Dipartimento
di Tecnica e Gestione
dei Sistemi Industriali

Università
degli Studi
di Padova

Progetto di un servoposizionatore elettrico

Tesi di Laurea Triennale - Progetto 2, Gruppo 1

Relatori: Prof. Roberto Oboe, Prof. Riccardo Antonello

Lorenzo Villanova
Matr. n° 1217248

Giuseppe Salvatore Baisi
Matr. n° 1226953

Davide Zuin
Matr. n° 1220779

Mirko Fassina
Matr n° 1140587

Novembre 2022

INTRODUZIONE

- Il progetto proposto ha l'obiettivo di sviluppare un sistema di controllo di posizione di un motore elettrico in corrente continua.
- Un controllo con questa specifica è richiesto in numerose applicazioni industriali, che richiedono il posizionamento accurato del carico collegato al motore.
- Per sviluppare un comando che agisce sull'attuatore controllando una coordinata angolare è necessaria la conoscenza di alcuni parametri fondamentali che determinano il comportamento del sistema.
- L'accuratezza e la precisione del controllo sopra citato richiede, oltre ai tradizionali schemi in "feed-back", anche azioni dirette, o "feed-forward".

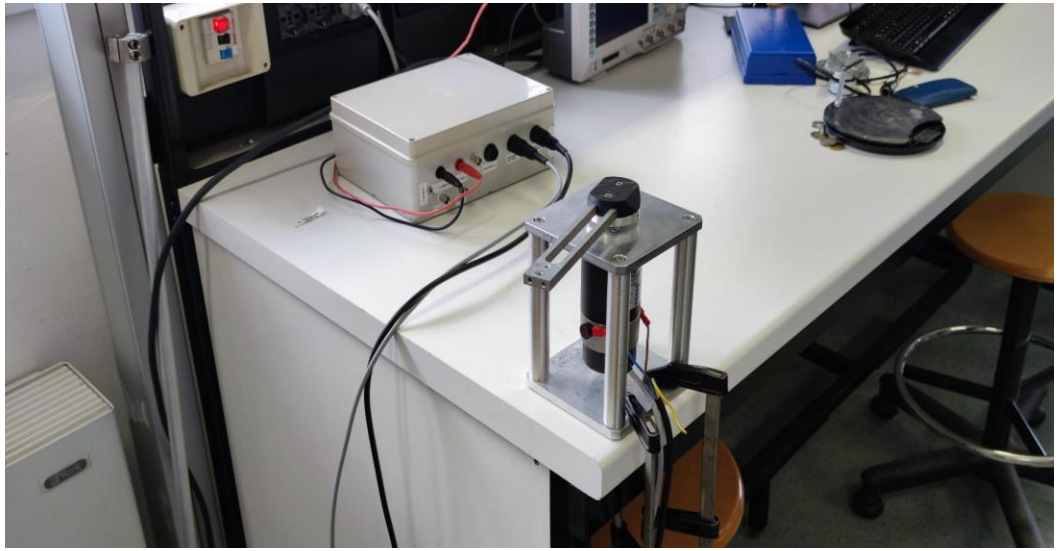
INTRODUZIONE

Fasi di sviluppo del progetto:

- Calcolo della funzione di trasferimento del motore, rapportata alla posizione;
- Individuazione dello schema a blocchi dell’attuatore con relativi sistemi di controllo in retroazione e in catena diretta;
- Analisi dei dati inziali forniti e calcolo dei parametri mancanti tramite prove dirette sul motore;
- Progetto del controllo in feed-back mediante PID e AWU;
- Progetto del controllo in feed-forward;
- Applicazione di un tipico comando in ambito industriale (accelerazione iniziale, velocità costante, decelerazione);
- Valutazione dell’efficacia dei sistemi di controllo progettati analizzando l’errore di inseguimento;
- Stima di pesi aggiuntivi sul carico tramite misure di coppia.

SETUP INIZIALE

Motore in c.c. con carico eccentrico e driver di pilotaggio

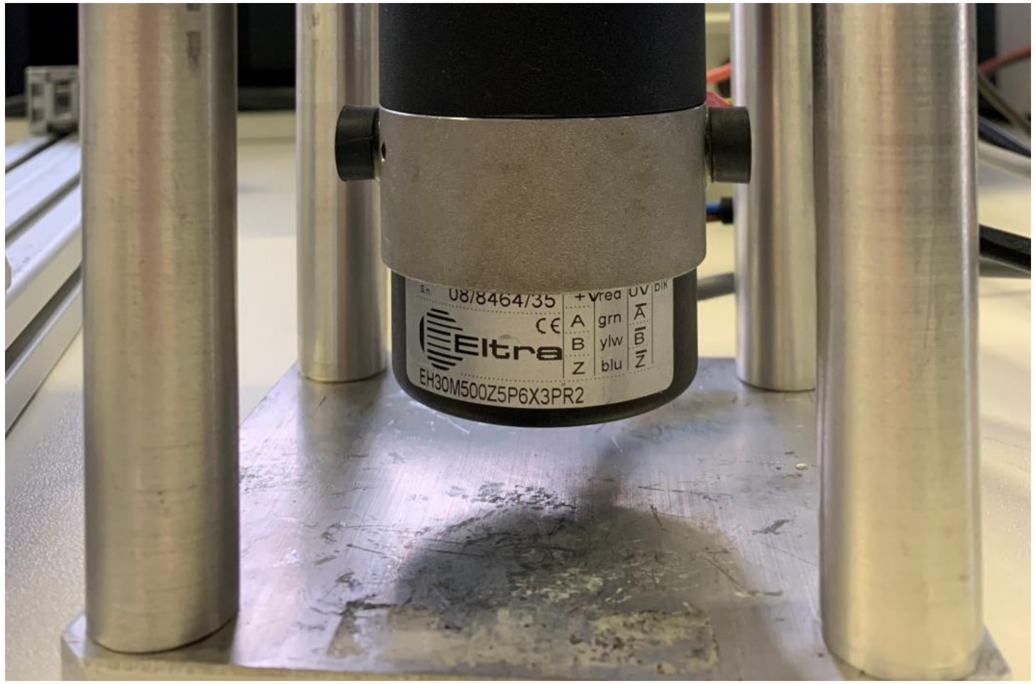


Dati iniziali forniti

Costante di coppia	$0{,}071\ \mathrm{Nm/A}$
Inerzia rotorica	$0{,}000027\ \mathrm{Kgm}^2$
Resistenza avvolgimenti	$3{,}85\ \Omega$
Coppia di attrito statico	$0{,}02\ \mathrm{Nm}$
Tensione nominale	$60\ \mathrm{V}$
Corrente nominale	$3\ \mathrm{A}$
Coeff. di attrito viscoso	$3 \times 10^{-4}\ \mathrm{Nm/s}$

SETUP INIZIALE

Encoder incrementale



Specifiche encoder

- 500 impulsi/giro;
- Conteggio moltiplicato per 4;
- Presente la tacca dello zero (non utilizzata);
- La conversione da impulsi a gradi è implementabile tramite una semplice formula;

SETUP INIZIALE

Alimentatore e driver:

- Massima tensione e corrente con l'alimentatore a disposizione di, rispettivamente, 30 V e 6 A;
- Costante di conversione dell'amplificatore di corrente comandato in tensione pari a 2 A/V ($k_{I/V}$);

Necessaria limitazione alle specifiche di alimentazione per la compatibilità con i dati di targa presenti sul motore.

SETUP INIZIALE

- Computer con scheda di acquisizione dati PCIe-6321 della National Instruments™;
- MATLAB®;
- Simulink® e Simulink Real-Time™;

SCHEMA DI CONTROLLO DEL MOTORE

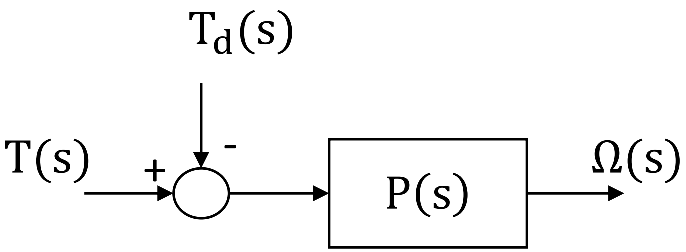
Individuazione della funzione di trasferimento dell'attuatore:

$$J\frac{d\omega}{dt} + B\omega = \tau - \tau_d.$$

Dove:

- J è il momento d'inerzia all'albero motore;
- B è il coefficiente di attrito viscoso;
- τ_d rappresenta la coppia di disturbo.

SCHEMA DI CONTROLLO DEL MOTORE



La funzione di trasferimento risulta essere:

$$P(s) = \frac{1}{B+sJ} = \frac{\Omega(s)}{T(s)} \,.$$

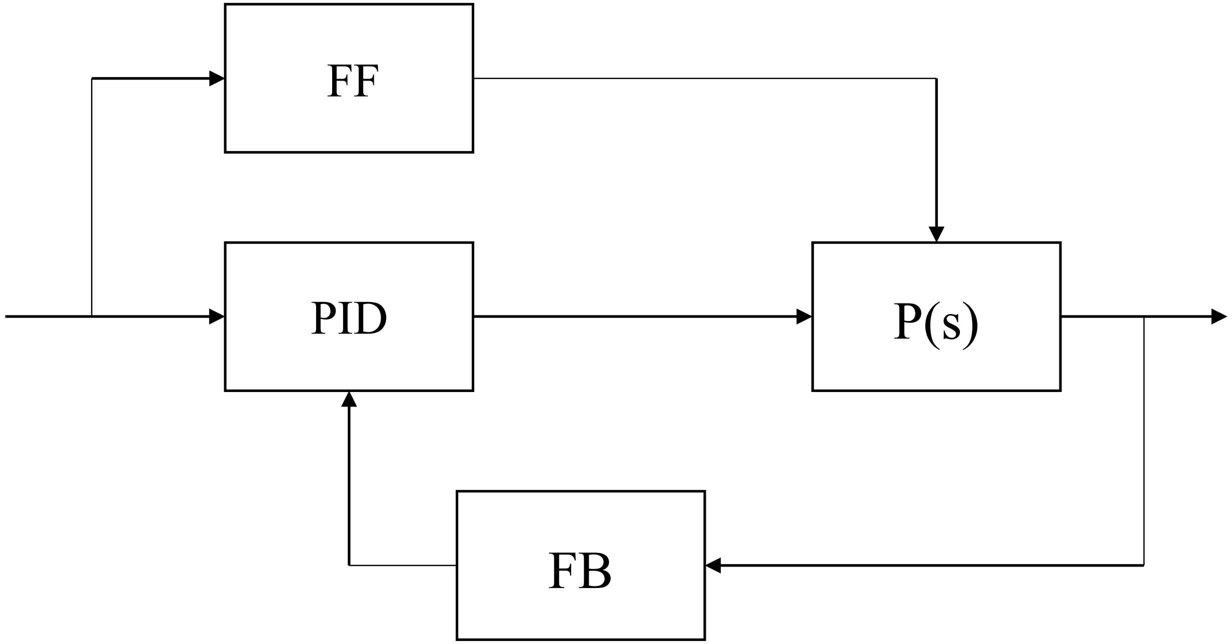
Per rapportare la coppia alla posizione si applica l'integrazione $\frac{1}{s}$.

Ricordando la formula della coppia per i motori in corrente continua e tenendo conto della costante di conversione del driver, il processo da controllare è del tipo:

$$P(s) = k_\tau k_{I/V} \frac{1}{s} \frac{1}{B+sJ} = \frac{k_\tau k_{I/V}}{Bs+ s^2 J} = \frac{\theta(s)}{T(s)} \,.$$

SCHEMA DI CONTROLLO DEL MOTORE

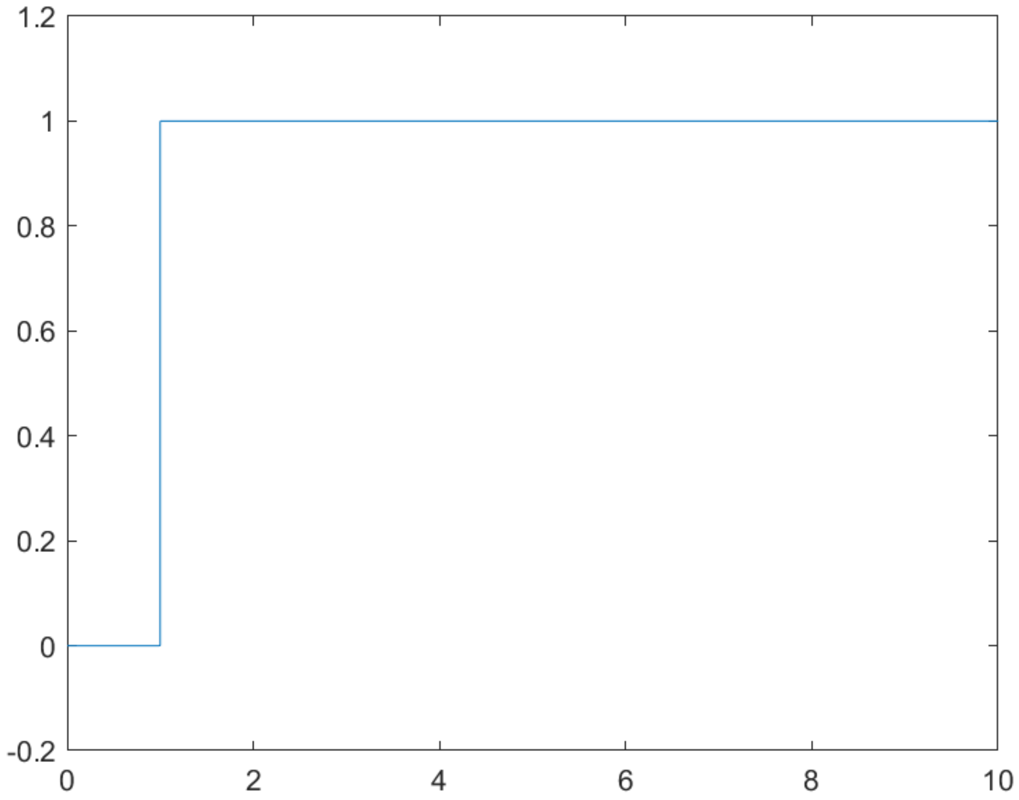
Schema di controllo del processo



- Controllore PID;
- Azione in feed-back;
- Controllo in feed-forward.

RACCOLTA DATI INIZIALI

Per ricavare B e J è necessario imprimere al motore una velocità costante per un certo periodo di tempo e ricavare la corrispondente coppia erogata.



Per avere una velocità costante si può imprimere all’attuatore un comando di tensione a gradino, come quello mostrato in figura, a titolo di esempio.

RACCOLTA DATI INIZIALI

Di seguito vengono riportate le tensioni applicate e le corrispondenti correnti erogate dal driver.

Il gradino è stato applicato per un tempo di 10 secondi.

Tensione [V]	Corrente [A]
0,15	0,30
0,18	0,36
0,20	0,40
0,23	0,46
0,25	0,50
0,28	0,56

RACCOLTA DATI INIZIALI

Sono state applicate anche tensioni negative per invertire il senso di rotazione dell’albero motore.

