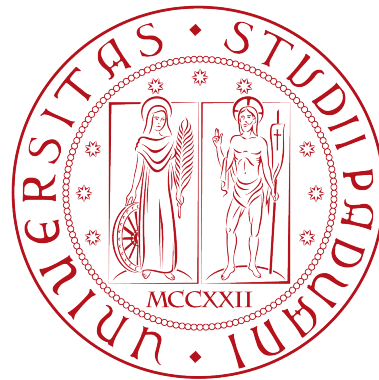

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Ingegneria Industriale
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Energia Elettrica



**INIEZIONE DI TENSIONI HF PER LA
STIMA DELLA POSIZIONE DI MOTORI
SINCRONI ANISOTROPI.
PRESTAZIONI CON TENSIONI
PULSANTI E ROTANTI IN PRESENZA
DI SATURAZIONE**

Relatore: Prof. **Bolognani Silverio**

Correlatore: Dott. **Manzolini Virginia**

Laureando: **Berto Matteo** - 1134400

Anno Accademico 2017-2018

alla mia famiglia

Indice

1	Azionamenti sensorless a velocità bassa o nulla	9
2	Motore sincrono a magnete permanente interno	11
2.1	Modello ideale del motore IPM	11
2.2	Dati del motore IPM	16
3	Flusso pulsante in $d^x q^x$	17
3.1	Principio di funzionamento	17
3.2	In assenza di saturazione	21
3.3	In presenza di saturazione incrociata	29
4	Flusso rotante in $\alpha\beta$	41
4.1	Principio di funzionamento	41
4.2	In assenza di saturazione	44
4.3	In presenza di saturazione incrociata	50
5	Flusso rotante in $d^x q^x$	55
5.1	Principio di funzionamento	55
5.2	In assenza di saturazione	58
5.3	In presenza di saturazione incrociata	63
6	Motore sincrono a riluttanza	69
6.1	Modello ideale del motore REL	69
6.2	Mappe delle induttanze	73
6.3	Modello reale del motore REL	80
6.4	Simulazioni	82
6.5	Considerazioni sui risultati	89
6.6	Tuning	93

7	Studio dell'ellisse	97
7.1	Correnti hf con flusso rotante in $\alpha\beta$	97
7.2	Simulazioni con flusso rotante in $\alpha\beta$	103
7.3	Simulazioni con flusso rotante in d^xq^x	107
7.4	Nuovo metodo di stima della posizione	110
8	Prove sperimentali	115
8.1	Rotante in $\alpha\beta$ - sensorless	115
8.2	Rotante in $\alpha\beta$ - sensed	119
8.3	Campionamento e fitting	124
9	Conclusioni	129

Introduzione

Negli ultimi anni nel settore degli azionamenti elettrici per applicazioni industriali e per i trasporti si sta verificando un incremento nella richiesta di motori sincroni brushless per via della loro elevata efficienza e della buona affidabilità. Con la diffusione di questi motori sta crescendo anche l'interesse verso tecniche innovative che consentono di effettuare il controllo in assenza di sensori meccanici di posizione e velocità.

Nei motori a magnete permanente interno e a riluttanza, per velocità bassa o nulla, il controllo sensorless avviene tramite l'iniezione di una tensione in alta frequenza e attraverso la demodulazione delle correnti risultanti.

In questa tesi si vanno a confrontare le prestazioni di tre diversi metodi di stima della posizione applicati inizialmente su un motore ideale e in seguito su un modello più realistico, al fine di analizzare gli effetti della saturazione.

Lo studio dei metodi, che si sviluppa nei capitoli 3, 4 e 5, viene sempre affiancato da simulazioni e, per la stima con flusso rotante in $\alpha\beta$, anche da prove sperimentali al banco che ne verificano il funzionamento in diversi punti di lavoro.

Capitolo 1

Azionamenti sensorless a velocità bassa o nulla

I motori sincroni a magnete permanente (brushless sinusoidali) hanno diversi vantaggi rispetto agli altri motori in alternata, tra cui elevate prestazioni dinamiche, elevato rapporto coppia/volume ed ampio campo di velocità a potenza costante. Per questi motivi sono molto impiegati in diversi tipi di applicazioni industriali come veicoli elettrici, aeronautica, macchine utensili a controllo numerico e robotica.

Per controllare le macchine sincrone a magnete permanente è necessario avere un'informazione precisa sulla posizione rotorica, perciò in genere sono utilizzati resolver o encoder. I resolver (trasduttori assoluti) e gli encoder (trasduttori incrementali) sono montati sull'albero del motore e forniscono una misura della posizione meccanico-elettrica.

In genere l'utilizzo dei sensori di posizione e di velocità comporta a degli svantaggi di natura tecnica ed economica. Innanzitutto i sensori aumentano i costi dell'azionamento e possono diminuirne l'affidabilità. Inoltre, in particolari applicazioni, l'installazione di essi risulta difficoltosa per motivi di ingombro. Le tecniche sensorless sono quindi oggetto di grande interesse perché permettono di eliminare i sensori e gli svantaggi implicati.

I metodi di stima della posizione si differenziano in base al campo di velocità e alla tipologia di rotore.

	ω medio-alte	ω bassa o nulla
SPM	✓	
IPM e REL	✓	✓

Le soluzioni per velocità medio-alte effettuano la stima della posizione rotorica attraverso la ricostruzione della forza elettromotrice presente all'interno del motore, partendo da misure di tensione e corrente. Il motore sta ruotando (fino a velocità maggiori di un 20 – 30% rispetto alla velocità nominale) perciò c'è una forza elettromotrice dovuta ai magneti che, se adeguatamente rilevata, va ad indicare la direzione lungo cui è disposto l'asse d . Gli schemi sono diversi per i motori SPM, IPM e REL, ma il principio base è lo stesso: stimare il vettore spaziale della f_{em} o il vettore spaziale del flusso dovuto ai magneti permanenti.

A velocità nulla il principio appena visto non è applicabile in quanto, con rotore fermo, non ci sono gli effetti del flusso dei magneti sul rotore. Anche a velocità bassa la forza elettromotrice è talmente modesta da confondersi con le precisioni di misura. Di conseguenza bisogna adottare delle tecniche che si basano su principi differenti. Queste tecniche utilizzano dei segnali addizionali iniettati sullo statore che vanno a riconoscere l'anisotropia del rotore. Tali tecniche funzionano solo su motori a magnete permanente interno e su motori a riluttanza; per i motori SPM è necessario introdurre allo scopo anisotropie sulla struttura rotorica.

La stima della posizione per motori anisotropi a velocità bassa o nulla avviene analizzando come risponde il motore, in termini di corrente, all'iniezione di una tensione ausiliaria in alta frequenza. Grazie all'anisotropia rotorica le correnti hf risultanti contengono un'informazione sulla posizione ϑ_{me} .

Le tensioni hf iniettate possono essere onde quadre o sinusoidi. Il primo caso è particolarmente interessante poiché la ω_h può essere incrementata fino a metà della frequenza di switching dell'inverter, con evidenti benefici sulla dinamica del controllo. Tuttavia questo caso non sarà preso in considerazione, ma si analizzerà invece l'iniezione sinusoidale.

I metodi che verranno analizzati in seguito si differenziano in base alla tipologia del vettore spaziale del flusso (pulsante o rotante) e in base al sistema di riferimento scelto ($d^x q^x$ o $\alpha\beta$).

Capitolo 2

Motore sincrono a magnete permanente interno

2.1 Modello ideale del motore IPM

Si consideri una macchina trifase che rispetti le seguenti ipotesi:

- sia magneticamente lineare (non sia soggetta alla saturazione del ferro)
- la distribuzione degli avvolgimenti statorici sia sinusoidale
- presenti una marcata anisotropia magnetica

la cui struttura è rappresentata in figura:

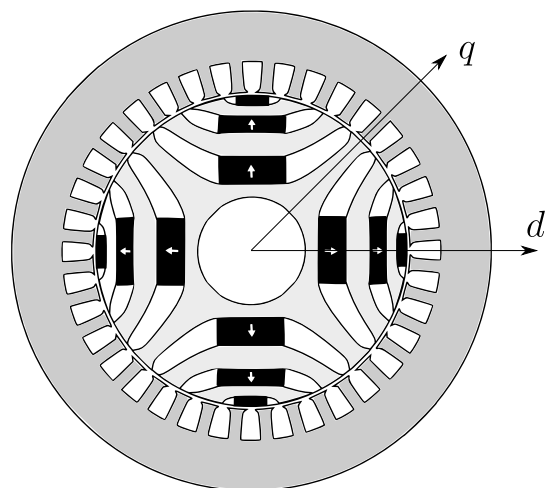


Figura 2.1: Motore IPM a 4 poli

In un motore SPM i magneti sono posizionati sulle superficie del rotore (isotropo). In un motore IPM, invece, i magneti permanenti vengono “annegati” nel ferro.

Nella struttura di figura (2.1) i magneti, di forma piatta e a magnetizzazione radiale, sono alloggiati in apposite tasche ricavate all’interno dei lamierini di rotore. Sono inoltre presenti i ponticelli (non illustrati) che hanno una funzione strutturale.

Per un motore IPM si usa la seguente convenzione:

- si indica con d (asse polare) l’asse del magnete
- si indica con q (asse interpolare) l’asse del ferro

Da un punto di vista magnetico il rotore di una macchina IPM ha il seguente comportamento:

- lungo l’asse q si ha la minima riluttanza, perché le linee di campo attraversano un percorso costituito soltanto da ferro
- lungo l’asse d si ha la massima riluttanza. La permeabilità magnetica differenziale del magnete è paragonabile a quella dell’aria (pessimo conduttore magnetico) e conseguentemente le tasche si comportano come delle barriere.

Il rotore di un IPM è anisotropo in quanto la resistenza al flusso (riluttanza magnetica) varia al variare del percorso ($\mathfrak{R}_d > \mathfrak{R}_q$).

Ragionando in termini di induttanze, anziché di riluttanze, si ottiene:

$$\boxed{L_d < L_q} \quad (2.1)$$

L_d e L_q indicano rispettivamente l’*induttanza sincrona diretta* e l’*induttanza sincrona in quadratura*.

Le equazioni delle tensioni nel sistema di riferimento dq valgono:

$$\begin{aligned} u_d &= R i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_{me} L_q i_q \\ u_q &= R i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_{me} L_d i_d + \omega_{me} \Lambda_{PM} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Il termine Λ_{PM} è il valore massimo del flusso concatenato con gli avvolgimenti prodotto dal magnete.

Le equazioni dei flussi concatenati, sempre nel sistema di riferimento rotante sincrono con il rotore, valgono:

$$\begin{aligned}\lambda_d &= L_d i_d + \Lambda_{PM} \\ \lambda_q &= L_q i_q\end{aligned}\quad (2.3)$$

Visto che si sta considerando un modello lineare, i termini L_d , L_q e Λ_{PM} sono supposti costanti e indipendenti dalla corrente $\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix}$.

La coppia generabile da un motore IPM ha la seguente espressione in dq :

$$m = \frac{3}{2} p [\Lambda_{PM} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (2.4)$$

dove p è il numero di coppie polari. Nella (2.4) ci sono due contributi:

- $\frac{3}{2} p \Lambda_{PM} i_q$

la coppia elettrodinamica, anche detta cilindrica, che identifica la coppia ottenibile da un motore SPM isotropo (a magneti superficiali)

- $\frac{3}{2} p (L_d - L_q) i_d i_q$

la coppia di riluttanza, che dipende dalle induttanze L_d e L_q (diverse tra loro) e dai segni delle correnti i_d e i_q

Nei motori IPM l'effetto combinato di coppia dovuta ai magneti e coppia di riluttanza consente di raggiungere alte efficienze ed elevati rapporti coppia/volume.

La coppia motrice generata dal motore è bilanciata dal carico secondo la relazione:

$$m = m_L + B \omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (2.5)$$

dove m_L è la coppia di disturbo, $B \omega_m$ è la coppia viscosa e $J \frac{d\omega_m}{dt}$ è la coppia inerziale.

Tenendo conto delle (2.2), della (2.4) e della (2.5) è possibile disegnare lo schema a blocchi del motore IPM lineare:

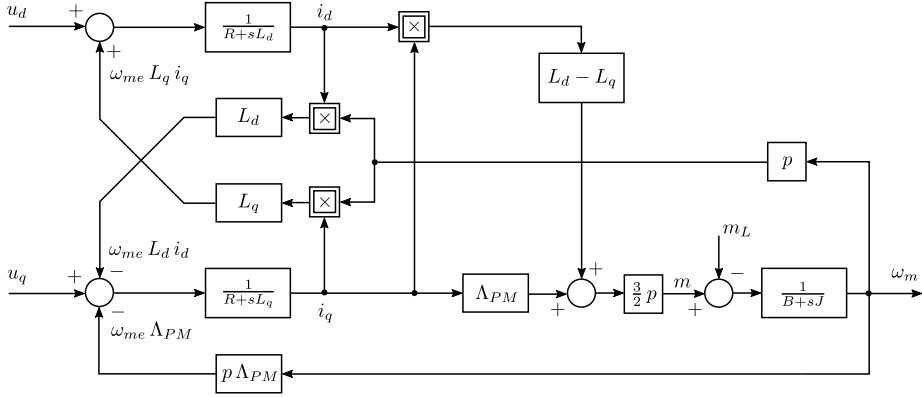


Figura 2.2: Schema a blocchi del motore IPM lineare, in assenza di saturazione incrociata

Si introduca la *cross-saturation* nel modello appena considerato.

Il fenomeno della saturazione incrociata (anche detto *cross-coupling*) descrive l'accoppiamento mutuo tra l'avvolgimento di asse d e l'avvolgimento di asse q di una macchina sincrona trifase.

La *cross-saturation* appare in presenza di saturazione del ferro ed è tanto più evidente quanto maggiore è il modulo del vettore delle correnti. Per questo motivo L_{dq} dovrebbe essere espresso rigorosamente con $l_{dq}(i_d, i_q)$. Tuttavia in questo e nei prossimi capitoli la saturazione incrociata viene introdotta analiticamente con un termine L_{dq} costante.

Le equazioni (2.3) del flusso concatenato di asse diretto e del flusso concatenato di asse in quadratura in presenza di *cross-saturation* (idealmente costante) diventano:

$$\begin{aligned}\lambda_d &= L_d i_d + L_{dq} i_q + \Lambda_{PM} \\ \lambda_q &= L_q i_q + L_{dq} i_d\end{aligned}\quad (2.6)$$

Le (2.6) possono anche essere espresse in forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & L_{dq} \\ L_{dq} & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Lambda_{PM} \\ 0 \end{pmatrix}\quad (2.7)$$

Il bilancio delle tensioni in dq (2.2) si modifica in:

$$\begin{aligned}u_d &= R i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + L_{dq} \frac{di_q}{dt} - \omega_{me} (L_q i_q + L_{dq} i_d) \\ u_q &= R i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + L_{dq} \frac{di_d}{dt} + \omega_{me} (L_d i_d + L_{dq} i_q) + \omega_{me} \Lambda_{PM}\end{aligned}\quad (2.8)$$

Si ottiene il seguente schema a blocchi:

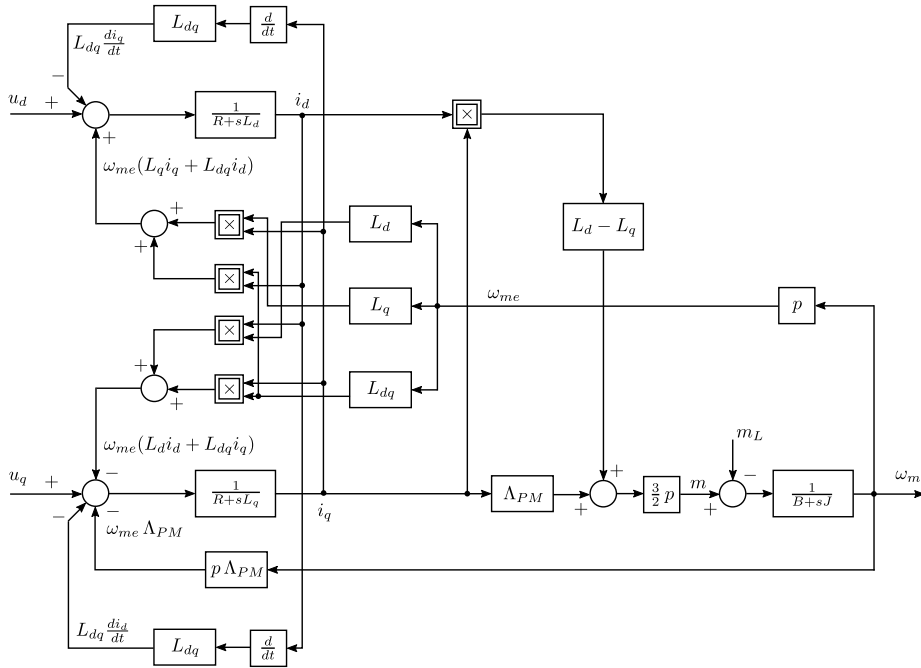


Figura 2.3: Schema a blocchi del motore IPM lineare, in presenza di saturazione incrociata

Si consideri anche il sistema di riferimento stazionario $\alpha\beta$, fisso con lo statore. Le equazioni delle tensioni in $\alpha\beta$ possono essere scritte come:

$$\begin{aligned} u_\alpha &= R i_\alpha + \frac{d\lambda_\alpha}{dt} \\ u_\beta &= R i_\beta + \frac{d\lambda_\beta}{dt} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Il bilancio dei flussi concatenati in $\alpha\beta$ è:

$$\begin{pmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} & -L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} \\ -L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} & L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} + \Lambda_{PM} \begin{pmatrix} \cos \vartheta_{me} \\ \sin \vartheta_{me} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

dove:

- $L_\Sigma = \frac{L_q + L_d}{2}$ è l'induttanza media
- $L_\Delta = \frac{L_q - L_d}{2}$ è l'induttanza semidifferenza
- ϑ_{me} è la posizione meccanico-elettrica del rotore

L'induttanza $L_\Delta \neq 0$ quantifica l'anisotropia dei motori IPM e, come si vedrà in seguito, dei motori REL.

2.2 Dati del motore IPM

In tutte le simulazioni effettuate nei capitoli 3, 4 e 5 si è utilizzato lo schema del motore IPM ideale visto in figura (2.3). I dati impostati sono i seguenti:

- motore IPM

$$R = 1.25 \Omega$$

$$L_d = 15 \text{ mH}$$

$$L_q = 23 \text{ mH}$$

$$L_{dq} = 0 \text{ in assenza di } cross\text{-saturation}$$

$$L_{dq} = \frac{L_d}{10} \text{ in presenza di } cross\text{-saturation}$$

L_d , L_q e L_{dq} sono supposte costanti

$$p = 4$$

$$\Lambda_{PM} = 0.185 \text{ Wb}$$

$$J = 2e^{-4} \text{ kg m}^2$$

$$B = 5e^{-5} \text{ Nms}$$

- inverter, limiti di corrente e di tensione

$$\tau_c = 2e^{-4} \text{ s}$$

$$I_n = 4.2 \sqrt{2} \text{ A}$$

$$U_n = \frac{360}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

- guadagni dei regolatori

$$B_p = 2\pi 100$$

$$K_i = B_p R$$

$$K_{pd} = B_p L_d$$

$$K_{pq} = B_p L_q$$

$$K_{pw} = 0.01$$

$$K_{iw} = 0.5$$

- iniezione in alta frequenza

$$U_h = 50 \text{ V}$$

$$f_h = 1000 \text{ Hz}$$

- inoltre:

riferimento di velocità 100 rpm

riferimento di corrente di asse d -0.2 A

riferimento di corrente di asse q dall'anello di velocità

coppia di carico $m_L = 0$

Capitolo 3

Flusso pulsante in $d^x q^x$

3.1 Principio di funzionamento

La prima tecnica analizzata consiste nel generare un vettore di flusso pulsante ad alta frequenza all'interno della macchina; con il termine "pulsante" si indica che tale flusso andrà ad interessare solo un asse, nello specifico l'asse d^x . Si consideri il seguente schema:

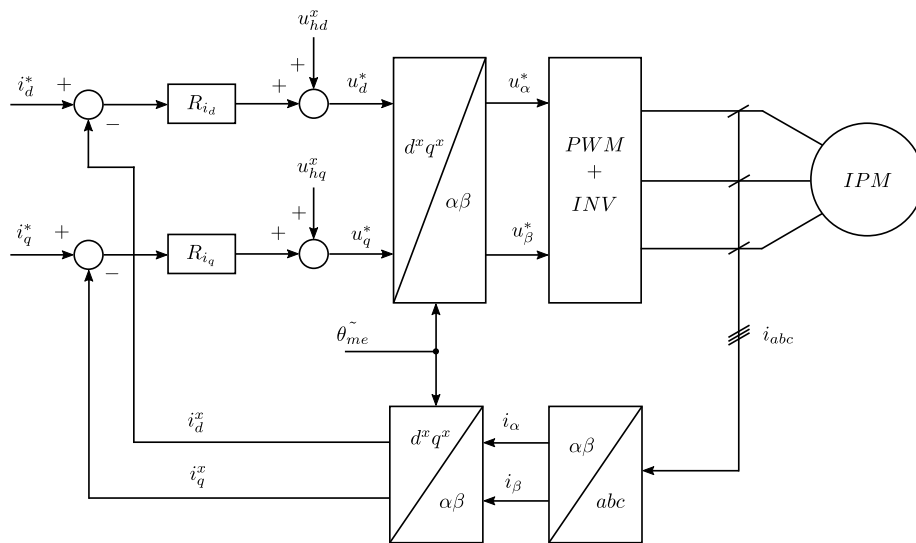


Figura 3.1: Schema dell'azionamento *sensorless* con iniezione di tensione *hf*

Lo schema prevede l'iniezione di una coppia di tensioni addizionali in alta frequenza $\begin{pmatrix} u_{hd}^x \\ u_{hq}^x \end{pmatrix}$ che permettono di generare all'interno della macchina un flusso in alta frequenza $\begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix}$. L'iniezione delle tensioni *hf* avviene sullo statore.

A livello di schema di controllo tali tensioni vengono aggiunte, tramite due sommatore, ai riferimenti di tensione imposti dai regolatori di corrente di asse d e q . I riferimenti di tensione complessivi vengono trasformati dal sistema di riferimento rotante al sistema di riferimento stazionario e infine applicati al motore tramite l'inverter. Si procede dunque a misurare le correnti e a trasformarle prima in $\alpha\beta$ e poi in $d^x q^x$. Lo schema si chiude effettuando il confronto tra le correnti misurate $\begin{pmatrix} i_d^x \\ i_q^x \end{pmatrix}$ con i riferimenti $\begin{pmatrix} i_d^* \\ i_q^* \end{pmatrix}$.

L'aspetto peculiare di tale schema è l'assenza del sensore di posizione: questo azionamento, in quanto *sensorless*, si appoggia sulla posizione meccanico-elettrica stimata ϑ_{me}^{\sim} anziché su quella vera ϑ_{me} . La posizione ϑ_{me}^{\sim} viene utilizzata in tutte le trasformazioni da sistema di riferimento stazionario a rotante, e viceversa. Di conseguenza, anziché lavorare sul sistema di riferimento dq "vero", sincrono con il rotore alla velocità ω_{me} , ci si ritrova a lavorare su un sistema di riferimento $d^x q^x$ "stimato", rotante alla velocità ω_x ($\tilde{\omega}_{me}$). Lo scopo di questo schema di controllo è, partendo da un sistema $d^x q^x$ generico, di raggiungere il sistema di riferimento dq attraverso una serie di correzioni. Il processo di avvicinamento non è istantaneo, ha una certa dinamica, e in certe condizioni può anche non portare al risultato desiderato (errori o addirittura perdita del controllo del motore). L'obiettivo che si vuole ottenere è la sovrapposizione degli assi stimati con quelli reali (rispettivamente $d^x \equiv d$ e $q^x \equiv q$) a cui corrispondono delle stime corrette di velocità ($\omega_x \equiv \omega_{me}$) e di posizione ($\vartheta_{me}^{\sim} \equiv \vartheta_{me}$). In altre parole l'algoritmo funziona in maniera tale da diminuire progressivamente l'errore di stima della posizione $\Delta\vartheta = \vartheta_{me}^{\sim} - \vartheta_{me}$ fino a portarlo a zero.

In figura sono rappresentati i tre sistemi di riferimento fino ad ora considerati:

- $\alpha\beta$ stazionario;
- dq rotante alla velocità angolare rotorica ω_{me} , i cui assi dq sono in anticipo rispetto agli assi fissi $\alpha\beta$ di un angolo ϑ_{me} compreso tra 0 e 2π ;
- $d^x q^x$ rotante alla velocità stimata ω_x e sfasato di un angolo $\Delta\vartheta$ rispetto al sistema di riferimento dq .

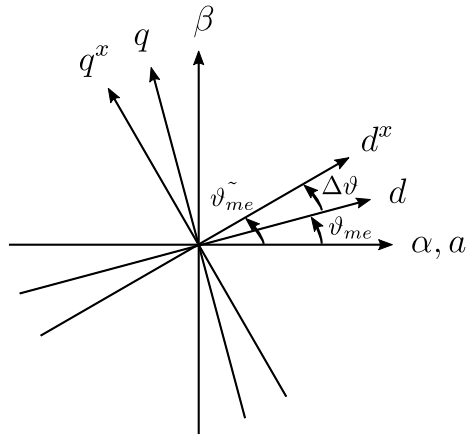


Figura 3.2: Sistemi di riferimento

Si immagini, per semplicità di trattazione, che la velocità di rotazione della macchina sia nulla. Le tensioni hf iniettate producono un flusso hf nella macchina. Supponiamo che tale flusso abbia la seguente espressione:

$$\begin{aligned}\lambda_{hd}^x &= \Lambda_d \sin \omega_h t \\ \lambda_{hq}^x &= 0\end{aligned}$$

Il flusso $\begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix}$, che si sovrappone al flusso dovuto alle correnti di funzionamento (in bassa frequenza) e a quello prodotto dal magnete, non è altro che un vettore pulsante. Corrisponde ad una sinusoidale in alta frequenza lungo l'asse d^x , e la componente q^x è identicamente nulla.

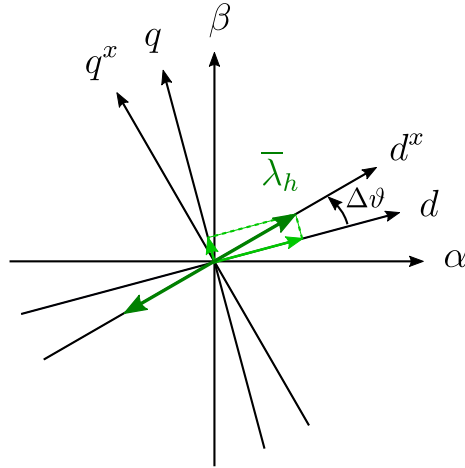


Figura 3.3: Flusso hf pulsante

Durante la fase di avvicinamento l'asse d^x lungo cui agisce il flusso è un asse generico e non corrisponde a d vero. In questa fase il flusso $\begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix}$ visto dal sistema di riferimento dq risulta avere una componente non solo sull'asse diretto ma anche sull'asse in quadratura. Le proiezioni del vettore pulsante $\bar{\lambda}_h$ sugli assi d e q valgono:

$$\begin{aligned}\lambda_{hd} &= L_d i_{hd} \\ \lambda_{hq} &= L_q i_{hq}\end{aligned}$$

Si vede che il flusso hf richiede delle correnti i_{hd} e i_{hq} per essere sostenuto. In modo particolare se c'è corrente i_{hq} automaticamente significa che si ha $\Delta\vartheta \neq 0$, ovvero la posizione stimata ϑ_{me}^{\sim} è diversa dalla posizione vera ϑ_{me} . Per fare in modo che l'azionamento *sensorless* lavori con una stima corretta della posizione è necessario, in qualche modo, annullare la componente in quadratura della corrente hf .

Si consideri il vettore delle correnti ad alta frequenza:

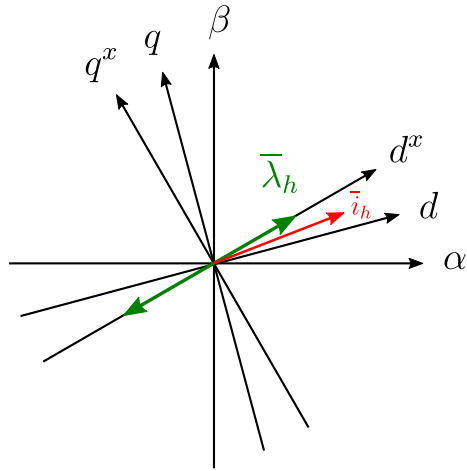


Figura 3.4: Vettore correnti hf

Il vettore delle correnti non è allineato al vettore dei flussi. Ciò è dovuto al fatto che in una macchina anisotropa (IPM o REL) l'induttanza di asse d è diversa da quella di asse q . In un motore IPM ($L_q > L_d$) succede che il vettore delle correnti tende a spostarsi verso l'asse caratterizzato da induttanza minore (in cui si richiede maggiore corrente per sostenere il relativo flusso), ovvero verso l'asse d . È proprio la rotazione di \tilde{i}_h rispetto a $\bar{\lambda}_h$ ad indicare che l'asse d^x generico scelto per la generazione del flusso hf non corrisponde all'asse d della macchina. Il meccanismo di controllo, in base al valore della componente di corrente ihq^x , fa ruotare gli assi $d^x q^x$ per raggiungere la convergenza della stima di posizione ($\tilde{\vartheta}_{me} \equiv \vartheta_{me}$).

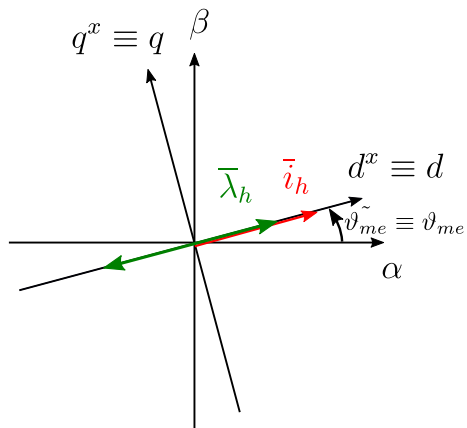


Figura 3.5: Condizione di convergenza a regime, $\Delta\vartheta = 0$

3.2 In assenza di saturazione

Il metodo che si sta analizzando prevede essenzialmente tre passaggi:

- Si inietta, in un sistema di riferimento rotante generico, un vettore di tensioni hf che ha il compito di generare un vettore pulsante di flussi hf ;
- Si misurano le correnti hf , assorbite dal motore per sostenere tali flussi, per ottenere un'informazione su quanto si è sbagliato nella scelta del sistema di riferimento generico;
- Infine, attraverso un sistema di regolazione, si va a diminuire $\Delta\vartheta$ fino a convergere sugli assi dq corretti.

Per mettere in pratica il primo punto si parte andando a considerare il bilancio delle tensioni della macchina nel sistema di riferimento generico x

$$\bar{u}^x = R \bar{i}^x + \frac{d\bar{\lambda}^x}{dt} + j \omega_x \bar{\lambda}^x \quad (3.1)$$

dove la pulsazione è pari a $\omega_x = \omega_{me}$ e il vettore di flusso è pari a $\bar{\lambda}^x = \lambda_d^x + j \lambda_q^x$. Siccome questa espressione verrà utilizzata in alta frequenza è possibile trascurare il termine $R \bar{i}^x$ (in hf le cadute induttive sono molto più significative delle cadute resistive):

$$\bar{u}_h^x = \frac{d\bar{\lambda}_h^x}{dt} + j \omega_x \bar{\lambda}_h^x \quad (3.2)$$

Il vettore di tensione hf può essere scomposto in parte reale e in parte immaginaria:

$$\begin{aligned} u_{hd}^x &= \frac{d\lambda_{hd}^x}{dt} - \omega_x \lambda_{hq}^x \\ u_{hq}^x &= \frac{d\lambda_{hq}^x}{dt} + \omega_x \lambda_{hd}^x \end{aligned} \quad (3.3)$$

Si vuole ora generare all'interno della macchina un flusso hf pulsante di equazione:

$$\begin{aligned} \lambda_{hd}^x &= \Lambda_d \sin \omega_h t \\ \lambda_{hq}^x &= 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Le tensioni da applicare alla macchina per generare al suo interno tali flussi sono ottenibili sostituendo le (3.4) nelle (3.3):

$$\begin{aligned} u_{hd}^x &= \omega_h \Lambda_d \cos \omega_h t = U_h \cos \omega_h t \\ u_{hq}^x &= \omega_x \Lambda_d \sin \omega_h t = \frac{\omega_x}{\omega_h} U_h \sin \omega_h t \end{aligned} \quad (3.5)$$

Si vede che per generare un flusso hf che ha comportamento pulsante solo lungo l'asse d^x bisogna iniettare un vettore di tensione hf che non è propriamente pulsante (nel piano dq traccerebbe un'ellisse molto stretta anziché un vettore lungo d^x). La pulsazione meccanico-elettrica $\omega_x = \omega_{me}$ è legata alla velocità di rotazione del motore secondo la relazione

$$\omega_{me} = 2\pi \frac{p n}{60} \quad (3.6)$$

dove p è il numero di coppie polari e n è la velocità di rotazione meccanica espressa in *giri al minuto* [*rpm*]. La pulsazione ω_x . Quando la velocità di rotazione è nulla (motore fermo) è identicamente nulla anche la componente q^x della tensione \bar{u}_h^x : in questo caso particolare sia il vettore di flusso hf sia il vettore di tensione hf sono pulsanti. Tuttavia, di solito, la componente lungo q^x può essere comunque ignorata purché il motore giri a basse velocità (il campo di velocità medio/basse è proprio una delle ipotesi per poter applicare il metodo di controllo *sensorless* tramite iniezione di segnali addizionali in alta frequenza). A basse velocità vale infatti la relazione $\omega_x \ll \omega_h$ e ciò permette di iniettare un vettore di tensione le cui componenti valgono:

$$\begin{aligned} u_{hd}^x &= U_h \cos \omega_h t \\ u_{hq}^x &= 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Ciò è molto utile nell'implementazione pratica del controllo per due motivi: l'iniezione di tensione è solo su una componente e scompare la dipendenza da ω_x (che richiederebbe un feedback dalla stima della velocità, poiché si ricorda che $\omega_x = \omega_{me}$).

Si può ora fare qualche considerazione sugli ordini di grandezza delle quantità che caratterizzano l'iniezione.

Innanzitutto con “*hf*” si indica una frequenza dei segnali ausiliari che sia maggiore della frequenza che si ha in corrispondenza della massima velocità prevedibile dell'azionamento. Poiché tali segnali sono prodotti dall'inverter bisogna che tale frequenza sia comunque più bassa della frequenza di PWM. In genere si adotta una frequenza che sia una decina di volte maggiore rispetto alla massima frequenza di funzionamento e una decina di volte minore rispetto alla frequenza di switching dell'invertitore. Con degli inverter di frequenza compresa tra i 10 e i 20 kHz si è soliti iniettare tensioni *hf* tra i 500 e i 1200 Hz. Scegliendo per esempio $f_h = 1000 \text{ Hz}$ si ottiene una pulsazione $\omega_h = 2\pi 1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ *el.*

Per quanto riguarda il termine U_h , è intorno alle decine di *volt* per azionamenti che hanno una tensione nominale intorno alle centinaia di *volt*. In genere l'ampiezza delle tensioni *hf* è compresa tra il 10 e il 30% della tensione nominale dell'azionamento, in maniera tale da avere delle correnti *hf* sufficientemente grandi da poter essere rilevate. Le tensioni *hf* “di misura”, intorno ai 50 V, si sovrappongono alle tensioni imposte dagli anelli di corrente. All'aumentare della velocità crescono le tensioni “di potenza” che deve generare l'inverter, e potrebbe esserci una velocità oltre la quale l'inverter non ha più margine per produrre anche le tensioni “di misura”. Per evitare che si verifichi questo problema si è costretti a lavorare a velocità sufficientemente basse. L'adozione di un campo di velocità ristretto è una delle limitazioni dell'azionamento *sensorless* in analisi.

Nella seguente trattazione analitica, e nelle simulazioni Simulink, si decide di iniettare nel sistema di riferimento $d^x q^x$ le tensioni ad alta frequenza:

$$\begin{cases} u_{hd}^x = U_h \cos \omega_h t \\ u_{hq}^x = \frac{\omega_x}{\omega_h} U_h \sin \omega_h t \end{cases} \quad (3.8)$$

che producono un flusso pulsante in alta frequenza:

$$\begin{cases} \lambda_{hd}^x = \frac{U_h}{\omega_h} \sin \omega_h t \\ \lambda_{hq}^x = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Si prendano le equazioni (2.3) per flussi e correnti nel sistema di riferimento dq . Considerandole in alta frequenza scompare il termine Λ_{PM} (non ci sono componenti in alta frequenza del flusso dovuto dal magnete). Si ottiene perciò la seguente espressione in forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{hd} \\ \lambda_{hq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd} \\ i_{hq} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

I flussi hf sono legati alle correnti hf in dq tramite la matrice delle induttanze (\underline{L}). L'azionamento sensorless si appoggia sul sistema di riferimento generico x , e non su dq (che non è noto inizialmente). Applicando le opportune trasformazioni è possibile trovare il legame tra flussi e correnti hf nel sistema di riferimento generico $d^x q^x$:

$$\begin{pmatrix} \cos \Delta \vartheta & -\sin \Delta \vartheta \\ \sin \Delta \vartheta & \cos \Delta \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Delta \vartheta & -\sin \Delta \vartheta \\ \sin \Delta \vartheta & \cos \Delta \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix}$$

dove $\Delta \vartheta = \vartheta_{me}^{\sim} - \vartheta_{me}$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \Delta \vartheta & \sin \Delta \vartheta \\ -\sin \Delta \vartheta & \cos \Delta \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Delta \vartheta & -\sin \Delta \vartheta \\ \sin \Delta \vartheta & \cos \Delta \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta \vartheta & L_\Delta \sin 2\Delta \vartheta \\ L_\Delta \sin 2\Delta \vartheta & L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.11)$$

dove $L_\Sigma = \frac{L_q + L_d}{2}$ e $L_\Delta = \frac{L_q - L_d}{2}$

Le equazioni (3.11) mostrano che il legame tra flussi e correnti in alta frequenza in x è dato dalla matrice delle induttanze (\underline{L}) $_x$. In un motore IPM magneticamente lineare L_d e L_q sono costanti e diverse tra loro. La matrice delle induttanze in x mostra che grazie alla presenza dell'anisotropia ($L_\Delta \neq 0$) compare una dipendenza rispetto all'errore di posizione $\Delta \vartheta$. Se la macchina fosse isotropa ($L_d = L_q$) non si avrebbe a disposizione questa informazione: la matrice delle induttanze in x sarebbe (\underline{L}) $_x = \begin{pmatrix} L_\Sigma & 0 \\ 0 & L_\Sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_d \end{pmatrix} = \underline{L}$. Dalle (3.11) è possibile ricavare le correnti hf che sostengono il flusso pulsante.

Si noti che è richiesto il calcolo della matrice inversa di $(\underline{L})_x$

$$\begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} = \frac{1}{L_d L_q} \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta & -L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta \\ -L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta & L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

$$\boxed{\begin{aligned} i_{hd}^x &= \frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} (L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t \\ i_{hq}^x &= -\frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t \end{aligned}} \quad (3.13)$$

Le (3.13) rappresentano le correnti hf risultanti dall'iniezione delle tensioni ausiliarie. La loro ampiezza dipende dai valori dell'iniezione (U_h e ω_h) e dalle induttanze L_d e L_q . Tali correnti, sovrapposte alle correnti di potenza, devono essere sufficientemente grandi per essere distinguibili dalla sensibilità del sensore di misura e dal rumore di misura. Generalmente hanno un'ampiezza intorno al 10% delle correnti nominali della macchina. Analogamente al discorso fatto in precedenza sulle tensioni, l'inverter deve essere in grado di produrre le correnti fondamentali e, sovrapposte a queste, le correnti "di misura". Le correnti hf , così come le tensioni hf , sottraggono parte della potenzialità dell'inverter. Inoltre, avendo un'ampiezza non trascurabile, introducono diverse problematiche al sistema. Innanzitutto si ha un aumento delle perdite, le quali dipendono dal quadrato della corrente. In secondo luogo durante il funzionamento potrebbero verificarsi dei rumori udibili dall'orecchio umano (alla frequenza di 1000 Hz). Infine, per evitare che scattino i limiti di massima corrente dell'inverter, è necessario utilizzare un inverter di taglia maggiore (di un 10 – 15%). Il sovradimensionamento dell'invertitore (che causa un inevitabile aumento di costo) è forse l'aspetto più svantaggioso di questo metodo di controllo.

