

UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA IN

INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

SOLUZIONI ALLE LIMITAZIONI DELLA TECNOLOGIA GNSS  
PER LA LOCALIZZAZIONE IN AMBIENTI INDOOR

RELATORE

**Prof. Nicola Laurenti**

LAUREANDO

**Daniel Yeboah Zigbuo**

**MATRICOLA: 1162202**

---

ANNO ACCADEMICO 2022/2023

Data di Laurea: 28 Settembre 2023



# Sommario

La localizzazione in ambienti indoor è oramai divenuta fondamentale in diversi ambiti come la sanità, l'istruzione, il commercio, l'intrattenimento, il trasporto e la logistica.

L'utilizzo di tecnologie basate sul Global Navigation Satellite System (GNSS), in tali circostanze, porta con sé un'importante questione; infatti, un segnale GNSS in un ambiente al chiuso è principalmente soggetto a due fenomeni: l'attenuazione e l'effetto multipath. Questi, oltre a condizionare la ricezione del segnale, ne influenzano l'elaborazione.

La seguente tesi ha lo scopo di analizzare le tecnologie esistenti nel campo della localizzazione in ambienti indoor, richiamando in particolar modo quelle basate sul GNSS.



*I will bless the Lord at all times; His praise shall continually be in my mouth. My soul shall make its boast in the Lord; the humble shall hear of it and be glad. Oh, magnify the Lord with me, and let us exalt His name together.*

*Psalm 34:1-3 (NKJV)*



# Dedica

*Ai miei genitori,  
pilastri della mia vita.*

*A tutte le persone  
che mi hanno sostenuto in questo percorso.*

*A chi ha il coraggio di non mollare.*



# Ringraziamenti

*Un sentito ringraziamento va al mio relatore Prof. Nicola Laurenti per il supporto datomi nello sviluppo della tesi, fin dalla scelta dell'argomento.*

*Un ringraziamento speciale alla dottoranda Laura Crosara e il Dott. Francesco Ardizzon per la loro disponibilità e per il loro supporto costante.*



# Indice

<b>Elenco delle figure</b>	<b>xiii</b>
<b>Elenco delle tabelle</b>	<b>xv</b>
<b>Acronimi</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2 Global Navigation Satellite System (GNSS)</b>	<b>5</b>
2.1 Global Navigation Satellite System (GNSS) . . . . .	5
2.1.1 GPS . . . . .	6
2.1.2 Galileo . . . . .	6
2.1.3 GLONASS . . . . .	7
2.1.4 BeiDou . . . . .	8
<b>3 Indoor Positioning System (IPS)</b>	<b>9</b>
3.1 Limitazioni all'uso del GNSS in un IPS . . . . .	10
3.1.1 Multipath . . . . .	10
3.1.2 Attenuazione . . . . .	10
3.2 Parametri di valutazione . . . . .	11
3.2.1 Disponibilità di hardware e del servizio . . . . .	11
3.2.2 Accuratezza . . . . .	11
3.2.3 Raggio di copertura . . . . .	12
3.2.4 Efficienza energetica . . . . .	12
3.2.5 Latenza . . . . .	13
3.2.6 Scalabilità . . . . .	13
3.2.7 Costi . . . . .	13
3.3 Tecniche di Localizzazione . . . . .	13

---

3.3.1	Rilevamento di prossimità . . . . .	14
3.3.2	Triangolazione . . . . .	14
3.3.3	Analisi della scena . . . . .	19
<b>4</b>	<b>IPSS implementati con GNSS</b>	<b>23</b>
4.1	IPS basato su pseudoliti . . . . .	24
4.1.1	Configurazione del sistema . . . . .	24
4.1.2	Metodologia . . . . .	27
4.1.3	Simulazione del modello proposto . . . . .	30
4.2	IPS basato su ripetitori ritardati . . . . .	32
4.2.1	Configurazione del sistema . . . . .	33
4.2.2	Metodologia - Ricerca della posizione del ricevitore . . . . .	37
4.2.3	Simulazione del modello proposto . . . . .	43
<b>5</b>	<b>Tecnologie alternative</b>	<b>47</b>
5.1	WiFi (IEEE 802.11) . . . . .	48
5.2	Bluetooth (IEEE 802.15.1) . . . . .	50
5.3	ZigBee . . . . .	51
5.4	Radio Frequency Identification Device . . . . .	52
5.5	Ultra Wideband . . . . .	54
5.6	Visible Light Communication . . . . .	55
5.7	Segnali Acustici . . . . .	56
5.8	Ultrasuoni . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>59</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>61</b>

## Elenco delle figure

1.1	Banda di frequenza GNSS, da [22]. . . . .	2
2.1	Costellazione Global Positioning System (GPS), Galileo, Globalnaya Navigazionnaya Sputnikovaya Sistema (GLONASS), da [24]. . . . .	7
2.2	Costellazione BeiDou Navigation Satellite System (BDS), da [24]. . . . .	8
3.1	Esempio di ricezione di un segnale GNSS in un Indoor Positioning System (IPS), da [19] . . . . .	10
3.2	Modello di potenza del segnale, da [3] . . . . .	12
3.3	Schema di triangolazione 2D, da [2] . . . . .	15
3.4	Posizionamento basato su Time Difference of Arrival (TDoA), da [28] . . . . .	16
3.5	Localizzazione basata su Time of Arrival (ToA) e Return Time of Arrival (RToA), da [3] . . . . .	17
3.6	Esempio di localizzazione Received Signal Strength (RSS), da [28] . . . . .	18
3.7	Esempio di localizzazione Angle of Arrival (AoA), da [3] . . . . .	19
3.8	Localizzazione basata su Fingerprinting (FP), da [3] . . . . .	20
4.1	Struttura del sistema, da [30] . . . . .	25
4.2	Configurazione pseudoliti, da [30] . . . . .	26
4.3	Distribuzione degli pseudoliti, da [30] . . . . .	31
4.4	Risultati del metodo proposto con 4 pseudoliti, da [30] . . . . .	31
4.5	Risultati del metodo proposto con 4 pseudoliti, da [30] . . . . .	32
4.6	Risultati del metodo proposto con 5 pseudoliti, da [30] . . . . .	32
4.7	Risultati del metodo proposto con 5 pseudoliti, da [30] . . . . .	33
4.8	Modello del sistema, da [30] . . . . .	34
4.9	Simulazione del modello, da [13] . . . . .	44
4.10	Errori della posizione (espressi in metri [m]. M1: Metodo 1, M2: Metodo 2), da [13] . . . . .	45

5.1	Tecnica FP con WiFi, da [8] . . . . .	49
5.2	Architettura di un sistema basato su <i>iBeacons</i> , da [28] . . . . .	51
5.3	Stima della posizione con la tecnica AoA, da [1] . . . . .	53
5.4	Esempio di architettura di un sistema Visible Light Communication (VLC), da [21] . . . . .	56

## Elenco delle tabelle

3.1	Fattori di attenuazione di alcuni materiali, da [19] . . . . .	11
3.2	Confronto tra le tecniche di localizzazione proposte in [2], [3], [28] . . . . .	22
5.1	Confronto tra le tecnologie alternative proposte . . . . .	58



# Acronimi

<b>AoA</b>	Angle of Arrival
<b>AP</b>	Access Point
<b>BDS</b>	BeiDou Navigation Satellite System
<b>BLE</b>	Bluetooth Low Energy
<b>CA</b>	Coarse Acquisition
<b>CNR</b>	Carrier-to-Noise Ratio
<b>CSI</b>	Channel State Information
<b>ECEF</b>	Earth-Centered, Earth-Fixed
<b>ENU</b>	East-North-Up
<b>ESA</b>	European Space Agency
<b>FP</b>	Fingerprinting
<b>GEO</b>	Geostationary Equatorial Orbit
<b>GLONASS</b>	Globalnaya Navigazionnaya Sputnikovaya Sistema
<b>GNSS</b>	Global Navigation Satellite System
<b>GPS</b>	Global Positioning System
<b>HF</b>	High Frequency
<b>IGSO</b>	Inclined Geo Synchronous Orbit
<b>IPS</b>	Indoor Positioning System
<b>ISM</b>	Industrial, Scientific and Medical
<b>LAN</b>	Local Area Network
<b>LF</b>	Low Frequency
<b>LOS</b>	Line of Sight
<b>MEO</b>	Medium Earth Orbit
<b>NavIC</b>	Navigation Indian Constellation
<b>NLOS</b>	Non Line of Sight
<b>OSI</b>	Open Systems Interconnection

<b>OSNMA</b>	Open Service Navigation Message Authentication
<b>PPP</b>	Precise Point Positioning
<b>PPS</b>	Precise Positioning Service
<b>PRN</b>	Pseudo Random Noise
<b>QZZS</b>	Quasi-Zenith Satellite System
<b>RFID</b>	Radio Frequency Identification Device
<b>RSS</b>	Received Signal Strength
<b>RSSI</b>	Received Signal Strength Indicator
<b>RToA</b>	Return Time of Arrival
<b>RTT</b>	Round Trip Time
<b>SATNAV</b>	Satellite Navigation
<b>SNR</b>	Signal-to-Noise Ratio
<b>SPS</b>	Standard Positioning Service
<b>TDoA</b>	Time Difference of Arrival
<b>ToA</b>	Time of Arrival
<b>UE</b>	Unione Europea
<b>UHF</b>	Ultra High Frequency
<b>UTC</b>	Coordinate Universal Time
<b>UUID</b>	Universally Unique Identifier
<b>UWB</b>	Ultra Wide Band
<b>VLC</b>	Visible Light Communication
<b>WSN</b>	Wireless Sensor Network

# 1

## Introduzione

La localizzazione indoor è quel processo di rilevamento della posizione di beni, animali o persone in un ambiente al chiuso.

L'impiego della tecnologia GNSS in luoghi esterni, per tale mansione, non riscontra grosse limitazioni in confronto all'acquisizione in luoghi impraticabili o indoor; in questi ultimi, seppure il segnale di un satellite sia in grado di penetrare all'interno di edifici e di fornire un'indicazione approssimativa della posizione, esso è affetto da interferenze, jamming, attenuazione e l'effetto multipath, avendo come risultato misurazioni di bassa precisione. In tali circostanze, vengono richieste tecniche di elaborazione del segnale per renderle quest'ultimo rilevabile.

Nonostante i suoi punti deboli, la tecnologia GNSS viene utilizzata per alcuni dei seguenti motivi:

- banda di frequenza: i segnali GNSS sono in grado di operare a frequenze radio sostanzialmente elevate; questo li rende in parte immuni sino alla ricezione sulla superficie terrestre (si veda la Figura 1.1);
- applicazioni: una localizzazione pressoché approssimativa può fornire all'utente una stima della posizione all'interno di un edificio;

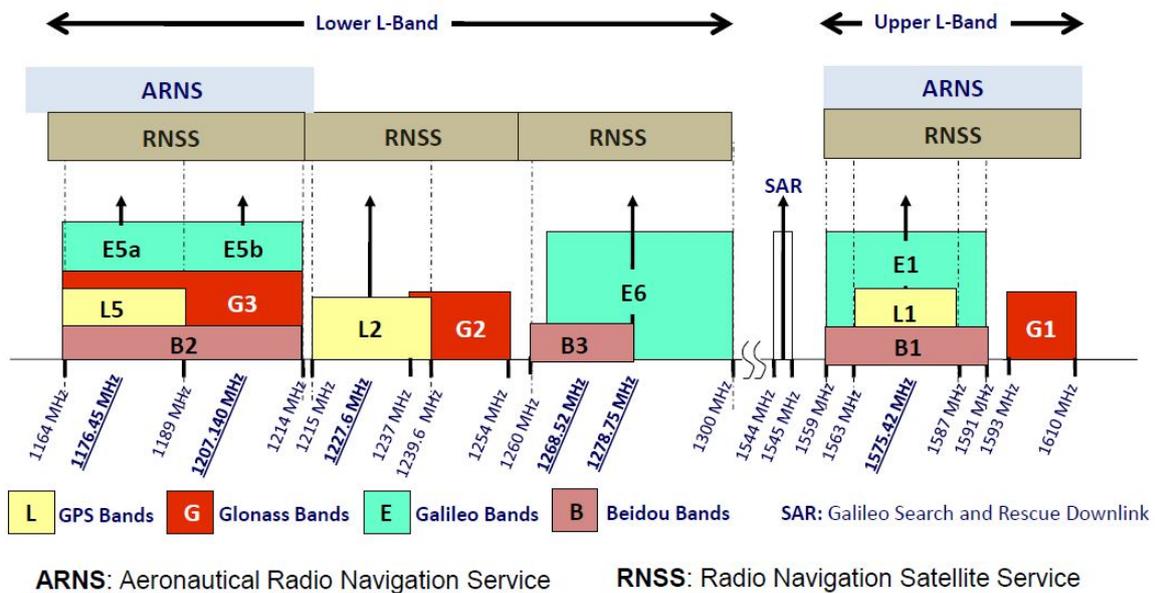


Figura 1.1: Banda di frequenza GNSS, da [22].

- riduzione delle spese: non è richiesto un alto costo per l'implementazione, rispetto a sistemi di localizzazione indoor complessi;
- facilità di integrazione: la presenza di ricevitori GNSS incorporati in dispositivi mobili e di navigazione rende semplice l'implementazione di funzionalità di localizzazione in ambienti al chiuso.

Nel settore dell'Ingegneria dell'Informazione la localizzazione indoor tramite il GNSS trova spazio in campi come le telecomunicazioni, l'informatica e l'elettronica. Nel primo, poiché la comunicazione wireless è ciò che sta alla base della ricezione dei segnali; nell'informatica risiede lo sviluppo di opportuni algoritmi per l'elaborazione di dati utili al calcolo, o ad una stima, della posizione di un bene o di una persona; l'elettronica è fondamentale per lo sviluppo di ricevitori e sensori impiegati per la rilevazione della posizione all'interno degli edifici.

## Organizzazione Tesi

**Capitolo 2 - Global Navigation Satellite System (GNSS):** nel seguente capitolo vengono presentati i principali sistemi di navigazione satellitare che compongono il GNSS.

**Capitolo 3 - Indoor Positioning System (IPS):** nel seguente capitolo viene principalmente spiegato il concetto di IPS e le sue limitazioni; inoltre, viene presentata una panoramica di alcune delle tecniche impiegate per la localizzazione in ambienti indoor, nonché una serie di parametri di valutazione utili alla scelta di un opportuno IPS.

**Capitolo 4 - IPSs implementati con GNSS:** nel seguente capitolo vengono proposti due approcci per l'implementazione di IPSs basati sulla tecnologia GNSS. Viene proposta una prima soluzione di un sistema composto da pseudoliti, ed una seconda soluzione di un sistema formato da ripetitori.

**Capitolo 5 - Tecnologie alternative:** nel seguente capitolo vengono illustrate, in modo non dettagliato, alcune delle possibili alternative alle limitazioni dell'impiego della tecnologia GNSS in ambienti indoor.

**Capitolo 6 - Conclusioni:** spiegazione sintetica.



# 2

## Global Navigation Satellite System (GNSS)

### 2.1 Global Navigation Satellite System (GNSS)

La parola GNSS definisce l'insieme di tutti i sistemi Satellite Navigation (SAT-NAV) esistenti ed i loro potenziamenti (*augmentation systems*); si noti che spesso vi è un fraintendimento nella letteratura, per cui un generico sistema satellitare di navigazione viene inteso come un GNSS. Quest'ultimo è composto dai seguenti sistemi di navigazione [7]:

- GPS,
- Galileo,
- GLONASS,
- BDS,

e da altri sistemi di potenziamento come il Quasi-Zenith Satellite System (QZZS) di origine giapponese ed il Navigation Indian Constellation (NavIC) di origine indiana.

Questa rete internazionale di sistemi di navigazione permette di avere un tracciamento globale, in tempo reale, accurato ed a tre dimensioni, nonché di ottenere

informazioni in modo rapido; oltre a ciò, fornisce una scansione di tutti i fusi orari del mondo tramite il Coordinate Universal Time (UTC).

È importante notare che all'interno del GNSS si formano delle costellazioni globali, convenzionalmente composte da ventiquattro o più satelliti di categoria Medium Earth Orbit (MEO). Sono infatti le costellazioni che permettono principalmente di ottenere servizi come la navigazione, il fuso orario ed il posizionamento.

La predisposizione dei satelliti nelle costellazioni globali prevede il collocamento di quattro o più satelliti per ogni piano orbitale, di cui generalmente se ne richiedono tre o sei [7].

Sono presenti apposite stazioni di controllo a terra per monitorare lo stato dei satelliti, oltreché per effettuare operazioni periodiche di aggiornamento.

Nelle seguenti sezioni verranno illustrati, in modo non dettagliato, i sopraelencati sistemi di navigazione che formano il GNSS.

### 2.1.1 GPS

È un sistema di posizionamento e di navigazione statunitense, sviluppato nei primi anni del 1970 dal Dipartimento della Difesa degli Stati Uniti [17].

Il GPS fu progettato per scopi militari, con l'obiettivo di migliorare le operazioni belliche dell'Aeronautica Militare statunitense; successivamente, negli anni Ottanta venne reso accessibile per scopi civili.

I servizi cardinali offerti da questo sistema possono essere dunque categorizzati in [7]:

- Precise Positioning Service (PPS): riservato ad utilizzi militari e governativi,
- Standard Positioning Service (SPS): accessibile per utilizzi civili e commerciali.

La costellazione del GPS si compone di 24 satelliti in MEO, suddivisi in 6 piani orbitali.

### 2.1.2 Galileo

Negli anni Novanta dello scorso secolo l'Unione Europea (UE) insieme alla European Space Agency (ESA), hanno deciso di dare vita a quello che è divenuto il sistema satellitare di navigazione europeo, Galileo [29]. Il seguente sistema è ufficialmente entrato in funzione il 15 dicembre 2016 [29].

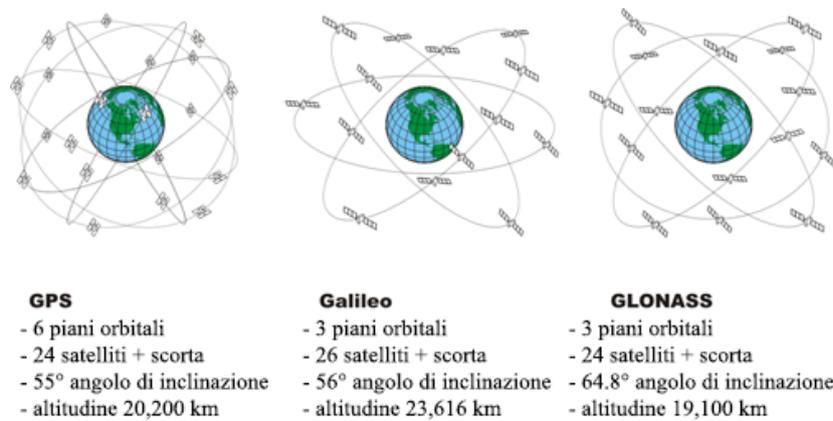


Figura 2.1: Costellazione GPS, Galileo, GLONASS, da [24].

