analisi recursive per le restrizioni di lungo periodo**

Per verificare se il modello Barro Gordon riesce a spiegare l'andamento del tasso di disoccupazione e del tasso d'inflazione e soprattutto la relazione esistente tra le due serie anche dopo il 1997, e per verificare se negli anni ci sono state variazioni importanti dei parametri considerati, ho fatto un'analisi recursive dei dati.

Ho preso in considerazione i dati dal primo trimestre del 1960 all'ultimo trimestre del 2012, e ho ripetuto i test varie volte, partendo da un sottocampione di dati che considerava il periodo 1960:1 – 1997:1, e aggiungendo di volta in volta un trimestre fino a considerare l'intero campione a disposizione.

Questo tipo di analisi permette di vedere se ci sono variazioni dovute all'inserimento di un dato valore nel campione e quindi capire in che periodo temporale avvengono i cambiamenti. Inizialmente avevo ipotizzato di effettuare un'analisi di tipo rolling, ovvero prendendo una finestra di 60 dati (nel nostro caso) e spostandosi di volta in volta aggiungendo un trimestre finale e togliendone uno iniziale. I risultati però non danno esiti significativi, quindi ho preferito utilizzare un'analisi di tipo recursive.

Uno dei punti di forza di questo tipo di approccio è che aumentando il numero di osservazioni considerate aumenta la precisione delle stime e dei test effettuati.

Per quanto riguarda le restrizioni di breve periodo, ho fatto il test di Phillips Perron per verificare la presenza di radice unitaria, e i test Johansen e Phillips Ouliaris per testare la cointegrazione tra le due serie considerate.

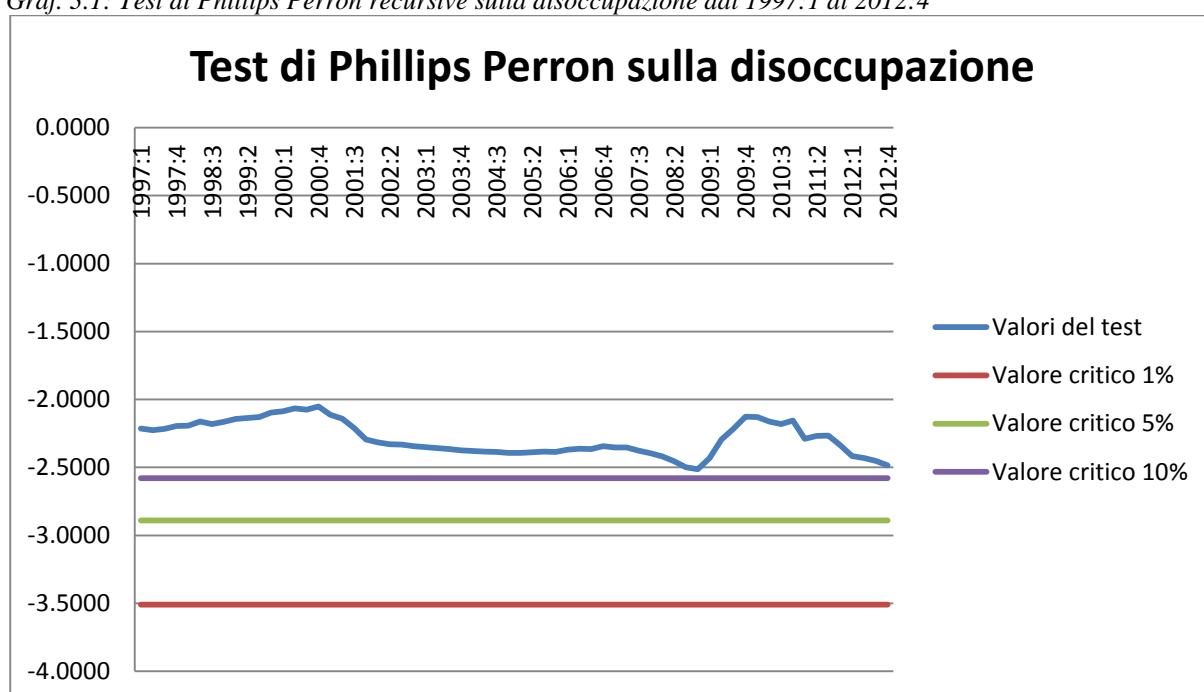
### 3.1 Test di radice unitaria

Innanzitutto ho verificato se la presenza di radice unitaria per entrambe le serie persisteva considerando un campione di dati più esteso.

Prendendo in considerazione in dati dal 1960 al primo trimestre del 1997, ho aggiunto di volta in volta un trimestre e replicato il test, al fine di avere un grafico che mi descrivesse l'andamento del test man mano che venivano aggiunti valori al campione.

I grafici che emergono possono rendere l'idea di come questi test cambiano nel tempo e soprattutto quando ci sono delle variazioni significative.

Graf. 3.1: Test di Phillips Perron recursive sulla disoccupazione dal 1997:1 al 2012:4



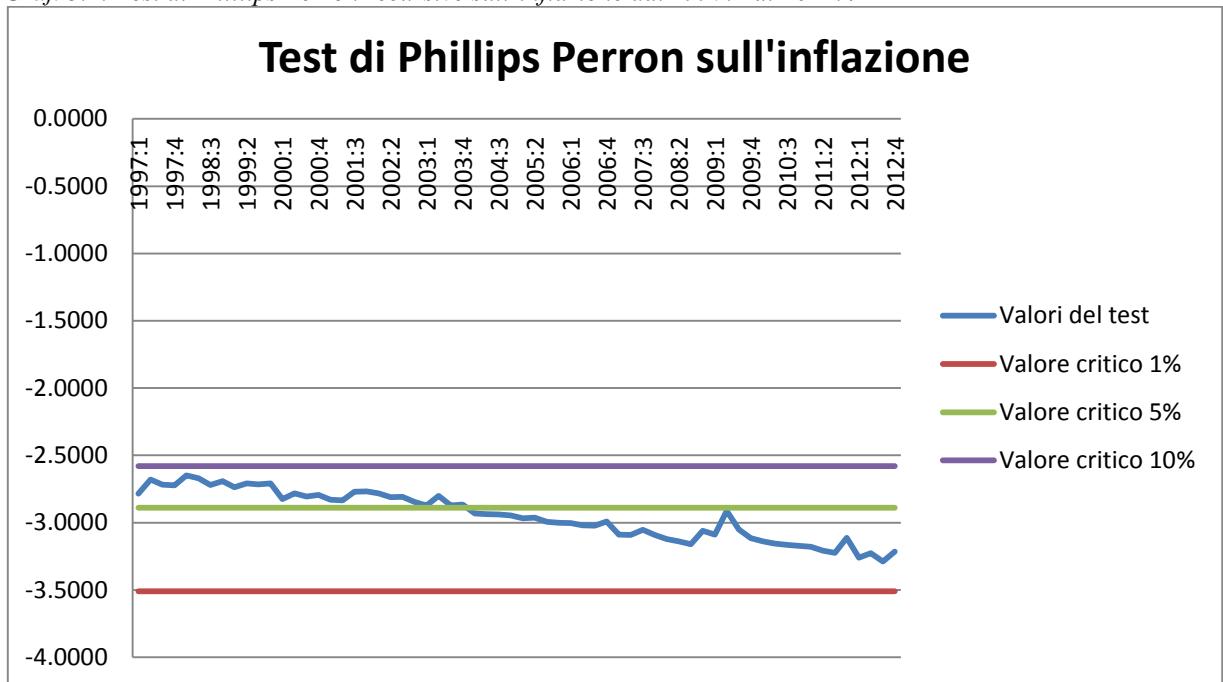
Dal grafico 3.1 si può notare come la presenza di radice unitaria, per quanto riguarda il tasso di disoccupazione, sia persistente nel tempo nonostante l'aggiunta di dati. L'ipotesi nulla di non stazionarietà viene accettata sempre con un valore critico del 10%.

Analizzando invece la presenza di radice unitaria nel tasso d'inflazione emergono risultati diversi.

Nel grafico 3.2, infatti si nota come l'ipotesi di non stazionarietà della serie venga accettata a livello di significatività del 5% fino alla fine del 2003, dopodiché l'ipotesi viene accettata solo all'1%. Visto quanto detto in precedenza, accetto lo stesso l'ipotesi nulla di presenza di radice unitaria nella serie e vedo se verrà confermata dalla presenza di cointegrazione tra le serie.

Tutti i valori dei test e i relativi valori critici sono riportati in Appendice A.

Graf. 3.2: Test di Phillips Perron recursive sull'inflazione dal 1997:1 al 2012:4



Concludendo, se per il tasso di disoccupazione la presenza di radice unitaria è chiara e persistente nel tempo, per quanto riguarda il tasso d'inflazione sembra essere debole e scemare con all'aumentare dell'arco temporale considerato nell'analisi. Quest'evidenza può essere giustificata da quanto trovato in letteratura, ovvero che per l'inflazione statunitense il test di Phillips Perron sembra rifiutare troppo spesso l'ipotesi di integrazione.

Provo a verificare quindi se esiste cointegrazione tra le due serie.

### 3.2 Test di cointegrazione

Per verificare come e se dopo il 1997 cambiano le interazioni tra le due serie implemento i due test di cointegrazione citati nel capitolo 1.

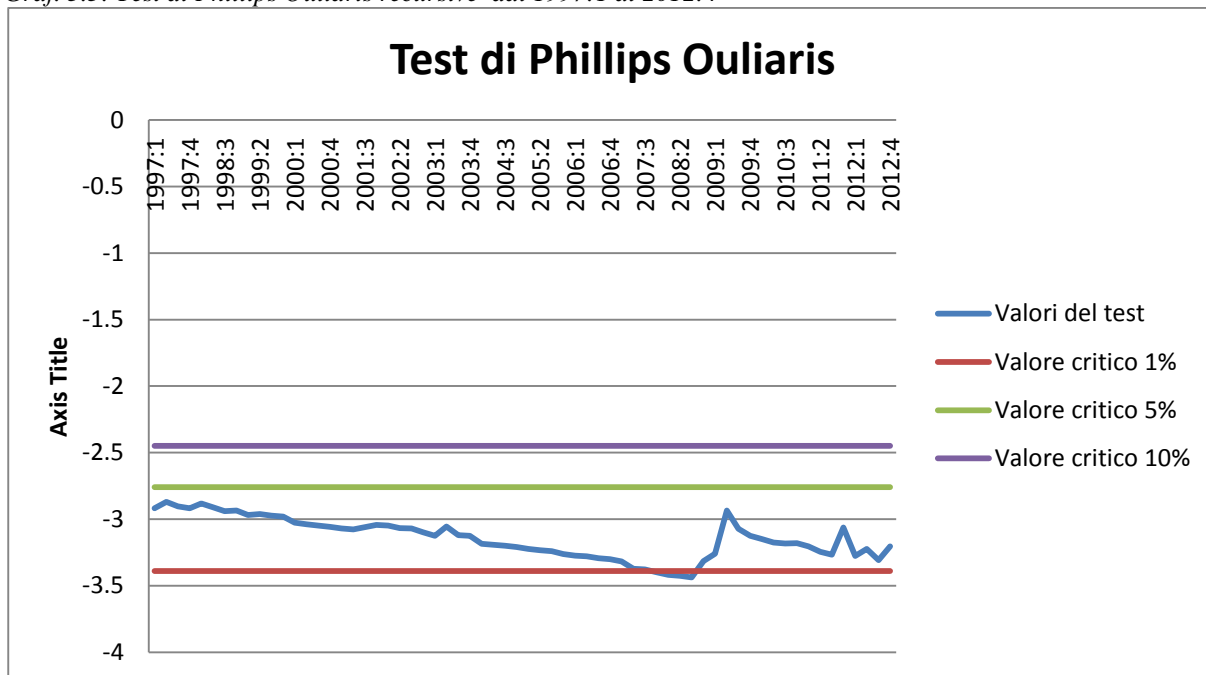
Il primo test è il test di Phillips Ouliaris. Ancora una volta ho replicato il test dal 1960 al 2012 aggiungendo a partire dal 1997 di volta in volta un trimestre, per vedere se nel tempo ci sono state variazioni importanti.

L'ipotesi nulla del test considerato è l'assenza di cointegrazione tra le due serie analizzate.

Come si nota nel grafico 3.3 l'ipotesi nulla viene accettata solo al livello di significatività dell'1% per tutti i sottocampioni considerati.

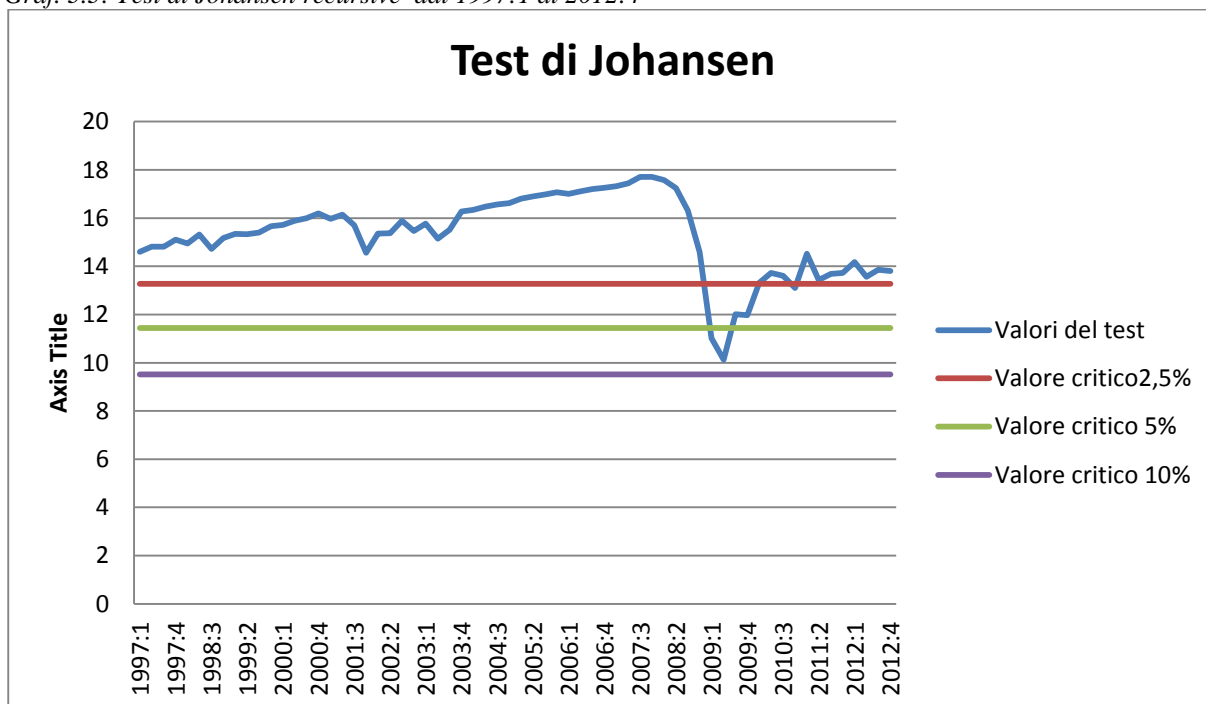
Si può quindi concludere che esiste cointegrazione tra i due tassi, di conseguenza si può confermare la presenza di radice unitaria nel tasso di inflazione anche se dal test di Phillips Perron precedentemente effettuato risulta debole.

Graf. 3.3: Test di Phillips Ouliaris recursive dal 1997:1 al 2012:4



Il test Phillips Ouliaris può, però, essere fuorviato dalla scelta della variabile dipendente, perciò, per confermare quanto trovato con un test che non richiede normalizzazione ho implementato il test Johansen. Per questo test, i risultati sono riportati nel grafico 3.3: l'ipotesi nulla di non cointegrazione viene sempre rifiutata, tranne nel 2009, dove viene accettata al 5% nel primo e secondo trimestre e al 10% nel terzo e quarto trimestre.

Graf. 3.3: Test di Johansen recursive dal 1997:1 al 2012:4



Considerando quanto trovato dai due test di cointegrazione e dal test di Phillips Perron possiamo quindi sostenere che i risultati dal 1997 ad oggi non cambiano, la presenza di radice unitaria in entrambe le serie viene confermata di trimestre in trimestre (anche se debolmente per quanto riguarda l'inflazione), e i due tassi sono tra loro cointegrati.

Nel 2008 la presenza di cointegrazione è debole, probabilmente esiste una relazione con la crisi economico-finanziaria in atto negli ultimi anni, ma nonostante tutto, dopo il picco di quell'anno, già dal 2009 si presenta una cointegrazione meno incerta.



## CAPITOLO 4

### **Analisi recursive per le restrizioni di breve periodo con break strutturali**

Il test di Phillips Perron, che finora ho utilizzato per verificare la presenza di radice unitaria, non è robusto in caso di break strutturali, King e Watson (1997) trovano un punto di rottura per entrambe le serie intorno agli anni Settanta, il test quindi non sembra essere molto valido ai fini della nostra analisi, visto che i risultati potrebbero essere fuorviati da punti di rottura nelle serie.

Anche i test per la cointegrazione non risultano essere robusti in caso di break strutturali.

Per questi motivi, e per avere risultati migliori, ho fatto l'analisi utilizzando anche test diversi. Per quanto riguarda la presenza di radice unitaria ha implementato il test di Zivot Andrews, che propone 3 tipi di modelli a seconda del tipo di break strutturale presente nella serie presa in considerazione. Questo tipo di test riesce, inoltre, a verificare in che punto della serie storica si è verificato il break.

Per testare la cointegrazione delle serie, invece, ho utilizzato un test di Johansen modificato (Lütkepohl, Saikkonen e Trenkler, 2004).

Anche questo test a differenza dei precedenti tiene in considerazione gli eventuali break strutturali e valuta la presenza di cointegrazione, inoltre è possibile trovare il punto di rottura delle serie.

## 4.1 Test di Zivot Andrews

Le serie storiche possono essere contaminate da break strutturali, questi break sono spesso dovuti ad un cambio di legislatura, una ridefinizione dei dati o ad altri cambiamenti che influiscono sull'economia di un paese.

Esistono diversi tipi di break strutturali, alcuni sono presenti in un determinato momento della serie e influenzano la serie per tutto l'arco temporale considerato dopo il break, e altri, invece, sono presenti per un periodo della serie.

Nel primo caso il break strutturale è modellato da una dummy che è pari ad 1 dopo il punto di rottura della serie, e pari a zero prima di esso. Se invece consideriamo il secondo caso, la dummy è sempre zero, tranne che nel punto di rottura, dove è pari ad 1 e il break è chiamato "pulse intervention".

Considerando il modello generatore dei dati:

$$y_t = \mu + \delta D_t + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (82)$$

Abbiamo che la variabile dummy è definita come:

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{se } t = \tau \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Dove  $\tau$  indica la data di rottura. Nonostante il break coinvolga solo un punto del dataset, è plausibile pensare che il cambiamento influisca su tutta la serie da quel momento in poi modificandone l'andamento.

L'equazione 82 può quindi essere riscritta come:

$$y_t = \mu + \delta S_t + y_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad (83)$$

Dove  $S_t$  indica tutto il periodo successivo al break:

$$S_t = \begin{cases} 1 & \text{se } t \geq \tau \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

In Perron (1989) vengono proposti tre modelli con break strutturali diversi. Nel modello A viene inserita una variazione nei livelli della serie, nel modello B, invece, dopo il break si ha una variazione della pendenza della serie, mentre il modello C presenta entrambe le trasformazioni.

$$\text{Modello A: } y_t = \mu + dD(T_\tau) + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (84a)$$

$$\text{Modello B: } y_t = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (84b)$$

$$\text{Modello C: } y_t = \mu_1 + dD(T_\tau) + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (84c)$$

Dove  $1 < T_\tau < T$  assegna il punto di rottura della serie a priori,  $D(T_\tau) = 1$  se  $t = T_\tau + 1$  e zero altrimenti, e  $DU_t = 1$  se  $t > T_\tau$  e zero altrimenti.

Inoltre si assume che il processo generatore degli errori possa essere rappresentato come  $\phi(L)\varepsilon_t = \theta(L)\xi_t$  con  $\xi$  i.i.d. dove  $\phi(L)$  e  $\theta(L)$  assegnano ritardi polinomiali.



Sotto l'ipotesi alternativa (di stazionarietà della serie) i tre modelli si presentano come:

$$\text{Modello A: } y_t = \mu_1 + \beta t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + \varepsilon_t \quad (85a)$$

$$\text{Modello B: } y_t = \mu_1 + \beta_1 t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + \varepsilon_t \quad (85b)$$

$$\text{Modello C: } y_t = \mu + \beta_1 t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + \varepsilon_t \quad (85c)$$

Dove  $DT_t^* = t - T_\tau$  per  $t > T_\tau$  e zero altrimenti.

Il test proposto per la verifica di presenza di radice unitaria nelle serie è un test ADF modificato, che per i tre modelli considerati è basato sulle seguenti regressioni.

$$y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\theta}^A DU_t + \hat{\beta}^A t + \hat{d}^A D(T_\tau)_t + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i^A y_{t-i} + \hat{\varepsilon}_t \quad (86a)$$

$$y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\beta}^B t + \hat{\gamma}^B DT_t^* + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i^B y_{t-i} + \hat{\varepsilon}_t \quad (86b)$$

$$y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\theta}^C DU_t + \hat{\beta}^C t + \hat{\gamma}^C DT_t^* + \hat{d}^C D(T_\tau)_t + \hat{\alpha}^C y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i^C y_{t-i} + \hat{\varepsilon}_t \quad (86c)$$

La statistica test è quindi una  $t$  di Student  $t_{\hat{\alpha}^i}(\lambda)$  per  $i = A, B, C$ , ed è dipendente dal rapporto tra la frazione temporale del break strutturale e l'intero arco temporale della serie considerata ( $\lambda = \frac{T_\tau}{T}$ ). I valori critici si trovano in Perron (1993 o 1989).

Zivot e Andrews (1992) hanno però osservato che impostare esogeneamente il punto di break della serie potrebbe fuorviare le analisi, perciò hanno modificato il test affinché il break strutturale fosse calcolato endogeneamente, scegliendo il punto che supporta in modo minore l'ipotesi nulla di random walk.