Si ricorda che lo scopo del controllo *sensorless* è quello di ottenere una stima della posizione rotorica. Ciò è possibile andando ad analizzare le correnti ad alta frequenza appena calcolate, in modo particolare la componente di asse q^x . Diversamente dalla i_{hd}^x , la i_{hq}^x è strettamente legata a $\Delta\vartheta$. Per ottenere la i_{hq}^x è sufficiente prelevare la i_q^x , assorbita allo statore, e filtrare la componente a bassa frequenza attraverso un HPF. Si può ora procedere alla demodulazione, che come primo passaggio prevede di moltiplicare la corrente i_{hq}^x per il segnale $\sin \omega_h t$:

$$i_{hq}^x \sin \omega_h t = -\frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t \sin \omega_h t$$

Sostituendo $\sin^2 \omega_h t = \frac{1 - \cos(2\omega_h t)}{2}$ si ottiene:

$$\frac{1}{2} \frac{-U_h}{\omega_h L_d L_q} (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) - \frac{1}{2} \frac{-U_h}{\omega_h L_d L_q} (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \cos(2\omega_h t)$$

Il passaggio successivo consiste nel filtrare tale segnale attraverso un LPF per eliminare la componente alla pulsazione $2\omega_h$. Il risultato è il seguente:

$$e = \frac{U_h L_\Delta}{2\omega_h L_d L_q} (-\sin 2\Delta\vartheta) \quad (3.14)$$

Si può innanzitutto notare che essendo in un IPM $L_q > L_d$ si ha che l'induttanza media (L_Σ) e l'induttanza semidifferenza (L_Δ) sono entrambe costanti e positive.

Il fatto che l'induttanza L_Δ sia positiva, così come anche i parametri U_h , ω_h , L_d e L_q , determina che e sia proporzionale a $-\sin(2\Delta\vartheta)$. Per concludere il processo di stima della posizione, il segnale deve essere inviato ad un osservatore, che può essere costituito semplicemente da un controllore PI. I guadagni del regolatore devono essere scelti adeguatamente per non influenzare gli altri anelli di controllo presenti nel sistema: controllo delle correnti di asse d e q , e controllo di velocità. Il PI, la cui funzione di trasferimento è $R_{PI}(s) = k_P + \frac{k_I}{s}$, riceve in ingresso il segnale di errore e , caratterizzato dalla seguente forma d'onda:

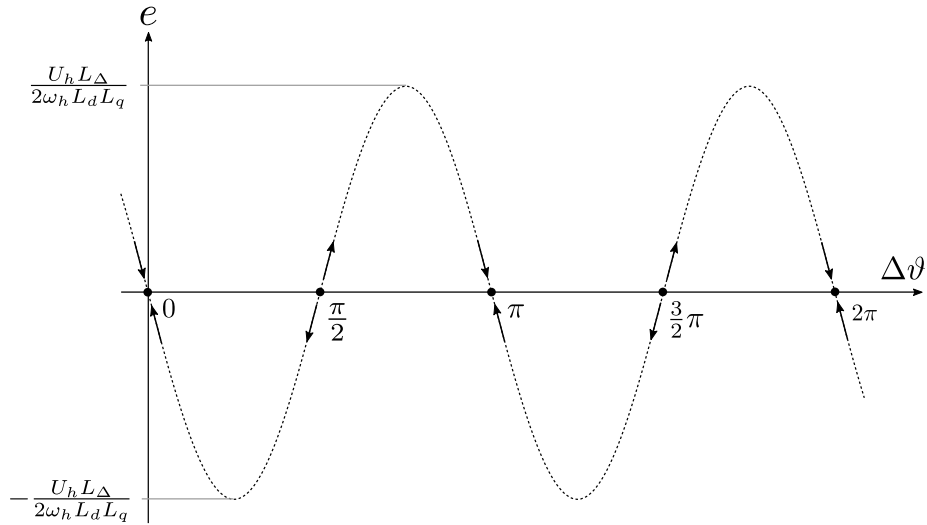


Figura 3.6: Ingresso del PI, senza saturazione

Il PI fornisce un'uscita tale da annullare l'ingresso, ovvero porta ad annullare il segnale $e = -\sin(2\Delta\vartheta)$. Questo avviene per $\Delta\vartheta = \frac{k\pi}{2}$, ma non tutte le soluzioni sono stabili o comunque corrette.

Soluzioni $k = 0, 4, 8, \dots$ ovvero $\Delta\vartheta = 0$

Queste sono le soluzioni corrette: il PI fornisce in uscita ϑ_{me}^{\sim} corrispondente a $\Delta\vartheta = 0$. In altre parole la stima di posizione è priva di errore. Inoltre $k = 0, 4, 8, \dots$ sono punti di convergenza stabili, ovvero in presenza di una perturbazione il PI riporta il funzionamento alla condizione di equilibrio che si aveva prima della perturbazione. All'atto pratico ci sono due possibilità:

- e negativo

Poiché l'ingresso del PI è negativo lo sarà anche l'uscita $k_P e + \frac{k_I}{s} e$. La stima ϑ_{me}^{\sim} viene diminuita, facendo diminuire anche $\Delta\vartheta = \vartheta_{me}^{\sim} - \vartheta_{me}$. Graficamente la riduzione di $\Delta\vartheta$ consiste in uno spostamento a sinistra, cioè in un avvicinamento al punto di convergenza (figura 3.7a).

- e positivo

In questo caso il PI risponde ad un ingresso positivo con un'uscita positiva, cioè con un aumento di ϑ_{me} . Aumentando ϑ_{me} aumenta anche $\Delta\vartheta$: lo spostamento verso destra corrisponde ad un ritorno al punto di convergenza (figura 3.7b).

Soluzioni $k = 2, 6, 10, \dots$ ovvero $\Delta\vartheta = \pi$

Anche in questo caso il funzionamento è stabile in quanto l'azione del PI permette di tornare all'equilibrio, in caso di scostamenti di e e quindi di $\Delta\vartheta$ (figura ??). Nonostante i $k = 2, 6, 10, \dots$ siano punti di convergenza stabili non sono da considerarsi corretti: In corrispondenza degli stessi, infatti, si ha $\Delta\vartheta = \pi$ ovvero la posizione stimata è affetta da un errore di 180° , condizione incompatibile per il controllo di un motore IPM.

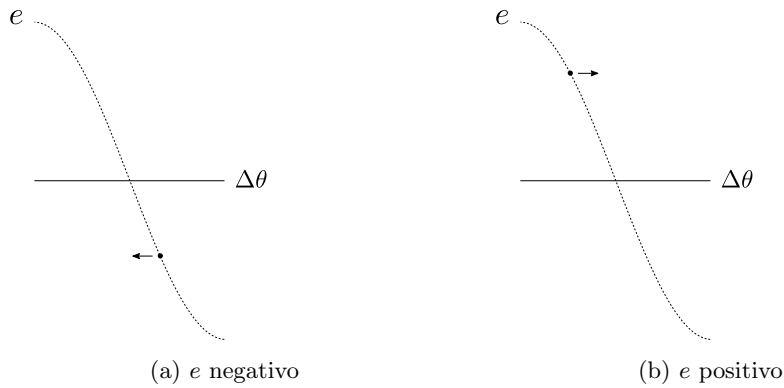


Figura 3.7: Soluzioni k pari

Soluzioni $k = 1, 3, 5, 7, 9, \dots$

Mentre nei due casi precedenti, con k pari, la funzione e attraversava l'asse delle ascisse con pendenza negativa, ora, con k dispari, l'attraversamento avviene con pendenza positiva. Si considerino le due condizioni:

- e negativo

Ad un ingresso negativo corrispondono ϑ_{me} e $\Delta\vartheta$ decrescenti. La diminuzione di $\Delta\vartheta$ dal punto di vista grafico è uno spostamento verso sinistra, ovvero un allontanamento dal punto di partenza che è perciò chiamato punto di equilibrio instabile (figura 3.8a).

- e positivo

Nel PI entra un errore positivo; l'uscita è positiva. ϑ_{me} e $\Delta\vartheta$ aumentano, si ha un allontanamento verso destra dal punto di partenza (figura 3.8b).

Flusso pulsante in $d^x q^x$; $L_{dq} = 0$

Le simulazioni sono state effettuate con i parametri indicati nel paragrafo 2.2

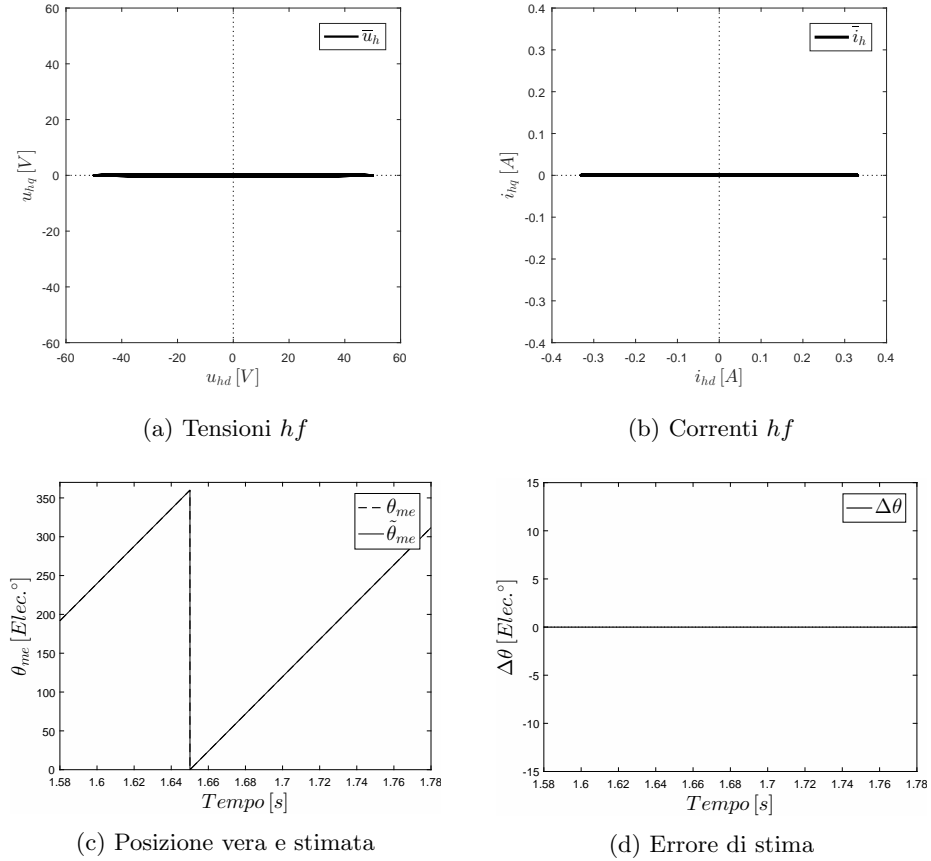


Figura 3.10: Simulazione con flusso pulsante in $d^x q^x$; $L_{dq} = 0$

I risultati delle simulazioni sono coerenti con la teoria:

- Il vettore di tensione hf traccia un'ellisse molto stretta e allungata lungo l'asse d^x (3.10a)
- Il vettore di corrente è privo della componente i_{hq}^x (3.10b)
- La posizione stimata coincide con quella vera (3.10c)
- L'errore di stima della posizione è nullo (3.10d)

3.3 In presenza di saturazione incrociata

Se c'è *cross-saturation* tra gli assi d e q le equazioni flussi-correnti in alta frequenza diventano:

$$\begin{aligned}\lambda_{hd} &= L_d i_{hd} + L_{dq} i_{hq} \\ \lambda_{hq} &= L_q i_{hq} + L_{dq} i_{hd}\end{aligned}\quad (3.15)$$

dove L_{dq} rappresenta l'induttanza mutua differenziale. La presenza di tale induttanza è dovuta alla saturazione di porzioni del circuito magnetico di un asse causata dalla corrente dell'altro asse.

Le equazioni appena considerate possono essere riscritte in forma matriciale. La matrice delle induttanze (\underline{L}) non è più diagonale come nel caso in assenza di saturazione (3.10)

$$\begin{pmatrix} \lambda_{hd} \\ \lambda_{hq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & L_{dq} \\ L_{dq} & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd} \\ i_{hq} \end{pmatrix}\quad (3.16)$$

Applicando le opportune trasformazioni si possono riportare le equazioni (3.16) nel sistema di riferimento $d^x q^x$:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \cos \Delta\vartheta & -\sin \Delta\vartheta \\ \sin \Delta\vartheta & \cos \Delta\vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} L_d & L_{dq} \\ L_{dq} & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Delta\vartheta & -\sin \Delta\vartheta \\ \sin \Delta\vartheta & \cos \Delta\vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \Delta\vartheta & -\sin \Delta\vartheta \\ \sin \Delta\vartheta & \cos \Delta\vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_d & L_{dq} \\ L_{dq} & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Delta\vartheta & -\sin \Delta\vartheta \\ \sin \Delta\vartheta & \cos \Delta\vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} &= (\underline{L})_x \begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (3.17)$$

dove la matrice $(\underline{L})_x$ è pari a

$$(\underline{L})_x = \begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta + L_{dq} \sin 2\Delta\vartheta & L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta \\ L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta & L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta - L_{dq} \sin 2\Delta\vartheta \end{pmatrix}\quad (3.18)$$

Il legame tra flussi e correnti in alta frequenza è quindi costituito da una matrice in cui l'errore di posizione $\Delta\vartheta$ è presente e associato all'induttanza semidifferenza L_Δ e all'induttanza mutua differenziale L_{dq} . Invertendo tale matrice è possibile ottenere le correnti:

$$\begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} = (\underline{L})_x^{-1} \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ 0 \end{pmatrix}\quad (3.19)$$

La matrice delle inertanze in $d^x q^x$, in presenza di *cross-saturation*, vale:

$$(\underline{L})_x^{-1} = \Gamma \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta - L_{dq} \sin 2\Delta\vartheta & -L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta - L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta \\ -L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta - L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta & L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta + L_{dq} \sin 2\Delta\vartheta \end{pmatrix}\quad (3.20)$$

dove il coefficiente moltiplicativo Γ è pari a:

$$\Gamma = \frac{1}{L_d L_q - L_{dq}^2} \quad (3.21)$$

Effettuati i conti si possono ottenere le correnti hf :

$$\begin{aligned} i_{hd}^x &= \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} (L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta - L_{dq} \sin 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t \\ i_{hq}^x &= -\frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t \end{aligned} \quad (3.22)$$

Effettuando un confronto con le (3.13) si vede che, a parità di tensione iniettata, le correnti assorbite assumono un'espressione diversa con $L_{dq} \neq 0$. Inoltre, come si vedrà a breve, la presenza di saturazione introduce un errore nella stima della posizione. Si consideri la i_{hq}^x : per estrarre la posizione rotorica stimata ϑ_{me} si procede con lo stesso processo di demodulazione visto in figura (3.9).

$$\begin{aligned} i_{hq}^x \sin \omega_h t &= -\frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h^2 t \\ i_{hq}^x \sin \omega_h t &= -\frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta) \frac{1 - \cos 2\Delta\vartheta}{2} \end{aligned}$$

Attraverso un filtro LPF si elimina il termine $-\cos 2\Delta\vartheta$, ottenendo il segnale e :

$$e = \frac{U_h}{2\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} (-L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta - L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta) \quad (3.23)$$

Dal confronto con la (3.14) si nota che per effetto della *cross-saturation* il segnale e che entra nel PI non è più proporzionale solamente a $-\sin(2\Delta\vartheta)$ ma anche a $-\cos(2\Delta\vartheta)$.

L'osservatore procede quindi ad annullare e :

$$\begin{aligned} -L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta - L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta &= 0 \\ L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta &= 0 \\ L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta &= -L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta \\ \frac{\sin 2\Delta\vartheta}{\cos 2\Delta\vartheta} &= \frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \\ \tan(2\Delta\vartheta) &= \frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \\ 2\Delta\vartheta &= \operatorname{atan}\left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta}\right) \\ \Delta\vartheta &= \frac{1}{2} \operatorname{arctan}\left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta}\right) \end{aligned}$$

In presenza di *cross-saturation* l'algoritmo converge ad un errore $\Delta\vartheta$, tra posizione stimata e posizione vera, diverso da $k\pi$.

In figura (3.11) sono confrontati i segnali e definiti dalla (3.14) e dalla (3.23):

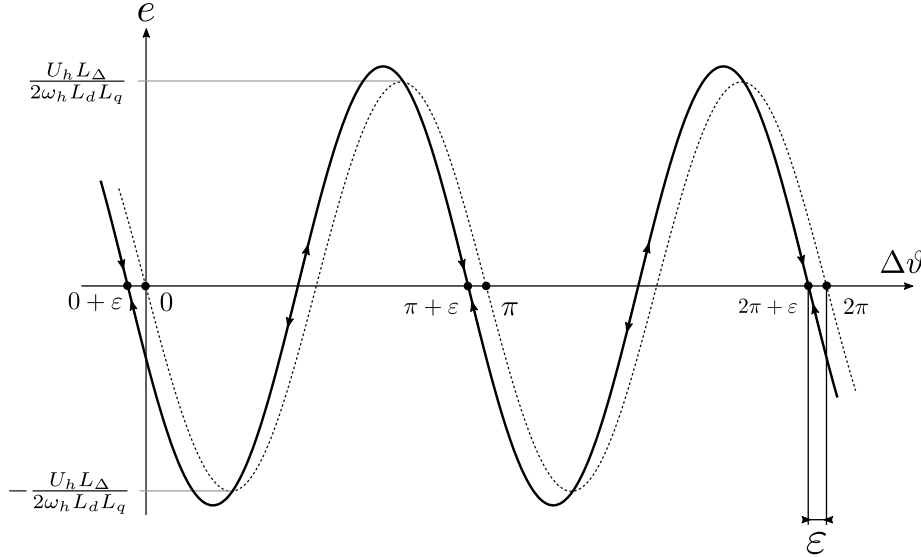


Figura 3.11: Ingresso del PI, con e senza saturazione

La curva a tratto continuo ($L_{dq} \neq 0$) rispetto alla curva tratteggiata ($L_{dq} = 0$) è sfasata in anticipo di un angolo ε . Si verifica perciò una traslazione delle soluzioni: la convergenza non è più in $\Delta\vartheta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ ma in $\Delta\vartheta = 0 + \varepsilon, \pi + \varepsilon, 2\pi + \varepsilon, 3\pi + \varepsilon, \dots$. L'ampiezza della curva a tratto continuo, a parità di L_d e di L_q (e quindi di L_Δ), dipende dal livello di saturazione, ovvero dal valore di L_{dq} .

La figura (3.11) è stata tracciata imponendo $L_{dq} = \frac{L_d}{10}$
 Lo sfasamento è pari $\varepsilon = -10.278^\circ$

L'errore di stima, definito come

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \right) \quad (3.24)$$

dipende dal rapporto tra l'induttanza mutua differenziale L_{dq} e l'induttanza semidifferenza L_Δ . Nella seguente figura è stato rappresentato ε in funzione di $\left(\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)$:

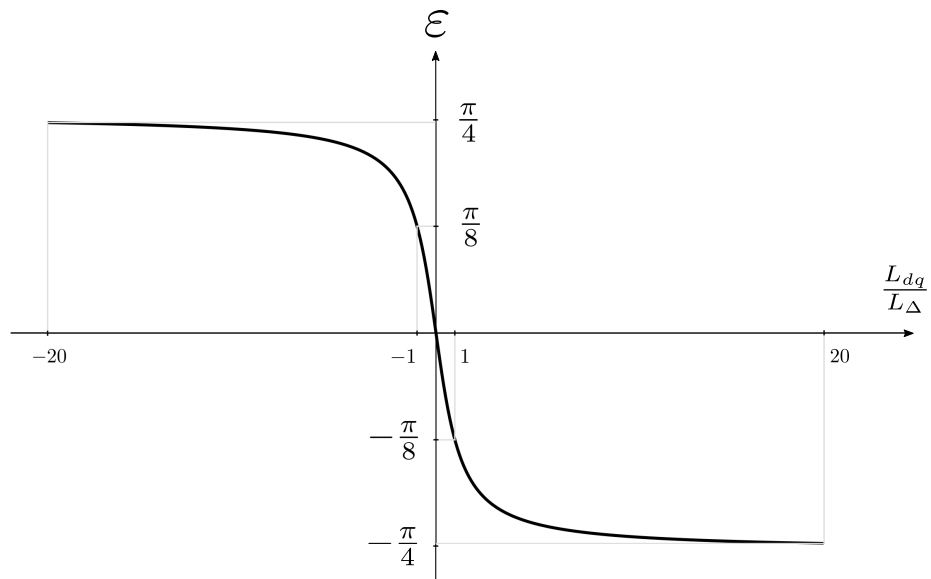


Figura 3.12: Errore di stima introdotto dalla *cross-saturation*

Per vedere nel dettaglio gli effetti della saturazione bisogna studiare le funzioni e (3.23) e ε (3.24) per diversi valori di L_{dq} e L_{Δ} .

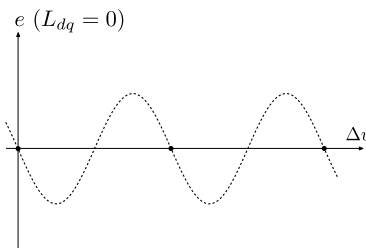
- $L_{dq} = 0$ e $L_{\Delta} \neq 0$

Si ha errore di stima nullo:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{0}{L_{\Delta}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{atan}(0) = 0$$

Questa situazione corrisponde a quella analizzata nel paragrafo (3.2): in assenza di saturazione il metodo di stima converge in $\Delta\vartheta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ purché il rotore sia caratterizzato da una certa salienza ($L_d \neq L_q$). Nel PI entra il segnale:

$$e = \frac{U_h}{2\omega_h L_d L_q} (-L_{\Delta} \sin 2\Delta\vartheta)$$



- $L_{dq} > 0$ e $L_{\Delta} \neq 0$

L'errore di stima assume valori negativi (da 0 a $-\frac{\pi}{4}$):

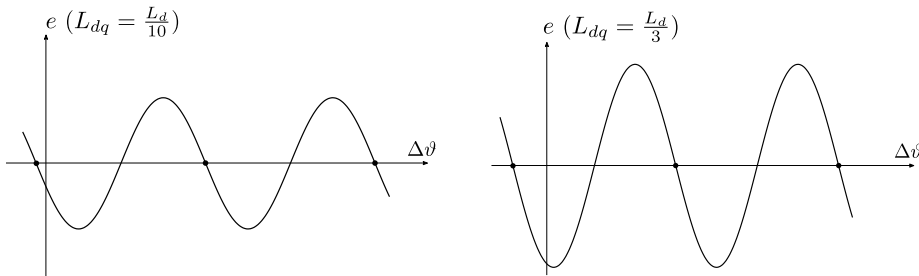
$$\varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_{\Delta}} \right) < 0$$

All'aumentare di L_{dq} , supponendo che L_{Δ} sia costante, si verifica una crescita in modulo di ε . In termini grafici significa che il segnale e risulterà traslato verso sinistra di un angolo ε crescente all'aumentare della saturazione.

$$e = \frac{U_h}{2\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} (-L_{\Delta} \sin 2\Delta\vartheta - L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta)$$

Per valori molto alti di saturazione il segnale e ha assunto una forma d'onda più cosinusoidale che sinusoidale.

Oltre allo sfasamento anche l'ampiezza di e risulta crescente all'aumentare di L_{dq} .



L'induttanza L_{dq} non può crescere indefinitamente; al massimo può raggiungere il valore $L_{dq} = \sqrt{L_d L_q} = \sqrt{L_{\Sigma}^2 - L_{\Delta}^2}$ ma non superarlo.

- $L_{dq} < 0$ e $L_{\Delta} \neq 0$

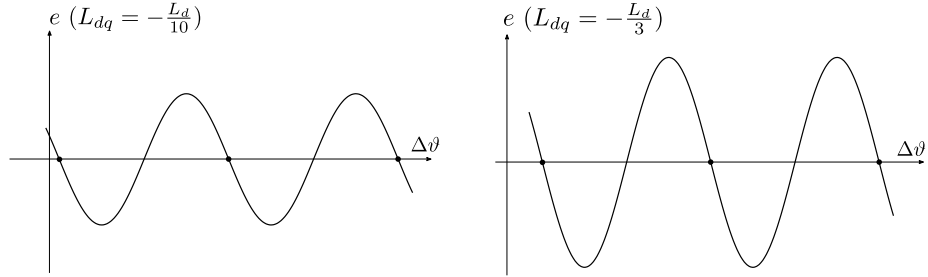
L'errore di stima assume valori positivi (da 0 a $\frac{\pi}{4}$):

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_{\Delta}} \right) > 0$$

A partire dalla condizione $L_{dq} = 0$ ($\varepsilon = 0$) l'aumento in modulo di L_{dq} determina errori di stima crescenti. Graficamente il segnale e risulta tanto più sfasato in ritardo quanto maggiore è la saturazione.

$$e = \frac{U_h}{2\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} (-L_{\Delta} \sin 2\Delta\vartheta - L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta)$$

Oltre allo sfasamento anche l'ampiezza di e risulta crescente all'aumentare di L_{dq} .



L'ampiezza di e raggiunge il valore massimo (tendente ad infinito) quando il denominatore è prossimo allo zero.

- $L_{dq} \neq 0$ e $L_{\Delta} = 0$

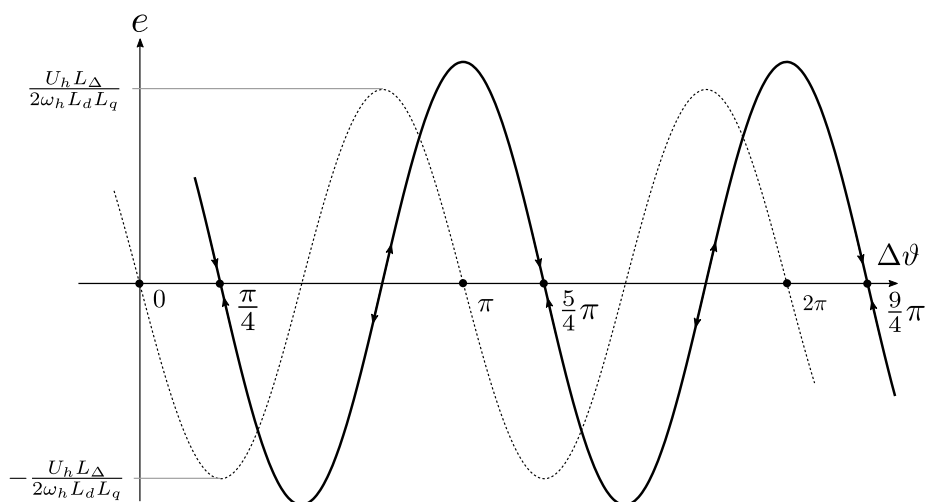
In questo particolare caso si ha ε massimo

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{0} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{atan}(\mp\infty) = \mp \frac{\pi}{4}$$

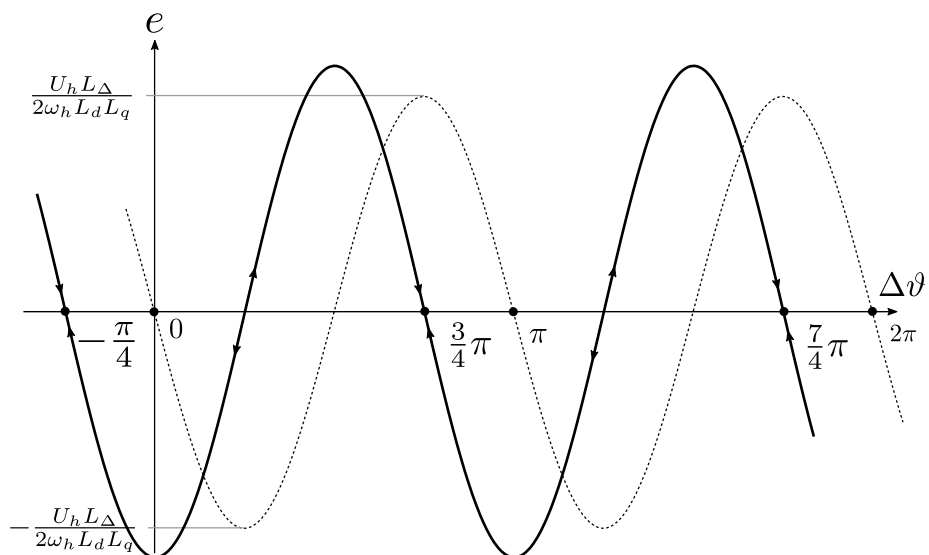
L'angolo $|\varepsilon| = 45^\circ$ è il massimo errore di stima introducibile dalla *cross-saturation*; ciò si verifica quando la differenza tra L_q e L_d è nulla, ovvero quando il rotore ha lo stesso comportamento magnetico lungo l'asse d e lungo l'asse q . Il segnale che entra nel PI è pari a:

$$e = \frac{U_h}{2\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} (-L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta)$$

Con L_{dq} positivo l'errore vale $\varepsilon = -\frac{\pi}{4}$. Nel PI entra un segnale proporzionale a $\cos 2\Delta\vartheta$ (linea a tratto continuo):



Con L_{dq} negativo l'errore vale $\varepsilon = \frac{\pi}{4}$; nel PI entra un segnale proporzionale a $-\cos 2\Delta\vartheta$ (linea a tratto continuo):



La condizione $L_{\Delta} = 0$ può verificarsi in una macchina anisotropa quando essa è molto saturata: all'aumentare delle correnti si ha un aumento della saturazione del ferro, e come conseguenza l'anisotropia del rotore diminuisce fino a tendere a zero. Questo comportamento è tipico dei motori reali a magneti permanenti interni (IPM) e a riluttanza (REL).

Un discorso a parte meritano i motori a magneti superficiali (SPM). Questi ultimi sono caratterizzati da una struttura isotropa ($L_{\Delta} = 0$) e in teoria il metodo di controllo *sensorless* in analisi non potrebbe essere utilizzato. Tuttavia, nonostante il rotore sia privo della salienza che questo metodo sfrutta per estrarre $\tilde{\vartheta}_{me}$, la presenza di saturazione consente comunque di raggiungere la convergenza della stima, se pur con un errore di 45° . Questo a patto di avere una $L_{dq} \neq 0$ in ogni condizione operativa, anche con correnti e coppia nulle (ferro di rotore perennemente saturato).

- $L_{dq} = 0$ e $L_{\Delta} = 0$

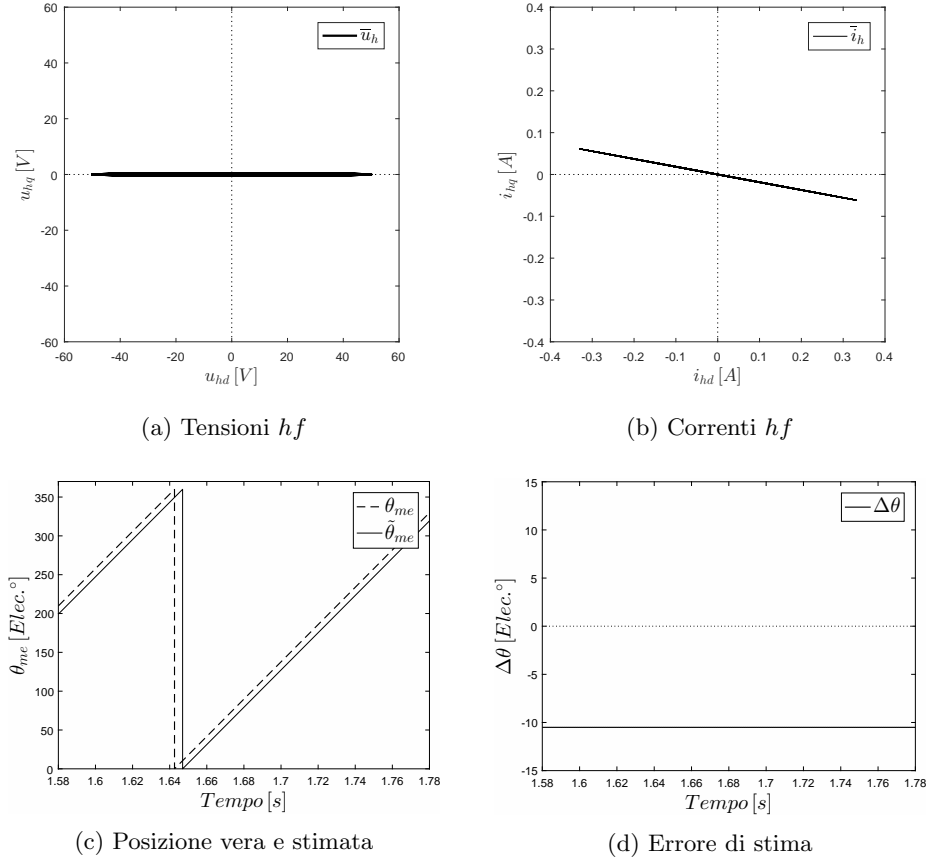
Mancata convergenza:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{0}{0} \right) \text{ indeterminato}$$

Questo caso, più teorico che pratico, indica che in assenza di saturazione e in assenza di anisotropie rotoriche l'algoritmo non riesce a trovare una soluzione. Infatti nel PI entra un segnale e identicamente nullo (privo sia della componente proporzionale a $-\sin 2\Delta\vartheta$ che della componente proporzionale a $-\cos 2\Delta\vartheta$).

$$e = 0$$

La condizione $L_{\Delta} \neq 0$ risulta quindi necessaria per il corretto funzionamento di questo metodo di stima, che è appunto utilizzato per controllare motori IPM e REL.

Flusso pulsante in $d^x q^x$; $L_{dq} \neq 0$

 Figura 3.15: Simulazione con flusso pulsante in $d^x q^x$; $L_{dq} \neq 0$

In presenza di *cross-saturation*:

- Le tensioni iniettate (3.15a) sono le stesse di (3.10a)
- Il vettore di corrente ha anche la componente i_{hq}^x (3.15b); risulta perciò inclinato rispetto all'asse d
- La posizione stimata a regime non converge su quella vera (3.15c)
- Imponendo $L_{dq} = \frac{L_d}{10}$ si ha errore di stima $\Delta\vartheta = -10.278^\circ$ (3.15d)

Una possibile correzione dell'errore di stima introdotto dalla *cross-saturation* consiste nel *sommare* alla i_{hq}^x un segnale pari a $\frac{L_{dq}U_h}{\omega_h(L_dL_q-L_{dq}^2)}\cos 2\Delta\vartheta \sin\omega_h t$.

Per realizzare tale segnale bisogna conoscere tutti i parametri in esso presenti:

- U_h e ω_h , ampiezza e pulsazione delle tensioni iniettate in hf , sono note;
- Le induttanze L_d , L_q , L_{dq} si conoscono con certezza solo in ambito simulativo, utilizzando un modello di motore magneticamente lineare in cui tali induttanze sono imposte costanti. Nella realtà, come sarà spiegato nel capitolo 6, le induttanze non sono costanti e per conoscerle bisogna aver fatto delle misure preliminari sul motore che si vuole controllare. In alternativa alle induttanze misurate, nel segnale di correzione possono anche essere inserite le induttanze ottenute attraverso una stima separata: \tilde{L}_d , \tilde{L}_q , \tilde{L}_{dq} .
- Per quanto riguarda $\Delta\vartheta$ valgono le stesse considerazioni appena fatte: in un modello ideale l'errore di posizione a cui converge l'algoritmo è calcolabile a partire dalle induttanze note: $\Delta\vartheta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta}\right)$; in un modello reale si può ottenere una stima più o meno precisa di $\Delta\vartheta$ utilizzando la misura (fatta in precedenza) o la stima (in tempo reale) delle induttanze: $\tilde{\Delta\vartheta} = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{-\tilde{L}_{dq}}{\tilde{L}_\Delta}\right)$.

In seguito è rappresentato lo schema della correzione proposta:

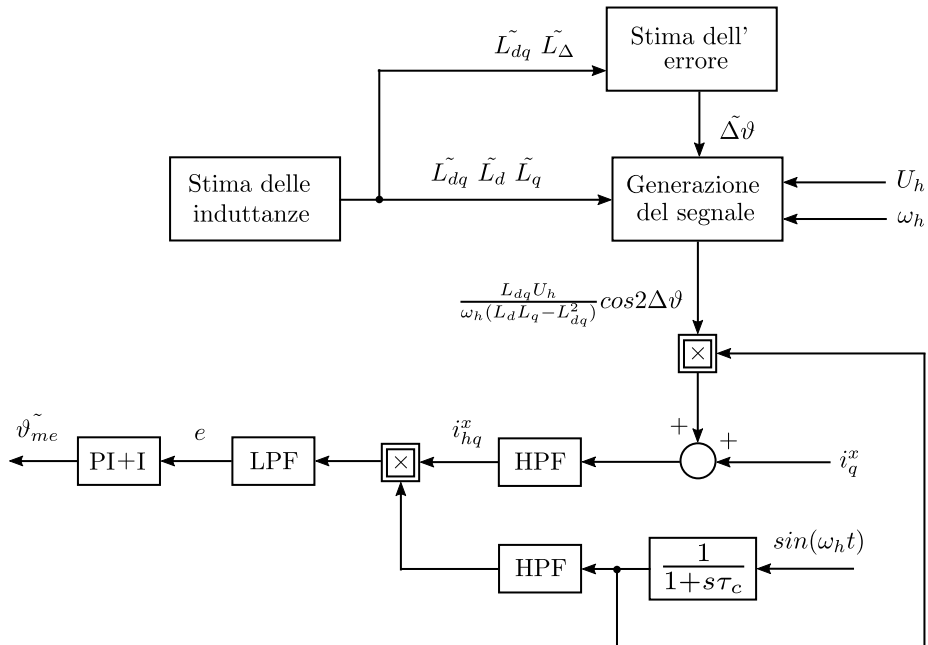
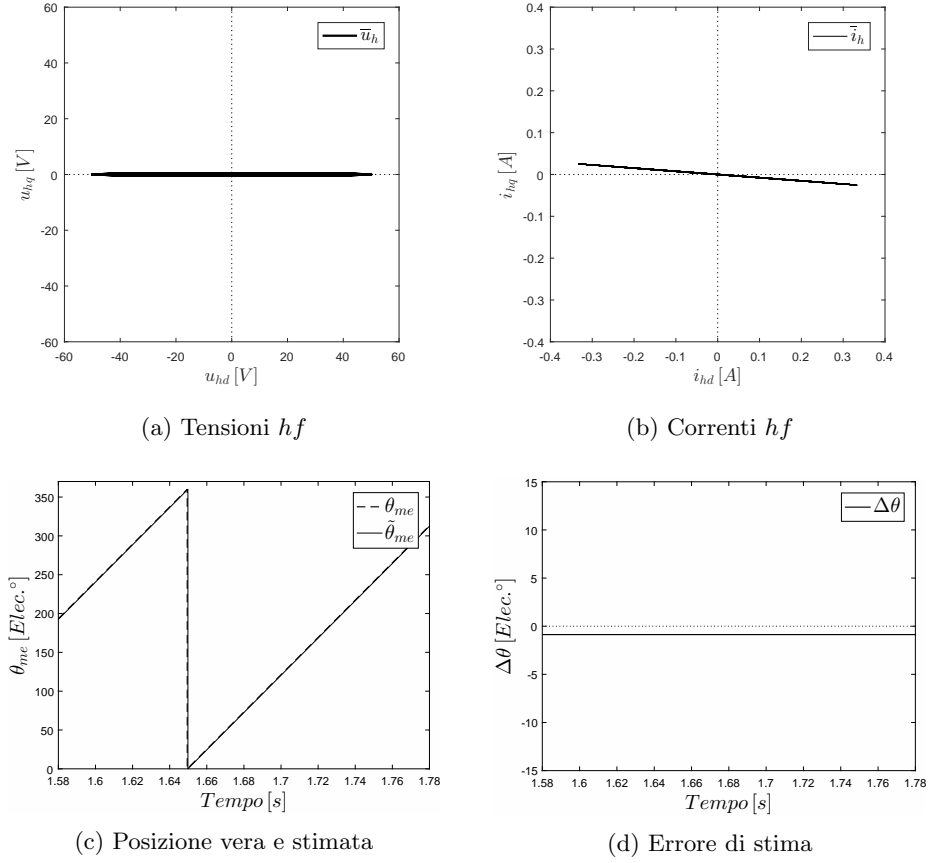


Figura 3.16: Tecnica di compensazione dell'errore; flusso pulsante

Flusso pulsante in $d^x q^x$; $L_{dq} \neq 0$; con correzione

 Figura 3.17: Simulazione con flusso pulsante in $d^x q^x$; $L_{dq} \neq 0$; con correzione

Effettuando un confronto con la (3.15):

- Le tensioni iniettate sono le stesse di (3.15a) e (3.10a)
- Il vettore \vec{i}_h è stato raddrizzato attraverso la correzione (3.17b)
- La posizione stimata si scosta poco da quella vera (3.17c)
- $\Delta\vartheta$ è passato da -10.278° a circa -1° (3.17d)

Capitolo 4

Flusso rotante in $\alpha\beta$

4.1 Principio di funzionamento

Questa tecnica differisce da quella vista nel capitolo 3 per due aspetti: anziché un vettore di flusso pulsante in d^x genera un vettore di flusso rotante nel sistema di riferimento stazionario. In termini di iniezione e di demodulazione questo schema lavora sul sistema fisso $\alpha\beta$. Il flusso hf generato all'interno della macchina è "rotante" perché interessa entrambi gli assi α e β . In seguito è rappresentato lo schema:

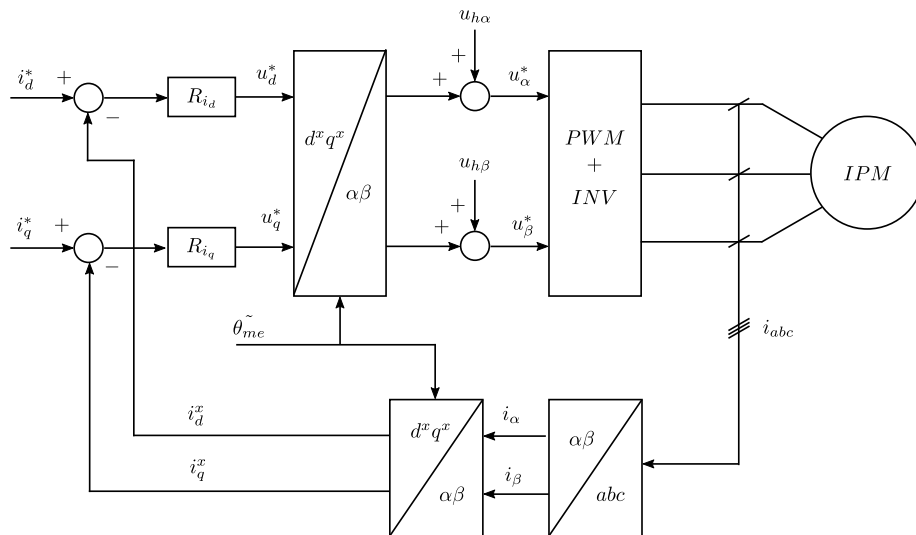


Figura 4.1: Schema dell'azionamento *sensorless* con iniezione di tensione hf

Si consideri lo schema a partire dall'iniezione: ai riferimenti di tensione $\begin{pmatrix} u_d^* \\ u_q^* \end{pmatrix}$ trasformati in $\alpha\beta$ vengono sommate le tensioni $\begin{pmatrix} u_{h\alpha} \\ u_{h\beta} \end{pmatrix}$ necessarie per produrre

re il flusso hf pulsante. I riferimenti complessivi di tensione $\begin{pmatrix} u_\alpha^* \\ u_\beta^* \end{pmatrix}$ vengono poi inviati al blocco PWM + INVERTER per essere applicate ai morsetti della macchina IPM. Lo schema, da questo punto in poi (dal punto di vista dei segnali “di potenza”) è analogo a quello visto in figura (4.1): le correnti vengono misurate, trasformate in $\alpha\beta$ e in $d^x q^x$ e confrontate (nella loro componente a bassa frequenza) con i riferimenti di corrente per chiudere l’anello.