Seppure ancora in fase di sviluppo, Galileo è stato concepito in modo da essere prevalentemente impiegato per ragioni civili.

Galileo offre servizi tra cui il Precise Point Positioning (PPP), servizi dedicati alla ricerca ed al salvataggio, e l'Open Service Navigation Message Authentication (OSNMA). Quest'ultimo è il primo servizio accessibile di autenticazione del segnale di navigazione satellitare, il quale permette di verificare l'autenticità dei segnali GNSS assicurando, di conseguenza, una maggiore sicurezza contro eventuali attacchi informatici (è tuttora in fase di prova).

Tra i benefici che questo sistema ha portato al GNSS si trovano maggiore accuratezza e precisione [4].

La sua costellazione è formata da 26 satelliti [4] ed essendo tuttora in fase di sviluppo si prevede di arrivare ad una formazione composta da 30 satelliti in MEO.

### 2.1.3 GLONASS

Questo sistema è stato sviluppato dalla Federazione Russa come controparte al GPS, entrando in funzione nell'anno 1995, all'incirca quindici anni dopo il suo concepimento [20].

Sono offerti due tipologie di servizi:

1. un servizio riservato per scopi militari e governativi,
2. una *open service* dedicata ad usi civili e commerciali.

GLONASS ha una costellazione composta di 24 satelliti in MEO, equamente suddivisi in 3 piani orbitali.

### 2.1.4 BeiDou

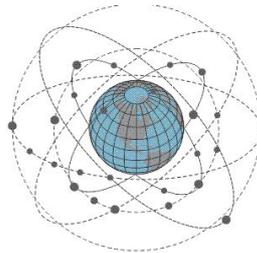
Nel corso dell'ultimo ventennio la Cina si è messa in gioco per sviluppare un proprio sistema satellitare di navigazione, il BeiDou (BDS) [12].

Si è partiti con la realizzazione del BDS-1, completata al termine dell'anno 2000; è stato proprio quest'ultimo a garantire un servizio equivalente al GPS, limitato però al solo territorio cinese.

Si è poi passati al BDS-2, completato a fine 2012, che garantisce la copertura nella regione Asia-Pacifica.

Nel giugno dell'anno 2020 è stato lanciato in orbita l'ultima versione BeiDou, il BDS-3. Tra i servizi offerti dal BDS-3, oltre alla navigazione, l'orario ed il posizionamento, vi sono la comunicazione di messaggi regionali, la comunicazione globale di messaggi brevi, e servizi dedicati alla ricerca ed al salvataggio [27].

Quest'ultima versione del sistema satellitare di navigazione BDS ha una costellazione formata da 30 satelliti, di cui 24 in MEO, 3 in Geostationary Equatorial Orbit (GEO) e 3 con Inclined Geo Synchronous Orbit (IGSO).



#### **BeiDou**

- 6 piani orbitali
- 30 satelliti + scorta
- 55° angolo di inclinazione
- altitudine 21,500 km

Figura 2.2: Costellazione BDS, da [24].

# 3

## Indoor Positioning System (IPS)

Un ambiente al chiuso può essere condizionato da caratteristiche geometriche strutturali complesse, essendo un luogo eterogeneo [18]. Esempi di ambienti indoor possono essere uffici, case, magazzini ed ospedali.

Ogni singolo luogo presenta le proprie criticità in termini di localizzazione, di conseguenza, della stima di una posizione. Sono richiesti fattori come l'accuratezza e la copertura nella ricerca di una valida soluzione tecnologica; inoltre, a seconda delle caratteristiche e da chi o da che cosa popola un ambiente indoor, sono necessari specifici requisiti.

Un IPS è un sistema in grado di identificare le coordinate di una persona, o di un bene, in un luogo chiuso.

I tre pilastri che compongono un IPS sono i seguenti [18], [9]:

1. tecnologia impiegata: contesto in cui ci si ritrova ed i dispositivi utilizzati;
2. tecnica di localizzazione: tipo di informazione, o dato, che viene utilizzato per stimare una posizione;
3. elaborazione dei dati: scelta di un opportuno algoritmo per tale processo.

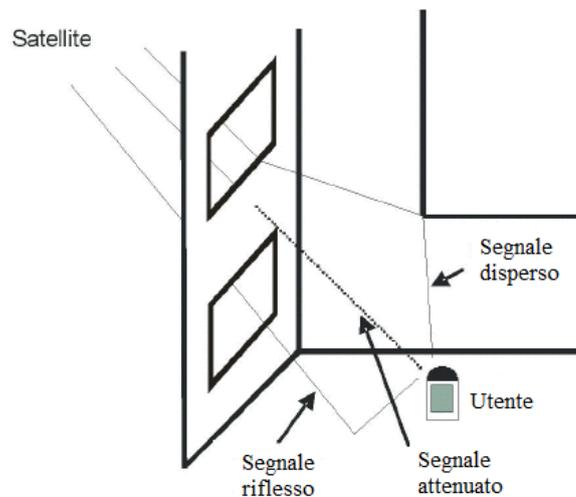


Figura 3.1: Esempio di ricezione di un segnale GNSS in un IPS, da [19]

### 3.1 Limitazioni all'uso del GNSS in un IPS

La complessa struttura di un ambiente indoor porta con sé una importante questione, in termini di limiti tecnologici. Questa può derivare dalla presenza di ostacoli come porte, muri o persino movimenti umani, considerando anche le dimensioni dell'ambiente (vedi Figura 3.1).

La presenza di fenomeni come rumori, interferenze, attenuazione ed effetto multipath, contribuisce negativamente alla propagazione delle onde elettromagnetiche [3].

#### 3.1.1 Multipath

Uno dei grossi problemi nell'ambito della localizzazione in ambienti indoor è l'effetto multipath [2]. La complessa natura di un segnale è soggetta a rifrazione, riflessione e diffrazione; sono questi ad influenzare l'andamento del segnale.

L'effetto multipath, a lato ricevitore, provoca la ricezione di multiple versioni del segnale principale, ognuna avente ritardo, fase ed attenuazione differente; di conseguenza, ha un impatto negativo sull'accuratezza e sulla presenza della Line of Sight (LOS), introducendo ulteriori errori nella stima della posizione non esente da errori.

#### 3.1.2 Attenuazione

Un altro importante problema è legato all'attenuazione di un segnale GNSS. La presenza di ostacoli può ridurre decisamente la potenza di un segnale [19]. Ogni materiale di cui è composto un ostacolo presenta un proprio fattore di attenuazione (vedi

Tabella 3.1); per poter valutare il segnale ricevuto viene considerato come parametro il Signal-to-Noise Ratio (SNR), o frequentemente utilizzato, il Carrier-to-Noise Ratio (CNR).

Materiale	Attenuazione [dB]
Parete in compensato	2.3
Cemento	23
Casa in legno	10
Muro di mattoni	20-25
Fogliame	20-25

Tabella 3.1: Fattori di attenuazione di alcuni materiali, da [19]

## 3.2 Parametri di valutazione

Ogni sistema di localizzazione porta con sé dei vantaggi o degli svantaggi dipendenti da alcuni criteri, che possono essere presi in considerazione nella valutazione dell'efficienza e dell'operatività di questi. Vengono presentati alcuni dei ricorrenti parametri di valutazione [2], [28], [3]:

### 3.2.1 Disponibilità di hardware e del servizio

È essenziale, ai fini della localizzazione, utilizzare dispositivi largamente disponibili senza dover ricorrere ad ulteriori installazioni di hardware ausiliarie (e.g. WiFi, Bluetooth); oltre ad essere definito in base ai mezzi impiegati, questo parametro è ulteriormente definibile attraverso la disponibilità dei servizi, ossia, la possibilità di utilizzare un dato servizio qualora fosse necessario, senza limitazioni.

### 3.2.2 Accuratezza

In un IPS, l'accuratezza è un parametro fondamentale. Fattori come ostacoli, rumore, assenza di LOS, effetto multipath rendono complessa la funzionalità di un sistema di localizzazione; è quindi necessario cercare di limitare questi effetti indesiderati attraverso opportune scelte post-acquisizione.

Idealmente, un generico IPS dovrebbe essere in grado di localizzare una persona o un bene in un raggio di 10cm o meno (*microlocalizzazione*); questo, per consentire una corretta interazione tra utente ed ambiente, e una maggiore sicurezza ed affidabilità

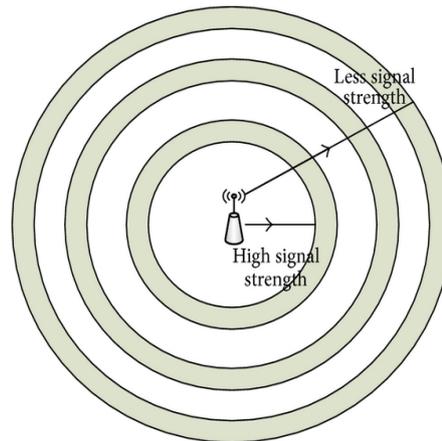


Figura 3.2: Modello di potenza del segnale, da [3]

in ambienti indoor complessi. Più accurato un sistema è, più ne beneficia l'utente in termini di performance.

### 3.2.3 Raggio di copertura

La scelta di questo parametro è legata al luogo di applicazione di un IPS. Si dovrebbe riuscire ad avere un ampio raggio di copertura in ambienti come ospedali, uffici e scuole; d'altra parte, aumentando questo parametro si è maggiormente esposti a fenomeni come l'interferenza e la degradazione del segnale, poiché crescerebbe la distanza tra trasmettitore e ricevitore.

Per questo motivo, è rilevante valutare la potenza del trasmettitore nel considerare un adeguato raggio di copertura (vedi Figura 3.2).

### 3.2.4 Efficienza energetica

Un sistema che necessita di consumare una quantità elevata di energia, potrà essere difficilmente apprezzato; l'obiettivo è quello di ottenere un IPS con un basso livello di consumo energetico. Fattori che possono caratterizzare l'efficienza energetica sono:

- **periodicità:** frequenza con cui vengono trasmessi i dati ai nodi di riferimento; una maggiore frequenza di aggiornamento si traduce in una maggiore accuratezza, ma anche in un maggiore consumo di potenza;
- **potenza di trasmissione:** un segnale avente una elevata potenza, è in grado di coprire un ampio raggio, ma avrà un basso livello di efficienza energetica;

- complessità computazionale: seppure un utente potrebbe beneficiarne in termini di accuratezza, un algoritmo estremamente complesso richiede un alto consumo di energia.

### 3.2.5 Latenza

Viene definita latenza (o ritardo) l'arco temporale che passa tra la richiesta e la ricezione dei dati sulla localizzazione. Un sistema di localizzazione real-time dovrebbe fornire informazioni sul posizionamento di una persona, o di un bene, in un tempo determinato dell'ordine dei millisecondi [2].

### 3.2.6 Scalabilità

È la capacità di un sistema di localizzazione di fornire una stima della posizione ad un elevato numero di utenti o in un ampio spazio; essa definisce la possibilità di aumentare, o all'occorrenza diminuire, il numero di nodi di riferimento o le dimensioni di un dato sistema. Una bassa scalabilità è sinonimo di un sistema poco efficiente.

### 3.2.7 Costi

Quest'ultimo fattore proposto, ma pressoché essenziale, è relativo alla componente hardware. L'utilizzo di infrastrutture già in impiego può determinare un risparmio di costi, per quanto riguarda parte dell'infrastruttura e gli strumenti che la compongono.

Un IPS, idealmente, non può essere accessibile su larga scala se prevede elevati costi di manutenzione, risorse energetiche e dispositivi.

## 3.3 Tecniche di Localizzazione

Le tecniche utilizzate per la localizzazione sono molteplici; queste possono essere distinte in tre macro-categorie [3]:

- rilevamento di prossimità,
- triangolazione,
- analisi della scena.

### 3.3.1 Rilevamento di prossimità

La tecnica di rilevamento di prossimità prevede la stima della zona, o del punto di interesse, in cui una persona o un bene è presente; il rilevamento dell'esatta posizione non è di grande importanza [28].

È una tecnica di facile implementazione, poiché la zona di rilevamento è determinata da come il trasmettitore riesce a trasmettere in termini di potenza; il ricevitore, di conseguenza, è in grado di rilevare possibili cambiamenti in tali termini.

Alla base di questa tecnica stanno tecnologie come il Bluetooth e la Radio Frequency Identification Device (RFID), che verranno presentate nel capitolo 5.

Una limitazione degna di nota è l'interferenza tra i segnali che si viene a creare in ambienti affollati.

### 3.3.2 Triangolazione

La tecnica della triangolazione, per identificare un punto d'interesse, si basa sulle proprietà geometriche dei triangoli. La triangolazione è il risultato della laterazione (o trilaterazione) o dell'angolazione (vedi Figura 3.3). La prima è l'insieme di metodi incentrato sulla determinazione del tempo di propagazione (i.e. ToA, TDoA, RToA) e sulla potenza (RSS, Channel State Information (CSI)) di un segnale. La seconda, invece, si basa sull'angolo di arrivo di un segnale.

Si noti che il prefisso *tri* nei termini trilaterazione e triangolazione sottolinea il fatto che, per determinare una posizione, si necessitano di almeno tre nodi di riferimento.

#### Time of Arrival (ToA)

Attraverso il ToA, viene calcolata la distanza tra il trasmettitore ed il ricevitore moltiplicando il tempo di propagazione del segnale, preso in considerazione, e la velocità del segnale stesso, equivalente alla velocità della luce trattandosi di onde elettromagnetiche. Ogni distanza calcolata rappresenta il raggio di una sfera: avendo tre o più nodi di riferimento si è in grado di distinguere una zona di localizzazione descritta dall'intersezione di queste sfere.

Particolare attenzione va posta sulla sincronizzazione, sia a lato ricevitore, sia a lato trasmettitore: la tecnica ToA richiede la conoscenza dei tempi di trasmissione del segnale [3]; per ovviare a questo problema, è possibile misurare gli eventuali tempi di trasmissione e ricezione con una strumentazione ausiliaria oppure con l'invio di timestamps nei pacchetti contenenti il segnale.

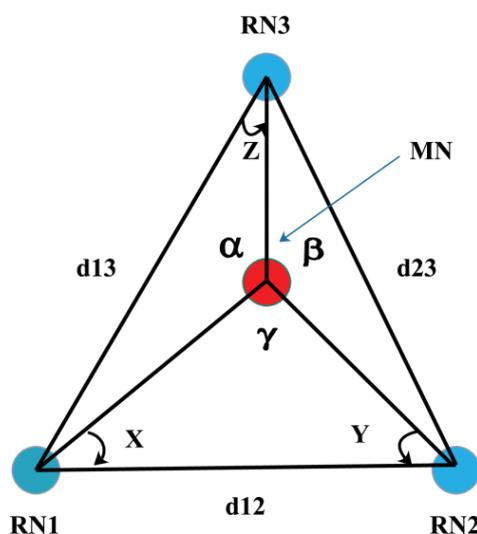


Figura 3.3: Schema di triangolazione 2D, da [2]

MN: Nodo mobile (utente)

RN*i*: Nodo di riferimento *i*-esimo

$d_{ij}$ : Distanza tra i nodi di riferimento

$\alpha, \beta, \gamma$  angoli incogniti tra i nodi di riferimento ed il nodo mobile

$x, y, z$ : angoli noti tra i nodi di riferimento ed il nodo mobile

Si ipotizzi di calcolare la distanza tra trasmettitore e ricevitore. Sia  $t_1$  il tempo in cui il trasmettitore  $i$  invia un messaggio al ricevitore  $j$ , il quale lo riceve al tempo  $t_2$ ; si noti che  $t_2 = t_1 + t_p$ , dove  $t_p$  rappresenta il tempo impiegato dal segnale per essere trasmesso dal trasmettitore al ricevitore, ossia il tempo di propagazione. La distanza è dunque calcolabile attraverso l'Equazione 3.1, dove  $v$  rappresenta la velocità del segnale:

$$d_{ij} = (t_2 - t_1) \cdot v \quad (3.1)$$

I fattori rilevanti che possono condizionare l'accuratezza di una misurazione, utilizzando la suddetta tecnica, sono la larghezza di banda e la frequenza di campionamento del segnale: la prima, perché una maggiore larghezza di banda comporta una risoluzione temporale più fine; tuttavia, la presenza di un canale dispersivo e l'assenza di LOS, dovuta alla deviazione del segnale, può limitare la risoluzione; la seconda, poiché una frequenza di campionamento bassa può ridurre la risoluzione del segnale.

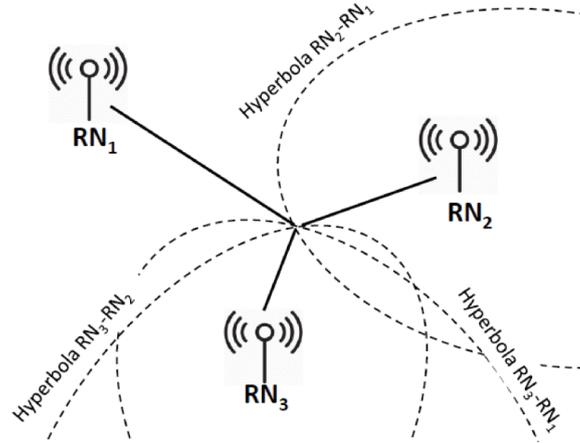


Figura 3.4: Posizionamento basato su TDoA, da [28]  
 RN*i*: Nodo di riferimento *i*-esimo

### Time Difference of Arrival (TDoA)

Con questa tecnica, vengono misurate le differenze dei tempi di propagazione dai nodi di riferimento che formano un sistema; ogni singola differenza permette di ottenere una curva iperbolica nella quale il ricevitore d'interesse si trova (vedi Figura 3.4). Per questo motivo, sono richiesti almeno tre trasmettitori per determinare la posizione esatta; quest'ultima, infatti, viene determinata dall'intersezione delle curve iperboliche prodotte.

Si indichino le misurazioni del TDoA da ipotetici trasmettitori  $i$  e  $j$  con  $t_{D(i,j)}$ . Quest'ultime ci permettono di ottenere dei valori fisici della distanza  $l_{D(i,j)} = c \cdot t_{D(i,j)}$ , dove  $c$  rappresenta la velocità della luce.