La statistica test è come in Perron (1989) una  $t$  di Student:

$$t_{\hat{\alpha}^i}[\hat{\lambda}_{inf}^i] = \inf_{\lambda \in \Delta} t_{\hat{\alpha}^i}(\lambda) \quad \text{per } i = A, B, C$$

Dove  $\Delta \in (1,0)$ . Le regressioni del test sono quindi, a seconda del modello considerato:

$$y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\theta}^A DU_t(\hat{\lambda}) + \hat{\beta}^A t + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i^A y_{t-i} + \hat{\varepsilon}_t \quad (87a)$$

$$y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\beta}^B t + \hat{\gamma}^B DT_t^*(\hat{\lambda}) + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i^B y_{t-i} + \hat{\varepsilon}_t \quad (87b)$$

$$y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\theta}^C DU_t(\hat{\lambda}) + \hat{\beta}^C t + \hat{\gamma}^C DT_t^*(\hat{\lambda}) + \hat{\alpha}^C y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i^C y_{t-i} + \hat{\varepsilon}_t \quad (87c)$$

Dove  $DU_t(\hat{\lambda})=1$  se  $t > T \hat{\lambda}$  e zero altrimenti, e  $DT_t^*(\hat{\lambda})=t - T \hat{\lambda}$  per  $t > T \hat{\lambda}$  e zero altrimenti.

I valori critici, visto la stima di  $\lambda$ , non sono più quelli riportati in Perron (1989), ma quelli pubblicati in Zivot Andrews (1992).

Nelle analisi che seguono ho preferito utilizzare questo test perché mi dà risultati robusti in caso di break strutturali, a differenza del test di Phillips Perron, e perché mi dà la possibilità di verificare il punto di break della serie.

Visto il tipo di analisi fatta, ho avuto modo di capire anche se analizzando campioni con dati sempre più recenti il punto di rottura si è spostato nel tempo, e quindi se nel periodo considerato sono subentrati nuovi cambiamenti nelle serie.

### 4.1.1 Test Zivot Andrews sulla disoccupazione

Prendendo in considerazione la serie storica del tasso di disoccupazione ho implementato questo nuovo test, rifacendo l'analisi dal 1960 al 1997 e aggiungendo poi di volta in volta un trimestre fino a considerare l'intero campione dei dati.

Il modello utilizzato per verificare la presenza di radice unitaria è il modello A, ho ipotizzato quindi che nella serie sia presente un cambio di pendenza, visto l'andamento della serie.

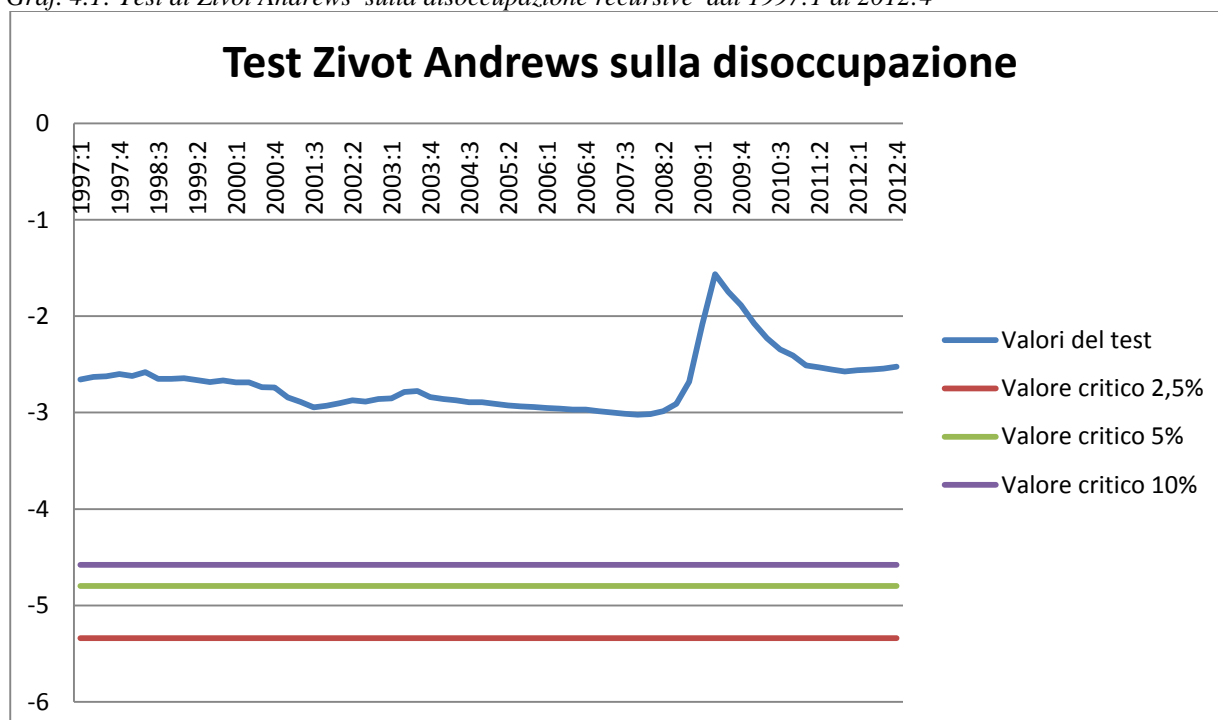
I risultati del test sono riportati nel grafico 4.1. Il test sembra accettare sempre l'ipotesi nulla di non stazionarietà della serie sia a livello di significatività del 5% che del 10%.

Per quanto riguarda il punto di break strutturale, considerando i primi periodi analizzati, il test riporta come plausibile trimestre di rottura, il primo trimestre del 1974, mentre aggiungendo i valori dal 2009 in poi, il break si sposta al primo trimestre del 2008.

Il fatto che inizialmente il punto di rottura della serie sia il 1974 va a confermare quanto trovato da King e Watson (1997), che trovano la presenza di un break strutturale intorno agli anni Settanta sia per quanto riguarda il tasso d'inflazione che per quanto riguarda quello di disoccupazione.

Considerando anche i valori più recenti della serie (dal 2009 al 2012) il break point si sposta al primo trimestre del 2008. Ciò lascia pensare che sia la crisi a condizionare questo cambiamento, si potrebbe quindi ipotizzare una variazione del trend di disoccupazione naturale, o altre variazioni in variabili che influiscono sul tasso di disoccupazione.

Graf. 4.1: Test di Zivot Andrews sulla disoccupazione recursive dal 1997:1 al 2012:4



### 4.1.2 Test Zivot Andrews sull'inflazione

Per quanto riguarda il tasso d'inflazione è stata fatta la stessa analisi. In questo caso ho considerato il break come una variazione nei livelli della serie.

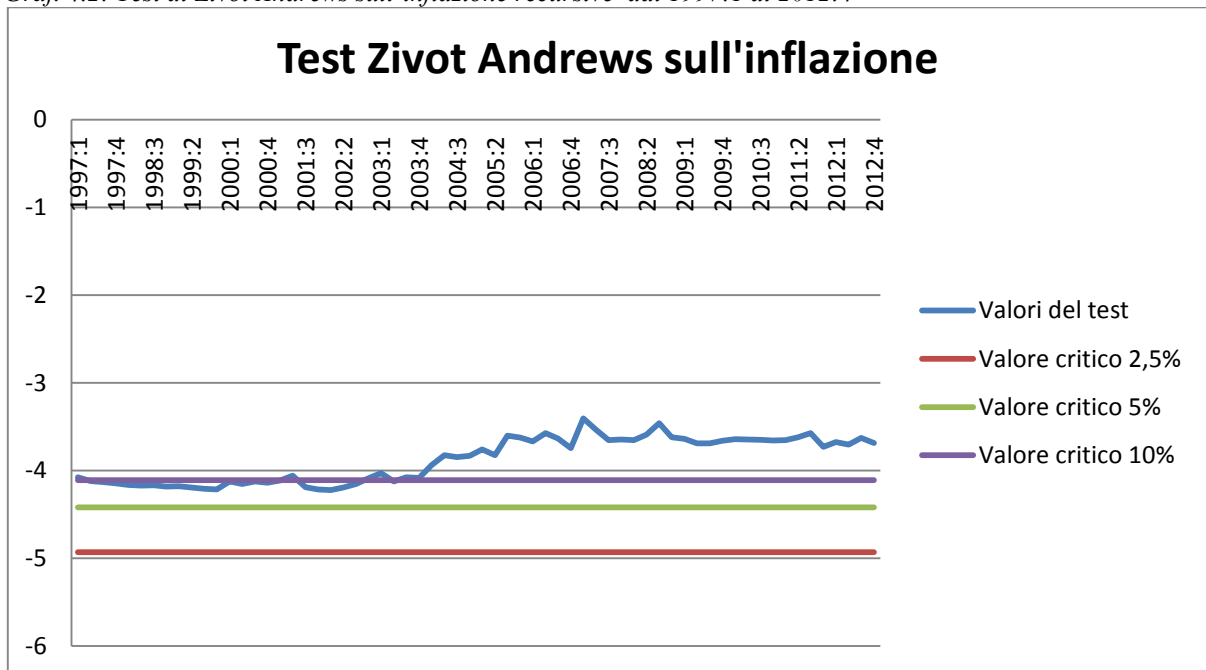
Il grafico 4.2 riassume quanto trovato con le varie repliche del test.

Se per il primo periodo si accetta l'ipotesi nulla solo con un livello di significatività del 5%, dopo gli anni 2000 l'ipotesi di non stazionarietà della serie storica viene accettata al 10%.

Il test individua il break strutturale intorno all'anno 1974: se considero le analisi con i dati fino alla fine del 2002, viene individuato come punto di rottura il terzo trimestre del 1974, per poi scendere al primo trimestre dello stesso anno quando prendo in considerazione anche i valori dal 2003, mentre dopo il 2006 si sposta al terzo trimestre del 1973.

Per quanto riguarda quindi la stima del break non ci sono grosse differenze ampliando il campione di dati, ma viene confermato ancora una volta quanto trovato da King e Watson (1997). Inoltre quest'analisi fa emergere come, prendendo in considerazione un dataset con valori antecedenti la crisi, il break strutturale coincida temporalmente per le due serie.

Graf. 4.2: Test di Zivot Andrews sull'inflazione recursive dal 1997:1 al 2012:4



Dalle analisi fatte emerge quindi che in entrambe le serie persiste la radice unitaria, anche con test robusti in caso di presenza di break strutturale. Inoltre, si nota che entrambe le serie presentano un break negli anni Settanta, in linea con quanto trovato in letteratura, e soprattutto utile nello spiegare la crescita negli anni Sessanta e Settanta e la successiva decrescita negli anni Ottanta delle serie. Per la disoccupazione infine, prendendo in considerazione dati dopo

il 2009, si trova un break strutturale nel primo trimestre del 2008. Questo punto di rottura può essere spiegato dalla crisi o da variazioni dei parametri che interessano la struttura del tasso. Nel capitolo 5, dove analizzeremo il modello e quindi le varie equazioni che lo compongono possiamo valutare se eventuali cambiamenti dei parametri possano in qualche modo specificare l'origine di questo break.

## 4.2 Test di cointegrazione

Anche per quanto riguarda il test di cointegrazione ho implementato una variante del test Johansen, in modo da ottenere risultati validi anche in presenza di break strutturali nelle serie. Lütkepohl, Saikkonen, e Trenkler (2004) propongono una procedura per stimare un VECM, nel quale c'è un break strutturale, che si manifesta come una variazione nei livelli delle serie. Dopo aver stimato il punto di rottura e modificato i dati al fine di poter supportare dei test, suggeriscono un test Johansen modificato che può essere applicato a questi nuovi dati per poter testare il grado di cointegrazione tra le serie considerate.

Supponiamo che il vettore  $(K \times 1)$   $y_t$  sia generato da una costante, un trend lineare e un termine che indica la variazione nei livelli della serie al tempo  $t$ .

$$y_t = \mu_0 + \mu_1 t + \delta d_{t\tau} + x_t \quad (88)$$

Dove  $d_{t\tau}=0$  se  $t < \tau$  ed è pari ad 1 se  $t \geq \tau$ . Il punto di rottura  $\tau$  è sconosciuto ed è espresso come una frazione fissa delle dimensioni:

$$\tau = [T\lambda] \text{ con } 0 < \underline{\lambda} \leq \lambda \leq \bar{\lambda} < 1 \quad (89)$$

Dove  $\underline{\lambda}$  e  $\bar{\lambda}$  sono numeri reali e con  $[.]$  viene definita la parte intera del numero sotteso dalle parentesi. L'equazione 89 serve per far sì che il break non sia né troppo vicino all'inizio della serie considerata, né troppo verso la fine.

Inoltre, si assume che il processo  $\{x_t\}$  possa essere rappresentato come un VAR(p) e che le componenti siano integrate almeno di ordine 1 e cointegrate con rango  $r$ .

La stima del break point è basata sulla regressione:

$$y_t = v_0 + v_1 t + \delta d_{t\tau} + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_{t\tau} \quad (90)$$

Per  $t = p+1, \dots, T$ , dove  $\varepsilon_t$  è il processo generatore degli errori  $K$  dimensionale. La stima per il break point  $\hat{\tau}$  è definita da:

$$\hat{\tau} = \arg \min_{\tau \in \zeta} \det(\sum_{t=p+1}^T \hat{\varepsilon}_{t\tau} \hat{\varepsilon}'_{t\tau}) \quad (91)$$

Dove  $\zeta = [T\underline{\lambda}, T\bar{\lambda}]$  e  $\hat{\varepsilon}_{t\tau}$  sono i residui dei minimi quadrati delle equazione 90. Il numero intero contenuto nell'intervallo  $\zeta = [T\underline{\lambda}, T\bar{\lambda}]$  determina il numero di regressioni contenenti la dummy relativa alla variazione nei livelli  $d_{t\tau}$ , e quante volte deve essere calcolato il

determinante della matrice dei momenti incrociati di  $\hat{\varepsilon}_{t\tau}$ . Il minimo tra i determinanti trovati indica qual è il punto più plausibile dove collocare il break point.

Dopo aver stimato il punto di rottura  $\hat{\tau}$ , vengono sistemati i dati in modo che:

$$\hat{x}_t = y_t - \hat{\mu}_0 - \hat{\mu}_1 t - \hat{\delta} d_{t\hat{\tau}} \quad (92)$$

La statistica test proposta quindi è:

$$LR(r) = T \sum_{j=r+1}^N \ln(12 + \hat{\lambda}_j) \quad (93)$$

Con i valori critici riportati in Trenkler (2003).

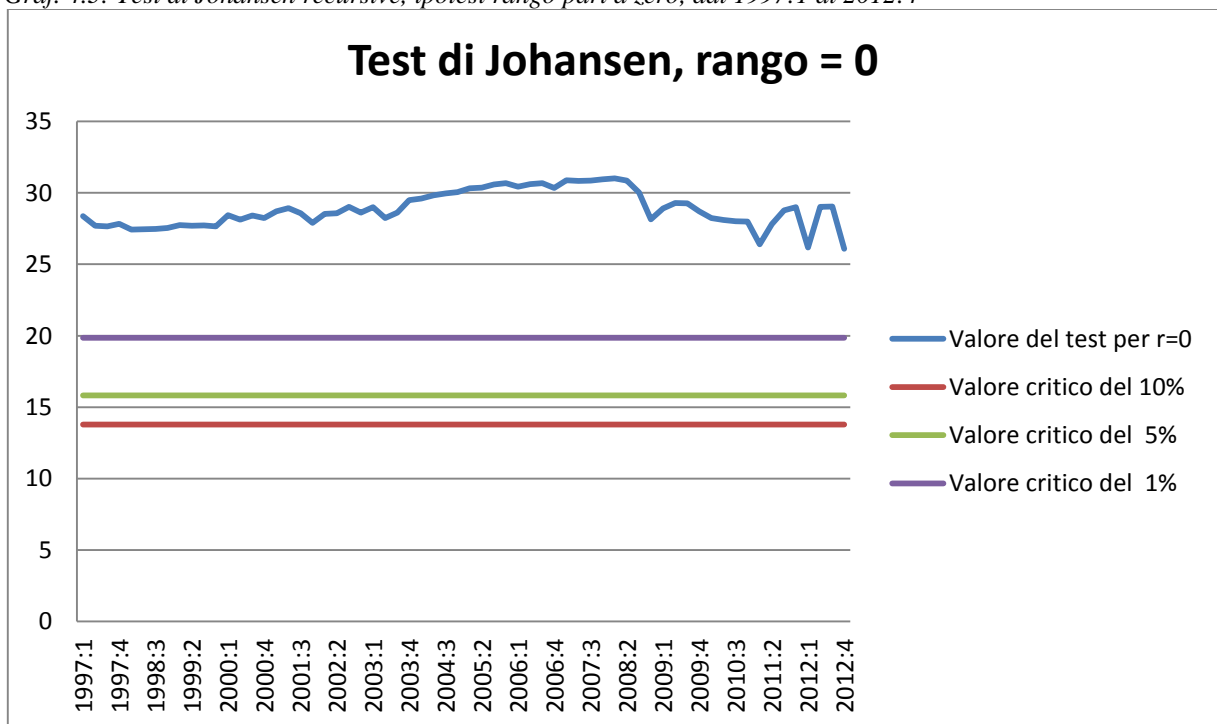
Ho analizzato dunque i dati implementando questo test, per verificare l'ipotesi di cointegrazione tra le serie e l'eventuale presenza di break strutturali.

La statistica traccia riportata dal test dà il valore per l'ipotesi che il rango sia uguale ad uno, e i relativi valori critici e il valore del test che valuta l'ipotesi di rango nullo con i valori critici di riferimento.

Il test, come nelle analisi precedenti, è stato implementato diverse volte, partendo dal 1960 e considerando i dati fino al primo trimestre del 1997, per poi aggiungere trimestre per trimestre ed ampliare il dataset fino al quarto trimestre del 2012.

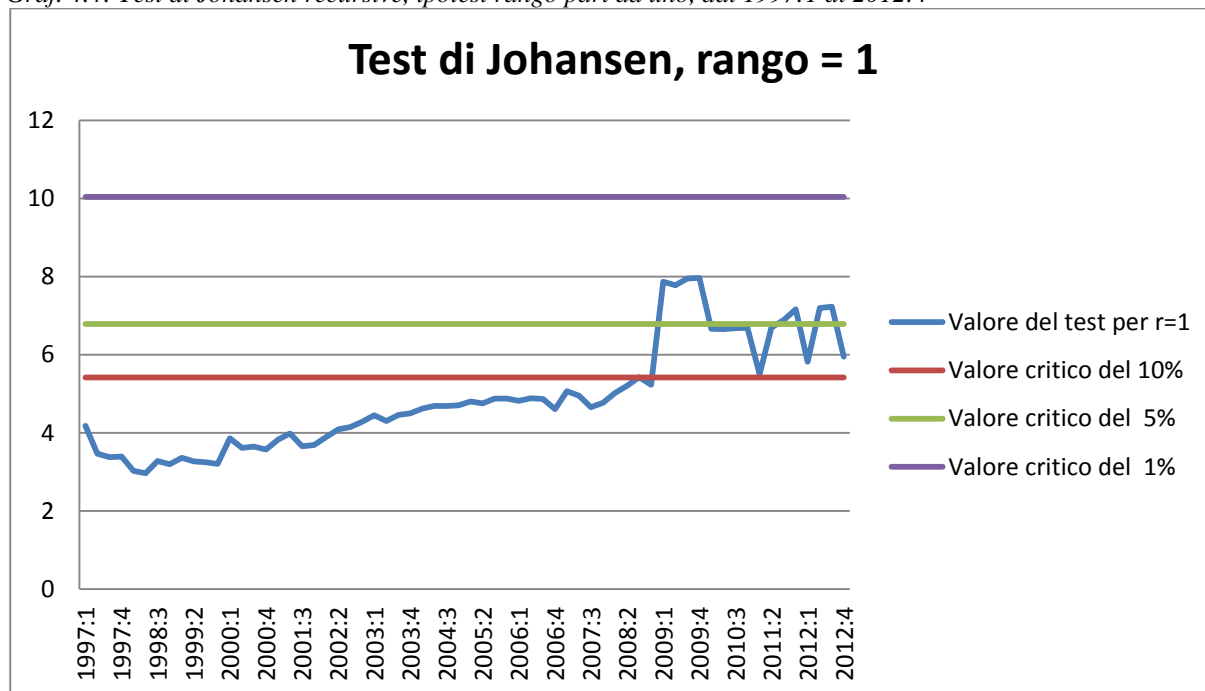
Nel grafico 4.3 sono riportati i valori del test per l'ipotesi di rango pari a zero e i relativi valori critici: ciò che emerge è che l'ipotesi di rango nullo viene sempre rifiutata a livello 10%. L'evidenza lascia quindi pensare che ci sia cointegrazione tra le serie.

Graf. 4.3: Test di Johansen recursive, ipotesi rango pari a zero, dal 1997:1 al 2012:4



Per poter verificare la presenza di cointegrazione ho fatto lo stesso grafico, ma per l'ipotesi di rango pari ad uno. I risultati sono riassunti nel grafico 4.4.

Graf. 4.4: Test di Johansen recursive, ipotesi rango pari ad uno, dal 1997:1 al 2012:4



L'ipotesi di cointegrazione (ovvero di rango pari ad uno) viene sempre accettata con un livello di significatività del 10% se si considerano gli anni precedenti al 2009. Dopo questa data, l'ipotesi viene accettata a livello di significatività del 5% e a tratti anche dell'1%, questo significa che negli ultimi anni le serie sono cointegrate, ma debolmente.

Il test conferma quanto trovato dai test precedenti. Le due serie risultano tra loro cointegrate, ma negli ultimi anni la cointegrazione sembra essere più debole rispetto ai primi anni dell'analisi.

A differenza del test Zivot Andrews, dove nel punto di break poteva esserci sia una variazione nei livelli della serie, sia una variazione della pendenza della serie che entrambe le variazioni, nel test Johansen modificato si suppone che nel punto di rottura la variazione sia nei livelli.

Fino al 2009 il test trova un punto di rottura al secondo trimestre del 1981, mentre aggiungendo i dati dopo il 2009 il punto si sposta verso il 2008.

Le due serie considerate insieme spostano il punto di break dagli anni Settanta agli anni Ottanta, anno in cui entrambe cominciano a decrescere a differenza di quanto fatto precedentemente, mentre ampliando il campione dei dati fino ai giorni nostri il punto di break è il 2008, anno cruciale per la crisi. È inoltre proprio da quest'anno che la cointegrazione tra le serie risulta essere debole, probabilmente la situazione economica-finanziaria che stiamo attraversando ha avuto ripercussioni anche sul rapporto esistente tra queste due variabili.