Anche questo schema è caratterizzato dall’assenza del sensore di posizione: l’informazione su $\Delta\vartheta$, come si vedrà a breve, è ricavabile analizzando ed elaborando opportunamente le correnti $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$. Prima di trattare l’argomento dal punto di vista analitico si cerca di dare una spiegazione grafica.

Si supponga per semplicità che la velocità di rotazione sia $\omega_{me} = 0$. All’interno della macchina c’è già un flusso dovuto al magnete e alle correnti fondamentali. Attraverso l’iniezione delle tensioni

$$\begin{aligned} u_{h\alpha} &= U_h \cos\omega_h t \\ u_{h\beta} &= U_h \sin\omega_h t \end{aligned}$$

è possibile generare un flusso hf , sovrapposto a quello fondamentale, di forma:

$$\begin{aligned} \lambda_{h\alpha} &= \Lambda_h \sin\omega_h t \\ \lambda_{h\beta} &= -\Lambda_h \cos\omega_h t \end{aligned}$$

Prendendo il bilancio delle tensioni (2.9) e considerandolo in alta frequenza si può trascurare il termine $R\dot{i}$. Di conseguenza si ottiene che il legame tra flussi e tensioni, in hf , è solamente di tipo integro-differenziale. Nello specifico la tensione è la derivata del flusso, e viceversa il flusso è l’integrale della tensione. In figura (4.2) sono rappresentati i vettori spaziali di tensione e corrente:

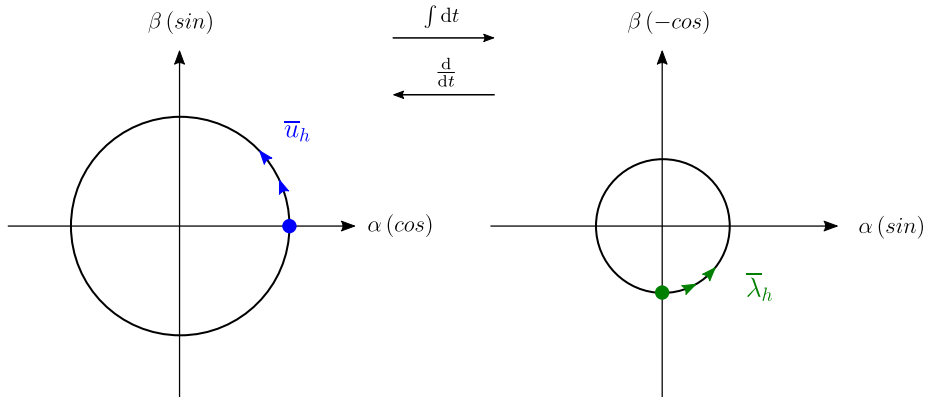


Figura 4.2: Vettori rotanti di tensione e flusso hf in $\alpha\beta$

Entrambi i vettori hf ruotano alla pulsazione ω_h tracciando una circonferenza sul piano $\alpha\beta$. Le due circonferenze sono percorse nello stesso verso (antiorario) ma il vettore di flusso $\bar{\lambda}_h$ è in ritardo di 90° rispetto al vettore di tensione \bar{u}_h (essendo la sua derivata). Le due circonferenze differiscono inoltre nel raggio: in un caso pari a U_h e nell’altro pari a Λ_h .

Si consideri ora il sistema di riferimento dq : avendo supposto per semplicità che

la macchina sia ferma, tale sistema è anch'esso fermo.

Rappresentando il vettore $\bar{\lambda}_h$ nel sistema di riferimento dq (la cui posizione non è nota) si ha:

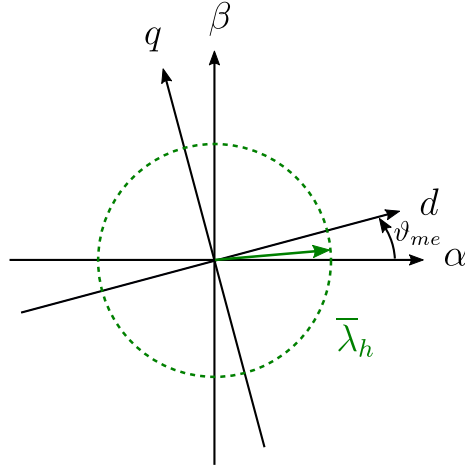


Figura 4.3: Vettori rotanti di tensione e flusso hf in $\alpha\beta$

Anche in dq il vettore di flusso rotante traccia una circonferenza. Proiettando, in un certo istante, il vettore $\bar{\lambda}_h$ sugli assi d e q si ottengono le componenti $\lambda_{hd} = L_d i_{hd}$ e $\lambda_{hq} = L_q i_{hq}$. Poiché stiamo considerando un motore IPM si ha che l'induttanza di asse q è maggiore dell'induttanza di asse d , e quindi la corrente $i_{hq} = \frac{\lambda_{hq}}{L_q}$ sarà minore della $i_{hd} = \frac{\lambda_{hd}}{L_d}$. Conseguentemente il vettore delle correnti \bar{i}_h è sempre rotante in hf e traccia un'ellisse:

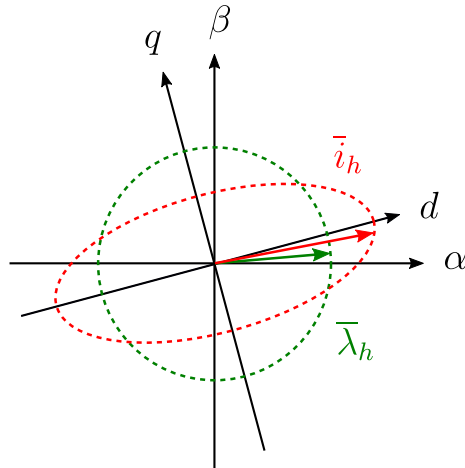


Figura 4.4: Vettori rotanti di tensione e flusso hf in $\alpha\beta$

L'ellisse delle correnti hf ha asse maggiore disposto sull'asse d e quindi indica la direzione di ϑ_{me} . Misurando ed elaborando le correnti $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$ è possibile estrarre un'informazione sulla posizione rotorica.

4.2 In assenza di saturazione

Nel sistema di riferimento $\alpha\beta$ si iniettano le tensioni ad alta frequenza:

$$\boxed{\begin{aligned} u_{h\alpha} &= U_h \cos\omega_h t \\ u_{h\beta} &= U_h \sin\omega_h t \end{aligned}} \quad (4.1)$$

che producono un vettore di flusso rotante in alta frequenza:

$$\boxed{\begin{aligned} \lambda_{h\alpha} &= \frac{U_h}{\omega_h} \sin\omega_h t \\ \lambda_{h\beta} &= -\frac{U_h}{\omega_h} \cos\omega_h t \end{aligned}} \quad (4.2)$$

Il passaggio dalle (4.1) alle (4.2) può essere dimostrato in due modi.

- Si prendono le equazioni delle tensioni in $\alpha\beta$ (2.9) e considerandole in alta frequenza si possono trascurare le cadute resistive:

$$\begin{aligned} u_{h\alpha} &= \frac{d\lambda_{h\alpha}}{dt} \\ u_{h\beta} &= \frac{d\lambda_{h\beta}}{dt} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Tramite integrazione si ottengono le espressioni dei flussi:

$$\begin{aligned} \lambda_{h\alpha} &= \int u_{h\alpha} dt = \int (U_h \cos\omega_h t) dt = \frac{U_h}{\omega_h} \sin\omega_h t \\ \lambda_{h\beta} &= \int u_{h\beta} dt = \int (U_h \sin\omega_h t) dt = -\frac{U_h}{\omega_h} \cos\omega_h t \end{aligned} \quad (4.4)$$

■

- La dimostrazione alternativa consiste nel prendere le equazioni (4.1) e trasformarle da $\alpha\beta$ (sistema di riferimento stazionario) a $d^x q^x$ (sistema rotante stimato), applicando la matrice di trasformazione $(\underline{T})_{\alpha\beta \rightarrow d^x q^x}$:

$$\begin{pmatrix} u_{hd}^x \\ u_{hq}^x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta_{me}^{\sim} & \sin\vartheta_{me}^{\sim} \\ -\sin\vartheta_{me}^{\sim} & \cos\vartheta_{me}^{\sim} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{h\alpha} \\ u_{h\beta} \end{pmatrix}$$

da cui:

$$\begin{aligned} u_{hd}^x &= U_{hd} \cos(\vartheta_{me}^{\sim} - \omega_h t) \\ u_{hq}^x &= U_{hq} \sin(\vartheta_{me}^{\sim} - \omega_h t) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Le tensioni (4.5) generano all'interno della macchina i flussi

$$\begin{aligned} \lambda_{hd}^x &= \Lambda_{hd} \sin(\vartheta_{me}^{\sim} - \omega_h t) \\ \lambda_{hq}^x &= \Lambda_{hq} \cos(\vartheta_{me}^{\sim} - \omega_h t) \end{aligned} \quad (4.6)$$

I prossimi passaggi sono dedicati al calcolo delle ampiezze Λ_{hd} e Λ_{hq} (in modulo e in segno).

Si prendono le equazioni (3.3), già viste nel capitolo 3, e si sostituiscono in esse le espressioni (4.6) dei flussi. Il risultato è:

$$\begin{aligned} u_{hd}^x &= \cos(\vartheta_{me}^{\sim} - \omega_h t) [\Lambda_{hd}(\omega_x - \omega_h) - \omega_x \Lambda_{hq}] \\ u_{hq}^x &= \sin(\vartheta_{me}^{\sim} - \omega_h t) [-\Lambda_{hq}(\omega_x - \omega_h) + \omega_x \Lambda_{hd}] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Effettuando un confronto tra le (4.7) e le (4.5) si ottengono le ampiezze dei flussi: $\Lambda_{hd} = -\frac{U_h}{\omega_h}$ e $\Lambda_{hq} = -\frac{U_h}{\omega_h}$. È adesso possibile aggiornare le equazioni (4.6) con le ampiezze calcolate.

$$\begin{aligned} \lambda_{hd}^x &= -\frac{U_h}{\omega_h} \sin(\vartheta_{me}^{\sim} - \omega_h t) \\ \lambda_{hq}^x &= -\frac{U_h}{\omega_h} \cos(\vartheta_{me}^{\sim} - \omega_h t) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Le (4.8) rappresentano i flussi rotanti hf in x generati dalle tensioni rotanti hf iniettate in $\alpha\beta$.

Bisogna ora applicare la matrice di trasformazione $(\underline{T})_{\alpha\beta \rightarrow d^x q^x}^{-1}$ al vettore di flusso $\underline{\lambda}_h^x$:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta_{me}^{\sim} & -\sin\vartheta_{me}^{\sim} \\ \sin\vartheta_{me}^{\sim} & \cos\vartheta_{me}^{\sim} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

da cui:

$$\begin{aligned} \lambda_{h\alpha} &= \frac{U_h}{\omega_h} \sin\omega_h t \\ \lambda_{h\beta} &= -\frac{U_h}{\omega_h} \cos\omega_h t \end{aligned}$$

■

Una volta ricavate le (4.2), in uno dei due modi proposti, si considerino le equazioni (3.10) per flussi e correnti in alta frequenza. Applicando l'opportuna trasformazione si può passare al sistema di riferimento $\alpha\beta$:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta_{me} & -\sin\vartheta_{me} \\ \sin\vartheta_{me} & \cos\vartheta_{me} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{hd} \\ \lambda_{hq} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

da cui:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta_{me} & -\sin\vartheta_{me} \\ \sin\vartheta_{me} & \cos\vartheta_{me} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd} \\ i_{hq} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Trasformando anche $\begin{pmatrix} i_{hd} \\ i_{hq} \end{pmatrix}$ in $\alpha\beta$:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta_{me} & -\sin\vartheta_{me} \\ \sin\vartheta_{me} & \cos\vartheta_{me} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\vartheta_{me} & \sin\vartheta_{me} \\ -\sin\vartheta_{me} & \cos\vartheta_{me} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Il legame tra flussi e correnti in alta frequenza è quindi dato da:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} & -L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} \\ -L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} & L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Come già visto nel metodo con iniezione di flusso pulsante, è necessario che L_Δ sia diversa da zero per avere la dipendenza dalla posizione rotorica ϑ_{me} . È ora possibile ottenere le correnti:

$$\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} = \frac{1}{L_d L_q} \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} & L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} \\ L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} & L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

da cui, sostituendo le (4.2):

$$\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} = \frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} \begin{pmatrix} L_\Sigma \sin \omega_h t + L_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \\ -L_\Sigma \cos \omega_h t + L_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Una volta riscritte, le correnti in alta frequenza nel sistema di riferimento $\alpha\beta$ valgono:

$$\boxed{\begin{aligned} i_{h\alpha} &= \frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} [L_\Sigma \sin \omega_h t + L_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] \\ i_{h\beta} &= -\frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} [L_\Sigma \cos \omega_h t - L_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] \end{aligned}} \quad (4.16)$$

Con il metodo dell'iniezione pulsante era sufficiente analizzare i_{hq}^x per estrarre un'informazione su $\Delta\vartheta$; nel caso di iniezione rotante bisogna considerare le correnti di entrambi gli assi. La demodulazione consiste inizialmente nel moltiplicare le correnti $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$ per $-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ e $\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ ed effettuare la somma algebrica

$$\begin{aligned} & i_{h\alpha} [-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] + i_{h\beta} [\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] = \\ & = \frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} [-L_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) - L_\Delta \sin(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me})] \end{aligned}$$

Con un filtro passa basso si elimina il termine $-L_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$. Rimane:

$$-\frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} L_\Delta \sin[2(\tilde{\vartheta}_{me} - \vartheta_{me})] = -\frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} L_\Delta \sin(2\Delta\vartheta)$$

Ottenendo:

$$e = \frac{U_h L_\Delta}{\omega_h L_d L_q} (-\sin 2\Delta\vartheta) \quad (4.17)$$

Il segnale e risulta proporzionale a $-\sin(2\Delta\vartheta)$ perché in un motore IPM $L_\Delta > 0$. Ciò è in analogia a quanto visto nel metodo del flusso pulsante (si veda l'equazione 3.14); l'unica differenza tra i due casi è nell'ampiezza del segnale e .

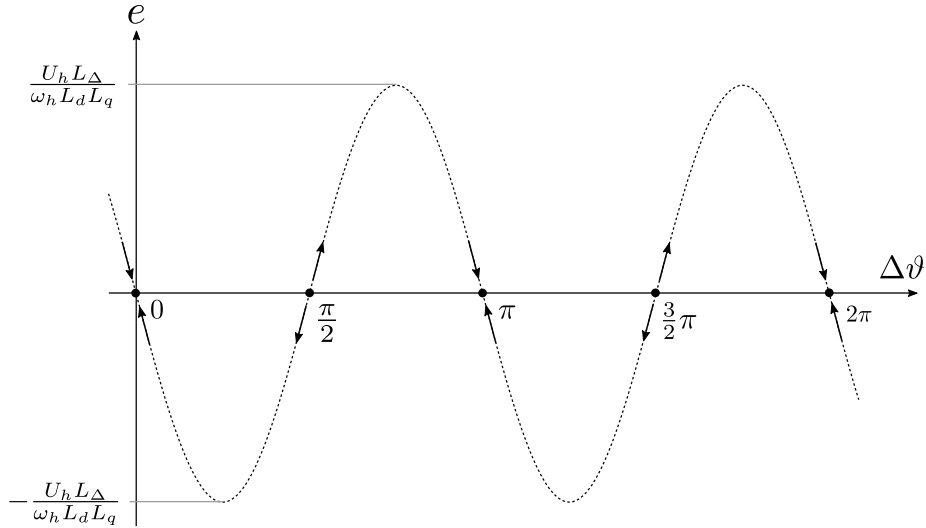


Figura 4.5: Ingresso del PI, senza saturazione

Come visto nel capitolo 3, quando nel PI entra un segnale proporzionale a $-\sin(2\Delta\vartheta)$ si ottiene la convergenza in $\Delta\vartheta = \frac{k\pi}{2}$ con k pari. In modo particolare:

- Le soluzioni $k = 0, 4, 8, \dots$ sono corrette poiché $\Delta\vartheta = 0$;
- Le soluzioni $k = 2, 6, 10, \dots$ corrispondono ad un errore di 180° .

In seguito è rappresentato lo schema della demodulazione in $\alpha\beta$:

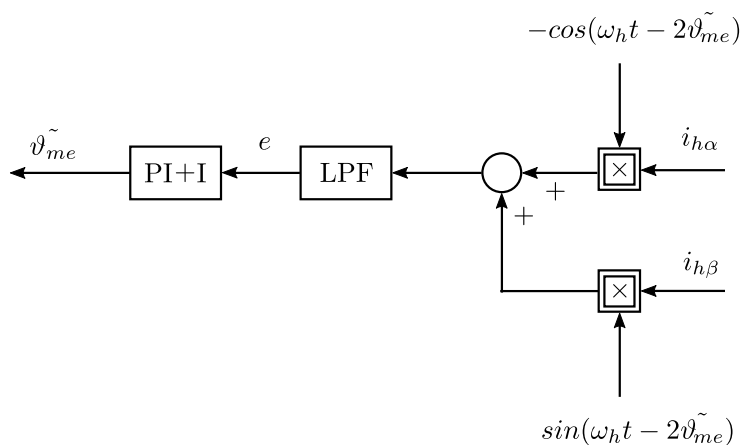


Figura 4.6: Demodulazione in $\alpha\beta$, schema semplificato

Entrando più nel dettaglio:

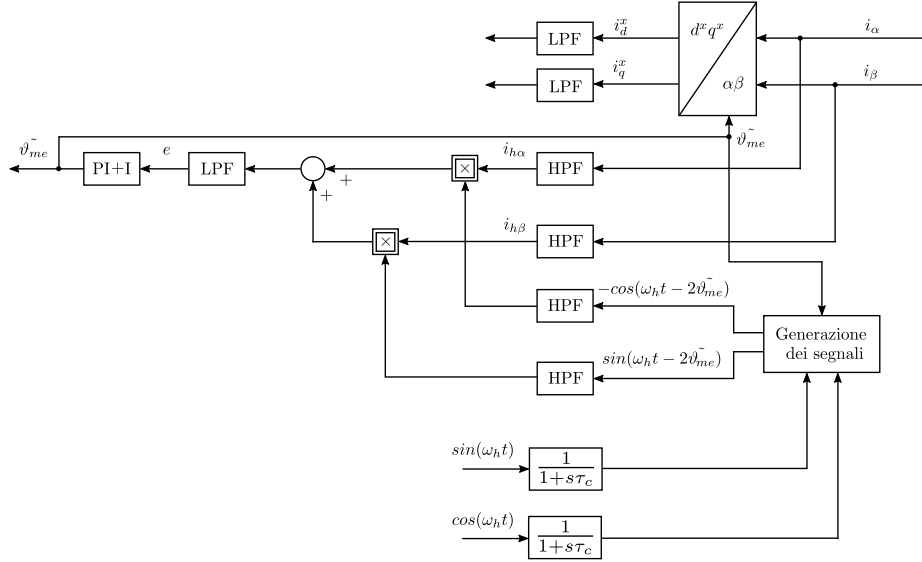


Figura 4.7: Demodulazione in $\alpha\beta$, schema completo

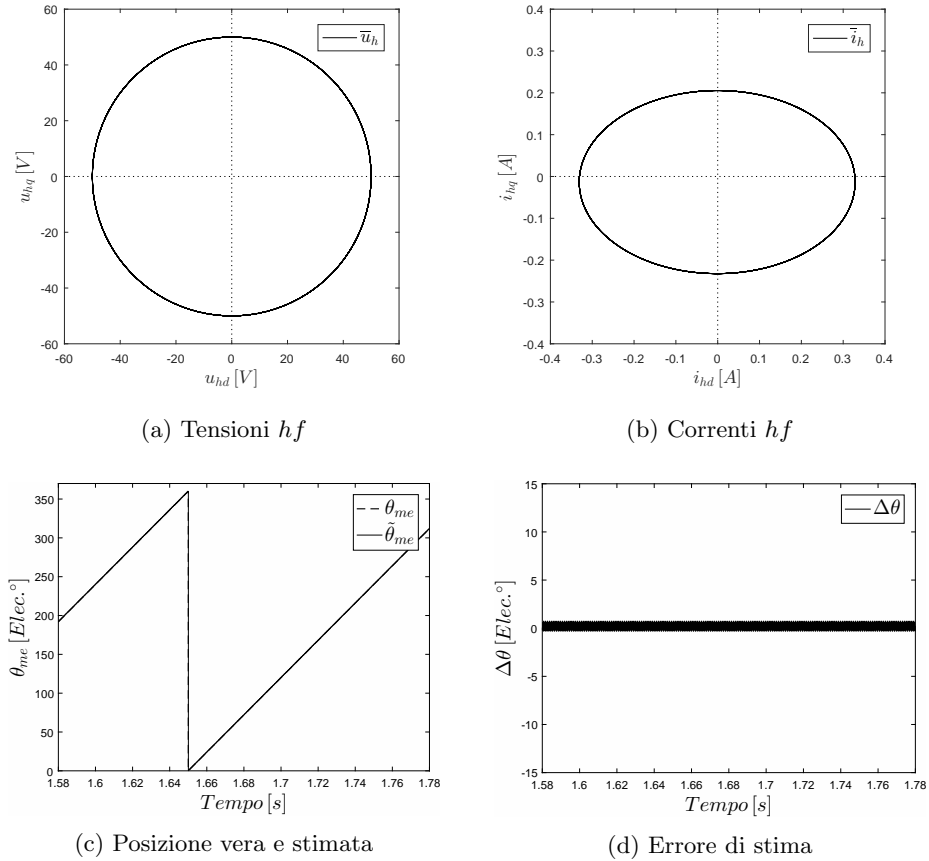
Lo schema completo tiene conto dei blocchi di ritardo (filtro HPF e ritardo dell'inverter) per fare in modo che la fase dei segnali di demodulazione sia effettivamente quella desiderata.

È stato anche introdotto il blocco “generazione dei segnali” il cui scopo è quello di produrre i segnali di correzione $-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ e $\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$. Il processo di generazione sfrutta le formule di sottrazione del seno e del coseno:

$$\begin{aligned} \sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) &= \cos(\omega_h t) \cos(2\tilde{\vartheta}_{me}) + \sin(\omega_h t) \sin(2\tilde{\vartheta}_{me}) \\ \cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) &= \sin(\omega_h t) \cos(2\tilde{\vartheta}_{me}) - \cos(\omega_h t) \sin(2\tilde{\vartheta}_{me}) \end{aligned}$$

Dal confronto con il grafico (3.9), demodulazione in $d^x q^x$, è evidente che la demodulazione in $\alpha\beta$ è caratterizzata da una maggiore complicazione realizzativa. Questo sforzo potrebbe non essere giustificato dato che il segnale che arriva al PI, e , è analogo nel metodo con flusso pulsante in $d^x q^x$ e nel metodo con flusso rotante in $\alpha\beta$.

Come si vedrà nelle prossime simulazioni, con i due metodi si ottengono gli stessi risultati su un motore IPM ideale (con induttanze costanti).

Flusso rotante in $\alpha\beta$; $L_{dq} = 0$

 Figura 4.8: Simulazione con flusso rotante in $\alpha\beta$; $L_{dq} = 0$

- Le tensioni iniettate tracciano una circonferenza sul piano dq (4.8a)
- In assenza di *cross-saturation* le correnti hf formano un'ellisse con asse maggiore orizzontale (4.8b)
- La posizione stimata coincide con quella vera (4.8c)
- L'errore di stima della posizione oscilla in un intorno di $\Delta\theta = 0$ alla pulsazione ω_h (4.8d)

4.3 In presenza di saturazione incrociata

Si supponga ora che il motore risenta della saturazione del ferro.

Le equazioni (3.16) rappresentano il bilancio flussi/correnti in alta frequenza in presenza di *cross-saturation*. Si riportino tali equazioni nel sistema di riferimento $\alpha\beta$:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta_{me} & -\sin\vartheta_{me} \\ \sin\vartheta_{me} & \cos\vartheta_{me} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_d & L_{dq} \\ L_{dq} & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd} \\ i_{hq} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Trasformando anche $\begin{pmatrix} i_{hd} \\ i_{hq} \end{pmatrix}$ in $\alpha\beta$:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta_{me} & -\sin\vartheta_{me} \\ \sin\vartheta_{me} & \cos\vartheta_{me} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_d & L_{dq} \\ L_{dq} & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\vartheta_{me} & \sin\vartheta_{me} \\ -\sin\vartheta_{me} & \cos\vartheta_{me} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Il legame tra flussi e correnti in alta frequenza è quindi dato da:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = (\underline{L})_{\alpha\beta} \begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

dove:

$$(\underline{L})_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} - L_{dq} \sin 2\vartheta_{me} & -L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} + L_{dq} \cos 2\vartheta_{me} \\ -L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} + L_{dq} \cos 2\vartheta_{me} & L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} + L_{dq} \sin 2\vartheta_{me} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Guardando la matrice delle induttanze $(\underline{L})_{\alpha\beta}$ si nota che l'informazione sulla posizione del rotore è legato al termine L_Δ ma anche a L_{dq} . È ora possibile ottenere le correnti:

$$\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} = (\underline{L})_{\alpha\beta}^{-1} \begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

La matrice delle inertanze in $\alpha\beta$, in presenza di *cross-saturation*, vale:

$$(\underline{L})_{\alpha\beta}^{-1} = \Gamma \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} + L_{dq} \sin 2\vartheta_{me} & L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} - L_{dq} \cos 2\vartheta_{me} \\ L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} - L_{dq} \cos 2\vartheta_{me} & L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} - L_{dq} \sin 2\vartheta_{me} \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

dove il coefficiente moltiplicativo Γ è pari a:

$$\Gamma = \frac{1}{L_d L_q - L_{dq}^2} \quad (4.24)$$

Svolgendo le (4.22) risulta che le correnti in alta frequenza nel sistema di riferimento $\alpha\beta$ valgono:

$$\begin{aligned} i_{h\alpha} &= \frac{U_h}{\omega_h (L_d L_q - L_{dq}^2)} [L_\Sigma \sin \omega_h t + L_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) + L_{dq} \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] \\ i_{h\beta} &= -\frac{U_h}{\omega_h (L_d L_q - L_{dq}^2)} [L_\Sigma \cos \omega_h t - L_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) + L_{dq} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] \end{aligned} \quad (4.25)$$

La demodulazione in $\alpha\beta$ si realizza moltiplicando le correnti $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$ rispettivamente per $-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ e $\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$, ed effettuandone la somma.

$$\begin{aligned} & i_{h\alpha} [-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] + i_{h\beta} [\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] = \\ & = \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [-L_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) - L_\Delta \sin(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me}) - L_{dq} \cos(2\Delta\vartheta)] \end{aligned}$$

L'azione del filtro LPF consente di ottenere il segnale:

$$e = \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} (-L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta - L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta) \quad (4.26)$$

Anche qui è evidente l'analogia con il metodo del flusso pulsante: le espressioni (3.23) e (4.26), a meno dell'ampiezza, sono uguali. Il PI riceve quindi un segnale che oltre al termine $-\sin$ ha anche un termine $-\cos$. Il segnale di equazione (4.26) è rappresentato, nel seguente grafico, con la linea a tratto continuo.

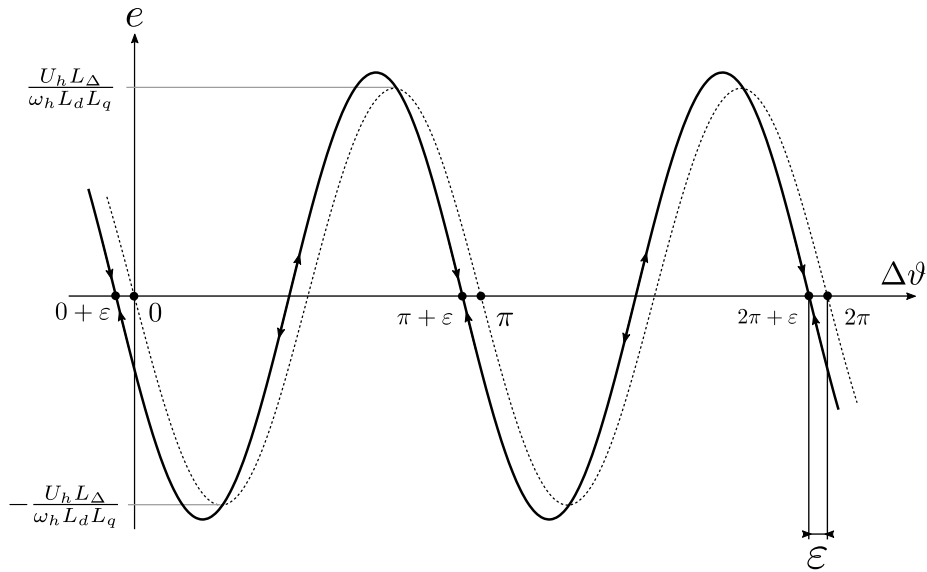


Figura 4.9: Ingresso del PI, con e senza saturazione

La saturazione ha l'effetto di traslare orizzontalmente le soluzioni di un angolo ε compreso tra $-\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{4}$, dove $\varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \right)$.

Flusso rotante in $\alpha\beta$; $L_{dq} \neq 0$

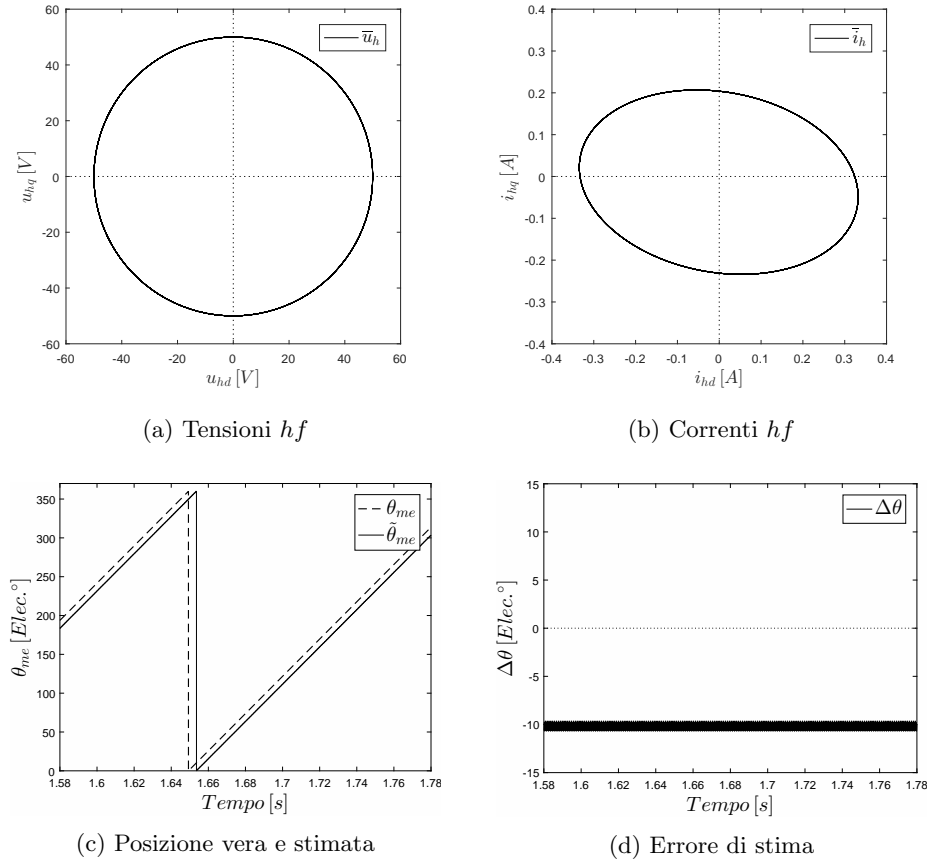


Figura 4.10: Simulazione con flusso rotante in $\alpha\beta$; $L_{dq} \neq 0$

Effettuando un confronto con la (4.8):

- Le tensioni iniettate (4.10a) sono le stesse di (4.8a)
- L'errore ε è visibile nell'inclinazione dell'ellisse delle correnti *hf* (4.10b)
- La posizione stimata a regime non converge su quella vera (4.10c)
- Imponendo $L_{dq} = \frac{L_d}{10}$ si ha errore di stima $\Delta\vartheta = -10.278^\circ$ (4.10d)

Una possibile correzione dell'errore di stima introdotto dalla *cross-saturation* consiste nel *sommare* alla $i_{h\alpha}$ un segnale pari a $-\frac{L_{dq}U_h}{\omega_h(L_dL_q-L_{dq}^2)}\cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me})$ e nel *sommare* alla $i_{h\beta}$ un segnale pari a $\frac{L_{dq}U_h}{\omega_h(L_dL_q-L_{dq}^2)}\sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me})$. Essendo un azionamento *sensorless* non si ha a disposizione la posizione ϑ_{me} ma solo la sua stima $\tilde{\vartheta}_{me}$.

La correzione può essere effettuata, con risultati soddisfacenti, utilizzando i segnali $-\frac{L_{dq}U_h}{\omega_h(L_dL_q-L_{dq}^2)}\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ e $\frac{L_{dq}U_h}{\omega_h(L_dL_q-L_{dq}^2)}\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$. Per realizzare tali segnali bisogna conoscere i parametri:

- U_h e ω_h , noti perché caratterizzano l'iniezione di tensione rotante ad hf ;
- $\tilde{\vartheta}_{me}$, stima della posizione rotorica. È prelevabile all'uscita del PI;
- le induttanze L_d, L_q, L_{dq} . Note se il modello del motore è ideale, misurabili o stimabili per un motore reale.

In seguito è rappresentato lo schema della correzione proposta:

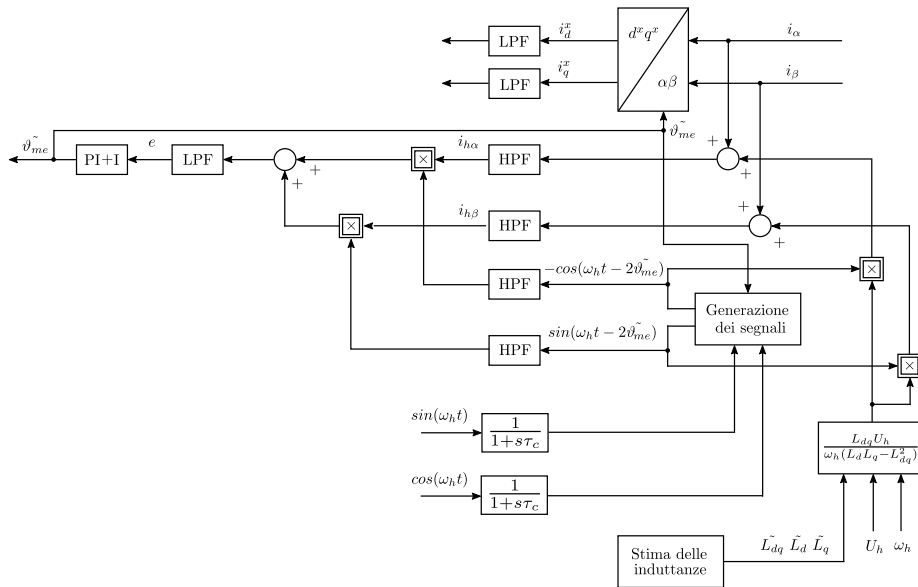


Figura 4.11: Tecnica di compensazione dell'errore; flusso rotante in $\alpha\beta$

Flusso rotante in $\alpha\beta$; $L_{dq} \neq 0$; con correzione

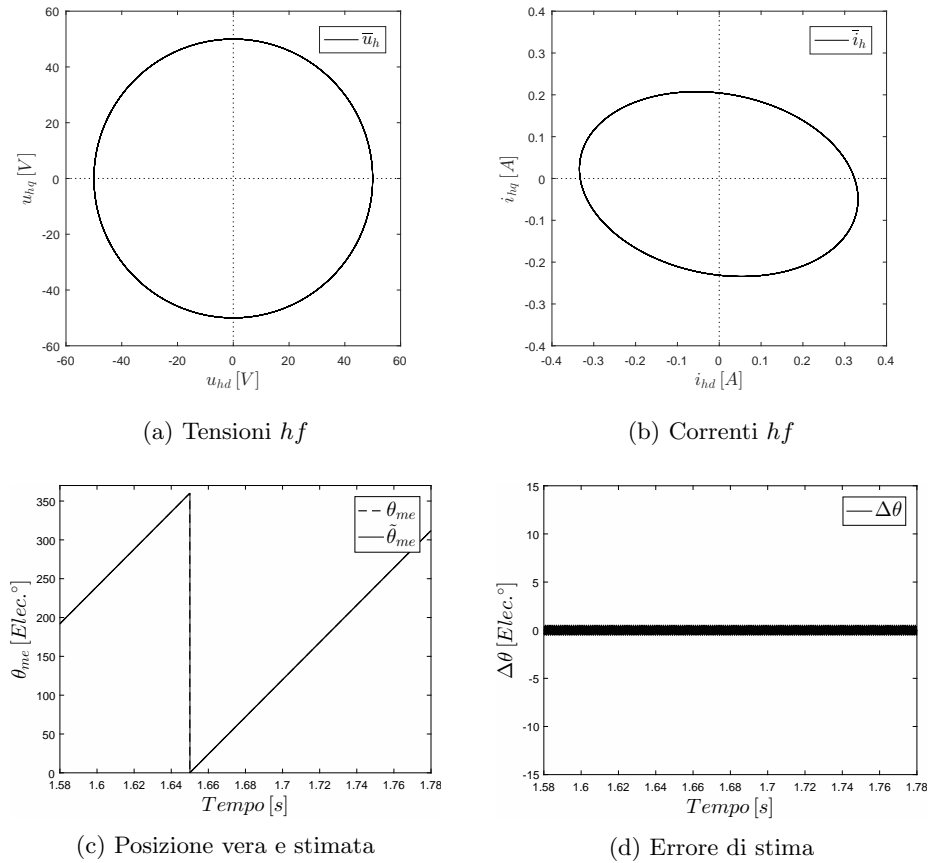


Figura 4.12: Simulazione con flusso rotante in $\alpha\beta$; $L_{dq} \neq 0$; con correzione

I risultati della simulazione indicano che:

- Si inietta un vettore di tensioni hf rotante (4.12a)
- L'ellisse di corrente (4.12b) non risulta modificata rispetto a (4.10b)
- La posizione stimata si scosta poco da quella vera (4.12c)
- L'errore di stima introdotto dalla *cross-saturation* è stato efficacemente corretto (4.12d)

Capitolo 5

Flusso rotante in $d^x q^x$

5.1 Principio di funzionamento

Questa tecnica riprende concettualmente quelle viste nei due capitoli precedenti e ne rappresenta in un certo modo la combinazione: dalla tecnica del flusso pulsante in $d^x q^x$ prende il sistema di riferimento (e quindi l'intero schema di controllo, compresa la demodulazione) e dalla tecnica del flusso rotante in $\alpha\beta$ eredita il comportamento rotante del flusso.

Lo schema adottato è analogo a quello di figura (3.1).