È ora possibile identificare l'iperboloide in cui il nostro ricevitore di interesse si trova tramite l'Equazione 3.2

$$l_{D(i,j)} = \sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2 + (Z_i - z)^2} - \sqrt{(X_j - x)^2 + (Y_j - y)^2 + (Z_j - z)^2}, \quad (3.2)$$

dove  $(X_i, Y_i, Z_i)$  sono le coordinate del nodo trasmettitore  $i$ , mentre  $(x, y, z)$  rappresentano le coordinate del nodo ricevitore.

I fattori chiave riguardanti l'accuratezza delle misurazioni, sono analoghi alla tecnica precedente, ToA. Rispetto a quest'ultima, la TDoA richiede soltanto la sincronizzazione a lato trasmettitore.

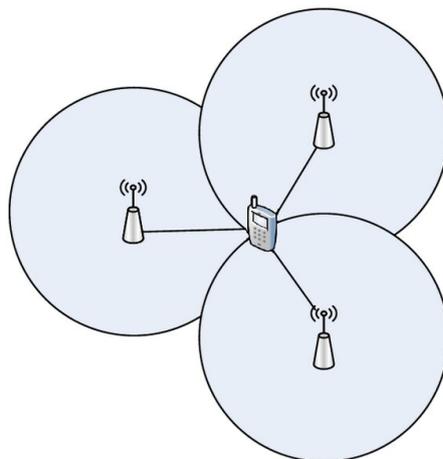


Figura 3.5: Localizzazione basata su ToA e RToA, da [3]

### Return Time of Arrival (RToA)

L'RToA misura il tempo di propagazione di un segnale dal trasmettitore al ricevitore e nuovamente al trasmettitore, ossia il Round Trip Time (RTT).

Il rilevamento dell'area di localizzazione è simile alla tecnica ToA, ed inoltre, i fattori rilevanti riguardanti l'accuratezza delle misurazioni sono identiche (vedi Figura 3.5).

Si ipotizzi di calcolare la distanza tra trasmettitore e ricevitore. Sia  $t_1$  il tempo in cui il trasmettitore  $i$  invia un messaggio al ricevitore  $j$ , il quale lo riceve al tempo  $t_2 = t_1 + t_p$ . Il ricevitore  $j$  a sua volta ritrasmette il messaggio al tempo  $t_3$ , che viene ricevuto dal trasmettitore  $i$  al tempo  $t_4$ . La distanza è dunque calcolabile attraverso l'Equazione 3.3

$$d_{ij} = \frac{(t_4 - t_1) - (t_3 - t_2)}{2} \cdot v \quad (3.3)$$

La sincronizzazione nella tecnica RToA è richiesta sia a lato ricevitore che a lato trasmettitore [28].

### Received Signal Strength (RSS)

L'RSS è una delle tecniche più utilizzate nella localizzazione in ambienti indoor, oltre ad essere semplice da impiegare.

L'RSS esprime il valore effettivo della potenza del segnale ricevuto; viene espressa generalmente in decibel-milliwatt (dBm), oppure, in milliwatt (mW).

Tramite l'RSS è possibile stimare la distanza tra trasmettitore e ricevitore; si noti che, più il suo valore è elevato, più diminuisce la distanza tra i medesimi.

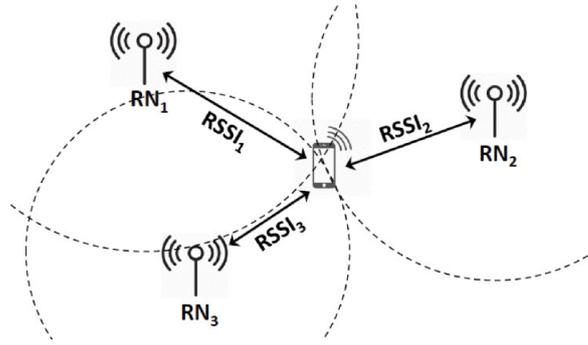


Figura 3.6: Esempio di localizzazione RSS, da [28]  
 RN*i*: Nodo di riferimento *i*-esimo

È spesso fonte di confusione il termine Received Signal Strength Indicator (RSSI) che è una misura derivante dall’RSS; infatti, l’RSSI è un indicatore che viene utilizzato dai venditori per i loro dispositivi.

$$RSSI(d) = RSSI(d_0) - 10n \log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) \quad (3.4)$$

Tramite l’Equazione 3.4 è possibile stimare la distanza tra il nodo trasmettitore e quello ricevitore, conoscendo il valore dell’indicatore RSS ed utilizzando un semplice modello di propagazione path loss;  $n$  rappresenta l’esponente del path loss, che può assumere un valore a partire da 2 (se in spazio libero) sino a 4 (se in un ambiente al chiuso);  $RSSI(d_0)$ , invece, è il valore RSSI misurato da una distanza di riferimento  $d_0$  nota rispetto al nodo trasmettitore.

Seppure l’RSS sia semplice e conveniente come tecnica da impiegare, l’accuratezza, il rumore e l’effetto multipath ne rappresentano i maggiori limiti; tra le cause si evidenziano l’attenuazione del segnale e la presenza di ostacoli.

### Channel State Information (CSI)

La seguente tecnica si basa sulla conoscenza della risposta in frequenza del canale tramite misurazioni tra trasmettitore e ricevitore: attraverso queste informazioni si è in grado di comprendere come il segnale si propaga tra i medesimi.

$$H(f) = |H(f)|e^{j\angle H(f)} \quad (3.5)$$

La forma polare di CSI (vedi l’Equazione 3.5) è dunque composta da  $|H(f_i)|$ , che rappresenta la risposta di ampiezza e  $\angle H(f_i)$ , che rappresenta la risposta di fase della frequenza  $f_i$  del canale.

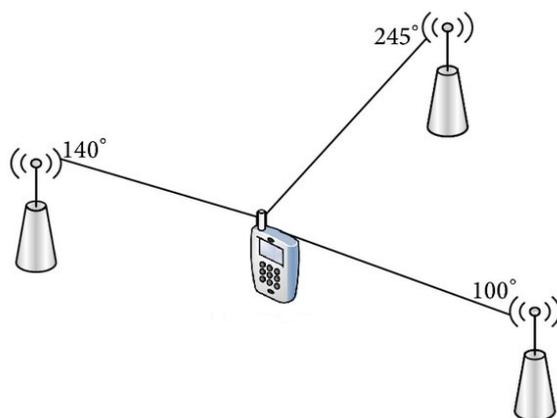


Figura 3.7: Esempio di localizzazione AoA, da [3]

Tra i vantaggi di questa tecnica si distingue una maggiore accuratezza rispetto alla tecnica precedente, l’RSS.

### Angle of Arrival (AoA)

Quest’ultima tecnica, tra quelle basate sulla triangolazione, misura l’angolo di arrivo di un segnale ricevuto rispetto al ricevitore.

Per una maggiore accuratezza, anche con questa tecnica, è richiesta la presenza di almeno tre nodi di riferimento; in questo caso, però, si avrà a che fare con le linee di rilevamento e non più l’area di localizzazione (vedi Figura 3.7).

Si noti che la tecnica AoA non prevede la sincronizzazione del tempo.

Alcune tra le limitazioni dell’AoA sono [3], [28]:

1. effetto multipath, riflessione e Non Line of Sight (NLOS): questi effetti sono la causa di variazione della direzione del segnale;
2. una significativa distanza tra trasmettitore e ricevitore provoca una stima della posizione scarsamente accurata.

### 3.3.3 Analisi della scena

Questa tecnica si basa sul raccoglimento di informazioni riguardanti l’ambiente in cui si implementa un IPS: all’interno di un database, vengono collezionati informazioni su punti specifici dello spazio preso in considerazione; successivamente, questi valori vengono confrontati con dei valori misurati al momento, per definire la scelta migliore.

Uno dei metodi rinomati, che sta alla base dell’analisi della scena, è l’FP.

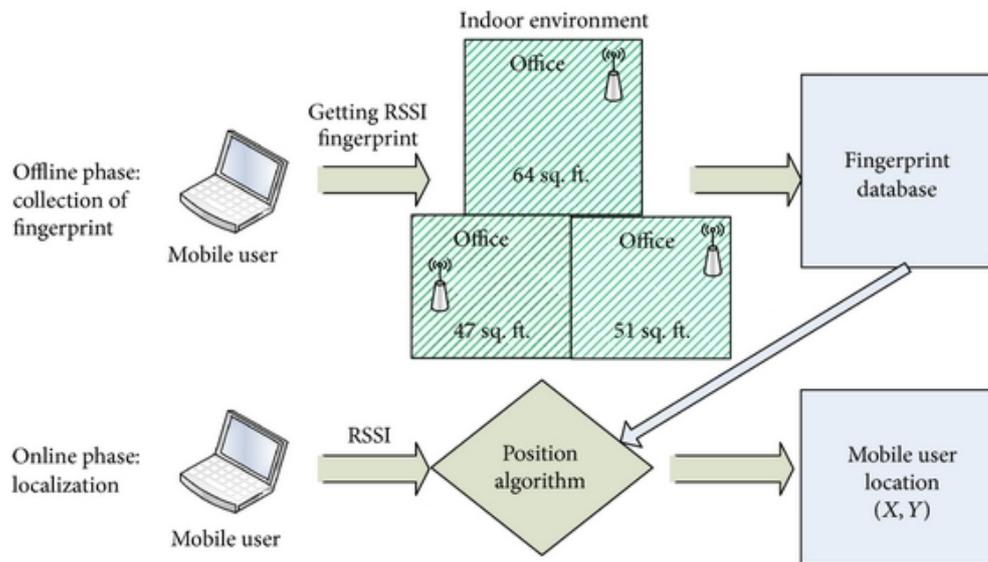


Figura 3.8: Localizzazione basato su FP, da [3]

### Fingerprinting (FP)

Questo metodo è generalmente basato sull’RSSI, ma utilizza anche tecniche incentrate sulle immagini visive o sui suoni.

L’FP è composto di due fasi [2]:

1. fase offline: l’ambiente di interesse viene mappato attraverso diverse misurazioni dell’indicatore RSSI. Tutti i dati ricavati vengono memorizzati su di un database;
2. fase online: i dati immagazzinati nel database vengono confrontati con le misurazioni effettuate in real-time, per stimare la posizione di un bene o di una persona.

Per permettere il confronto tra le due fasi, ossia trovare la corrispondenza tra le due mappe generate, questo metodo si serve di opportuni algoritmi che possono essere distinti in:

- approccio probabilistico,
- approccio deterministico.

L’FP, oltre ad essere preciso, è un metodo affidabile. Nonostante ciò, richiede un’alta elaborazione di dati, traducendosi in un ampio tempo di elaborazione ed un alto costo

di realizzazione; in aggiunta, eventuali cambiamenti in un ambiente comporterebbero una ulteriore procedura di mappatura.

Nella Tabella 3.2 si presentano le tecniche di localizzazione sopra proposte confrontandole.

Tecnica	Tipo di Misurazione	Accuratezza Indoor	Copertura	LOS /NLOS	Effetto Multipath	Costo	Note
Prossimità	Tipologia di segnale	Bassa ad alta	Buona	Entrambi	No	Basso	(1)L'accuratezza può essere migliorata utilizzando ulteriori antenne (2)L'accuratezza è dell'ordine delle celle
Tempo (ToA, TDoA)	Tempo di arrivo	Alta	Buona (sogetta all'effetto multipath)	LOS	Sì	Elevato	(1)È richiesta la sincronizzazione del tempo (2)Richiede la conoscenza della posizione dell'antenna
Segnale (RSS, CSI)	Intensità del segnale	Alta	Buona	Entrambi	Sì	Medio	(1)Non è richiesta la sincronizzazione del tempo (2)È richiesto un'elaborazione intensa in ampi ambienti
Direzione (AoA)	Angolo di arrivo	Media	Buona (sogetta all'effetto multipath)	LOS	Sì	Elevato	(1)L'accuratezza dipende dalle proprietà angolari dell'antenna (2)Richiede la conoscenza della posizione dell'antenna
Fingerprinting	RSS	Alta	Buona	Entrambi	No	Medio	(1)È richiesta un'opportuna calibrazione (2)La posizione dell'antenna non è rilevante

Tabella 3.2: Confronto tra le tecniche di localizzazione proposte in [2], [3], [28]

# 4

## IPSS implementati con GNSS

Con l'avvento di sistemi di localizzazione in ambienti al chiuso, sono state proposte in letteratura molteplici tecnologie; alcune di queste, che verranno introdotte nel capitolo 5, possono basarsi sulla radiocomunicazione, sull'ottica, sull'acustica o su versioni ibride di queste.

Tutte queste tecnologie sono state sviluppate per contrastare le limitazioni della tecnologia GNSS in ambienti indoor: un segnale trasmesso da un satellite, che viene ricevuto in un luogo al chiuso, è soggetto a distorsioni, e ad una diminuzione della potenza del segnale stesso, oltre ai fenomeni illustrati nel Capitolo 3.

Nel presente capitolo si descrivono alcune delle tecniche, basate sulla tecnologia GNSS, per migliorare la ricezione dei segnali della medesima tecnologia.

Sono stati introdotti metodi di posizionamento basati su pseudoliti e ripetitori [25].

Uno pseudolite è un trasmettitore terrestre di segnali GPS; esso offre una flessibilità in termini di posizione e di navigazione, garantendo una minore perdita di segnale in strutture complesse.

Uno pseudolite è in grado di generare e trasmettere un codice Pseudo Random Noise (PRN), un segnale somigliante ad un autentico segnale GNSS; problematiche che possono emergere sono legate all'effetto multipath e all'effetto near-far. Quest'ultimo si verifica quando un ricevitore ha difficoltà a rilevare a distanza un segnale debole tra

segnali forti; questo effetto è causato da fenomeni come distorsione ed interferenza.

Un ripetitore è un dispositivo in grado di trasmettere una versione amplificata di un segnale.

I metodi di posizionamento basati sui ripetitori richiedono una conoscenza a priori della posizione di questi ultimi, oppure del ritardo del segnale che si presenta tra i ripetitori. Problematiche che possono emergere con l'utilizzo di questi dispositivi sono l'effetto multipath e l'interferenza.

## 4.1 IPS basato su pseudoliti

L'impiego di pseudoliti per la realizzazione di un IPS è accompagnata da diversi benefici, quali la possibilità di installazione in luoghi ove vi sia una mancata ricezione del segnale; inoltre, un maggiore numero di pseudoliti si traduce in un servizio di posizionamento continuo [30].

Generalmente, la struttura delle effemeridi di un segnale somigliante a quello del GNSS è differente dalla struttura standard, per questo motivo sono richieste delle modifiche a livello di firmware a lato ricevitore.

Esempi di soluzione sono proposte in [26] e [10]: la prima è basata su un sistema pseudolite-ripetitore, la quale richiede delle opportune antenne; la seconda prevede l'utilizzo di pseudoliti per simulare uno spazio di satelliti.

La soluzione incentrata su pseudoliti proposta in questa tesi si basa sul miglioramento del metodo di stima, tenendo in considerazione gli errori residui dovuti ad una stima precedente. Questa soluzione, rispetto a quella proposta in [26], non prevede nessuna modifica a livello di firmware a lato ricevitore; inoltre, la stima della posizione è resa possibile dalle informazioni a priori dei pseudoliti e dei satelliti simulati, nonché, dall'uscita del ricevitore.

Tra i vantaggi della seguente soluzione vi sono una compatibilità con il sistema GNSS, e la possibilità di operare con pseudoliti sia in ambienti all'aperto sia in ambienti al chiuso, poiché non si necessita esclusivamente di satelliti [30].

### 4.1.1 Configurazione del sistema

#### Struttura del sistema

La presenza di un ricevitore comune è dovuta al fatto che entrambi il codice PRN ed i dati di navigazione dei pseudoliti utilizzano la stessa frequenza della portante dei satelliti. Si veda la Figura 4.1 che rappresenta la struttura del sistema proposto.

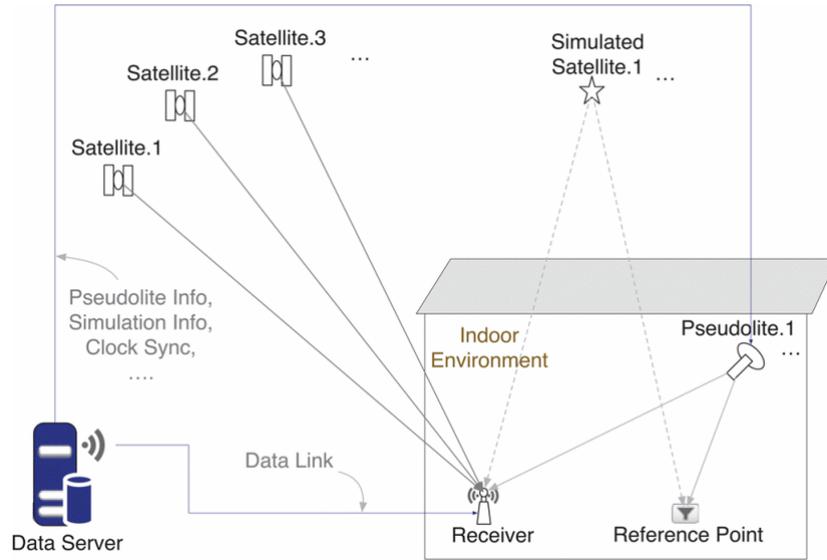


Figura 4.1: Struttura del sistema, da [30]

Sia  $\tilde{\mathbf{x}}^{(u)}$  il punto di riferimento di cui è nota la posizione: questo punto è necessario per la sincronizzazione del clock, poiché questa avviene tramite i parametri di controllo misurati dal medesimo punto di riferimento, controllando il ritardo di trasmissione. Oltre a ciò, è richiesta la sincronizzazione tra il sistema di pseudoliti ed il GNSS. Il server presente ha il compito di inviare i dati misurati agli pseudoliti per la calibrazione del clock di questi ultimi; per di più, il server fornisce informazioni all'utente riguardo gli pseudoliti utili al processo di aggiornamento della stima.

Gli pseudoliti che simulano i satelliti, generano segnali GNSS da trasmettere ai ricevitori; si noti che, l'assenza di modifiche a livello firmware a lato ricevitore è resa possibile dal fatto che i segnali simulati vengono trasmessi come se nello spazio fossero solamente presenti satelliti. Si veda la Figura 4.2 che rappresenta la configurazione indoor degli pseudoliti.

Sia  $\mathbf{x}_i^{(p)}$ , per  $i = 1, 2, \dots, N$ , la posizione  $i$ -esima di uno pseudolite. Sia  $\tilde{\mathbf{x}}_i^{(s)}$  la posizione di uno pseudolite che simula un satellite, dove il simbolo " $\sim$ " indica che la posizione è virtuale.