Concludendo, in entrambe le serie si trova la presenza di radice unitaria, sia considerando il test di Phillips Perron che il test Zivot Andrews. Inoltre in entrambi i tassi c'è la presenza di un break strutturale intorno al 1974, a conferma di quanto trovato in letteratura. Per quanto riguarda, però, il tasso di disoccupazione, ampliando il campione dei dati e considerando anche i valori dal 2009 il break si sposta al 2008, anno della crisi economico finanziaria.

Considerando, invece, il test di cointegrazione, l'ipotesi di non cointegrazione viene rifiutata sia con i test Phillips Ouliaris e Johansen, che con il test di Johansen modificato.

Anche in questo caso è stata fatta una stima del punto di break che si posiziona nel 1981 ma si sposta al 2008 considerando anche gli anni dopo il 2009. Ancora una volta, se inizialmente il punto di rottura era all'inizio degli anni Ottanta, quando entrambe le serie iniziano a decrescere, considerando anche i dati relativi all'ultimo periodo, si sposta al 2008, anno importante per la crisi.





# CAPITOLO 5

## Restrizioni di breve periodo e stima del modello

### 5.1 Restrizioni di breve periodo

Considerata la presenza di radice unitaria nelle serie, e vista la cointegrazione esistente tra i due tassi, sia con i test utilizzati nel capitolo 3, che con test robusti in caso di break strutturali, posso valutare se il modello ipotizzato da Barro Gordon riesce a spiegare le relazioni di breve periodo.

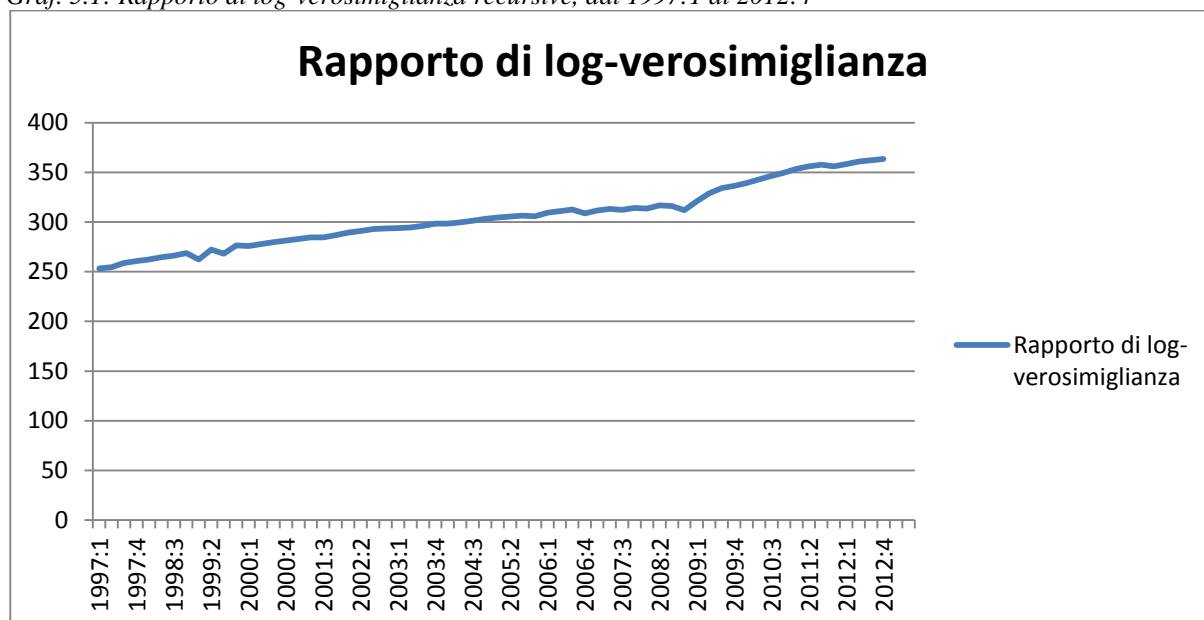
Innanzitutto ho fatto una stima del modello vincolato e del modello non vincolato, trovando i parametri, gli standard error e le stime di massima log-verosimiglianza. Dopodiché, per verificare se effettivamente i dati supportano il modello vincolato, ho calcolato il rapporto di massima log-verosimiglianza tra i due modelli. L'ipotesi nulla è che il modello (13), che incorpora tutti i vincoli proposti da Barro Gordon, sia supportato dai dati, l'alternativa è che un generico VARMA (2,1) sia migliore nello spiegare le serie.

I valori del test sono riportati nel grafico 5.1. In alcuni rari casi, la log-verosimiglianza era composta da una parte reale, dell'ordine di grandezza delle centinaia e una parte immaginaria, dell'ordine di  $10^{-3}$ , visto l'impossibilità di rappresentare nel grafico la parte immaginaria, e vista la minima influenza di quest'ultima nel valore finale, nei grafici è rappresentata solo la parte reale del numero.

I valori critici per un  $\chi^2$  con 10 gradi di libertà (il numero dei parametri del modello non vincolato, 10, meno quelli del modello vincolato, 6) sono 15.987 ad un livello di significatività del 10%, 18.307 al 5% e 23.209 al 10%.

I valori della statistica test superano il 250, quindi il modello vincolato viene ampiamente rigettato dai dati.

Graf. 5.1: Rapporto di log-verosimiglianza recursive, dal 1997:1 al 2012:4



La motivazione principale per cui le restrizioni di breve periodo vengono rigettate dai dati è l'estrema semplicità del modello utilizzato per l'analisi. Il modello elaborato da Barro e Gordon risulta essere troppo semplificato per poter cogliere tutte le dinamiche di breve periodo esistenti tra le serie.

Si può quindi affermare che, il modello di Barro Gordon riesce a cogliere le dinamiche di lungo periodo dei due tassi, e quindi il problema dell'inconsistenza temporale spiega l'iniziale crescita dei due tassi negli anni Sessanta e Settanta e la decrescita dopo gli anni Ottanta, ma per quanto riguarda invece le dinamiche di breve periodo, i dati non supportano il modello. Notevole invece è come il modello, nonostante la sua semplicità, riesca a dare stime ragionevoli, stabili e precise dei parametri.

## 5.2 Stime dei parametri

Nonostante il modello vincolato venga rigettato dai dati, viste le stime ragionevoli e precise, e visto che, i parametri del modello non vincolato non sono economicamente commentabili, per poter capire le variazioni economiche degli ultimi anni e vedere cosa è veramente cambiato ho analizzato i valori dei vari parametri del modello (13).

Per poter valutare come i parametri sono variati nel tempo ho fatto dei grafici con le stime dei parametri del modello vincolato e un intervallo di confidenza del 95%. Ciò è servito per

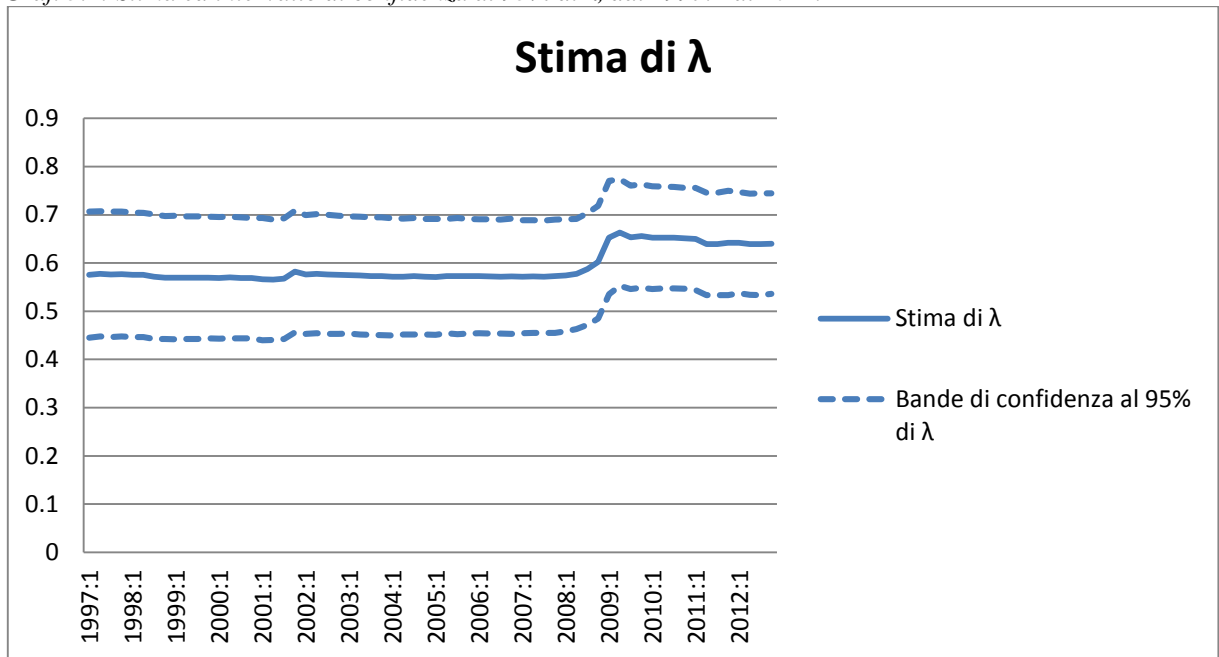
vedere se e come sono cambiati i parametri e quanto queste variazioni possono aver inciso sull'andamento delle serie dell'inflazione e della disoccupazione.

### 5.2.1 Il parametro $\lambda$

Il primo parametro analizzato è  $\lambda$ , il parametro autoregressivo del tasso naturale di disoccupazione:  $U_t^n - U_{t-1}^n = \lambda(U_{t-1}^n - U_{t-2}^n) + \varepsilon_t$ .

La stima di  $\lambda$  e l'intervallo di confidenza del 95% è riportata nel grafico 5.2.

Graf. 5.2: Stima ed intervallo di confidenza al 95% di  $\lambda$ , dal 1997:1 al 2012:4



Dal grafico si nota che il parametro è abbastanza stabile attorno al valore 0.57, ma nel 2009 fa un salto e si stabilizza intorno al 0.65. Questa variazione nei livelli del parametro autoregressivo del tasso naturale di disoccupazione può essere dovuta alla crisi, e soprattutto potrebbe essere la causa del break strutturale trovato nel tasso di disoccupazione.

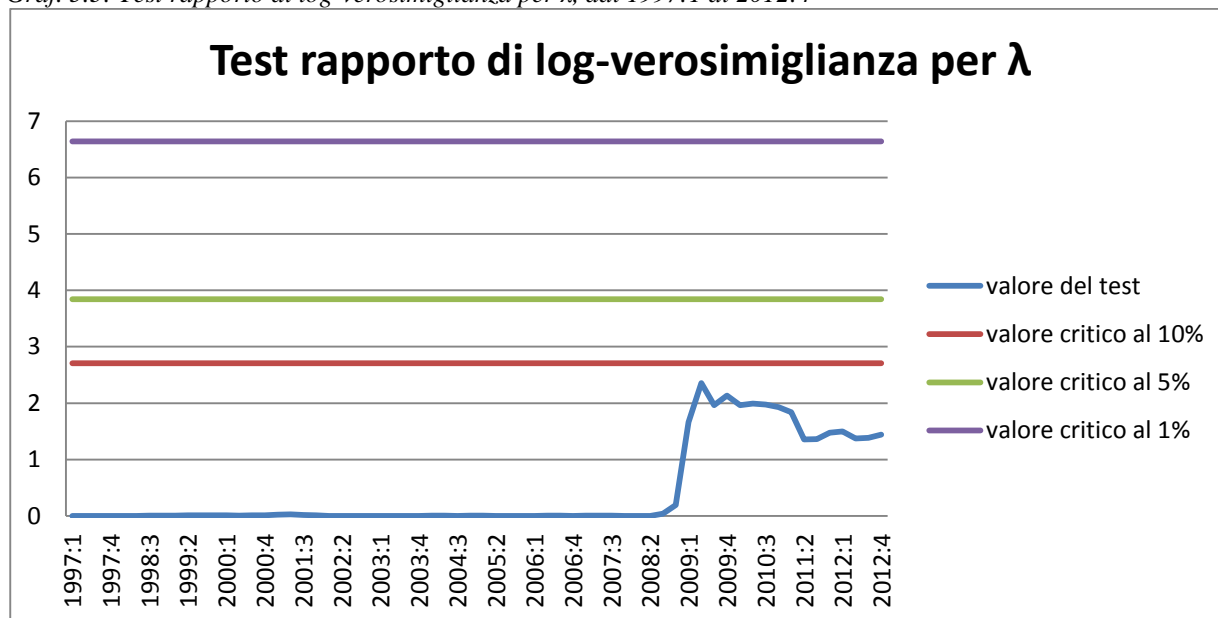
Per verificare se la variazione del parametro è significativa, ho costruito un modello vincolato dove il parametro  $\lambda$  è fisso al valore iniziale di 0.5758 e l'ho confrontato con il modello che racchiude le ipotesi di breve periodo di Barro Gordon (il 13), dove invece  $\lambda$  viene di volta in volta stimato.

Una volta trovate le stime di massima log-verosimiglianza, ho implementato il test rapporto di verosimiglianza, per verificare se l'ipotesi nulla che il modello vincolato spiega meglio i dati viene accettata. In tal caso posso affermare che la variazione del parametro non è significativa, visto che il modello che ha il parametro fisso al valore del 1960 viene comunque supportato dai dati. I valori critici del test sono quelli di un chi-quadro con un grado di libertà,

visto che la differenza tra il numero dei parametri stimati nel modello con  $\lambda$  fisso e quelli presenti nel modello non vincolato è pari ad 1.

Canova (2009) fa un'analisi simile per poter testare se effettivamente le variazioni dei parametri presi in analisi nel suo paper sono statisticamente significative.

Graf. 5.3: Test rapporto di log-verosimiglianza per  $\lambda$ , dal 1997:1 al 2012:4



Come si vede dal grafico 5.3 il test accetta l'ipotesi nulla, il modello vincolato con  $\lambda$  pari a 0.5758 spiega bene i dati, di conseguenza la variazione del parametro non è significativa.

I valori del test sono pari a zero (o quasi) fino all'ultimo trimestre del 2008, dove questo valore inizia a crescere. La crisi sembra quindi essere la sola causa dell'aumento nei livelli della stima del parametro, ma non al punto tale da portare ad una variazione statisticamente significativa.

Per quanto riguarda  $\lambda$  possiamo quindi affermare che nel corso del tempo il parametro è variato, aumentando il suo valore, ma la variazione non risulta statisticamente significativa: la crisi economico-finanziaria degli ultimi anni ha molto probabilmente causato questo discostamento del parametro, ma non incide significativamente.

Il break strutturale presente nel tasso di disoccupazione, quindi, può essere spiegato in parte dall'aumento di questo parametro relativo al tasso di disoccupazione naturale, ma la causa vera e propria va cercata altrove, vista la non significatività emersa dalle analisi.

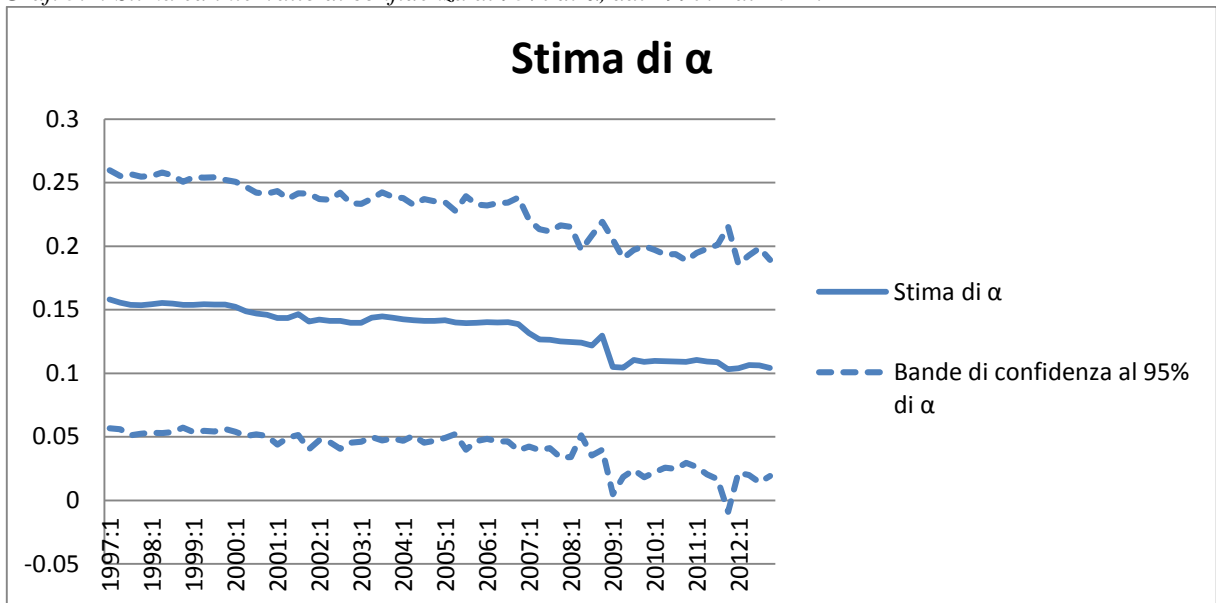
Probabilmente la crisi ha inciso sia sul tasso che su altri parametri che lo determinano, quindi il risultato finale di tutte queste variazioni ha portato ad un break nella serie storica.

## 5.2.2 Il parametro $\alpha$

Un altro parametro interessante ai fini di un'analisi economica è  $\alpha$ . Questo parametro si trova nella curva di Phillips:  $U_t = U_t^n - \alpha(\pi_t - \pi_t^e)$  e indica in che proporzione un aumento dell'inflazione effettiva rispetto a quella attesa fa diminuire il tasso naturale di disoccupazione portando quindi ad una disoccupazione generale minore.

Nel grafico 5.4 sono riportate la stime e le bande di confidenza del parametro considerato.

Graf. 5.4: Stima ed intervallo di confidenza al 95% di  $\alpha$ , dal 1997:1 al 2012:4



Si nota che il valore del parametro decresce nel tempo. Negli ultimi anni gli economisti affrontano gli effetti macroeconomici della globalizzazione, incentrati su due temi principale: il fatto che la globalizzazione contribuisca ad abbassare l'inflazione statunitense e che abbia influenzato la sensibilità dell'inflazione alle fluttuazioni dell'output.

Bernanke (2006) evidenzia come la dipendenza dei mercati dalle condizioni economiche estere abbia ridotto il potere di mercato dei venditori locali, il potere di determinazione dei prezzi dei produttori locali è di conseguenza diminuito, e quindi i bassi prezzi delle merci di importazione porterebbero ad una minor inflazione.

Sbordone (2007) si focalizza, nel suo paper, sugli effetti che un incremento nella competizione del mercato, generata da un aumento degli scambi, dovrebbe avere sulla sensibilità dell'inflazione ai costi marginali di produzione. La relazione tra inflazione e costi marginali è la chiave determinante della pendenza della curva d'offerta, che collega le dinamiche dell'inflazione al livello di attività economica. Questa relazione dipende principalmente dalla velocità con cui i prezzi cambiano, ma anche altre variazioni che

influiscono nell'impostazione dei prezzi. La globalizzazione è inserita tra le variabili che posso influenzare i prezzi: un incremento dell'apertura dell'economia incide dunque sulla sensibilità dell'inflazione alle variazioni dell'output.

L'autore assume un'elasticità di sostituzione tra i beni costante, in funzione dei relativi scambi delle aziende sul mercato. Ciò comporta che variazioni negli scambi tra le aziende generano cambiamenti anche nell'elasticità della domanda, e questo ha un impatto nell'elasticità dell'inflazione aggregata ai costi marginali reali e nella pendenza della curva di Phillips. Un incremento del numero di beni scambiabili porta a delle rigidità che conducono a cambiamenti nella curva di Phillips. Il segno della variazione della curva dipende da quanto velocemente aumenta l'elasticità di sostituzione tra i beni, normalmente più beni possono essere sostituiti tra loro più la pendenza della curva tende a diminuire.

Molti studi portano a considerare un appiattimento della curva, secondo gli economisti, questo porterebbe il tasso di disoccupazione ad essere più alto di quello naturale per ogni punto percentuale di riduzione del tasso di inflazione (sacrifice ratio), ma anche a generare un incremento dell'inflazione sempre più piccolo.

Williams (2006) fa un'analisi con un campione di dati con il punto di inizio mobile, dal 1980:1 al 1999:4 ma il punto finale fisso (2006:4) e trova maggiori evidenze di una curva appiattita e un maggiore "sacrifice ratio" nel campione che va dal 1999:4 rispetto all'intero campione dei dati.

Boivin e Giannoni (2006), stimano che il coefficiente del costo marginale nella curva di offerta diminuisce dallo 0.011 allo 0.008 dopo il 1984, mentre Smets e Wouters (2007) trovano che la stima dell'intervallo tra i cambiamenti dei prezzi è maggiore se si considera il periodo che va dal 1984 al 2004 rispetto al periodo 1966-1979, ciò implica che la pendenza della curva di Phillips nell'ultimo periodo è diminuita.

Borio e Filardo (2007) collegano l'appiattimento della curva di Phillips con la globalizzazione. Gli autori stimano la curva di Phillips per diversi paesi in due periodi, 1980-1992 e 1993-2005, trovando un declino della persistenza inflazionistica, un declino della pendenza della curva e quindi una diminuzione della sensibilità dell'inflazione a variazioni del prodotto interno. Per quanto riguarda l'analisi con dati statunitensi l'autore trova una diminuzione della stima del coefficiente dell'inflazione ritardata di un periodo da 0.92 a 0.82 (segno di una minore persistenza inflazionistica) e una diminuzione dell'elasticità dell'inflazione alle variazioni del prodotto interno dallo 0.13 allo 0.09. Gli autori spiegano come il declino della sensibilità dell'inflazione alle variazioni di prodotto interno sia dovuto al

fatto che la pressione di domanda globale è diventata nell'ultimo periodo la forza direttrice delle dinamiche inflazionistiche.