Il vettore di tensione hf che viene iniettato nel sistema generico x ha un'espressione del tipo:

$$\begin{aligned} u_{hd}^x &= U_h \cos\omega_h t \\ u_{hq}^x &= U_h \sin\omega_h t \end{aligned}$$

Dall'iniezione delle tensioni ausiliarie si generano dei flussi di equazioni:

$$\begin{aligned} \lambda_{hd}^x &= \Lambda_h \sin\omega_h t \\ \lambda_{hq}^x &= -\Lambda_h \cos\omega_h t \end{aligned}$$

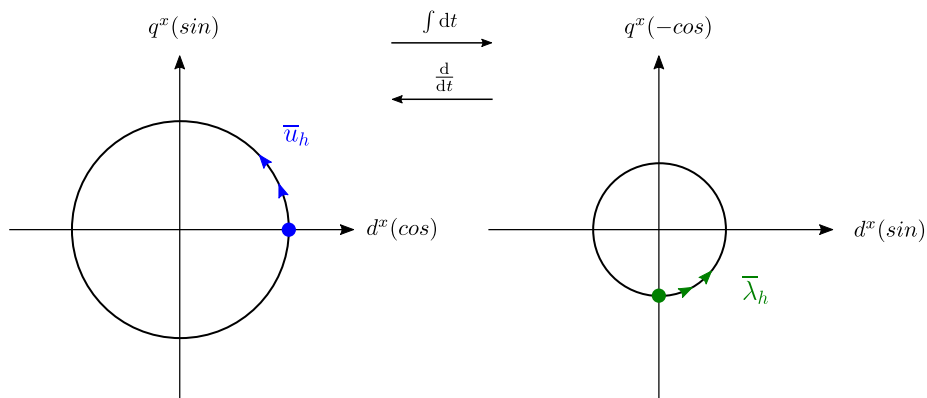


Figura 5.1: Vettori rotanti di tensione e flusso hf in $d^x q^x$

Si è già visto in precedenza che, in alta frequenza, il legame tra flussi e tensioni è tipo puramente integro-differenziale. Entrambi i vettori ruotano sul piano $d^x q^x$ alla pulsazione ω_h e risultano sfasati tra loro di 90° .

Il vettore \bar{u}_h traccia una circonferenza di raggio U_h fisso.

Il vettore $\bar{\lambda}_h$ traccia, come si vedrà in seguito, una circonferenza il cui raggio Λ_h varia al variare della velocità rotorica $\omega_x = \omega_{me}$.

Si consideri, per semplicità, che il rotore sia fermo. In questa condizione il sistema generico x risulta fermo e la circonferenza tracciata dai flussi hf ha raggio fisso:

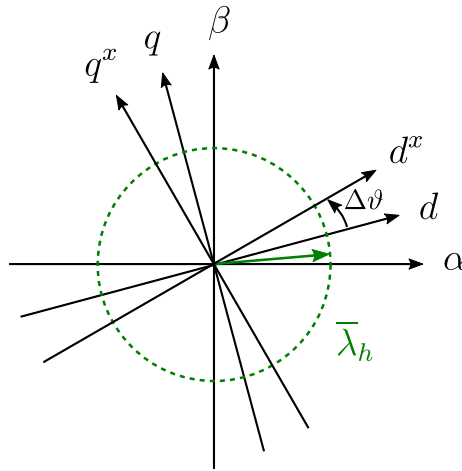


Figura 5.2: Vettore rotante di flusso hf in $d^x q^x$

I flussi hf generati all'interno della macchina devono essere sostenuti da delle correnti hf . Poiché in una macchina anisotropa l'induttanza di asse d è differente da quella di asse q si ha che il vettore risultante correnti traccia un'ellisse con asse maggiore disposto sull'asse d^x :

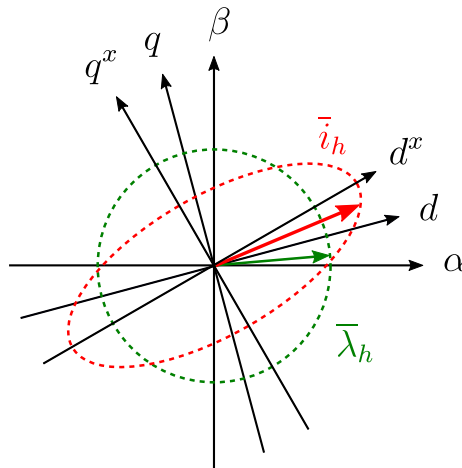


Figura 5.3: Vettori rotanti di flusso e corrente hf in $d^x q^x$

Inizialmente il metodo di stima della posizione è affetto da un errore $\Delta\vartheta$ legato al fatto che l'asse d^x è in anticipo (o in ritardo) rispetto a all'asse d vero della macchina. Attraverso la demodulazione (analoga a quella utilizzata nella tecnica di flusso pulsante in $d^x q^x$) è possibile estrarre l'informazione su tale errore di posizione ed effettuare le apposite correzioni. Al termine del processo di avvicinamento si verifica la seguente condizione:

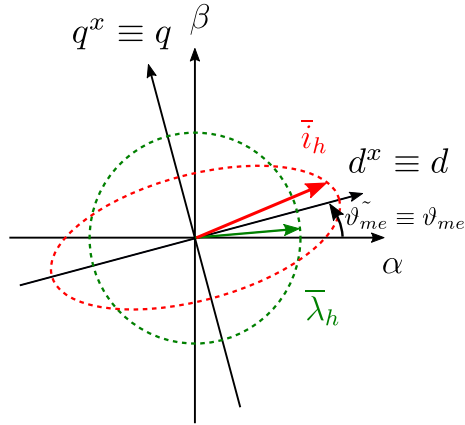


Figura 5.4: Condizione di convergenza a regime, $\Delta\vartheta = 0$

Nella trattazione analitica si vedrà che per il funzionamento di questo algoritmo è sufficiente misurare ed elaborare una sola componente del vettore delle correnti (i_{hq}^x o i_{hd}^x), diversamente dalla demodulazione in $\alpha\beta$ che prevede l'utilizzo di entrambe le correnti $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$.

Inoltre il metodo con flusso rotante in $d^x q^x$ ha la peculiarità di consentire una stima delle induttanze al variare delle condizioni di lavoro del motore (solamente in assenza di saturazione).

5.2 In assenza di saturazione

Nel sistema di riferimento $d^x q^x$ si iniettano le tensioni ad alta frequenza:

$$\boxed{\begin{aligned} u_{hd}^x &= U_h \cos\omega_h t \\ u_{hq}^x &= U_h \sin\omega_h t \end{aligned}} \quad (5.1)$$

che producono un flusso rotante in alta frequenza:

$$\boxed{\begin{aligned} \lambda_{hd}^x &= \frac{U_h}{\omega_h + \omega_x} \sin\omega_h t \\ \lambda_{hq}^x &= -\frac{U_h}{\omega_h + \omega_x} \cos\omega_h t \end{aligned}} \quad (5.2)$$

Le equazioni (5.2) possono essere giustificate dai seguenti passaggi.

Si considerino le (3.3), che rappresentano il bilancio delle tensioni hf in x , e vi si sostituiscano i flussi:

$$\begin{aligned} \lambda_{hd}^x &= \Lambda_{hd} \sin\omega_h t \\ \lambda_{hq}^x &= \Lambda_{hq} \cos\omega_h t \end{aligned}$$

che vengono generati dalle tensioni:

$$\begin{aligned} u_{hd}^x &= U_{hd} \cos\omega_h t \\ u_{hq}^x &= U_{hq} \sin\omega_h t \end{aligned}$$

Confrontando il risultato con le (5.1) si ricavano le ampiezze dei flussi:

$$\begin{aligned} \Lambda_{hd} &= \frac{U_{hd}\omega_h - U_{hq}\omega_x}{\omega_h^2 - \omega_x^2} \\ \Lambda_{hq} &= \frac{U_{hd}\omega_x - U_{hq}\omega_h}{\omega_h^2 - \omega_x^2} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Queste equazioni sono valide per diversi tipi tensioni ausiliarie nel sistema di riferimento generico x .

Imponendo $U_{hq} = \frac{\omega_x}{\omega_h} U_{hd}$ si ottiene un vettore di componenti $\Lambda_{hd} = \frac{U_{hd}}{\omega_h}$ e $\Lambda_{hq} = 0$ (si tratta del flusso pulsante in $d^x q^x$ studiato nel capitolo 3).

Sostituendo invece $U_{hd} = U_{hq} = U_h$ si ricavano le ampiezze $\Lambda_{hd} = \frac{U_h}{\omega_h + \omega_x}$ e $\Lambda_{hq} = -\frac{U_h}{\omega_h + \omega_x}$ dei flussi (5.2). ■

Conoscendo i flussi e la matrice delle inertanze in $d^x q^x$ è possibile ottenere le correnti:

$$\begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} = \frac{1}{L_d L_q} \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta & -L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta \\ -L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta & L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

che una volta riscritte valgono:

$$\begin{aligned} i_{hd}^x &= \frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)L_d L_q} [(L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta) \sin\omega_h t + (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \cos\omega_h t] \\ i_{hq}^x &= -\frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)L_d L_q} [(L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \sin\omega_h t + (L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta) \cos\omega_h t] \end{aligned} \quad (5.5)$$

Dal confronto con le (3.13) è evidente che l'iniezione in $d^x q^x$ di un vettore di tensione rotante invece che pulsante determina l'assorbimento di correnti la cui ampiezza dipende da ω_x e che contengono sia il termine $\sin \omega_h t$ sia il termine $\cos \omega_h t$.

Tale complicazione analitica porta comunque a dei vantaggi. Per prima cosa si può notare che entrambe le correnti i_{hd}^x e i_{hq}^x possono essere utilizzate per la demodulazione:

- moltiplicando la i_{hd}^x per $-\cos \omega_h t$ e filtrando con un LPF

$$\begin{aligned} i_{hd}^x(-\cos \omega_h t) &= -I_h[(L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t \cos \omega_h t + (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \cos^2 \omega_h t] = \\ &= -\frac{I_h}{2}[(L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta) \sin(2\omega_h t) + (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) + (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \cos(2\omega_h t)] \end{aligned}$$

Il filtro LPF elimina i termini a pulsazione $2\omega_h$. Si ottiene:

$$e = -\frac{I_h}{2} L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta$$

- moltiplicando la i_{hq}^x per $\sin \omega_h t$ e filtrando con un LPF

$$\begin{aligned} i_{hq}^x(\sin \omega_h t) &= -I_h[(L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \sin^2 \omega_h t + (L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta) \cos \omega_h t \sin \omega_h t] = \\ &= -\frac{I_h}{2}[(L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) - (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \cos(2\omega_h t) + (L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta) \sin(2\omega_h t)] \end{aligned}$$

Il filtro LPF elimina i termini a pulsazione $2\omega_h$. Si ottiene:

$$e = -\frac{I_h}{2} L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta$$

Si userà la seconda soluzione per analogia a quanto già visto per la tecnica di stima con flusso pulsante in $d^x q^x$ (figura 3.9).

Nel PI entra il segnale:

$$e = \frac{U_h L_\Delta}{2(\omega_h + \omega_x) L_d L_q} (-\sin 2\Delta\vartheta) \quad (5.6)$$

Il segnale e risulta proporzionale a $-\sin 2\Delta\vartheta$ come avviene anche nei metodi con flusso pulsante in $d^x q^x$ e rotante in $\alpha\beta$. L'algoritmo converge in $\Delta\vartheta = \frac{k\pi}{2}$ con k pari. Le soluzioni $k = 0, 4, 8, \dots$ sono corrette, le soluzioni $k = 2, 6, 10, \dots$ comportano un errore di 180° .

Si sta analizzando il caso $L_{dq} = 0$ (assenza di *cross-saturation*). Come visto in precedenza, e come verificato nelle simulazioni, l'algoritmo converge alla posizione stimata corretta (errore $\varepsilon = 0$).

Sostituendo $\Delta\vartheta = 0$ nelle espressioni delle correnti \bar{i}_h^x (5.5) si ottengono le correnti "a regime", ovvero le correnti che si hanno quando l'algoritmo converge:

$$\begin{aligned} i_{hd}^x &= \frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x) L_d L_q} (L_\Sigma + L_\Delta) \sin \omega_h t \\ i_{hq}^x &= -\frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x) L_d L_q} (L_\Sigma - L_\Delta) \cos \omega_h t \end{aligned} \quad (5.7)$$

che riscritte valgono:

$$\boxed{\begin{aligned} i_{hd}^x &= \frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)L_d} \sin\omega_h t \\ i_{hq}^x &= -\frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)L_q} \cos\omega_h t \end{aligned}} \quad (5.8)$$

Come si può vedere le correnti a regime sono rispettivamente legate alla induttanze di asse d e q .

Le i_{hd}^x e i_{hq}^x possono essere analizzate per ottenere una *stima delle induttanze* L_Σ e L_Δ (che sono combinazioni lineari delle L_d e L_q).

- Si consideri la i_{hd}^x “a regime” (5.8). Moltiplicandola per $\sin\omega_h t$ e filtrando il risultato con un LPF si ottiene:

$$\frac{U_h}{2(\omega_h + \omega_x)L_d}$$

da cui si può ricavare L_d .

Si noti che anche nella tecnica con flusso pulsante è possibile ottenere questa informazione. La differenza sta nel fatto che ora al denominatore si ha, oltre a ω_h , anche ω_x (velocità a cui ruota il sistema di riferimento $d^x q^x$). Sarà necessaria perciò una stima precisa della ω_x per valutare correttamente il valore dell'induttanza L_d . La velocità $\omega_x = \omega_{me}^{\sim}$ è prelevabile all'uscita del PI.

- Similmente, moltiplicando la corrente i_{hq}^x (5.8) per $-\cos\omega_h t$ e, filtrando il risultato con un LPF, si ottiene:

$$\frac{U_h}{2(\omega_h + \omega_x)L_q}$$

Ovvero a partire dalla corrente i_{hq}^x , conoscendo la ω_x , è possibile ottenere una stima dell'induttanza di asse q . Si noti che nella tecnica con flusso pulsante questa informazione non è disponibile perché l'algoritmo porta a zero la i_{hq}^x a regime.

Note L_d e L_q risulta immediato calcolare le induttanze L_Σ e L_Δ .

In figura (5.5) è mostrato lo schema di stima delle induttanze proposto.

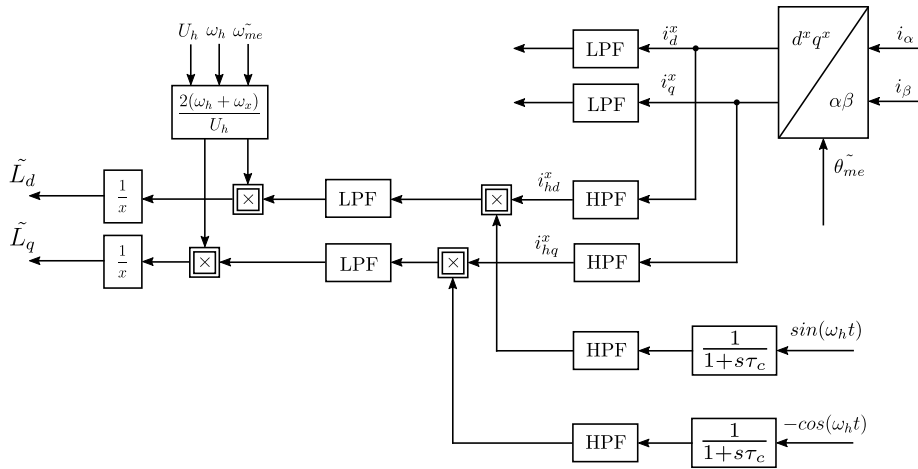


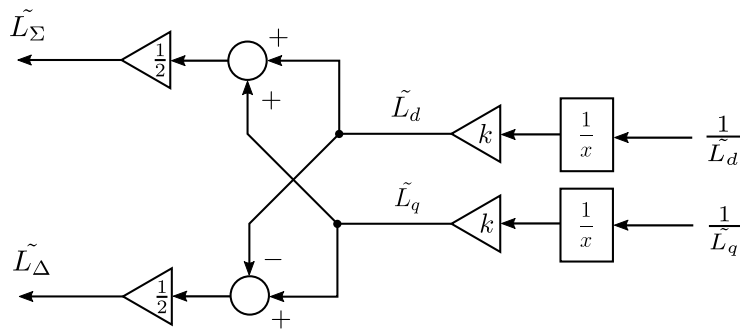
Figura 5.5: Stima delle induttanze, metodo n°1

Il metodo di stima qui analizzato non va ad influenzare il processo di demodulazione, ma lavora separatamente. Il fatto che sia a catena aperta, ovvero privo di retroazione, lo rende soggetto a instabilità e inaffidabilità delle soluzioni.

Implementando tale schema nel modello Simulink[®] del motore IPM magneticamente lineare, in assenza di *cross-saturation*, si ottengono dei valori di \tilde{L}_d e \tilde{L}_q che si scostano sensibilmente dai valori impostati di L_d e L_q .

A tale errore contribuiscono sicuramente i filtri LPF e HPF a monte, i quali potrebbero non avere guadagno unitario.

Le stime possono essere corrette attraverso un coefficiente moltiplicativo $k \neq 1$ (uguale per \tilde{L}_d e \tilde{L}_q) che va a scalare i risultati. Trovato e impostato il k adatto è possibile ottenere stime giuste delle induttanze L_d , L_q , L_Σ , L_Δ anche al variare della velocità (purché ci si trovi a regime e non ci sia saturazione).



Nelle simulazioni per avere $\tilde{L}_d = L_d = 23\text{ mH}$ e $\tilde{L}_q = L_q = 15\text{ mH}$ si è impostato $K = 0.38$.

Flusso rotante in $d^x q^x$; $L_{dq} = 0$

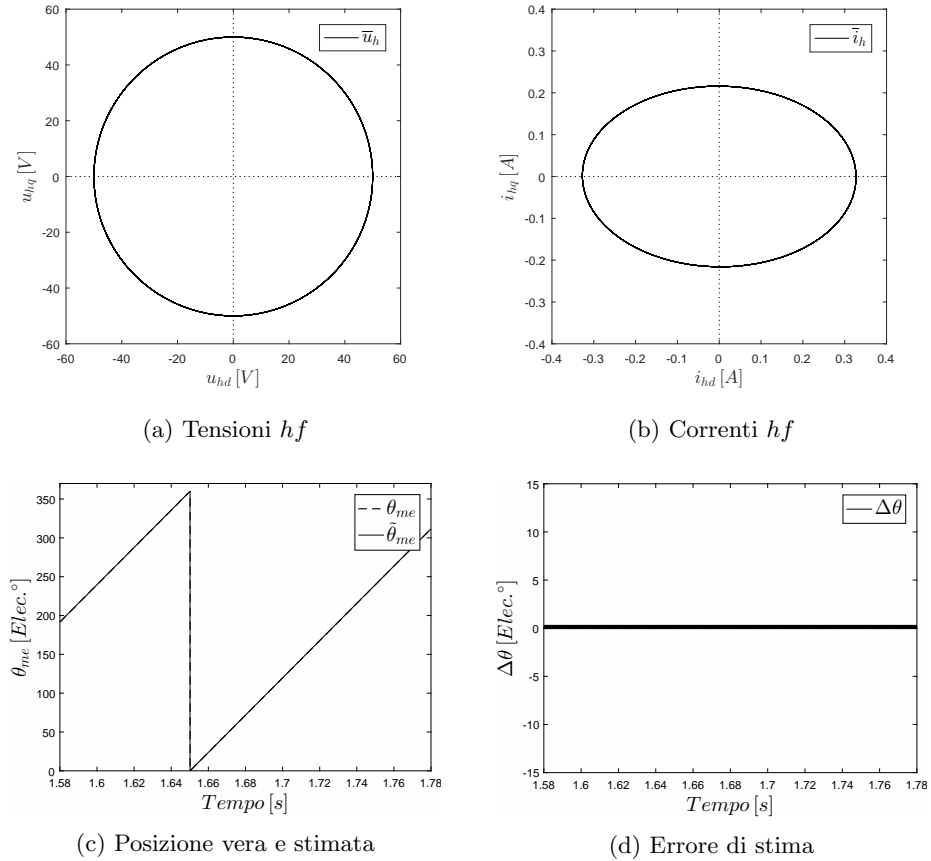


Figura 5.6: Simulazione con flusso rotante in $d^x q^x$; $L_{dq} = 0$

- Il vettore delle tensioni hf è rotante (5.6a)
- Le correnti hf tracciano un'ellisse con asse maggiore orizzontale (5.6b)
- La stima di posizione converge sulla posizione vera (5.6c)
- L'errore di posizione oscilla in un intorno di $\Delta\theta = 0$ con una certa ondulazione (5.6d)

5.3 In presenza di saturazione incrociata

Partendo dai flussi è possibile ottenere le correnti:

$$\begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} = (\underline{L})_x^{-1} \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

dove la matrice delle inertanze $(\underline{L})_x^{-1}$ si è già vista in (3.20).

Sviluppando i conti, e raccogliendo, si ricavano le correnti:

$$\begin{aligned} i_{hd}^x &= \Gamma[(L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta - L_{dq} \sin 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t + (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta) \cos \omega_h t] \\ i_{hq}^x &= -\Gamma[(L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t + (L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta + L_{dq} \sin 2\Delta\vartheta) \cos \omega_h t] \end{aligned} \quad (5.10)$$

dove con Γ si indica:

$$\Gamma = \frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)(L_d L_q - L_{dq}^2)}$$

Le (5.10) sono le correnti hf che sostengono il vettore di flusso rotante $\bar{\lambda}_h^x$ in presenza di *cross-saturation*. Come visto nel paragrafo precedente la demodulazione può essere effettuata in due modi:

- moltiplicando la i_{hd}^x per $-\cos \omega_h t$ e filtrando con un LPF
- moltiplicando la i_{hq}^x per $\sin \omega_h t$ e filtrando con un LPF

In entrambi i casi il PI riceve in ingresso il segnale:

$$e = \frac{U_h}{2(\omega_h + \omega_x)(L_d L_q - L_{dq}^2)} (-L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta - L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta) \quad (5.11)$$

L'algoritmo va ad annullare il termine $L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta$. Si ottiene quindi che la convergenza a regime non si ha per $\Delta\vartheta = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ ma per $\Delta\vartheta = 0 + \varepsilon, \pi + \varepsilon, 2\pi + \varepsilon, 3\pi + \varepsilon, \dots$, dove $\varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \right)$. Lo stesso accade nei metodi pulsante in $d^x q^x$ e rotante in $\alpha\beta$: la presenza della *cross-saturation* ($L_{dq} \neq 0$) introduce un errore, tra posizione stimata e posizione vera, diverso da zero.

Sostituendo $\Delta\vartheta = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \right)$ nelle espressioni delle correnti i_{hd}^x e i_{hq}^x (5.10) si ottengono le correnti "a regime", ovvero le correnti che si hanno quando l'algoritmo converge:

$$\begin{aligned} i_{hd}^x &= \Gamma \left[L_\Sigma + L_\Delta \cos \left(\operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \right) \right) - L_{dq} \sin \left(\operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \right) \right) \right] \sin \omega_h t \\ i_{hq}^x &= -\Gamma \left[L_\Sigma - L_\Delta \cos \left(\operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \right) \right) + L_{dq} \sin \left(\operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \right) \right) \right] \cos \omega_h t \end{aligned} \quad (5.12)$$

Si noti che vale la seguente equazione:

$$L_{\Delta} \cos \left(\operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_{\Delta}} \right) \right) - L_{dq} \sin \left(\operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_{\Delta}} \right) \right) = L_{\Delta} \sqrt{\frac{L_{dq}^2}{L_{\Delta}^2} + 1} \quad (5.13)$$

Assumendo che L_{Δ} e L_{dq} siano positivi, tale espressione si semplifica in:

$$L_{\Delta} \cos \left(\operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_{\Delta}} \right) \right) - L_{dq} \sin \left(\operatorname{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_{\Delta}} \right) \right) = \sqrt{L_{dq}^2 + L_{\Delta}^2} \quad (5.14)$$

Tenendo conto della (5.14) si possono riscrivere le correnti (5.12) “a regime” in:

$$\boxed{\begin{aligned} i_{hd}^x &= \frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)(L_d L_q - L_{dq}^2)} \left(L_{\Sigma} + \sqrt{L_{dq}^2 + L_{\Delta}^2} \right) \sin \omega_h t \\ i_{hq}^x &= -\frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)(L_d L_q - L_{dq}^2)} \left(L_{\Sigma} - \sqrt{L_{dq}^2 + L_{\Delta}^2} \right) \cos \omega_h t \end{aligned}} \quad (5.15)$$

Si prova ora ad analizzare tali correnti per ottenere una *stima delle induttanze*. Si procede con lo stesso metodo utilizzato nel paragrafo precedente: si moltiplicano le i_{hd}^x e i_{hq}^x a regime (5.15) rispettivamente per $\sin \omega_h t$ e $-\cos \omega_h t$.

I segnali vengono filtrati con un LPF e moltiplicati per $\frac{2(\omega_h + \omega_x)}{U_h}$.

Infine, di ciascuno dei due risultati si calcola il reciproco, come in figura (5.5).

Mantenendo il guadagno k unitario le stime \tilde{L}_d , \tilde{L}_q , \tilde{L}_{Σ} , \tilde{L}_{Δ} risultano sbagliate.

Impostando $k = 0.38$ e aumentando progressivamente il valore di L_{dq} (da 0 a $\frac{L_d}{3}$) si verificano i seguenti risultati:

- La L_d stimata diventa sempre più piccola rispetto alla L_d vera
- La L_q stimata diventa sempre più grande rispetto alla L_q vera
- La stima di L_{Σ} si mantiene corretta indipendentemente dalla saturazione
- La L_{Δ} stimata diventa sempre più grande rispetto alla L_{Δ} vera

In altre parole: la stima delle induttanze pensata e sviluppata in assenza di saturazione (schema di figura (5.5)) se utilizzata in presenza di saturazione perde sostanzialmente di validità.

L’inserimento di L_{dq} va ad alterare le stime \tilde{L}_d , \tilde{L}_q e \tilde{L}_{Δ} ; parametri necessari, insieme a \tilde{L}_{dq} , nel caso si volesse effettuare una correzione della stima della

posizione. Si ricorda infatti che la correzione proposta nel capitolo 3 consiste nel *sommare* alla i_{hq}^x un segnale pari a:

$$\frac{\tilde{L}_{dq} U_h}{\omega_h (\tilde{L}_d \tilde{L}_q - L_{dq}^2)} \cos 2\tilde{\Delta}\vartheta \sin \omega_h t$$

che può essere riscritto, sostituendo $\tilde{\Delta}\vartheta = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{-\tilde{L}_{dq}}{\tilde{L}_\Delta} \right)$, come:

$$\frac{\tilde{L}_{dq} U_h}{\omega_h (\tilde{L}_d \tilde{L}_q - L_{dq}^2)} \frac{\tilde{L}_\Delta}{\sqrt{\tilde{L}_\Delta^2 + L_{dq}^2}} \sin \omega_h t \quad (5.16)$$

Tale segnale correttivo per essere realizzato necessita la conoscenza precisa di \tilde{L}_d , \tilde{L}_q e \tilde{L}_Δ , che sono proprio i parametri che vengono alterati dalla *cross-saturation*.

Il fatto che \tilde{L}_Σ rimanga pressoché corretta al variare di L_{dq} è sicuramente interessante ma di poca utilità pratica.

In seguito è proposto un diverso metodo di stima delle induttanze. Si considerino le equazioni (5.15) delle correnti “a regime”.

- si effettui la seguente operazione:

$$i_{hd}^x \cos \omega_h t + i_{hq}^x \sin \omega_h t$$

Il risultato è pari a una sinusoide di pulsazione $2\omega_h$

$$\frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)(L_d L_q - L_{dq}^2)} \sqrt{L_{dq}^2 + L_\Delta^2} \sin(2\omega_h t)$$

la cui è ampiezza è pari a

$$\frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)} \frac{\sqrt{L_{dq}^2 + L_\Delta^2}}{(L_d L_q - L_{dq}^2)} \quad (5.17)$$

- si effettui la seguente operazione:

$$i_{hd}^x \cos \omega_h t - i_{hq}^x \sin \omega_h t$$

Il risultato è pari a una sinusoide di pulsazione $2\omega_h$

$$\frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)(L_d L_q - L_{dq}^2)} L_\Sigma \sin(2\omega_h t)$$

la cui è ampiezza è pari a

$$\frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)} \frac{L_\Sigma}{(L_d L_q - L_{dq}^2)} \quad (5.18)$$

Le ampiezze (5.17) e (5.18) hanno un'espressione analitica che non permette di estrarre singolarmente le grandezze \tilde{L}_{dq} , \tilde{L}_Δ e \tilde{L}_Σ .

Ancora una volta la presenza di saturazione impedisce una corretta stima delle induttanze.

Se fosse $L_{dq} = 0$ si potrebbe utilizzare questo metodo per la stima di L_d e di L_q , secondo il seguente schema:

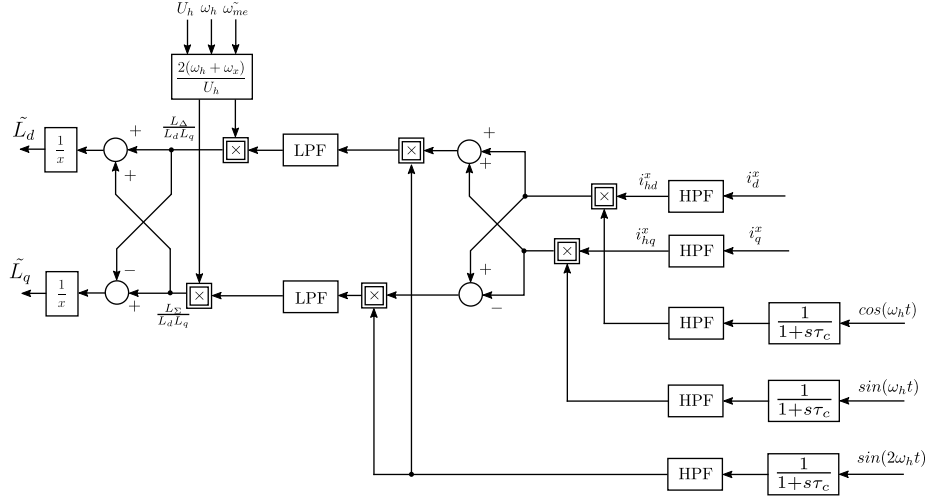


Figura 5.7: Stima delle induttanze, metodo n°2

Applicando il metodo n°2 al modello del motore IPM lineare, impostando $k = 0.128$ e $L_{dq} = 0$, si ottengono $\tilde{L}_d = L_d = 23 \text{ mH}$ e $\tilde{L}_q = L_q = 15 \text{ mH}$ anche al variare della velocità.

Provando a introdurre la saturazione incrociata a livelli via via crescenti ($0 < L_{dq} < \frac{L_d}{3}$) si verificano i seguenti risultati:

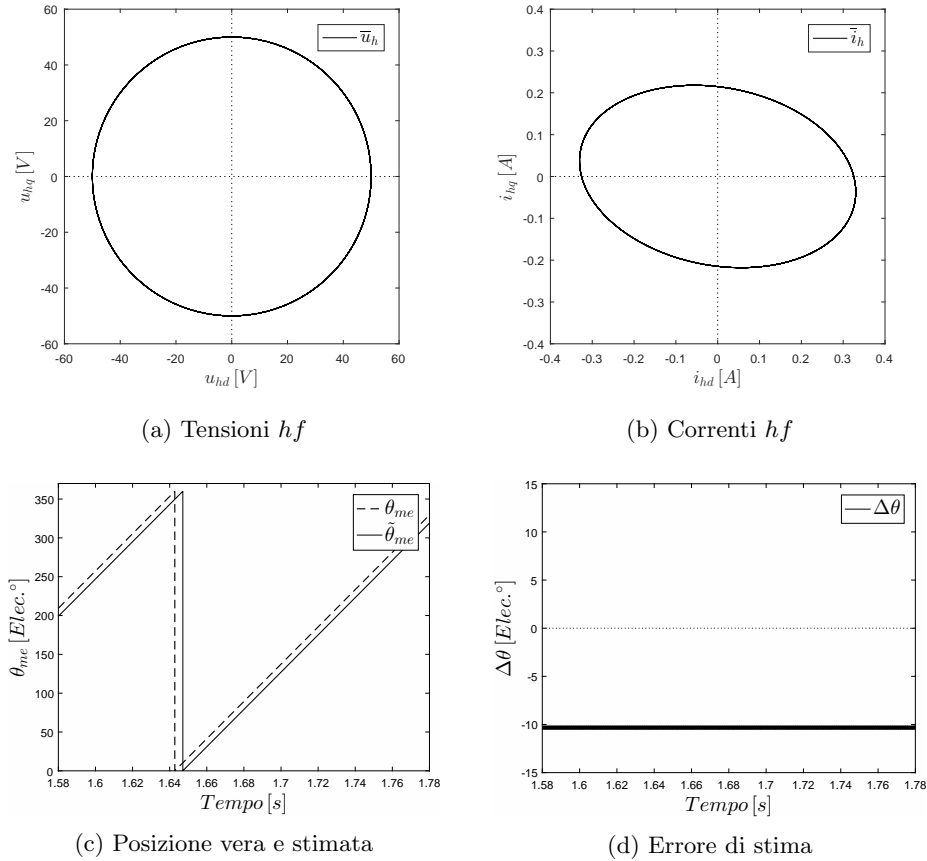
- La L_d stimata diventa sempre più piccola rispetto alla L_d vera
- La L_q stimata diventa sempre più grande rispetto alla L_q vera
- La stima di L_Σ si mantiene corretta indipendentemente dalla saturazione
- La L_Δ stimata diventa sempre più grande rispetto alla L_Δ vera

si ottiene che il metodo di stima delle induttanze n°2 risente della saturazione allo stesso modo del metodo n°1.

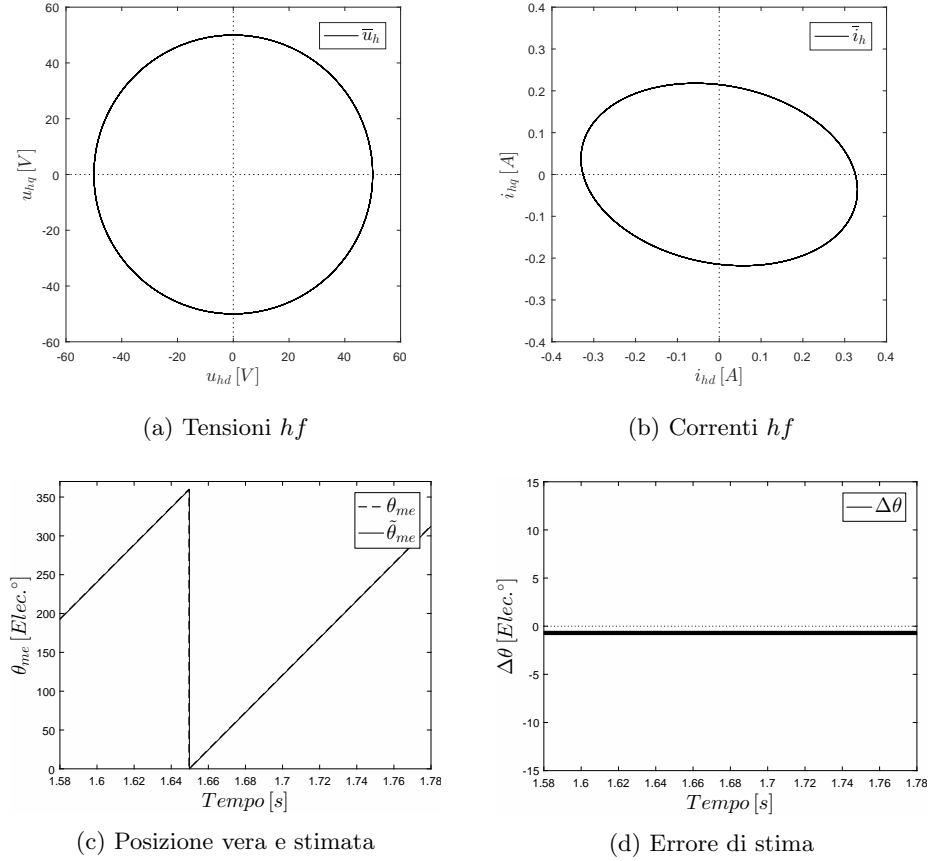
Il problema di ricavare separatamente le induttanze risulta non risolvibile. Infatti considerando le (5.15) ci si accorge che ci sono tre incognite (L_Σ , L_Δ , L_{dq}) ma si hanno a disposizione solamente due equazioni.

I due metodi proposti offrono una stima di L_Σ e L_Δ (quest'ultima sbagliata in presenza di saturazione) ma non permettono di quantificare \tilde{L}_{dq} .

Non si è quindi in grado di stimare, e correggere, l'errore di convergenza introdotto dalla *cross-saturation*.

Flusso rotante in $d^x q^x$; $L_{dq} \neq 0$

 Figura 5.8: Simulazione con flusso rotante in $d^x q^x$; $L_{dq} \neq 0$

- Il vettore delle tensioni hf iniettate è rotante (5.8a)
- L'ellisse delle correnti in alta frequenza \vec{i}_{hd}^x risulta inclinata per effetto della *cross-saturation* (5.8b)
- Imponendo $L_{dq} = \frac{L_d}{10}$ si verifica un errore di stima della posizione pari a $\varepsilon = -10.278^\circ$ (5.8c)
- L'errore di posizione oscilla in un intorno di -10.278° con un'ondulazione alla pulsazione dei segnali ausiliari iniettati (5.8d)

Flusso rotante in $d^x q^x$; $L_{dq} \neq 0$; con correzione

 Figura 5.9: Simulazione con flusso rotante in $d^x q^x$; $L_{dq} \neq 0$; con correzione

Si supponga di conoscere tutte le induttanze (impossibile nella realtà) e che esse siano costanti per un determinato punto di lavoro. Effettuando la correzione proposta nel capitolo 3 (schema di figura (3.16)) si ottengono i seguenti risultati:

- Le tensioni iniettate (5.9a) sono le stesse di (5.6a) e (5.8a)
- L'ellisse hf è ancora inclinata (5.9b)
- La stima della posizione è praticamente sovrapposta alla posizione vera (5.9c)
- $\Delta\vartheta$ si è ridotto, passando da -10.278° a circa -1° (5.9d)

Capitolo 6

Motore sincrono a riluttanza

6.1 Modello ideale del motore REL

Si consideri una macchina trifase che rispetti le seguenti ipotesi:

- sia magneticamente lineare (non sia soggetta alla saturazione del ferro)
- la distribuzione degli avvolgimenti statorici sia sinusoidale
- presenti una marcata anisotropia magnetica

la cui struttura è rappresentata in figura:

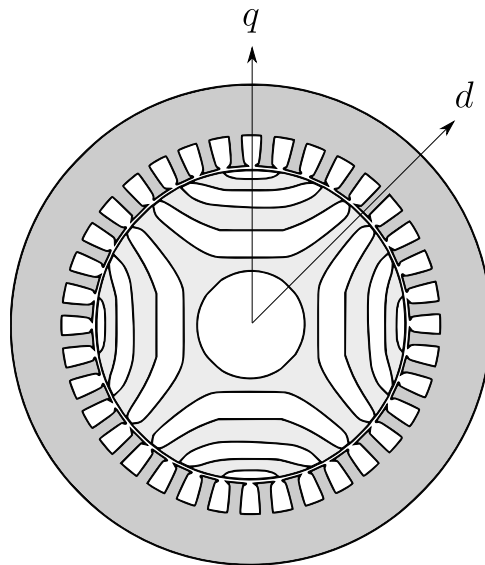


Figura 6.1: Motore REL a 4 poli

La struttura di un motore REL a laminazione trasversale è molto simile a quella di IPM.

In un certo qual senso il motore sincrono a riluttanza può essere considerato come un caso particolare del motore a magnete permanente: la differenza sostanziale è che le tasche dei magneti risultano vuote.

Tra le barriere d'aria vi sono i ponticelli magnetici (non illustrati).

Per un motore REL si usa la seguente convenzione:

- si indica con d (asse polare) l'asse del ferro
- si indica con q (asse interpolare) l'asse delle barriere d'aria

Il rotore di una macchina REL è fortemente anisotropo:

- lungo l'asse d si ha la minima riluttanza (massima permeanza), perché le linee di campo attraversano un percorso costituito soltanto da ferro
- lungo l'asse q si ha la massima riluttanza (minima permeanza) per la presenza delle barriere d'aria

In una macchina REL vale la seguente relazione:

$$\mathfrak{R}_d < \mathfrak{R}_q \quad (6.1)$$

Ragionando in termini di induttanze, anziché di riluttanze, si ottiene:

$$\boxed{L_d > L_q} \quad (6.2)$$

L_d e L_q indicano rispettivamente l'*induttanza sincrona diretta* e l'*induttanza sincrona in quadratura*.

Per il motore IPM si è definita l'induttanza semidifferenza come $L_\Delta = \frac{L_q - L_d}{2}$. L'induttanza L_Δ risulta positiva poiché si ha $L_d < L_q$. Mantenendo la stessa definizione di L_Δ anche per la macchina REL si ottiene una L_Δ negativa. Questo aspetto deve essere tenuto in considerazione per il corretto funzionamento dello stimatore di posizione.

Il bilancio delle tensioni nel sistema di riferimento dq può essere espresso come:

$$\begin{aligned} u_d &= R i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_{me} L_q i_q \\ u_q &= R i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_{me} L_d i_d \end{aligned} \quad (6.3)$$

Le induttanze L_d e L_q sono supposte costanti in quanto si sta considerando una macchina magneticamente lineare. In realtà, come si vedrà nel prossimo paragrafo, l'induttanza sincrona diretta e l'induttanza sincrona in quadratura variano al variare delle correnti in gioco.