Tensione [V]	Corrente [A]
-0,18	-0,36
-0,20	-0,40
-0,22	-0,44
-0,24	-0,48
-0,26	-0,52
-0,28	-0,56

RACCOLTA DATI INIZIALI

Considerazioni sui dati raccolti:

- La corrente erogata è proporzionale alla costante del driver;
- La coppia erogata è data dalla formula: $\tau = k_\tau i;$
- La costante dell’amplificatore di corrente è intrinsecamente contenuta in i;
- Si può quindi calcolare la coppia e misurare la velocità per ogni corrente in ingresso al motore.

RACCOLTA DATI INIZIALI

Calcolo delle coppie e misura delle corrispondenti velocità:

Tensione [V]	Corrente [A]	Coppia [Nm]	Velocità [rad/s]
0,15	0,30	0,02130	13,540
0,18	0,36	0,02556	29,975
0,20	0,40	0,02840	35,125
0,23	0,46	0,03266	46,865
0,25	0,50	0,03550	54,240
0,28	0,56	0,03976	64,840

RACCOLTA DATI INIZIALI

Per le correnti negative:

Tensione [V]	Corrente [A]	Coppia [Nm]	Velocità [rad/s]
-0,18	-0,36	-0,02666	-17,460
-0,20	-0,40	-0,02840	-25,855
-0,22	-0,44	-0,03124	-33,945
-0,24	-0,48	-0,03408	-42,240
-0,26	-0,52	-0,03692	-49,645
-0,28	-0,56	-0,03976	-56,850

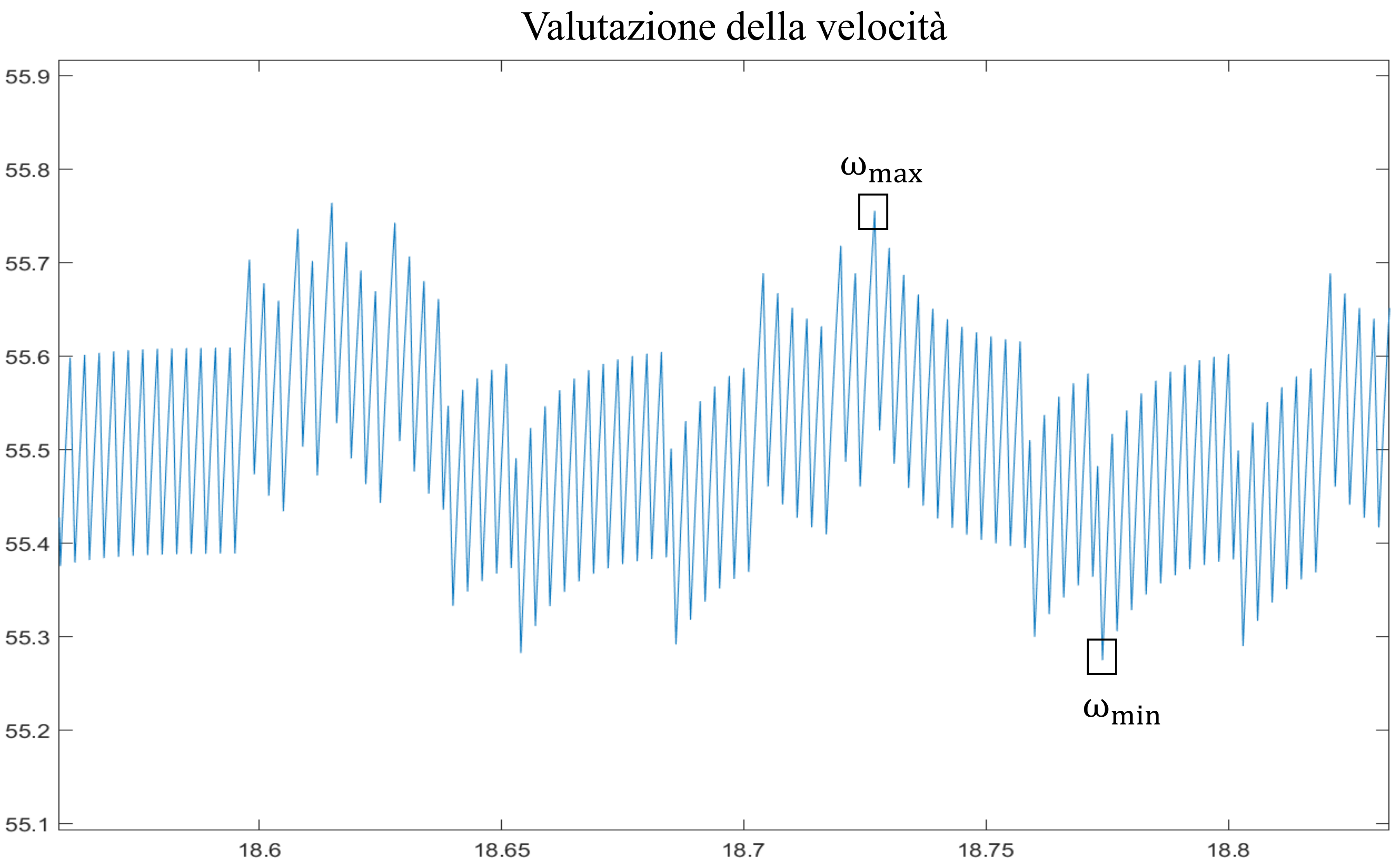
RACCOLTA DATI INIZIALI

Approfondimento sul calcolo della velocità:

- Il motore in corrente continua è un sistema del primo ordine. Quindi, la risposta al gradino presenta un transitorio iniziale ed una successiva stabilizzazione dell'uscita.
- Nel funzionamento a regime è inevitabilmente presente un ripple di velocità.
- Per avere un certo livello di accuratezza, la velocità è stata calcolata tramite la media aritmetica fra i picchi di massimo e di minimo di tale ondulazione:

$$\omega = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} .$$

RACCOLTA DATI INIZIALI



LINEARIZZAZIONE DEI DATI

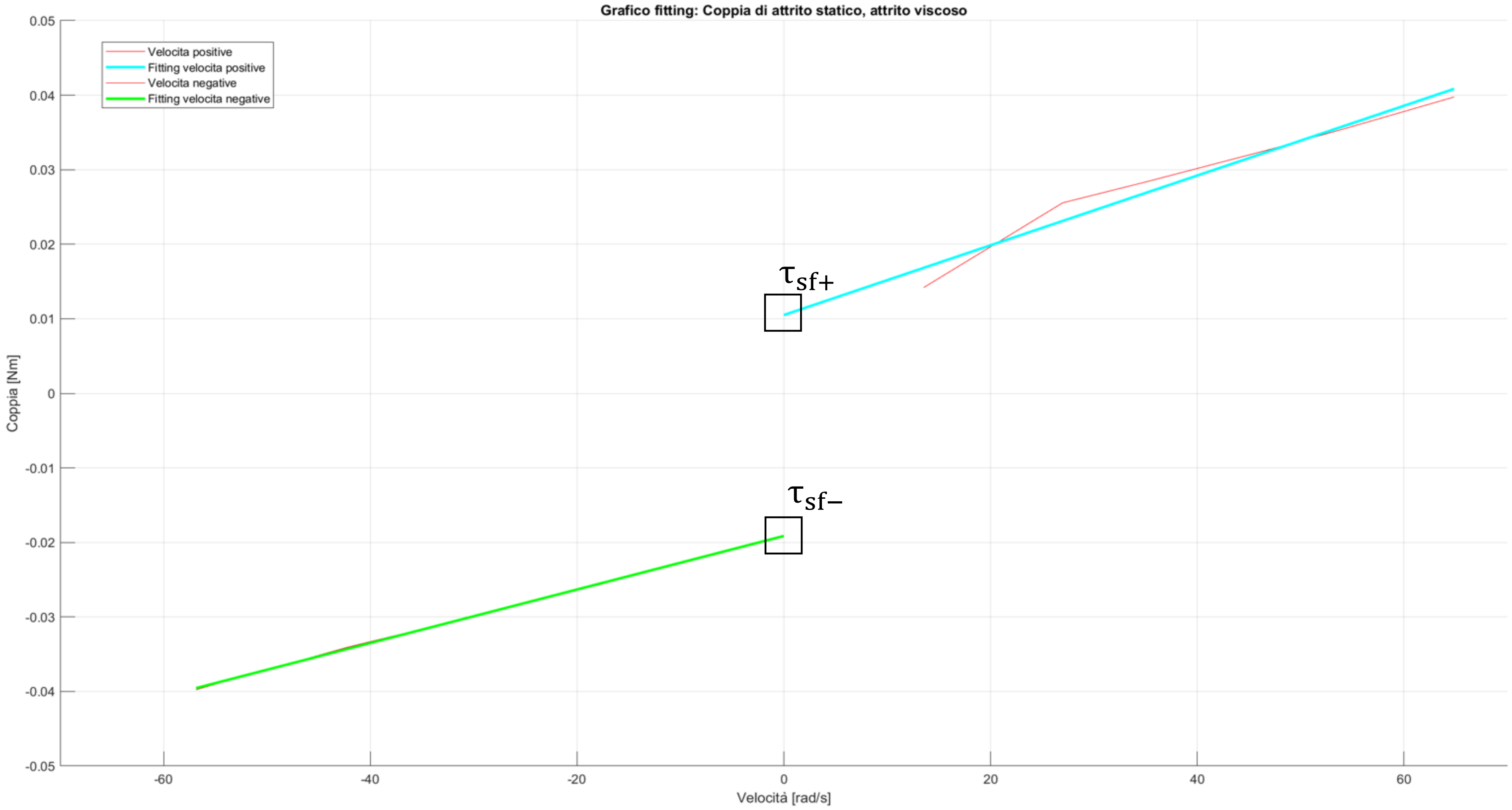
Linearizzando la coppia rispetto alla velocità si ottiene l'equazione della retta nel piano: $y = mx + q$:

- Il coefficiente angolare rappresenta l'attrito viscoso B;
- Il termine noto invece indica la coppia di attrito statico τ_{sf}.

$\Downarrow$

Utilizzo della funzione 'polyfit()' di MATLAB®.

LINEARIZZAZIONE DEI DATI



LINEARIZZAZIONE DEI DATI

Risultati della funzione ‘polyfit()’ per velocità positive e negative:

- $\tau = 4{,}6803 \cdot 10^{-4}\omega + 0{,}0105.$
- $\tau = 3{,}5902 \cdot 10^{-4}\omega - 0{,}0191.$

$$\Downarrow$$

Effettuando una media aritmetica dei due valori di B e τ_{sf} si ottengono i dati cercati:

$$\tau = 4{,}1352 \cdot 10^{-4}\omega + 0{,}0148 \text{ per } \omega > 0;$$
$$\tau = 4{,}1352 \cdot 10^{-4}\omega - 0{,}0148 \text{ per } \omega < 0.$$

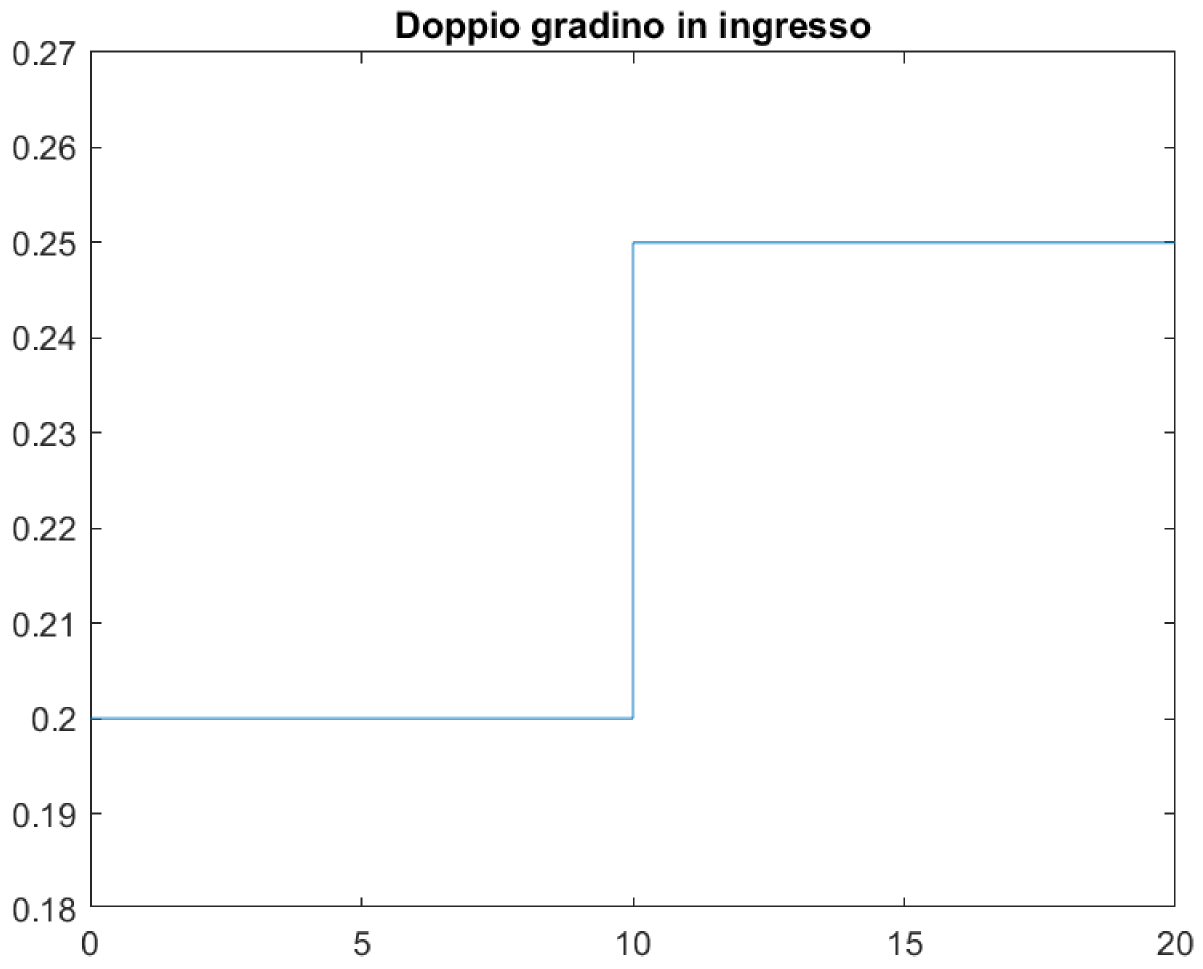
COSTANTE DI TEMPO MECCANICA

Metodo di calcolo:

- La costante di tempo meccanica è il valore dell'intervallo temporale entro il quale l'uscita del motore raggiunge il 63,2% del valore finale.
- Come ingresso all'attuatore è stato applicato un gradino di tensione per un tempo di 20 secondi con i seguenti valori:

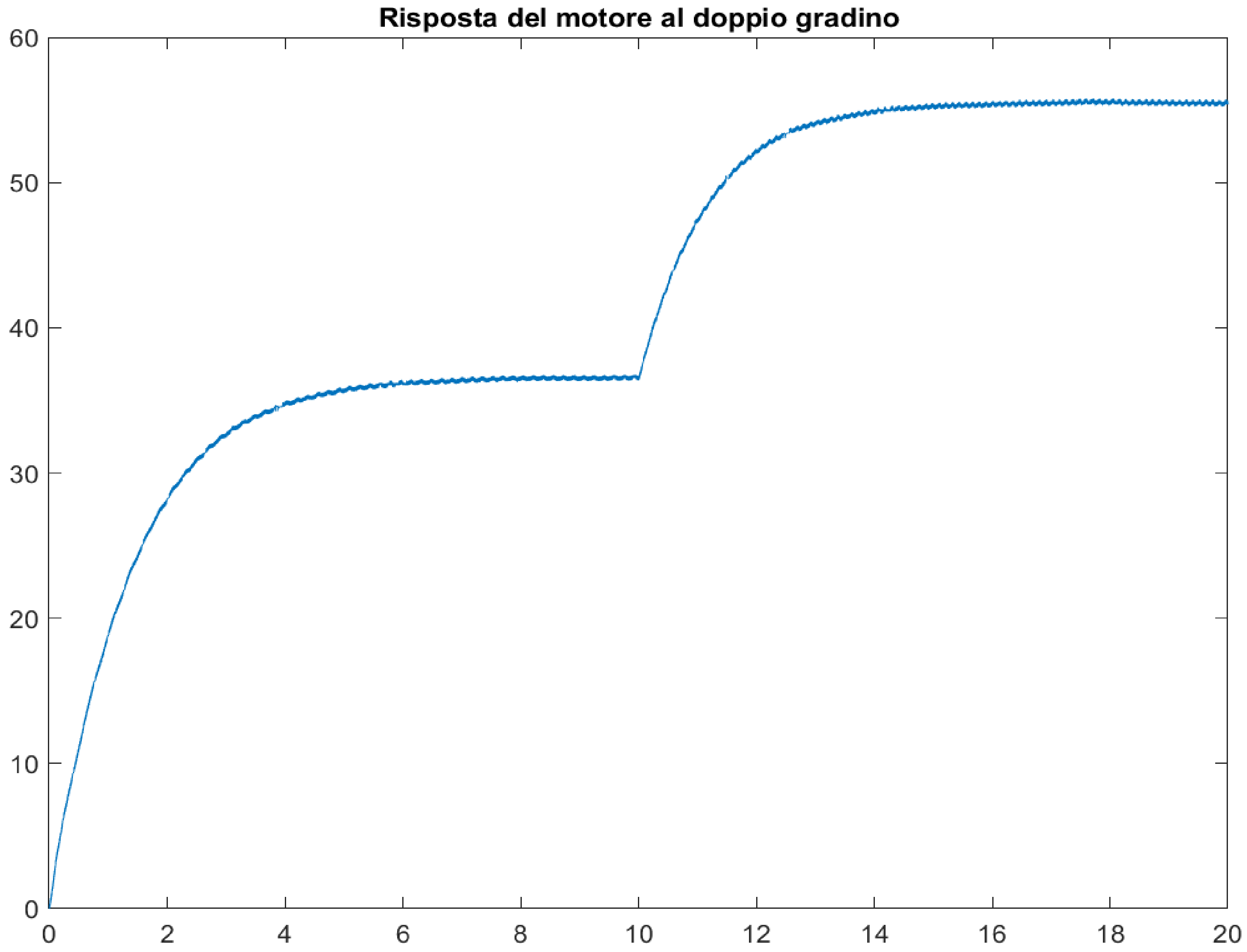
$$u(t) = \begin{cases} 0{,}2\ \mathrm{V}\ \text{per}\ 0 \le t < 10 \\ 0{,}25\ \mathrm{V}\ \text{per}\ 10 \le t \le 20 \end{cases}.$$

COSTANTE DI TEMPO MECCANICA



Intervallo di tempo [s]	Velocità del motore a regime [rad/s]
0-10	$\omega_1 = 34{,}090$
10-20	$\omega_2 = 53{,}125$

COSTANTE DI TEMPO MECCANICA



COSTANTE DI TEMPO MECCANICA

A regime, la velocità del motore è di 53,125 rad/s ;

Il 63,2% del valore $\omega_2 - \omega_1$ è pari a 11,992 rad/s. Tale valore è da sommare però a quello di ω_1 .

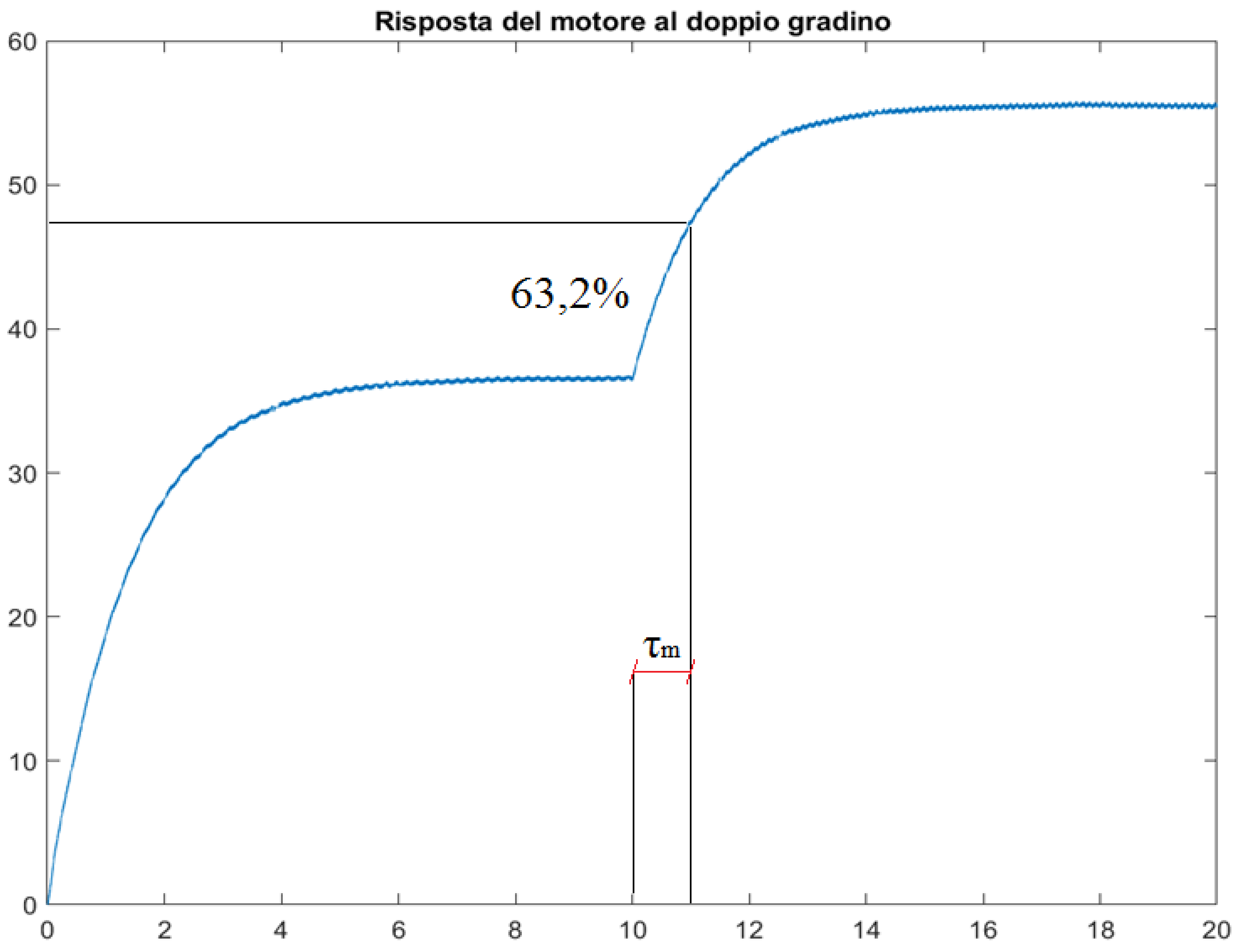
$$\Downarrow$$

La velocità da considerare è quindi 46,082 rad/s, raggiunta in un tempo di 11,1952s.

Il valore della costante di tempo meccanica del motore, pertanto, risulta:

$$\tau_m = 11{,}1952 - 10 = 1{,}1952\ s\,.$$

COSTANTE DI TEMPO MECCANICA



MOMENTO D'INERZIA ALL'ALBERO MOTORE

Ricordando l'espressione della funzione di trasferimento rapportata alla velocità:

$$P(s) = \frac{1}{B+sJ} = \frac{\Omega(s)}{T(s)}$$

Si può riscrivere in forma di Bode evidenziando il guadagno :

$$P(s) = \frac{1}{B}\,\frac{1}{\frac{J}{B}s+1}\quad .$$

Il rapporto $\frac{J}{B}$ rappresenta proprio la costante di tempo meccanica del motore τ_m.

Risulta immediato ricavare il momento d'inerzia: $J = \tau_m B = 4{,}9424 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{Kgm}^2$.

Sono stati perciò ricavati sperimentalmente tutti i dati mancanti.

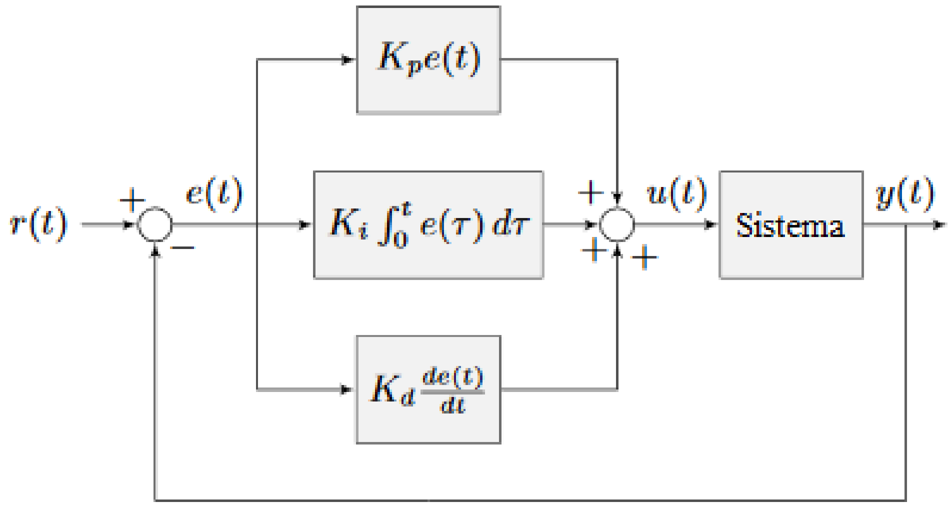
PID

Il controllore proporzionale-integrativo-derivativo (in breve, controllore PID), è un sistema in retroazione negativa ampiamente impiegato nei sistemi di controllo automatico.

Come tutti i controllori in retroazione, agisce in base all'errore tra il riferimento in ingresso e il segnale effettivo in uscita, cercando di annullarlo.

Fornisce quindi un segnale u(t) in ingresso al sistema che è la somma dei 3 contributi:

$$u(t) = K_p\, e(t) + K_i \int_{t_0}^{t} e(\tau)d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}$$



PID

Il PID implementato è del tipo ‘parallelo’; esprimendolo nel dominio di Laplace, la sua funzione di trasferimento vale:

$$C(s) = \frac{E(s)}{U(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d\, s = K_p\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) \qquad \left(\text{dove: } T_I = \frac{K_P}{K_I};\ T_D = \frac{K_D}{K_P}\right)$$

E’ però necessario sostituire la derivata ideale con una di tipo reale (diversamente, il sistema sarebbe improprio e di conseguenza non fisicamente realizzabile); per fare questo, modifichiamo il termine ‘$T_D s$’:

$$C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s}\right) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + T_L s}\right)$$

Per far si che il polo $-\frac{T_D}{N}$ non interferisca sulla risposta del controllore, si sceglie un N compreso tra 5 e 20; nel nostro caso, abbiamo scelto N = 10.

PID

Inoltre, il PID è stato progettato tramite metodo analitico, secondo le seguenti specifiche:

- Pulsazione di attraversamento: $\omega_{gc} = 100\ [rad/s]$;
- Margine di fase: $M_{\varphi} = 60° \cdot \frac{\pi}{180°} = \frac{\pi}{3}\ [rad]$.

La funzione di trasferimento da controllare vale:

$$P(s) = \frac{k_{I/V} \cdot k_{\tau}}{Js^2 + Bs} = \frac{1{,}42 \cdot 10^{-2}}{(4{,}9424 \cdot 10^{-4})s^2 + (4{,}1352 \cdot 10^{-4})s}$$

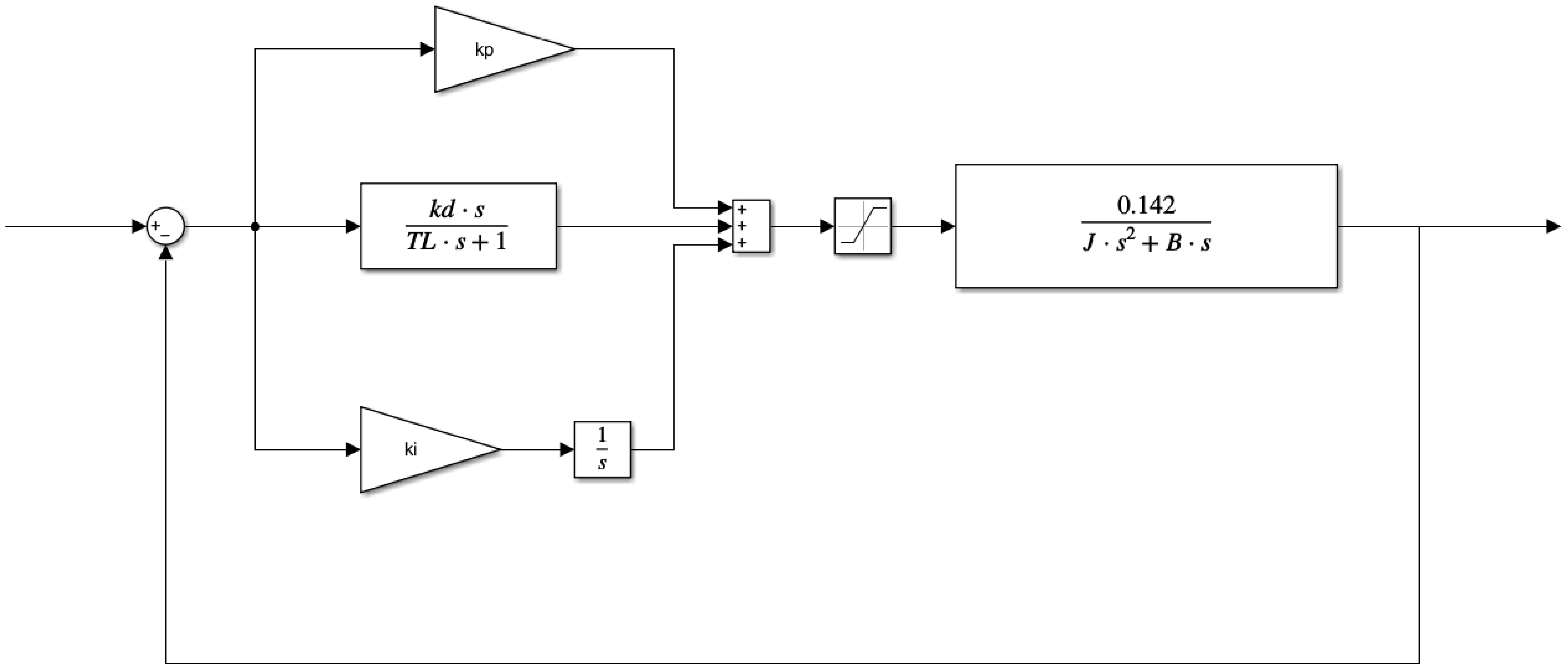
PID

Si procede a calcolare i coefficienti del PID, tenuto conto che la funzione ‘bode()’ di MATLAB® fornisce in uscita modulo G_p e fase φ_p, una volta inseriti funzione di trasferimento P(s) e pulsazione di attraversamento ω_{gc}:

- $G = \frac{1}{G_p}$; $\quad \varphi = M_\varphi - \pi - \varphi_p \frac{\pi}{180°}$
- $K_p = G \cdot \cos(\varphi) = 17{,}655$
- $T_d = \left[\tan(\varphi) + \sqrt{\tan^2(\varphi) + \frac{4}{\alpha}}\right] \cdot \frac{1}{2 \cdot \omega_{gc}}$ $\quad$ ($\alpha = 8$, ricavato sperimentalmente)
- $T_i = \alpha \cdot T_d$
- $K_d = T_d \cdot K_p = 0{,}3124$
- $K_i = \frac{K_p}{T_i} = 124{,}7038$
- $T_L = \frac{T_d}{N} = 0{,}0018$ $\quad$ ($N = 10$, ricavato sperimentalmente)

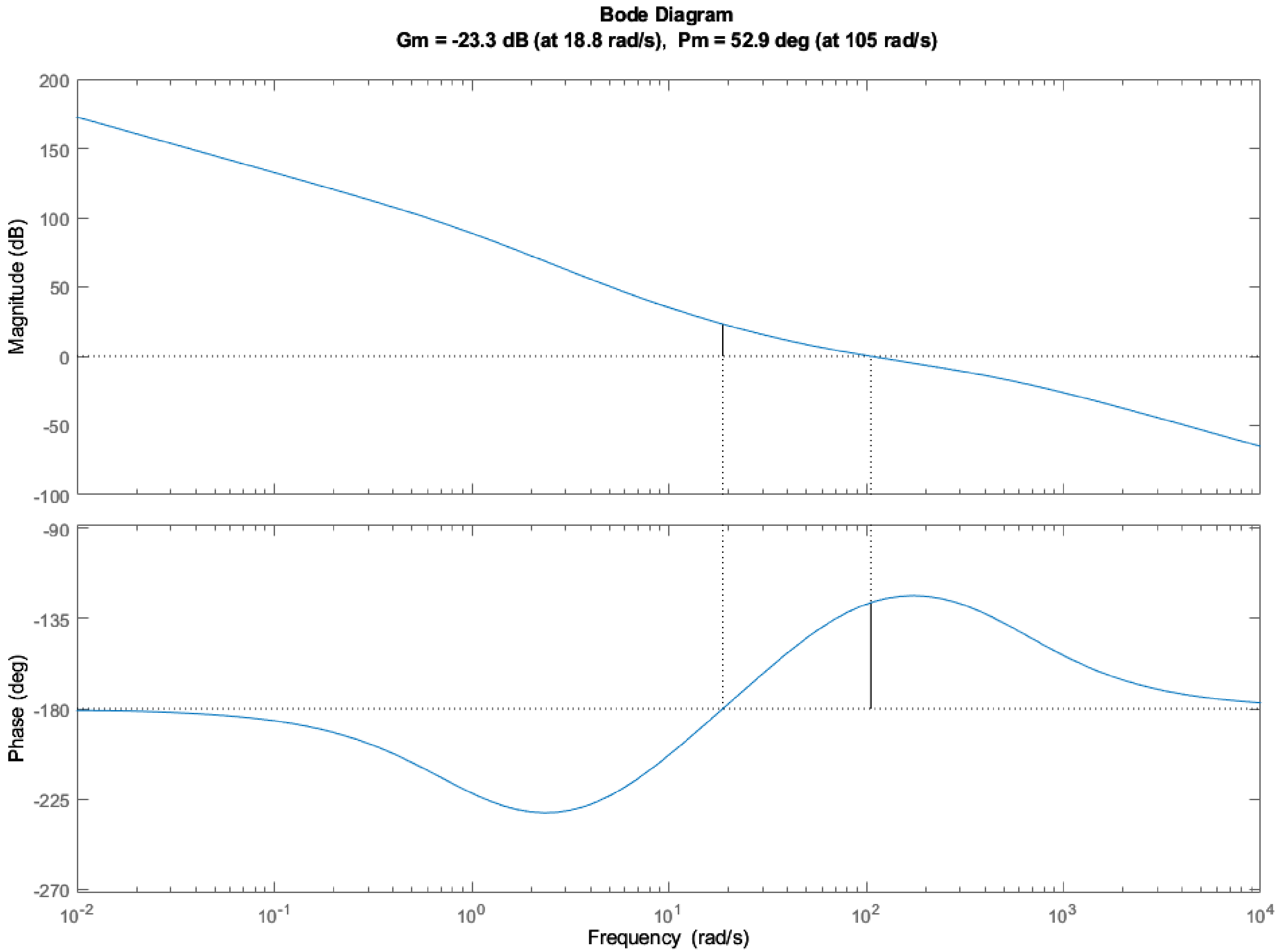
PID

In prima approssimazione, quindi, lo schema a blocchi del sistema motore-encoder-driver, controllato con un PID, sarà:



PID

Il diagramma di Bode del sistema P(s) con PID che si ottiene è:



ANTI WIND-UP

Il wind-up può verificarsi quando l'attuatore satura, e il comando in ingresso al processo è un segnale costante. Indipendentemente dall'errore di controllo, in queste condizioni, il sistema è in catena aperta.

Nel nostro caso, la saturazione effettiva si verifica per tensioni superiori a ±3V.

Un modo per calcolare il guadagno minimo dell'azione anti wind-up è il seguente:

$$K_{awu,min} = \frac{1}{T_{awu}}, \text{ con: } T_{awu} = \frac{t_{s,5\%}}{5}.$$

Il $t_{s,5\%}$ è il tempo di assestamento del sistema in catena chiusa.

ANTI WIND-UP

Il valore del tempo di assestamento $t_{s,5\%}$ può essere calcolato nel seguente modo:

$$t_{sB\%} = -\ln \frac{B}{100} \tau_m$$

Quindi, nel nostro caso:

$$t_{s,5\%} = -\ln \frac{5}{100} 1{,}1952 = 3{,}5805 \text{ [s]}$$

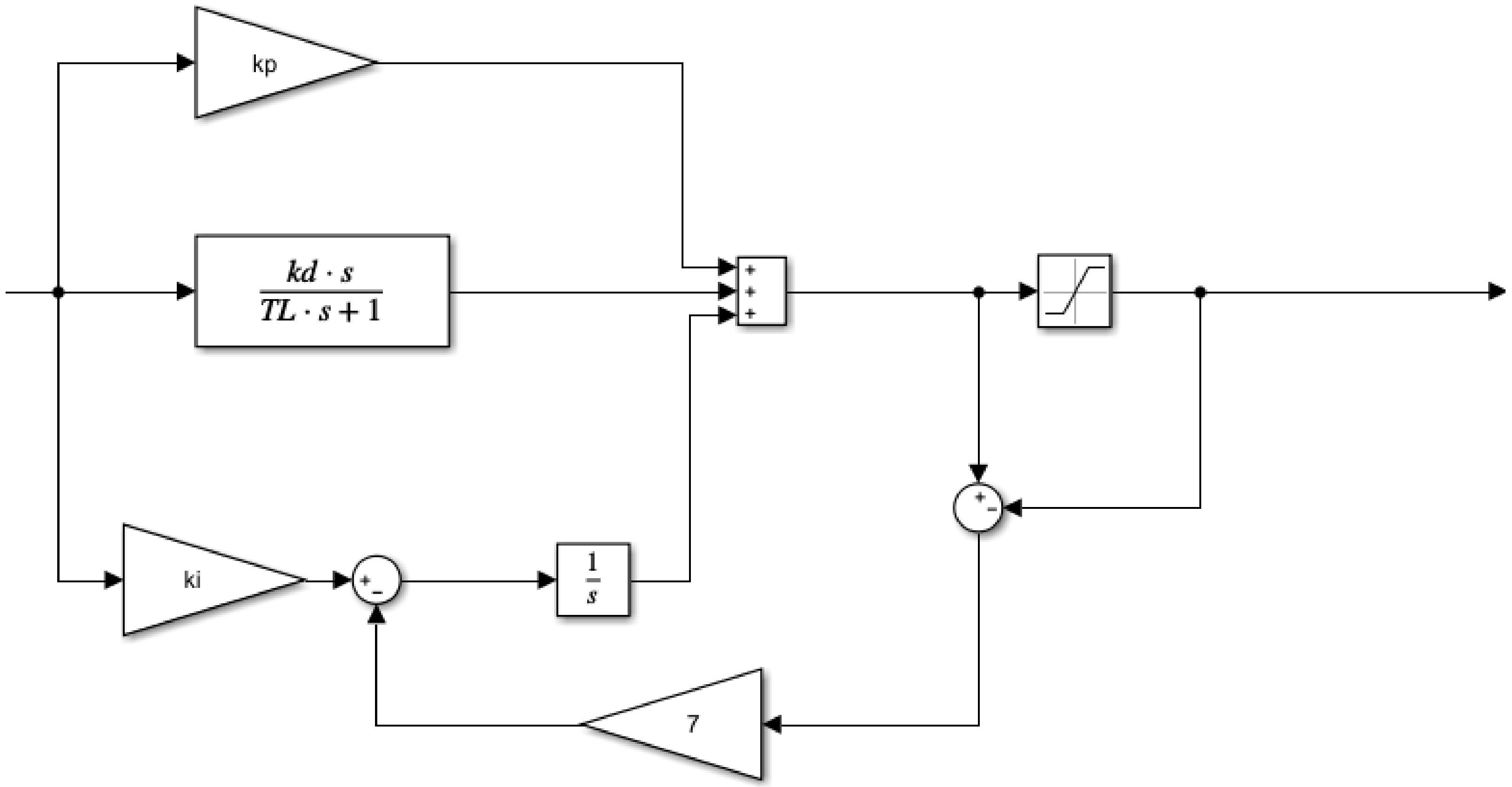
Conseguentemente, il guadagno K_{awu} risulta:

$$K_{awu,min} = \frac{5}{t_{s,5\%}} = 1{,}396$$

Attraverso diversi tentativi, con posizionamenti di 90°, un valore ritenuto ottimale è $K_{awu} = 7$.

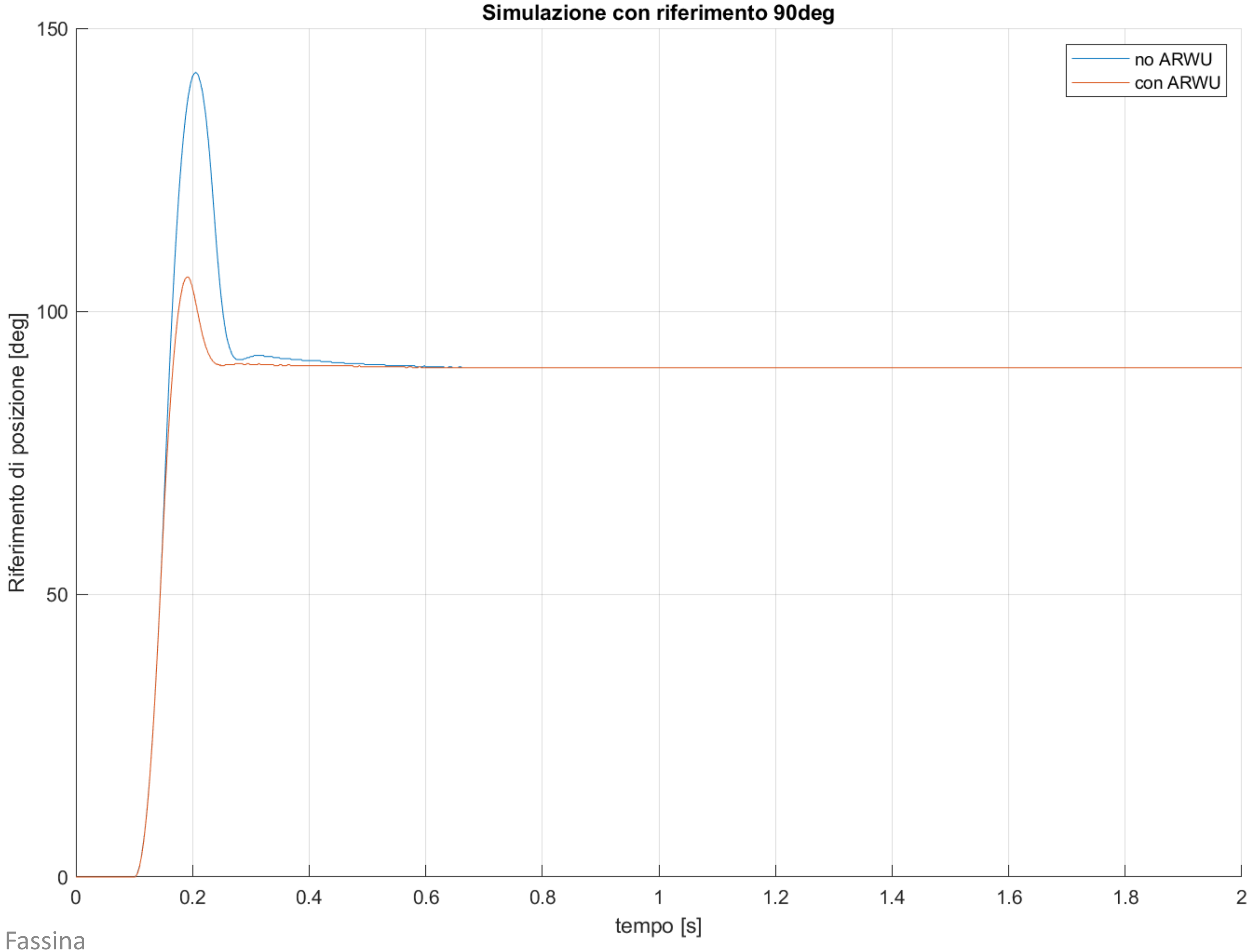
ANTI WIND-UP

Schema con implementazione anti wind-up:

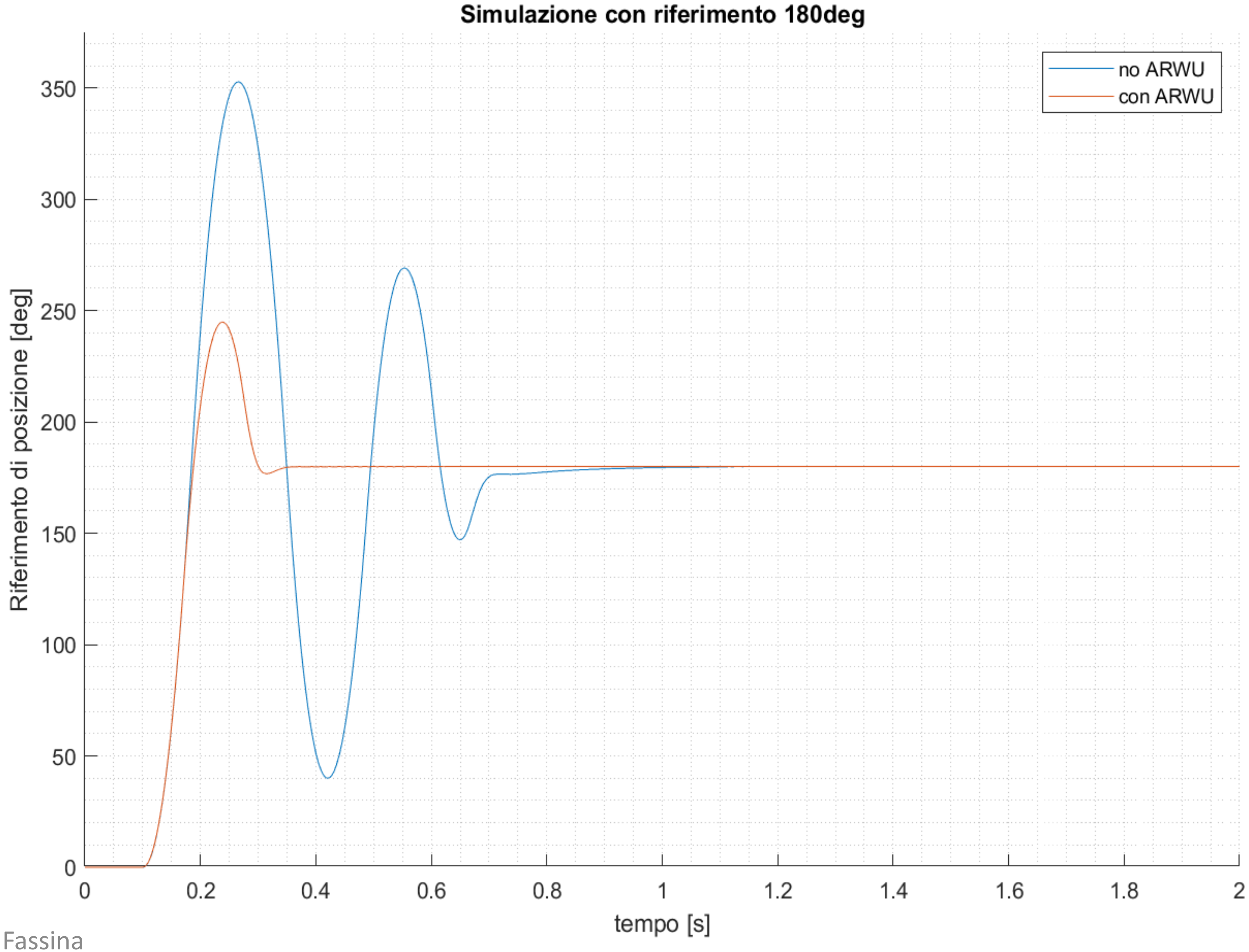


ANTI WIND-UP

Si riportano i grafici della risposta con riferimenti di, rispettivamente, 90° e 180°:



ANTI WIND-UP

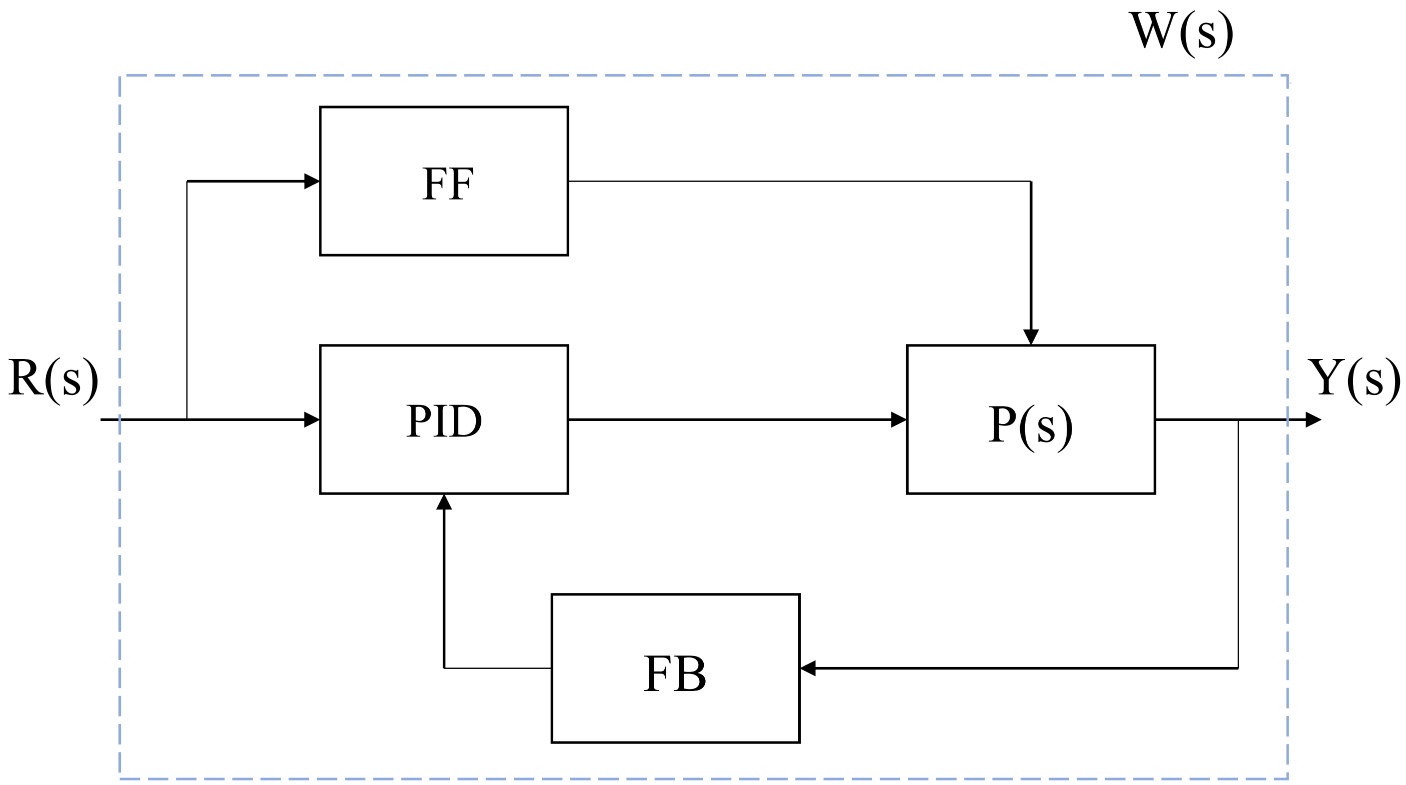


Simulazione con riferimento 180deg
no ARWU
con ARWU
Riferimento di posizione [deg]
tempo [s]
0
50
100
150
200
250
300
350
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2

FEED-FORWARD

Il feed-forward è un controllo che migliora l'inseguimento del riferimento andando a compensare disturbi ed attriti del sistema tramite l'iniezione di una componente di compensazione predittiva.

Schema con feed-forward:



FEED-FORWARD

Idealmente, si vorrebbe W(s) = 1, in modo tale che l'uscita segua perfettamente il riferimento:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)} + \frac{F(s)P(s)}{1+C(s)\,P(s)} = 1$$

$$\frac{[\,C(s)+F(s)\,]\,P(s)}{1+C(s)\,P(s)} = 1 \longrightarrow [C(s) + F(s)]\,P(s) = 1 + C(s)\,P(s) \longrightarrow F(s)\,P(s) = 1$$

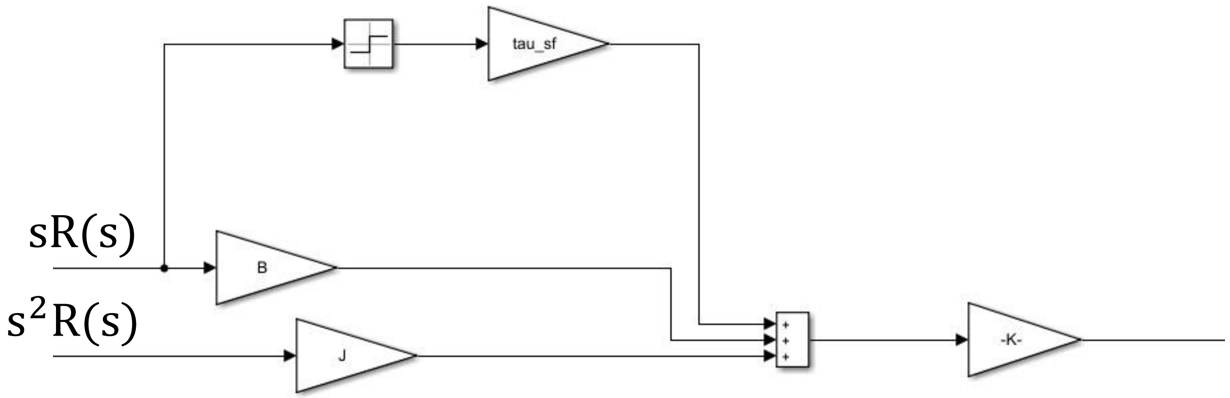
Da cui: $F(s) = \frac{1}{P(s)}$; $\quad P(s) = \frac{K}{(Js+B)s} \quad F(s) = \frac{(Js+B)s}{K} = \frac{J}{K}s^2 + \frac{B}{K}s$

$$U'_{ff}(s) = F(s)\;R(s) \xrightarrow{\mathscr{L}^{-1}} u'_{ff}(t) = \frac{J}{K}\frac{d^2r}{dt^2} + \frac{B}{K}\frac{dr}{dt}$$

$u'_{ff}(t)$ è la componente che compensa i disturbi relativi a B e J del sistema.

FEED-FORWARD

Dato che si vuole compensare anche il disturbo che deriva dalla coppia di attrito statico del sistema, si aggiunge ad $u'_{ff}\,(t)$ un'ulteriore componente:

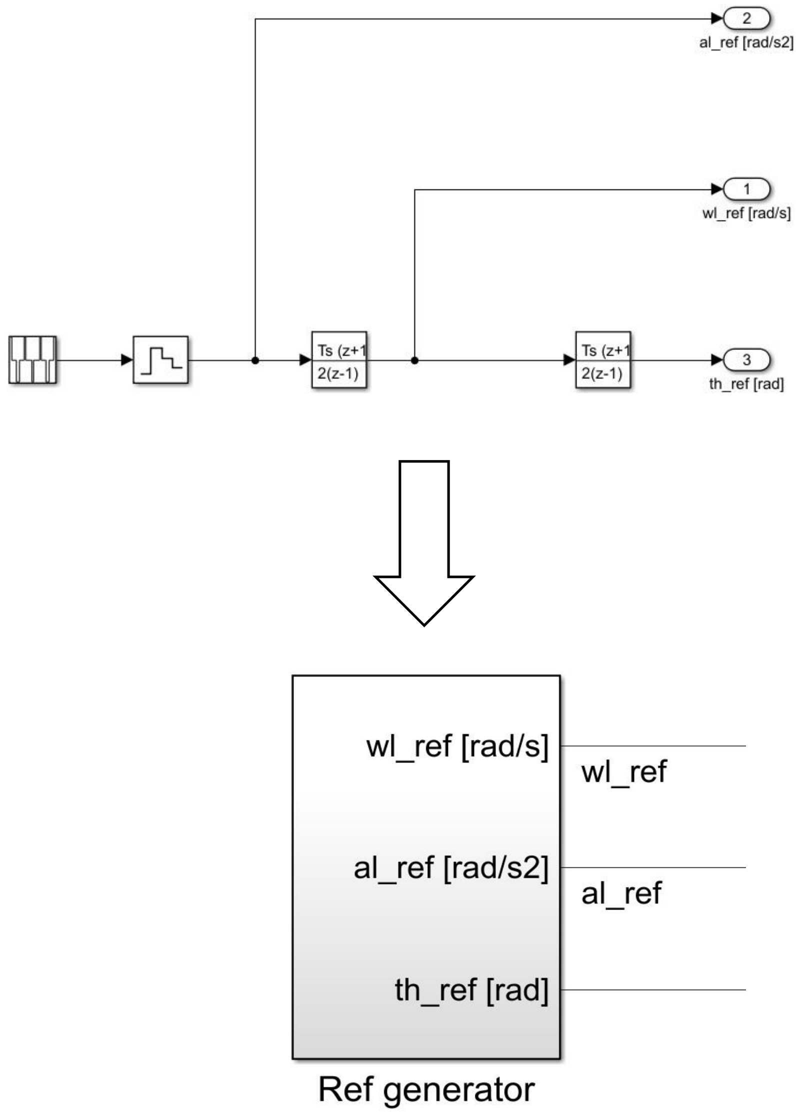


$$u_{ff}\,(t) = \frac{J}{K}\,\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{B}{K}\,\frac{dr}{dt} + \frac{\tau_d}{K}$$

Dove si ha: $\tau_d = \tau_{sf}\,\mathrm{sign}(\omega)$

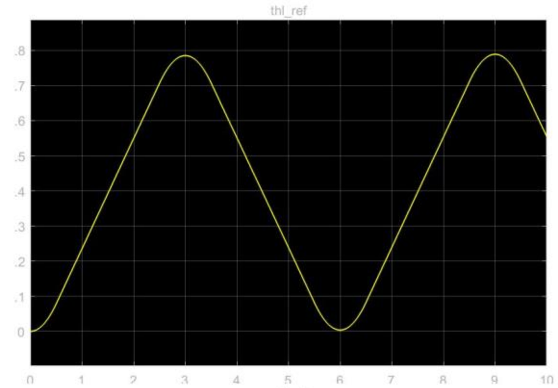
FEED-FORWARD

Si è scelto di valutare il funzionamento del compensatore feed-forward tramite un segnale trapezoidale. Nella pratica, integrando il riferimento di accelerazione, si possono generare anche i segnali di rifermento di velocità e posizione che servono.

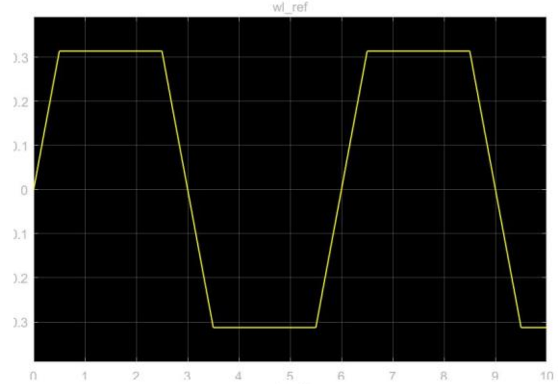


Tramite un ‘subsystem‘, è possibile semplificare e quindi rappresentare i tre segnali di riferimento.