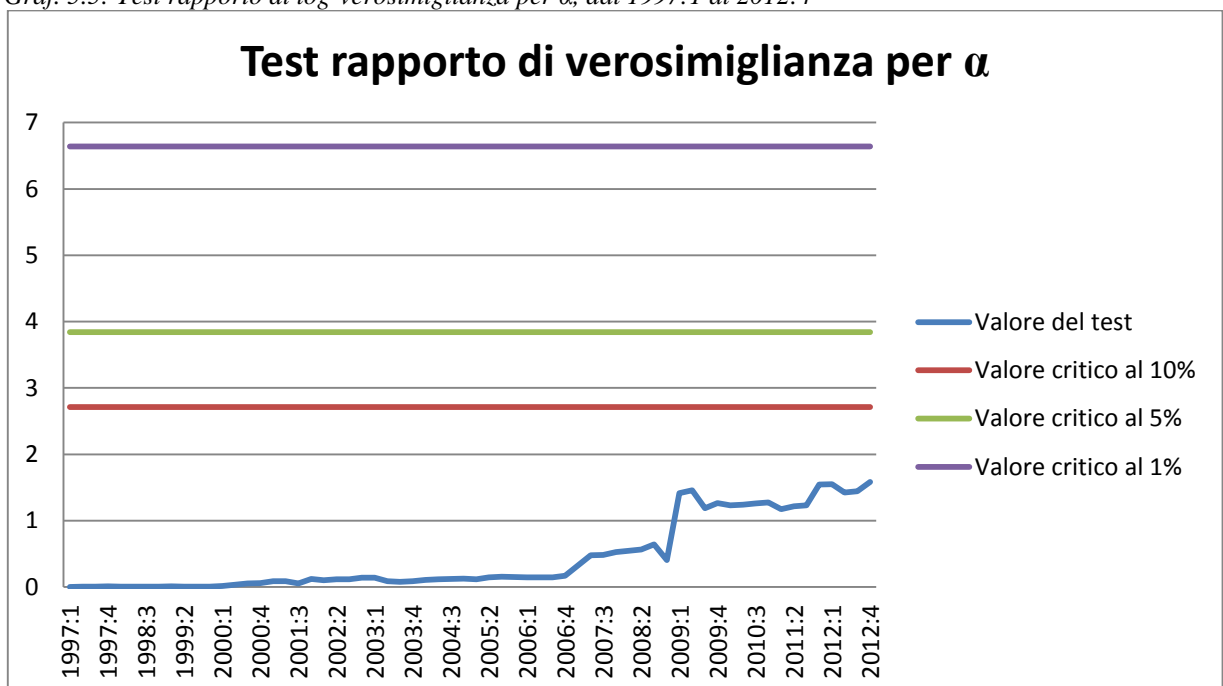
Ihrig et al. (2007) riscontrano un appiattimento della curva di Phillips già dagli anni Novanta; gli autori trovano che la stima degli effetti degli output gap esteri non è in genere significativa e quindi non risulta esserci evidenza che il trend decrescente dell'inflazione rispetto al prodotto interno sia dovuto alla globalizzazione, ma allo stesso tempo trovano un incremento della sensibilità dell'inflazione ai prezzi dei beni di importazione.

Uno studio del 2006 dell' "International Monetary Fund" trova un coefficiente negativo per quanto riguarda l'interazione tra l'output gap interno e l'apertura del paese a mercati esteri e interpreta il risultato come un'evidenza che l'incremento degli scambi commerciali con l'estero ha contribuito alla riduzione della pendenza della curva di Phillips. Lo studio comunque considera come campione un insieme di paesi dall'economia avanzata, ma non gli Stati Uniti presi singolarmente.

Visto quanto trovato nella letteratura posso considerare la diminuzione di  $\alpha$  un effetto dell'apertura dell'economia a mercati esteri, col tempo la curva risulta appiattirsi a causa dei nuovi mercati globalizzati.

Ancora una volta, per vedere se la variazione del coefficiente risulta significativa, ho implementato un test rapporto di log-verosimiglianza, confrontando il modello (13), con un modello uguale ma con  $\alpha$  vincolato e posto uguale a 0.1581, stima del parametro al primo trimestre del 1997.

Graf. 5.5: Test rapporto di log-verosimiglianza per  $\alpha$ , dal 1997:1 al 2012:4



Il grafico 5.5 riassume i risultati del test, di nuovo i valori critici sono quelli di un chi-quadro con un grado di libertà. Il valore del test è significativo, accetto l'ipotesi che anche il modello con  $\alpha$  vincolato spiega bene i dati, il valore risulta però essere in crescita, ciò lascia pensare che con lo scorrere del tempo il parametro possa cambiare significativamente rispetto alla sua stima iniziale. A differenza di quanto trovato per  $\lambda$ , in questo caso, si iniziano a vedere delle variazioni, anche se minime, già dagli anni 2000, e variazioni più importanti dopo il 2006, ciò confermerebbe quanto trovato in letteratura, ovvero che l'appiattimento della curva di Phillips è dovuto alla globalizzazione e non solo alla crisi economico-finanziaria.

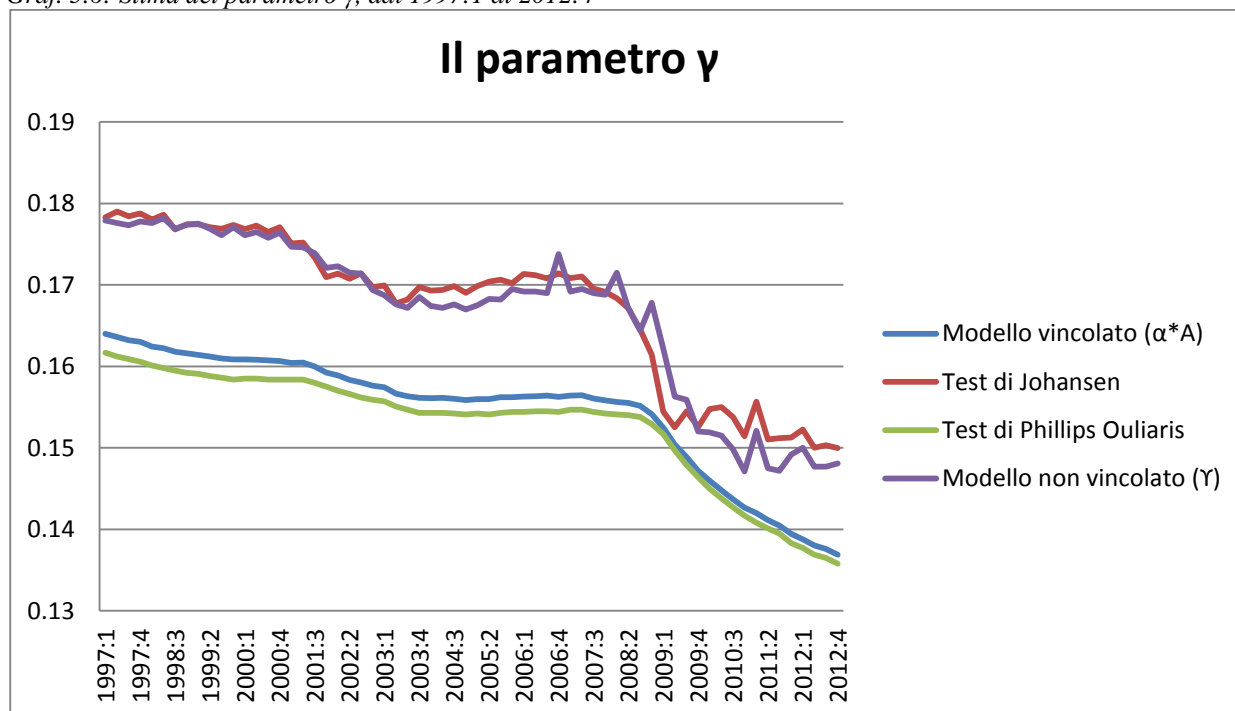
Per quanto riguarda gli altri parametri stimati dal modello (13), non ci sono grosse differenze nel tempo, e non sono parametri molto interessanti al fine di un'analisi economica, quindi non sono stati analizzati a fondo, nell'appendice A sono riportate comunque tutte le stime e gli standard error.

### 5.2.3 Il parametro $\gamma$

Infine un parametro di interesse ai fini dell'analisi è  $\gamma$  dell'equazione  $\pi_t - \gamma U_t$ , le stime di questo parametro sono ottenute con Phillips Ouliaris ( $\Upsilon$ ) o con il metodo di Johansen (calcolato dal vettore di cointegrazione) e si trovano inoltre nel modello vincolato ( $\alpha^*A$ ) e nel modello non vincolato ( $\gamma$ ).

Nel grafico 5.6 sono rappresentate le diverse stime nel corso degli anni.

Graf. 5.6: Stima del parametro  $\gamma$ , dal 1997:1 al 2012:4





Le stime del parametro sono molto simili tra loro nonostante i diversi modi con cui sono calcolate, e presentano un andamento analogo nel tempo.

In tutti i casi considerati la stima risulta stabile fino al 2009, ma aggiungendo dati anche dopo questo periodo il parametro tende a diminuire notevolmente. La relazione tra l'inflazione e il tasso di disoccupazione sembra scemare nel tempo, con un accentuamento nella discesa dovuto alla crisi verso la fine del 2008, inizio 2009.

Come detto precedentemente, sembra che l'apertura a nuovi mercati e la globalizzazione abbiano inciso notevolmente sulla pendenza della curva di Phillips e sulla relazione tra il tasso di disoccupazione e il tasso d'inflazione.

È plausibile quindi pensare che la diminuzione di questo parametro sia dovuta alla globalizzazione. Borio e Filardo (2007) trovano infatti che la sensibilità dell'inflazione a variazioni della produzione interna è diminuita proprio a causa dell'apertura ai mercati esteri.



## Conclusioni

Nel presente elaborato si è cercato di verificare se il modello di Barro Gordon riesce, nel tempo, a spiegare l'evoluzione dei tassi di inflazione e di disoccupazione negli Stati Uniti.

Nella parte iniziale si riporta quanto trovato in letteratura, e si replica l'analisi con dati attuali. Dopodiché si è fatta un'analisi recursive, partendo dal 1960 fino al primo trimestre del 1997, per poi, aggiungendo trimestre per trimestre, arrivare al campione intero dei dati, ovvero fino al quarto trimestre del 2012.

Il modello di Barro Gordon impone come restrizioni di lungo periodo la non stazionarietà delle serie e la cointegrazione tra esse. I test implementati per verificare la presenza di queste restrizioni sono il test Phillips Perron, il test Phillips Ouliaris e il test di Johansen.

Per quanto riguarda il tasso di disoccupazione, la presenza di radice unitaria viene confermata dal test in tutti i campioni considerati, mentre per l'inflazione risulta debole. Perron e Ng. (1996) dimostrano come l'ipotesi di non stazionarietà dell'inflazione statunitense venga troppo spesso rifiutata applicando il test di Phillips Perron a campioni finiti, ciò potrebbe giustificare questi risultati.

Le serie risultano cointegrate sia con il test di Phillips Ouliaris che con il metodo di Johansen e, visto che due serie possono essere tra loro cointegrate solo se, prese singolarmente, presentano una radice unitaria, viene confermata la non stazionarietà dell'inflazione.

I test considerati non sono però robusti in caso di break strutturali nelle serie. King e Watson (1997) trovano un punto di rottura per entrambi i tassi intorno agli anni Settanta, inoltre è plausibile pensare che la crisi economico finanziaria dei giorni nostri possa aver in qualche modo influenzato le serie.

Per verificare se le restrizioni di lungo periodo vengono confermate sono stati quindi implementati dei test robusti in caso di break strutturali.

Per quanto riguarda la presenza di radice unitaria è stato implementato il test di Zivot Andrews.

Il tasso di disoccupazione presenta sempre radice unitaria, l'ipotesi nulla viene sempre accettata al 10%. Il test ipotizza una variazione nella pendenza della serie. Considerando i primi periodi analizzati si riporta come plausibile trimestre di rottura il primo del 1974, in linea con quanto trovato in letteratura. Aggiungendo anche i dati dopo il 2009 il punto di break si sposta al primo trimestre del 2008, a conferma che la crisi ha influenzato l'andamento della serie.

Nell'inflazione il test accetta l'ipotesi nulla al 5% nelle prime analisi, mentre dal 2004 in poi l'ipotesi viene accettata al 10%. Viene stimata una variazione nei livelli e il punto di rottura risulta essere tra il 1974 e il 1973, ancora una volta si conferma quanto trovato in letteratura.

Anche per la cointegrazione viene implementato un nuovo test, che tiene conto di eventuali break strutturali: il test di Johansen modificato. La statistica traccia del test dà sia i valori per l'ipotesi di rango pari ad uno, e quindi di cointegrazione, che quelli per l'ipotesi di rango pari a zero.

L'ipotesi di cointegrazione viene sempre accettata ad un livello di significatività del 10%, fino al campione che considera come trimestre finale il primo del 2008, mentre aggiungendo dati oltre questa data l'ipotesi viene accettata ma solo al 5%. Sembra infatti esserci una cointegrazione deboli tra le serie dopo l'anno della crisi.

Il break point si posiziona all'inizio degli anni Ottanta, periodo in cui, dopo l'iniziale crescita i due tassi cominciano a diminuire, considerando però i dati anche dopo il 2009 il punto di rottura si sposta al 2008, ancora una volta sembra che la crisi abbia influenzato le due serie.

Dopo aver confermato che le serie sono non stazionarie e cointegrate anche considerando periodo temporali diversi, si testano le restrizioni di breve periodo.

Tutte le dinamiche che intercorrono nel breve periodo tra inflazione e disoccupazione vengono riassunte in un ARMA vincolato. Per provare che questi vincoli siano supportati dai dati si è implementato un test rapporto di log-verosimiglianza tra il modello vincolato e un generico ARMA(2,1) per verificare quale dei due spiega meglio le serie storiche.

Il test accetta sempre l'ipotesi che i dati supportino il modello non vincolato meglio del modello ideato da Barro Gordon. Il modello vincolato risulta troppo semplificato per cogliere tutte le iterazioni nel breve periodo tra le due serie considerate, perché possa riuscirci andrebbe modificato e ampliato.

Ciò che però si può notare dalle analisi è che le stime dei parametri del modello vincolato sono precise e coerenti con quanto ci si aspetta vista la letteratura presente. Per questi motivi,

e anche perché le stime dei parametri del modello non vincolato non sono commentabili, visto che è un generico ARMA(2,1) e i parametri non hanno alcun significato economico, è stata fatta un'analisi dei tre parametri più significativi nel modello.

Il primo parametro considerato è  $\lambda$ , presente nell'equazione di autoregressione di  $\Delta U_t$ . Aggiungendo i dati dal 2009 in poi la serie presenta una variazione nei livelli. Ciò potrebbe determinare il break presente nel tasso di disoccupazione.

Per verificare se questo cambiamento della stima è significativo, si è calcolato un test rapporto di log-verosimiglianza dove si confronta un modello con il parametro vincolato al valore assunto nel primo campione considerato con un modello dove invece  $\lambda$  viene di volta in volta stimato. Un test simile si trova in Canova (2009). Dall'analisi però il parametro non riporta variazioni significative. Il tasso di disoccupazione naturale non è quindi cambiato significativamente, probabilmente il discostamento del parametro è dovuto alla particolare situazione economica-finanziaria di questi anni.

Un altro parametro di particolare interesse è  $\alpha$ , che è presente nella curva di Phillips e indica in che proporzione un aumento dell'inflazione effettiva rispetto a quella attesa fa diminuire il tasso naturale di disoccupazione portando quindi ad una disoccupazione generale minore.

Nel tempo la stima di  $\alpha$  sembra diminuire. Di nuovo si è testata la significatività della variazione, ma ancora una volta nel tempo non emergono significativi discostamenti del parametro da quello stimato considerando il campione iniziale di dati.

Molti economisti hanno affrontato l'argomento della diminuzione della pendenza della curva di Phillips: sembra che l'apertura a mercati esteri e quindi la globalizzazione porti ad un declino della persistenza inflazionistica e un declino della pendenza della curva, ciò può quindi spiegare la lenta diminuzione del valore del parametro.

L'ultimo parametro di interesse analizzato è il parametro  $\gamma$  dell'equazione  $\pi_t - \gamma U_t$ , il cui valore è stato stimato sia nei test Johansen e Phillips Ouliaris che nel modello vincolato e in quello non vincolato.

Le stime sono molto simili tra loro, nonostante i diversi metodi utilizzati. In tutti e quattro i casi il parametro è stabile se si considerano i dati fino al 2009, dopodiché sembra esserci una variazione nei livelli e una diminuzione del valore. Ancora una volta sembra che la crisi abbia portato a queste variazioni nel tempo, probabilmente perché la globalizzazione e l'apertura ai mercati esteri ha portato ad una diminuzione della sensibilità dell'inflazione a variazioni del prodotto interno.

Concludendo, dall'analisi recursive, emerge che le restrizioni di lungo periodo vengono confermate: le serie presentano una radice unitaria e sono tra loro cointegrate. Per quanto

riguarda, invece, le restrizioni di breve periodo, i dati non supportano il modello di Barro-Gordon. Ciò non è sorprendente, dopotutto: tale modello è stato scritto al fine di interpretare la relazione di lungo periodo tra inflazione e disoccupazione, e non necessariamente le dinamiche di breve periodo. È invece sorprendente verificare come, a distanza di trent'anni dalla sua pubblicazione, il "semplice" e, al tempo stesso, "s sofisticato" modello proposto da Barro e Gordon sia ancora in grado di implicare una relazione di cointegrazione tra quantità e prezzi come quella da me supportata nella mia verifica con dati americani. Interpreto questo risultato come a supporto di un modello che tanto ci ha insegnato e tanto ancora promette di insegnarci negli anni a venire.

## **Bibliografia:**

Andrews, D.W.K., 1991. "Heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimation." *Econometrica* 59, pp. 817-858.

Barro, R.J., Gordon, D.B., 1983. "A positive theory of monetary policy in a natural rate model." *Journal of Political Economy* 91, pp. 589-610.

Bernanke, B., 2006. "Globalization and Monetary Policy. Speech at the Fourth Economic Summit", *Stanford Institute for Economic Policy Research*, Stanford.

Canova F., 2009. "What Explains the Great Moderation in the US? A Structural Analysis", *Journal of the European Economic Association*, 7(4), pp. 697-721

Gordon, R.J., 1997. "The time-varying NAIRU and its implications for economic policy". *Journal of Economic Perspectives* 11, pp. 11-32.

Hamilton, J.D., 1994. "Time Series Analysis". Princeton University Press, Princeton.

Ihrig, J., Kamin, S.B., Lindner, D., Marquez, J., 2007. "Some Simple Tests of the Globalization and Inflation Hypothesis". *Board of Governors International Finance*. Discussion Paper n. 893.

International Monetary Fund. 2006. "How Has Globalization Affected Inflation?", *World Economic Outlook*, Chapter III.

Ireland P. N., 1999. "Does the time-consistency problem explain the behavior of inflation in the United States?", *Journal of Monetary Economics* 44, pp. 279-291.

Johansen, S., 1988. "Statistical analysis of cointegration vectors". *Journal of Economic Dynamics and Control* 12, pp. 231-254.

King, R.G., Watson, M.W., 1994. "The post-war U.S. Phillips curve: A revisionist econometric history". *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 41, pp. 157-219.

Lütkepohl, Helmut. 2005. "New Introduction to Multiple Time Series Analysis", Springer.

Lütkepohl, H., Saikkonen, P. and Trenkler, C. 2004, "Testing for the Cointegrating Rank of a VAR Process with Level Shift at Unknown Time", *Econometrica*, Vol. 72, No. 2, pp. 647–662.

Newey, W.K., West, K.D., 1987. "A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix". *Econometrica* 55, 703-708.

Perron, P., Ng, S., 1996. "Useful modifications to some unit root tests with dependent errors and their local asymptotic properties". *Review of Economic Studies* 63, pp. 435-463.

Phillips, P.C.B., Ouliaris, S., 1990. "Asymptotic properties of residual based tests for cointegration". *Econometrica* 58, pp. 165-193.

Phillips, P.C.B., Perron, P., 1988. "Testing for a unit root in time series regression". *Biometrika* 75, pp. 335-346.

Pfaff, Bernhard. 2008. "Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R". Springer.

Sbordone A. M., 2007. "Globalization and inflation dynamics: the impact of increased competition", *National Bureau of Economic Research*, Working paper 13556.

Staiger, D., Stock, J.H., Watson, M.W., 1997. "How precise are estimates of the natural rate of unemployment?" In: Romer, C.D., Romer, D.H. (Eds.), "Reducing Inflation: Motivation and Strategy". *University of Chicago Press*, Chicago, pp. 195-242.

Taylor, J.B., 1997. Comment. In: Romer, C.D., Romer, D.H. (Eds.), "Reducing Inflation: Motivation and Strategy". *University of Chicago Press*, Chicago, pp. 276-280.

Zivot, E. e Andrews, D.W.K., 1992. "Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis", *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(3), pp. 251–270.