Le equazioni dei flussi concatenati, sempre nel sistema di riferimento rotante sincrono con il rotore, valgono:

$$\begin{aligned}\lambda_d &= L_d i_d \\ \lambda_q &= L_q i_q\end{aligned}\tag{6.4}$$

La coppia generabile da un motore REL ha la seguente espressione:

$$m = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) i_d i_q\tag{6.5}$$

La (6.5) è anche detta coppia di riluttanza. Affinché ci sia coppia entrambe le correnti di asse d e di asse q devono essere diverse da zero, così come la differenza tra L_d ed L_q .

Se si ricavano nel rotore dalle 2 alle 5 barriere di flusso per polo si possono ottenere dei rapporti di salienza ($\xi = \frac{L_d}{L_q}$) fino a 10.

Tenendo conto delle (6.4), della (6.5) e della (2.5) è possibile disegnare lo schema a blocchi del motore REL lineare:

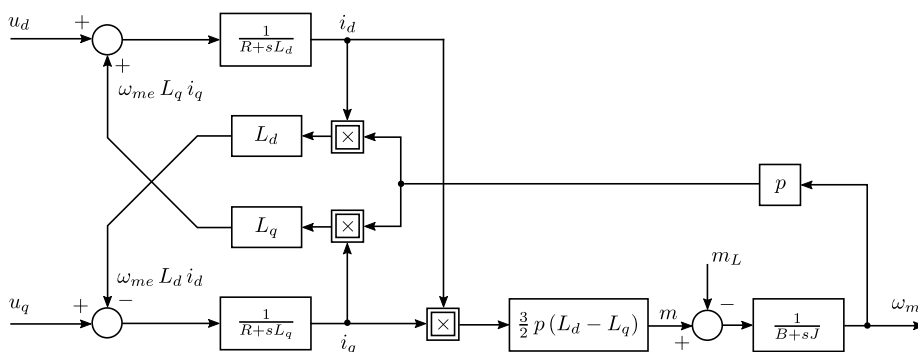


Figura 6.2: Schema a blocchi del motore REL lineare, in assenza di saturazione incrociata

Introducendo nel modello la *cross-saturation* si ottengono:

$$\begin{aligned}\lambda_d &= L_d i_d + L_{dq} i_q \\ \lambda_q &= L_q i_q + L_{dq} i_d\end{aligned}\quad (6.6)$$

$$\begin{aligned}u_d &= R i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + L_{dq} \frac{di_q}{dt} - \omega_{me} (L_q i_q + L_{dq} i_d) \\ u_q &= R i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + L_{dq} \frac{di_d}{dt} + \omega_{me} (L_d i_d + L_{dq} i_q)\end{aligned}\quad (6.7)$$

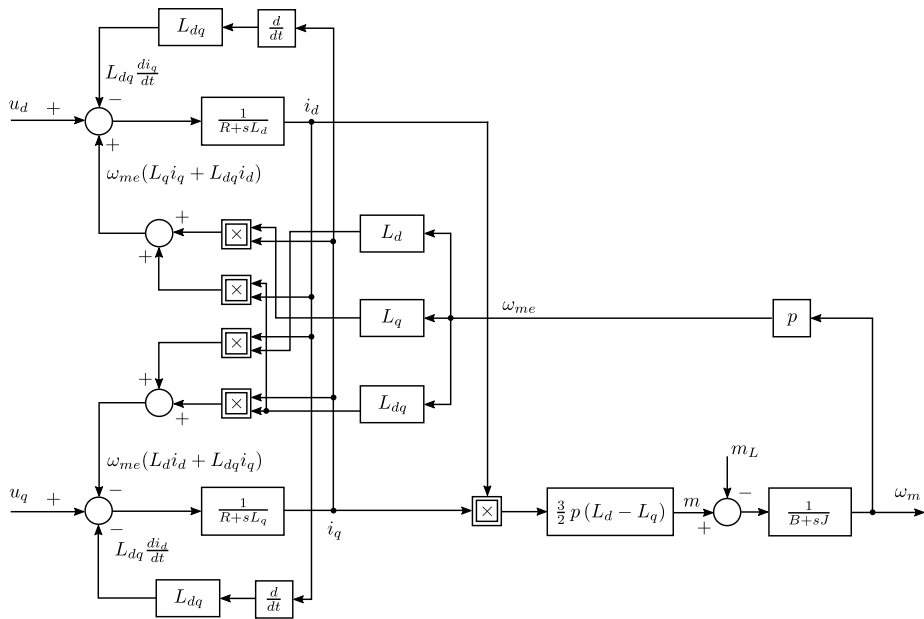


Figura 6.3: Schema a blocchi del motore REL lineare, in presenza di saturazione incrociata

Gli schemi appena mostrati hanno solamente una valenza teorica: nel prossimo paragrafo si vedrà il modello che è stato effettivamente utilizzato per l'implementazione degli algoritmi sensorless per motore a riluttanza.

Il motivo principale per cui il modello di figura (6.3) non è realistico è il seguente: l'induttanza l_{dq} compare per elevati valori corrente. Se c'è l_{dq} vuol dire che c'è saturazione, e quindi l_d e l_q cambiano e non sono costanti.

6.2 Mappe delle induttanze

Le equazioni viste finora, relative al motore IPM e al motore REL, considerano un funzionamento ideale con induttanze L_d e L_q costanti per ogni punto di funzionamento.

Nella realtà il ferro del motore, che rappresenta il percorso delle linee di flusso, risente della saturazione all'aumentare delle correnti di lavoro. In modo particolare le caratteristiche del circuito magnetico variano in maniera non lineare con tali correnti.

In genere la caratteristica di asse d dipende prevalentemente dalla i_d , così come la caratteristica di asse q dalla i_q . Tuttavia, per effetto della saturazione incrociata, le caratteristiche di magnetizzazione risultano avere un andamento più complesso.

Attraverso delle apposite misure è possibile tracciare i grafici delle l_d , l_q , l_Δ e l_{dq} sul piano delle correnti dq . Questi grafici sono noti come *mappe delle induttanze*.

In questo paragrafo si accennerà a come sono state ottenute le caratteristiche magnetiche e le mappe delle induttanze del seguente motore:

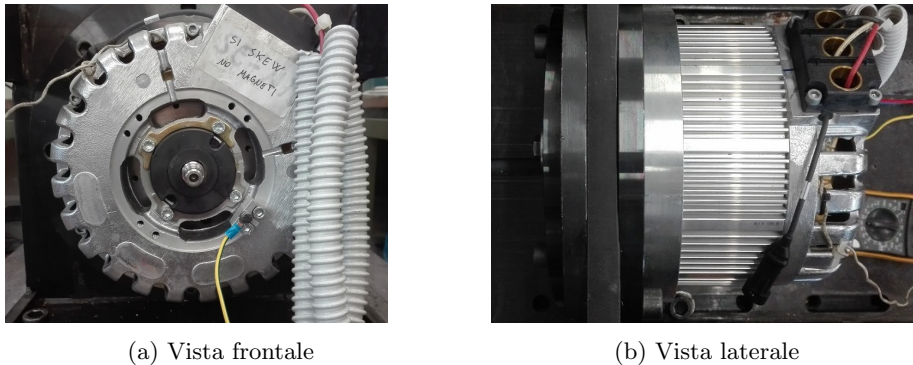


Figura 6.4: Motore REL in analisi

Si tratta di un motore sincrono a riluttanza destinato alla trazione di un veicolo elettrico.

La struttura è mostrata in figura (6.1). Lo statore è quello di un motore asincrono, con 36 cave e 4 poli. Il diametro esterno è di 200 mm, quello interno di 125 mm e la lunghezza della testata (stack) di 40 mm.

La corrente nominale di statore è compresa tra i 10 e i 15 A (valori di picco). Con una corrente di 12 A si raggiungono indicativamente 15 Nm di coppia e 2 kW di potenza all'albero.

Si supponga di avere a disposizione un banco prova per caratterizzare il motore sincrono a riluttanza nei punti di lavoro desiderati. Tale banco consiste in una struttura in acciaio su cui alloggiare il motore *master* e il motore *slave* (in analisi). I motori sono collegati tra loro tramite giunti o riduttori meccanici e sono alimentati separatamente da due inverter. Sono inoltre presenti tutti gli strumenti necessari per le misurazioni delle grandezze elettriche e meccaniche in gioco, ad esempio multimetri, sonde, oscilloscopi, *encoders*, *resolvers* e torsimetri.

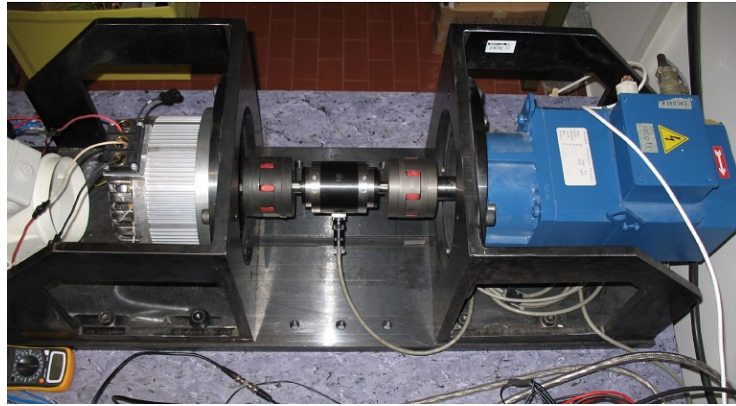


Figura 6.5: Banco prova con motore *master* a destra

L'idea di fondo con cui si effettua la caratterizzazione del motore REL è la seguente: il motore è tenuto in rotazione ad una velocità imposta dal *master*, vengono fatte variare le grandezze elettriche di alimentazione e si effettuano le misurazioni delle grandezze elettriche di interesse.

Il bilancio delle tensioni, per un motore REL reale, vale:

$$\begin{aligned}
 u_d(t) &= R i_d(t) + l_d(i_d(t), i_q(t)) \frac{di_d(t)}{dt} + l_{dq}(i_d(t), i_q(t)) \frac{di_q(t)}{dt} - \omega_{me} \lambda_q(i_d(t), i_q(t)) \\
 u_q(t) &= R i_q(t) + l_{dq}(i_d(t), i_q(t)) \frac{di_d(t)}{dt} + l_q(i_d(t), i_q(t)) \frac{di_q(t)}{dt} + \omega_{me} \lambda_d(i_d(t), i_q(t))
 \end{aligned}
 \tag{6.8}$$

dove:

- l_d e l_q sono le *autoinduttanze differenziali*
- l_{dq} è l'*induttanza mutua differenziale*

Dalle l_d e l_q si possono ricavare:

- l'induttanza media $l_\Sigma = \frac{l_q + l_d}{2}$
- l'induttanza semidifferenza $l_\Delta = \frac{l_q - l_d}{2}$

Le induttanze differenziali descrivono come ci si sposta di poco da un punto di lavoro, diversamente dalle L_d , L_q e L_{dq} che descrivono il comportamento rettilineo da zero.

In un azionamento *sensorless* si sollecita il motore con una piccola variazione di corrente, e quindi con una piccola variazione di flusso; di conseguenza le induttanze differenziali, nei metodi di iniezione che si stanno considerando, ricoprono un ruolo fondamentale.

Per ricavare le mappe delle induttanze differenziali bisogna aver effettuato la misura dei flussi $\lambda_d(i_d(t), i_q(t))$ e $\lambda_q(i_d(t), i_q(t))$ in diversi punti di lavoro $(i_d(t), i_q(t))$.

I flussi si ottengono indirettamente dalla misura delle tensioni a regime, con velocità ω_{me} imposta.

Si consideri inizialmente il flusso concatenato di asse d .

È possibile ottenere le seguenti caratteristiche:

- $\lambda_d(i_d, 0)$

Si mantiene $i_q = 0$ e si varia la corrente i_d , per esempio da 0 a 10 A con passi di 0.5 A. Si ottiene il flusso concatenato sull'asse trasformato d in funzione della sola i_d misurando $\Lambda_d(i_d, 0) = \frac{U_q|_{i_q=0}}{\Omega_{me}}$.

Il flusso $\lambda_d(i_d, 0)$ è raffigurato in figura (6.6) dalla curva blu. Il ginocchio è intorno a $i_d = 2$ A: oltre questo valore la caratteristica magnetica satura. In queste condizioni, con i_q nulla, non sono visibili gli effetti della saturazione incrociata.

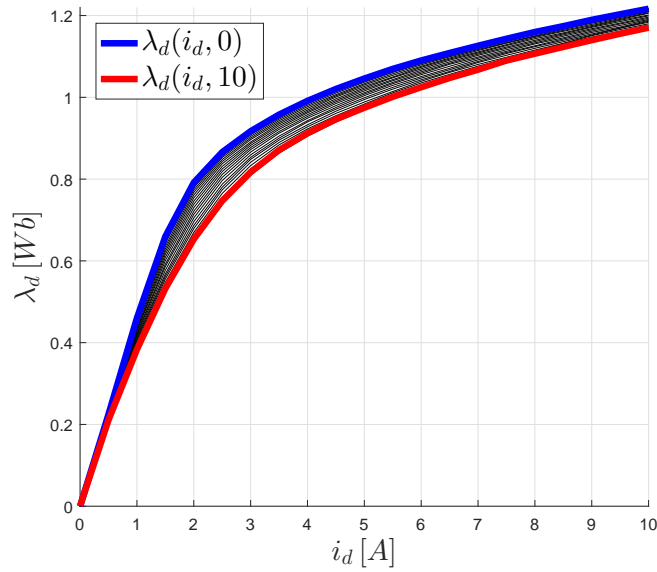
- $\lambda_d(i_d, i_q)$

Si tiene ferma la i_q e si varia la corrente i_d su tutti i punti prefissati. Si ripete l'operazione facendo variare i_q nello stesso intervallo di i_d (da 0 a 10 A con passi di 0.5). In ogni punto si misura $\Lambda_d(i_d, i_q) = \frac{U_q - R I_q}{\Omega_{me}}$.

I flussi $\lambda_d(i_d, i_q)$ sono rappresentati in figura (6.6) con un fascio di caratteristiche, le cui curve limite sono la gialla ($i_q = 0$ A) e la rossa ($i_q = 10$ A). Spostandosi dalla curva blu alla rossa risulta sempre più evidente l'effetto della *cross-saturation*.

Il valore massimo del flusso diretto λ_d nell'intervallo in analisi si ha in corrispondenza del punto di lavoro $(i_d, i_q) = (10, 0)$ e vale 1.2 [Wb]. Come si vedrà in figura (6.7), il flusso diretto assume valori maggiori rispetto al flusso in quadratura perché in un motore sincrono a riluttanza vale la relazione:

$$L_d > L_q$$


 Figura 6.6: Caratteristica magnetica di asse d (flusso diretto)

Per quanto riguarda l'asse q si ottengono le caratteristiche:

- $\lambda_q(0, i_q)$

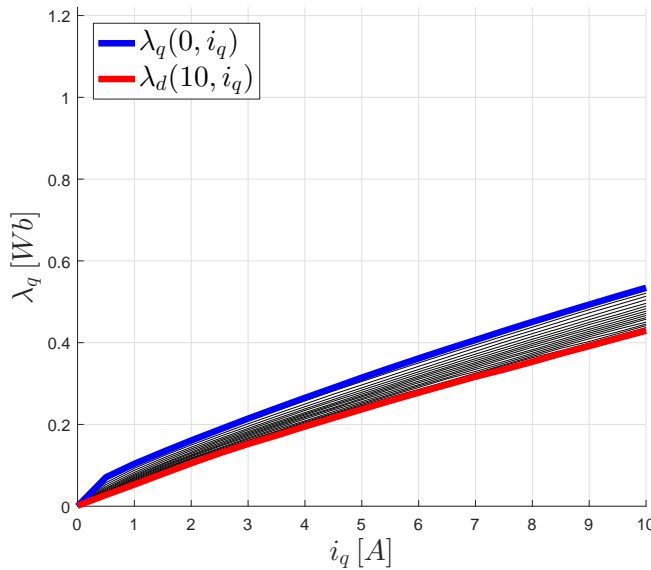
Fissata la $i_d = 0$ si varia la corrente i_q da 0 a 10 A con passi di 0.5. Si ottiene il flusso concatenato di asse q in funzione della sola i_q misurando $\Lambda_q(0, i_q) = -\frac{U_d|_{i_d=0}}{\Omega_{me}}$.

Il flusso $\lambda_q(0, i_q)$ è raffigurato in figura (6.7) dalla curva blu. Il ginocchio di questa curva è intorno a $i_d = 0.5$ A.

- $\lambda_q(i_d, i_q)$

Si tiene ferma la i_d e si varia la corrente i_q nell'intervallo 0 - 10 A. Le misure vengono ripetute per ogni valore di i_d . La misurazione che si effettua è sulla tensione divisa per la velocità di rotazione $\Lambda_q(i_d, i_q) = -\frac{U_d - R I_d}{\Omega_{me}}$.

I flussi $\lambda_q(i_d, i_q)$ sono rappresentati in figura (6.7) con un fascio di caratteristiche, le cui curve limite sono la blu ($i_d = 0$ A) e la rossa ($i_d = 10$ A). La *cross-saturation* riduce il valore del flusso in quadratura all'aumentare di i_d a parità di i_q . Inoltre, in presenza di una corrente $i_d \neq 0$, il ginocchio si trova all'origine del grafico (per effetto della saturazione dei ponticelli magnetici).


 Figura 6.7: Caratteristica magnetica di asse q (flusso in quadratura)

A partire dalle caratteristiche $\lambda_d(i_d, i_q)$ e $\lambda_q(i_d, i_q)$ si possono ricavare le mappe delle induttanze:

- figura (6.8): *mappa di l_d*
L'autoinduttanza differenziale di asse d decresce principalmente all'aumentare della corrente i_d , quindi spostandosi verso destra sul piano dq . Questo fenomeno era prevedibile anche osservando la figura (6.6): l_d , essendo la pendenza della caratteristica di asse d , decresce per effetto della saturazione.
- figura (6.9): *mappa di l_q*
Similmente alla l_d anche la l_q dipende soprattutto dalla corrente del proprio asse e marginalmente dalla corrente dell'altro asse. Graficamente l'induttanza l_d diminuisce spostandosi verso l'alto sul piano dq .
- figura (6.10): *mappa di l_Δ*
Questa mappa si ottiene dalla semidifferenza delle due precedenti e mostra come il valore dell'anisotropia rotorica dipenda dal punto di lavoro (i_d, i_q) .
- figura (6.11): *mappa di l_{dq}*
La *cross-saturation* cresce man mano che ci si allontana dall'origine del piano dq , ovvero all'aumentare del vettore delle correnti I^* .
L'induttanza l_{dq} raggiunge i valori più significativi, circa $-15\text{ m}[H]$, in vicinanza del luogo MTPA, quindi proprio in corrispondenza dei punti di lavoro desiderati,
Questo aspetto è decisamente penalizzante per gli algoritmi di controllo sensorless perché, come si è già visto, la l_{dq} va ad alterare la stima della posizione.

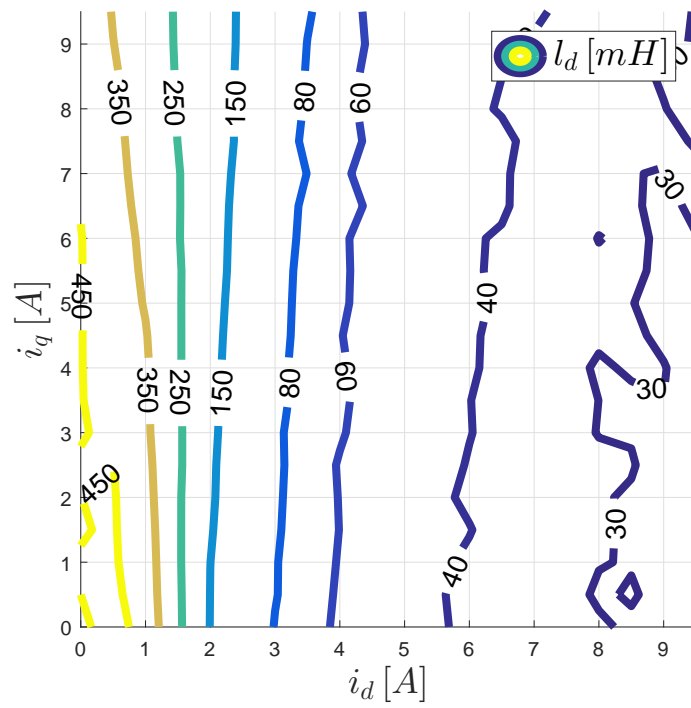


Figura 6.8: Autoinduttanza differenziale diretta

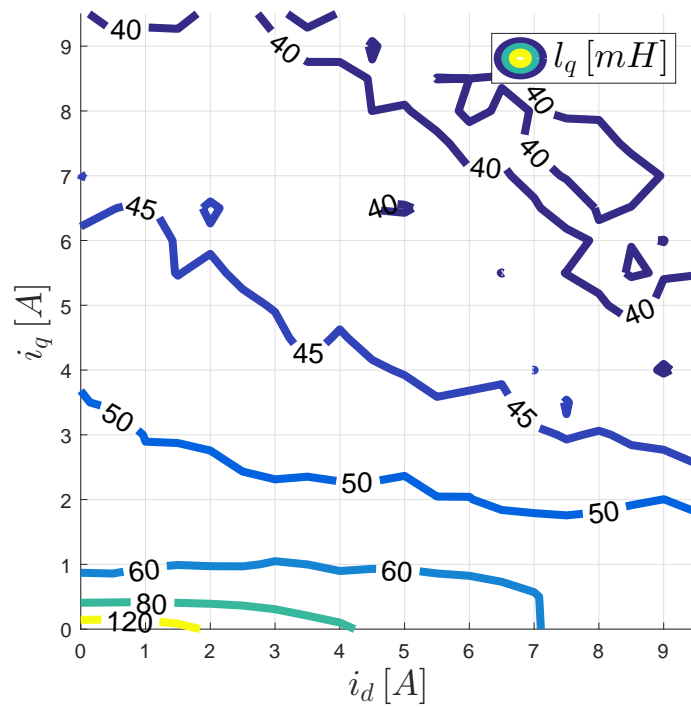


Figura 6.9: Autoinduttanza differenziale in quadratura

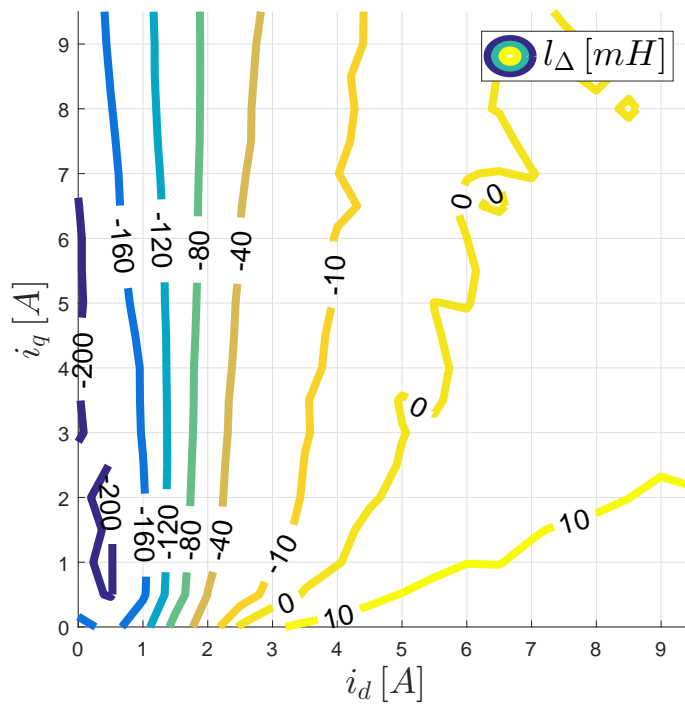


Figura 6.10: Induttanza semidifferenza

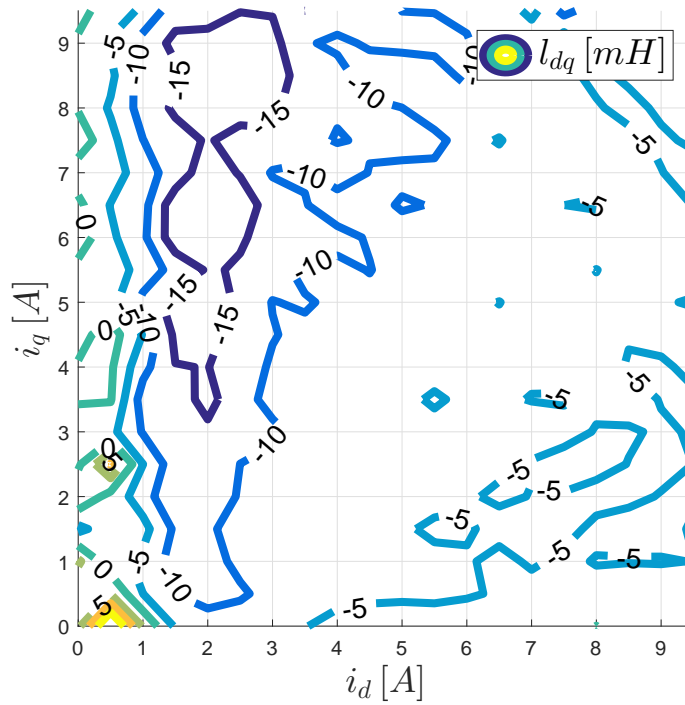


Figura 6.11: Induttanza mutua differenziale

6.3 Modello reale del motore REL

Si supponga di aver misurato i flussi $\lambda_d(i_d, i_q)$ e $\lambda_q(i_d, i_q)$ in diversi punti di lavoro, definiti dalle correnti i_d e le i_q comprese tra 0 e 10 A e distanziate tra loro di 0.5 A. I risultati vengono inseriti in due matrici:

```
cross_saturation_D-0Q_05_10Q_-0D_05_10D.mat
cross_saturation_Q-0Q_05_10Q_-0D_05_10D.mat
```

In un software simulativo le due matrici possono essere consultate in ogni istante per mezzo di due lookup table, come quelle in figura (6.12a). Le LUT forniscono i valori dei due flussi che corrispondono ad un preciso punto di funzionamento.

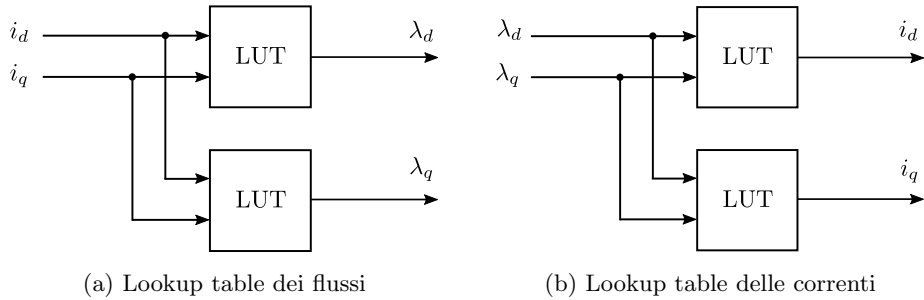


Figura 6.12: Lookup table

Le matrici dei flussi possono essere opportunamente rielaborate in maniera tale da ottenere le matrici delle correnti. Le lookup table di figura (6.12b) permettono di ottenere la coppia di correnti (i_d, i_q) che generano il generico flusso (λ_d, λ_q) . Queste ultime lookup table sono necessarie per creare un modello Simulink del motore REL basato sulle misure.

Si consideri il bilancio delle tensioni (6.3). Sostituendo al suo interno il bilancio dei flussi (6.4) si ottengono le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} u_d &= R i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_{me} \lambda_q \\ u_q &= R i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_{me} \lambda_d \end{aligned} \quad (6.9)$$

da cui:

$$\begin{aligned} \lambda_d &= \int (u_d - R i_d + \omega_{me} \lambda_q) dt \\ \lambda_q &= \int (u_q - R i_q - \omega_{me} \lambda_d) dt \end{aligned} \quad (6.10)$$

Anche la coppia, di equazione (6.5), può essere riscritta nella forma:

$$m = \frac{3}{2} p (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (6.11)$$

Tenendo conto delle (6.10) e della (6.11), nonché delle lookup table di figura (6.12b), si ottiene lo schema a blocchi:

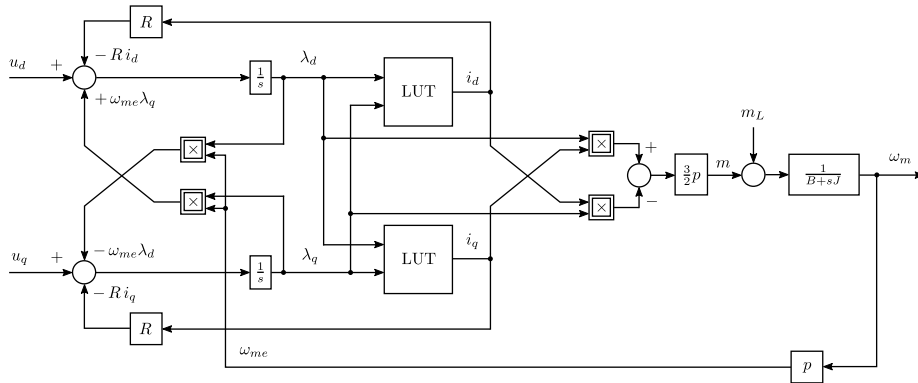


Figura 6.13: Schema a blocchi del motore REL "saturato"

Dati dell'azionamento

Le simulazioni che verranno effettuate nei prossimi capitoli si basano sullo schema di figura (6.13).

Le induttanze variano in base al punto di lavoro secondo le mappe (6.8), (6.9), (6.10) e (6.11). I parametri inseriti in Simulink sono:

- motore REL
 - $R = 4.6 \Omega$
 - $p = 2$
 - $J = 0.03 \text{ kg m}^2$
 - $B = 0.001 \text{ Nms}$
- inverter
 - $U_{dc} = 300 \text{ V}$
 - $\tau_c = 0.0001 \text{ s}$
- controllo di corrente di asse d e q
 - $Bp = 2 \pi 400 \quad K_i = 15 \quad K_p = 300$
- controllo di velocità
 - $Bp = 2 \pi 100 \quad K_{i_w} = 0.4 \quad K_{p_w} = 0.6$
- filtri e osservatore
 - $\omega_{HPF} = \omega_{LPF} = \frac{\omega_b}{10} \quad K_{p_{obs}} = 1000 \quad K_{i_{obs}} = 6000$

6.4 Simulazioni

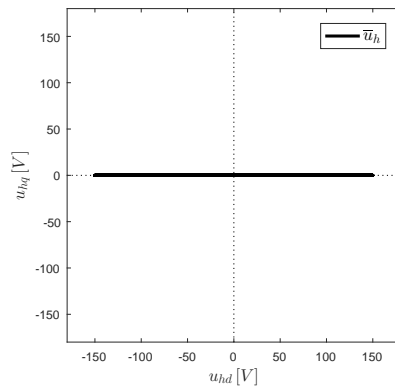
In questo paragrafo sono mostrati i risultati delle simulazioni che sono state effettuate sul modello del motore REL "saturato".

Nello specifico sono stati implementati i tre metodi di stima della posizione con:

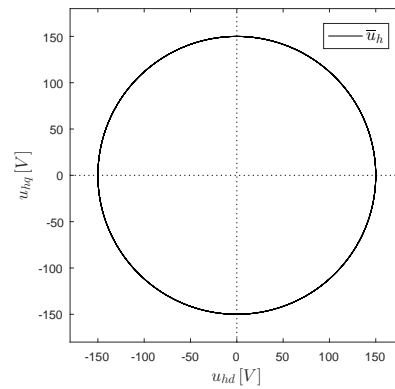
- flusso pulsante in $d^x q^x$ - figure (6.15) e (6.16)
- flusso rotante in $\alpha\beta$ - figure (6.17) e (6.18)
- flusso rotante in $d^x q^x$ - figure (6.19) e (6.20)

Le tensioni iniettate in alta frequenza hanno le seguenti caratteristiche:

- $U_h = 150$ V
- $f_h = 600$ Hz



(a) Iniezione pulsante



(b) Iniezione rotante

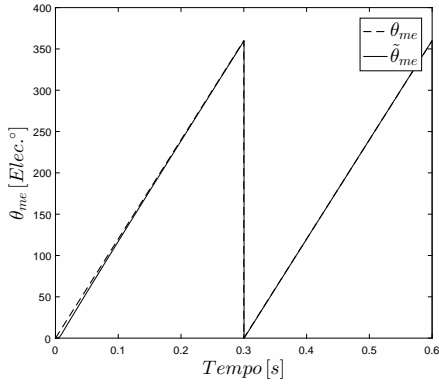
Le simulazioni sono state effettuate ad una velocità rotorica imposta di 100 rpm e con coppia di carico nulla.

I riferimenti di corrente sono crescenti, da 1 a 5.3 A. Per quanto riguarda il luogo MTPA, si è supposto rettilineo con $\vartheta_{MTPA} = 0.43$ rad rispetto alla verticale.

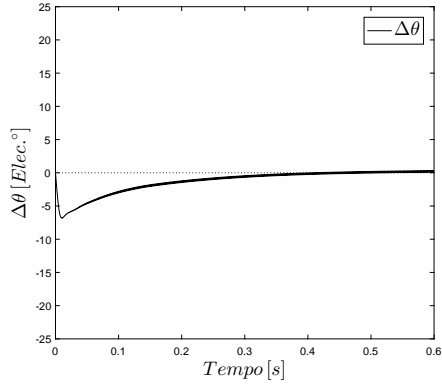
Simulazioni con flusso pulsante in $d^x q^x$

velocità imposta a 100 rpm

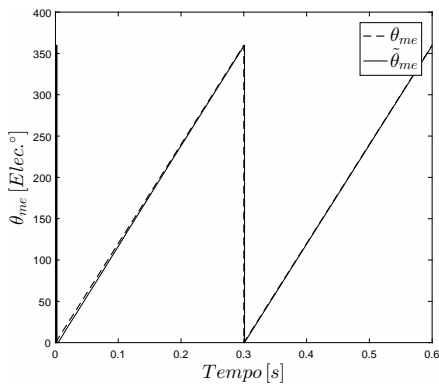
riferimento di corrente: 1, 2, 3 A



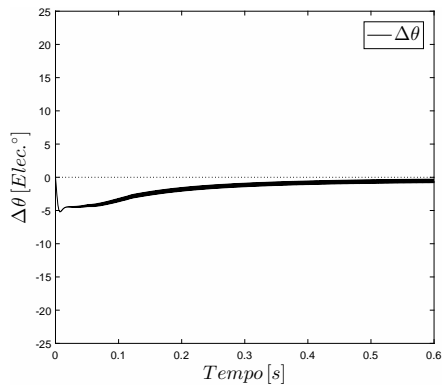
(a) Posizione vera e stimata; 1 A



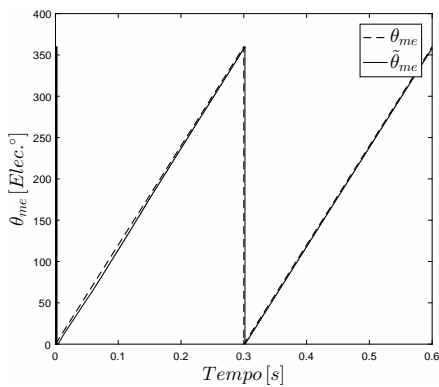
(b) Errore di stima; 1 A



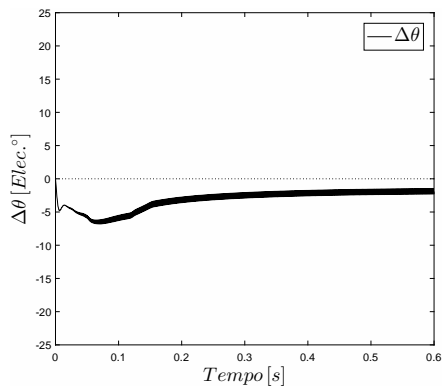
(c) Posizione vera e stimata; 2 A



(d) Errore di stima; 2 A



(e) Posizione vera e stimata; 3 A



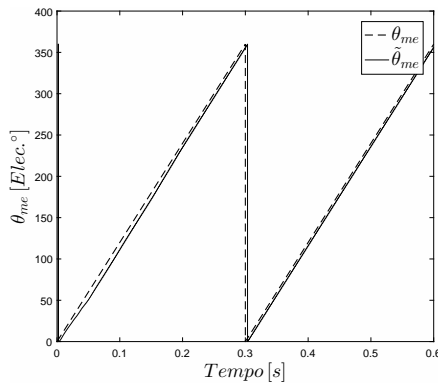
(f) Errore di stima; 3 A

Figura 6.15: Simulazioni con flusso pulsante in $d^x q^x$

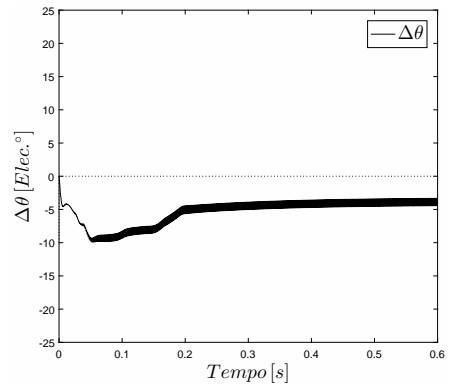
Simulazioni con flusso pulsante in $d^x q^x$

velocità imposta a 100 rpm

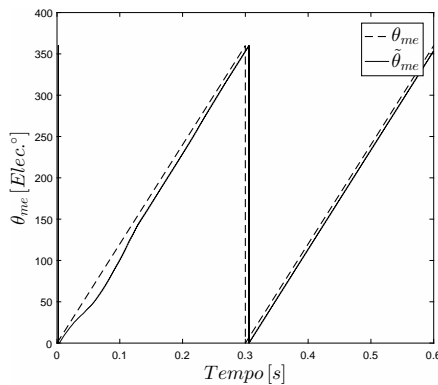
riferimento di corrente: 4, 4.9, 5 A



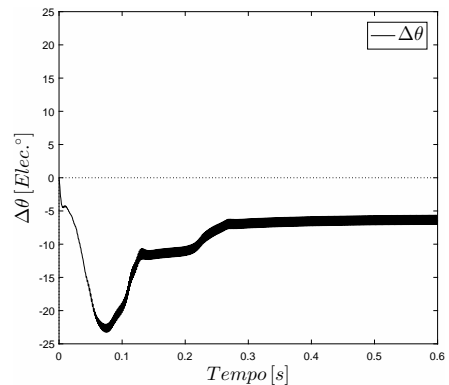
(a) Posizione vera e stimata; 4 A



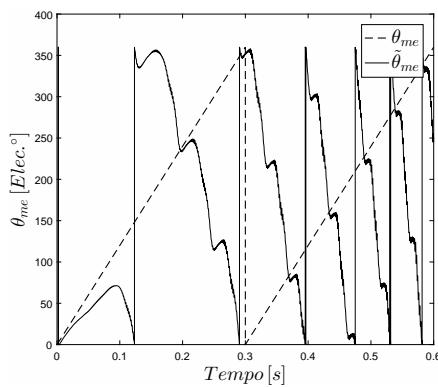
(b) Errore di stima; 4 A



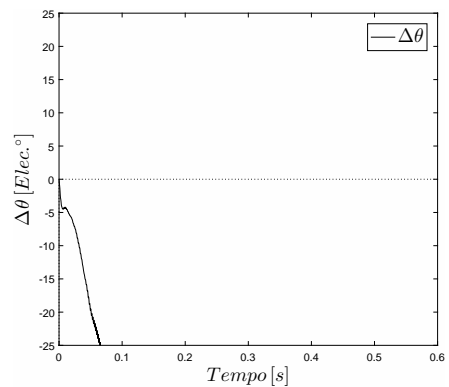
(c) Posizione vera e stimata; 4.9 A



(d) Errore di stima; 4.9 A



(e) Posizione vera e stimata; 5 A



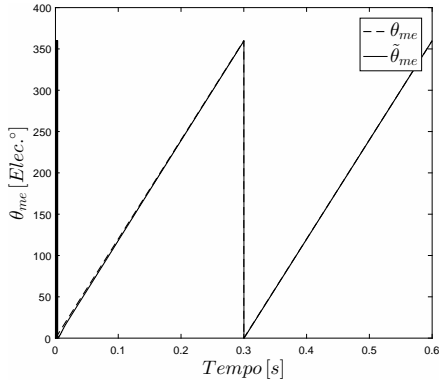
(f) Errore di stima; 5 A

Figura 6.16: Simulazioni con flusso pulsante in $d^x q^x$

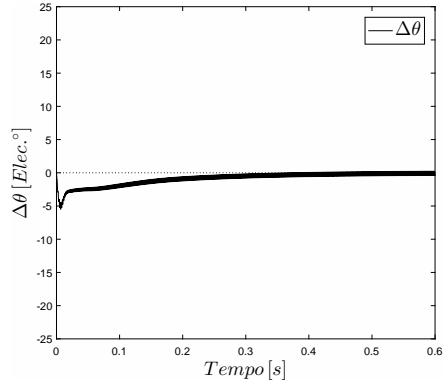
Simulazioni con flusso rotante in $\alpha\beta$