I segnali trasmessi dagli pseudoliti contengono solamente le informazioni dei satelliti simulati; il ritardo del segnale dipende dal punto di riferimento. Si veda l'Equazione 4.1, la quale rappresenta il ritardo dell' $i$ -esimo pseudolite rispetto al segnale reale del satellite.

$$t_i = \frac{\|\tilde{\mathbf{x}}_i^{(s)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(u)}\| - \|\mathbf{x}_i^{(p)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(u)}\|}{c} + I_i + T_i + e_i \quad (4.1)$$

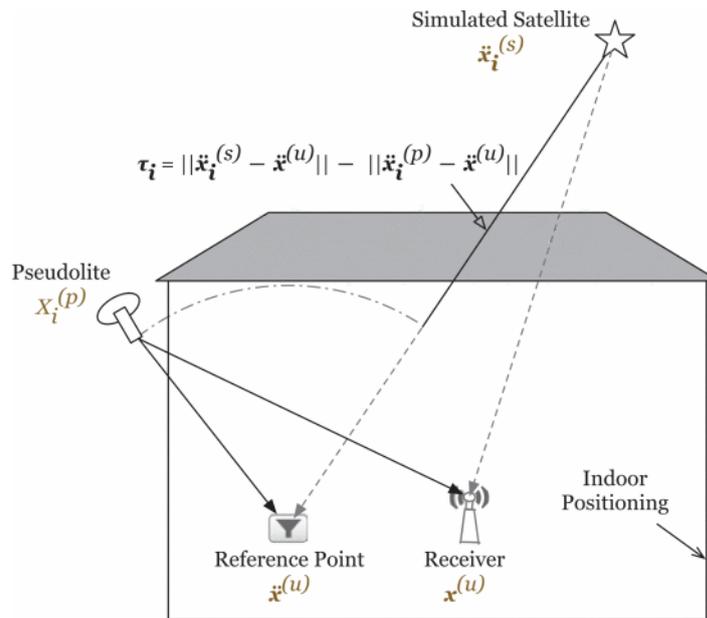


Figura 4.2: Configurazione pseudoliti, da [30]

Il simbolo  $c$  rappresenta la velocità di propagazione del segnale,  $I_i$  rappresenta il ritardo dovuto alla ionosfera simulata,  $T_i$  rappresenta il ritardo dovuto alla troposfera simulata ed  $e_i$  rappresenta un ulteriore errore del clock dell' $i$ -esimo pseudolite.

### Funzionamento del sistema

La posizione degli pseudoliti e dei satelliti è un'informazione nota che viene fornita all'utente attraverso il server; con un opportuno numero di segnali del satellite è possibile determinare una posizione iniziale del ricevitore. Poiché lo pseudorange non coincide con la distanza tra satellite simulato e ricevitore, e quest'ultimo non è a conoscenza della presenza degli pseudoliti, la posizione iniziale fornita dal ricevitore presenterà un bias. Per risolvere a questo problema è necessaria una procedura di post-elaborazione.

Per stimare la posizione di un utente basterebbe risolvere equazioni non lineari attraverso, tipicamente, un processo di linearizzazione applicando il metodo dei minimi quadrati [30]. Sarebbe dunque possibile ottenere misurazioni dello pseudorange tramite l'uscita del ricevitore ed informazioni a priori fornite dagli pseudoliti e dai satelliti simulati, per stimare nuovamente la posizione di un utente.

La sola presenza di 4 satelliti per il processo di posizionamento iniziale non causerebbe grosse problematiche, se non la presenza di un numero maggiore di satelliti; il metodo dei minimi quadrati, se iterato, introdurrebbe un ulteriore errore residuo [30].

## 4.1.2 Metodologia

### Posizionamento iniziale

Il processo di posizionamento iniziale si basa sul calcolo degli pseudorange. Lo pseudorange può essere espresso come nell'Equazione 4.2

$$\rho_i^{(s)} = r_i + \delta t_u - \delta t^{(u)} + I_i + T_i + \varepsilon_i \quad (4.2)$$

dove  $r_i$  rappresenta la distanza tra ricevitore e satellite,  $\delta t^{(u)}$  rappresenta il bias del clock del satellite ed  $\varepsilon_i$  l'errore di osservazione dello pseudorange.

Apportando opportune correzioni sulla misurazione degli errori, l'equazione dello pseudorange può essere semplificata raccogliendo in  $B = \delta t_u - \delta t^{(u)} + I_i + T_i$ :

$$\rho_i^{(p)} = r_i + B + \epsilon_i. \quad (4.3)$$

Si noti che in un sistema di pseudoliti la distanza  $d_i$  rappresenta la distanza tra pseudolite e ricevitore, poiché nella realtà i satelliti simulati non esistono; quindi,  $r_i$  è esprimibile come nell'Equazione 4.4 dove  $\tilde{\mathbf{x}}^{(u)}$  indica la posizione del punto di riferimento, mentre  $\mathbf{x}^{(u)}$  rappresenta la reale posizione del ricevitore.

$$r_i = d_i + \|\tilde{\mathbf{x}}_i^{(s)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(u)}\| - \|\mathbf{x}_i^{(p)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(u)}\| \quad (4.4)$$

Come già riportato in precedenza, il ricevitore non è a conoscenza della presenza degli pseudoliti, per cui lo pseudorange  $\rho_i^{(p)}$  è determinato dalle informazioni spaziotemporali dell'utente  $\{\mathbf{x}_{fake}^{(u)}, B_{fake}\}$  e dalla posizione del satellite  $\tilde{\mathbf{x}}_i^{(s)}$ ; si veda l'Equazione 4.5, dove  $\epsilon'_i$  rappresenta l'errore residuo associato al rumore termico ed altre tipologie di rumore.

$$\rho_i^{(p)} = \|\tilde{\mathbf{x}}_i^{(s)} - \mathbf{x}_{fake}^{(u)}\| + B_{fake} + \epsilon'_i \quad (4.5)$$

Sviluppando lo pseudorange  $\rho_i^{(p)}$  in serie di Taylor nel punto iniziale  $\{\mathbf{x}_0^{(u)}, B_0\}$ ,

$$\rho_i^{(p)} \approx (\|\tilde{\mathbf{x}}_i^{(s)} - \mathbf{x}_0^{(u)}\| + B_0) + (B_{fake} - B_0) \frac{\partial \|\tilde{\mathbf{x}}_i^{(s)} - \mathbf{x}_0^{(u)}\|}{\partial \mathbf{x}_0^{(u)T}} \Big|_{\mathbf{x}_{fake}^{(u)} = \mathbf{x}_0^{(u)}} \cdot (\mathbf{x}_{fake}^{(u)} - \mathbf{x}_0^{(u)}) \quad (4.6)$$

e definendo nuove variabili

$$\begin{cases} \delta\rho_i^{(p)} = \rho_i^{(p)} - \|\tilde{\mathbf{x}}_i^{(p)} - \mathbf{x}_0^{(u)}\| - B_0 \\ \mathbf{G} = \begin{bmatrix} - \left\{ \frac{\tilde{\mathbf{x}}_i^{(s)} - \mathbf{x}_0^{(u)}}{\|\tilde{\mathbf{x}}_i^{(s)} - \mathbf{x}_0^{(u)}\|} \right\}^T, \mathbf{1} \end{bmatrix} \\ \delta\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{fake}^{(u)} - \mathbf{x}_0^{(u)} \\ B_{fake} - B_0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.7)$$

l'errore residuo  $\delta\rho_i^{(p)}$  diventa

$$\delta\rho^{(p)} = \mathbf{G}\delta\mathbf{x} \quad (4.8)$$

$$\delta\mathbf{x} = (\mathbf{G}^T\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^T\delta\rho^{(p)} \quad (4.9)$$

da cui è possibile ottenere la posizione  $\mathbf{x}$  dell'utente dall'Equazione 4.9.

Iterando si giunge all'Equazione 4.10 che, se converge, rappresenta la posizione del ricevitore.

$$\mathbf{x}_{k+1}^{(u)} = \mathbf{x}_k^{(u)} + (\mathbf{G}^T\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^T\delta\rho^{(p)} \quad (4.10)$$

### Processo di aggiornamento della stima

Molti dispositivi non sono in grado fornire misurazioni dirette dello pseudorange; in tali casi, il rilevamento della posizione dell'utente è calcolabile conoscendo le informazioni a priori degli pseudoliti e gli pseudorange, questi ultimi opportunamente corretti. Per determinare gli pseudorange è necessario avere informazioni dell'uscita del processo di posizionamento iniziale.

Sulla base dell'Equazione 4.3 è possibile esprimere il nuovo pseudorange:

$$\hat{\rho}_i = \|\tilde{\mathbf{x}}_i^{(s)} - \mathbf{x}_{fake}^{(u)}\| - \|\tilde{\mathbf{x}}_i^{(s)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(u)}\| + \|\mathbf{x}_i^{(p)} - \tilde{\mathbf{x}}^{(u)}\| + B_{fake}. \quad (4.11)$$

Il processo di aggiornamento della stima è analogo al processo di posizionamento iniziale, in questo caso però, sostituendo i satelliti simulati con gli pseudoliti.

Con opportuni confronti tra le Equazioni 4.3, 4.5 e 4.11, è possibile semplificare l'Equazione dello pseudorange:

$$\hat{\rho}_i = \|\mathbf{x}_i^{(p)} - \mathbf{x}^{(u)}\| + B - \epsilon'_i \quad (4.12)$$

L'errore residuo  $\epsilon'_i$  è un termine che si distingue: se è un valore relativamente piccolo e può quindi essere trascurato, il processo di aggiornamento della stima determina la posizione del ricevitore in modo preciso. Sulla base di questo, un sistema formato da 4 satelliti produrrà un errore residuo prossimo a zero.

In un sistema composto da più di 4 satelliti il processo di aggiornamento della stima potrebbe essere caratterizzato da un bias, non potendo trascurare eventuali errori.

Si propone nella sezione successiva una soluzione a questo problema.

### Miglioramento del processo di aggiornamento della stima

C'è la necessità di considerare gli errori residui accompagnati dal processo di posizionamento iniziale. Le uniche informazioni di cui si è a conoscenza sono sui satelliti, sugli pseudoliti e sulla posizione iniziale con un bias.

Essendo già note le informazioni sul posizionamento iniziale, l'unico modo per correggere il bias è quello di eliminare l'eventuale errore residuo presente nel processo di posizionamento iniziale.

Il seguente miglioramento, per determinare la posizione di un utente, prevede l'utilizzo delle informazioni ottenute in uscita dal ricevitore ed il metodo dei minimi quadrati iterato [30].

Grazie all'Equazione 4.10 è possibile ricavare informazioni sull'errore residuo, se converge; infatti, in caso di convergenza si ha che  $\mathbf{x}_{fake}^{(u)} = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{x}_k^{(u)}$ , quindi passando al limite:

$$\mathbf{x}_{fake}^{(u)} = \mathbf{x}_{fake}^{(u)} - \lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \delta \rho^{(p)} \quad (4.13)$$

da cui si nota che:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{G}^T \delta \rho^{(p)} = 0 \quad (4.14)$$

dove  $\delta \rho^{(p)}$  è l'errore residuo man mano che l'iterazione converge.

Se viene preso in considerazione un sistema formato da 4 satelliti, si può notare che il rango della matrice  $\mathbf{G}$  è sempre equivalente a 4, ed inoltre l'Equazione 4.14 risulta essere valida essendo  $\delta \rho^{(p)}$  prossima allo zero.

In caso di un numero di satelliti superiore a 4, seppure non sia più valida la teoria illustrata, si hanno informazioni sufficienti riguardo l'errore residuo, poiché dipendenti dalla nullità della matrice  $\mathbf{G}$  dall'Equazione 4.14.

Si procede in modo analogo per determinare la posizione dell'utente  $\{\hat{\mathbf{x}}^{(u)}, \hat{B}\}$  attraverso

so l'aggiornamento della stima; inoltre, gli pseudorange vengono ricavati dall'uscita del posizionamento iniziale. Successivamente, viene applicato il metodo dei minimi quadrati rivisitato. Si noti che viene impostato il valore iniziale  $\{\mathbf{x}_0^{(u)}, B_0\}$ , linearizzando lo pseudorange ricostruito a partire dall'Equazione 4.3 e definendo ulteriori variabili (si veda l'Equazione 4.15).

$$\begin{cases} \delta\hat{\rho}_i^{(p)} = \hat{\rho}_i^{(p)} - \|\mathbf{x}_i^{(p)} - \mathbf{x}_0^{(u)}\| - B_0 + \epsilon'_i \\ \hat{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} -\left\{ \frac{\mathbf{x}_i^{(p)} - \mathbf{x}_0^{(u)}}{\|\mathbf{x}_i^{(p)} - \mathbf{x}_0^{(u)}\|} \right\}^T, \mathbf{1} \end{bmatrix} \\ \delta\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}^{(u)} - \mathbf{x}_0^{(u)} \\ \hat{B} - B_0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.15)$$

L'equazione dello pseudorange che si ottiene è come segue:

$$\delta\hat{\rho}^{(p)} = -\hat{\mathbf{G}}\delta\hat{\mathbf{x}} + \epsilon' \quad (4.16)$$

Applicando lo sviluppo in serie di Taylor all'Equazione 4.16 è possibile eliminare l'errore residuo moltiplicando per la matrice  $\mathbf{G}^T$ .

Si ottiene, quindi,  $\mathbf{x}$  a partire da:

$$\delta\hat{\mathbf{x}} = -(\mathbf{G}^T \hat{\mathbf{G}})^{-1} \mathbf{G}^T \delta\hat{\rho}^{(p)} \quad (4.17)$$

Si noti che la matrice  $\mathbf{G}$  ottenuta con questo procedimento è il risultato dell'uscita del ricevitore e non dipende dalle iterazioni, come visto nei precedenti processi.

### 4.1.3 Simulazione del modello proposto

Viene proposta la simulazione in [30].

Gli pseudoliti sono simulati attraverso un software, mentre i segnali satellitari sono ottenuti tramite un ricevitore commerciale.

#### Distribuzione degli pseudoliti

Si ipotizza di impiegare 4 satelliti; vengono testate diverse geometrie (si veda la Figura 4.3) per ottenere una migliore precisione ed un'alta probabilità di convergenza [30].

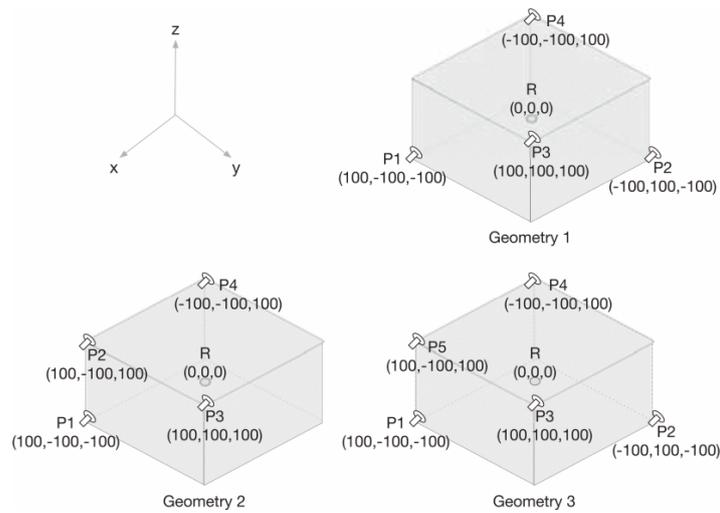


Figura 4.3: Distribuzione degli pseudoliti, da [30]

## Analisi

Come riportato in precedenza, vengono simulati 4 satelliti; oltre a ciò, per riuscire a simulare condizioni reali viene aggiunto del rumore gaussiano, di media nulla e varianza pari a 0,5.

La posizione del ricevitore è assegnata casualmente nel raggio della posizione di riferimento.

Si vedano le Figure 4.4(a), 4.4(b), 4.5(a) e 4.5(b) che rappresentano i risultati ottenuti attraverso il metodo proposto.

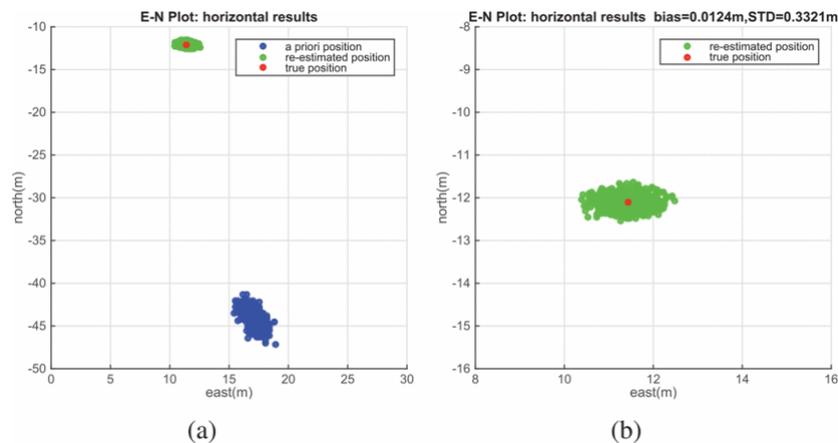


Figura 4.4: Risultati del metodo proposto con 4 pseudoliti, da [30]

Si ipotizza di avere 5 satelliti simulati. Si vedano le Figure 4.6(a), 4.6(b), 4.7(a) e 4.7(b) per verificare i risultati ottenuti. In particolare, si nota che l'assenza dell'errore

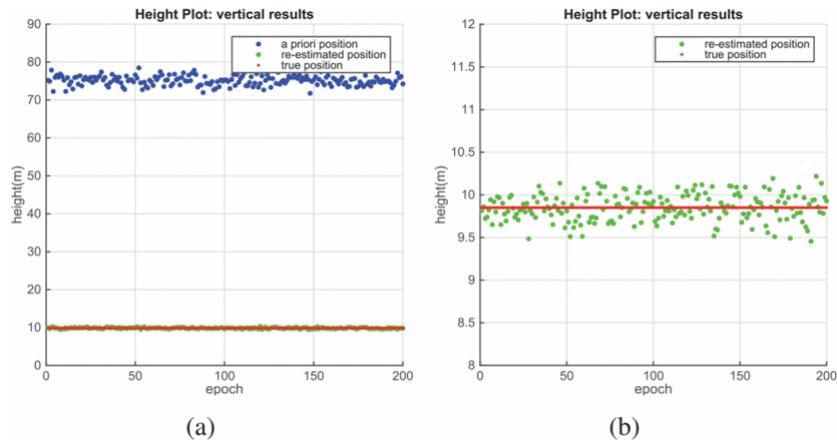


Figura 4.5: Risultati del metodo proposto con 4 pseudoliti, da [30]

residuo, il quale viene eliminato durante le iterazioni con il metodo dei minimi quadrati, permette di ottenere una stima della posizione dell'utente priva di bias.

Per le considerazioni sulla non-linearità e sulla convergenza si veda la Sezione IV di [30].