# Appendice:

## Appendice A

### Test di Phillips Perron per la disoccupazione:

Trimestre	Valore del test	1%	5%	10%
1997:1	-2,2147	-3,51	-2,89	-2,58
1997:2	-2,2260	-3,51	-2,89	-2,58
1997:3	-2,216	-3,51	-2,89	-2,58
1997:4	-2,1955	-3,51	-2,89	-2,58
1998:1	-2,1927	-3,51	-2,89	-2,58
1998:2	-2,1613	-3,51	-2,89	-2,58
1998:3	-2,1806	-3,51	-2,89	-2,58
1998:4	-2,1656	-3,51	-2,89	-2,58
1999:1	-2,1434	-3,51	-2,89	-2,58
1999:2	-2,1362	-3,51	-2,89	-2,58
1999:3	-2,1287	-3,51	-2,89	-2,58
1999:4	-2,0967	-3,51	-2,89	-2,58
2000:1	-2,0874	-3,51	-2,89	-2,58
2000:2	-2,0648	-3,51	-2,89	-2,58
2000:3	-2,074	-3,51	-2,89	-2,58
2000:4	-2,0509	-3,51	-2,89	-2,58
2001:1	-2,1118	-3,51	-2,89	-2,58
2001:2	-2,1403	-3,51	-2,89	-2,58
2001:3	-2,2094	-3,51	-2,89	-2,58
2001:4	-2,2932	-3,51	-2,89	-2,58
2002:1	-2,3157	-3,51	-2,89	-2,58
2002:2	-2,3302	-3,51	-2,89	-2,58
2002:3	-2,3322	-3,51	-2,89	-2,58
2002:4	-2,3434	-3,51	-2,89	-2,58
2003:1	-2,3501	-3,51	-2,89	-2,58
2003:2	-2,3582	-3,51	-2,89	-2,58
2003:3	-2,365	-3,51	-2,89	-2,58
2003:4	-2,3729	-3,51	-2,89	-2,58
2004:1	-2,3785	-3,51	-2,89	-2,58
2004:2	-2,3836	-3,51	-2,89	-2,58
2004:3	-2,386	-3,51	-2,89	-2,58
2004:4	-2,3921	-3,51	-2,89	-2,58
2005:1	-2,3927	-3,51	-2,89	-2,58
2005:2	-2,3872	-3,51	-2,89	-2,58
2005:3	-2,3826	-3,51	-2,89	-2,58
2005:4	-2,3868	-3,51	-2,89	-2,58
2006:1	-2,37	-3,51	-2,89	-2,58
2006:2	-2,3625	-3,51	-2,89	-2,58
2006:3	-2,3647	-3,51	-2,89	-2,58

2006:4	-2,3425	-3,51	-2,89	-2,58
2007:1	-2,352	-3,51	-2,89	-2,58
2007:2	-2,3532	-3,51	-2,89	-2,58
2007:3	-2,3762	-3,51	-2,89	-2,58
2007:4	-2,3947	-3,51	-2,89	-2,58
2008:1	-2,4199	-3,51	-2,89	-2,58
2008:2	-2,4551	-3,51	-2,89	-2,58
2008:3	-2,5	-3,51	-2,89	-2,58
2008:4	-2,5124	-3,51	-2,89	-2,58
2009:1	-2,4308	-3,51	-2,89	-2,58
2009:2	-2,2929	-3,51	-2,89	-2,58
2009:3	-2,2157	-3,51	-2,89	-2,58
2009:4	-2,1273	-3,51	-2,89	-2,58
2010:1	-2,1281	-3,51	-2,89	-2,58
2010:2	-2,162	-3,51	-2,89	-2,58
2010:3	-2,1817	-3,51	-2,89	-2,58
2010:4	-2,1546	-3,51	-2,89	-2,58
2011:1	-2,2893	-3,51	-2,89	-2,58
2011:2	-2,2692	-3,51	-2,89	-2,58
2011:3	-2,2669	-3,51	-2,89	-2,58
2011:4	-2,3365	-3,51	-2,89	-2,58
2012:1	-2,4156	-3,51	-2,89	-2,58
2012:2	-2,4315	-3,51	-2,89	-2,58
2012:3	-2,4529	-3,51	-2,89	-2,58
2012:4	-2,4846	-3,51	-2,89	-2,58

### Test di Phillips Perron per l'inflazione

Trimestre	Valore del test	1%	5%	10%
1997:1	-2,7842	-3,51	-2,89	-2,58
1997:2	-2,6799	-3,51	-2,89	-2,58
1997:3	-2,7189	-3,51	-2,89	-2,58
1997:4	-2,7228	-3,51	-2,89	-2,58
1998:1	-2,6477	-3,51	-2,89	-2,58
1998:2	-2,6706	-3,51	-2,89	-2,58
1998:3	-2,7203	-3,51	-2,89	-2,58
1998:4	-2,6908	-3,51	-2,89	-2,58
1999:1	-2,7364	-3,51	-2,89	-2,58
1999:2	-2,708	-3,51	-2,89	-2,58
1999:3	-2,7142	-3,51	-2,89	-2,58
1999:4	-2,7074	-3,51	-2,89	-2,58
2000:1	-2,8249	-3,51	-2,89	-2,58
2000:2	-2,7812	-3,51	-2,89	-2,58
2000:3	-2,8054	-3,51	-2,89	-2,58
2000:4	-2,7939	-3,51	-2,89	-2,58
2001:1	-2,8292	-3,51	-2,89	-2,58
2001:2	-2,8352	-3,51	-2,89	-2,58
2001:3	-2,7699	-3,51	-2,89	-2,58
2001:4	-2,7687	-3,51	-2,89	-2,58
2002:1	-2,7824	-3,51	-2,89	-2,58
2002:2	-2,8105	-3,51	-2,89	-2,58
2002:3	-2,808	-3,51	-2,89	-2,58
2002:4	-2,8454	-3,51	-2,89	-2,58
2003:1	-2,8735	-3,51	-2,89	-2,58
2003:2	-2,8011	-3,51	-2,89	-2,58
2003:3	-2,8725	-3,51	-2,89	-2,58
2003:4	-2,8652	-3,51	-2,89	-2,58
2004:1	-2,931	-3,51	-2,89	-2,58
2004:2	-2,937	-3,51	-2,89	-2,58
2004:3	-2,9378	-3,51	-2,89	-2,58
2004:4	-2,9472	-3,51	-2,89	-2,58
2005:1	-2,9681	-3,51	-2,89	-2,58
2005:2	-2,962	-3,51	-2,89	-2,58
2005:3	-2,9932	-3,51	-2,89	-2,58
2005:4	-2,9999	-3,51	-2,89	-2,58
2006:1	-3,0039	-3,51	-2,89	-2,58
2006:2	-3,0209	-3,51	-2,89	-2,58
2006:3	-3,0218	-3,51	-2,89	-2,58
2006:4	-2,9915	-3,51	-2,89	-2,58
2007:1	-3,0887	-3,51	-2,89	-2,58
2007:2	-3,0913	-3,51	-2,89	-2,58
2007:3	-3,0543	-3,51	-2,89	-2,58

2007:4	-3,0919	-3,51	-2,89	-2,58
2008:1	-3,1215	-3,51	-2,89	-2,58
2008:2	-3,1383	-3,51	-2,89	-2,58
2008:3	-3,1611	-3,51	-2,89	-2,58
2008:4	-3,0597	-3,51	-2,89	-2,58
2009:1	-3,0889	-3,51	-2,89	-2,58
2009:2	-2,9116	-3,51	-2,89	-2,58
2009:3	-3,0497	-3,51	-2,89	-2,58
2009:4	-3,1159	-3,51	-2,89	-2,58
2010:1	-3,1382	-3,51	-2,89	-2,58
2010:2	-3,1546	-3,51	-2,89	-2,58
2010:3	-3,1654	-3,51	-2,89	-2,58
2010:4	-3,1731	-3,51	-2,89	-2,58
2011:1	-3,1801	-3,51	-2,89	-2,58
2011:2	-3,2087	-3,51	-2,89	-2,58
2011:3	-3,2253	-3,51	-2,89	-2,58
2011:4	-3,1125	-3,51	-2,89	-2,58
2012:1	-3,2611	-3,51	-2,89	-2,58
2012:2	-3,2262	-3,51	-2,89	-2,58
2012:3	-3,2878	-3,51	-2,89	-2,58
2012:4	-3,2139	-3,51	-2,89	-2,58

**Test di Phillips Ouliaris**

Trimestre	Valore del test	1%	5%	10%
1997:1	-2,9194	-3,39	-2,76	-2,45
1997:2	-2,8708	-3,39	-2,76	-2,45
1997:3	-2,9047	-3,39	-2,76	-2,45
1997:4	-2,9194	-3,39	-2,76	-2,45
1998:1	-2,8830	-3,39	-2,76	-2,45
1998:2	-2,9113	-3,39	-2,76	-2,45
1998:3	-2,9409	-3,39	-2,76	-2,45
1998:4	-2,9345	-3,39	-2,76	-2,45
1999:1	-2,9676	-3,39	-2,76	-2,45
1999:2	-2,9623	-3,39	-2,76	-2,45
1999:3	-2,9726	-3,39	-2,76	-2,45
1999:4	-2,9802	-3,39	-2,76	-2,45
2000:1	-3,0276	-3,39	-2,76	-2,45
2000:2	-3,0379	-3,39	-2,76	-2,45
2000:3	-3,0492	-3,39	-2,76	-2,45
2000:4	-3,0567	-3,39	-2,76	-2,45
2001:1	-3,0687	-3,39	-2,76	-2,45
2001:2	-3,0779	-3,39	-2,76	-2,45
2001:3	-3,0611	-3,39	-2,76	-2,45
2001:4	-3,0443	-3,39	-2,76	-2,45
2002:1	-3,0488	-3,39	-2,76	-2,45
2002:2	-3,0681	-3,39	-2,76	-2,45
2002:3	-3,0704	-3,39	-2,76	-2,45
2002:4	-3,0991	-3,39	-2,76	-2,45
2003:1	-3,1245	-3,39	-2,76	-2,45
2003:2	-3,0542	-3,39	-2,76	-2,45
2003:3	-3,1212	-3,39	-2,76	-2,45
2003:4	-3,1242	-3,39	-2,76	-2,45
2004:1	-3,1850	-3,39	-2,76	-2,45
2004:2	-3,1936	-3,39	-2,76	-2,45
2004:3	-3,2005	-3,39	-2,76	-2,45
2004:4	-3,2100	-3,39	-2,76	-2,45
2005:1	-3,2236	-3,39	-2,76	-2,45
2005:2	-3,2339	-3,39	-2,76	-2,45
2005:3	-3,2403	-3,39	-2,76	-2,45
2005:4	-3,2622	-3,39	-2,76	-2,45
2006:1	-3,2737	-3,39	-2,76	-2,45
2006:2	-3,2786	-3,39	-2,76	-2,45
2006:3	-3,2934	-3,39	-2,76	-2,45
2006:4	-3,3006	-3,39	-2,76	-2,45
2007:1	-3,3165	-3,39	-2,76	-2,45
2007:2	-3,3726	-3,39	-2,76	-2,45
2007:3	-3,3768	-3,39	-2,76	-2,45

2007:4	-3,4000	-3,39	-2,76	-2,45
2008:1	-3,4177	-3,39	-2,76	-2,45
2008:2	-3,4269	-3,39	-2,76	-2,45
2008:3	-3,4372	-3,39	-2,76	-2,45
2008:4	-3,3144	-3,39	-2,76	-2,45
2009:1	-3,2606	-3,39	-2,76	-2,45
2009:2	-2,9348	-3,39	-2,76	-2,45
2009:3	-3,0720	-3,39	-2,76	-2,45
2009:4	-3,1245	-3,39	-2,76	-2,45
2010:1	-3,1498	-3,39	-2,76	-2,45
2010:2	-3,1747	-3,39	-2,76	-2,45
2010:3	-3,1840	-3,39	-2,76	-2,45
2010:4	-3,1798	-3,39	-2,76	-2,45
2011:1	-3,2052	-3,39	-2,76	-2,45
2011:2	-3,2443	-3,39	-2,76	-2,45
2011:3	-3,2680	-3,39	-2,76	-2,45
2011:4	-3,0631	-3,39	-2,76	-2,45
2012:1	-3,2760	-3,39	-2,76	-2,45
2012:2	-3,2237	-3,39	-2,76	-2,45
2012:3	-3,3091	-3,39	-2,76	-2,45
2012:4	-3,2049	-3,39	-2,76	-2,45

**Test di Johansen**

Trimestre	Valore del test	2,50%	5%	10%
1997:1	14,6009	13,27	11,44	9,52
1997:2	14,8094	13,27	11,44	9,52
1997:3	14,8146	13,27	11,44	9,52
1997:4	15,1046	13,27	11,44	9,52
1998:1	14,9414	13,27	11,44	9,52
1998:2	15,3231	13,27	11,44	9,52
1998:3	14,7274	13,27	11,44	9,52
1998:4	15,176	13,27	11,44	9,52
1999:1	15,3452	13,27	11,44	9,52
1999:2	15,3328	13,27	11,44	9,52
1999:3	15,4013	13,27	11,44	9,52
1999:4	15,665	13,27	11,44	9,52
2000:1	15,7203	13,27	11,44	9,52
2000:2	15,889	13,27	11,44	9,52
2000:3	15,9993	13,27	11,44	9,52
2000:4	16,1911	13,27	11,44	9,52
2001:1	15,9631	13,27	11,44	9,52
2001:2	16,1379	13,27	11,44	9,52
2001:3	15,7071	13,27	11,44	9,52
2001:4	14,5639	13,27	11,44	9,52
2002:1	15,3625	13,27	11,44	9,52
2002:2	15,3667	13,27	11,44	9,52
2002:3	15,886	13,27	11,44	9,52
2002:4	15,4648	13,27	11,44	9,52
2003:1	15,7712	13,27	11,44	9,52
2003:2	15,143	13,27	11,44	9,52
2003:3	15,5164	13,27	11,44	9,52
2003:4	16,2778	13,27	11,44	9,52
2004:1	16,3357	13,27	11,44	9,52
2004:2	16,4717	13,27	11,44	9,52
2004:3	16,57	13,27	11,44	9,52
2004:4	16,6216	13,27	11,44	9,52
2005:1	16,8059	13,27	11,44	9,52
2005:2	16,903	13,27	11,44	9,52
2005:3	16,9832	13,27	11,44	9,52
2005:4	17,0674	13,27	11,44	9,52
2006:1	17,0009	13,27	11,44	9,52
2006:2	17,1095	13,27	11,44	9,52
2006:3	17,2072	13,27	11,44	9,52
2006:4	17,2531	13,27	11,44	9,52
2007:1	17,3273	13,27	11,44	9,52
2007:2	17,4425	13,27	11,44	9,52
2007:3	17,7047	13,27	11,44	9,52

2007:4	17,7114	13,27	11,44	9,52
2008:1	17,5713	13,27	11,44	9,52
2008:2	17,2484	13,27	11,44	9,52
2008:3	16,3189	13,27	11,44	9,52
2008:4	14,5942	13,27	11,44	9,52
2009:1	11,0111	13,27	11,44	9,52
2009:2	10,1247	13,27	11,44	9,52
2009:3	12,0188	13,27	11,44	9,52
2009:4	11,9788	13,27	11,44	9,52
2010:1	13,3172	13,27	11,44	9,52
2010:2	13,7205	13,27	11,44	9,52
2010:3	13,6023	13,27	11,44	9,52
2010:4	13,1062	13,27	11,44	9,52
2011:1	14,5232	13,27	11,44	9,52
2011:2	13,4381	13,27	11,44	9,52
2011:3	13,6866	13,27	11,44	9,52
2011:4	13,7241	13,27	11,44	9,52
2012:1	14,1833	13,27	11,44	9,52
2012:2	13,5683	13,27	11,44	9,52
2012:3	13,8589	13,27	11,44	9,52
2012:4	13,8079	13,27	11,44	9,52



**Test di Zivot Andrews per la disoccupazione**

Trimestre	Valori del test	2,5%	5%	10%
1997:1	-2,6554	-5,34	-4,8	-4,58
1997:2	-2,6309	-5,34	-4,8	-4,58
1997:3	-2,6245	-5,34	-4,8	-4,58
1997:4	-2,6	-5,34	-4,8	-4,58
1998:1	-2,6187	-5,34	-4,8	-4,58
1998:2	-2,5818	-5,34	-4,8	-4,58
1998:3	-2,6496	-5,34	-4,8	-4,58
1998:4	-2,6509	-5,34	-4,8	-4,58
1999:1	-2,643	-5,34	-4,8	-4,58
1999:2	-2,6628	-5,34	-4,8	-4,58
1999:3	-2,6824	-5,34	-4,8	-4,58
1999:4	-2,6656	-5,34	-4,8	-4,58
2000:1	-2,6862	-5,34	-4,8	-4,58
2000:2	-2,6878	-5,34	-4,8	-4,58
2000:3	-2,736	-5,34	-4,8	-4,58
2000:4	-2,7383	-5,34	-4,8	-4,58
2001:1	-2,8422	-5,34	-4,8	-4,58
2001:2	-2,8898	-5,34	-4,8	-4,58
2001:3	-2,9445	-5,34	-4,8	-4,58
2001:4	-2,9301	-5,34	-4,8	-4,58
2002:1	-2,9009	-5,34	-4,8	-4,58
2002:2	-2,8732	-5,34	-4,8	-4,58
2002:3	-2,887	-5,34	-4,8	-4,58
2002:4	-2,858	-5,34	-4,8	-4,58
2003:1	-2,8524	-5,34	-4,8	-4,58
2003:2	-2,7866	-5,34	-4,8	-4,58
2003:3	-2,7775	-5,34	-4,8	-4,58
2003:4	-2,8386	-5,34	-4,8	-4,58
2004:1	-2,8584	-5,34	-4,8	-4,58
2004:2	-2,8716	-5,34	-4,8	-4,58
2004:3	-2,8923	-5,34	-4,8	-4,58
2004:4	-2,8938	-5,34	-4,8	-4,58
2005:1	-2,9085	-5,34	-4,8	-4,58
2005:2	-2,9251	-5,34	-4,8	-4,58
2005:3	-2,9352	-5,34	-4,8	-4,58
2005:4	-2,9426	-5,34	-4,8	-4,58
2006:1	-2,9506	-5,34	-4,8	-4,58
2006:2	-2,9574	-5,34	-4,8	-4,58
2006:3	-2,9683	-5,34	-4,8	-4,58
2006:4	-2,969	-5,34	-4,8	-4,58
2007:1	-2,9861	-5,34	-4,8	-4,58
2007:2	-2,9976	-5,34	-4,8	-4,58
2007:3	-3,0134	-5,34	-4,8	-4,58

2007:4	-3,0204	-5,34	-4,8	-4,58
2008:1	-3,0164	-5,34	-4,8	-4,58
2008:2	-2,9847	-5,34	-4,8	-4,58
2008:3	-2,9073	-5,34	-4,8	-4,58
2008:4	-2,6809	-5,34	-4,8	-4,58
2009:1	-2,0857	-5,34	-4,8	-4,58
2009:2	-1,5648	-5,34	-4,8	-4,58
2009:3	-1,7462	-5,34	-4,8	-4,58
2009:4	-1,8861	-5,34	-4,8	-4,58
2010:1	-2,0748	-5,34	-4,8	-4,58
2010:2	-2,2288	-5,34	-4,8	-4,58
2010:3	-2,3441	-5,34	-4,8	-4,58
2010:4	-2,4078	-5,34	-4,8	-4,58
2011:1	-2,5097	-5,34	-4,8	-4,58
2011:2	-2,5303	-5,34	-4,8	-4,58
2011:3	-2,5521	-5,34	-4,8	-4,58
2011:4	-2,5722	-5,34	-4,8	-4,58
2012:1	-2,5602	-5,34	-4,8	-4,58
2012:2	-2,5523	-5,34	-4,8	-4,58
2012:3	-2,5428	-5,34	-4,8	-4,58
2012:4	-2,5236	-5,34	-4,8	-4,58

**Test di Zivot Andrews per l'inflazione:**

Trimestre	Valori del test	2,5%	5%	10%
1997:1	-4,0754	-4,93	-4,42	-4,11
1997:2	-4,1195	-4,93	-4,42	-4,11
1997:3	-4,129	-4,93	-4,42	-4,11
1997:4	-4,1448	-4,93	-4,42	-4,11
1998:1	-4,1621	-4,93	-4,42	-4,11
1998:2	-4,1692	-4,93	-4,42	-4,11
1998:3	-4,1677	-4,93	-4,42	-4,11
1998:4	-4,1823	-4,93	-4,42	-4,11
1999:1	-4,1778	-4,93	-4,42	-4,11
1999:2	-4,194	-4,93	-4,42	-4,11
1999:3	-4,2061	-4,93	-4,42	-4,11
1999:4	-4,2156	-4,93	-4,42	-4,11
2000:1	-4,1226	-4,93	-4,42	-4,11
2000:2	-4,1513	-4,93	-4,42	-4,11
2000:3	-4,1215	-4,93	-4,42	-4,11
2000:4	-4,1359	-4,93	-4,42	-4,11
2001:1	-4,1113	-4,93	-4,42	-4,11
2001:2	-4,0571	-4,93	-4,42	-4,11
2001:3	-4,1875	-4,93	-4,42	-4,11
2001:4	-4,2125	-4,93	-4,42	-4,11
2002:1	-4,2227	-4,93	-4,42	-4,11
2002:2	-4,1924	-4,93	-4,42	-4,11
2002:3	-4,1506	-4,93	-4,42	-4,11
2002:4	-4,0859	-4,93	-4,42	-4,11
2003:1	-4,0294	-4,93	-4,42	-4,11
2003:2	-4,1224	-4,93	-4,42	-4,11
2003:3	-4,0743	-4,93	-4,42	-4,11
2003:4	-4,0823	-4,93	-4,42	-4,11
2004:1	-3,9356	-4,93	-4,42	-4,11
2004:2	-3,8221	-4,93	-4,42	-4,11
2004:3	-3,8471	-4,93	-4,42	-4,11
2004:4	-3,8293	-4,93	-4,42	-4,11
2005:1	-3,7578	-4,93	-4,42	-4,11
2005:2	-3,8241	-4,93	-4,42	-4,11
2005:3	-3,5995	-4,93	-4,42	-4,11
2005:4	-3,6237	-4,93	-4,42	-4,11
2006:1	-3,6667	-4,93	-4,42	-4,11
2006:2	-3,5734	-4,93	-4,42	-4,11
2006:3	-3,6336	-4,93	-4,42	-4,11
2006:4	-3,7424	-4,93	-4,42	-4,11
2007:1	-3,4032	-4,93	-4,42	-4,11
2007:2	-3,531	-4,93	-4,42	-4,11
2007:3	-3,653	-4,93	-4,42	-4,11

2007:4	-3,6452	-4,93	-4,42	-4,11
2008:1	-3,6535	-4,93	-4,42	-4,11
2008:2	-3,5892	-4,93	-4,42	-4,11
2008:3	-3,4594	-4,93	-4,42	-4,11
2008:4	-3,6178	-4,93	-4,42	-4,11
2009:1	-3,6378	-4,93	-4,42	-4,11
2009:2	-3,6872	-4,93	-4,42	-4,11
2009:3	-3,6895	-4,93	-4,42	-4,11
2009:4	-3,6593	-4,93	-4,42	-4,11
2010:1	-3,6411	-4,93	-4,42	-4,11
2010:2	-3,6437	-4,93	-4,42	-4,11
2010:3	-3,6474	-4,93	-4,42	-4,11
2010:4	-3,6543	-4,93	-4,42	-4,11
2011:1	-3,6533	-4,93	-4,42	-4,11
2011:2	-3,6182	-4,93	-4,42	-4,11
2011:3	-3,5716	-4,93	-4,42	-4,11
2011:4	-3,7282	-4,93	-4,42	-4,11
2012:1	-3,6733	-4,93	-4,42	-4,11
2012:2	-3,7034	-4,93	-4,42	-4,11
2012:3	-3,6256	-4,93	-4,42	-4,11
2012:4	-3,6841	-4,93	-4,42	-4,11