velocità imposta a 100 rpm

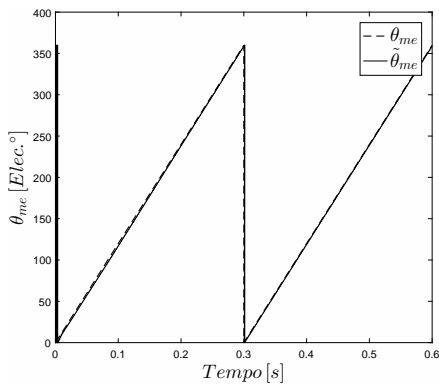
riferimento di corrente: 1, 2, 3 A



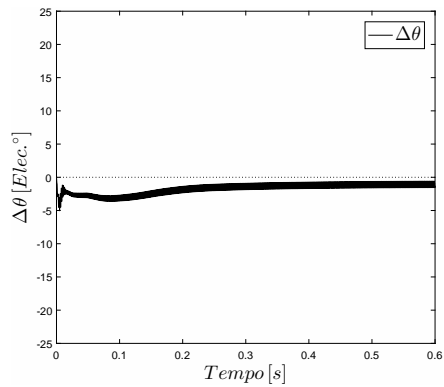
(a) Posizione vera e stimata; 1 A



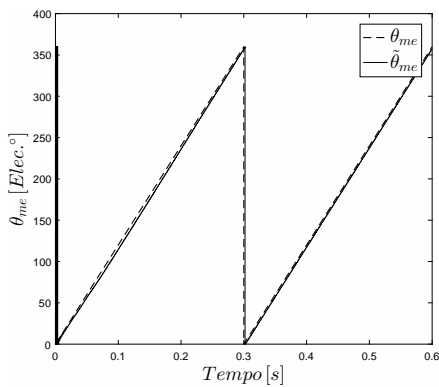
(b) Errore di stima; 1 A



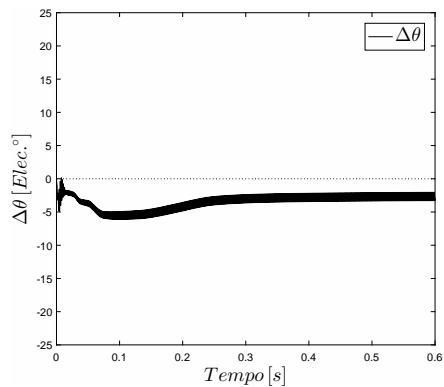
(c) Posizione vera e stimata; 2 A



(d) Errore di stima; 2 A



(e) Posizione vera e stimata; 3 A



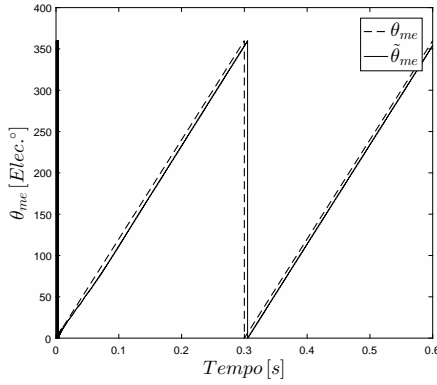
(f) Errore di stima; 3 A

Figura 6.17: Simulazioni con flusso rotante in $\alpha\beta$

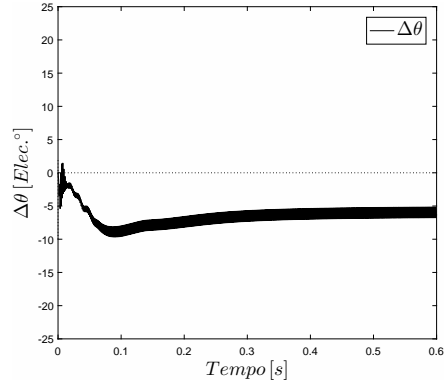
Simulazioni con flusso rotante in $\alpha\beta$

velocità imposta a 100 rpm

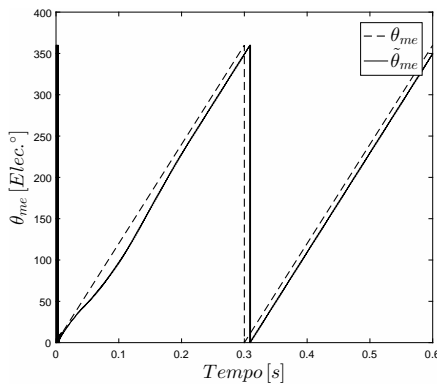
riferimento di corrente: 4, 5.1, 5.2 A



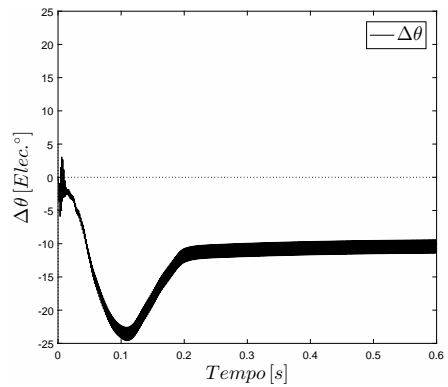
(a) Posizione vera e stimata; 4 A



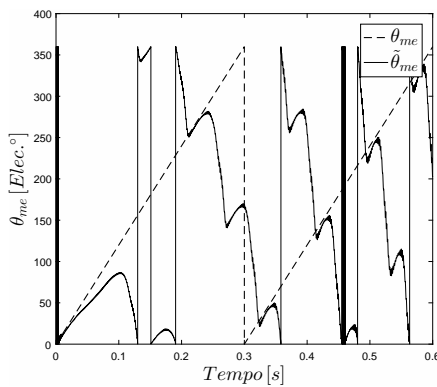
(b) Errore di stima; 4 A



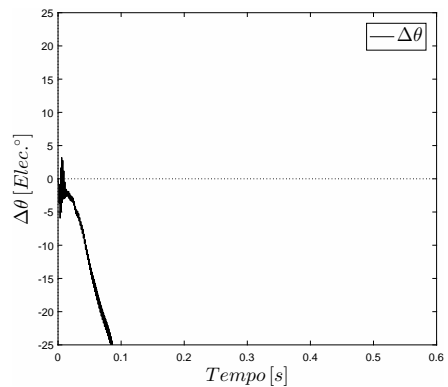
(c) Posizione vera e stimata; 5.1 A



(d) Errore di stima; 5.1 A



(e) Posizione vera e stimata; 5.2 A



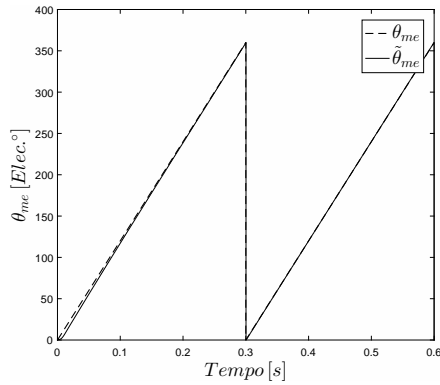
(f) Errore di stima; 5.2 A

Figura 6.18: Simulazioni con flusso rotante in $\alpha\beta$

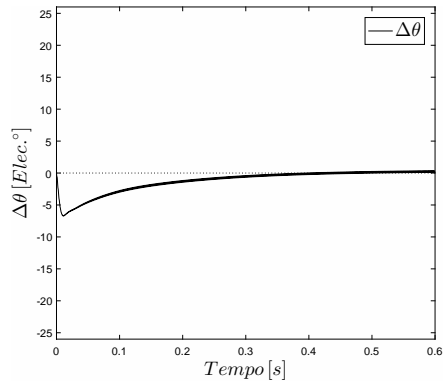
Simulazioni con flusso rotante in $d^x q^x$

velocità imposta a 100 rpm

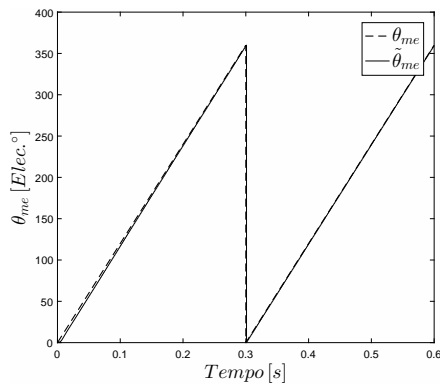
riferimento di corrente: 1, 2, 3 A



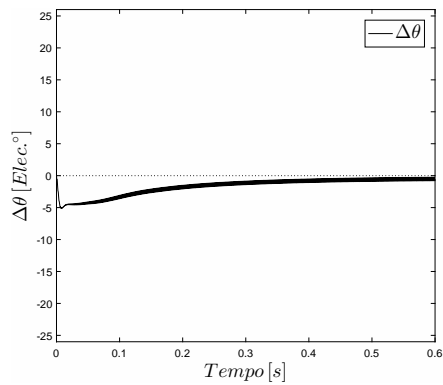
(a) Posizione vera e stimata; 1 A



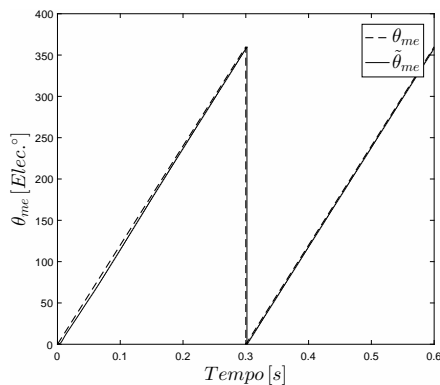
(b) Errore di stima; 1 A



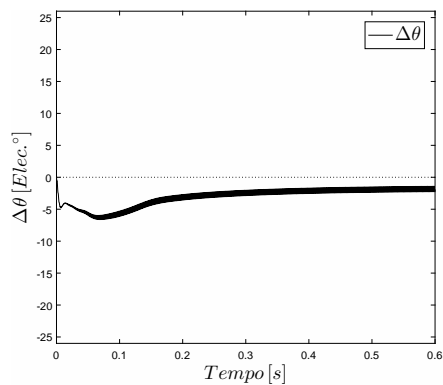
(c) Posizione vera e stimata; 2 A



(d) Errore di stima; 2 A



(e) Posizione vera e stimata; 3 A



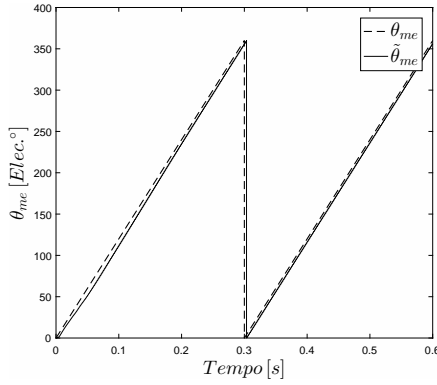
(f) Errore di stima; 3 A

Figura 6.19: Simulazioni con flusso rotante in $d^x q^x$

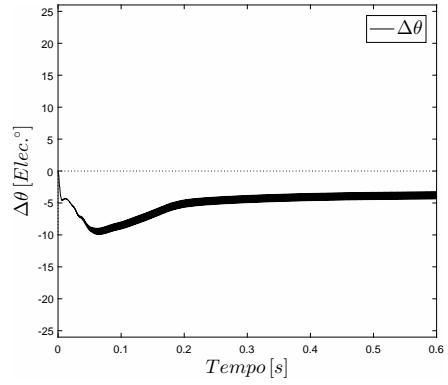
Simulazioni con flusso rotante in $d^x q^x$

velocità imposta a 100 rpm

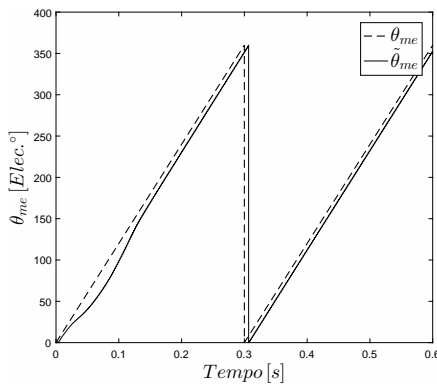
riferimento di corrente: 4, 5.1, 5.3 A



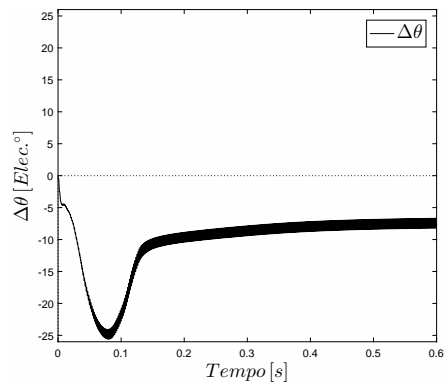
(a) Posizione vera e stimata; 4 A



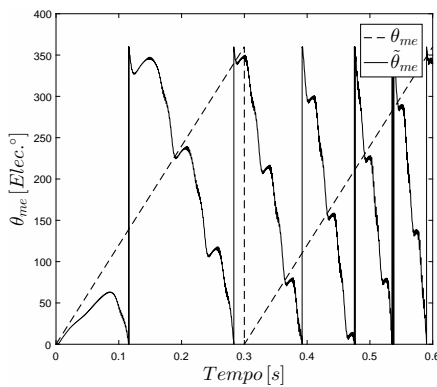
(b) Errore di stima; 4 A



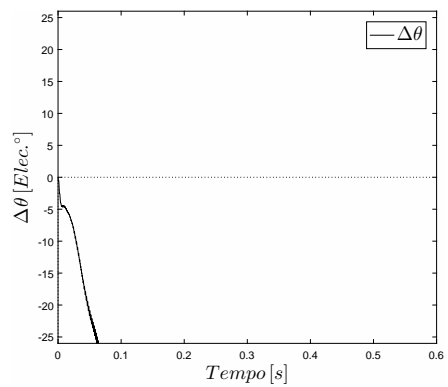
(c) Posizione vera e stimata; 5.2 A



(d) Errore di stima; 5.2 A



(e) Posizione vera e stimata; 5.3 A



(f) Errore di stima; 5.3 A

Figura 6.20: Simulazioni con flusso rotante in $d^x q^x$

6.5 Considerazioni sui risultati

Dalle simulazioni effettuate sul modello del motore REL reale risulta che i vari metodi mantengono la convergenza fino a valori di corrente molto simili:

- $I^* = 4.9$ A con flusso pulsante in $d^x q^x$
- $I^* = 5.1$ A con flusso rotante in $\alpha\beta$
- $I^* = 5.2$ A con flusso rotante in $d^x q^x$

Tali risultati non devono stupire: già nei capitoli 3, 4 e 5, in cui si è effettuata la trattazione analitica, si è notata una forte somiglianza tra i metodi. In modo particolare l'analogia si trova nel segnale che riceve in ingresso lo stimatore di posizione (PI+I). Con ciascun metodo si ottiene in ingresso all'osservatore sostanzialmente lo stesso segnale:

- $e = \frac{U_h}{2\omega_h(l_d l_q - l_{dq}^2)} (-l_\Delta \sin 2\Delta\vartheta - l_{dq} \cos 2\Delta\vartheta)$
- $e = \frac{U_h}{\omega_h(l_d l_q - l_{dq}^2)} (-l_\Delta \sin 2\Delta\vartheta - l_{dq} \cos 2\Delta\vartheta)$
- $e = \frac{U_h}{2(\omega_h + \omega_x)(l_d l_q - l_{dq}^2)} (-l_\Delta \sin 2\Delta\vartheta - l_{dq} \cos 2\Delta\vartheta)$

Le induttanze differenziali l_d , l_q , l_{dq} dipendono dal punto di funzionamento e andrebbero scritte rigorosamente come $l_d(i_d, i_q)$, $l_q(i_d, i_q)$, $l_{dq}(i_d, i_q)$.

I risultati delle simulazioni, di figura (6.15), (6.16), (6.17), (6.18), (6.19) e (6.20), mostrano che all'aumentare del vettore I^* si ha un aumento dell'errore ε . Questo fenomeno è giustificato dalle mappe delle induttanze di l_Δ e di l_{dq} : all'aumentare della corrente, man mano che ci si allontanano dall'origine del piano cartesiano, si ha un duplice effetto:

- l'induttanza semidifferenza l_Δ decresce in modulo - figura (6.10)
- l'induttanza mutua differenziale l_{dq} cresce in modulo - figura (6.11)

La combinazione dei due fenomeni determina un aumento del rapporto $\frac{L_{dq}}{L_\Delta}$ e quindi dell'errore di stima della posizione che vale $\varepsilon = \frac{1}{2} \text{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \right)$.

Anche il segnale e in ingresso al PI+I, che è simile nei tre metodi, varia al variare delle correnti.

Per ottenere l'andamento del segnale e in funzione di $\Delta\vartheta$ e delle correnti (I_d, I_q) bisogna mantenere offline l'osservatore, bloccare il rotore in $\vartheta_{me} = 0$ e imporre alla trasformazioni $dq \rightarrow \alpha\beta$ e $\alpha\beta \rightarrow dq$ un angolo $\Delta\vartheta$ a rampa.

Le simulazioni sono effettuate con tre correnti di riferimento: 1, 4 e 7 A.

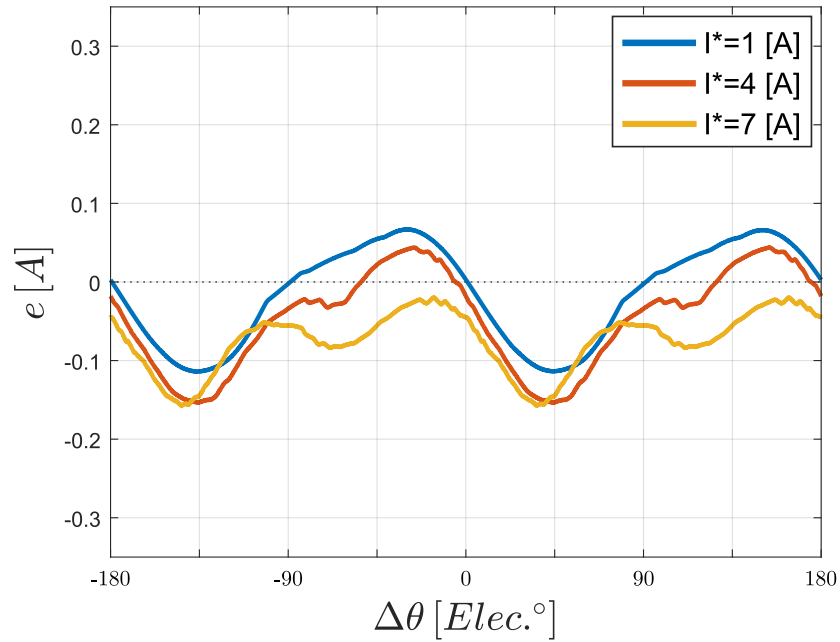


Figura 6.21: Segnale e con flusso pulsante in $d^x q^x$

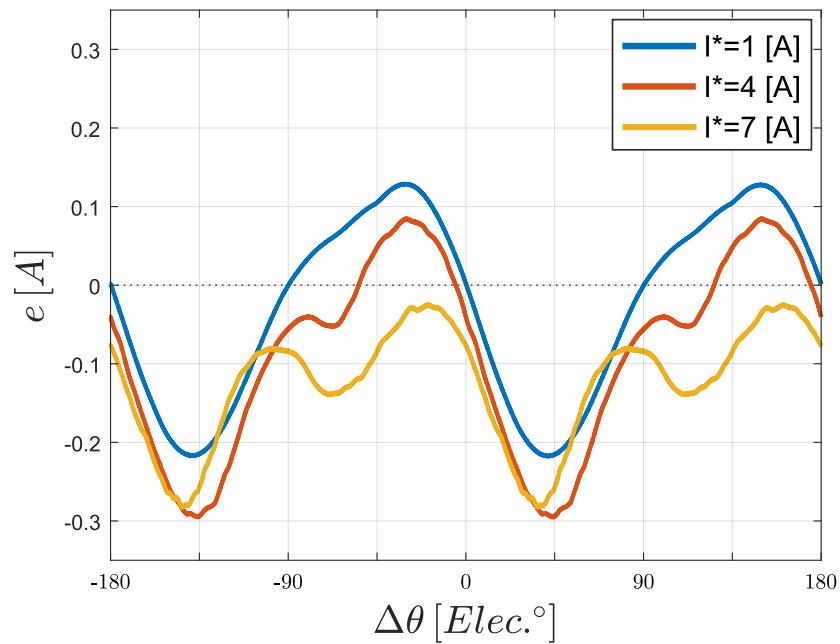
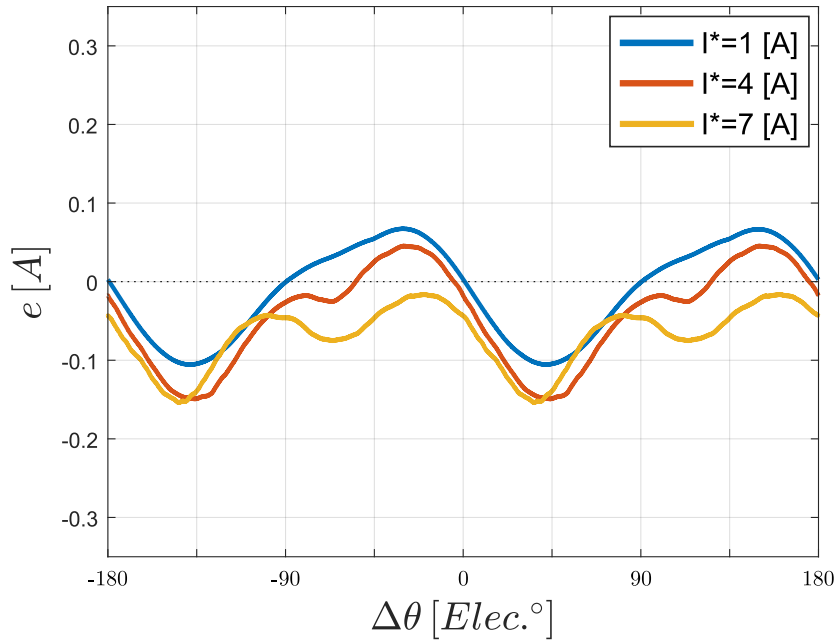


Figura 6.22: Segnale e con flusso rotante in $\alpha\beta$


 Figura 6.23: Segnale e con flusso rotante in $d^x q^x$

Le figure (6.21), (6.22), (6.23) mostrano il segnale $e(\Delta\vartheta)$ che si ottiene dall'implementazione dei tre metodi di iniezione in hf .

Come prevedibile i segnali hanno lo stesso comportamento:

- Per bassi di valori di corrente il segnale e (curva blu) è assimilabile a un $-\sin$. La stima di posizione converge con errore nullo poiché la curva e attraversa l'asse delle ascisse con pendenza negativa in $\Delta\vartheta = 0$. Ciò è coerente con la teoria.
- All'aumentare della corrente cresce il rapporto $\frac{L_{dq}}{L_{\Delta}}$ e viene introdotto un errore $\varepsilon \neq 0$. La forma d'onda di e (curva rossa) si discosta da quella di una sinusoide e risulta traslata verso il basso rispetto al caso precedente. Il risultato è che vi è ancora convergenza ma l'attraversamento per l'asse delle ascisse risulta anticipato di circa 4° . Dalla teoria risulta che l'effetto di l_{dq} è quello di traslare orizzontalmente il segnale e ; le simulazioni mostrano che in realtà la situazione è più complessa.

La traslazione verticale è legata al comportamento delle induttanze differenziali al variare di $\Delta\vartheta$. L'osservatore cerca gli zeri della funzione:

$$-l_{\Delta}(\Delta\vartheta) \sin(2\Delta\vartheta) - l_{dq}(\Delta\vartheta) \cos(2\Delta\vartheta) = 0 \quad (6.12)$$

l'induttanza l_{Δ} non è costante ma dipende dalle correnti di lavoro e dall'angolo compreso tra l'asse d e l'asse d^x stimato.

Più precisamente si ha una dipendenza con $\sin(2\Delta\vartheta)$:

$$-l_{\Delta}(\Delta\vartheta) \sin(2\Delta\vartheta) = -l_{\Delta} \sin(2\Delta\vartheta) \sin(2\Delta\vartheta) \quad (6.13)$$

Il risultato è il seguente:

$$\sin^2(2\Delta\vartheta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\Delta\vartheta) \quad (6.14)$$

Si ha la comparsa di un termine costante che trasla verso il basso la curva e . Ciò avviene in tutti e tre i metodi.

- Per alti valori di corrente il segnale e (curva gialla) viene traslato così in basso da non attraversare più l'asse delle ascisse. L'algoritmo cerca invano di trovare gli zeri della funzione facendo variare $\Delta\vartheta$ da -180° a 180° . Il risultato è che gli assi $d^x q^x$ stimati non riescono ad agganciarsi agli assi dq veri e continuano a ruotare senza raggiungere un punto di stabilità.

In queste condizioni di elevata saturazione del ferro si perde completamente la stima della posizione.

6.6 Tuning

Si è visto che all'aumentare di l_{dq} aumenta l'errore di stima ε , e inoltre in particolari punti (dove l_{Δ} si annulla) la convergenza dello stimatore viene persa.

Indipendentemente dalla difficoltà tecnica e realizzativa sono in seguito proposti dei metodi che consentono di ottenere la convergenza anche in presenza di saturazione intensa, a patto di conoscere $\tilde{\varepsilon}$ in ogni punto di funzionamento:

- Azionamento *sensored*

Si controlla preliminarmente il motore in maniera classica, tramite un sensore di posizione e con stimatore di posizione offline.

Per diversi valori di I^* e di ω_{me} si confrontano i valori reali di posizione (ϑ_{me} misurata) con quelli forniti dallo stimatore ($\tilde{\vartheta}_{me}$ stimata).

Si procederà in seguito a controllare il motore in modalità *sensorless* correggendo l'errore ε tramite i dati che erano stati catalogati in precedenza in modalità *sensored*.

Lo svantaggio di questo metodo è che potrebbe non esserci abbastanza spazio per inserire il sensore di posizione.

In alternativa si può pensare di misurare come varia ε con il motore bloccato anziché in moto. Con rotore fermo, iniettando le correnti del luogo MTPA, è possibile ottenere l'informazione sull'errore, e memorizzarla.

Lo svantaggio tecnico di questo metodo consiste nel tenere bloccato un motore di elevata potenza: in tal caso è necessario munirsi di sistemi frenanti adeguati.

- *FEM*

Si costruisce un modello agli elementi finiti del motore per vedere come variano le induttanze l_{dq} e l_{Δ} al variare delle correnti i_d e i_q e della posizione rotorica.

Note le induttanze, in una griglia abbastanza fitta di punti di lavoro, risulta immediato tracciare una mappa dell'errore applicando l'equazione:

$$\varepsilon(i_d, i_q) = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{-l_{dq}(i_d, i_q)}{l_{\Delta}(i_d, i_q)} \right) \quad (6.15)$$

La mappa, che può essere consultata in tempo reale tramite una lookup table, consente di compensare l'errore di stima anche nei punti di lavoro più sfavorevoli.

Un problema non indifferente di questo metodo è che sono necessari i dati geometrici di rotore e statore in maniera tale da realizzare un modello il più possibile coerente al motore reale.

- *Misura delle mappe*

Con il metodo proposto nel capitolo 6 (misura indiretta dei flussi al variare delle correnti, per una data velocità) è possibile ricavare, tramite post-elaborazione, le mappe delle induttanze l_d , l_q , l_Δ , l_{dq} . L'errore ε è funzione delle induttanze l_{dq} e l_Δ e può essere valutato per ogni punto di lavoro attraverso la (6.15). L'andamento di ε è particolarmente critico nella zona in cui l_Δ si annulla.

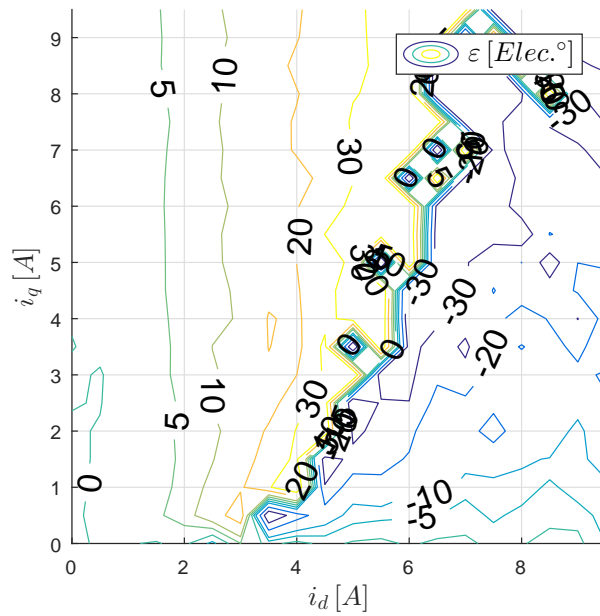


Figura 6.24: Errore di stima

La correzione di ε può essere effettuata a valle o a monte del PI+I. Questo metodo richiede un banco con motore master e relativi strumenti di misura.

- *Sensore ottico*

Si dispone sull'albero del motore un'etichetta che viene rilevata da un apposito sensore ottico ad ogni compimento di un giro meccanico. Si tratta in altre parole di una *misura di ϑ_m* .

Al variare dell'ampiezza del vettore delle correnti si effettua un confronto tra ϑ_{me} misurata e $\tilde{\vartheta}_{me}$ in uscita dalla stimatore (offline). Si ottiene una mappa di ε utile per raggiungere la convergenza nel funzionamento *sensorless*.

Per questo metodo è fondamentale allineare il motore all'inizio del processo.

Si supponga di aver ottenuto, con uno dei metodi proposti in questo paragrafo, la mappa di ε per tutti i punti di funzionamento desiderati.

La correzione dell'errore può essere effettuata *all'uscita dello stimatore* (sottraendo $\tilde{\varepsilon}$ alla ϑ_{me}) o *all'ingresso dello stimatore* (modificando il segnale e in maniera tale che la stima di posizione risulti giusta)

È consigliato sdoppiare le trasformazioni (tra controllo di coppia e demodulazione delle correnti hf) per evitare che una stima sbagliata della posizione porti anche ad una variazione del punto di lavoro.

Una schema di controllo del tutto generale, che permette di eseguire anche la correzione, è mostrato nella seguente figura:

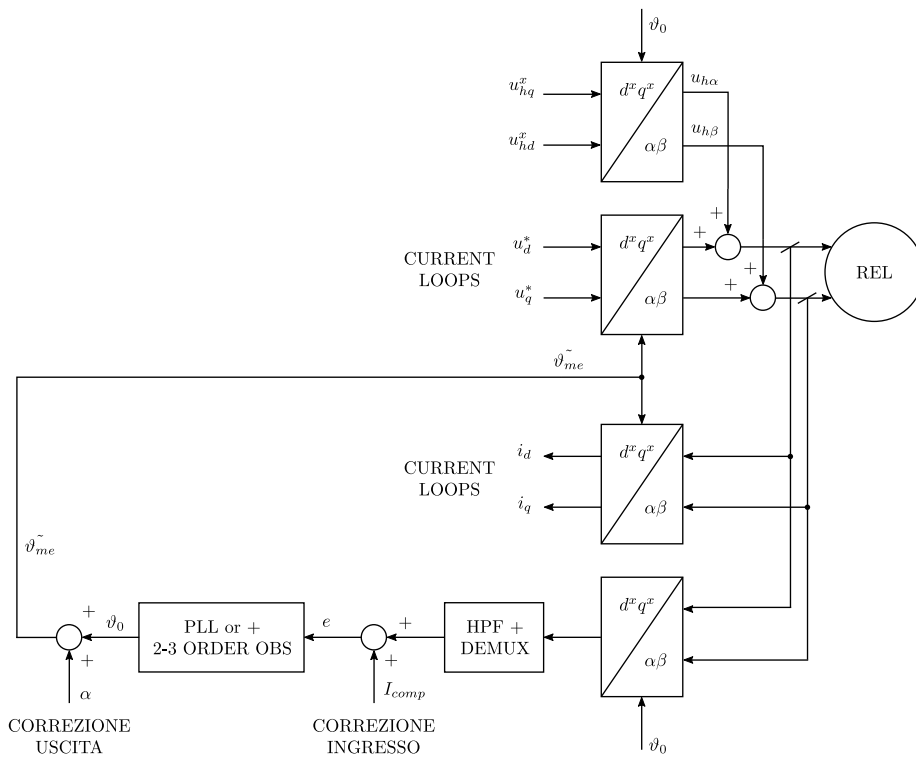


Figura 6.25: Schema generale con 4 trasformazioni

Capitolo 7

Studio dell'ellisse

7.1 Correnti hf con flusso rotante in $\alpha\beta$

Nel capitolo 4 si è visto che le correnti hf risultanti dall'iniezione rotante in $\alpha\beta$ tracciano un'ellisse.

Nel caso generale, in $\alpha\beta$, tali correnti assumono la seguente forma analitica:

$$\begin{aligned} i_{h\alpha} &= \frac{U_h}{\omega_h(l_d l_q - l_{dq}^2)} [l_\Sigma \sin \omega_h t + l_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) + l_{dq} \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] \\ i_{h\beta} &= -\frac{U_h}{\omega_h(l_d l_q - l_{dq}^2)} [l_\Sigma \cos \omega_h t - l_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) + l_{dq} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] \end{aligned} \quad (7.1)$$

Le (7.1) possono essere scomposte in tre termini:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{U_h l_\Sigma}{\omega_h(l_d l_q - l_{dq}^2)} \sin \omega_h t \\ -\frac{U_h l_\Sigma}{\omega_h(l_d l_q - l_{dq}^2)} \cos \omega_h t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{U_h l_\Delta}{\omega_h(l_d l_q - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \\ \frac{U_h l_\Delta}{\omega_h(l_d l_q - l_{dq}^2)} \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} \frac{U_h l_{dq}}{\omega_h(l_d l_q - l_{dq}^2)} \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \\ -\frac{U_h l_{dq}}{\omega_h(l_d l_q - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.2)$$

Ciascuna delle tre componenti corrisponde ad un vettore rotante che traccia una circonferenza in $\alpha\beta$.

Dalla somma dei tre termini si ottiene un'ellisse il cui asse maggiore è orientato nella direzione dell'asse d del rotore, a meno dell'errore introdotto dalla *cross-saturation*.

- Si consideri il primo vettore:

$$\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{U_h l_\Sigma}{\omega_h (l_d l_q - l_{dq}^2)} \sin \omega_h t \\ -\frac{U_h l_\Sigma}{\omega_h (l_d l_q - l_{dq}^2)} \cos \omega_h t \end{pmatrix} \quad (7.3)$$

Esso traccia una circonferenza con le seguenti caratteristiche:

- centro nell'origine
- raggio proporzionale a L_Σ
- velocità angolare ω_h
- verso di rotazione antiorario
- punto iniziale $\left(0, -\frac{U_h l_\Sigma}{\omega_h (l_d l_q - l_{dq}^2)}\right)$, ricavato sostituendo $t = 0$

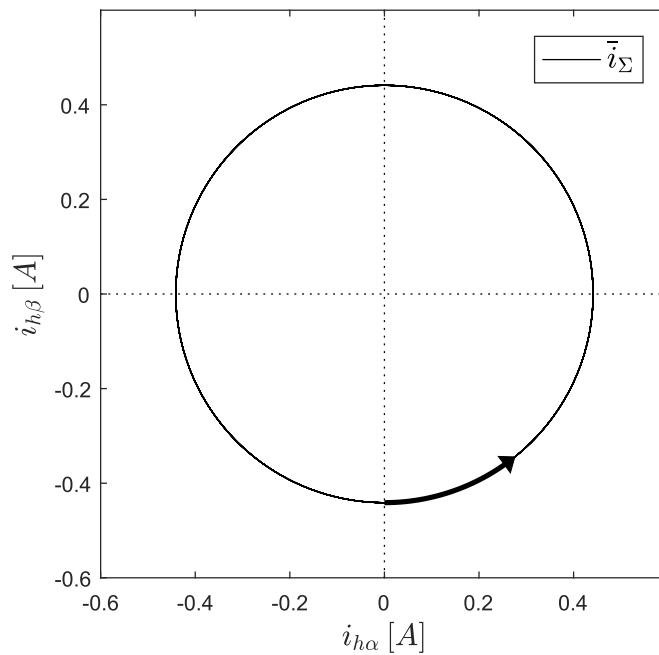


Figura 7.1: Circonferenza \bar{i}_Σ

La circonferenza \bar{i}_Σ non è influenzata in alcun modo dalla posizione $\vartheta_{me}(t)$ e dalla velocità $\omega_{me}(t)$ del rotore. Per quanto riguarda la saturazione, il termine l_{dq} ha l'effetto di diminuire la lunghezza del raggio.

- Il secondo vettore:

$$\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{U_h l_\Delta}{\omega_h (l_d l_q - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \\ \frac{U_h l_\Delta}{\omega_h (l_d l_q - l_{dq}^2)} \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

traccia una circonferenza con le seguenti caratteristiche:

- centro nell'origine
- raggio proporzionale a l_Δ
- velocità angolare $(\omega_h - 2\omega_{me})t$, dove $\omega_{me} = \frac{d\vartheta_{me}(t)}{dt}$
- verso di rotazione orario
- punto iniziale pari a $\begin{pmatrix} \frac{U_h l_\Delta}{\omega_h (l_d l_q - l_{dq}^2)} \sin[-2\vartheta_{me}(0)] \\ \frac{U_h l_\Delta}{\omega_h (l_d l_q - l_{dq}^2)} \cos[-2\vartheta_{me}(0)] \end{pmatrix}$

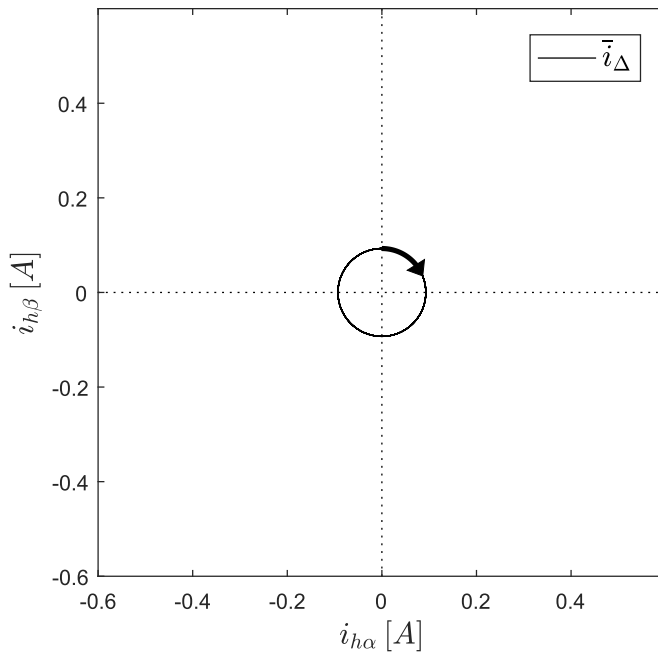


Figura 7.2: Circonferenza \bar{i}_Δ

La velocità $\omega_{me}(t)$ e la posizione rotorica $\vartheta_{me}(t)$ vanno a modificare la velocità angolare e la fase del vettore che traccia la circonferenza \bar{i}_Δ . All'aumentare della *cross-saturation* si ha una diminuzione del valore del raggio.

- La circonferenza tracciata dal terzo vettore:

$$\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{U_h l_{dq}}{\omega_h (l_d l_q - l_{dq}^2)} \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \\ -\frac{U_h l_{dq}}{\omega_h (l_d l_q - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \quad (7.5)$$

ha le seguenti caratteristiche:

- centro nell'origine
- raggio proporzionale a l_{dq}
- velocità angolare $(\omega_h - 2\omega_{me})t$
- verso di rotazione orario
- punto iniziale pari a $\begin{pmatrix} \frac{U_h l_{dq}}{\omega_h (l_d l_q - l_{dq}^2)} \cos[-2\vartheta_{me}(0)] \\ -\frac{U_h l_{dq}}{\omega_h (l_d l_q - l_{dq}^2)} \sin[-2\vartheta_{me}(0)] \end{pmatrix}$

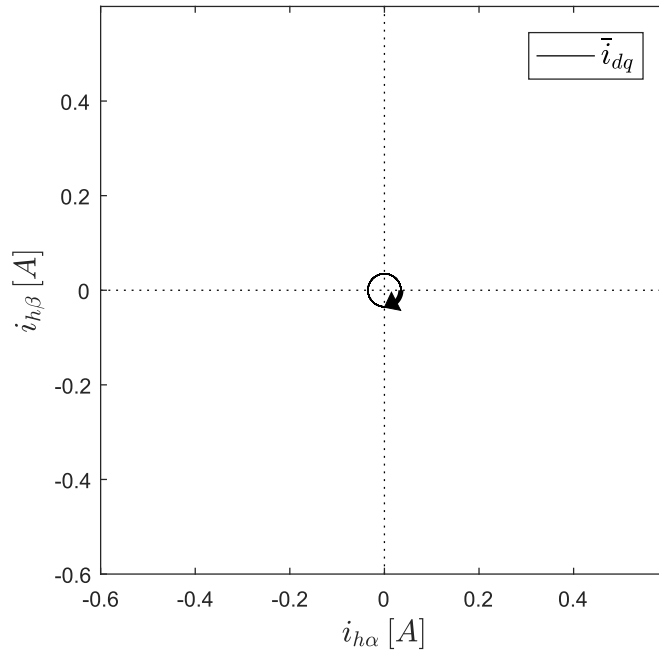
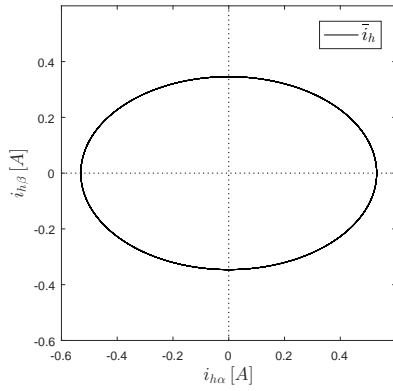


Figura 7.3: Circonferenza \bar{i}_{dq}

In assenza di l_{dq} ci sono soltanto le circonferenze \bar{i}_{Σ} e \bar{i}_{Δ} . La loro somma dà origine ad un'ellisse il cui asse maggiore risulta inclinato, rispetto all'asse α , dell'angolo ϑ_{me} .