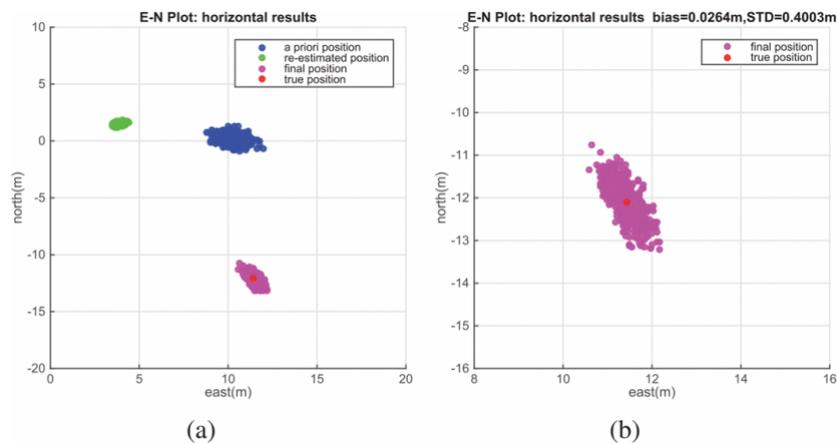


Figura 4.6: Risultati del metodo proposto con 5 pseudoliti, da [30]

## 4.2 IPS basato su ripetitori ritardati

Generalmente, in un IPS basato sulla tecnologia GNSS vengono impiegati ripetitori per amplificare e ritrasmettere i segnali nell'ambiente al chiuso. Tra i benefici che si riscontrano utilizzando questi dispositivi vi sono un'elevata accuratezza nella stima della posizione, bassi costi di installazione ed un'ampia disponibilità di segnale satellitare

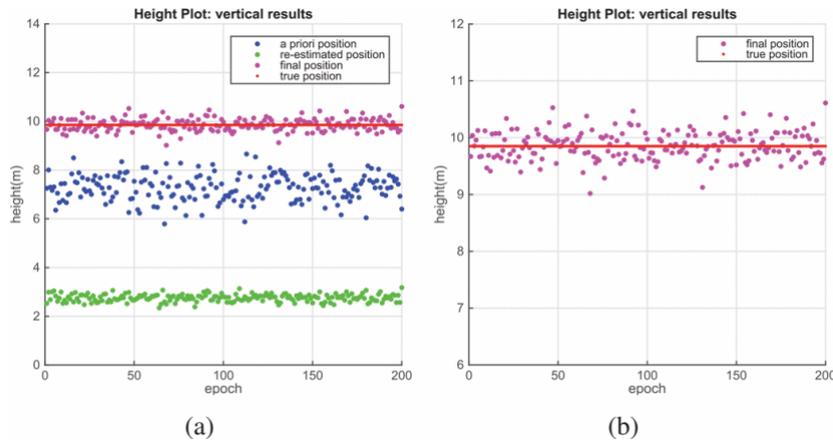


Figura 4.7: Risultati del metodo proposto con 5 pseudoliti, da [30]

[13]. Tra le problematiche che possono insorgere in un IPS si evidenziano interferenze tra i segnali ripetuti ed interferenza tra quest'ultimi ed i segnali GNSS esterni.

Viene presentata la proposta risolutiva in [13], che prevede l'utilizzo di ripetitori GPS. In questa soluzione non sono necessarie la sincronizzazione e lo switching sequenziale dei ripetitori.

Il ricevitore è in grado di rilevare la presenza di questi dispositivi senza ricorrere a misurazioni della lunghezza dei cavi (non necessari in questa soluzione) a cui in genere sono connessi delle antenne, o allo switching dei ripetitori.

I ripetitori sono posizionati in un ambiente all'aperto (e.g. tetto di un edificio) ad una distanza tra essi che va dalla decina alle centinaia di metri.

I segnali trasmessi dai ripetitori ai ricevitori presentano appositamente dei ritardi. Inoltre, tutti i ripetitori hanno le stesse caratteristiche; si richiede che almeno 2 satelliti siano visibili a 4 o più ripetitori nello stesso momento.

Sono proposti due metodi per il calcolo della posizione, i quali risultati vengono successivamente combinati tramite il filtro di Kalman.

## 4.2.1 Configurazione del sistema

### Modello del sistema

Si ipotizza di avere  $N_r \geq 4$  ripetitori distanziati e posizionati sul tetto di un edificio (si veda la Figura 4.8). Si noti che, la scelta del numero di ripetitori e della loro distribuzione dipenderà dalla geometria della struttura: la configurazione deriverà da quest'ultima poiché si punta ad avere una LOS dai ripetitori ai ricevitori [13]. La posi-

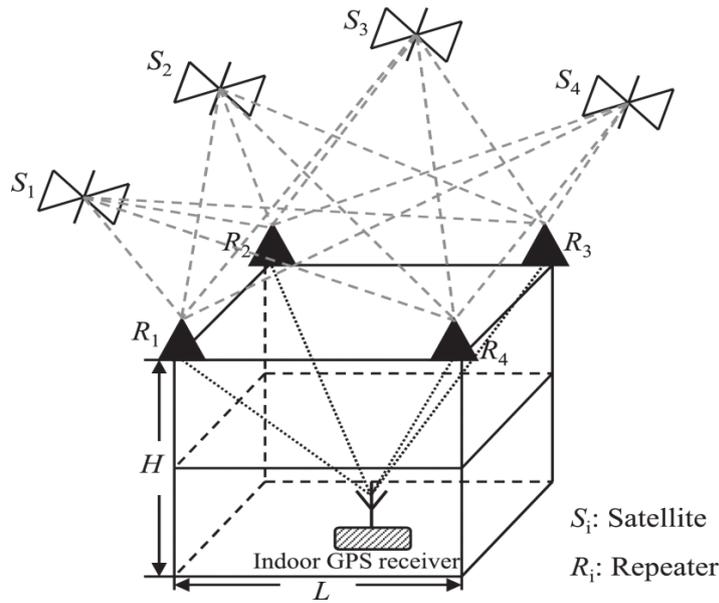


Figura 4.8: Modello del sistema, da [30]

zione di ogni ripetitore, a fine installazione, viene misurata e condivisa con il ricevitore tramite una Local Area Network (LAN).

Ogni segnale proveniente da un satellite viene ritrasmesso da ciascun ripetitore, per poi giungere al ricevitore; i segnali che vengono ricevuti da quest'ultimo in un dato momento, sono composti da multiple copie di differenti segnali satellitari con relativi ritardi. Per riuscire a distinguere i segnali trasmessi tra i vari satelliti, vengono generati congiuntamente dei codici Coarse Acquisition (CA) localmente. Si noti che alcune copie di segnali aventi ritardi differenti tra loro, e provenienti da uno stesso satellite, possono non essere distinguibili se il loro ritardo è inferiore ad un chip.

Il tempo di ricezione dei ripetitori è caratterizzato dalla distanza tra satellite e ripetitori; per cui, ogni copia di segnale ricevuto dal ricevitore presenta un relativo ritardo. Per questo motivo, in particolar modo per i segnali LOS dei ripetitori  $N_r$  è fondamentale che ogni copia di segnale abbia come minimo un ritardo pari ad un chip tra gli altri presenti. Quest'ultima condizione potrebbe comunque non verificarsi nel caso in cui i ripetitori fossero ad una distanza ravvicinata [13]. Per risolvere a questo problema, gli  $N_r$  ripetitori ritrasmettono i segnali, appositamente, ad intervalli di tempo differenti. Questi potrebbero essere determinati dalle seguenti condizioni [13]: sia  $\Delta_i$  il ritardo aggiunto dall' $i$ -esimo ripetitore  $r_i$ , con  $i = 1, 2, \dots, N_r$ . Si richiede che  $|\Delta_i - \Delta_j| \geq 1$  chip, con  $i \neq j$ , e  $|\Delta_i| < \min\{1/f_u, 1 \text{ ms}\}$ , dove  $f_u$  rappresenta la frequenza di aggiornamento della posizione del ricevitore.

Si ipotizza che ogni ripetitore sia identificabile tramite un ID univoco, per cui un

ID lungo rappresenti il segnale con maggiore ritardo; inoltre, si noti che il ricevitore deve essere all'occorrenza di questi ritardi, poiché dal calcolo del ToA dei segnali questi valori devono essere sottratti [13].

I segnali multipli in ingresso al ricevitore vengono correlati con i codici CA generati localmente. I segnali provenienti da uno stesso satellite, generati dai ripetitori  $N_r$ , possono essere distinti con il metodo che segue. Si indichino con  $s_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) i 4 satelliti visibili e si indichino con  $C_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 32$ ) i codici CA generati localmente. Effettuando un'operazione di correlazione tra questi ultimi ed i segnali in ingresso, si potrebbe ottenere un numero di picchi pari a  $N_r$  risultanti dai segnali LOS di  $N_r$  e le fasi di codice ad essi associate. A causa dell'effetto multipath si potrebbero riscontrare ulteriori valori di picco che, in confronto ai segnali LOS ripetuti, avrebbero un valore inferiore essendo i segnali LOS amplificati dai ripetitori; inoltre, i ritardi dei segnali affetti da multipath sarebbero anch'essi inferiori rispetto ai segnali ripetuti, essendo questi ultimi intenzionalmente ritardati. Si noti però che, anche i segnali ripetuti, se soggetti a riflessioni, potrebbero essere fonte dell'effetto multipath interferendo con i segnali LOS ripetuti a lato ricevitore [13].

È possibile calcolare  $\Delta T_k^{(i)}$ , il tempo trascorso dal segnale a partire dal satellite  $s_i$  fino a giungere il ricevitore, attraverso il ripetitore, grazie agli  $N_r$  picchi principali rilevati ed ai relativi codici di fase ad essi associati, dove  $k$  indica il  $k$ -esimo picco di correlazione generato durante la fase di correlazione tra i segnali in ingresso ed i codici  $C_i$ .

Per determinare la posizione dell'utente è essenziale conoscere quale ripetitore abbia contribuito al calcolo.

### Rilevamento ripetitore

Per prima cosa, è importante che il ricevitore sia in grado di rilevare almeno due satelliti che siano visibili ai ripetitori; si ipotizza di avere 4 satelliti.

Con il processo di correlazione circolare, dovendo trattare segnali aventi ritardi, ci si aspetta di avere  $N_r$  o più valori di picco dove, nel caso questi superino un determinato valore di soglia, sono considerati visibili ai ripetitori.

Come prima, identifichiamo i quattro satelliti visibili con  $s_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ . È possibile determinare le coordinate di questi satelliti attraverso gli effemeridi, opportunamente decodificati dal ricevitore.

Sia  $\Delta T_{s_i, r_j}$  il tempo impiegato dal segnale del satellite  $s_i$  a giungere al ripetitore  $r_j$ . Si ha che:

$$\begin{aligned}\Delta T_k^{(i)} &= \Delta T_{s_i, r_j} + \delta t_{r_j, u}^{(i)} + \delta t_c + \delta t_{s_i, r_j, u} + \delta t_{r_j}^{(i)} + \delta t_{m_j}^{(i)}, \\ i &= 1, 2, 3, 4, \quad j = 1, 2, \dots, N_r\end{aligned}\quad (4.18)$$

dove  $\delta t_{r_j, u}^{(i)}$  è il tempo impiegato dal segnale del satellite  $s_i$  a trasmettere dal ripetitore  $r_j$  fino a giungere al ricevitore;  $\delta t_c$  è il bias del clock del ricevitore;  $\delta t_{s_i, r_j, u}$  è l'errore del ritardo di propagazione, includendo i ritardi ionosferici e troposferici;  $\delta t_{r_j}^{(i)}$  è il ritardo del tempo di elaborazione del segnale dal momento in cui il segnale giunge all'antenna del ripetitore al momento in cui lo stesso segnale viene emesso dall'antenna del ripetitore;  $\delta t_{m_j}^{(i)}$  rappresenta il rumore.

L'equazione 4.18 può essere riscritta come

$$\begin{aligned}\Delta T_k^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_j} &= \delta t_{r_j, u} + \delta t_c + \delta t_{s_i, r_j, u} + \delta t_{r_j}^{(i)} + \delta t_{m_j}^{(i)}, \\ i &= 1, 2, 3, 4, \quad j = 1, 2, \dots, N_r\end{aligned}\quad (4.19)$$

Si formano 4 matrici  $M_i$  (si veda 4.20), con  $i = 1, 2, 3, 4$ .

$$M_i = \begin{vmatrix} \Delta T_1^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_1} & \Delta T_2^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_1} & \Delta T_3^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_1} & \Delta T_4^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_1} \\ \Delta T_1^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_2} & \Delta T_2^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_2} & \Delta T_3^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_2} & \Delta T_4^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_2} \\ \Delta T_1^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_3} & \Delta T_2^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_3} & \Delta T_3^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_3} & \Delta T_4^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta T_1^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_{N_r}} & \Delta T_2^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_{N_r}} & \Delta T_3^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_{N_r}} & \Delta T_4^{(i)} - \Delta T_{s_i, r_{N_r}} \end{vmatrix}\quad (4.20)$$

Si noti che, tutti i ripetitori hanno le stesse caratteristiche software e hardware, per cui l'errore di propagazione  $\delta t_{s_i, r_j, u}$ , con  $i = 1, 2, 3, 4$ , può essere considerato uguale  $\forall i$ , se approssimato; analogamente vale per il tempo di elaborazione  $\delta t_{r_j}^{(i)}$  con  $j = 1, 2, \dots, N_r$ . Queste approssimazioni, nonostante ci possano essere presenti dei minimi errori, non avranno effetto sui calcoli e sui confronti successivi [13].

A lato ricevitore, per mezzo del processo di correlazione, viene generato un valore di picco  $p_k$  ( $k \in \{1, 2, \dots, N_r\}$ ) dal segnale ripetuto, proveniente dal satellite  $s_i$ , emesso dal ripetitore  $r_j$ .

Analizzando il secondo membro dell'Equazione 4.19, si può considerare il medesimo equivalente per ogni segnale emesso dallo stesso ripetitore  $r_j$  (trascurando il rumore),

perché la distanza da un ripetitore al ricevitore, in un dato istante, è invariante al fatto che il segnale venga ritrasmesso dal ripetitore  $r_j$  al ricevitore. Pertanto, si consideri il ripetitore  $r_1$ : un elemento nella prima riga della matrice  $M_1$  sarà approssimativamente uguale ad un elemento nella prima riga delle matrici  $M_2$ ,  $M_3$  e  $M_4$ . Ovvero,  $\exists i_1, j_1, k_1, l_1$ ,  $\forall M_i$ , con  $i = 1, 2, 3, 4$ , per cui

$$\begin{aligned} \Delta T_{i_1}^{(1)} - \Delta T_{s_1, r_1} &\approx \Delta T_{j_1}^{(2)} - \Delta T_{s_2, r_1} \approx \Delta T_{k_1}^{(3)} - \Delta T_{s_3, r_1} \\ &\approx \Delta T_{l_1}^{(4)} - \Delta T_{s_4, r_1}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Confrontando, quindi, gli elementi della prima riga delle matrici  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  e  $M_4$ , si possono determinare  $i_1, j_1, k_1, l_1$  che rendono 4.21 valida; per cui, i tempi impiegati dai segnali dei satelliti  $s_1, s_2, s_3$  e  $s_4$  ad essere emessi fino a giungere il ricevitore, attraverso il ripetitore  $r_1$ , sono rispettivamente  $\Delta T_{i_1}^{(1)}, \Delta T_{j_1}^{(2)}, \Delta T_{k_1}^{(3)}$  e  $\Delta T_{l_1}^{(4)}$ .

Analogamente, confrontando la seconda, terza,  $\dots$ ,  $N_r$ -esima riga delle matrici  $M_1, M_2, M_3$  e  $M_4$  i tempi, di cui sopra, saranno rispettivamente  $\{\Delta T_{i_2}^{(1)}, \Delta T_{j_2}^{(2)}, \Delta T_{k_2}^{(3)}, \Delta T_{l_2}^{(4)}\}$ ,  $\{\Delta T_{j_3}^{(1)}, \Delta T_{j_3}^{(2)}, \Delta T_{k_3}^{(3)}, \Delta T_{l_3}^{(4)}\}, \dots, \{\Delta T_{i_{N_r}}^{(1)}, \Delta T_{j_{N_r}}^{(2)}, \Delta T_{k_{N_r}}^{(3)}, \Delta T_{l_{N_r}}^{(4)}\}$ . Ad esempio,  $\{\Delta T_{i_1}^{(1)}, \Delta T_{i_2}^{(1)}, \dots, \Delta T_{i_{N_r}}^{(1)}\}$  sono i tempi impiegati dal segnale del satellite  $s_1$  a giungere al ricevitore, attraverso i ripetitori, rispettivamente,  $r_1, r_2, r_3, \dots, r_{N_r}$ .

Si noti che i tempi di elaborazione del segnale nei ripetitori è rilevante ai fini di determinare la posizione del ricevitore, non essendoci sincronizzazione.

Nella sezione successiva vengono illustrati due metodi per calcolare la posizione del ricevitore.

## 4.2.2 Metodologia - Ricerca della posizione del ricevitore

### Primo metodo

Si ipotizza che i tempi di elaborazione dei ripetitori, in un dato istante di tempo, siano uguali. Dall'Equazione 4.18 si ha che

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta T_{i_1}^{(1)} = \Delta T_{s_1, r_1} + \delta t_{r_1, u} + \delta t_c + \delta t_{s_1, r_1, u} + \delta t_{r_1}^{(1)} + \delta t_{m_1}^{(1)}, \\ \Delta T_{i_2}^{(1)} = \Delta T_{s_1, r_2} + \delta t_{r_2, u} + \delta t_c + \delta t_{s_1, r_2, u} + \delta t_{r_2}^{(1)} + \delta t_{m_2}^{(1)}, \\ \Delta T_{i_3}^{(1)} = \Delta T_{s_1, r_3} + \delta t_{r_3, u} + \delta t_c + \delta t_{s_1, r_3, u} + \delta t_{r_3}^{(1)} + \delta t_{m_3}^{(1)}, \\ \dots\dots\dots \\ \Delta T_{i_{N_r}}^{(1)} = \Delta T_{s_1, r_{N_r}} + \delta t_{r_{N_r}, u} + \delta t_c + \delta t_{s_1, r_{N_r}, u} + \delta t_{r_{N_r}}^{(1)} \\ + \delta t_{m_{N_r}}^{(1)}. \end{array} \right. \quad (4.22)$$

Sia  $\Delta T_{r_n, u}^{(1)} = \Delta T_{i_n}^{(1)} - \Delta T_{s_1, r_n}$ , con  $n = 1, 2, \dots, N_r$ , allora 4.22 può essere semplificata come segue

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta T_{r_1, u}^{(1)} = \delta t_{r_1, u} + \delta t_c + \delta t_{s_1, r_1, u} + \delta t_{r_1}^{(1)} + \delta t_{m_1}^{(1)}, \\ \Delta T_{r_2, u}^{(1)} = \delta t_{r_2, u} + \delta t_c + \delta t_{s_1, r_2, u} + \delta t_{r_2}^{(1)} + \delta t_{m_2}^{(1)}, \\ \Delta T_{r_3, u}^{(1)} = \delta t_{r_3, u} + \delta t_c + \delta t_{s_1, r_3, u} + \delta t_{r_3}^{(1)} + \delta t_{m_3}^{(1)}, \\ \dots\dots\dots \\ \Delta T_{r_{N_r}, u}^{(1)} = \delta t_{r_{N_r}, u} + \delta t_c + \delta t_{s_1, r_{N_r}, u} + \delta t_{r_{N_r}}^{(1)} + \delta t_{m_{N_r}}^{(1)}. \end{array} \right. \quad (4.23)$$

dove  $\Delta T_{r_n, u}^{(1)}$  è il tempo che il segnale del satellite  $s_1$  impiega per essere trasmesso dal ripetitore  $r_n$ ; in questo calcolo sono compresi l'errore di propagazione, il bias del clock ed il tempo di elaborazione del segnale del ripetitore.