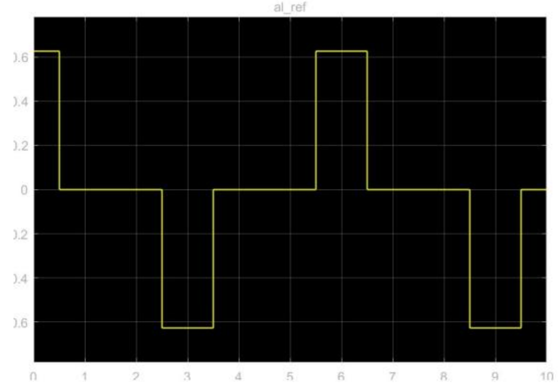
FEED-FORWARD



Riferimento di posizione

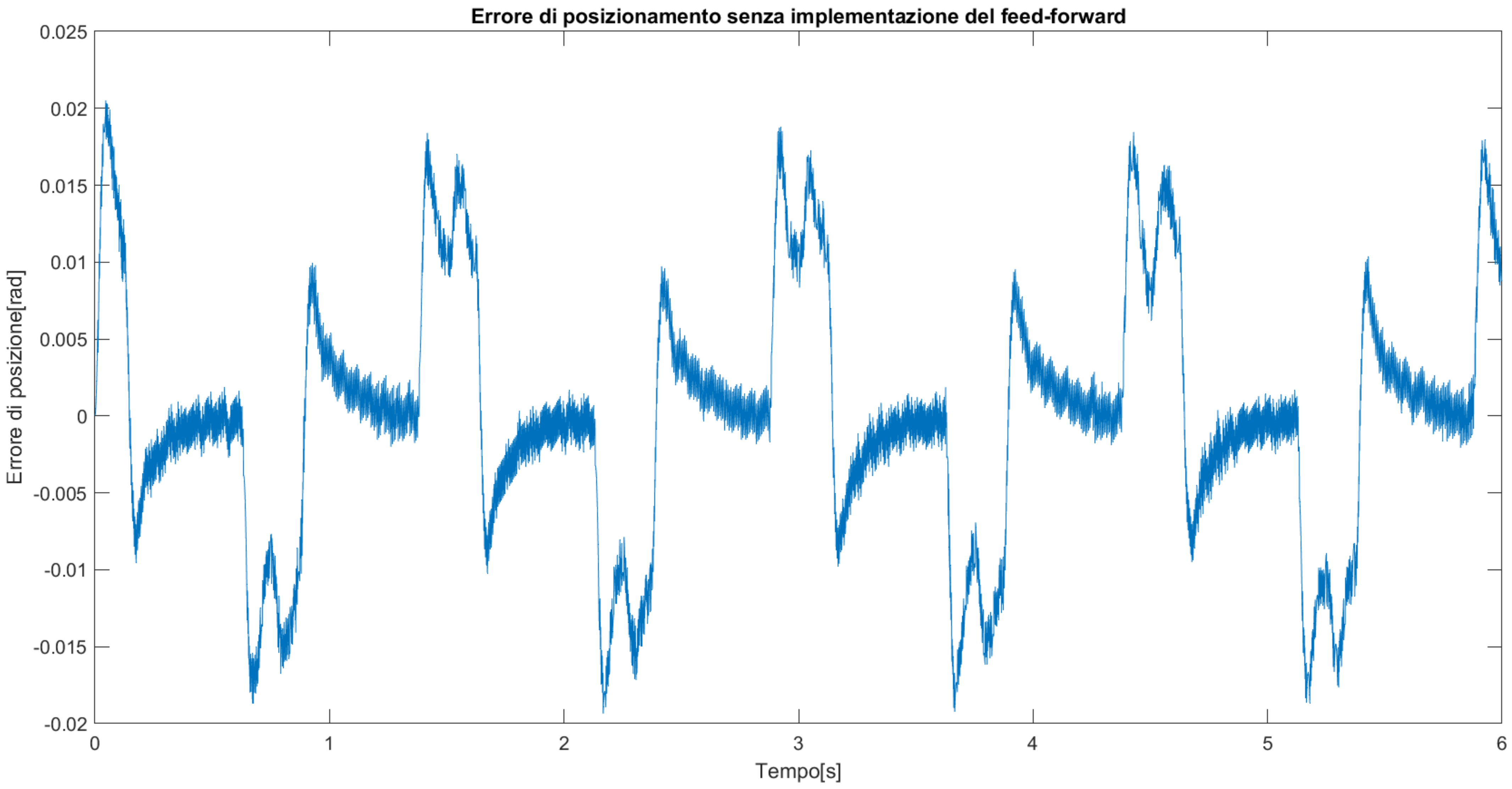


Riferimento di velocità

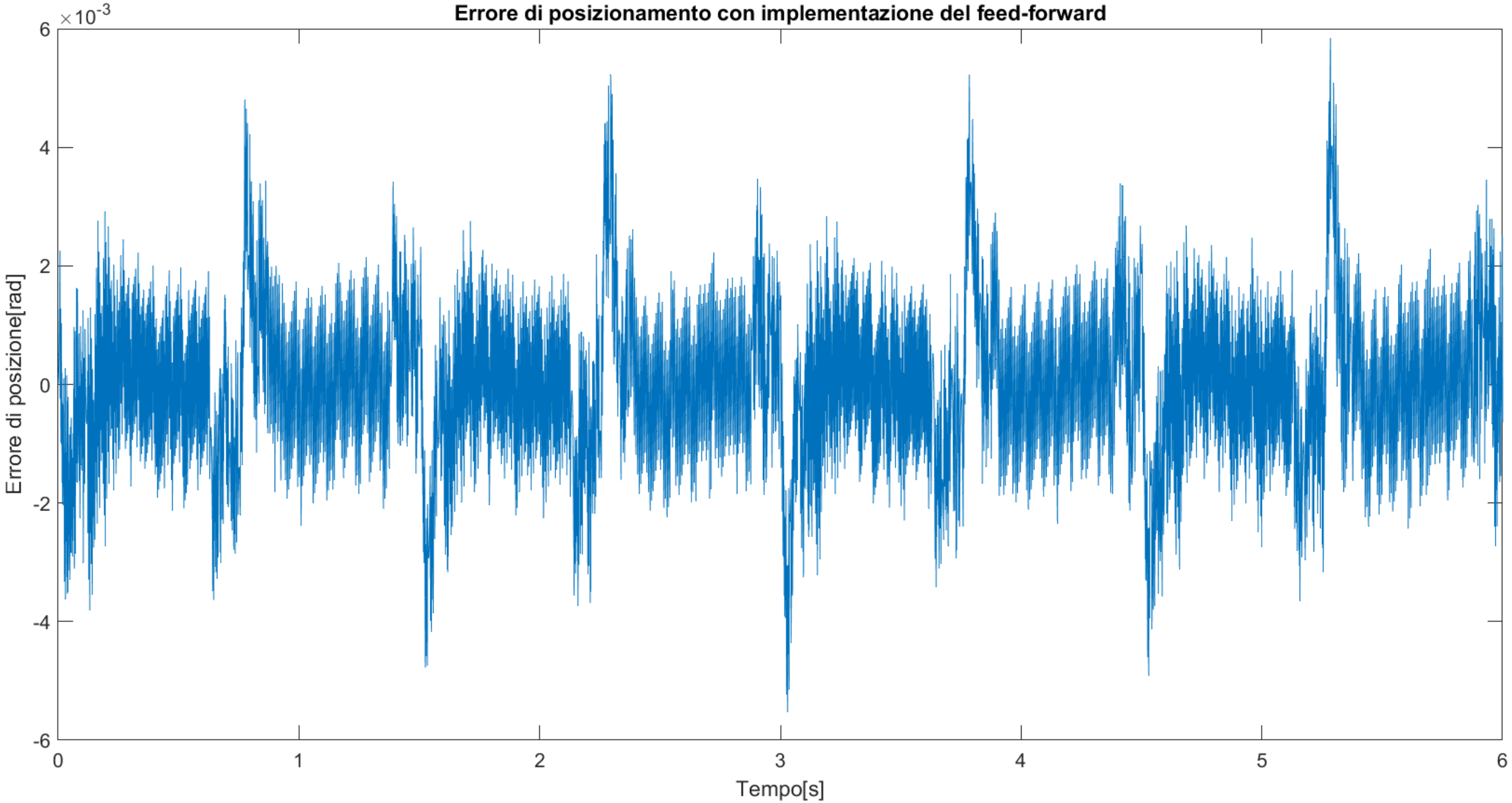


Riferimento di accelerazione

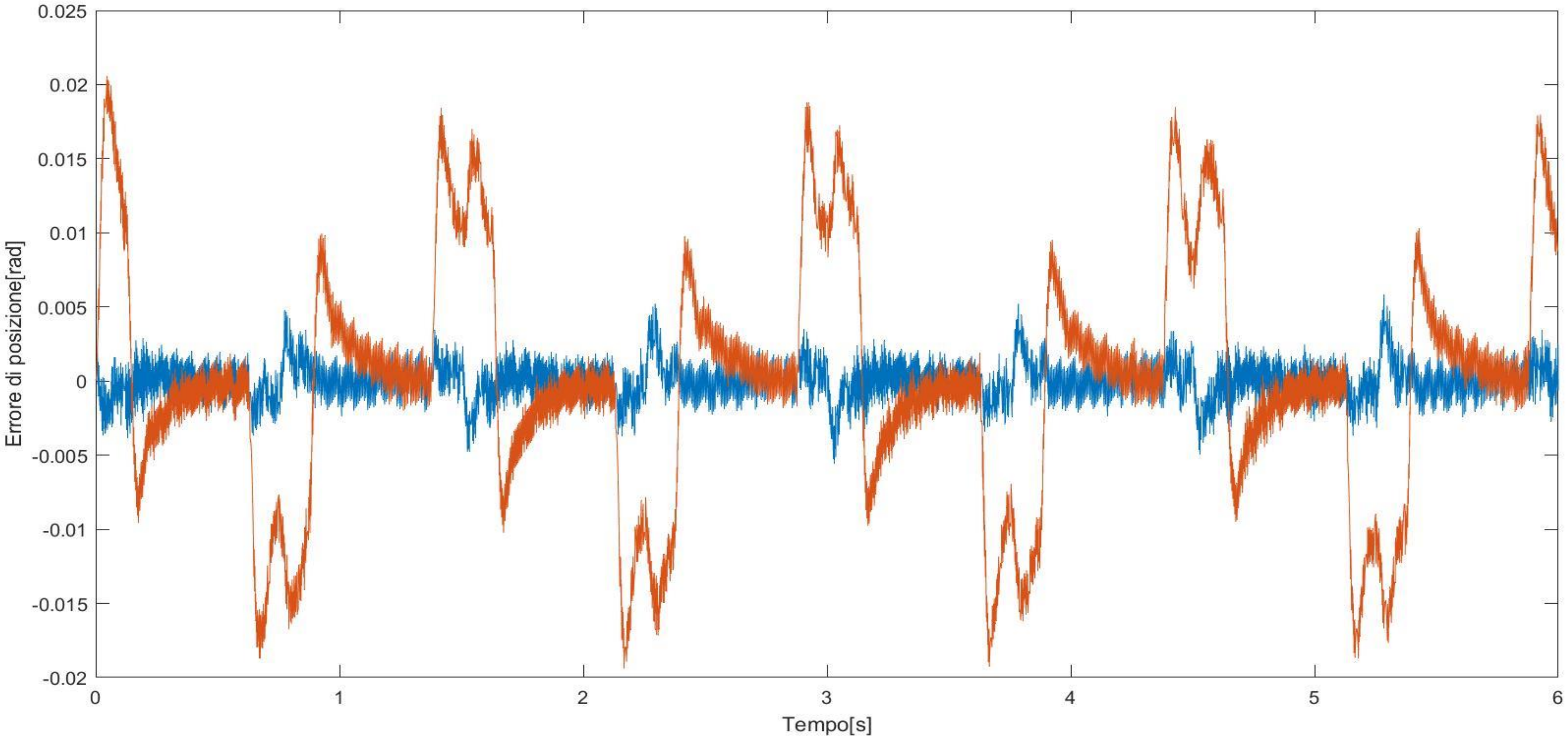
FEED-FORWARD



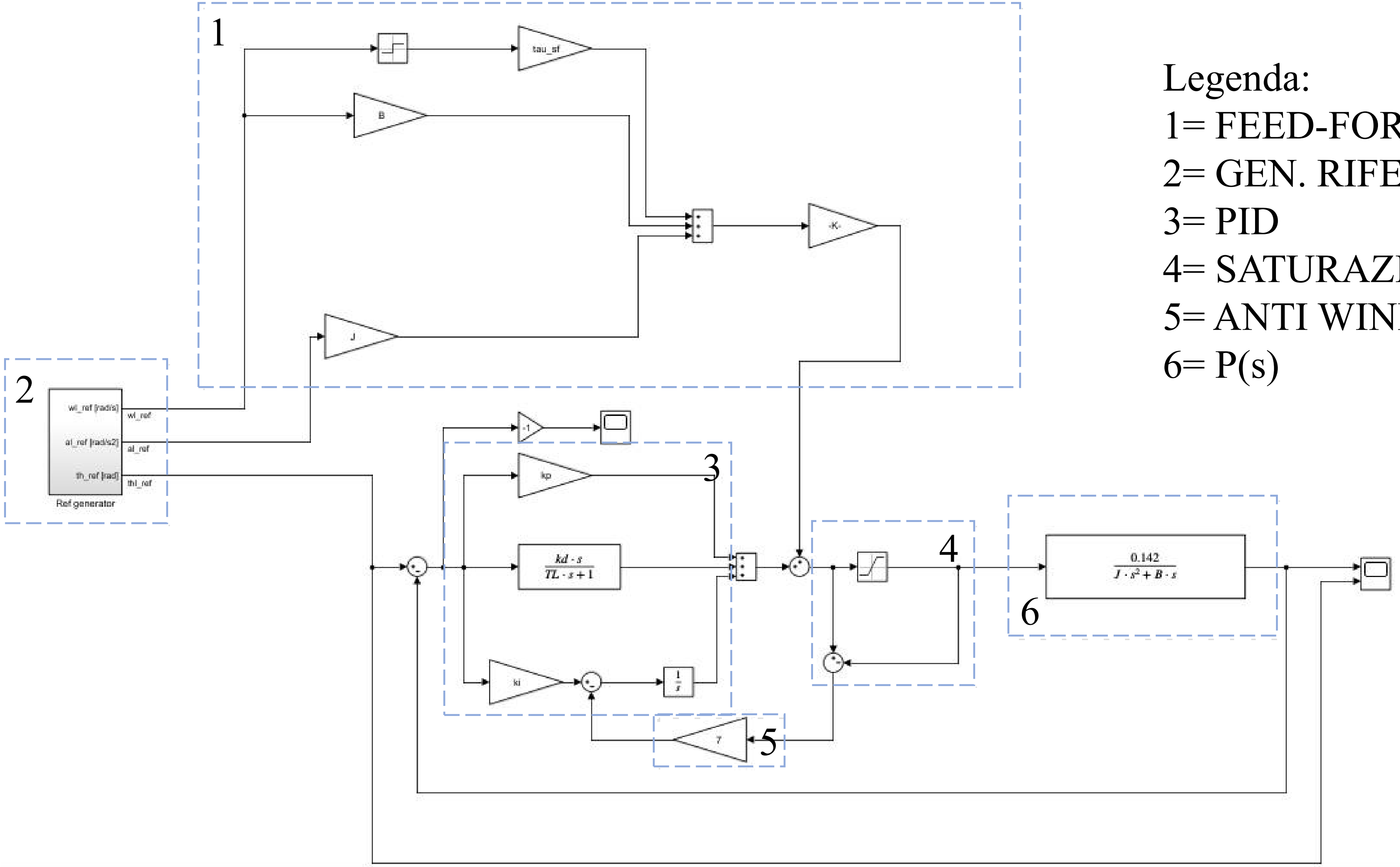
FEED-FORWARD



FEED-FORWARD

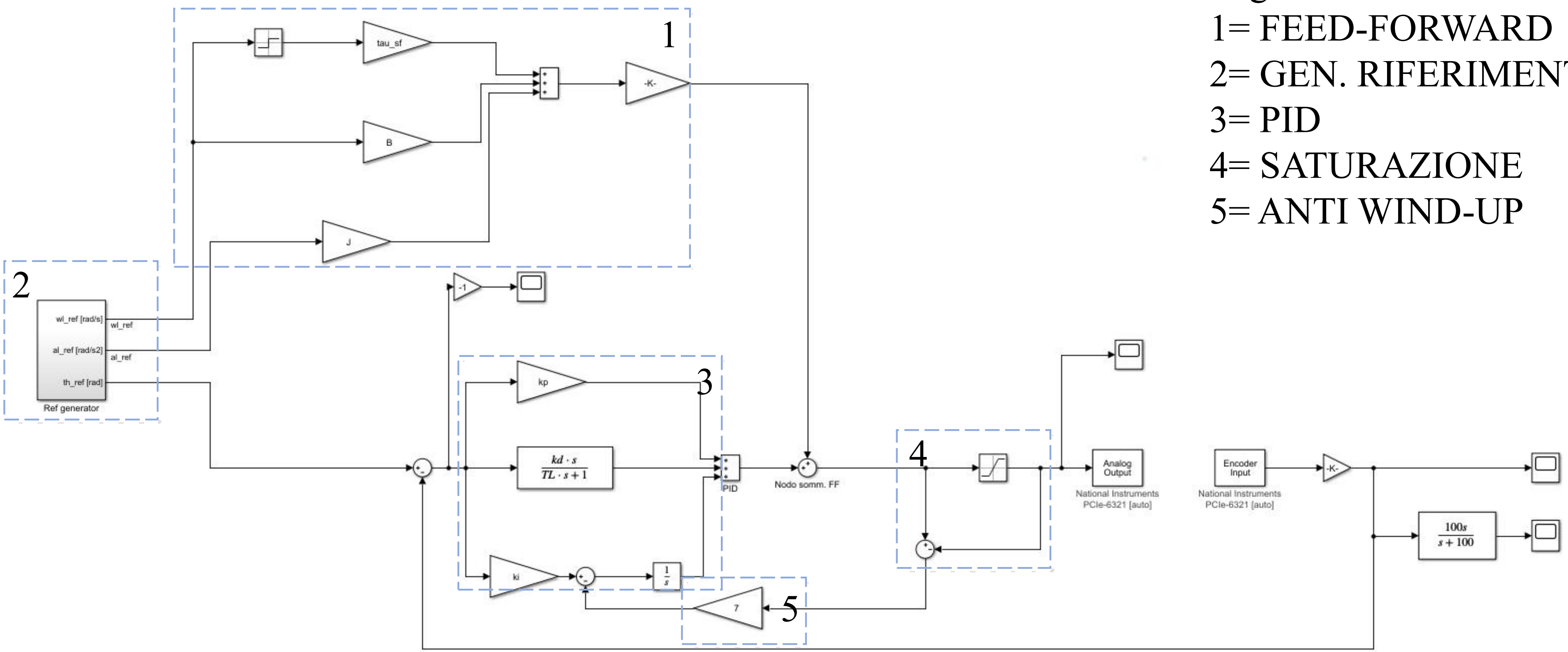


IMPLEMENTAZIONE MODELLO TEORICO



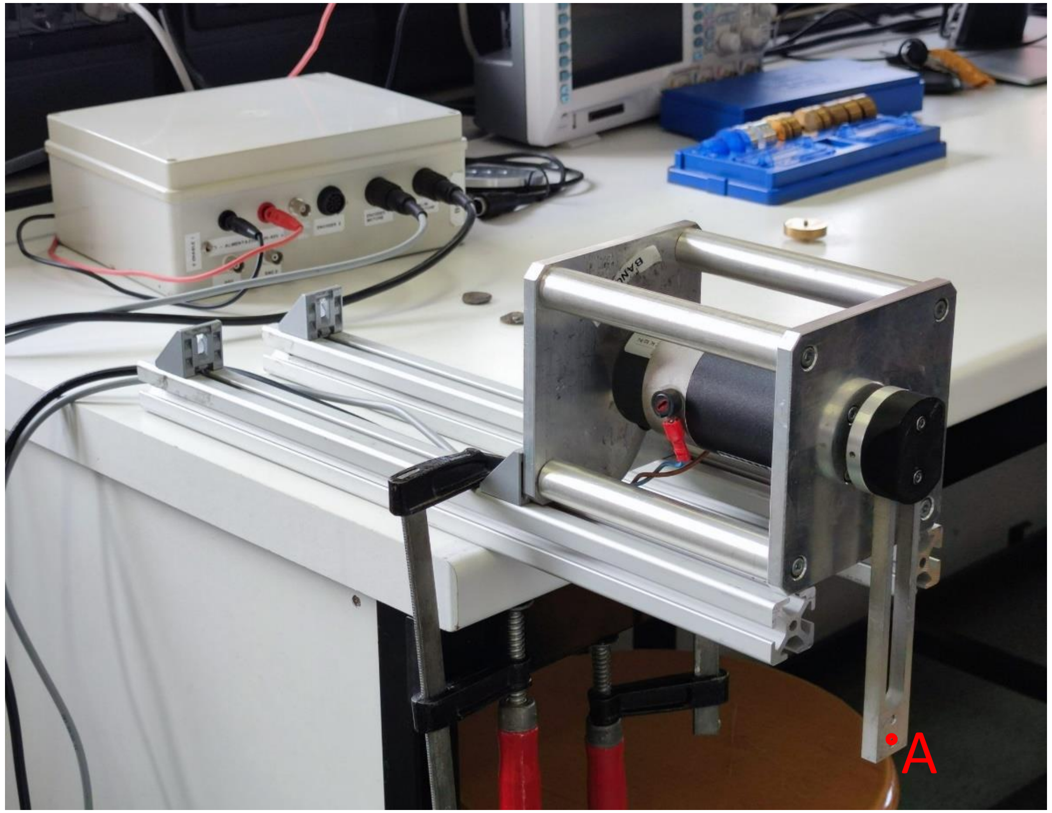
Legenda:
1= FEED-FORWARD
2= GEN. RIFERIMENTI
3= PID
4= SATURAZIONE
5= ANTI WIND-UP
6= P(s)

IMPLEMENTAZIONE MODELLO SPERIMENTALE



Legenda:
1= FEED-FORWARD
2= GEN. RIFERIMENTI
3= PID
4= SATURAZIONE
5= ANTI WIND-UP

STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA



Posizionando il motore in orizzontale, l’effetto dell’accelerazione di gravità sul braccio (il quale è fissato in modo asimmetrico rispetto all’asse del motore), genera una coppia agente sul quest’ultimo.

STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA

Le misurazioni sono state fatte dando come riferimento di posizione un gradino di ampiezza $\frac{\pi}{2}$ [rad] rispetto alla posizione verticale, e rivolta verso il basso, del braccio.

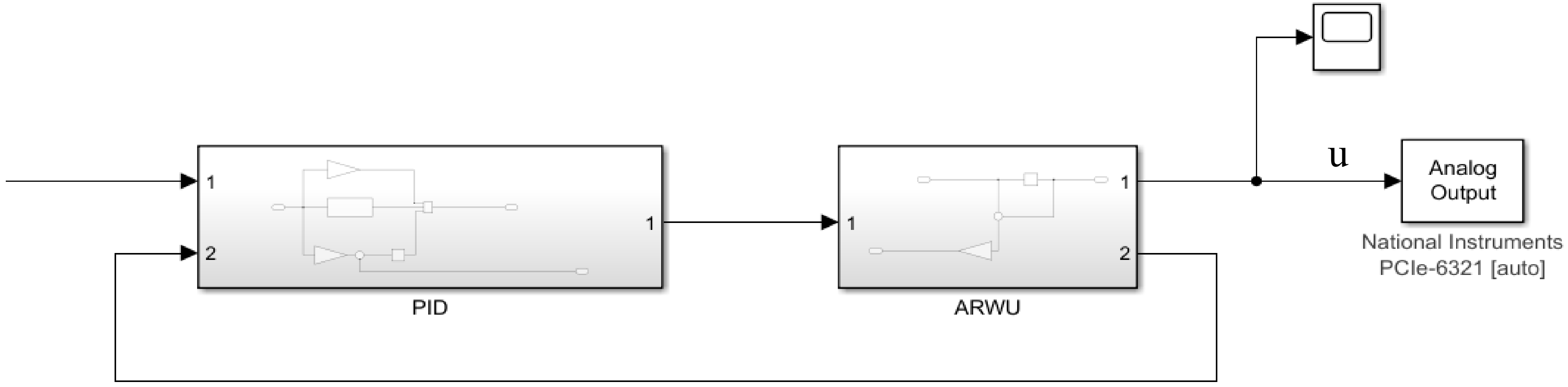
$$\tau_g = m \cdot g \cdot l \cdot \sin(\alpha) \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{2}\ \mathrm{rad}} \tau_g = m \cdot g \cdot l$$

m : massa [Kg]
g : accelerazione di gravità $\left[\frac{m}{s^2}\right]$