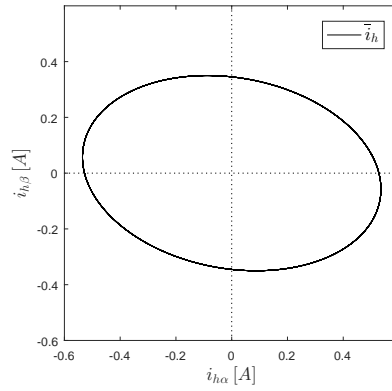
In presenza di saturazione viene a sovrapporsi anche la circonferenza \bar{i}_{dq} , la quale introduce un'ulteriore rotazione di ε . Di conseguenza l'asse maggiore d'ellisse delle correnti risulta inclinato di un angolo $\vartheta_{me} = \vartheta_{me} + \varepsilon$ anziché dell'angolo ϑ_{me} reale.

In seguito sono illustrate diverse ellissi al variare di l_{dq} , ϑ_{me} e ω_{me} . I grafici sono stati realizzati utilizzando le equazioni (7.1) e i dati del motore IPM lineare considerato nei capitoli 3,4 e 5.



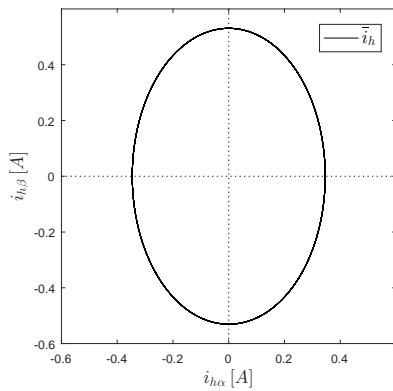
(a)

$$\begin{aligned} l_{dq} &= 0 \\ \vartheta_{me} &= 0 \\ \omega_{me} &= 0 \end{aligned}$$



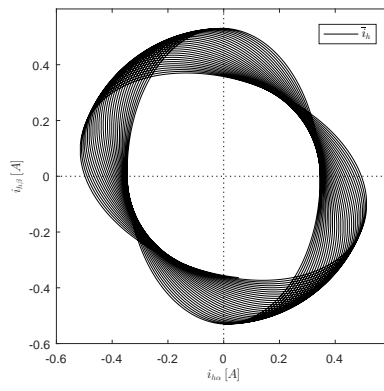
(b)

$$\begin{aligned} l_{dq} &= 1.5 \text{ mH} \\ \vartheta_{me} &= 0 \\ \omega_{me} &= 0 \end{aligned}$$



(c)

$$\begin{aligned} l_{dq} &= 0 \\ \vartheta_{me} &= \frac{\pi}{2} \text{ rad} \\ \omega_{me} &= 0 \end{aligned}$$



(d)

$$\begin{aligned} l_{dq} &= 0 \\ \vartheta_{me} &= \frac{\pi}{2} \text{ rad} \\ \omega_{me} &= 42 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Figura 7.4: Correnti hf con flusso rotante in $\alpha\beta$

Le ellissi (7.4a) e (7.4c) hanno l'asse maggiore disposto lungo la direzione della posizione meccanico-elettrica: in (7.4a) il rotore è allineato, in (7.4c) è ruotato di 90° elettrici. In entrambi i casi il rotore è fermo e le ellissi delle correnti forniscono un'informazione esatta sull'asse d .

In figura (7.4b) viene introdotta l'induttanza l_{dq} , il cui effetto è quello di ruotare l'ellisse di un angolo ε . Andando ad analizzare le correnti $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$, al fine di riconoscere l'asse maggiore, si ottiene un'informazione sbagliata: l'ellisse indica un asse d^x ruotato di un angolo diverso da zero, ma in realtà $\vartheta_{me} = 0$.

Si supponga ora che il rotore, anziché essere fermo in una particolare posizione, ruoti alla velocità angolare ω_{me} . In figura (7.4d) sono rappresentati le correnti hf che sostengono il flusso rotante in $\alpha\beta$ quando il rotore ruota alla velocità $\omega_{me} = 2\pi \frac{pn}{60}$, con $n = 100$ rpm. Si suppone inoltre di essere in assenza di *cross-saturation* e che il rotore sia inizialmente ruotato di 90° elettrici.

Si vede che al variare della posizione del rotore avviene una rotazione del vettore delle correnti. In altre parole l'ellisse "segue" il rotore, indicandone la direzione attraverso l'asse maggiore. La rappresentazione oscillografica delle correnti mostra, al passare del tempo, un'*ellisse rotante*: la velocità con cui viene tale ellisse tracciata è pari a ω_h , mentre la velocità con cui ruota rispetto all'origine è pari alla velocità rotorica ω_{me} .

Se ci fosse anche la l_{dq} l'ellisse ruoterebbe ancora alla velocità rotorica, ma costantemente in ritardo di un angolo ε rispetto all'asse d vero. Ad esempio, con rotore inizialmente ruotato di 90° , l'ellisse delle correnti avrebbe l'asse maggiore in direzione $90^\circ + \varepsilon$.

7.2 Simulazioni con flusso rotante in $\alpha\beta$

Nel paragrafo precedente si è effettuato uno studio delle correnti hf che vengono assorbite da un motore magneticamente lineare iniettando delle tensioni hf rotanti in $\alpha\beta$.

Lo stesso tipo di analisi, fatta per il motore IPM ideale, può essere eseguita sul motore REL reale.

La principale differenza consiste nel fatto che le induttanze l_d , l_q e l_{dq} dipendono dal valore delle correnti, perciò le ellissi variano la propria forma al variare di i_d e di i_q . Tuttavia, quando ci si trova in un punto di funzionamento stabile, le induttanze differenziali e quindi le caratteristiche dell'ellisse hf risultano costanti.

Nella pagina seguente sono rappresentate le correnti hf assorbite dal motore a riluttanza (modello reale) all'aumentare della coppia erogata, quindi per valori sempre maggiori delle correnti "di potenza".

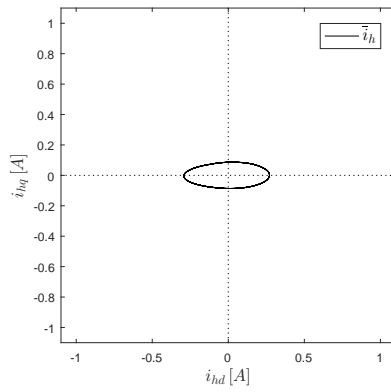
In queste simulazioni si mantiene il rotore in rotazione alla velocità di 100 rpm. Il riferimento di corrente I^* viene fatto aumentare fino a 5.1 A che, come già visto nel capitolo 6, corrisponde al limite per il funzionamento del metodo di stima che si basa sulla demodulazione in $\alpha\beta$.

A livello di schema di controllo I^* viene convertito nei riferimenti di corrente i_d^* e i_q^* attraverso un blocco che traccia un luogo MTPA rettilineo, con angolo $\vartheta_{MTPA} = 0.43$ rad rispetto alla verticale.

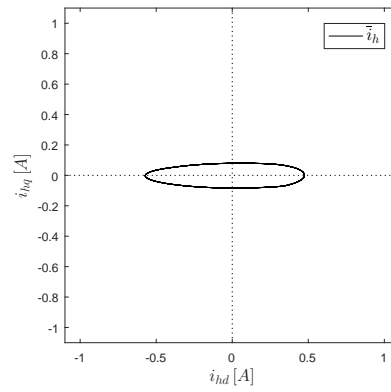
Le ellissi delle correnti hf sono rappresentate nel sistema di riferimento dq , rotante alla velocità ω_{me} . Di conseguenza le *ellissi rotanti* appaiono ferme. Inoltre, poiché si stanno considerando gli assi dq veri, è possibile vedere l'errore ε come una inclinazione rispetto all'asse orizzontale. Nella realtà non si ha a disposizione tale sistema di riferimento ma solo $\alpha\beta$ e d^xq^x (con i quali non si è in grado di distinguere ϑ_{me} da $\tilde{\vartheta}_{me}$). Tutte le simulazioni sono effettuate con $m_L = 0$.

Il vettore di tensione hf che si inietta allo statore traccia una circonferenza in $\alpha\beta$, come in figura (6.14b).

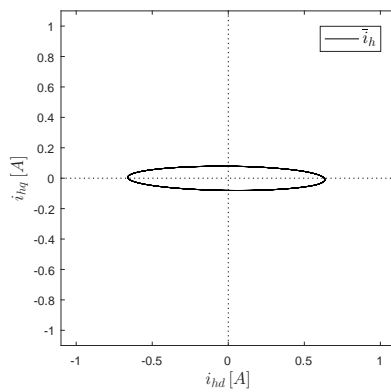
Simulazioni con flusso rotante in $\alpha\beta$; sensorless



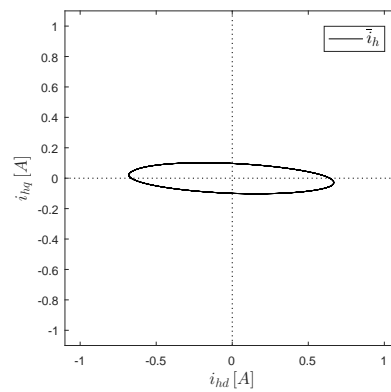
(a) Correnti hf ; 0.2 A



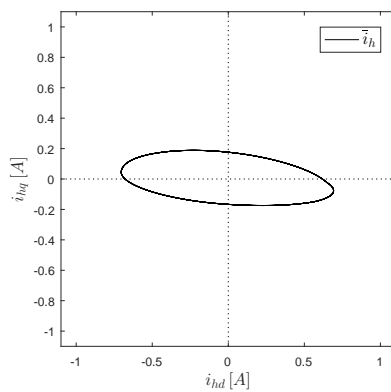
(b) Correnti hf ; 1 A



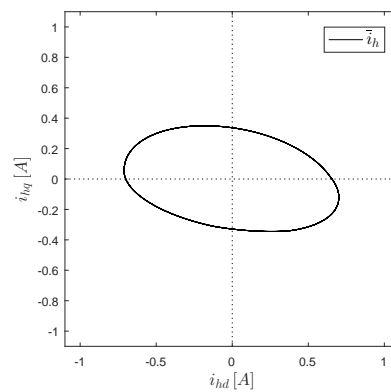
(c) Correnti hf ; 2 A



(d) Correnti hf ; 3 A



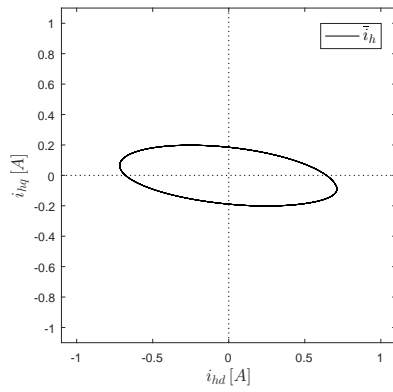
(e) Correnti hf ; 4 A



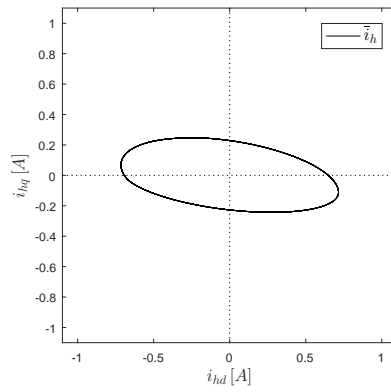
(f) Correnti hf ; 5.1 A

Figura 7.5: Correnti hf in dq - sensorless

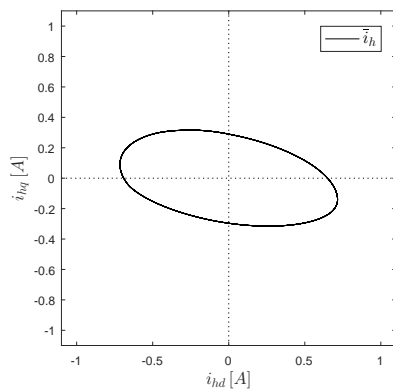
Simulazioni con flusso rotante in $\alpha\beta$; sensed



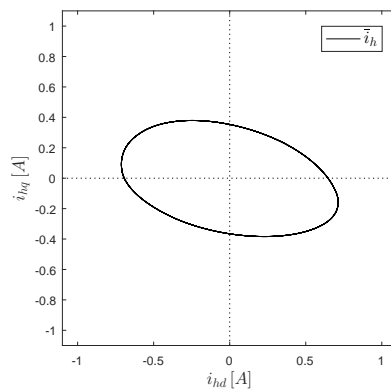
(a) Correnti hf ; 5.2 A



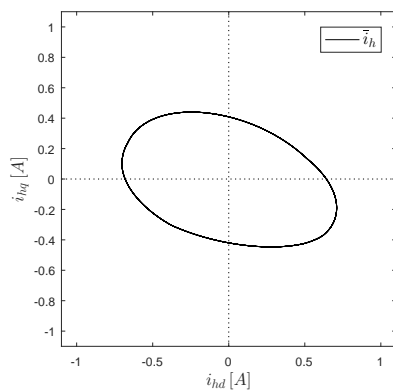
(b) Correnti hf ; 6 A



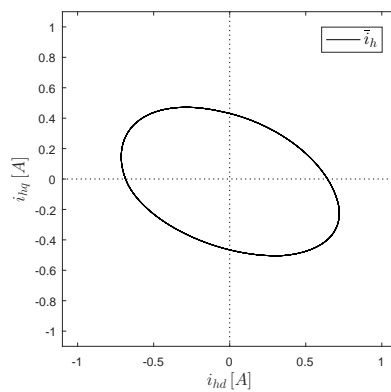
(c) Correnti hf ; 7 A



(d) Correnti hf ; 8 A



(e) Correnti hf ; 9 A



(f) Correnti hf ; 10 A

Figura 7.6: Correnti hf in dq - sensed

Fino a $I^* = 5.1$ A le correnti hf tracciano in dq un'ellisse ben definita. Nello specifico in figura (7.5) è possibile vedere che all'aumentare della corrente si verifica una deformazione dell'ellisse hf , che inizialmente si allunga e in seguito si allarga.

A partire dai 3 A è visibile l'effetto della saturazione che consiste in una rotazione dell'angolo $\varepsilon = \frac{1}{2} \text{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_{\Delta}} \right)$.

Oltre il limite dei 5.1 A l'algoritmo di stima della posizione basato sulla demodulazione smette di funzionare, per le motivazioni spiegate nel capitolo 6. In figura (6.18e) è evidente che già a 5.2 A si è persa la stima di posizione e conseguentemente l'intero controllo del motore.

Per osservare la natura delle ellissi hf in presenza di correnti superiori ai 5.1 A bisogna comandare l'azionamento in modalità *sensored* (immaginando di misurare la posizione anziché stimarla). In modalità *sensored* lo stimatore di posizione viene scollegato e le trasformazioni $dq \rightarrow \alpha\beta$ e $\alpha\beta \rightarrow dq$ utilizzano la posizione ϑ_{me} vera, misurata tramite un apposito sensore.

La figura (7.6) mostra che per correnti (e coppie) elevate le ellissi hf sono ancora presenti: ciò significa che il motore se sollecitato con un vettore di tensioni hf rotante risponde sempre con un'ellisse di correnti hf , per la natura del suo modello matematico in alta frequenza.

Il limite dei 5.1 A riscontrato in precedenza è legato all'algoritmo di stima (che superata una certa corrente smette di funzionare perché non trova più gli zeri del segnale che entra nel PI) e non al motore.

La forma e l'inclinazione dell'ellisse dipende comunque dal punto di funzionamento. Al variare delle i_d e i_q "di potenza" l'ellisse delle correnti "di misura" si allarga e varia la sua inclinazione di un angolo ε che dipende dalle induttanze differenziali dello specifico punto di funzionamento.

7.3 Simulazioni con flusso rotante in $d^x q^x$

Nel capitolo 5 si è visto che le correnti hf risultanti dall'iniezione rotante in $d^x q^x$ tracciano un'ellisse.

Nel caso generale, in $d^x q^x$, tali correnti assumono la seguente forma analitica:

$$\begin{aligned} i_{hd}^x &= \Gamma[(l_\Sigma + l_\Delta \cos 2\Delta\vartheta - l_{dq} \sin 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t + (l_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + l_{dq} \cos 2\Delta\vartheta) \cos \omega_h t] \\ i_{hq}^x &= -\Gamma[(l_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + l_{dq} \cos 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t + (l_\Sigma - l_\Delta \cos 2\Delta\vartheta + l_{dq} \sin 2\Delta\vartheta) \cos \omega_h t] \end{aligned} \quad (7.6)$$

dove Γ vale:

$$\Gamma = \frac{U_h}{(\omega_h + \omega_x)(L_d L_q - L_{dq}^2)}$$

Tali correnti, visualizzate nel sistema di riferimento $d^x q^x$ appaiono ferme, mentre in $\alpha\beta$ corrispondono ad un'ellisse rotante. Questo aspetto è in analogia con quanto visto nel paragrafo precedente.

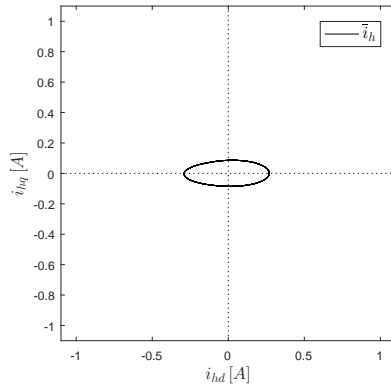
Un'altra somiglianza tra i due metodi - flusso rotante in $\alpha\beta$ e flusso rotante in $d^x q^x$ - è visibile nelle figure (7.7) e (7.8):

- In modalità sensorless si può arrivare fino a $I^* = 5.2$ A, come mostrano le figure (6.20d) e (7.7f). Il risultato che si ottiene è leggermente migliore rispetto agli altri metodi.
- In modalità sensed si può salire fino a 10 A. In corrispondenza di questi punti di funzionamento le ellissi sono ancora presenti e facilmente analizzabili.

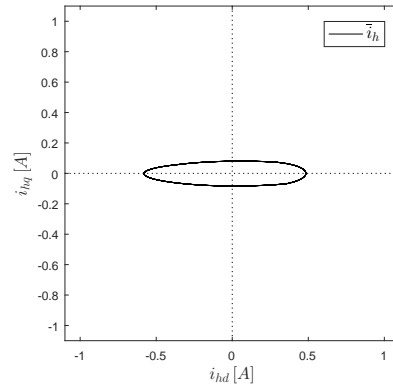
Si ricorda che le simulazioni sono effettuate sul modello del motore REL reale con le seguenti impostazioni:

- velocità rotorica $n = 100$ rpm
- coppia di disturbo $m_L = 0$
- angolo del vettore delle correnti, rispetto alla verticale, $\vartheta_{MTPA} = 0.43$ rad

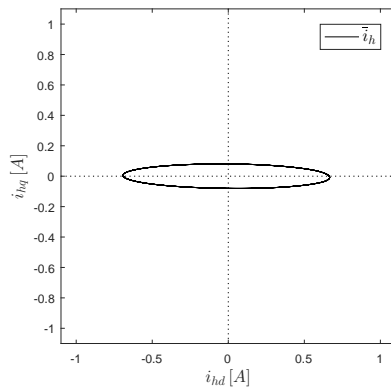
Simulazioni con flusso rotante in $d^x q^x$; sensorless



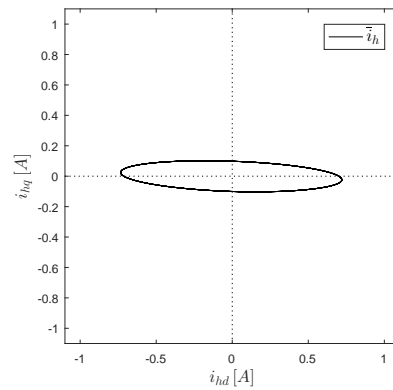
(a) Correnti hf ; 0.2 A



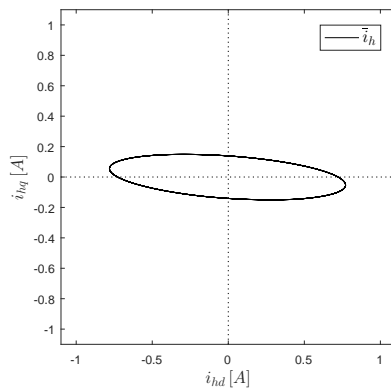
(b) Correnti hf ; 1 A



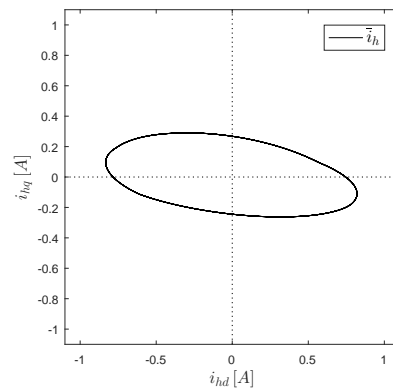
(c) Correnti hf ; 2 A



(d) Correnti hf ; 3 A



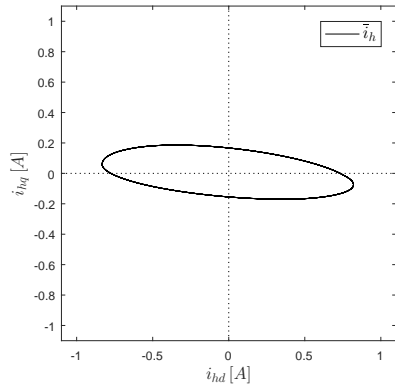
(e) Correnti hf ; 4 A



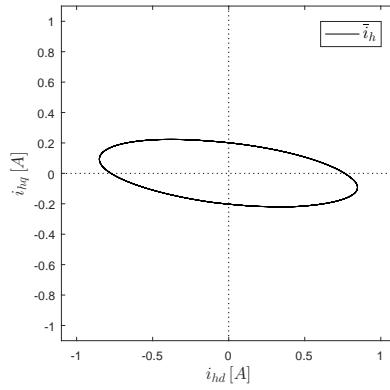
(f) Correnti hf ; 5.2 A

Figura 7.7: Correnti hf in dq - sensorless

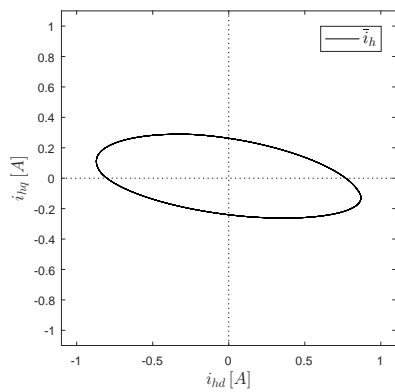
Simulazioni con flusso rotante in $d^x q^x$; sensed



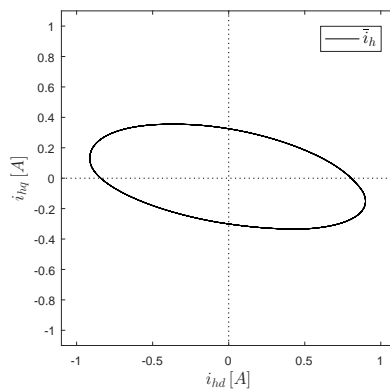
(a) Correnti hf ; 5.3 A



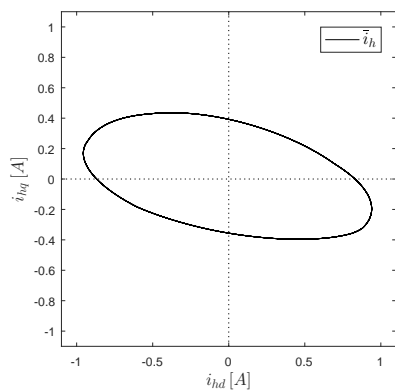
(b) Correnti hf ; 6 A



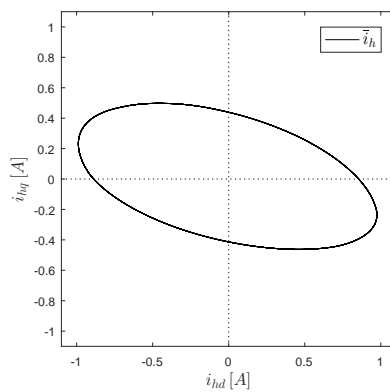
(c) Correnti hf ; 7 A



(d) Correnti hf ; 8 A



(e) Correnti hf ; 9 A



(f) Correnti hf ; 10 A

Figura 7.8: Correnti hf in dq - sensed

7.4 Nuovo metodo di stima della posizione

Si ipotizzi di usare una delle iniezioni rotanti analizzate nei due paragrafi precedenti. Il fatto che per elevate correnti sia ancora possibile riconoscere le ellissi hf apre la strada a **un nuovo metodo di stima della posizione**.

Il principio è il seguente: si misurano le correnti $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$ ad intervalli predefiniti per effettuare il *campionamento dell'ellisse*. A partire dai punti campionati si ricostruisce l'equazione parametrica dell'ellisse al fine di valutarne la rotazione per ogni intervallo di tempo. L'inclinazione dell'asse maggiore, come si è già visto, indica la direzione della posizione del rotore, a meno di ε .

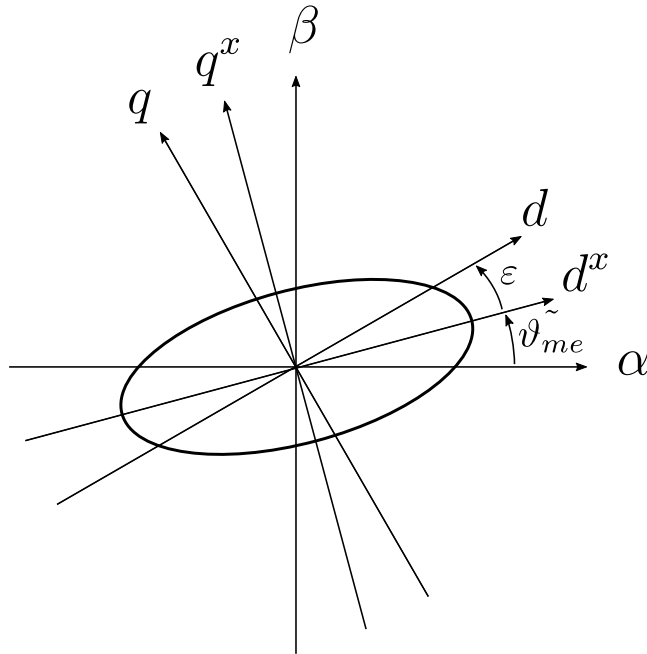


Figura 7.9: Ellisse hf per la stima di $\tilde{\vartheta}_{me}$

Questo metodo è applicabile per velocità bassa o nulla: nel primo caso si osserva in $\alpha\beta$ un'ellisse rotante alla velocità meccanico-elettrica, mentre nel secondo caso l'ellisse è ferma.

In linea teorica il metodo risulta valido fintantoché l'asse maggiore dell'ellisse è diverso dall'asse minore.

Potrebbe succedere che, in presenza di intensa saturazione del ferro, la macchina REL perda il caratteristico comportamento anisotropo e le correnti hf , anziché tracciare un'ellisse, traccino una circonferenza. In questo caso limite l'asse maggiore non è distinguibile e risulta impossibile stimare $\tilde{\vartheta}_{me}$.

Il metodo verrà analizzato nelle prossime pagine. Si può intanto prevedere il principale vantaggio:

- Il campionamento e la ricostruzione dell'ellisse funzionano anche per elevati valori di correnti e coppia.
Nel caso del motore REL in analisi si può salire da 5 a 10 A: è un incremento notevole.

Per quanto riguarda gli svantaggi:

- All'aumentare della corrente I^* la saturazione incrociata va ad alterare in maniera sempre più pesante la stima della posizione.
L'errore ε , che può arrivare fino a 45° , non è distinguibile osservando l'ellisse in $\alpha\beta$ o in d^xq^x senza avere una misura di ϑ_{me} . Evidentemente ciò rappresenta una criticità per il controllo sensorless del motore, ma d'altronde questo fenomeno avviene anche nel metodo che si basa sulla demodulazione (in cui si può correggere ε tramite un apposito tuning, come spiegato nel paragrafo 6.6).
- Il metodo funziona correttamente a regime, con le correnti hf che tracciano delle ellissi ben definite.
Il comportamento durante i transitori potrebbe non essere soddisfacente o comunque stabile.

Le ellissi possono essere studiate seguendo l'approccio classico proposto dalla geometria analitica.

Si consideri una conica di equazione:

$$\boxed{a_{11}x^2 + a_{12}xy + a_{22}y^2 + a_{13}x + a_{23}y + a_{33} = 0} \quad (7.7)$$

I coefficienti a_{11} , a_{12} , a_{22} , a_{13} , a_{23} , a_{33} definiscono le caratteristiche principali della conica e sono raccolti nella matrice:

$$A_C = \begin{pmatrix} a_{11} & \frac{a_{12}}{2} & \frac{a_{13}}{2} \\ \frac{a_{12}}{2} & a_{22} & \frac{a_{23}}{2} \\ \frac{a_{13}}{2} & \frac{a_{23}}{2} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (7.8)$$

Le seguenti condizioni permettono di caratterizzare la conica:

- se $\det(A_C) \neq 0$ la conica C è "non degenera"
- se $\det \begin{pmatrix} a_{11} & \frac{a_{12}}{2} \\ \frac{a_{12}}{2} & a_{22} \end{pmatrix} \neq 0$ la conica C è un'ellisse
- se $\det(A_C)(a_{11} + a_{22}) < 0$ l'ellisse è reale

L'equazione

$$a_{11}x^2 + a_{12}xy + a_{22}y^2 + a_{13}x + a_{23}y + a_{33} = 0 \quad (7.9)$$

con $a_{12} \neq 0$

descrive un'ellisse ruotata e traslata rispetto all'origine degli assi cartesiani xy . La stessa equazione, scritta nel sistema di riferimento ruotato e traslato $x''y''$ vale:

$$\frac{x''^2}{a^2} + \frac{y''^2}{b^2} = 1 \quad (7.10)$$

Dove a e b sono rispettivamente il semiasse maggiore e il semiasse minore dell'ellisse.

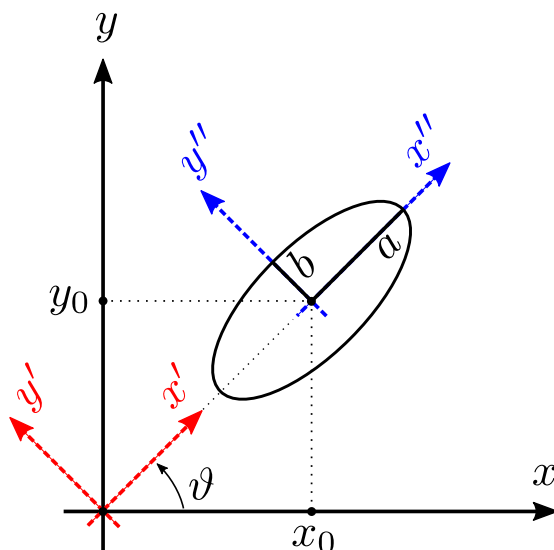


Figura 7.10: Ellisse in $x''y''$

Per passare dalla forma omogenea (7.9) alla forma canonica (7.10) bisogna individuare la roto-traslazione che lega gli assi xy agli assi $x''y''$.

Il *primo passaggio* consiste nell'individuare l'angolo di rotazione ϑ degli assi $x'y'$ e $x''y''$ per azzerare il coefficiente a_{12} .

La rotazione di un angolo ϑ in senso antiorario è espressa come:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (7.11)$$

da cui:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (7.12)$$

Il riconoscimento dell'inclinazione corrisponde a trovare la matrice di rotazione

$$P = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix} \quad (7.13)$$

che diagonalizza la sottomatrice

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \frac{a_{12}}{2} \\ \frac{a_{12}}{2} & a_{22} \end{pmatrix}$$

La diagonalizzazione consente di ottenere la matrice degli autovalori:

$$\begin{pmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & \frac{a_{12}}{2} \\ \frac{a_{12}}{2} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

A questo punto, avendo annullato a_{12} , l'equazione (7.9) diventa:

$$\lambda_1 x^2 + \lambda_2 y^2 + a_{13} x + a_{23} y + a_{33} = 0 \quad (7.14)$$

Il *secondo passaggio* consiste nell'individuare la traslazione.

In presenza di traslazione le equazioni (7.11) e (7.12) diventano:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} \quad (7.15)$$

e:

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = P^t \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + P^t \begin{pmatrix} -x_0 \\ -y_0 \end{pmatrix} \quad (7.16)$$

In genere si procede ad un primo cambio di coordinate (da xy a $x'y'$) e in seguito si determina la traslazione con il metodo del completamento dei quadrati.

È noto che per 5 punti passa una e una sola ellisse.

Si supponga di campionare un'ellisse in 5 istanti di tempo successivi. I punti $(x_1, y_1) \dots (x_5, y_5)$ inseriti nel sistema lineare (7.17) consentono di ricavare i coefficienti $a_{11}, a_{12}, a_{22}, a_{13}, a_{23}, a_{33}$ dell'ellisse campionata.

Da tali coefficienti è immediato estrarre molte informazioni, in modo particolare l'inclinazione ϑ_{me} dell'ellisse rispetto all'asse orizzontale.

$$\begin{pmatrix} x_1^2 & y_1^2 & x_1 y_1 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & x_2 y_2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 & y_3^2 & x_3 y_3 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4^2 & y_4^2 & x_4 y_4 & x_4 & y_4 & 1 \\ x_5^2 & y_5^2 & x_5 y_5 & x_5 & y_5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{22} \\ a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.17)$$

Se i punti $(x_1, y_1) \dots (x_5, y_5)$ non sono perfettamente accurati, ad esempio a causa di rumore di fondo ed errori di misura, il sistema (7.17) non dà soluzione. Bisogna quindi ricorrere a un metodo di *fitting* al fine di ottenere l'ellisse che meglio approssima i punti sperimentali.

Tra i vari metodi di fitting si decide di implementare il *metodo dei minimi quadrati*: si definisce una *funzione costo* come la somma dei quadrati delle distanze e si determinano i coefficienti $a_{11}, a_{12}, a_{22}, a_{13}, a_{23}, a_{33}$ che la minimizzano.

Tale metodo è implementato nella *function fit_ellipse* di Matlab che ha le seguenti caratteristiche:

- L'input deve essere un vettore delle coordinate $\alpha\beta$. Sono necessari 5 punti ma è consigliato averne a disposizione di più. Le misure devono coprire buona parte del giro dell'ellisse per ottenere dei risultati soddisfacenti
- Lo script determina i coefficienti dell'ellisse approssimante che minimizzano la *funzione costo*
- L'output è una struttura che fornisce le coordinate $\alpha\beta$ del centro dell'ellisse, la lunghezza degli assi e l'angolo di rotazione rispetto all'orizzontale

Lo script è disponibile in:

<https://it.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/3215-fit-ellipse>

Attraverso un'adeguata implementazione si può utilizzare questo metodo in tempo reale. Ad ogni intervallo di $100 \mu s$ si effettua una nuova misura e la si inserisce nel vettore di input, sostituendo le coordinate meno aggiornate.

Lo script effettua automaticamente i calcoli e fornisce un valore di ϑ_{me} coerente con l'ellisse hf di quell'intervallo temporale.

Capitolo 8

Prove sperimentali

8.1 Rotante in $\alpha\beta$ - sensorless

Per valutarne le prestazioni reali viene implementata sul motore REL di figura (6.4) la stima con flusso rotante in $\alpha\beta$.



(a) Azionamento completo



(b) Dati di targa dell'inverter

Figura 8.1: Setup sperimentale

Il vettore della tensione iniettata è rotante alla frequenza di 600 Hz e ha un'ampiezza pari a 150 V. Le prove sono eseguite a motore fermo, con rotore bloccato in posizione $\vartheta_{me} = 0$.

In questo paragrafo sono riportati i risultati delle prove effettuate in modalità sensorless, ovvero con lo stimatore online. Non viene applicato nessun tipo di correzione o compensazione dell'errore.

Prove con flusso rotante in $\alpha\beta$; sensorless

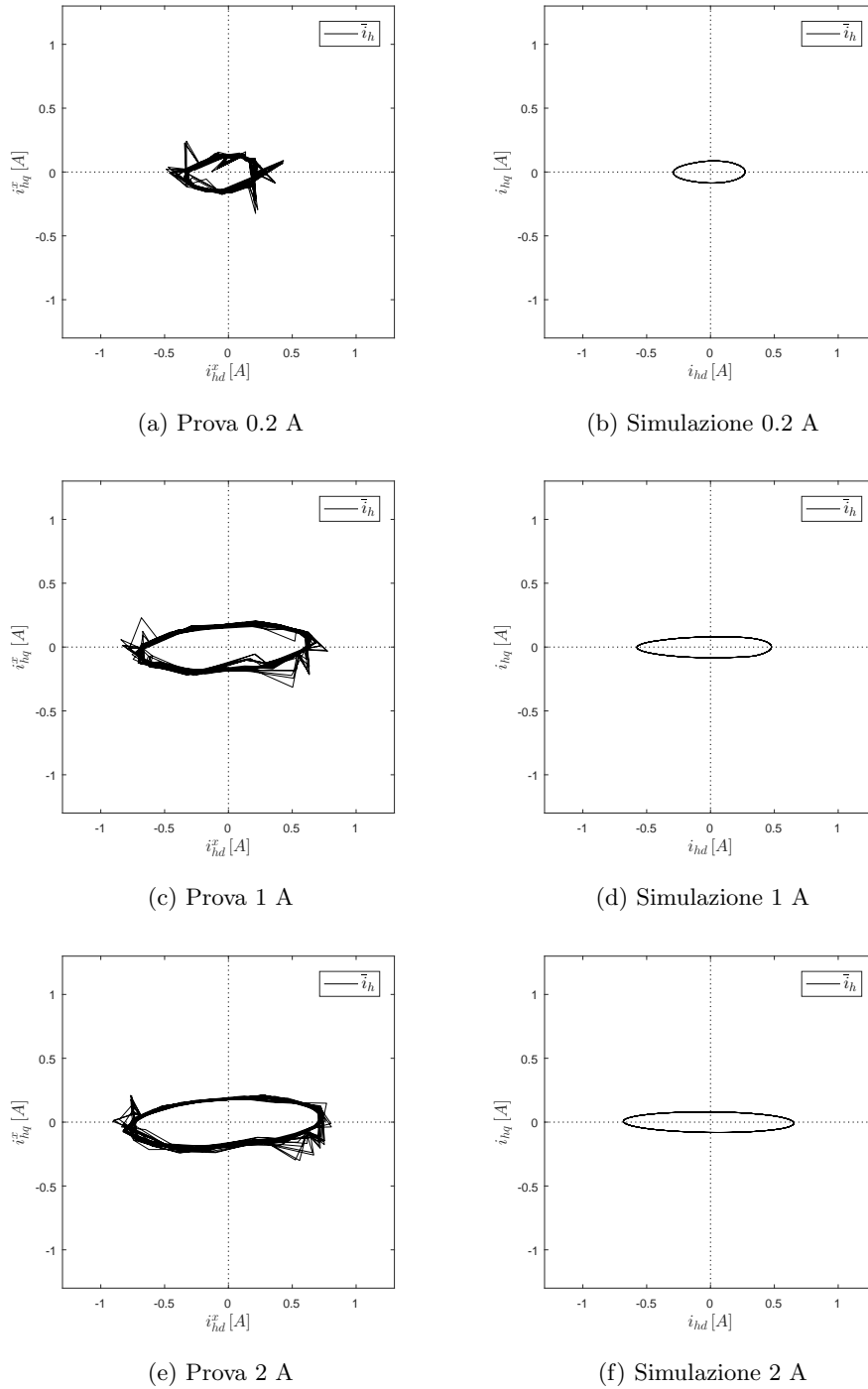
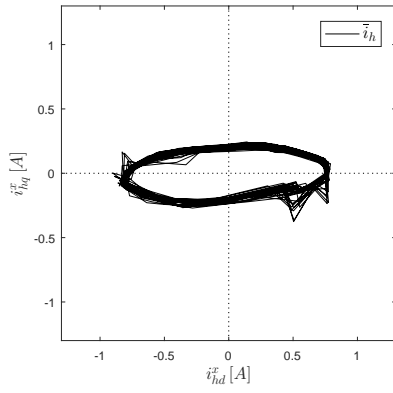
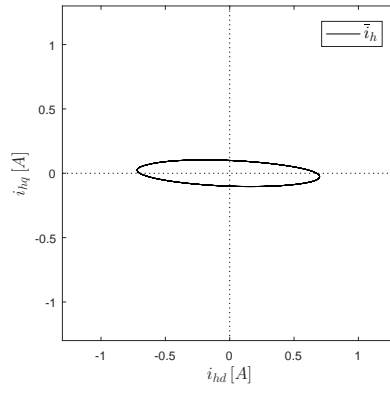


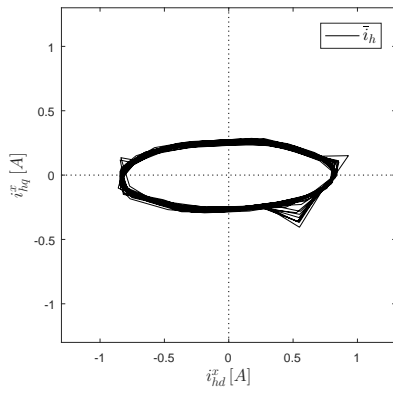
Figura 8.2: Correnti hf con rotore bloccato in $\vartheta_{me} = 0$. Sensorless



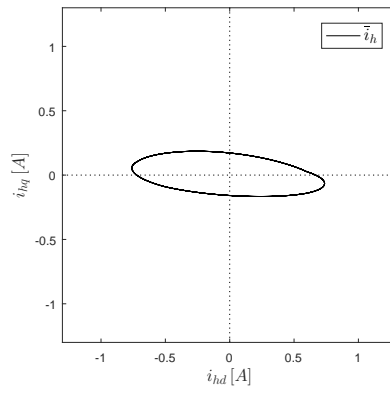
(a) Prova 3 A



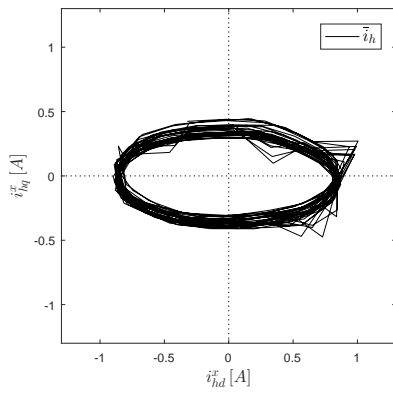
(b) Simulazione 3 A



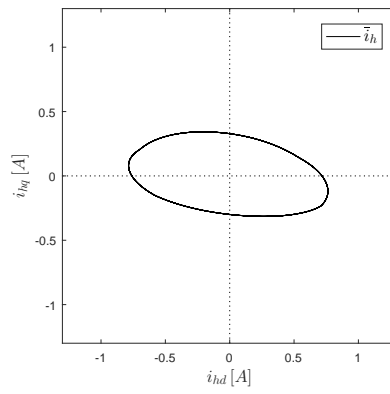
(c) Prova 4 A



(d) Simulazione 4 A



(e) Prova 5.1 A



(f) Simulazione 5.1 A

Figura 8.3: Correnti hf con rotore bloccato in $\vartheta_{me} = 0$. Sensorless

I risultati sono i seguenti:

- Le figure (8.2a), (8.2c), (8.2e), (8.3a), (8.3c), (8.3e) mostrano che il motore risponde all'iniezione di una tensione hf rotante con delle correnti hf che tracciano un'ellisse.