**Test di Johansen modificato per la cointegrazione ( $r=0$ ):**

Trimestre	Valore del test per $r=0$	10%	5%	1%
1997:1	28,38	13,78	15,83	19,85
1997:2	27,69	13,78	15,83	19,85
1997:3	27,66	13,78	15,83	19,85
1997:4	27,84	13,78	15,83	19,85
1998:1	27,42	13,78	15,83	19,85
1998:2	27,45	13,78	15,83	19,85
1998:3	27,48	13,78	15,83	19,85
1998:4	27,53	13,78	15,83	19,85
1999:1	27,75	13,78	15,83	19,85
1999:2	27,69	13,78	15,83	19,85
1999:3	27,71	13,78	15,83	19,85
1999:4	27,66	13,78	15,83	19,85
2000:1	28,43	13,78	15,83	19,85
2000:2	28,12	13,78	15,83	19,85
2000:3	28,41	13,78	15,83	19,85
2000:4	28,24	13,78	15,83	19,85
2001:1	28,71	13,78	15,83	19,85
2001:2	28,93	13,78	15,83	19,85
2001:3	28,58	13,78	15,83	19,85
2001:4	27,9	13,78	15,83	19,85
2002:1	28,53	13,78	15,83	19,85
2002:2	28,56	13,78	15,83	19,85
2002:3	29,01	13,78	15,83	19,85
2002:4	28,61	13,78	15,83	19,85
2003:1	28,99	13,78	15,83	19,85
2003:2	28,23	13,78	15,83	19,85
2003:3	28,62	13,78	15,83	19,85
2003:4	29,49	13,78	15,83	19,85
2004:1	29,6	13,78	15,83	19,85
2004:2	29,83	13,78	15,83	19,85
2004:3	29,95	13,78	15,83	19,85
2004:4	30,04	13,78	15,83	19,85
2005:1	30,32	13,78	15,83	19,85
2005:2	30,36	13,78	15,83	19,85
2005:3	30,58	13,78	15,83	19,85
2005:4	30,67	13,78	15,83	19,85
2006:1	30,44	13,78	15,83	19,85
2006:2	30,61	13,78	15,83	19,85
2006:3	30,68	13,78	15,83	19,85
2006:4	30,33	13,78	15,83	19,85
2007:1	30,88	13,78	15,83	19,85
2007:2	30,83	13,78	15,83	19,85
2007:3	30,85	13,78	15,83	19,85

2007:4	30,94	13,78	15,83	19,85
2008:1	31,01	13,78	15,83	19,85
2008:2	30,85	13,78	15,83	19,85
2008:3	30,03	13,78	15,83	19,85
2008:4	28,15	13,78	15,83	19,85
2009:1	28,9	13,78	15,83	19,85
2009:2	29,29	13,78	15,83	19,85
2009:3	29,27	13,78	15,83	19,85
2009:4	28,71	13,78	15,83	19,85
2010:1	28,24	13,78	15,83	19,85
2010:2	28,11	13,78	15,83	19,85
2010:3	28,02	13,78	15,83	19,85
2010:4	27,98	13,78	15,83	19,85
2011:1	26,39	13,78	15,83	19,85
2011:2	27,81	13,78	15,83	19,85
2011:3	28,78	13,78	15,83	19,85
2011:4	28,99	13,78	15,83	19,85
2012:1	26,18	13,78	15,83	19,85
2012:2	29,03	13,78	15,83	19,85
2012:3	29,04	13,78	15,83	19,85
2012:4	26,09	13,78	15,83	19,85

**Test di Johansen modificato per la cointegrazione (r=1):**

Trimestre	Valore del test per r=1	10%	5%	1%
1997:1	4,18	5,42	6,79	10,04
1997:2	3,47	5,42	6,79	10,04
1997:3	3,38	5,42	6,79	10,04
1997:4	3,4	5,42	6,79	10,04
1998:1	3,03	5,42	6,79	10,04
1998:2	2,97	5,42	6,79	10,04
1998:3	3,28	5,42	6,79	10,04
1998:4	3,2	5,42	6,79	10,04
1999:1	3,36	5,42	6,79	10,04
1999:2	3,27	5,42	6,79	10,04
1999:3	3,25	5,42	6,79	10,04
1999:4	3,21	5,42	6,79	10,04
2000:1	3,86	5,42	6,79	10,04
2000:2	3,62	5,42	6,79	10,04
2000:3	3,65	5,42	6,79	10,04
2000:4	3,58	5,42	6,79	10,04
2001:1	3,83	5,42	6,79	10,04
2001:2	3,99	5,42	6,79	10,04
2001:3	3,66	5,42	6,79	10,04
2001:4	3,69	5,42	6,79	10,04
2002:1	3,9	5,42	6,79	10,04
2002:2	4,09	5,42	6,79	10,04
2002:3	4,15	5,42	6,79	10,04
2002:4	4,29	5,42	6,79	10,04
2003:1	4,45	5,42	6,79	10,04
2003:2	4,31	5,42	6,79	10,04
2003:3	4,46	5,42	6,79	10,04
2003:4	4,5	5,42	6,79	10,04
2004:1	4,63	5,42	6,79	10,04
2004:2	4,69	5,42	6,79	10,04
2004:3	4,69	5,42	6,79	10,04
2004:4	4,71	5,42	6,79	10,04
2005:1	4,81	5,42	6,79	10,04
2005:2	4,76	5,42	6,79	10,04
2005:3	4,88	5,42	6,79	10,04
2005:4	4,88	5,42	6,79	10,04
2006:1	4,82	5,42	6,79	10,04
2006:2	4,89	5,42	6,79	10,04
2006:3	4,87	5,42	6,79	10,04
2006:4	4,61	5,42	6,79	10,04
2007:1	5,07	5,42	6,79	10,04
2007:2	4,95	5,42	6,79	10,04
2007:3	4,66	5,42	6,79	10,04

2007:4	4,77	5,42	6,79	10,04
2008:1	5,03	5,42	6,79	10,04
2008:2	5,21	5,42	6,79	10,04
2008:3	5,43	5,42	6,79	10,04
2008:4	5,23	5,42	6,79	10,04
2009:1	7,87	5,42	6,79	10,04
2009:2	7,78	5,42	6,79	10,04
2009:3	7,95	5,42	6,79	10,04
2009:4	7,97	5,42	6,79	10,04
2010:1	6,67	5,42	6,79	10,04
2010:2	6,66	5,42	6,79	10,04
2010:3	6,68	5,42	6,79	10,04
2010:4	6,69	5,42	6,79	10,04
2011:1	5,5	5,42	6,79	10,04
2011:2	6,7	5,42	6,79	10,04
2011:3	6,89	5,42	6,79	10,04
2011:4	7,17	5,42	6,79	10,04
2012:1	5,82	5,42	6,79	10,04
2012:2	7,2	5,42	6,79	10,04
2012:3	7,23	5,42	6,79	10,04
2012:4	5,95	5,42	6,79	10,04



**Stime dei coefficienti del modello vincolato:**

Trimestre	$\alpha$	A	$\lambda$	$\sigma_\varepsilon$	$\sigma_\eta$	$\sigma_{\varepsilon\eta}$
1997:1	0,1581	1,0372	0,5758	0,2636	0,6446	0,0537
1997:2	0,1555	1,0522	0,5776	0,2633	0,6446	0,0542
1997:3	0,1539	1,0606	0,5765	0,2624	0,6435	0,0536
1997:4	0,1535	1,0619	0,5771	0,2617	0,6422	0,0535
1998:1	0,1542	1,0534	0,5756	0,2610	0,6416	0,0530
1998:2	0,1554	1,0439	0,5753	0,2606	0,6406	0,0533
1998:3	0,1547	1,0458	0,5716	0,2609	0,6390	0,0524
1998:4	0,1539	1,0501	0,5698	0,2606	0,6380	0,0527
1999:1	0,1539	1,0488	0,5699	0,2598	0,6363	0,0524
1999:2	0,1543	1,0448	0,5695	0,2589	0,6347	0,0521
1999:3	0,1541	1,0446	0,5696	0,2581	0,6331	0,0517
1999:4	0,1541	1,0438	0,5697	0,2576	0,6316	0,0517
2000:1	0,1522	1,0568	0,5690	0,2569	0,6300	0,0515
2000:2	0,1487	1,0816	0,5700	0,2563	0,6285	0,0512
2000:3	0,1469	1,0943	0,5692	0,2558	0,6267	0,0508
2000:4	0,1460	1,1004	0,5686	0,2553	0,6249	0,0506
2001:1	0,1435	1,1180	0,5664	0,2566	0,6232	0,0504
2001:2	0,1434	1,1190	0,5654	0,2558	0,6214	0,0502
2001:3	0,1465	1,0921	0,5676	0,2562	0,6200	0,0492
2001:4	0,1407	1,1317	0,5825	0,2572	0,6196	0,0470
2002:1	0,1423	1,1166	0,5764	0,2570	0,6192	0,0475
2002:2	0,1412	1,1215	0,5778	0,2562	0,6185	0,0470
2002:3	0,1413	1,1185	0,5763	0,2558	0,6178	0,0473
2002:4	0,1396	1,1292	0,5757	0,2556	0,6165	0,0466
2003:1	0,1397	1,1271	0,5751	0,2549	0,6150	0,0464
2003:2	0,1436	1,0909	0,5741	0,2548	0,6147	0,0455
2003:3	0,1447	1,0805	0,5730	0,2543	0,6136	0,0455
2003:4	0,1437	1,0865	0,5726	0,2547	0,6128	0,0460
2004:1	0,1424	1,0963	0,5713	0,2540	0,6112	0,0457
2004:2	0,1417	1,1019	0,5719	0,2533	0,6095	0,0455
2004:3	0,1413	1,1041	0,5726	0,2527	0,6079	0,0453
2004:4	0,1411	1,1047	0,5715	0,2522	0,6063	0,0450
2005:1	0,1418	1,1000	0,5712	0,2516	0,6045	0,0447
2005:2	0,1399	1,1151	0,5729	0,2511	0,6031	0,0445
2005:3	0,1395	1,1198	0,5727	0,2505	0,6018	0,0444
2005:4	0,1397	1,1182	0,5726	0,2498	0,6002	0,0441
2006:1	0,1402	1,1147	0,5727	0,2497	0,5985	0,0440
2006:2	0,1400	1,1166	0,5720	0,2491	0,5970	0,0438
2006:3	0,1403	1,1149	0,5719	0,2484	0,5954	0,0436
2006:4	0,1388	1,1259	0,5725	0,2483	0,5943	0,0436
2007:1	0,1316	1,1886	0,5714	0,2483	0,5944	0,0440
2007:2	0,1265	1,2368	0,5720	0,2477	0,5932	0,0436
2007:3	0,1263	1,2358	0,5715	0,2473	0,5922	0,0431

2007:4	0,1250	1,2465	0,5728	0,2466	0,5911	0,0427
2008:1	0,1245	1,2502	0,5743	0,2461	0,5896	0,0423
2008:2	0,1241	1,2530	0,5773	0,2459	0,5882	0,0418
2008:3	0,1218	1,2740	0,5875	0,2475	0,5868	0,0412
2008:4	0,1295	1,1901	0,6018	0,2485	0,5879	0,0394
2009:1	0,1049	1,4536	0,6528	0,2549	0,5916	0,0336
2009:2	0,1045	1,4393	0,6632	0,2542	0,6007	0,0330
2009:3	0,1105	1,3472	0,6533	0,2546	0,6061	0,0348
2009:4	0,1090	1,3503	0,6560	0,2540	0,6100	0,0341
2010:1	0,1096	1,3318	0,6526	0,2543	0,6132	0,0355
2010:2	0,1095	1,3223	0,6529	0,2538	0,6154	0,0359
2010:3	0,1092	1,3158	0,6524	0,2532	0,6169	0,0357
2010:4	0,1090	1,3087	0,6512	0,2527	0,6182	0,0349
2011:1	0,1105	1,2849	0,6501	0,2551	0,6192	0,0370
2011:2	0,1091	1,2935	0,6395	0,2560	0,6190	0,0356
2011:3	0,1088	1,2910	0,6395	0,2554	0,6186	0,0356
2011:4	0,1032	1,3512	0,6418	0,2560	0,6233	0,0375
2012:1	0,1039	1,3357	0,6421	0,2554	0,6231	0,0375
2012:2	0,1064	1,2971	0,6390	0,2550	0,6234	0,0370
2012:3	0,1063	1,2944	0,6390	0,2544	0,6226	0,0368
2012:4	0,1042	1,3138	0,6402	0,2540	0,6240	0,0373

**Standard error dei coefficienti del modello vincolato:**

Trimestre	$\alpha$	A	$\lambda$	$\sigma_\varepsilon$	$\sigma_\eta$	$\sigma_{\varepsilon\eta}$
1997:1	0,0518	0,3409	0,0668	0,0156	0,0377	0,0149
1997:2	0,0508	0,3447	0,0663	0,0156	0,0376	0,0149
1997:3	0,0524	0,3624	0,0663	0,0155	0,0373	0,0147
1997:4	0,0516	0,3585	0,0661	0,0154	0,0372	0,0146
1998:1	0,0515	0,3527	0,0659	0,0153	0,0370	0,0145
1998:2	0,0523	0,3528	0,0657	0,0152	0,0369	0,0145
1998:3	0,0515	0,3494	0,0660	0,0152	0,0367	0,0144
1998:4	0,0494	0,3378	0,0651	0,0151	0,0364	0,0143
1999:1	0,0512	0,3499	0,0655	0,0150	0,0362	0,0141
1999:2	0,0508	0,3451	0,0649	0,0149	0,0361	0,0140
1999:3	0,0510	0,3467	0,0649	0,0148	0,0358	0,0139
1999:4	0,0500	0,3395	0,0644	0,0147	0,0357	0,0138
2000:1	0,0502	0,3497	0,0644	0,0147	0,0354	0,0137
2000:2	0,0500	0,3645	0,0643	0,0146	0,0352	0,0136
2000:3	0,0485	0,3620	0,0640	0,0145	0,0350	0,0135
2000:4	0,0487	0,3679	0,0638	0,0144	0,0348	0,0134
2001:1	0,0509	0,3976	0,0647	0,0145	0,0347	0,0134
2001:2	0,0479	0,3742	0,0637	0,0144	0,0345	0,0133
2001:3	0,0485	0,3627	0,0637	0,0143	0,0343	0,0132
2001:4	0,0513	0,4140	0,0645	0,0143	0,0342	0,0131
2002:1	0,0484	0,3807	0,0629	0,0143	0,0340	0,0130
2002:2	0,0487	0,3879	0,0629	0,0142	0,0338	0,0129
2002:3	0,0514	0,4086	0,0630	0,0142	0,0338	0,0129
2002:4	0,0481	0,3903	0,0625	0,0141	0,0337	0,0128
2003:1	0,0478	0,3862	0,0619	0,0140	0,0331	0,0126
2003:2	0,0478	0,3635	0,0623	0,0140	0,0333	0,0126
2003:3	0,0498	0,3731	0,0621	0,0139	0,0331	0,0125
2003:4	0,0485	0,3679	0,0622	0,0138	0,0329	0,0125
2004:1	0,0487	0,3765	0,0620	0,0138	0,0328	0,0124
2004:2	0,0463	0,3611	0,0613	0,0137	0,0325	0,0123
2004:3	0,0489	0,3834	0,0618	0,0136	0,0324	0,0122
2004:4	0,0481	0,3775	0,0611	0,0136	0,0323	0,0121
2005:1	0,0473	0,3674	0,0613	0,0135	0,0321	0,0120
2005:2	0,0448	0,3577	0,0606	0,0134	0,0318	0,0119
2005:3	0,0509	0,4103	0,0615	0,0134	0,0317	0,0118
2005:4	0,0475	0,3811	0,0607	0,0133	0,0316	0,0118
2006:1	0,0469	0,3737	0,0604	0,0132	0,0314	0,0117
2006:2	0,0478	0,3818	0,0605	0,0132	0,0312	0,0116
2006:3	0,0479	0,3818	0,0602	0,0131	0,0311	0,0115
2006:4	0,0508	0,4131	0,0610	0,0131	0,0309	0,0114
2007:1	0,0455	0,4118	0,0598	0,0130	0,0309	0,0114
2007:2	0,0443	0,4342	0,0596	0,0130	0,0308	0,0113
2007:3	0,0435	0,4257	0,0595	0,0129	0,0306	0,0113

2007:4	0,0466	0,4653	0,0600	0,0129	0,0304	0,0112
2008:1	0,0462	0,4644	0,0593	0,0128	0,0303	0,0111
2008:2	0,0372	0,3745	0,0583	0,0127	0,0299	0,0110
2008:3	0,0441	0,4627	0,0591	0,0128	0,0299	0,0110
2008:4	0,0458	0,4219	0,0597	0,0128	0,0300	0,0110
2009:1	0,0511	0,7106	0,0599	0,0131	0,0304	0,0112
2009:2	0,0439	0,6056	0,0563	0,0130	0,0306	0,0112
2009:3	0,0441	0,5393	0,0547	0,0129	0,0308	0,0113
2009:4	0,0464	0,5758	0,0547	0,0129	0,0309	0,0113
2010:1	0,0446	0,5439	0,0543	0,0129	0,0307	0,0114
2010:2	0,0428	0,5180	0,0538	0,0128	0,0309	0,0114
2010:3	0,0431	0,5199	0,0537	0,0127	0,0308	0,0113
2010:4	0,0406	0,4873	0,0533	0,0127	0,0308	0,0113
2011:1	0,0430	0,5013	0,0540	0,0128	0,0308	0,0114
2011:2	0,0453	0,5384	0,0543	0,0128	0,0310	0,0114
2011:3	0,0470	0,5593	0,0542	0,0128	0,0306	0,0114
2011:4	0,0573	0,7530	0,0553	0,0128	0,0312	0,0115
2012:1	0,0419	0,5392	0,0535	0,0127	0,0307	0,0114
2012:2	0,0441	0,5380	0,0536	0,0126	0,0308	0,0114
2012:3	0,0470	0,5744	0,0539	0,0125	0,0304	0,0113
2012:4	0,0434	0,5487	0,0532	0,0125	0,0307	0,0113

**Test rapporto di log-verosimiglianza:**

Trimestre	Log-verosimiglianza modello vincolato	Log-verosimiglianza modello non vincolato	Rapporto di log-verosimiglianza
1997:1	-150,2508	-23,5995	253,3026
1997:2	-150,9143	-23,6474	254,5338
1997:3	-151,2535	-21,8665	258,774
1997:4	-151,5115	-21,0924	260,8382
1998:1	-152,0292	-20,8984	262,2616
1998:2	-152,4501	-20,2203	264,4596
1998:3	-153,4406	-20,2874	266,3064
1998:4	-153,8747	-19,5354	268,6786
1999:1	-153,9385	-22,815	262,247
1999:2	-154,0780	-17,8739	272,4082
1999:3	-154,1785	-20,0387	268,2796
1999:4	-154,3795	-16,1785	276,402
2000:1	-154,4922	-16,4989	275,9866
2000:2	-154,6725	-15,7007	277,9436
2000:3	-154,8797	-15,0981	279,5632
2000:4	-155,0415	-14,3544	281,3742
2001:1	-156,4815	-15,003	282,957
2001:2	-156,4512	-14,2405	284,4214
2001:3	-157,6176	-15,3454	284,5444
2001:4	-159,9385	-16,5231	286,8308
2002:1	-160,4367	-15,767	289,3394
2002:2	-160,7429	-15,1897	291,1064
2002:3	-161,1498	-14,612	293,0756
2002:4	-161,7766	-15,0091	293,535
2003:1	-161,8127	-14,8743	293,8768
2003:2	-162,9346	-15,6007	294,6678
2003:3	-163,1069	-15,0752	296,0634
2003:4	-163,9138	-14,638	298,5516
2004:1	-163,9381	-14,776	298,3242
2004:2	-163,8973	-14,0738	299,647
2004:3	-163,9369	-13,2284	301,417
2004:4	-163,9896	-12,4444	303,0904
2005:1	-164,0438	-11,7878	304,512
2005:2	-164,1760	-11,4766	305,3988
2005:3	-164,1734	-10,9437	306,4594
2005:4	-164,0778	-11,1211	305,9134
2006:1	-164,4286	-9,7852	309,2868
2006:2	-164,3736	-8,8333	311,0806
2006:3	-164,2629	-7,969	312,5878
2006:4	-164,6041	-10,2602	308,6878
2007:1	-165,3564	-9,474	311,7648
2007:2	-165,4530	-8,859	313,188

2007:3	-165,9041	-9,8219	312,1644
2007:4	-165,9677	-8,8988	314,1378
2008:1	-166,0683	-9,2693	313,598
2008:2	-166,4387	-8,0694	316,7386
2008:3	-168,4248	-10,3161	316,2174
2008:4	-171,2746	-15,2423	312,0646
2009:1	-180,7931	-20,2369	321,1124
2009:2	-184,4907	-19,9007	329,18
2009:3	-187,0798	-19,9847	334,1902
2009:4	-189,0609	-20,8686	336,3846
2010:1	-190,9258	-21,2914	339,2688
2010:2	-192,1077	-20,5902	343,035
2010:3	-193,1267	-19,9392	346,375
2010:4	-194,3104	-19,4936	349,6336
2011:1	-197,0571	-20,3156	353,483
2011:2	-199,1356	-21,0625	356,1462
2011:3	-199,4682	-20,5674	357,8016
2011:4	-201,9581	-23,9435	356,0292
2012:1	-202,4208	-23,2005	358,4406
2012:2	-203,3136	-22,9161	360,795
2012:3	-203,5238	-22,4712	362,1052
2012:4	-204,4922	-22,6826	363,6192