Si procede, analogamente, per i tempi  $\Delta T_{r_n, u}^{(2)}$ ,  $\Delta T_{r_n, u}^{(3)}$  e  $\Delta T_{r_n, u}^{(4)}$  utilizzando, rispettivamente, i segnali del satellite  $s_2$ ,  $s_3$  e  $s_4$ .

Per poter ridurre l'errore di misura, viene eseguita la media dei risultati dei tempi impiegati dai diversi segnali ad essere trasmessi dal ripetitore  $r_n$  al ricevitore, ovvero:

$$\Delta \bar{T}_{r_n, u} = \frac{\sum_{i=1}^4 \Delta T_{r_n, u}^{(i)}}{4}. \text{ Siano } \delta \bar{t}_{s, r_j, u} = \frac{\sum_{i=1}^4 \delta t_{s_i, r_j, u}}{4}, \delta \bar{t}_{s, r_j, u} = \frac{\sum_{i=1}^4 \delta t_{s_i, r_j, u}}{4} \text{ e } \delta \bar{t}_{m_j} = \frac{\sum_{i=1}^4 \delta t_{m_j}^{(i)}}{4}. \text{ Allora 4.23 vale}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \bar{T}_{r_1, u} = \delta t_{r_1, u} + \delta t_c + \delta \bar{t}_{s, r_1, u} + \delta \bar{t}_{r_1} + \delta \bar{t}_{m_1}, \\ \Delta \bar{T}_{r_2, u} = \delta t_{r_2, u} + \delta t_c + \delta \bar{t}_{s, r_2, u} + \delta \bar{t}_{r_2} + \delta \bar{t}_{m_2}, \\ \Delta \bar{T}_{r_3, u} = \delta t_{r_3, u} + \delta t_c + \delta \bar{t}_{s, r_3, u} + \delta \bar{t}_{r_3} + \delta \bar{t}_{m_3}, \\ \dots\dots\dots \\ \Delta \bar{T}_{r_{N_r}, u} = \delta t_{r_{N_r}, u} + \delta t_c + \delta \bar{t}_{s, r_{N_r}, u} + \delta \bar{t}_{r_{N_r}} + \delta \bar{t}_{m_{N_r}}. \end{array} \right. \quad (4.24)$$

Si assumono uguali gli errori di propagazione  $\delta \bar{t}_{s, r_j, u}$ , con  $(j = 1, 2, \dots, N_r)$ , poiché

i ripetitori sono posizionati ad una distanza ravvicinata.

Si ipotizza di includere gli errori tra  $\delta\bar{t}_{s,r_j,u}$  e  $\delta\bar{t}_{r_j}$  nell'errore di misura di  $\Delta\bar{T}_{r_j,u}$ , per cui

$$\begin{cases} \Delta\bar{T}_{r_1,u} - \Delta\bar{T}_{r_2,u} - (\delta\bar{t}_{m_1} - \delta\bar{t}_{m_2}) = \delta t_{r_1,u} - \delta t_{r_2,u}, \\ \Delta\bar{T}_{r_1,u} - \Delta\bar{T}_{r_3,u} - (\delta\bar{t}_{m_1} - \delta\bar{t}_{m_3}) = \delta t_{r_1,u} - \delta t_{r_3,u}, \\ \dots\dots\dots \\ \Delta\bar{T}_{r_1,u} - \Delta\bar{T}_{r_{N_r},u} - (\delta\bar{t}_{m_1} - \delta\bar{t}_{m_{N_r}}) = \delta t_{r_1,u} - \delta t_{r_{N_r},u}. \end{cases} \quad (4.25)$$

Siano  $b_k = \Delta\bar{T}_{r_1,u} - \Delta\bar{T}_{r_{k+1},u} - (\delta\bar{t}_{m_1} - \delta\bar{t}_{m_{i+1}})$ , con  $k = 1, 2, \dots, N_r - 1$ ,  $\vec{x} = (x_u, y_u, z_u)$  e  $\vec{x}_{r_j} = (x_{r_j}, y_{r_j}, z_{r_j})$ . Queste ultime due rappresentano le coordinate, rispettivamente, del ricevitore e del ripetitore  $r_j$ , con  $j = 1, 2, \dots, N_r$ .

Si ipotizza che il rumore  $\delta t_{m_j}^{(i)}$  sia incluso in  $\Delta T_{i_j}^{(i)}$ ;  $b_k$  è, di conseguenza, la differenza fra i valori  $\Delta\bar{T}_{r_1,u}$  e  $\Delta\bar{T}_{r_{k+1},u}$ .

Per cui, si ha

$$\begin{cases} \|\vec{x} - \vec{x}_{r_1}\| - \|\vec{x} - \vec{x}_{r_2}\| = b_1 \\ \|\vec{x} - \vec{x}_{r_1}\| - \|\vec{x} - \vec{x}_{r_3}\| = b_2 \\ \dots\dots\dots \\ \|\vec{x} - \vec{x}_{r_1}\| - \|\vec{x} - \vec{x}_{r_{N_r}}\| = b_{N_r-1} \end{cases} \quad (4.26)$$

dove  $\|\vec{x} - \vec{x}_{r_j}\| = \sqrt{(x_u - x_{r_j})^2 + (y_u - y_{r_j})^2 + (z_u - z_{r_j})^2}$ , la quale rappresenta la distanza tra il ricevitore ed il ripetitore  $r_j$ .

Supponendo di avere a disposizione  $N_r \geq 4$  ripetitori, è possibile ottenere una soluzione in forma chiusa di  $(x_u, y_u, z_u)$  da 4.26 (si faccia riferimento all'Appendice di [13]).

Se  $b_k \neq 0$  con  $k = 1, 2, 3$ , siano

$$\left\{ \begin{array}{l} a_x = -2b_2(x_{r_2} - x_{r_1}) + 2b_1(x_{r_3} - x_{r_1}) \\ a_y = -2b_2(y_{r_2} - y_{r_1}) + 2b_1(y_{r_3} - y_{r_1}) \\ a_z = -2b_2(z_{r_2} - z_{r_1}) + 2b_1(z_{r_3} - z_{r_1}) \\ a_\delta = b_1\|\vec{x}_{r_3}\|^2 - b_2\|\vec{x}_{r_2}\|^2 + (b_2 - b_1)\|\vec{x}_{r_1}\|^2 \\ \quad + b_1^2b_2 - b_1b_2^2 \\ \ell_x = -2b_3(x_{r_2} - x_{r_1}) + 2b_1(x_{r_4} - x_{r_1}) \\ \ell_y = -2b_3(y_{r_2} - y_{r_1}) + 2b_1(y_{r_4} - y_{r_1}) \\ \ell_z = -2b_3(z_{r_2} - z_{r_1}) + 2b_1(z_{r_4} - z_{r_1}) \\ \ell_\delta = b_1\|\vec{x}_{r_4}\|^2 - b_3\|\vec{x}_{r_2}\|^2 + (b_3 - b_1)\|\vec{x}_{r_1}\|^2 \\ \quad + b_1^2b_3 - b_1b_3^2 \end{array} \right. \quad (4.27)$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = \frac{a_x\ell_z - a_z\ell_x}{a_y\ell_x - a_x\ell_y} \\ q_2 = \frac{a_\delta\ell_x - a_x\ell_\delta}{a_y\ell_x - a_x\ell_y} \\ p_1 = \frac{-a_yq_1 - a_z}{a_x} \\ p_2 = \frac{-a_yq_2 + a_\delta}{a_x} \\ t_1 = -p_1(x_{r_2} - x_{r_1}) - q_1(y_{r_2} - y_{r_1}) - z_{r_2} + z_{r_1} \\ t_2 = -p_2(x_{r_2} - x_{r_1}) - q_2(y_{r_2} - y_{r_1}) \\ \quad + \frac{1}{2}(\|\vec{x}_{r_2}\|^2 - \|\vec{x}_{r_1}\|^2) - (z_{r_2} - z_{r_1}) - \frac{b_1^2}{2} \\ m_1 = p_2 - x_{r_1} \\ m_2 = q_2 - y_{r_1} \\ m_3 = -z_{r_1}. \end{array} \right. \quad (4.28)$$

da cui si ottiene la soluzione a  $(x_u, y_u, z_u)$  da 4.29 come segue

$$\left\{ \begin{array}{l} z_u = \frac{-[t_1t_2 - b_1^2(p_1m_1 + q_1m_2 + m_3)]}{t_1^2 - b_1^2(p_1^2 + q_1^2 + 1)} \\ \quad \pm \frac{\sqrt{[t_1t_2 - b_1^2(p_1m_1 + q_1m_2 + m_3)]^2 - f_{ac}}}{t_1^2 - b_1^2(p_1^2 + q_1^2 + 1)} \\ y_u = q_1z_u + q_2 \\ x_u = p_1z_u + p_2 \end{array} \right. \quad (4.29)$$

dove  $f_{ac} = [t_1^2 - b_1^2(p_1^2 + q_1^2 + 1)][t_2^2 - b_1^2(m_1^2 + m_2^2 + m_3^2)]$ .

Si noti che,  $z_u$  potrebbe produrre 2 risultati differenti,  $z_{u1}$  e  $z_{u2}$ . In quel caso, viene scelta la soluzione con il valore minore.

Se  $b_k = 0$ , con  $k = 1, 2, 3$ , si faccia riferimento all'Appendice di [13]; si noti che si potrebbe non ottenere una soluzione da 4.26 [13].

### Secondo Metodo

Si ipotizza di avere  $N_r \geq 8$  ripetitori a disposizione, e si ipotizza che i tempi di elaborazione del segnale di un ripetitore in due istanti temporali consecutivi  $t_1$  e  $t_2$  siano uguali, ossia,  $\delta t_{r_j}^{(t_1)} = \delta t_{r_j}^{(t_2)}$ , dove  $t_2 - t_1 = 1$  (misura dell'epoca).

All'istante  $t_1$

$$\begin{aligned} \Delta T_{l_k}^{(l,t_1)} = & \Delta T_{s_l,r_j}^{(t_1)} + \delta t_{r_j,u}^{(t_1)} + \delta t_c^{(t_1)} + \delta t_{s_l,r_j,u}^{(t_1)} + \delta t_{r_j}^{(l,t_1)} \\ & + \delta t_{m_j}^{(l,t_1)}, \quad l = 1, \dots, 4, k = 1, \dots, N_r, \end{aligned} \quad (4.30)$$

e all'istante  $t_2$

$$\begin{aligned} \Delta T_{l_k}^{(l,t_2)} = & \Delta T_{s_l,r_j}^{(t_2)} + \delta t_{r_j,u}^{(t_2)} + \delta t_c^{(t_2)} + \delta t_{s_l,r_j,u}^{(t_2)} + \delta t_{r_j}^{(i,t_2)} \\ & + \delta t_{m_j}^{(i,t_2)}, \quad l = 1, \dots, 4, k = 1, \dots, N_r, \end{aligned} \quad (4.31)$$

dove  $l_k$  rappresenta  $l_k$ -esimo picco di correlazione generato dai segnali ritrasmessi dal ripetitore  $r_k$ .

Si procede eseguendo la differenza tra i tempi  $\Delta T_{l_k}^{(l,t_1)}$  e  $\Delta T_{l_k}^{(l,t_2)}$  calcolati, rispettivamente, nell'istante di tempo  $t_1$  e  $t_2$ , da cui si ottiene

$$\begin{aligned} \Delta T_{l_k}^{(l,t_1)} - \Delta T_{l_k}^{(l,t_2)} = & \Delta T_{s_l,r_j}^{(t_1)} - \Delta T_{s_l,r_j}^{(t_2)} + \delta t_{r_j,u}^{(l,t_1)} - \delta t_{r_j,u}^{(l,t_2)} \\ & + \delta t_{m_j}^{(l,t_1)} - \delta t_{m_j}^{(l,t_2)}, \quad l = 1, \dots, 4, k = 1, \dots, N_r \end{aligned} \quad (4.32)$$

Si ipotizza che negli istanti  $t_1$  e  $t_2$  gli errori del clock siano uguali, ossia,  $\delta t_c^{(t_1)} = \delta t_c^{(t_2)}$ ; inoltre, si noti che i segnali ritrasmessi da uno stesso ripetitore hanno lo stesso errore di propagazione. Siano  $(x_{u,1}, y_{u,1}, z_{u,1})$  e  $(x_{u,2}, y_{u,2}, z_{u,2})$  le posizioni del ricevitore, rispettivamente, all'istante  $t_1$  e  $t_2$ . È possibile risolvere le equazioni ricavate dall'Equazione 4.32 per trovare le coordinate  $(x_{u,1}, y_{u,1}, z_{u,1})$  e  $(x_{u,2}, y_{u,2}, z_{u,2})$ , notando che quest'ultima è la posizione "attuale" del ricevitore.

La misura della distanza tra ripetitore e ricevitore è determinata da quest'ultima, calcolando il tempo trascorso dai segnali provenienti da un satellite.

Si consideri il satellite  $s_1$  (si omette l'indice  $l$ ). Sia

$$c_k = \Delta T_{l_k}^{(t_1)} - \Delta T_{l_k}^{(t_2)} - (\Delta T_{s_1, r_k}^{(t_1)} - \Delta T_{s_1, r_k}^{(t_2)}) - (\delta t_{m_k}^{(t_1)} - \delta t_{m_k}^{(t_2)}), \quad k = 1, 2, \dots, N_r. \quad (4.33)$$

Si noti che la differenza  $\delta t_{m_k}^{(t_1)} - \delta t_{m_k}^{(t_2)}$  è inclusa nel calcolo del coefficiente  $c_k$ .

Dall'Equazione 4.32 si ha che

$$\begin{cases} \|\vec{x}_{u,1} - \vec{x}_{r_1}\| - \|\vec{x}_{u,2} - \vec{x}_{r_1}\| = c_1 \\ \|\vec{x}_{u,1} - \vec{x}_{r_2}\| - \|\vec{x}_{u,2} - \vec{x}_{r_2}\| = c_2 \\ \vdots \\ \|\vec{x}_{u,1} - \vec{x}_{r_{N_r}}\| - \|\vec{x}_{u,2} - \vec{x}_{r_{N_r}}\| = c_{N_r} \end{cases} \quad (4.34)$$

dove  $\vec{x}_{u,1} = (x_{u,1}, y_{u,1}, z_{u,1})$  e  $\vec{x}_{u,2} = (x_{u,2}, y_{u,2}, z_{u,2})$ .

Siano  $f_i(\vec{x}_{u,1}, \vec{x}_{u,2}) = \|\vec{x}_{u,1} - \vec{x}_{r_i}\| - \|\vec{x}_{u,2} - \vec{x}_{r_i}\| - c_i$ ,  $\Delta \mathbf{c} = [-f_1, -f_2, \dots, -f_{N_r}]'$  e

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_{u,1}} & \frac{\partial f_1}{\partial y_{u,1}} & \frac{\partial f_1}{\partial z_{u,1}} & \frac{\partial f_1}{\partial x_{u,2}} & \frac{\partial f_1}{\partial y_{u,2}} & \frac{\partial f_1}{\partial z_{u,2}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_{u,1}} & \frac{\partial f_2}{\partial y_{u,1}} & \frac{\partial f_2}{\partial z_{u,1}} & \frac{\partial f_2}{\partial x_{u,2}} & \frac{\partial f_2}{\partial y_{u,2}} & \frac{\partial f_2}{\partial z_{u,2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{N_r}}{\partial x_{u,1}} & \frac{\partial f_{N_r}}{\partial y_{u,1}} & \frac{\partial f_{N_r}}{\partial z_{u,1}} & \frac{\partial f_{N_r}}{\partial x_{u,2}} & \frac{\partial f_{N_r}}{\partial y_{u,2}} & \frac{\partial f_{N_r}}{\partial z_{u,2}} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Applicando il metodo dei minimi quadrati

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_u &= [\Delta x_{u,1}, \Delta y_{u,1}, \Delta z_{u,1}, \Delta x_{u,2}, \Delta y_{u,2}, \Delta z_{u,2}]' \\ &= (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \Delta \mathbf{c} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Iterando si ottiene la seguente equazione

$$\mathbf{x}_{u,k} = \mathbf{x}_{u,k-1} + \Delta \mathbf{x}_u, \quad (4.37)$$

dove  $\mathbf{x}_{u,k} = [x_{u,k-1}, y_{u,k-1}, z_{u,k-1}, x_{u,k}, y_{u,k}, z_{u,k}]'$  da cui si ricava la posizione del ricevitore.

Si noti che, la matrice  $\mathbf{G}$  può essere mal condizionata ed inoltre l'iterazione potrebbe portare ad una non convergenza, a causa delle piccole distanze tra ricevitore e ripetitori. In questi casi viene applicato un metodo di ottimizzazione per risolvere 4.34 [13].

### Filtro di Kalman

Avendo ottenuto due set di valori, derivanti dai metodi proposti e rappresentanti la posizione di un ricevitore in un dato istante di tempo, viene impiegato il filtro di Kalman per ricavare un modello singolo [13].

Il modello di stato di un filtro di Kalman può essere espresso come segue

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}, \quad (4.38)$$

dove  $\mathbf{A}$  è la matrice di transizione dello stato,  $\mathbf{x}_k = [x_{u,k}, y_{u,k}, z_{u,k}]^T$  e  $\mathbf{w}_{k-1}$  rappresenta il rumore di processo all'istante  $k - 1$ .