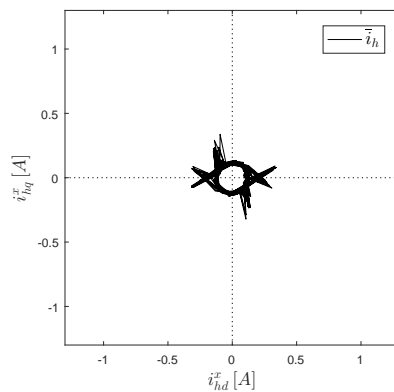
Le correnti hf sono rappresentate nel sistema di riferimento stimato poiché la modalità di controllo è sensorless e quindi non si conoscono nè ϑ_{me} nè gli assi dq veri. Le ellissi in $d^x q^x$ sono orizzontali, ma ciò non significa che la stima della posizione sia esente da errore. Al contrario gli assi $d^x q^x$ sono ruotati di un angolo ε , visibile solamente misurando ϑ_{me} e facendo un confronto, rispetto agli assi dq veri.

Il percorso ellittico delle correnti è abbastanza regolare se non per degli spigoli che sono attribuiti ai sensori di misura. Nei grafici sono visualizzati 500 campioni da $100 \mu s$ (in totale 20 ms), che corrispondono a circa 30 giri delle correnti intorno all'origine.

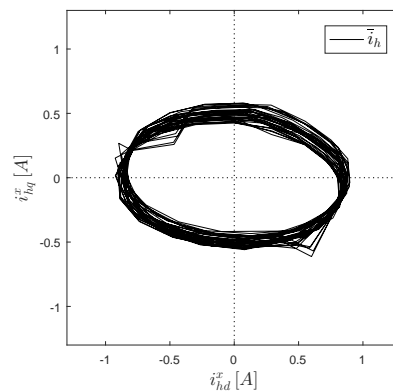
- Le figure (8.2b), (8.2d), (8.2f), (8.3b), (8.3d), (8.3f) sono state ottenute dalle simulazioni in Simulink con le stesse condizioni delle prove sperimentali (flusso rotante in $\alpha\beta$, $U_h = 150 V$, $f_h = 600 Hz$ e rotore bloccato in $\vartheta_{me} = 0$). Il modello del motore, già analizzato nel paragrafo 6.3, è quello basato sulle misure dei flussi sullo stesso motore REL che è stato oggetto delle prove sperimentali. Le ellissi hf , rappresentate ora in dq , mostrano chiaramente l'errore di stima crescente con la saturazione del ferro. In $d^x q^x$ risulterebbero perfettamente orizzontali.

Vi sono inoltre due fenomeni degni noti:

- Con corrente nulla il motore a riluttanza si comporta come un SPM, infatti i ponticelli non saturano e l'anisotropia rotorica non è rilevabile. Graficamente al posto dell'ellisse si ottiene un cerchio. In queste condizioni lo stimatore di posizione commette un errore di stima di circa 20° .
- Nelle prove sperimentali l'algoritmo di stima sensorless con flusso rotante in $\alpha\beta$ arriva fino a 6.4 A, mentre nelle simulazioni il valore limite è 5.1 A.



(a) Prova 0 A



(b) Prova 6.4 A

8.2 Rotante in $\alpha\beta$ - sensed

Il modalità sensed la posizione ϑ_{me} viene misurata ed è nota ($\vartheta_{me} = 0$). Essendo anche la velocità di rotazione nulla i tre sistemi di riferimento coincidono:

$$\alpha\beta = d^x q^x = dq \quad (8.1)$$

Si è visto che la convergenza del metodo di stima con flusso rotante in $\alpha\beta$ viene persa per valori di corrente I^* maggiori di 6.4 A. Controllando il motore REL in modalità sensed è possibile superare tale limite e vedere il comportamento delle ellissi hf anche in condizioni di saturazione intensa.

Le figure (8.7a), (8.7c), (8.7e), (8.8a), (8.8c), (8.8e) mostrano che per correnti comprese tra i 5.2 e i 10 A le ellissi hf sono ancora presenti, come succede anche nelle simulazioni.

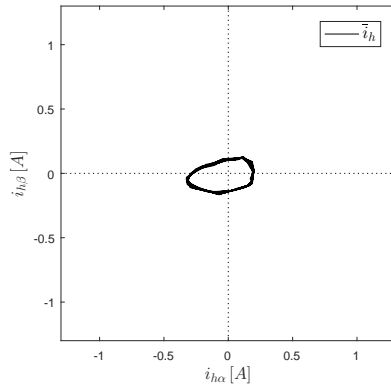
L'inclinazione delle ellissi è via via crescente all'aumentare della saturazione. Questo fenomeno, che in genere non è rilevabile nel sistema di riferimento $d^x q^x$, è in questo caso visibile grazie alla condizione (8.1). L'errore di stima consiste nell'inclinazione dell'asse maggiore dell'ellisse rispetto alla direzione orizzontale, che corrisponde alla posizione nota $\vartheta_{me} = 0$.

Ciò implica che controllando il motore in modalità sensed è possibile misurare e memorizzare l'entità di ε per diversi valori di corrente sul luogo MTPA. Con queste informazioni sarà possibile, in seguito, comandare l'azionamento in modalità sensorless applicando la correzione dell'errore in base al punto di lavoro.

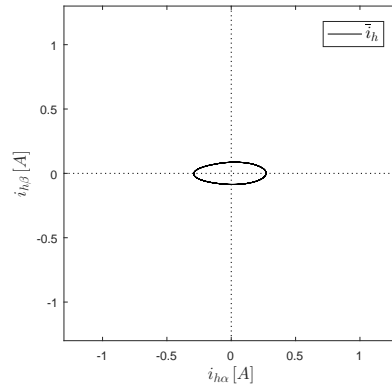
Le ellissi sperimentali risultano di una dimensione maggiore rispetto a quelle simulate: ciò è dovuto al modello del motore utilizzato nelle simulazioni. Le mappe delle induttanze differenziali, ricavate dalle caratteristiche misurate dei flussi diretto e in quadratura, non descrivono perfettamente il comportamento in alta frequenza del motore.

Le figure (8.5a), (8.5c), (8.5e), (8.6a), (8.6c), (8.6e) rappresentano le ellissi hf che si ottengono in modalità sensed per dei punti di lavoro (da 0.2 a 5.2 A) per cui il metodo sensorless è ancora funzionante. Oltre alla differenza nelle dimensioni vi è una sensibile discrepanza nell'inclinazione. Interessante notare che le ellissi sperimentali (8.5c), (8.5e), (8.6a) sono ruotate in verso antiorario, come se in quei punti di lavoro ci fosse un'induttanza l_{dq} positiva; teoricamente nel primo quadrante ($i_d > 0$ e $i_q > 0$) l'induttanza mutua differenziale l_{dq} dovrebbe essere negativa.

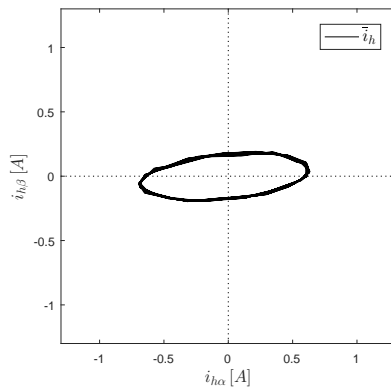
Prove con flusso rotante in $\alpha\beta$; sensed



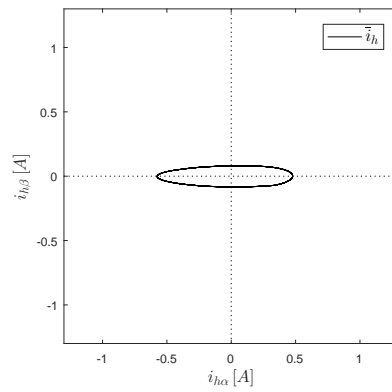
(a) Prova 0.2 A



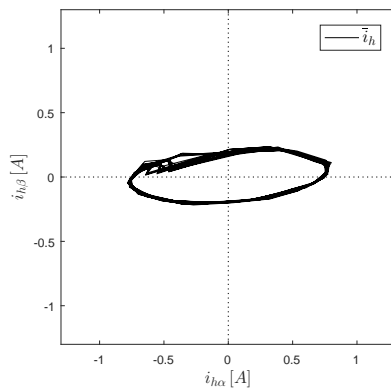
(b) Simulazione 0.2 A



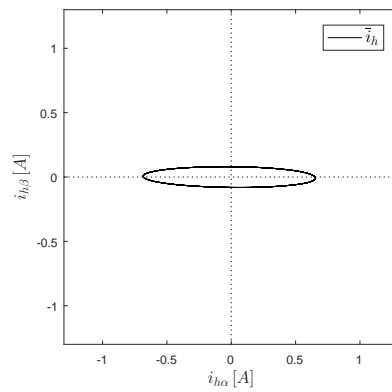
(c) Prova 1 A



(d) Simulazione 1 A

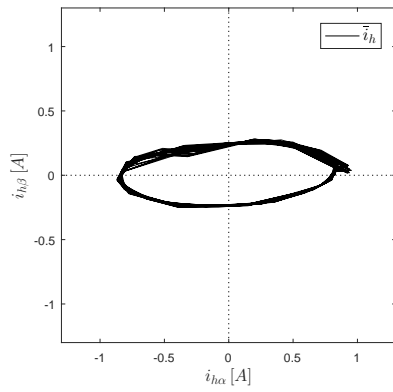


(e) Prova 2 A

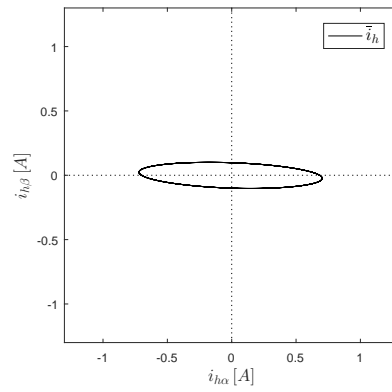


(f) Simulazione 2 A

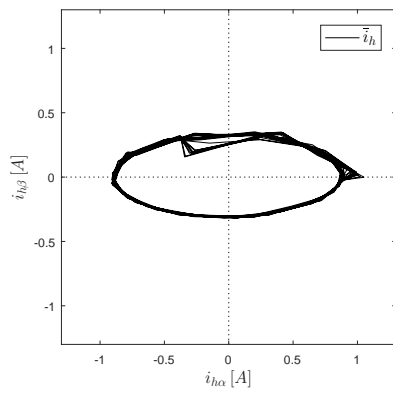
Figura 8.5: Correnti hf con rotore bloccato in $\vartheta_{me} = 0$. Sensed



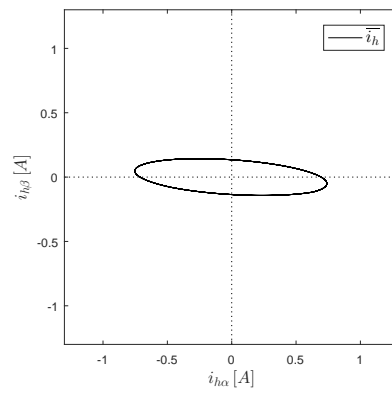
(a) Prova 3 A



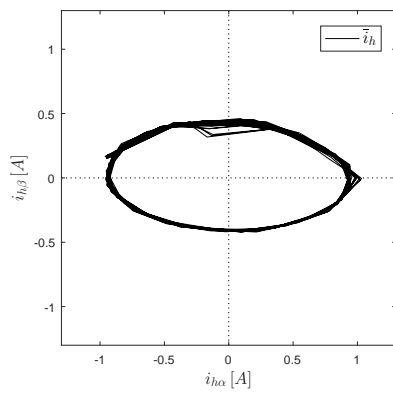
(b) Simulazione 3 A



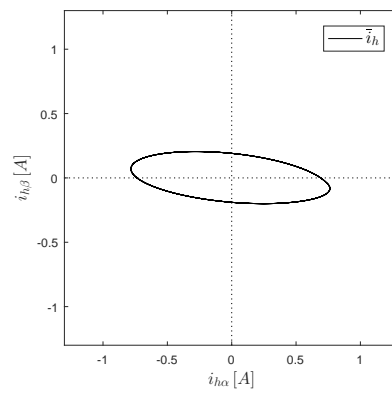
(c) Prova 4 A



(d) Simulazione 4 A



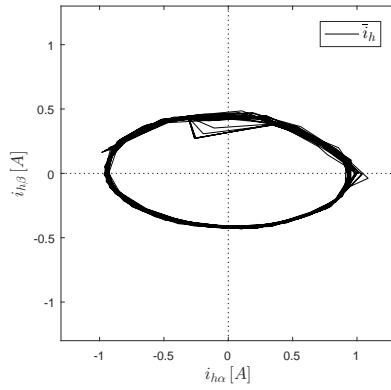
(e) Prova 5.1 A



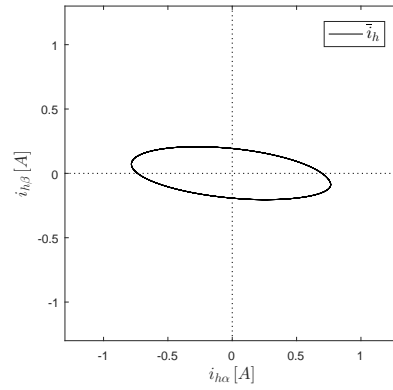
(f) Simulazione 5.1 A

Figura 8.6: Correnti hf con rotore bloccato in $\vartheta_{me} = 0$. Sensored

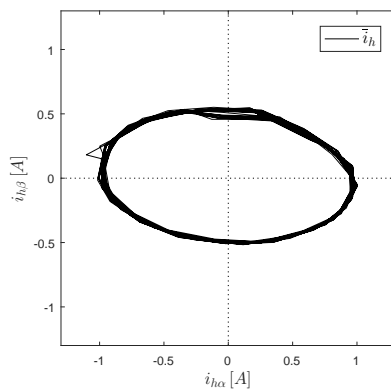
Prove con flusso rotante in $\alpha\beta$; sensed



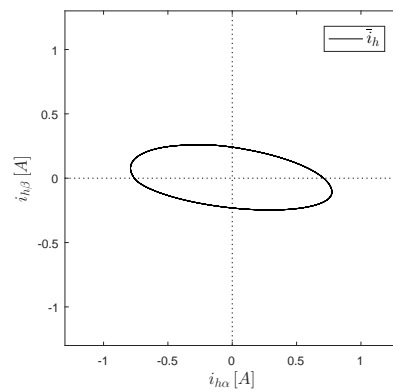
(a) Prova 5.2 A



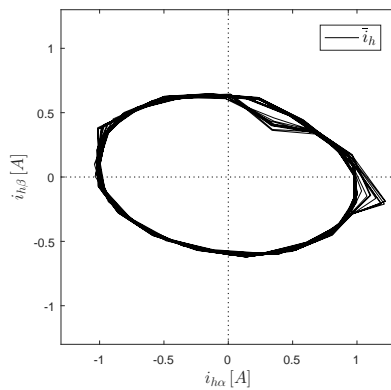
(b) Simulazione 5.2 A



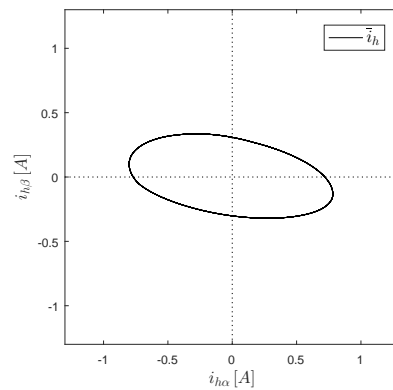
(c) Prova 6 A



(d) Simulazione 6 A

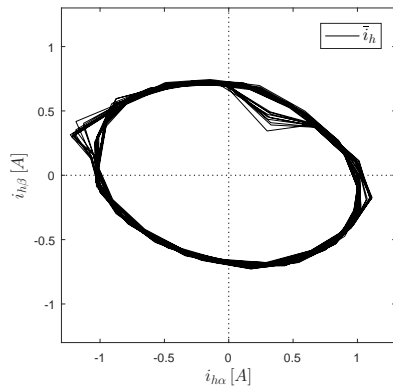


(e) Prova 7 A

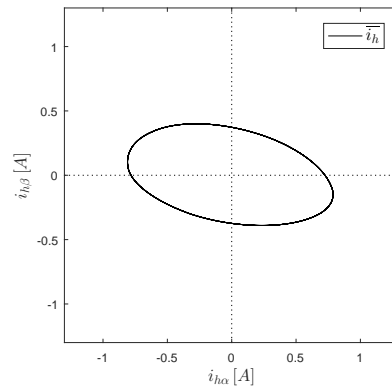


(f) Simulazione 7 A

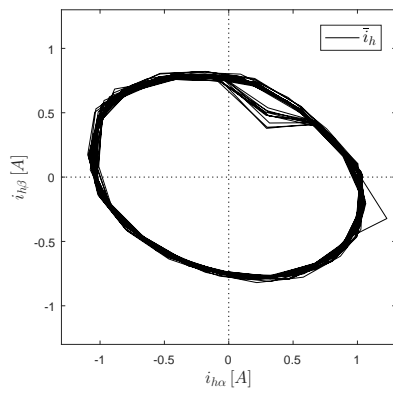
Figura 8.7: Correnti hf con rotore bloccato in $\vartheta_{me} = 0$. Sensed



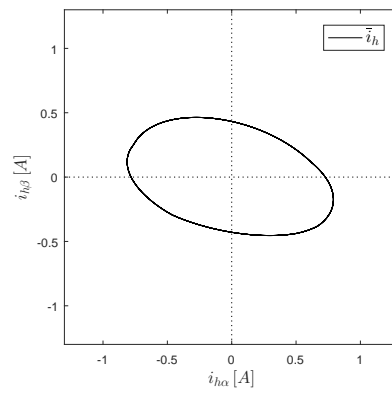
(a) Prova 8 A



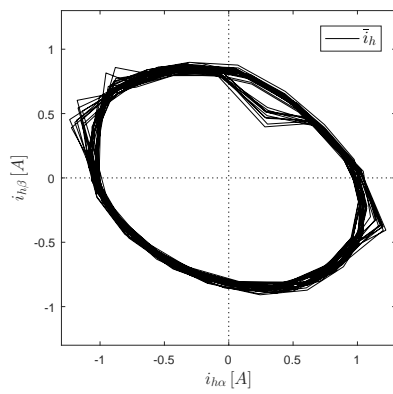
(b) Simulazione 8 A



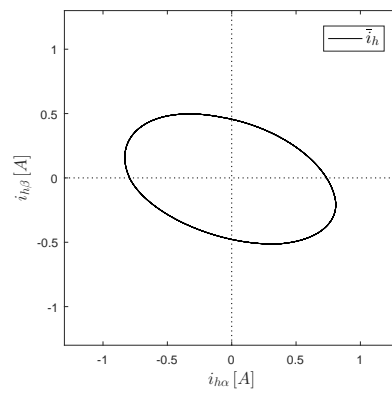
(c) Prova 9 A



(d) Simulazione 9 A



(e) Prova 10 A



(f) Simulazione 10 A

Figura 8.8: Correnti hf con rotore bloccato in $\vartheta_{me} = 0$. Sensored

8.3 Campionamento e fitting

In quest'ultimo paragrafo si applica il metodo di fitting dell'ellisse per stimare la posizione meccanico-elettrica a partire da dei punti ottenuti da prove sperimentali e simulazioni.

Si consideri l'ellisse (8.6c) che si ottiene in modalità sensed per $I^* = 4$ A. Vengono prelevati 16 punti con un periodo di campionamento di $100 \mu s$

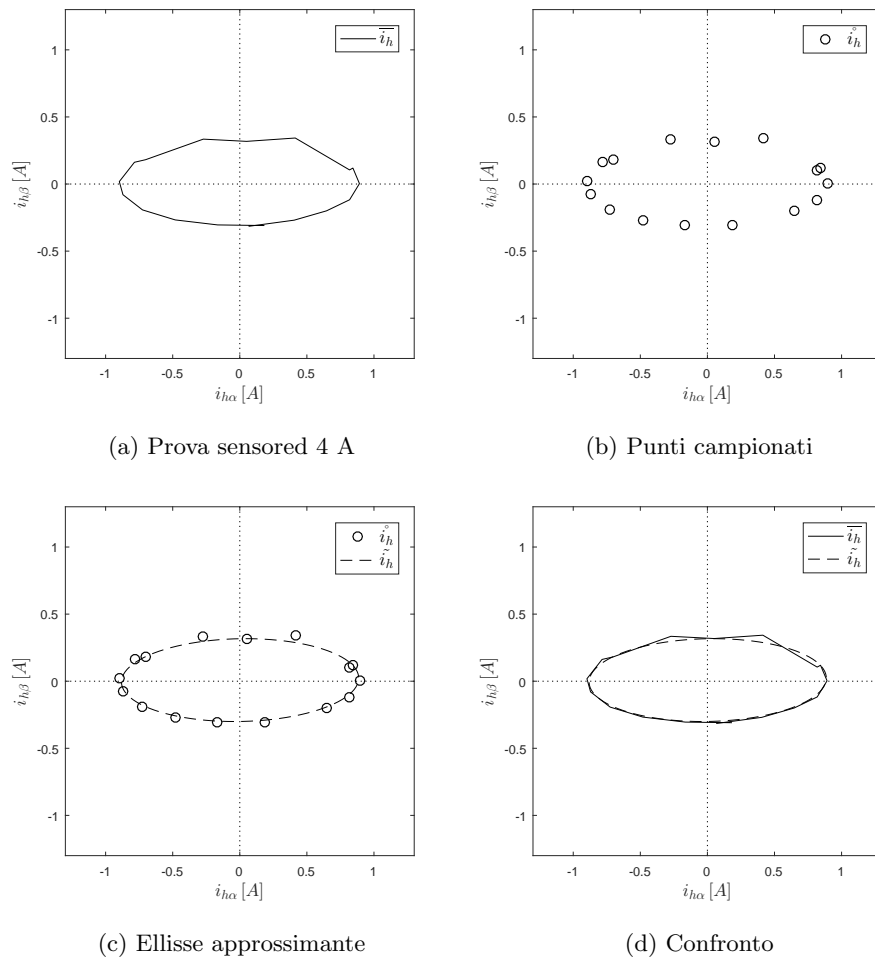


Figura 8.9: Correnti hf con rotore bloccato in $\vartheta_{me} = 0$

```
X0:0.0021
Y0:0.0076
long_axis:1.7317
short_axis:0.6488
theta_rad:0.0206
theta_deg:1.17
```

L'agoritmo di fitting trova l'ellisse hf che meglio approssima i punti sperimentali. L'ellisse risulta praticamente orizzontale ($\vartheta_{me} = 1.17^\circ$) a conferma che in questo punto di lavoro la saturazione del ferro non è particolarmente intensa.

Dalle simulazioni, sempre nel caso 4 A sensored, si ottiene un'ellisse con asse maggiore inclinato di -3.7° .

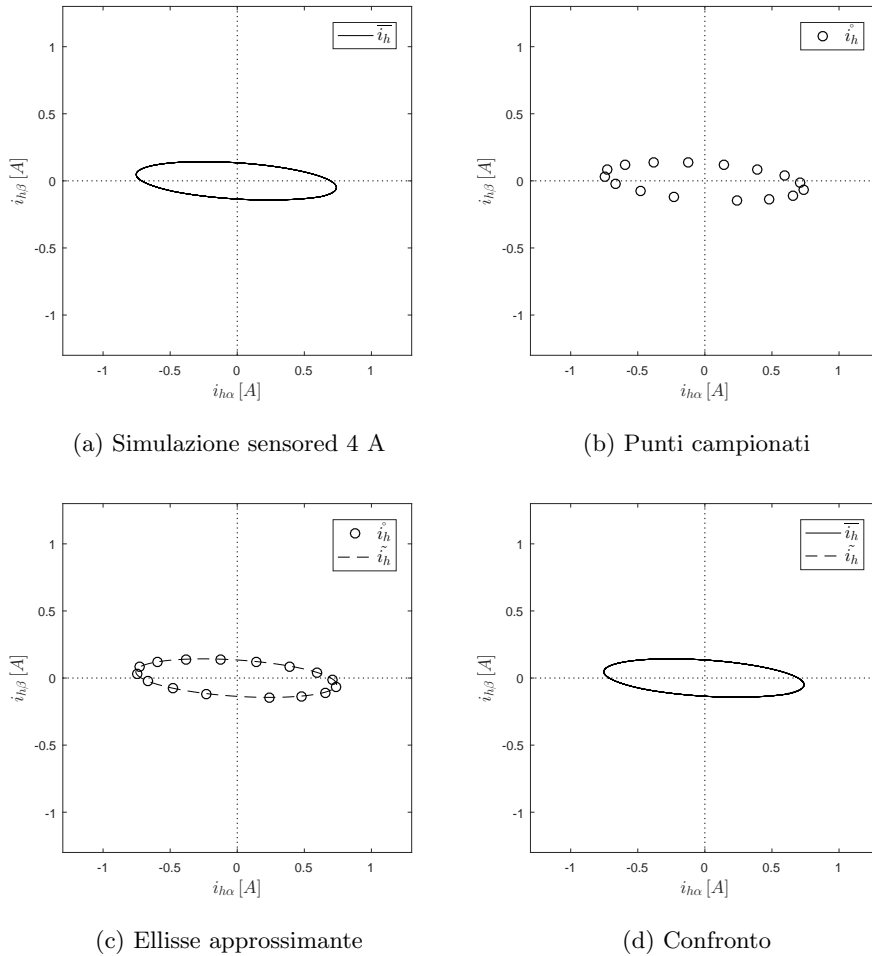


Figura 8.10: Correnti hf con rotore bloccato in $\vartheta_{mE} = 0$

```
X0:-0.0223
Y0:-0.0026
long_axis:1.2233
short_axis:0.2731
theta_rad:-0.0654
teta_deg=-3.7
```

Il metodo di fitting è valido anche per valori di corrente più alti: si prenda l'ellisse (8.8a) della prova a 8 A. Si ottengono i seguenti risultati:

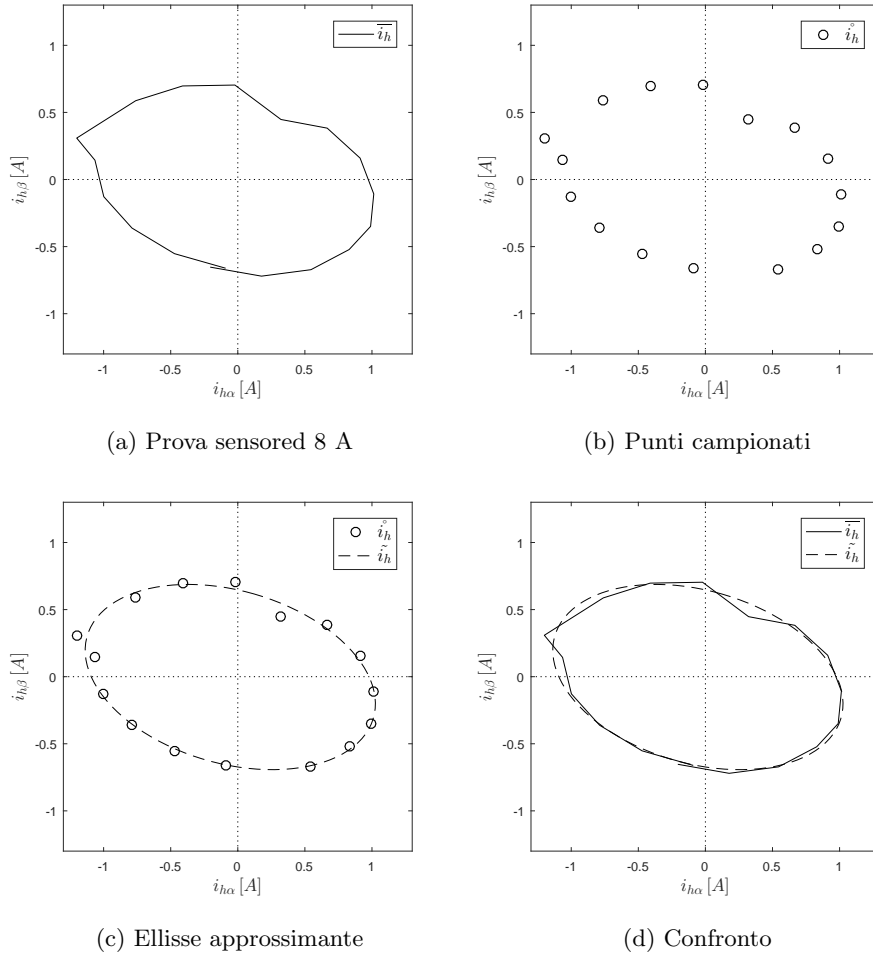


Figura 8.11: Correnti hf con rotore bloccato in $\vartheta_{me} = 0$

```
X0:-0.0540
Y0:-0.0116
long_axis:1.7902
short_axis:1.4435
theta_rad:-0.2796
theta_deg:-16.0
```

Dall'ellisse approssimante si ricava $\vartheta_{me}^{\sim} = -16^{\circ}$. Essendo il rotore bloccato in $\vartheta_{me} = 0$ è chiaro che tale stima di posizione è sbagliata. Si evince che -16° rappresenta l'errore ε che commetterebbe lo stimatore di posizione in modalità sensorless. Il valore di ε può essere memorizzato e utilizzato in seguito per ottenere la convergenza dello stimatore in questo punto di lavoro (8 A).

Per quanto riguarda le simulazioni, sempre nel caso 8 A sensorless, lo script fornisce un errore di stima pari a $\varepsilon = -11.6^\circ$.

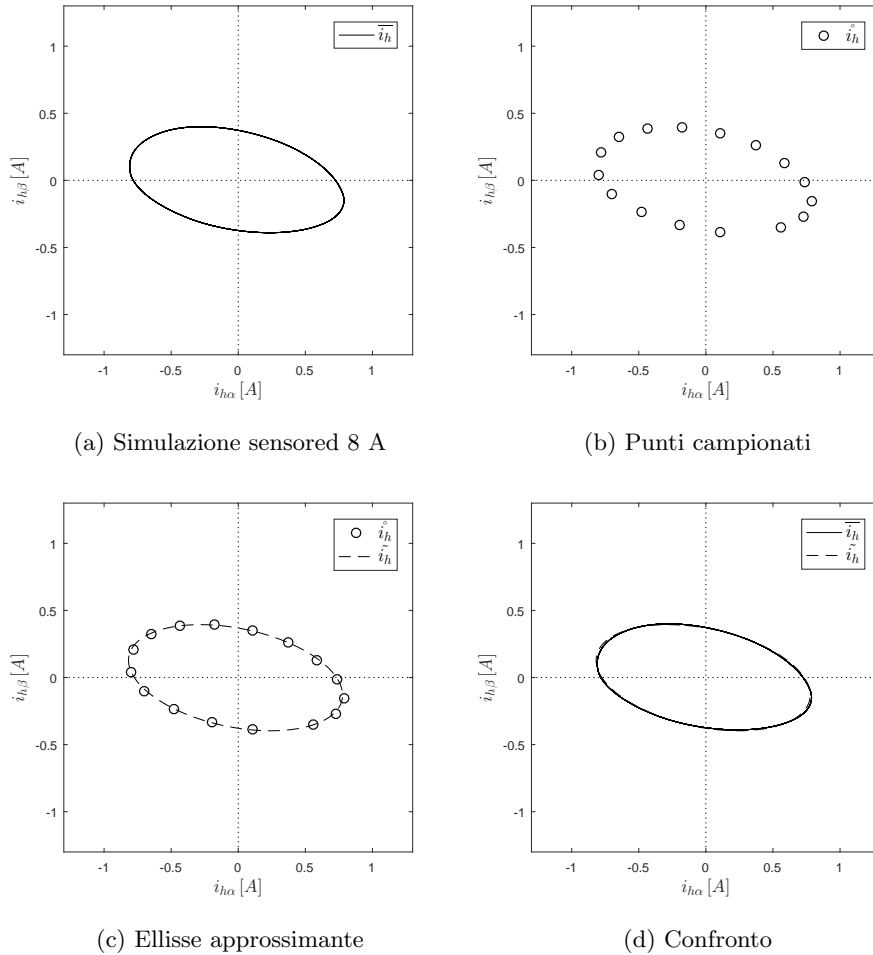


Figura 8.12: Correnti hf con rotore bloccato in $\vartheta_{mE} = 0$

```
X0:-0.0333
Y0:-0.0071
long_axis:1.2810
short_axis:0.7867
theta_rad:-0.2035
theta_deg:-11.6
```

I risultati mostrano che il metodo di campionamento e fitting permette di ottenere una stima della posizione anche per correnti maggiori del limite di funzionamento sensorless. Il riconoscimento dell'inclinazione dell'asse maggiore avviene anche per forme non perfettamente ellittiche.

Capitolo 9

Conclusioni

Questa tesi è nata inizialmente con l'intento di studiare la tecnica di stima con flusso rotante in $\alpha\beta$ e valutarne i vantaggi e gli svantaggi rispetto al metodo, già sviluppato, del flusso pulsante in $d^x q^x$.

Il confronto tra le due tecniche, a livello teorico e simulativo, ha subito messo in luce molte analogie e ciò ha spinto a studiare più dettagliatamente il funzionamento anche in condizioni di saturazione magnetica.

Si è inoltre creata una nuova tecnica di stima, il metodo con flusso rotante in $d^x q^x$, combinando le precedenti. Questo metodo, di cui si è verificato il corretto funzionamento nelle simulazioni, consente di ottenere una stima delle induttanze di lavoro in tempo reale a patto che la saturazione non sia troppo intensa e che vi sia convergenza dell'algoritmo.

I risultati delle simulazioni sul modello del motore a riluttanza saturato sono coerenti con la teoria e mostrano che per i tre metodi di stima vi è un limite di funzionamento (in termini di correnti e coppia) oltre il quale viene persa la convergenza dello stimatore.

Nella parte finale della tesi si è cercato di superare tale limite, proponendo un adeguato tuning e sviluppando una nuova tecnica di stima della posizione basata sul campionamento delle ellissi di corrente.

I risultati sperimentali sono decisamente positivi e incoraggianti e confermano la bontà del metodo di stima con flusso rotante in $\alpha\beta$, in grado di funzionare fino a valori di corrente di 6.4 A. Anche il metodo di stima basato sul fitting delle ellissi è molto promettente e merita degli approfondimenti futuri.

Bibliografia

- [1] L Alberti, N Bianchi, and S Bolognani. Comparison of different synchronous machines for sensorless drives. In *IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pages 8220–8226, nov 2013.
- [2] N Bianchi. *Calcolo delle macchine elettriche col metodo degli elementi finiti*. CLEUP, 2000.
- [3] N Bianchi, E Fornasiero, E Carraro, S Bolognani, and M Castiello. Electric vehicle traction based on a PM assisted synchronous reluctance motor. In *2014 IEEE International Electric Vehicle Conference (IEVC)*, pages 1–6, 2014.
- [4] S Bolognani. *Dispense delle lezioni del corso di Azionamenti Elettrici*, A.A. 2016/2017.
- [5] M Castiello. *Caratterizzazione di motori sincroni a magneti permanenti*, 2008.
- [6] S Kim and S K Sul. High performance position sensorless control using rotating voltage signal injection in IPMSM. In *Proceedings of the 2011 14th European Conference on Power Electronics and Applications*, pages 1–10, 2011.
- [7] Y C Kwon, J Lee, and S K Sul. Full torque-range low-speed sensorless drive for heavily saturated IPMSMs by manipulation of convergence point. In *2017 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pages 865–872, 2017.
- [8] V Manzolini, M Morandin, and S Bolognani. The crowded axis of the frequency: Optimal pole/zero allocation for a full speed sensorless synchronous motor drives. In *2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pages 1–8, 2016.
- [9] D Mingardi, M Morandin, S Bolognani, and N Bianchi. On the Proprieties of the Differential Cross-Saturation Inductance in Synchronous Machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 53(2):991–1000, 2017.

Bibliografia

- [10] Limei Wang and Robert D. Lorenz. Rotor position estimation for permanent magnet synchronous motor using saliency-tracking self-sensing method. *IEEE Conference Record of Industry Applications Conference*, pages 445–450, 2000.

MATRICI DELLE INDUTTANZE (\underline{L})

$$(\bar{\lambda}_h) = (\underline{L})(\bar{i}_h)$$

Le matrici delle induttanze legano correnti e flussi hf nello stesso sistema di riferimento.

	$L_{dq} = 0$	$L_{dq} \neq 0$
dq	$\begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} L_d & L_{dq} \\ L_{dq} & L_q \end{pmatrix}$
$d^r q^x$	$\begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta & L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta \\ L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta & L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta + L_{dq} \sin 2\Delta\vartheta & L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta \\ L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta + L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta & L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta - L_{dq} \sin 2\Delta\vartheta \end{pmatrix}$
$\alpha\beta$	$\begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} & -L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} \\ -L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} & L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} - L_{dq} \sin 2\vartheta_{me} & -L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} + L_{dq} \cos 2\vartheta_{me} \\ -L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} + L_{dq} \cos 2\vartheta_{me} & L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} + L_{dq} \sin 2\vartheta_{me} \end{pmatrix}$

dove $L_\Sigma = \frac{L_q + L_d}{2}$ $L_\Delta = \frac{L_q - L_d}{2}$ $\Delta\vartheta = \vartheta_{me} - \vartheta_{me}$

MATRICI DELLE INERTANZE $(\underline{L})^{-1}$ $(\tilde{\lambda}_h)$ $= (\underline{L})^{-1}(\tilde{\lambda}_h)$

Le matrici delle inertanze legano correnti e flussi h_f nello stesso sistema di riferimento.

	$L_{dq} = 0$	$L_{dq} \neq 0$
dq	$\frac{1}{L_d L_q} \begin{pmatrix} L_q & 0 \\ 0 & L_d \end{pmatrix}$	$\frac{1}{L_d L_q} \begin{pmatrix} L_q & -L_{dq} \\ -L_{dq} & L_d \end{pmatrix}$
$d^x q^x$	$\frac{1}{L_d L_q} \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta & -L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta \\ -L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta & L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta \end{pmatrix}$	$\frac{1}{L_d L_q - L_{dq}^2} \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta - L_{dq} \sin 2\Delta\vartheta & -L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta - L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta \\ -L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta - L_{dq} \cos 2\Delta\vartheta & L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta + L_{dq} \sin 2\Delta\vartheta \end{pmatrix}$
$\alpha\beta$	$\frac{1}{L_d L_q} \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} & L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} \\ L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} & L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{L_d L_q - L_{dq}^2} \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} + L_{dq} \sin 2\vartheta_{me} & L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} - L_{dq} \cos 2\vartheta_{me} \\ L_\Delta \sin 2\vartheta_{me} - L_{dq} \cos 2\vartheta_{me} & L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\vartheta_{me} - L_{dq} \sin 2\vartheta_{me} \end{pmatrix}$

dove $L_\Sigma = \frac{L_q + L_d}{2}$ $L_\Delta = \frac{L_q - L_d}{2}$ $\Delta\vartheta = \vartheta_{me} - \vartheta_{me}$