l : distanza tra baricentro della massa e l'asse motore [m]
α : angolo di rotazione del braccio rispetto alla verticale [rad]

La lunghezza del braccio dall'asse del motore al punto di applicazione della massa risulta essere: $l = 0{,}145$ m.

STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA

Per poter stimare la coppia prodotta dal motore è stata valutata la tensione del segnale in uscita dal controllore PID escludendo il contributo del feed-forward:



$$\tau = u \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau$$

u : tensione [V]

$k_{I/V}$:costante driver $\left[\frac{A}{V}\right]$

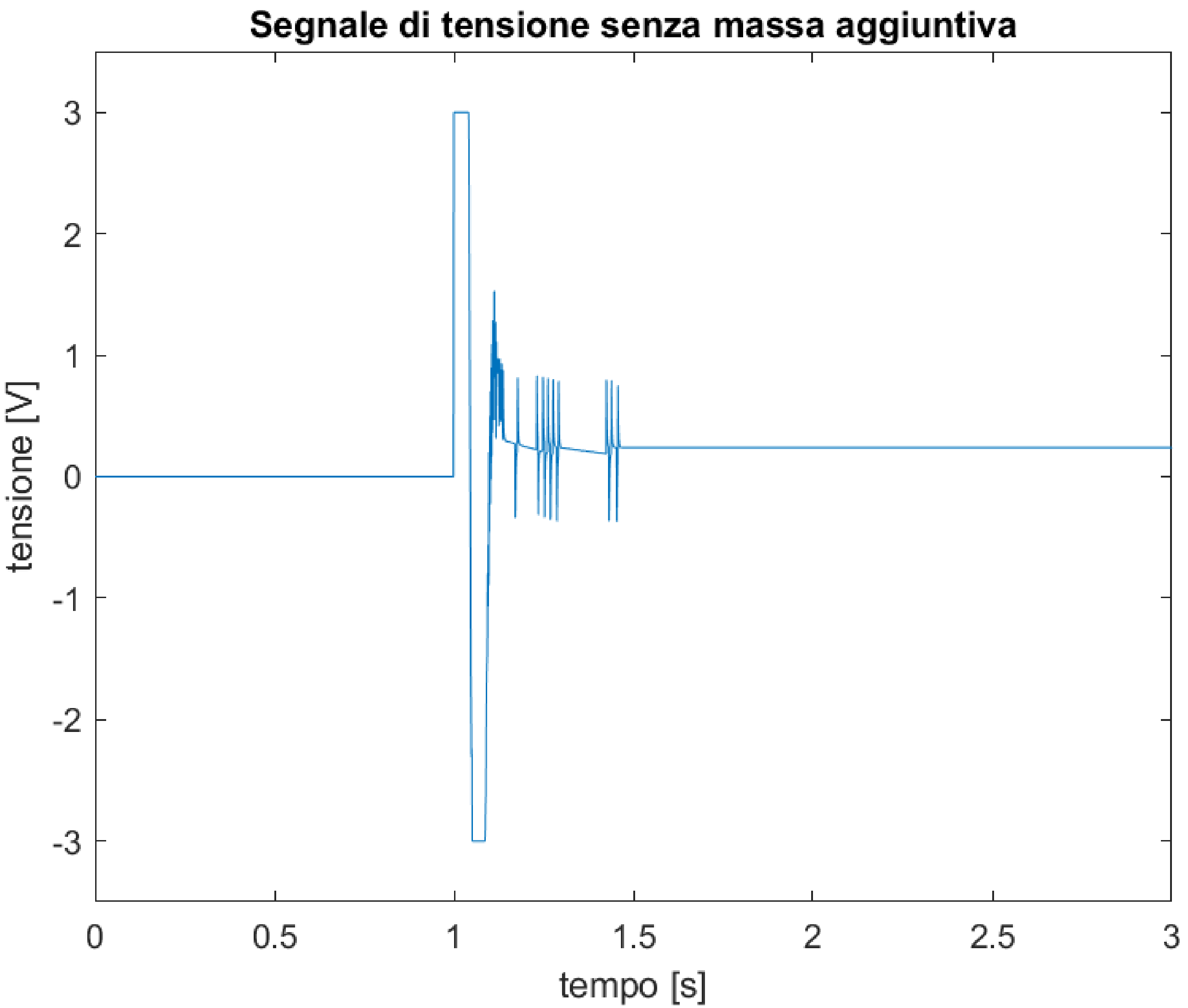
k_τ :costante di coppia $\left[\frac{Nm}{A}\right]$

STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA

Successivamente, alla rotazione di $\frac{\pi}{2}$ [rad] e al termine del transitorio del sistema, è possibile eguagliare la coppia prodotta dal motore e quella causata dall'accelerazione di gravità:

$$\begin{aligned} \tau_g &= m \cdot g \cdot l \\ \tau &= u \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau \end{aligned} \xrightarrow{\tau = \tau_g} m = \frac{u \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau}{g \cdot l}$$

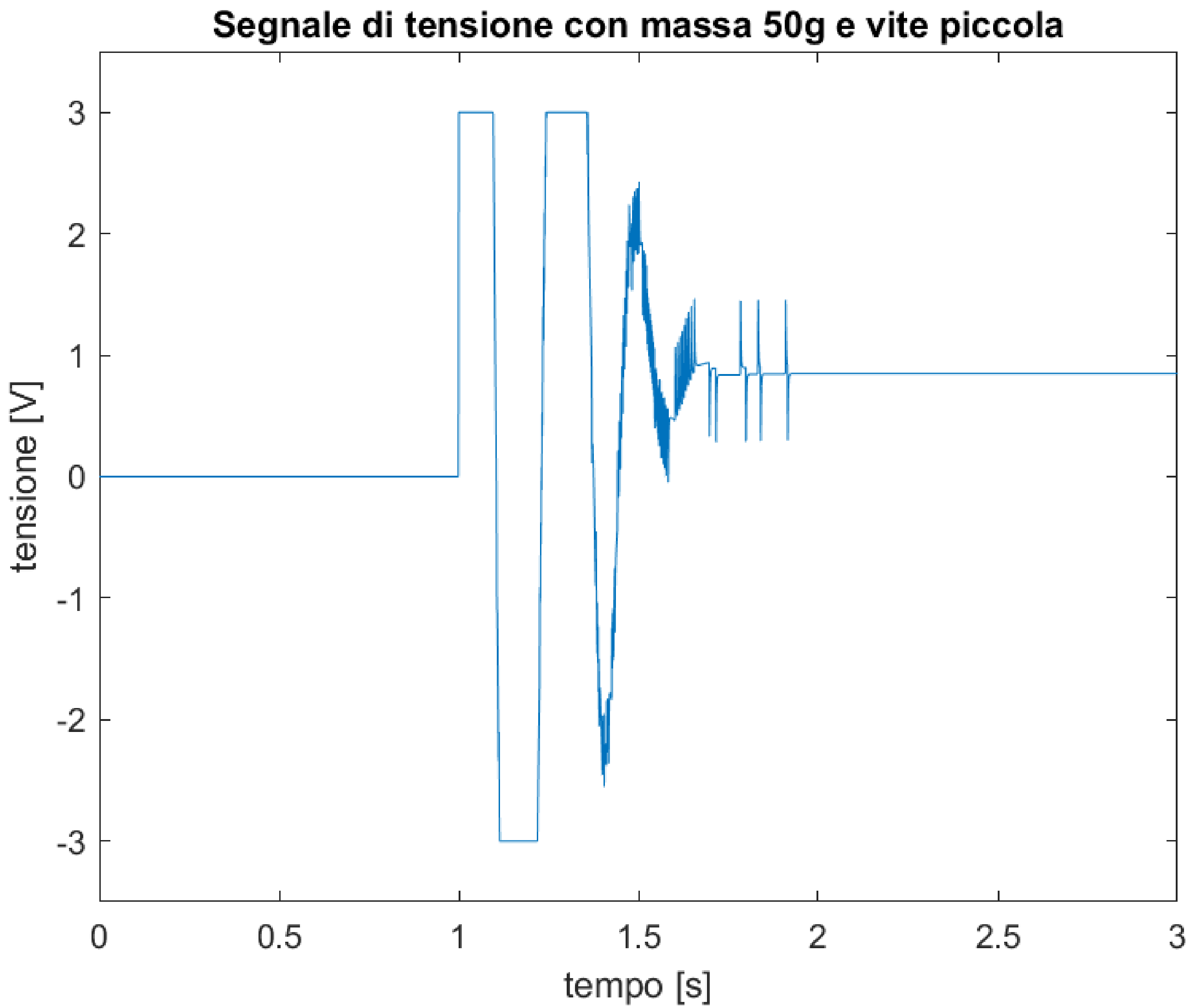
STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA



$$u_1 = 0{,}2397\ \mathrm{V}$$

$$\tau_1 = u_1 \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau = 0{,}034\ \mathrm{Nm}$$