Con due set di valori, il modello del sistema può essere espresso come

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{1,k} \\ \mathbf{y}_{2,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,k} \\ \mathbf{H}_{2,k} \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{1,k} \\ \mathbf{v}_{2,k} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$\mathbf{y}_{1,k} = [x_{u,k}^{(1)}, y_{u,k}^{(1)}, z_{u,k}^{(1)}]^T$  e  $\mathbf{y}_{2,k} = [x_{u,k}^{(2)}, y_{u,k}^{(2)}, z_{u,k}^{(2)}]^T$  rappresentano le posizioni del ricevitore ricavate, rispettivamente, dal primo e dal secondo metodo all'istante  $k$ ;  $\mathbf{H}_{1,k}$  e  $\mathbf{H}_{2,k}$  sono le matrici di osservazione relative ai suddetti metodi; infine,  $\mathbf{v}_{1,k}$  e  $\mathbf{v}_{2,k}$  rappresentano i rumori dei suddetti metodi.

### 4.2.3 Simulazione del modello proposto

Viene proposta la simulazione in [13].

Si ipotizza di avere 4 satelliti visibili e, inoltre, 8 ripetitori posizionati su di un tetto di un edificio a forma rettangolare. Si ipotizza che l'effetto multipath e il rumore siano modellati con una distribuzione gaussiana; in particolare, si considerano 3 diversi modelli per simulare diverse condizioni di un ambiente indoor:  $\mathcal{N}(3, 0.3^2)$ ,  $\mathcal{N}(7, 0.5^2)$  e  $\mathcal{N}(10, 0.8^2)$ .

Si ipotizza che la velocità con cui si muove il ricevitore, ossia l'utente, sia rispettivamente di 0.5m/s, 1m/s e 1.5m/s.

Vengono analizzati 3 diversi casi per valutare i risultati a seconda della geometria tra

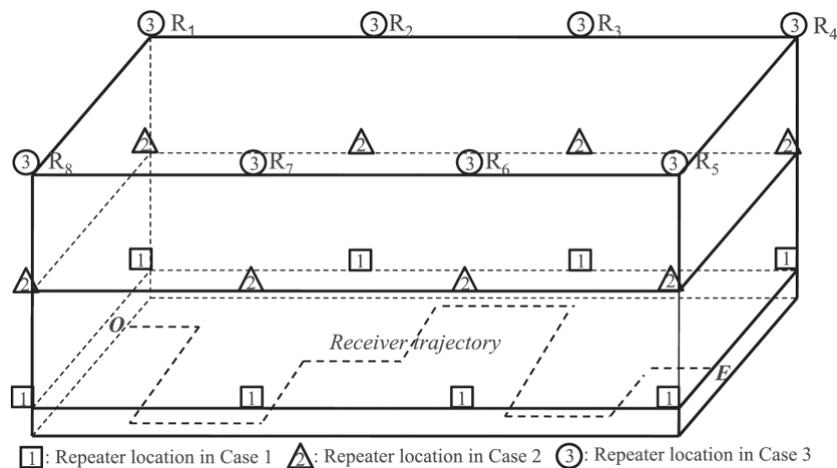


Figura 4.9: Simulazione del modello, da [13]

il ricevitore ed i ripetitori (si veda la Figura 4.9). Sia  $r_c$  una misura che rappresenta la metà della lunghezza della diagonale dell'edificio. Sia  $h_\delta$  una misura che rappresenta la differenza di altitudine tra il tetto dell'edificio, dove sono collocati i ripetitori, ed il ricevitore.

- Primo caso:  $r_c > h_\delta$
- Secondo caso:  $r_c \approx h_\delta$
- Terzo caso:  $r_c < h_\delta$

Per considerazioni sull'altitudine si faccia riferimento alla Sezione III di [13].

Si veda la Figura 4.10 che rappresenta gli errori nella posizione stimata;  $d_e = \|\vec{x}_m - \vec{x}_t\|$  rappresenta l'errore della distanza euclidea, dove  $\vec{x}_m$  e  $\vec{x}_t$  sono, rispettivamente, le coordinate della posizione misurate e le coordinate effettive del ricevitore;  $h_e = \sqrt{\delta e^2 + \delta n^2}$  rappresenta l'errore orizzontale e  $u_e = \delta u$  rappresenta l'errore verticale ( $\delta e$ ,  $\delta n$  e  $\delta u$  sono errori riferiti al sistema cartesiano East-North-Up (ENU), convertiti dal sistema di coordinate Earth-Centered, Earth-Fixed (ECEF)). Dalla Figura 4.10 si può notare che il primo caso è quello più performante: analizzando la metodologia con il filtro di Kalman, l'errore ottimale è di 2.372m con un ricevitore di velocità pari a 0.5m/s, di 2.497m a velocità 1.0m/s e di 2.700m a velocità 1.5m/s.

Calcolando la media degli errori della distanza euclidea, degli errori orizzontali e verticali si ottengono, rispettivamente, 2.739m, 2.716m e 0.231m (i seguenti valori tengono in considerazione le diverse velocità del ricevitore e degli errori dovuti all'effetto multipath ed al rumore).

Speed	Multipath&noise ( $\mu, \sigma^2$ )	Method <sup>1</sup>	Case 1			Case 2			Case 3		
			$d_e$	$h_e$	$u_e$	$d_e$	$h_e$	$u_e$	$d_e$	$h_e$	$u_e$
0.5m/s	(3, 0.3 <sup>2</sup> )	M1	3.151	2.975	0.702	2.500	2.404	0.394	2.742	2.644	0.410
		M2	3.023	3.004	0.239	2.950	2.935	0.212	3.003	2.988	0.210
		Kalman	2.389	2.372	0.196	2.293	2.283	0.140	2.616	2.607	0.147
	(7, 0.5 <sup>2</sup> )	M1	3.465	3.290	0.720	3.007	2.895	0.476	3.008	2.907	0.447
		M2	3.404	3.372	0.284	3.488	3.471	0.262	3.215	3.200	0.230
		Kalman	2.583	2.568	0.180	2.836	2.826	0.134	2.589	2.584	0.112
	(10, 0.8 <sup>2</sup> )	M1	3.698	3.527	0.715	3.552	3.438	0.502	3.767	3.688	0.433
		M2	4.125	4.078	0.385	4.318	4.294	0.375	4.352	4.328	0.360
		Kalman	2.420	2.409	0.158	2.748	2.741	0.122	3.209	3.205	0.103
1.0m/s	(3, 0.3 <sup>2</sup> )	M1	2.877	2.663	0.730	2.756	2.630	0.498	2.857	2.767	0.434
		M2	3.235	3.214	0.225	3.213	3.181	0.252	3.067	3.055	0.201
		Kalman	2.537	2.497	0.280	2.865	2.842	0.227	2.754	2.740	0.188
	(7, 0.5 <sup>2</sup> )	M1	3.134	2.968	0.683	2.994	2.897	0.409	3.390	3.304	0.411
		M2	3.073	3.047	0.266	3.315	3.293	0.257	3.770	3.754	0.268
		Kalman	2.588	2.566	0.229	2.940	2.930	0.149	3.499	3.492	0.149
	(10, 0.8 <sup>2</sup> )	M1	3.461	3.281	0.709	3.333	3.227	0.474	3.781	3.690	0.489
		M2	3.722	3.689	0.371	4.434	4.406	0.397	4.125	4.098	0.371
		Kalman	2.983	2.970	0.180	3.413	3.404	0.158	3.857	3.851	0.131
1.5m/s	(3, 0.3 <sup>2</sup> )	M1	3.003	2.803	0.742	2.953	2.842	0.474	3.347	3.251	0.457
		M2	3.108	3.082	0.271	3.477	3.466	0.198	3.518	3.504	0.217
		Kalman	2.738	2.700	0.319	3.144	3.127	0.223	3.406	3.389	0.209
	(7, 0.5 <sup>2</sup> )	M1	3.437	3.229	0.804	3.338	3.272	0.379	3.845	3.777	0.422
		M2	3.102	3.051	0.312	3.899	3.878	0.292	3.879	3.864	0.265
		Kalman	2.931	2.898	0.294	3.569	3.560	0.184	3.968	3.958	0.188
	(10, 0.8 <sup>2</sup> )	M1	3.727	3.543	0.762	3.824	3.736	0.470	3.803	3.748	0.353
		M2	3.911	3.885	0.355	4.605	4.572	0.391	4.457	4.427	0.398
		Kalman	3.482	3.461	0.246	4.144	4.138	0.160	4.230	4.225	0.139

Figura 4.10: Errori della posizione (espressi in metri [m]. M1: Metodo 1, M2: Metodo 2), da [13]



# 5

## Tecnologie alternative

Nel corso degli anni, si è arrivati a sviluppare sistemi in grado di operare senza ricorrere alla tecnologia GNSS.

Nel seguente capitolo vengono esposti, in modo sintetico, alcuni dei sistemi di localizzazione in [28], che non dipendono dal GNSS non essendo scopo di questa tesi.

Le tecnologie odierne possono essere distinte in due macro-categorie:

- Tecnologie basate sulla radiocomunicazione:
  - WiFi (IEEE 802.11)
  - Bluetooth (IEEE 802.15.1)
  - ZigBee
  - RFID
  - Ultra Wide Band (UWB)
- Tecnologie basate sull'ottica e sull'acustica:
  - VLC
  - Segnali acustici
  - Ultrasuoni

## 5.1 WiFi (IEEE 802.11)

Oggi giorno, sono molteplici i dispositivi in grado di connettersi ad una rete WiFi, rendendola quindi ottima per un'eventuale funzionalità di localizzazione. Nella pratica, per progettare un sistema elementare non c'è bisogno di una installazione di impianti ausiliari.

Essendo il WiFi una rete impiegata principalmente per la comunicazione, per poterne migliorare la precisione nella determinazione di una posizione, vi è la necessità di implementare algoritmi efficienti; una causa di imprecisione rispetto all'accuratezza di una posizione è l'interferenza che si può venire a creare nella banda in cui opera, ossia, la Industrial, Scientific and Medical (ISM).

È opportuno distinguere le tecniche di posizionamento basate sulla tecnologia WiFi [14]:

- **active positioning:** l'utente per mezzo di un dispositivo mobile va alla ricerca di segnali forniti dagli Access Points (APs) presenti; in questo modo l'informazione utile viene inviata ad un sistema di elaborazione il quale, tramite algoritmi, sarà in grado di fornire la posizione dell'utente;
- **passive positioning:** all'utente non è richiesto di avere un dispositivo mobile, bensì nell'ambiente dovranno essere installati dei trasmettitori e dei ricevitori di segnali. Questa tecnica si incentra sulla propagazione del segnale, ossia, nel momento in cui un utente si trova in un determinato ambiente al chiuso, la presenza di questo condizionerà la propagazione del segnale. Di conseguenza, il ricevitore sarà in grado di distinguere lo spostamento dell'utente determinando quindi la posizione.

*Vantaggi:*

1. possibilità di posizionare differenti hot-spot in un ambiente;
2. conveniente: non è necessario eseguire ulteriori installazioni essendo il WiFi una rete diffusa.

*Svantaggi:*

1. multipath: è dovuto alla riflessione di diversi segnali WiFi, i quali giungono al lato ricevitore da diversi punti;
2. perdita della robustezza del segnale: è dovuta alla presenza di ostacoli come porte, muri e finestre;

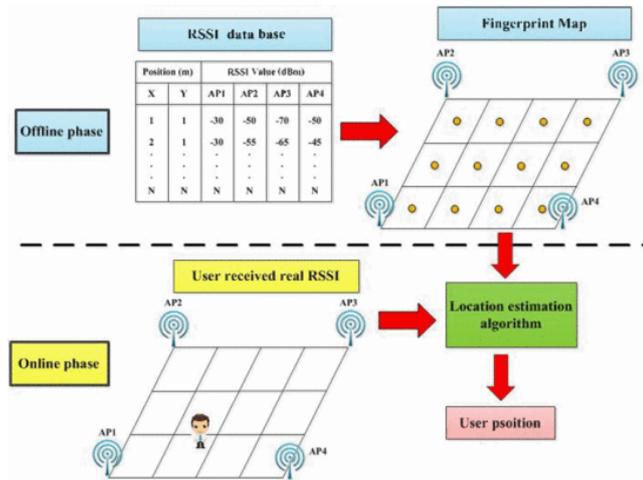


Figura 5.1: Tecnica FP con WiFi, da [8]

- eterogeneità dei dispositivi: qualora vi sia una sostanziale differenza tra i dispositivi di riferimento e quelli utilizzati dall'utente, la ricezione del segnale elaborato porta ad una scarsa precisione.

Di seguito si propongono due semplici soluzioni in [8], la prima basata sulla tecnica di localizzazione RSS e la seconda basata sulla tecnica FP.

### Prima Soluzione

Per poter stimare la posizione di un utente, si analizza la propagazione del segnale radio fornito dagli APs; grazie a questi dispositivi è possibile misurare l'RSSI, che diminuisce con la distanza. Viene proposto il seguente modello path-loss

$$PL(dB) = PL_{d_o}(dBm) - 10n \log_{10}\left(\frac{d}{d_o}\right) - WL \quad (5.1)$$

dove  $PL(dB)$  rappresenta l'attenuazione del segnale,  $PL_{d_o}(dBm)$  è la potenza ricevuta o l'RSSI fornito dagli APs ad una distanza di riferimento pari ad 1m,  $n$  è l'esponente di attenuazione,  $d$  è la distanza tra trasmettitore e ricevitore, e  $WL$  rappresenta la somma dell'attenuazioni provocate dalle pareti dell'edificio.

### Seconda Soluzione

Come visto nel Capitolo 3, la tecnica FP sfrutta una mappatura per determinare la posizione di un utente. Questa tecnica prevede due fasi grazie alle quali è possibile ottenere i valori RSSI per costruire questa mappa. Si veda la Figura 5.1.

## 5.2 Bluetooth (IEEE 802.15.1)

Bluetooth, o meglio noto come Bluetooth Low Energy (BLE) nella sua ultima versione, è una tecnologia che si basa sul primo ed il secondo livello del modello Open Systems Interconnection (OSI): il livello fisico ed il livello datalink.

La BLE viene principalmente utilizzata con l’RSS [28] essendo la più agevole tra le tecniche di localizzazione riportate in questa tesi; può comunque essere implementata con tecniche come AoA e ToA.

Sono stati appositamente introdotti due protocolli per sviluppare servizi di localizzazione basati sulla prossimità:

- *iBeacons* (Apple Inc.)
- *Eddystone* (Google Inc.)

Si consideri come protocollo di riferimento *iBeacons*.

Il suo funzionamento si basa su 3 fasi [32]:

1. installazione dei *beacons*<sup>1</sup>,
2. calibrazione,
3. rilevamento della posizione.

Ogni *beacon* ha il compito di trasmettere segnali in un determinato intervallo di tempo; ogni singolo segnale è formato da 20 byte, di cui 16 byte sono composti da Universally Unique Identifier (UUID) che identificano il *beacon*, mentre i rimanenti 4 byte sono secondari.

Per riuscire a stimare la posizione di un utente in un ambiente al chiuso, come riportato in precedenza, la BLE si serve della tecnica RSS, misurando quindi la distanza tra utente e trasmettitore.

I possibili esiti della ricerca della posizione sono quattro: vicino (<1m), in prossimità (1-3m), lontano (>3m), posizione sconosciuta.

*Vantaggi:*

- range di operatività (si è riusciti a raggiungere i 100m),

---

<sup>1</sup>beacon: trasmettitore che invia il proprio identificativo ai dispositivi in prossimità

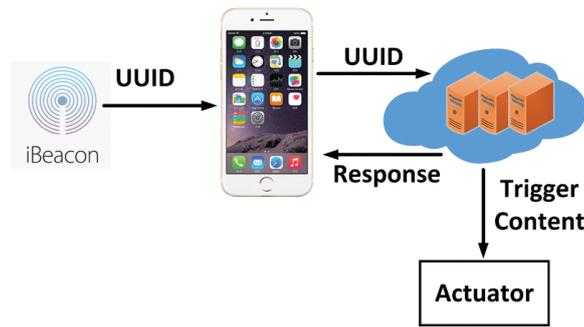


Figura 5.2: Architettura di un sistema basato su *iBeacons*, da [28]

- costi (compatibilità con vecchie versioni),
- consumi.

*Svantaggi:*

- bassa precisione,
- sensibilità ai rumori.

## 5.3 ZigBee

ZigBee è un protocollo di comunicazione che si basa sullo standard IEEE 802.15.4. Una rete ZigBee realizzata per lo scopo di localizzazione può servirsi di due tipologie di tecnologia wireless, ossia la RFID (la quale verrà descritta nel prossimo paragrafo) e la Wireless Sensor Network (WSN) [5].

Una rete WSN è generalmente formata da dispositivi in grado di operare in modo autonomo, con funzionalità di sensori (i.e. monitoraggio ecc.); la rete è per questo motivo adottata per la tecnologia ZigBee.

Si consideri una rete di sensori (WSN) con l'obiettivo di localizzare un bene e si presupponga che i primi siano disposti in un ambiente al chiuso. I sensori, dunque, formano dei nodi nella rete; la loro posizione in un luogo indoor può essere direttamente registrata dall'installatore dei dispositivi, oppure, stimata successivamente all'installazione.

Per stimare la posizione si consideri di adottare la tecnica RSS; si noti che è possibile fare affidamento ad altre tecniche come l'FP.

L'obiettivo da localizzare è stimato attraverso la capacità dei sensori di ricevere segnali dal medesimo, misurandone l'RSSI.

*Vantaggi:*

- comunicazione efficiente,
- basso consumo di potenza,
- basso costo,
- maggiore sicurezza.

*Svantaggi:*

- effetto multipath,
- raggio di copertura ristretto.

## 5.4 Radio Frequency Identification Device

È una tecnologia che si basa su due componenti [15]:

1. etichetta (*tag*),
2. lettore (*reader*)

L'RFID viene generalmente impiegata per il trasferimento e la memorizzazione di dati, sfruttando trasmissioni elettromagnetiche.

Il lettore è in grado di comunicare con l'etichetta, estraendone il contenuto; viene così ottenuta l'identità del bene preso in considerazione.

A seconda della presenza o dell'assenza di un'alimentazione è possibile distinguere due tipologie di sistemi:

- RFID attivo: i tag sono alimentati a batteria; a cadenza periodica questi ultimi trasmettono il loro identificativo al lettore.

Un sistema RFID attivo opera nel range di frequenza compreso tra Ultra High Frequency (UHF) e microonde.

Avendo un basso costo, un adeguato raggio di operatività ed essendo semplice da implementare, questa categoria risulta essere un valido sistema di localizzazione.

- RFID passivo: i tag non sono alimentati a batteria; l'operatività di questi non differisce da quella precedente.

Oltre ad essere leggeri, i tag hanno un costo relativamente basso però, possiedono

un range di comunicazione ridotto (1-2m ca.). Inoltre, un problema che potrebbe insorgere è legato alle collisioni sia dei lettori che dei tag: infatti, si può incorrere ad una sovrapposizione durante la fase di lettura di questi ultimi.