**Stime di  $\gamma$ :**

Trimestre	Modello vincolato ( $\alpha^*A$ )	Test di Johansen	Test di Phillips Ouliaris	Modello non vincolato ( $\gamma$ )
1997:1	0,1640	0,1783	0,1617	0,1779
1997:2	0,1636	0,1790	0,1612	0,1776
1997:3	0,1632	0,1784	0,1609	0,1773
1997:4	0,1630	0,1788	0,1606	0,1778
1998:1	0,1624	0,1780	0,1601	0,1776
1998:2	0,1622	0,1786	0,1598	0,1782
1998:3	0,1618	0,1768	0,1595	0,1769
1998:4	0,1616	0,1774	0,1592	0,1774
1999:1	0,1614	0,1775	0,1591	0,1775
1999:2	0,1612	0,1771	0,1588	0,1769
1999:3	0,1610	0,1769	0,1586	0,1761
1999:4	0,1608	0,1774	0,1584	0,1771
2000:1	0,1608	0,1769	0,1585	0,1761
2000:2	0,1608	0,1773	0,1585	0,1765
2000:3	0,1608	0,1765	0,1584	0,1758
2000:4	0,1607	0,1771	0,1584	0,1764
2001:1	0,1604	0,1751	0,1584	0,1747
2001:2	0,1605	0,1752	0,1584	0,1746
2001:3	0,1600	0,1734	0,1580	0,1739
2001:4	0,1592	0,1709	0,1575	0,1721
2002:1	0,1589	0,1714	0,1570	0,1723
2002:2	0,1584	0,1708	0,1566	0,1715
2002:3	0,1580	0,1714	0,1562	0,1714
2002:4	0,1576	0,1697	0,1559	0,1694
2003:1	0,1575	0,1699	0,1557	0,1687
2003:2	0,1567	0,1677	0,1551	0,1676
2003:3	0,1563	0,1682	0,1547	0,1672
2003:4	0,1561	0,1697	0,1543	0,1685
2004:1	0,1561	0,1693	0,1543	0,1674
2004:2	0,1561	0,1694	0,1543	0,1672
2004:3	0,1560	0,1698	0,1542	0,1676
2004:4	0,1559	0,1690	0,1541	0,1670
2005:1	0,1560	0,1699	0,1542	0,1675
2005:2	0,1560	0,1704	0,1541	0,1683
2005:3	0,1562	0,1706	0,1543	0,1682
2005:4	0,1562	0,1702	0,1544	0,1695
2006:1	0,1563	0,1714	0,1544	0,1692
2006:2	0,1563	0,1712	0,1545	0,1692
2006:3	0,1564	0,1708	0,1545	0,1690
2006:4	0,1563	0,1714	0,1544	0,1738
2007:1	0,1564	0,1708	0,1547	0,1692

2007:2	0,1565	0,1710	0,1547	0,1695
2007:3	0,1561	0,1695	0,1544	0,1690
2007:4	0,1558	0,1692	0,1542	0,1688
2008:1	0,1556	0,1684	0,1541	0,1715
2008:2	0,1555	0,1672	0,1540	0,1671
2008:3	0,1552	0,1645	0,1538	0,1644
2008:4	0,1541	0,1614	0,1529	0,1678
2009:1	0,1525	0,1545	0,1517	0,1622
2009:2	0,1504	0,1525	0,1497	0,1563
2009:3	0,1489	0,1545	0,1479	0,1559
2009:4	0,1472	0,1526	0,1464	0,1520
2010:1	0,1460	0,1548	0,1450	0,1519
2010:2	0,1448	0,1550	0,1438	0,1515
2010:3	0,1437	0,1538	0,1427	0,1498
2010:4	0,1426	0,1514	0,1417	0,1471
2011:1	0,1420	0,1557	0,1408	0,1521
2011:2	0,1411	0,1510	0,1401	0,1475
2011:3	0,1405	0,1512	0,1395	0,1472
2011:4	0,1394	0,1513	0,1383	0,1492
2012:1	0,1388	0,1523	0,1377	0,1500
2012:2	0,1380	0,1500	0,1369	0,1477
2012:3	0,1376	0,1503	0,1365	0,1477
2012:4	0,1369	0,1500	0,1358	0,1481



**Test rapporto di verosimiglianza per  $\lambda$ :**

Trimestre	Log-verosimiglianza non vincolata	Log-verosimiglianza vincolata	Valore del test	Valore critico 10%	Valore critico 5%	Valore critico 1%
1997:1	-150,2508	-150,2508	0	2,71	3,84	6,64
1997:2	-150,9143	-150,9146	0,0006	2,71	3,84	6,64
1997:3	-151,2535	-151,2536	0,0002	2,71	3,84	6,64
1997:4	-151,5115	-151,5117	0,0004	2,71	3,84	6,64
1998:1	-152,0292	-152,0292	0	2,71	3,84	6,64
1998:2	-152,4501	-152,4502	0,0002	2,71	3,84	6,64
1998:3	-153,4406	-153,4427	0,0042	2,71	3,84	6,64
1998:4	-153,8747	-153,8789	0,0084	2,71	3,84	6,64
1999:1	-153,9385	-153,9426	0,0082	2,71	3,84	6,64
1999:2	-154,0780	-154,0827	0,0094	2,71	3,84	6,64
1999:3	-154,1785	-154,1831	0,0092	2,71	3,84	6,64
1999:4	-154,3795	-154,3840	0,009	2,71	3,84	6,64
2000:1	-154,4922	-154,4976	0,0108	2,71	3,84	6,64
2000:2	-154,6725	-154,6766	0,0082	2,71	3,84	6,64
2000:3	-154,8797	-154,8850	0,0106	2,71	3,84	6,64
2000:4	-155,0415	-155,0478	0,0126	2,71	3,84	6,64
2001:1	-156,4815	-156,4920	0,021	2,71	3,84	6,64
2001:2	-156,4512	-156,4644	0,0264	2,71	3,84	6,64
2001:3	-157,6176	-157,6257	0,0162	2,71	3,84	6,64
2001:4	-159,9385	-159,9439	0,0108	2,71	3,84	6,64
2002:1	-160,4367	-160,4368	0,0002	2,71	3,84	6,64
2002:2	-160,7429	-160,7434	0,001	2,71	3,84	6,64
2002:3	-161,1498	-161,1499	0,0002	2,71	3,84	6,64
2002:4	-161,7766	-161,7766	0	2,71	3,84	6,64
2003:1	-161,8127	-161,8128	0,0002	2,71	3,84	6,64
2003:2	-162,9346	-162,9350	0,0008	2,71	3,84	6,64
2003:3	-163,1069	-163,1080	0,0022	2,71	3,84	6,64
2003:4	-163,9138	-163,9151	0,0026	2,71	3,84	6,64
2004:1	-163,9381	-163,9407	0,0052	2,71	3,84	6,64
2004:2	-163,8973	-163,8994	0,0042	2,71	3,84	6,64
2004:3	-163,9369	-163,9383	0,0028	2,71	3,84	6,64
2004:4	-163,9896	-163,9920	0,0048	2,71	3,84	6,64
2005:1	-164,0438	-164,0466	0,0056	2,71	3,84	6,64
2005:2	-164,1760	-164,1771	0,0022	2,71	3,84	6,64
2005:3	-164,1734	-164,1747	0,0026	2,71	3,84	6,64
2005:4	-164,0778	-164,0793	0,003	2,71	3,84	6,64
2006:1	-164,4286	-164,4299	0,0026	2,71	3,84	6,64
2006:2	-164,3736	-164,3755	0,0038	2,71	3,84	6,64
2006:3	-164,2629	-164,2650	0,0042	2,71	3,84	6,64
2006:4	-164,6041	-164,6057	0,0032	2,71	3,84	6,64

2007:1	-165,3564	-165,3591	0,0054	2,71	3,84	6,64
2007:2	-165,4530	-165,4550	0,004	2,71	3,84	6,64
2007:3	-165,9041	-165,9067	0,0052	2,71	3,84	6,64
2007:4	-165,9677	-165,9690	0,0026	2,71	3,84	6,64
2008:1	-166,0683	-166,0686	0,0006	2,71	3,84	6,64
2008:2	-166,4387	-166,4390	0,0006	2,71	3,84	6,64
2008:3	-168,4248	-168,4443	0,039	2,71	3,84	6,64
2008:4	-171,2746	-171,3706	0,192	2,71	3,84	6,64
2009:1	-180,7931	-181,6256	1,665	2,71	3,84	6,64
2009:2	-184,4907	-185,6695	2,3576	2,71	3,84	6,64
2009:3	-187,0798	-188,0631	1,9666	2,71	3,84	6,64
2009:4	-189,0609	-190,1279	2,134	2,71	3,84	6,64
2010:1	-190,9258	-191,9092	1,9668	2,71	3,84	6,64
2010:2	-192,1077	-193,1032	1,991	2,71	3,84	6,64
2010:3	-193,1267	-194,1157	1,978	2,71	3,84	6,64
2010:4	-194,3104	-195,2753	1,9298	2,71	3,84	6,64
2011:1	-197,0571	-197,9776	1,841	2,71	3,84	6,64
2011:2	-199,1356	-199,8148	1,3584	2,71	3,84	6,64
2011:3	-199,4682	-200,1499	1,3634	2,71	3,84	6,64
2011:4	-201,9581	-202,6953	1,4744	2,71	3,84	6,64
2012:1	-202,4208	-203,1695	1,4974	2,71	3,84	6,64
2012:2	-203,3136	-204,0008	1,3744	2,71	3,84	6,64
2012:3	-203,5238	-204,2151	1,3826	2,71	3,84	6,64
2012:4	-204,4922	-205,2145	1,4446	2,71	3,84	6,64

**Test rapporto di verosimiglianza per  $\alpha$ :**

Trimestre	Log-verosimiglianza non vincolata	Log-verosimiglianza vincolata	Valore del test	Valore critico 10%	Valore critico 5%	Valore critico 1%
1997:1	-150,2508	-150,2508	0	2,71	3,84	6,64
1997:2	-150,9143	-150,9156	0,0026	2,71	3,84	6,64
1997:3	-151,2535	-151,2569	0,0068	2,71	3,84	6,64
1997:4	-151,5115	-151,5156	0,0082	2,71	3,84	6,64
1998:1	-152,0292	-152,0320	0,0056	2,71	3,84	6,64
1998:2	-152,4501	-152,4515	0,0028	2,71	3,84	6,64
1998:3	-153,4406	-153,4427	0,0042	2,71	3,84	6,64
1998:4	-153,8747	-153,8781	0,0068	2,71	3,84	6,64
1999:1	-153,9385	-153,9428	0,0086	2,71	3,84	6,64
1999:2	-154,0780	-154,0808	0,0056	2,71	3,84	6,64
1999:3	-154,1785	-154,1816	0,0062	2,71	3,84	6,64
1999:4	-154,3795	-154,3826	0,0062	2,71	3,84	6,64
2000:1	-154,4922	-154,4991	0,0138	2,71	3,84	6,64
2000:2	-154,6725	-154,6903	0,0356	2,71	3,84	6,64
2000:3	-154,8797	-154,9053	0,0512	2,71	3,84	6,64
2000:4	-155,0415	-155,0711	0,0592	2,71	3,84	6,64
2001:1	-156,4815	-156,5245	0,086	2,71	3,84	6,64
2001:2	-156,4512	-156,4949	0,0874	2,71	3,84	6,64
2001:3	-157,6176	-157,6447	0,0542	2,71	3,84	6,64
2001:4	-159,9385	-159,9997	0,1224	2,71	3,84	6,64
2002:1	-160,4367	-160,4875	0,1016	2,71	3,84	6,64
2002:2	-160,7429	-160,8012	0,1166	2,71	3,84	6,64
2002:3	-161,1498	-161,2076	0,1156	2,71	3,84	6,64
2002:4	-161,7766	-161,8470	0,1408	2,71	3,84	6,64
2003:1	-161,8127	-161,8827	0,14	2,71	3,84	6,64
2003:2	-162,9346	-162,9777	0,0862	2,71	3,84	6,64
2003:3	-163,1069	-163,1445	0,0752	2,71	3,84	6,64
2003:4	-163,9138	-163,9570	0,0864	2,71	3,84	6,64
2004:1	-163,9381	-163,9902	0,1042	2,71	3,84	6,64
2004:2	-163,8973	-163,9551	0,1156	2,71	3,84	6,64
2004:3	-163,9369	-163,9973	0,1208	2,71	3,84	6,64
2004:4	-163,9896	-164,0513	0,1234	2,71	3,84	6,64
2005:1	-164,0438	-164,1008	0,114	2,71	3,84	6,64
2005:2	-164,1760	-164,2482	0,1444	2,71	3,84	6,64
2005:3	-164,1734	-164,2500	0,1532	2,71	3,84	6,64
2005:4	-164,0778	-164,1536	0,1516	2,71	3,84	6,64
2006:1	-164,4286	-164,5000	0,1428	2,71	3,84	6,64
2006:2	-164,3736	-164,4469	0,1466	2,71	3,84	6,64
2006:3	-164,2629	-164,3348	0,1438	2,71	3,84	6,64
2006:4	-164,6041	-164,6880	0,1678	2,71	3,84	6,64
2007:1	-165,3564	-165,5185	0,3242	2,71	3,84	6,64
2007:2	-165,4530	-165,6913	0,4766	2,71	3,84	6,64

2007:3	-165,9041	-166,1454	0,4826	2,71	3,84	6,64
2007:4	-165,9677	-166,2314	0,5274	2,71	3,84	6,64
2008:1	-166,0683	-166,3413	0,546	2,71	3,84	6,64
2008:2	-166,4387	-166,7210	0,5646	2,71	3,84	6,64
2008:3	-168,4248	-168,7466	0,6436	2,71	3,84	6,64
2008:4	-171,2746	-171,4770	0,4048	2,71	3,84	6,64
2009:1	-180,7931	-181,5010	1,4158	2,71	3,84	6,64
2009:2	-184,4907	-185,2195	1,4576	2,71	3,84	6,64
2009:3	-187,0798	-187,6738	1,188	2,71	3,84	6,64
2009:4	-189,0609	-189,6941	1,2664	2,71	3,84	6,64
2010:1	-190,9258	-191,5404	1,2292	2,71	3,84	6,64
2010:2	-192,1077	-192,7270	1,2386	2,71	3,84	6,64
2010:3	-193,1267	-193,7556	1,2578	2,71	3,84	6,64
2010:4	-194,3104	-194,9464	1,272	2,71	3,84	6,64
2011:1	-197,0571	-197,6430	1,1718	2,71	3,84	6,64
2011:2	-199,1356	-199,7424	1,2136	2,71	3,84	6,64
2011:3	-199,4682	-200,0836	1,2308	2,71	3,84	6,64
2011:4	-201,9581	-202,7303	1,5444	2,71	3,84	6,64
2012:1	-202,4208	-203,1962	1,5508	2,71	3,84	6,64
2012:2	-203,3136	-204,0245	1,4218	2,71	3,84	6,64
2012:3	-203,5238	-204,2448	1,442	2,71	3,84	6,64
2012:4	-204,4922	-205,2841	1,5838	2,71	3,84	6,64

## Appendice B

### Script di matlab:

#### Test di Phillips Perron:

```

yt = disoccupazione;

T = length(yt) - 1;

% modifiche della grandezza del campione di dati da caricare

% yt = yt(1:149);

% T = length(yt) - 1;

% impostazione delle matrici per la regressione

xt = [ ones(T,1) yt(1:T) ];

yt = yt(2:T+1);

% regressione e statistiche preliminari

rhovector = inv(xt'*xt)*xt'*yt;

ut = yt - xt*rhovector;

s2 = ut'*ut/(T-2);

s = sqrt(s2);

sigrvector = s2*inv(xt'*xt);

rho = rhovector(2);

sigr = sqrt(sigrvector(2,2));

tstat = (rho-1)/sigr;

%varianza Newey-West

gama = (1/T)*ut'*ut;

gamvector = zeros(50,1);

for j = 1:51

    gamu = ut(j+1:T);

    gamuj = ut(1:T-j);

    gamvector(j) = (1/T)*gamu'*gamuj;

end

```

```

% Statistica Phillips-Perron per diversi valori di q
ppstat = zeros(51,1);
ppstat(1) = tstat;
for q = 1:50
    lam2 = gamo;
    for j = 1:q
        lam2 = lam2 + 2*(1-j/(q+1))*gamvec(j);
    end
    lam = sqrt(lam2);
    ppstat(q+1) = (sqrt(gamo/lam2))*tstat ...
        - (1/2)*((lam2-gamo)/lam)*(T*sigr/s);
end
% scelta del q ottimale con il metodo di Andrews
pihat = inv(ut(1:T-1)'*ut(1:T-1))*ut(1:T-1)'*ut(2:T);
alpha = 4*pihat^2/((1-pihat)^2*(1+pihat)^2);
qstar = 1.1447*((alpha*T)^(1/3)) - 1;

```

### Test di Phillips Ouliaris:

```

yt = inflazione;
xt = disoccupazione;
T = length(yt);
% modifiche della grandezza del campione di dati da caricare
% yt = yt(1:149);
% xt = xt(1:149);
% T = length(yt);
% regressione di cointegrazione e residui
betvec = inv(xt'*xt)*xt'*yt;
ut = yt - xt*betvec;
% regressione dei residui e statistiche preliminari

```

```

yt = ut(2:T);
xt = ut(1:T-1);
rho = inv(xt'*xt)*xt'*yt;
et = yt - xt*rho;
s2 = et'*et/(T-2);
s = sqrt(s2);
sigr = s*sqrt(inv(xt'*xt));
tstat = (rho-1)/sigr;
% varianza Newey-West
gamo = (1/(T-1))*et'*et;
gamvec = zeros(50,1);
for j = 1:51
    gamet = et(j+1:T-1);
    gamej = et(1:T-j-1);
    gamvec(j) = (1/(T-1))*gamet'*gamej;
end
% statistica Phillips-Ouliaris per diversi valori di q
postat = zeros(51,1);
postat(1) = tstat;
for q = 1:50
    lam2 = gamo;
    for j = 1:q
        lam2 = lam2 + 2*(1-j/(q+1))*gamvec(j);
    end
    lam = sqrt(lam2);
    postat(q+1) = (sqrt(gamo/lam2))*tstat ...
        - (1/2)*((lam2-gamo)/lam)*((T-1)*sigr/s);
end
% stima del q ottimo secondo il metodo di Andrews

```

```

pihat = inv(et(1:T-2)'*et(1:T-2))*et(1:T-2)'*et(2:T-1);
alpha = 4*pihat^2/((1-pihat)^2*(1+pihat)^2);
qstar = 1.1447*((alpha*T)^(1/3)) - 1;

```

### Test di Johansen:

```

p = inflazione;
u = disoccupazione;

T = length(u);

% modifiche della grandezza del campione di dati da caricare
% p = p(1:149);
% u = u(1:149);
% T = length(u);

% calcolo delle differenze prime
dp = p(2:T) - p(1:T-1);
du = u(2:T) - u(1:T-1);

% stima del primo gruppo di regressione ausiliarie
yt = dp(2:T-1);
xt = [ dp(1:T-2) du(1:T-2) ];
pil1 = inv(xt'*xt)*xt'*yt;
ut1 = yt - xt*pil1;

yt = du(2:T-1);
xt = [ dp(1:T-2) du(1:T-2) ];
pil2 = inv(xt'*xt)*xt'*yt;
ut2 = yt - xt*pil2;

pil = [ pil1' ; pil2' ];
ut = [ ut1 ut2 ];

% stima del secondo gruppo di regressioni ausiliarie

```



```

yt = p(2:T-1);
xt = [ dp(1:T-2) du(1:T-2) ];
thet11 = inv(xt'*xt)*xt'*yt;
vt1 = yt - xt*thet11;
yt = u(2:T-1);
xt = [ dp(1:T-2) du(1:T-2) ];
thet12 = inv(xt'*xt)*xt'*yt;
vt2 = yt - xt*thet12;
thet1 = [ thet11' ; thet12' ];
vt = [ vt1 vt2 ];

% calcolo delle matrici di covarianza
siguu = (1/(T-2))*ut'*ut;
siguv = (1/(T-2))*ut'*vt;
sigvu = siguv';
sigvv = (1/(T-2))*vt'*vt;

% calcolo degli autovalori e degli autovettori
bigsig = inv(sigvv)*sigvu*inv(siguu)*siguv;
[amat,lammat] = eig(bigsig);
[lams,lamord] = sort(diag(lammat));
amat = amat(:,lamord);
amat(:,1) = amat(:,1)/(sqrt(amat(:,1)'*sigvv*amat(:,1)));
amat(:,2) = amat(:,2)/(sqrt(amat(:,2)'*sigvv*amat(:,2)));

% statistica rapporto di log-verosimiglianza
lrstat = -(T-2)*log(1-lams(2));

% stima dei parametri
avec = amat(:,2);
xio = siguv*avec*avec';
xil = pil - xio*thet1;
et = ut - vt*xio';

```

```
omeg = (1/(T-2))*et'*et;
```

### Stima del modello vincolato:

```
global ut pit

ut = disoccupazione;
pit = inflazione;

% modifiche della grandezza del campione di dati da caricare

% T = length(ut);

% ut = ut(1:149);

% pit = pit(1:149);

% impostazione dei valori iniziali

alpha = 0.5;
biga = 0.5;
lamtr = 1;
chole = 1;
choln = 1;
cholen = 0;

bigtheto = [ alpha biga lamtr chole choln cholen ]';

% massima verosimiglianza

options(1) = 1;

thetstar = fminu('bgllfn',bigtheto,options);

% standard errors

alpha = thetstar(1);
biga = thetstar(2);
lam = thetstar(3)/(1+thetstar(3));

cholsig = [ thetstar(4) 0 ; thetstar(6) thetstar(5) ];
sig = cholsig*cholsig';

sige = sqrt(sig(1,1));
sign = sqrt(sig(2,2));
sigen = sig(1,2);

tstar = [ alpha biga lam sige sign sigen ]';

fstar = bgllfnse(tstar);

epsmat = 1e-6*eye(6);

hessvec = zeros(6,1);
```

```

for i = 1:6
    hessvec(i) = bgllfnse(tstar+epsmat(:,i));
end

hessmat = zeros(6,6);

for i = 1:6
    for j = 1:6
        hessmat(i,j) = (bgllfnse(tstar+epsmat(:,i)+epsmat(:,j)) ...
            -hessvec(i)-hessvec(j)+fstar)/1e-12;
    end
end

sevec = sqrt(diag(inv(hessmat)));

function llfn = bgllfn(bigthet)

global ut pit

T = length(ut) - 1;

alpha = bigthet(1);
biga = bigthet(2);
lamtr = bigthet(3);
chole = bigthet(4);
choln = bigthet(5);
cholen = bigthet(6);

lam = lamtr/(1+abs(lamtr));

% costruzione del modello state space

yt = [ pit(2:T+1)-alpha*biga*ut(2:T+1) ut(2:T+1)-ut(1:T) ];

CHOLSIG = [ choke 0 ; choln choln ];

SIG = CHOLSIG*CHOLSIG';

F = [ lam 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 1 0 ];

Q = [ 1 0 ; 1 0 ; 0 1 ; 0 0 ];

H = [ 0 -alpha*biga 1+alpha^2*biga 0 ; 1 0 -alpha alpha ];

QSQ = Q*SIG*Q';

% filtri Kalman

xit = zeros(4,1);