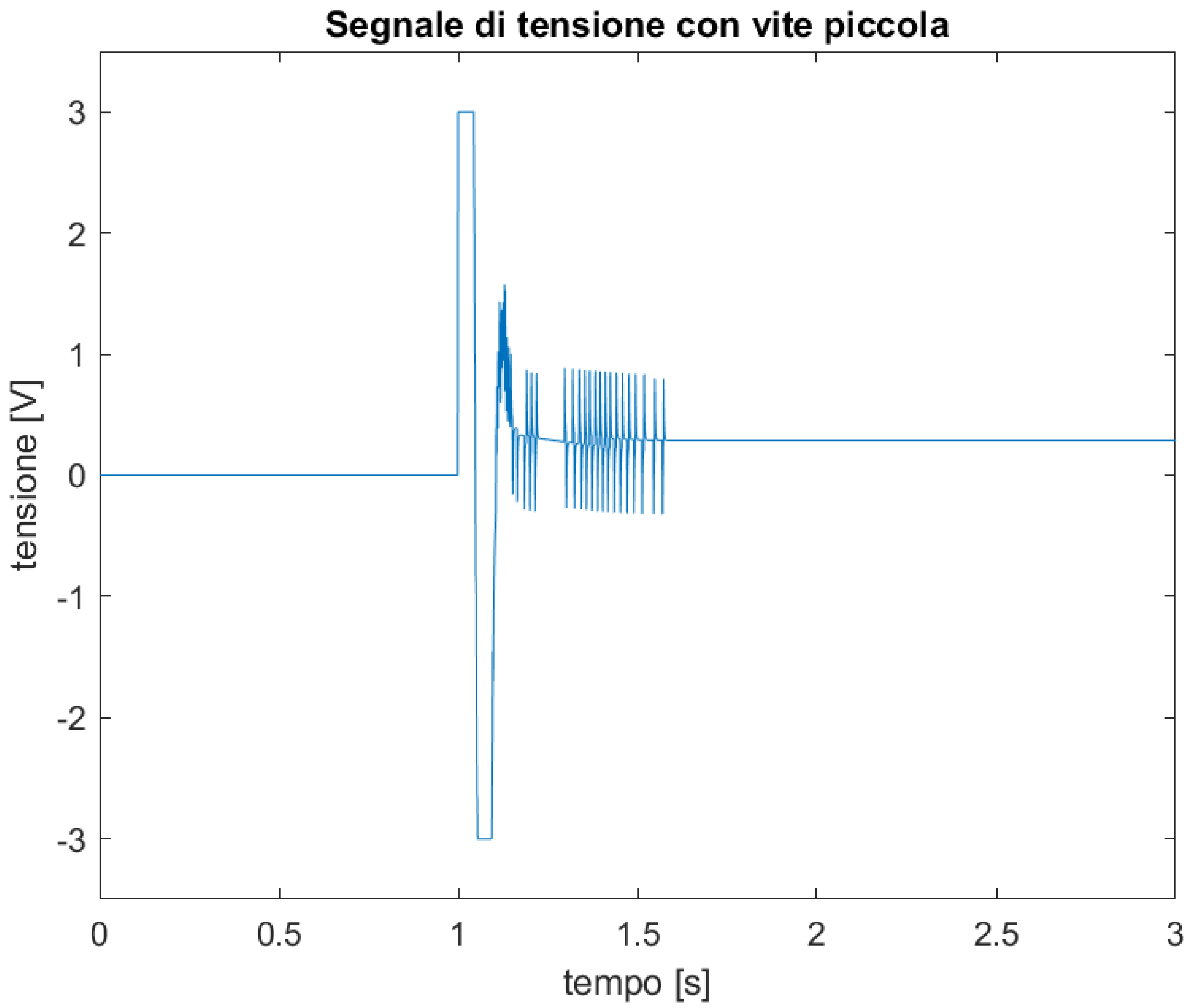
STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA



$$u_2 = 0{,}8486\ \mathrm{V}$$

$$\tau_2 = u_2 \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau = 0,1205\ \mathrm{Nm}$$

STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA



$u_3 = 0{,}2875 \text{ V}$

$\tau_3 = u_3 \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau = 0{,}0408 \text{ Nm}$

Stima massa aggiuntiva (50g):

$\tau_{50g} = \tau_2 - \tau_3 = 0{,}0797 \text{ Nm}$

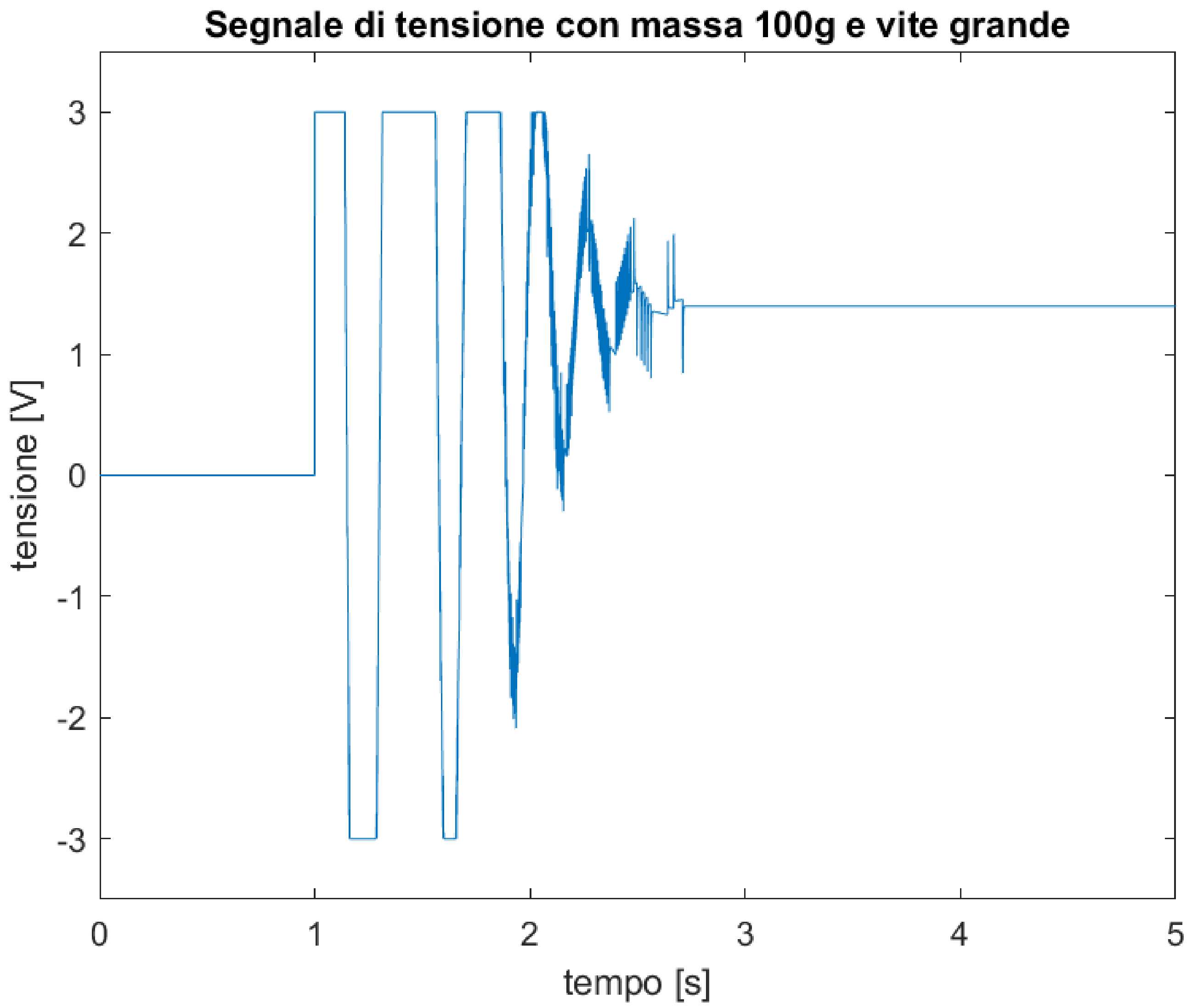
$$m_{50g} = \frac{\tau_{50g}}{g \cdot l} = 56{,}05 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Stima massa vite piccola:

$\tau_{vitepiccola} = \tau_3 - \tau_1 = 0{,}0068 \text{ Nm}$

$$m_{vitepiccola} = \frac{\tau_{vitepiccola}}{g \cdot l} = 4{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

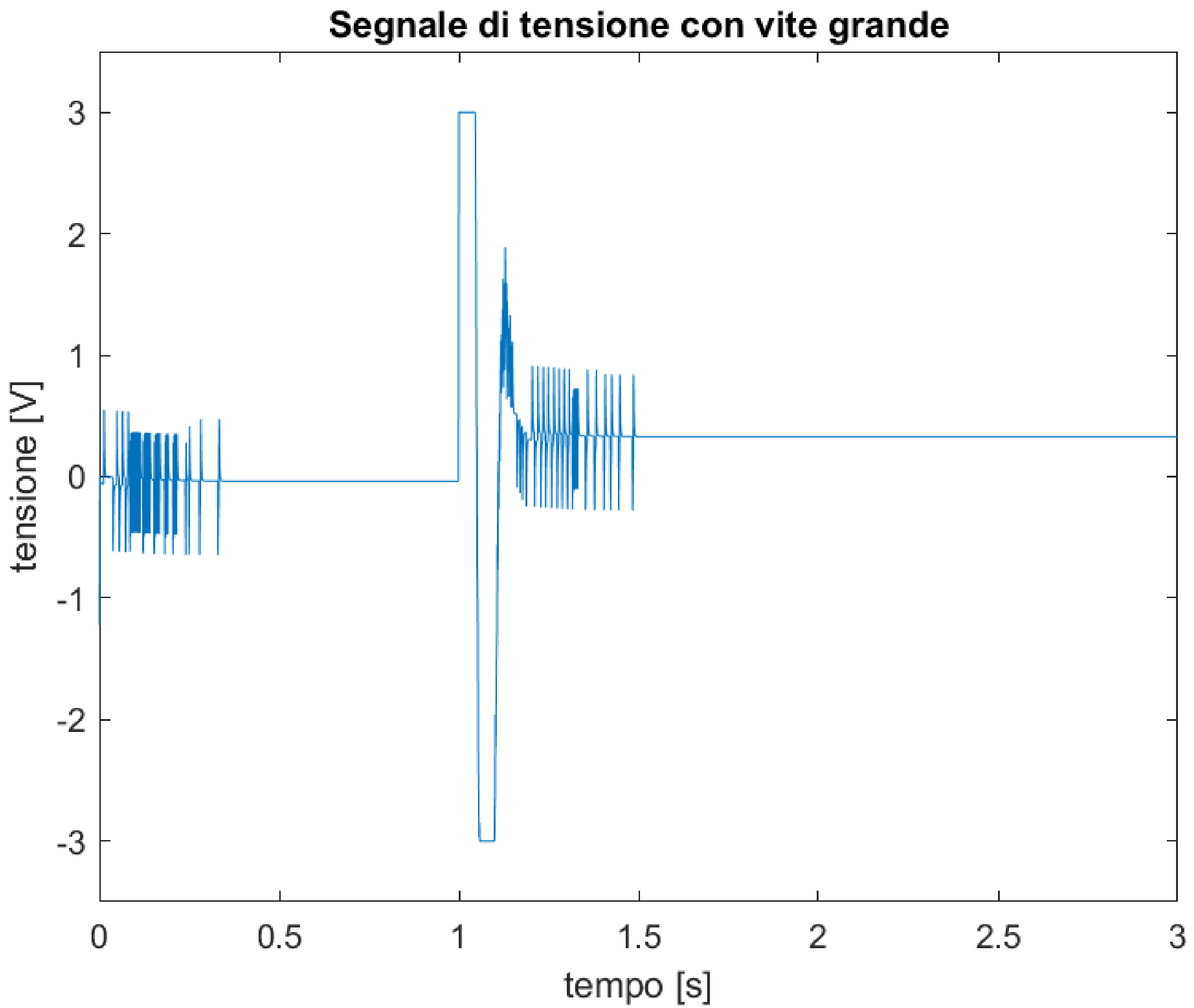
STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA



$$u_4 = 1{,}3969\ \mathrm{V}$$

$$\tau_4 = u_4 \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau = 0{,}1984\ \mathrm{Nm}$$

STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA



$$u_5 = 0{,}3289\ \mathrm{V}$$

$$\tau_5 = u_5 \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau = 0{,}0467\ \mathrm{Nm}$$

Stima massa aggiuntiva (100g):

$$\tau_{100g} = \tau_4 - \tau_5 = 0{,}1517\ \mathrm{Nm}$$

$$m_{100g} = \frac{\tau_{100g}}{g \cdot l} = 106{,}7 \cdot 10^{-3}\mathrm{kg}$$

Stima massa vite grande:

$$\tau_{vitegrande} = \tau_5 - \tau_1 = 0{,}0127\ \mathrm{Nm}$$

$$m_{vitegrande} = \frac{\tau_{vitegrande}}{g \cdot l} = 8{,}9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg}$$

STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA

Ricapitolazione risultati:

$$m_{50g} = 56,05 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$$

$$m_{100g} = 106,7 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$$

$$m_{vitepiccola} = 4,8 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$$

$$m_{vitegrande} = 8,9 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$$

I risultati ottenuti possono essere considerati validi in quanto si fa un utilizzo improprio del motore. Si nota inoltre che l'errore relativo diminuisce con l'aumentare della massa.