Un sistema RFID passivo è in grado di operare nelle seguenti bande di frequenza: Low Frequency (LF), High Frequency (HF), UHF e microonde.

*Vantaggi:*

- raggio di operatività (fino a 200m utilizzando il sistema RFID attivo),
- basso consumo di potenza,
- basso costo.

*Svantaggi:*

- bassa precisione,
- richiede un maggior numero di hardware,
- collisioni.

Si propone la metodologia di stima della posizione di un lettore basata sulla tecnologia RFID da [1]. Viene utilizzata la tecnica di angolazione AoA.

Per poter stimare la posizione del lettore è necessario che quest'ultimo, come prima cosa, sia in grado di rilevare due tag di coordinate  $(a_1, b_1)$  e  $(a_2, b_2)$ , rispettivamente. In [1] il lettore è dotato di un goniometro per misurare l'angolo tra un tag ed il lettore medesimo (si veda la Figura 5.3).

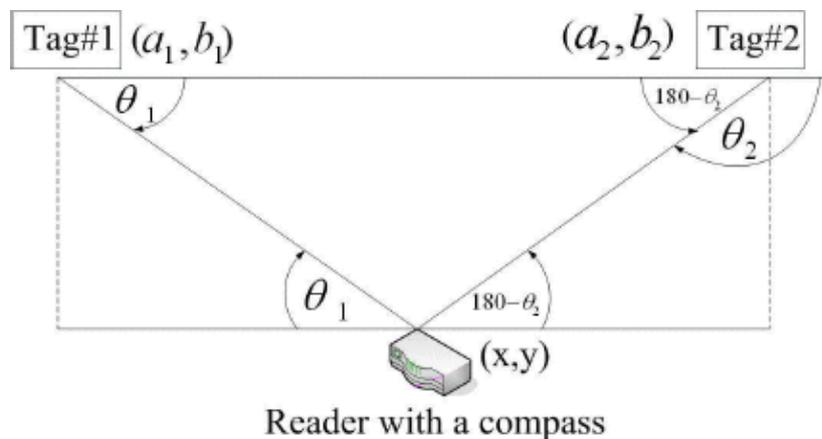


Figura 5.3: Stima della posizione con la tecnica AoA, da [1]

Dopo aver rilevato i due tag e, di conseguenza, aver misurato gli angoli tra i tag ed il lettore, si ottengono  $\theta_1$  e  $\theta_2$  dove  $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$  e  $\frac{\pi}{2} < \theta_2 < \pi$ , rispettivamente. La posizione è determinata dalle seguenti equazioni lineari:

$$y - b_1 = -\tan(\theta_1)(x - a_1) \quad (5.2)$$

$$y - b_2 = \tan(180 - \theta_2)(x - a_2). \quad (5.3)$$

## 5.5 Ultra Wideband

La tecnologia UWB impiegata per la localizzazione è incentrata sulla tecnica ToA, permettendo dunque di stimare il punto di interesse [6]; si ha comunque la possibilità di utilizzare tecniche come l'RSS, il TDoA, l'AoA [11]. ToA, per la tecnologia UWB, rimane la migliore scelta in termini di lunghezza di banda; infatti, quest'ultima risulta essere superiore a 500MHz.

Questa implementazione viene utilizzata per sistemi di comunicazione a corto raggio [28].

Un IPS basato sulla tecnologia UWB prevede l'installazione di nodi di riferimento, in posizioni note, all'interno di un ambiente indoor. Ad intervalli regolari, vengono inviati dei segnali UWB al dispositivo da localizzare il quale, misurando ad esempio il ToA, permette di calcolare la distanza tra questo ed i nodi di riferimento [31].

*Vantaggi:*

- libero da interferenze dovute ad altri segnali,
- ridotta attenuazione: il segnale è in grado di passare attraverso diverse tipologie di materiali,
- ridotto effetto multipath,
- accuratezza fino ai 10cm,
- basso consumo di potenza.

*Svantaggi:*

- basso consumo di potenza,
- basso costo.

Si propone la metodologia di stima della posizione di [31].

Siano  $A_1, A_2$  e  $A_3$  di coordinate, rispettivamente,  $(x_1, y_1, z_1)$ ,  $(x_2, y_2, z_2)$  e  $(x_3, y_3, z_3)$  i nodi di riferimento. Sia  $B$  il dispositivo da localizzare di coordinate  $(x, y, z)$ . Si procede con la tecnica della trilaterazione.

La distanza tra il dispositivo e l' $i$ -esimo nodo di riferimento può essere espressa come

$$(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 = d_i^2, \quad i \in (1, 2, 3) \quad (5.4)$$

Per risolvere questo set di equazioni si utilizza il metodo dei minimi quadrati, rappresentando per via matriciale le equazioni. Per cui,

$$A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = B \quad (5.5)$$

dove

$$A = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{d_2^2 - d_1^2 + x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2}{2} \\ \frac{d_3^2 - d_1^2 + x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2}{2} \\ \frac{d_3^2 - d_2^2 + x_2^2 - x_3^2 + y_2^2 - y_3^2}{2} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Le coordinate del dispositivo da localizzare sono determinate dal suddetto metodo come segue:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (5.7)$$

## 5.6 Visible Light Communication

La tecnologia VLC è anch'essa una valida alternativa qualora quelle basate sulla radiocomunicazione fossero tecnicamente un limite [23]; viene usata principalmente per il trasferimento di dati wireless, con elevata velocità di trasmissione attraverso lo spettro di luce visibile (400-800THz).

Il funzionamento di questa tecnologia nello stimare la posizione di un bene è pressoché simile al metodo basato sulla BLE: nell'ambiente di interesse vengono posizionati degli emettitori LED; questi trasmettono il segnale utile al ricevitore per valutare la posizione del bene.

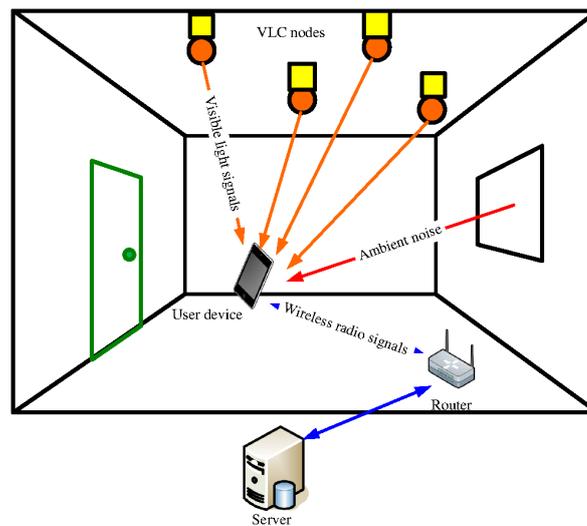


Figura 5.4: Esempio di architettura di un sistema VLC, da [21]

Come tecnica di localizzazione viene utilizzata l'AoA essendo ad alta precisione; nonostante ciò, la soluzione maggiormente impiegata è l'RSS poiché contenuta nei costi: non si necessita di componenti ausiliari.

*Vantaggi:*

- disponibilità di dispositivi,
- alta precisione,
- assenza dell'effetto multipath,

*Svantaggi:*

- elevato consumo di potenza,
- presenza di ostacoli che può influenzare il raggio di operatività.

## 5.7 Segnali Acustici

Il seguente metodo di localizzazione in ambienti indoor sfrutta la presenza di sensori nei microfoni degli smartphones; infatti, questi sono in grado di rilevare i segnali acustici emessi da fonti sonore.

Per poter stimare la posizione di una persona o di un oggetto, i segnali acustici vengono appositamente modulati in modo da ricavarne informazioni legati al tempo [28].

I ricevitori, i quali registrano e demodulano il segnale acquisito, stimano la posizione calcolando il ToA [16].

*Vantaggi:*

- disponibilità di dispositivi (<20KHz)

*Svantaggi:*

- inquinamento acustico,
- algoritmi complessi per l'elaborazione,
- richiesta implementazione ausiliaria (hardware).

## 5.8 Ultrasuoni

Quest'ultima tecnologia tra quelle proposte si basa sulla tecnica ToA; vengono misurati i tempi di propagazione dei segnali ad ultrasuono assieme alla velocità del suono per determinare la distanza tra trasmettitore e ricevitore [28].

Per permettere una adeguata sincronizzazione del segnale, congiuntamente al segnale trasmesso viene inviato un impulso a radio frequenza.

Si noti che i sistemi ad ultrasuono sono generalmente corredati di sensori di temperatura, necessari a rilevare le oscillazioni della velocità della luce dovuti a fattori atmosferici come l'umidità e la condizione termica.

*Vantaggi:*

- alta precisione,
- basso costo,
- basso consumo di potenza.

*Svantaggi:*

- riflessione,
- elaborazione complessa.

Si veda la Tabella 5.1 che confronta le tecnologie alternative proposte (fonti [2], [3] e [28]).

Sistema	Accuratezza	Tecnica di localizzazione principali	Copertura	Consumo di potenza	Costo	Note
WiFi	1m - 5m	Prossimità, ToA, TDoA, RSS Fingerprinting	fino a 100m	Alto	Basso	(1)Disponibilità infrastrutturale (2)Suscettibile all'effetto multipath
Bluetooth	2m - 5m	RSS, Fingerprinting	fino a 100m	Basso	Basso	(1)Alta velocità di trasmissione di trasmissione dei dati (2)Movimenti limitati
ZigBee	3m - 5m	RSS, Fingerprinting	fino a 100m	Basso	Basso	(1)Bassa velocità di trasmissione dei dati (2)I nodi sono spesso inattivi
RFID	1m - 2m	Prossimità, ToA, RSS	fino a 100m	Basso	Basso	(1)Tempo di risposta rapido (2)Programmazione manuale (1)Robustezza
UWB	<10cm	ToA, TDoA, RTDoA	fino a 200m	Moderato	Basso	(2)Interferenza possibile da materiali liquidi o metallici
VLC	4cm - 10cm	Prossimità, ToA, RSS	fino a 60m	Alto	Alto	(1)Assenza dell'effetto multipath (2)Potenzialità di fornire un'elevata accuratezza
Segnali Acustici	10cm - 20cm	ToA, TDoA, RTDoA	fino a 2m	Basso-moderato	Basso	(1)Sensibile alle condizioni dell'ambiente (2)Disponibilità hardware
Ultrasuoni	1cm ca.	ToA, AoA	fino a 20m	Basso-moderato	Medio	(1)Sensibile alle condizioni dell'ambiente (2)Assenza dell'effetto multipath

Tabella 5.1: Confronto tra le tecnologie alternative proposte

# 6

## Conclusioni

In una società come quella di oggi, la tecnologia GNSS risulta essere fondamentale nei campi della localizzazione e della navigazione.

In questa tesi si sono visti i principali sistemi che compongono il GNSS e le sfide ad esso legate in ambienti indoor. Sono state illustrate le principali tecniche di localizzazione utili alla stima della posizione di una persona o di un bene; inoltre, sono stati analizzati diversi metodi per migliorare le criticità legate al suddetto sistema, con l'ausilio del GNSS e senza in ambienti al chiuso.

La crescente richiesta di servizi come il tracciamento indoor è dovuta all'avanzamento di tecnologie alternative, come quelle presentate in questa tesi. Nonostante ciò, anche l'integrazione del GNSS con altre tecnologie è uno degli aspetti rilevanti che caratterizzano il futuro: si punta ad avere una maggiore precisione e una continuità della localizzazione.

Il potenziamento dei sistemi che compongono il GNSS è quello che ci si aspetta nei prossimi anni; questo può essere reso possibile tramite miglioramenti tecnologici e l'implementazione di satelliti di nuova generazione.

Il futuro del sistema GNSS in ambienti indoor sarà determinato dalle esigenze di una società sempre più moderna e sempre più connessa.



# Bibliografia

- [1] Dokor Boontrai, Thidarat Jingwangsa, and Panarat Cherntanomwong. Indoor localization technique using passive RFID tags. In *2009 9th International Symposium on Communications and Information Technology*, pages 922–926, 2009.
- [2] Pooyan Shams Farahsari, Amirhossein Farahzadi, Javad Rezazadeh, and Alireza Bagheri. A survey on indoor positioning systems for IoT-based applications. *IEEE Internet of Things Journal*, 9(10):7680–7699, 2022.
- [3] Zahid Farid, Rosdiadee Nordin, and Mahamod Ismail. Recent advances in wireless indoor localization techniques and system. *Journal of Computer Networks and Communications*, 2013:1–12, 2013.
- [4] Baoxin Feng, Haojun Li, Huimin Ding, Weidong Zhu, and Qi Kang. Improved service method and its positioning performance of the Galileo satellite clock correction. *Advances in Space Research*, 71(10):4045–4054, May 2023.
- [5] Gomes Goncalo and Sarmiento Helena. Indoor location system using ZigBee technology. In *2009 Third International Conference on Sensor Technologies and Applications*, pages 152–157, 2009.
- [6] Hua Guo, Mengqi Li, Xuejing Zhang, Xiaotian Gao, and Qian Liu. UWB indoor positioning optimization algorithm based on genetic annealing and clustering analysis. *Frontiers in Neurorobotics*, 16, July 2022.
- [7] Elliott Kaplan and Christopher J. Hegarty. *Understanding GPS/GNSS: Principles and Applications, Third Edition*. Artech House, Inc., USA, 3rd edition, 2017.
- [8] Kittipong Kasantikul, Chundi Xiu, Dongkai Yang, and Meng Yang. An enhanced technique for indoor navigation system based on WiFi-RSSI. In *2015 Seventh*

- International Conference on Ubiquitous and Future Networks*, pages 513–518, 2015.
- [9] Marin Keluža, Kristina Beg, and Bernard Vukelić. Analysis of an indoor positioning systems. *Zbornik Veleučilišta u Rijeci*, 5(1):13–32, 2017.
- [10] Chongwon Kim, Hyoungmin So, Taikjin Lee, and Changdon Kee. A pseudolite-based positioning system for legacy GNSS receivers. *Sensors*, 14(4):6104–6123, 2014.
- [11] B Venkata Krishnaveni, K Suresh Reddy, and P Ramana Reddy. An introduction to the ToA measurement for UWB indoor localization systems. In *2021 5th Conference on Information and Communication Technology (CICT)*, pages 1–4, 2021.
- [12] Rui Li, Shuaiyong Zheng, Ershen Wang, Jinping Chen, Shaojun Feng, Dun Wang, and Liwen Dai. Advances in BeiDou navigation satellite system (BDS) and satellite navigation augmentation technologies. *Satellite Navigation*, 1(1), March 2020.
- [13] Xiukui Li. A GPS-based indoor positioning system with delayed repeaters. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 68(2):1688–1701, 2019.
- [14] Fen Liu, Jing Liu, Yuqing Yin, Wenhan Wang, Donghai Hu, Pengpeng Chen, and Qiang Niu. Survey on WiFi-based indoor positioning techniques. *IET Communications*, 14(9):1372–1383, 2020.
- [15] Junjie Liu and R Jain. Survey of wireless based indoor localization technologies. *Department of Science & Engineering, Washington University*, 2014.
- [16] Kaikai Liu, Xinxin Liu, Lulu Xie, and Xiaolin Li. Towards accurate acoustic localization on a smartphone. In *2013 Proceedings of IEEE International Conference on Computer Communications (INFOCOM)*, pages 495–499, 2013.
- [17] J.G. McNeff. The global positioning system. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 50(3):645–652, 2002.
- [18] Pavel Pascacio, Sven Casteleyn, Joaquín Torres-Sospedra, Elena Simona Lohan, and Jari Nurmi. Collaborative indoor positioning systems: A systematic review. *Sensors*, 21(3), 2021.

- 
- [19] Pavel Puricer and Pavel Kovar. Technical limitations of GNSS receivers in indoor positioning. In *2007 17th International Conference Radioelektronika*, pages 1–5, 2007.
- [20] Sergey Revnivkykh, Alexey Bolkunov, Alexander Serdyukov, and Oliver Montenbruck. GLONASS. In *Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems*, pages 219–245. Springer International Publishing, 2017.
- [21] Ge Shi, Yong Li, Wei Cheng, Limeng Dong, Junhua Yang, and Wenjie Zhang. Accuracy analysis of indoor visible light communication localization system based on received signal strength in non-line-of-sight environments by using least squares method. *Optical Engineering*, 58(5):056102, 2019.
- [22] J.S. Subirana, M. Hernández-Pajares, J.M.J. Zornoza, European Space Agency, and K. Fletcher. *GNSS Data Processing*. Number v. 1 in ESA TM. ESA Communications, 2013.
- [23] E. Torres-Zapata, J. M. Luna-Rivera, R. Perez-Jimenez, V. Guerra, J. Rabadan, J. Rufo, and C. A. Gutierrez. Implementation of a VLC-based indoor localization system. *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*, 30(2):e3498, August 2018.
- [24] J. Van Sickle. *GPS for Land Surveyors, Third Edition*. Taylor & Francis, 2001.
- [25] J. Wang. Pseudolite applications in positioning and navigation: Progress and problems. *Journal of Global Positioning Systems*, 1(1):48–56, June 2002.
- [26] Rui Xu, Wu Chen, Ying Xu, and Shengyue Ji. A new indoor positioning system architecture using GPS signals. *Sensors*, 15(5):10074–10087, 2015.
- [27] Yuanxi Yang, Yue Mao, and Bijiao Sun. Basic performance and future developments of BeiDou global navigation satellite system. *Satellite Navigation*, 1(1), January 2020.
- [28] Faheem Zafari, Athanasios Gkelias, and Kin K Leung. A survey of indoor localization systems and technologies. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 21(3):2568–2599, 2019.
- [29] Pengfei Zhang, Rui Tu, Rui Zhang, Yuping Gao, and Hongbin Cai. Combining GPS, BeiDou, and Galileo satellite systems for time and frequency transfer based on carrier phase observations. *Remote Sensing*, 10(2), 2018.

- [30] Weicheng Zhang, Zheng Yao, and Mingquan Lu. An improved pseudolite-based indoor positioning system compatible with GNSS. In *2016 Fourth International Conference on Ubiquitous Positioning, Indoor Navigation and Location Based Services (UPINLBS)*, pages 43–50, 2016.
- [31] Xidong Zhou, Hui Zhang, Xuan Tan, and Jinzhou Zhang. A location method based on UWB for ward scene application. In *2021 36th Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)*, pages 66–71, 2021.
- [32] Danijel Čabarkapa, Ivana Grujić, and Petar Pavlović. Comparative analysis of the bluetooth low-energy indoor positioning systems. In *2015 Proceedings of the 12th International Conference on Telecommunication in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services (TELSIKS)*, pages 76–79, 2015.