```

```

Pt = inv(eye(16)-kron(F,F))*QSQ(:);

Pt = reshape(Pt,4,4);

% stima della funzione negative di log-verosimiglianza

llfn = T*log(2*pi);

for t = 1:T

    et = yt(t,:)' - H*xit;

    llfn = llfn + (1/2)*log(det(H*Pt*H')) + (1/2)*et'*inv(H*Pt*H')*et;

    Kt = F*Pt*H'*inv(H*Pt*H');

    xit = F*xit + Kt*et;

    Pt = (F-Kt*H)*Pt*(F'-H'*Kt') + QSQ;

end

function llfn = bgllfnse(bigthet)

% definizione delle variabili

global ut pit

T = length(ut) - 1;

alpha = bigthet(1);
biga = bigthet(2);
lam = bigthet(3);
sige = bigthet(4);
sign = bigthet(5);
sigen = bigthet(6);

% costruzione del modello state space

yt = [ pit(2:T+1)-alpha*biga*ut(2:T+1) ut(2:T+1)-ut(1:T) ];

SIG = [ sige^2 sigen ; sigen sign^2 ];

F = [ lam 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 1 0 ];

Q = [ 1 0 ; 1 0 ; 0 1 ; 0 0 ];

H = [ 0 -alpha*biga 1+alpha^2*biga 0 ; 1 0 -alpha alpha ];

QSQ = Q*SIG*Q';

% filtri Kalman

xit = zeros(4,1);

```

```

Pt = inv(eye(16)-kron(F,F))*QSQ(:);

Pt = reshape(Pt,4,4);

% stima della funzione negative di log-verosimiglianza

llfn = T*log(2*pi);

for t = 1:T

    et = yt(t,:) - H*xit;

    llfn = llfn + (1/2)*log(det(H*Pt*H')) + (1/2)*et'*inv(H*Pt*H')*et;

    Kt = F*Pt*H'*inv(H*Pt*H');

    xit = F*xit + Kt*et;

    Pt = (F-Kt*H)*Pt*(F'-H'*Kt') + QSQ;

end

```

### Stima del modello non vincolato:

```

global ut pit

ut = disoccupazione;
pit = inflazione;

% modifiche della grandezza del campione di dati da caricare

% T = length(ut);

% ut = ut(1:149);

% pit = pit(1:149);

% impostazione dei valori iniziali

gam = 0.17;
ppp = 0.92;
ppu = -0.24;
pup = 0.14;
puu = 0.57;
tpp1 = 0;
tpu1 = 0;
tup1 = 0;
tuu1 = 0;
tpp2 = 0;
tpu2 = 0;
tup2 = 0;
tuu2 = 0;
cholp = 0.28;
cholu = 0.25;
cholpu = -0.028;

```

```

bigtheto = [ gam ppp ppu pup puu ...
            tpp1 tpul tup1 tuu1 ...
            tpp2 tpu2 tup2 tuu2 ...
            cholp cholp cholpu ]';

% massima verosaimiglianza

options(1) = 1;

thetstar = fminu('unllfn',bigtheto,options);

% standard error

gam = thetstar(1);
ppp = thetstar(2);
ppu = thetstar(3);
pup = thetstar(4);
puu = thetstar(5);
tpp1 = thetstar(6);
tpul = thetstar(7);
tup1 = thetstar(8);
tuu1 = thetstar(9);
tpp2 = thetstar(10);
tpu2 = thetstar(11);
tup2 = thetstar(12);
tuu2 = thetstar(13);

cholsig = [ thetstar(14) 0 ; thetstar(16) thetstar(15) ];
sig = cholsig*cholsig';

sigp = sqrt(sig(1,1));
sigu = sqrt(sig(2,2));
sigpu = sig(1,2);

tstar = [ gam ppp ppu pup puu ...
          tpp1 tpul tup1 tuu1 ...
          tpp2 tpu2 tup2 tuu2 ...
          sigp sigu sigpu ]';

fstar = unllfnse(tstar);

epsmat = 1e-6*eye(16);

hessvec = zeros(16,1);

for i = 1:16

    hessvec(i) = unllfnse(tstar+epsmat(:,i));

end

hessmat = zeros(16,16);

for i = 1:16

    for j = 1:16

        hessmat(i,j) = (unllfnse(tstar+epsmat(:,i)+epsmat(:,j)) ...

```

```

                                -hessvec(i)-hessvec(j)+fstar)/1e-12;

    end

end

sevec = sqrt(diag(inv(hessmat)));

function llfn = unllfn(bigthet)

    global ut pit

    T = length(ut) - 1;

    gam = bigthet(1);
    ppp = bigthet(2);
    ppu = bigthet(3);
    pup = bigthet(4);
    puu = bigthet(5);
    tpp1 = bigthet(6);
    tpu1 = bigthet(7);
    tup1 = bigthet(8);
    tuu1 = bigthet(9);
    tpp2 = bigthet(10);
    tpu2 = bigthet(11);
    tup2 = bigthet(12);
    tuu2 = bigthet(13);
    cholp = bigthet(14);
    cholu = bigthet(15);
    cholpu = bigthet(16);

    % costruzione del modello state space

    yt = [ pit(2:T+1)-gam*ut(2:T+1) ut(2:T+1)-ut(1:T) ];

    CHOLSIG = [ cholp 0 ; cholpu cholu ];

    SIG = CHOLSIG*CHOLSIG';

    F = [ ppp ppu tpp1 tpu1 tpp2 tpu2 ; ...
          pup puu tup1 tuu1 tup2 tuu2 ; ...
          0 0 0 0 0 0 ; ...
          0 0 0 0 0 0 ; ...
          0 0 1 0 0 0 ; ...
          0 0 0 1 0 0 ];

    Q = [ 1 0 ; 0 1 ; 1 0 ; 0 1 ; 0 0 ; 0 0 ];

    H = [ eye(2) zeros(2,4) ];

    QSQ = Q*SIG*Q';

    % filtro Kalman

    xit = zeros(6,1);

    Pt = inv(eye(36)-kron(F,F))*QSQ(:);

```

```

Pt = reshape(Pt,6,6);

% stima della funzione di log-verosimiglianza negativa

llfn = T*log(2*pi);

for t = 1:T

    et = yt(t,:) - H*xit;

    llfn = llfn + (1/2)*log(det(H*Pt*H')) + (1/2)*et'*inv(H*Pt*H')*et;

    Kt = F*Pt*H'*inv(H*Pt*H');

    xit = F*xit + Kt*et;

    Pt = (F-Kt*H)*Pt*(F'-H'*Kt') + QSQ;

end

function llfn = unllfnse(bigthet)

global ut pit

T = length(ut) - 1;

gam = bigthet(1);
ppp = bigthet(2);
ppu = bigthet(3);
pup = bigthet(4);
puu = bigthet(5);
tpp1 = bigthet(6);
tpu1 = bigthet(7);
tup1 = bigthet(8);
tuu1 = bigthet(9);
tpp2 = bigthet(10);
tpu2 = bigthet(11);
tup2 = bigthet(12);
tuu2 = bigthet(13);
sigp = bigthet(14);
sigu = bigthet(15);
sigpu = bigthet(16);

% costruzione del modello state space

yt = [ pit(2:T+1)-gam*ut(2:T+1) ut(2:T+1)-ut(1:T) ];

SIG = [ sigp^2 sigpu ; sigpu sigu^2 ];

F = [ ppp ppu tpp1 tpu1 tpp2 tpu2 ; ...
      pup puu tup1 tuu1 tup2 tuu2 ; ...
      0 0 0 0 0 0 ; ...
      0 0 0 0 0 0 ; ...
      0 0 1 0 0 0 ; ...
      0 0 0 1 0 0 ];

```



```

Q = [ 1 0 ; 0 1 ; 1 0 ; 0 1 ; 0 0 ; 0 0 ];

H = [ eye(2) zeros(2,4) ];

QSQ = Q*SIG*Q';

% filtro Kalman

xit = zeros(6,1);

Pt = inv(eye(36)-kron(F,F))*QSQ(:);

Pt = reshape(Pt,6,6);

% stima della funzione di log-verosimiglianza negativa

llfn = T*log(2*pi);

for t = 1:T

    et = yt(t,:) - H*xit;

    llfn = llfn + (1/2)*log(det(H*Pt*H')) + (1/2)*et'*inv(H*Pt*H')*et;

    Kt = F*Pt*H'*inv(H*Pt*H');

    xit = F*xit + Kt*et;

    Pt = (F-Kt*H)*Pt*(F'-H'*Kt') + QSQ;

end

```

### Stima del modello con $\alpha$ vincolato:

```

global ut pit

ut = disoccupazione;
pit = inflazione;

% modifiche della grandezza del campione di dati da caricare

% T = length(ut);

% ut = ut(1:149);

% pit = pit(1:149);

% impostazione dei valori iniziali

biga = 0.5;
lamtr = 1;
chole = 1;
choln = 1;
cholen = 0;

```

```

bigtheto = [ biga lamtr chole choln cholen ]';

% massima verosaimiglianza
options(1) = 1;

thetstar = fminu('bglfn',bigtheto,options);

% standard error

biga = thetstar(1);
lam = thetstar(2)/(1+thetstar(2));

cholsig = [ thetstar(3) 0 ; thetstar(5) thetstar(4) ];
sig = cholsig*cholsig';

sige = sqrt(sig(1,1));
sign = sqrt(sig(2,2));
sigen = sig(1,2);

tstar = [ biga lam sige sign sigen ]';

fstar = bglfnsea(tstar);

epsmat = 1e-6*eye(5);

hessvec = zeros(5,1);

for i = 1:5

    hessvec(i) = bglfnsea(tstar+epsmat(:,i));

end

hessmat = zeros(5,5);

for i = 1:5

    for j = 1:5

        hessmat(i,j) = (bglfnsea(tstar+epsmat(:,i)+epsmat(:,j)) ...
            -hessvec(i)-hessvec(j)+fstar)/1e-12;

    end

end

sevec = sqrt(diag(inv(hessmat)));

function llfn = bglfn(bigthet)

global ut pit

T = length(ut) - 1;

```

```

;
biga = bigthet(1);
lamtr = bigthet(2);
chole = bigthet(3);
choln = bigthet(4);
cholen = bigthet(5);

lam = lamtr/(1+abs(lamtr));

% costruzione del modello state space

yt = [ pit(2:T+1)-0.1581*biga*ut(2:T+1) ut(2:T+1)-ut(1:T) ];

CHOLSIG = [ chole 0 ; cholen choln ];

SIG = CHOLSIG*CHOLSIG';

F = [ lam 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 1 0 ];

Q = [ 1 0 ; 1 0 ; 0 1 ; 0 0 ];

H = [ 0 -0.1581*biga 1+0.1581^2*biga 0 ; 1 0 -0.1581 0.1581 ];

QSQ = Q*SIG*Q';

% filtro Kalman

xit = zeros(4,1);

Pt = inv(eye(16)-kron(F,F))*QSQ(:);

Pt = reshape(Pt,4,4);

% stima della funzione di log-verosimiglianza negativa

llfn = T*log(2*pi);

for t = 1:T

    et = yt(t,:) - H*xit;

    llfn = llfn + (1/2)*log(det(H*Pt*H')) + (1/2)*et'*inv(H*Pt*H')*et;

    Kt = F*Pt*H'*inv(H*Pt*H');

    xit = F*xit + Kt*et;

    Pt = (F-Kt*H)*Pt*(F'-H'*Kt') + QSQ;

end

function llfn = bgllfnse(bigthet)

global ut pit

```

```

T = length(ut) - 1;

biga = bigthet(1);
lam = bigthet(2);
sige = bigthet(3);
sign = bigthet(4);
sigen = bigthet(5);

% costruzione del modello state space

yt = [ pit(2:T+1)-0.1581*biga*ut(2:T+1) ut(2:T+1)-ut(1:T) ];

SIG = [ sige^2 sigen ; sigen sign^2 ];

F = [ lam 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 1 0 ];

Q = [ 1 0 ; 1 0 ; 0 1 ; 0 0 ];

H = [ 0 -0.1581*biga 1+0.1581^2*biga 0 ; 1 0 -0.1581 0.1581 ];

QSQ = Q*SIG*Q';

% filtro Kalman

xit = zeros(4,1);

Pt = inv(eye(16)-kron(F,F))*QSQ(:);

Pt = reshape(Pt,4,4);

% stima della funzione di log-verosimiglianza negativa

llfn = T*log(2*pi);

for t = 1:T

    et = yt(t,:) - H*xit;

    llfn = llfn + (1/2)*log(det(H*Pt*H')) + (1/2)*et'*inv(H*Pt*H')*et;

    Kt = F*Pt*H'*inv(H*Pt*H');

    xit = F*xit + Kt*et;

    Pt = (F-Kt*H)*Pt*(F'-H'*Kt') + QSQ;

end

```

### Stima del modello con $\lambda$ vincolato:

```

global ut pit

ut = disoccupazione;
pit = inflazione;

```

```

% modifiche della grandezza del campione di dati da caricare

% T = length(ut);

% ut = ut(1:149);

% pit = pit(1:149);

% impostazione dei valori iniziali

alpha = 0.5;
biga = 0.5;
chole = 1;
choln = 1;
cholen = 0;

bigtheto = [ alpha biga chole choln cholen ]';

% massima verosimiglianza

options(1) = 1;

thetstar = fminu('bgllfn',bigtheto,options);

% standard errors

alpha = thetstar(1);
biga = thetstar(2);

cholsig = [ thetstar(3) 0 ; thetstar(5) thetstar(4) ];
sig = cholsig*cholsig';

sige = sqrt(sig(1,1));
sign = sqrt(sig(2,2));
sigen = sig(1,2);

tstar = [ alpha biga sige sign sigen ]';

fstar = bgllfnse(tstar);

epsmat = 1e-6*eye(5);

hessvec = zeros(5,1);

for i = 1:5

    hessvec(i) = bgllfnse(tstar+epsmat(:,i));

end

hessmat = zeros(5,5);

for i = 1:5

    for j = 1:5

        hessmat(i,j) = (bgllfnse(tstar+epsmat(:,i)+epsmat(:,j)) ...

```

```

                                -hessvec(i)-hessvec(j)+fstar)/1e-12;

    end

end

sevec = sqrt(diag(inv(hessmat)));

function llfn = bgllfn(bigthet)

    global ut pit

    T = length(ut) - 1;

    alpha = bigthet(1);
    biga = bigthet(2);
    chole = bigthet(3);
    choln = bigthet(4);
    cholen = bigthet(5);

% costruzione del modello state space

    yt = [ pit(2:T+1)-alpha*biga*ut(2:T+1) ut(2:T+1)-ut(1:T) ];

    CHOLSIG = [ chole 0 ; cholen choln ];

    SIG = CHOLSIG*CHOLSIG';

    F = [ 0.5758 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 1 0 ];

    Q = [ 1 0 ; 1 0 ; 0 1 ; 0 0 ];

    H = [ 0 -alpha*biga 1+alpha^2*biga 0 ; 1 0 -alpha alpha ];

    QSQ = Q*SIG*Q';

% filtri Kalman

    xit = zeros(4,1);

    Pt = inv(eye(16)-kron(F,F))*QSQ(:);

    Pt = reshape(Pt,4,4);

% stima della funzione negative di log-verosimiglianza

    llfn = T*log(2*pi);

    for t = 1:T

        et = yt(t,:) - H*xit;

        llfn = llfn + (1/2)*log(det(H*Pt*H')) + (1/2)*et'*inv(H*Pt*H')*et;

```

```

Kt = F*Pt*H'*inv(H*Pt*H');

xit = F*xit + Kt*et;

Pt = (F-Kt*H)*Pt*(F'-H'*Kt') + QSQ;

end

function llfn = bgllfnse(bigthet)

% definizione delle variabili

global ut pit

T = length(ut) - 1;

alpha = bigthet(1);
biga = bigthet(2);
sige = bigthet(3);
sign = bigthet(4);
sigen = bigthet(5);

% costruzione del modello state space

yt = [ pit(2:T+1)-alpha*biga*ut(2:T+1) ut(2:T+1)-ut(1:T) ];

SIG = [ sige^2 sigen ; sigen sign^2 ];

F = [ 0.5758 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 0 0 ; 0 0 1 0 ];

Q = [ 1 0 ; 1 0 ; 0 1 ; 0 0 ];

H = [ 0 -alpha*biga 1+alpha^2*biga 0 ; 1 0 -alpha alpha ];

QSQ = Q*SIG*Q';

% filtri Kalman

xit = zeros(4,1);

Pt = inv(eye(16)-kron(F,F))*QSQ(:);

Pt = reshape(Pt,4,4);

% stima della funzione negative di log-verosimiglianza

llfn = T*log(2*pi);

for t = 1:T

    et = yt(t,:) - H*xit;

    llfn = llfn + (1/2)*log(det(H*Pt*H')) + (1/2)*et'*inv(H*Pt*H')*et;

    Kt = F*Pt*H'*inv(H*Pt*H');

```

```

xit = F*xit + Kt*et;

Pt = (F-Kt*H)*Pt*(F'-H'*Kt') + QSQ;

end

```

## Script di R:

```

## Carico i dati e la libreria "urca"
x=ts(read.table("c:/Documents and
Settings/Desktop/usa/md6012.txt",header=TRUE),start=1960,frequency=4
)
y=ts(read.table("c:/Documents and
Settings/Desktop/usa/i6012.txt",header=TRUE),start=1960,frequency=4)
library(urca)

## Carico un sottocampione di dati
m<-length(x)
n=149
d<-ts(x[1:(n)],freq=4,start=c(1960,1))
i<-ts(y[1:(n)],freq=4,start=c(1960,1))

## Test di Zivot Andrews:
s<-ur.za(d,model="intercept")
summary(s)
n<-ur.za(i,model="trend",lag=5)
summary(n)

## Test di Johansen modificato
z<-window(cbind(i,d))
sjd.lst <- cajolst(z)
summary(sjd.lst)

## Break point per il test Johansen
slotNames(sjd.lst)
sjd.lst@bp

```



## **Ringraziamenti:**

*Arrivata alla fine di questo lungo percorso accademico credo sia doveroso fare alcuni ringraziamenti.*

*Innanzitutto un grazie di cuore va al Professor Efrem Castelnuovo che mi ha seguito nella stesura di questa tesi, sempre disponibile, paziente e attento ad ogni esigenza degli studenti, lo ringrazio in particolar modo per avermi appassionata a questa materia, non tutti riescono a far amare agli studenti ciò che fanno. Ringrazio anche il Professor Silvano Bordignon, credo sia uno dei professori più preparati che ho avuto modo di incontrare nella mia carriera universitaria.*

*Un grazie particolare va sicuramente alla mia famiglia, ai miei genitori che mi hanno sempre assecondata e spronata a fare quello in cui credevo, e a mia sorella: è grazie a loro se ora sto scrivendo queste righe.*

*Grazie a Daniele, che mi è sempre stato vicino, nonostante spesso non sia facile.*

*Un pensiero particolare va anche a chi non c'è più: a mio nonno, so che saresti orgoglioso di me, e alla mia amica Adriana, siamo cresciute assieme e questa laurea è un po' anche per te. Ai miei nonni, che mi chiedono sempre quando mi laureo, perché sono soddisfazioni immense per loro, ai miei zii, ai cugini e alle mogli, alla piccola Noemi, che con un sorriso mi fa passare tutte le preoccupazioni, è proprio vero che attraverso gli occhi di un bambino si riesce a vedere il bello della vita.*

*A Sara, amica d'infanzia, una delle persone che più mi conosce e più mi capisce: grazie perché mi hai sempre consigliata e aiutata senza mai giudicare, grazie perché non hai mai chiesto troppe spiegazioni, grazie perché in ogni momento, in ogni situazione, incondizionatamente da tutto il resto, tu c'eri.*

*Alle mie amiche del liceo, ognuna di loro in questi anni mi ha dato qualcosa di speciale: a Chicca, per i tanti consigli, spesso non seguiti, e per le lunghe pattinate assieme, ad Elena, per le serate passate in palestra, e per tutte le volte che mi è stata vicino nei bivi della mia vita, a Virginia, perché se tutte noi abbiamo capito qualcosa della matematica è grazie a lei, a Martina, per tutte le paranoie che ha dovuto ascoltare, a Vania e Giulia, per tutte le risate e i bigliettini che ci siamo scritte: grazie a tutte voi per aver reso quei cinque anni di liceo semplicemente meravigliosi.*

*Ad Alice, che mi porta spesso a fare serate all'insegna del divertimento e anche un po' dell'esagerazione, ogni tanto bisogna anche staccare la spina.*

*Ad Ilenia per tutti i bei momenti passati assieme.*

*Ad Anna, Veronica, Michele, Chiara, Jenny, Federica, Benedetta, Andrea, Giuliano e tutti gli altri compagni di università, un grazie per le giornate passate sui libri, per le partite a carte, per le lezioni, anche quelle saltate, e per i lavori di gruppo fatti assieme, studiare con voi ha reso tutto più facile.*

*Un grazie particolare va ad Anna e Veronica, con cui ho trascorso gli ultimi anni di magistrale, con voi risultava tutto meno pesante, gli esami, le lezioni, le ansie e i fallimenti: credo che se sono arrivata fin qui sia merito anche vostro.*

*Un ringraziamento va anche a Mara e Nicholas, compagni di treno (e disavventura).*

*Vorrei ringraziare anche tutti i docenti universitari che ho avuto nel corso degli anni: persone competenti, preparate e soprattutto molto disponibili, credo difficilmente in altre facoltà si possa avere la fortuna di trovare persone così splendide.*

*Un grazie va anche ai professori del liceo: Frau Quaggiotto che mi ha fatto amare il tedesco in modo incondizionato, al prof. Furlanetto, uno dei primi laureati in statistica, che mi ha illuminato all'esame di maturità, e a tutti gli altri.*

*Grazie anche a tutti quelli che sicuramente ho dimenticato in queste righe.*

*A tutti quelli che hanno creduto in me, e a chi invece non l'ha mai fatto, anche questo è servito per crescere.*

*A tutti quelli che ho incontrato nel corso di questi anni, a chi non ho nominato ma porto nel cuore, a chi anche per poco tempo mi ha fatto stare bene! Grazie!*