

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Astronomia

Tesi di Laurea

Corpi compatti nell’alone Galattico e materia oscura

Relatore

Prof. Alberto Franceschini

Laureando

Stefano Manzoni

Anno Accademico 2020/2021

Indice

Introduzione	5
1 Materia oscura nell'alone galattico	7
1.1 Prime evidenze	7
1.2 Curva di rotazione della Via Lattea	9
1.3 Una nuova teoria: MOND	12
2 Materia oscura barionica e non barionica	15
2.1 Vincoli sulla materia barionica dalla nucleosintesi primordiale	16
2.2 Vincoli dalle anisotropie della radiazione cosmica nelle mi- croonde	18
2.3 Materia oscura barionica	19
2.4 Materia oscura non barionica	26
3 Lensing gravitazionale	27
3.1 Metrica di Schwarzschild	28
3.2 Moto di un fotone in un campo a simmetria sferica	29
3.3 Equazione della lente	31
3.4 Microlensing gravitazionale	35
4 MACHO, EROS e OGLE: ricerca di corpi compatti nell'alone Galattico	39
4.1 Microlensing di sorgenti non risolte	39
4.2 Ricerche in campi stellari nelle Nubi di Magellano	42
4.3 Ricerche nello sferoide galattico	44
5 Conclusioni	47

Introduzione

Studiando i moti delle stelle nelle galassie, all'inizio del 1900 alcuni astrofisici si sono accorti della presenza di materia gravitante non luminosa: *la materia oscura*. La materia oscura è l'ingrediente fondamentale nel cosmo. Essa risulta evidente da moltissime osservazioni astrofisiche ed è la componente principale dei modelli dell'origine ed evoluzione del cosmo. Essa non è mai stata osservata direttamente ma ne è nota la quantità presente nell'universo.

In particolare si pensa che tutte le galassie siano circondate da un alone di materia gravitante poiché è stato osservato che la loro velocità di rotazione, all'esterno dell'ultima posizione visibile, non segue l'andamento previsto. La curva di rotazione delle galassie è quindi una prima evidenza dell'esistenza di materia oscura. In particolare la tesi sarà focalizzata sullo studio della densità e della natura della materia oscura nell'alone della Via Lattea e sul fenomeno del microlensing come metodo di osservazione dei corpi compatti non visibili nell'alone.

Nel primo capitolo verranno mostrate le prime evidenze dell'esistenza di materia oscura, mostrando la curva di rotazione della Via Lattea ottenuta da un'analisi recente del 2019 e un calcolo della massa della Galassia.

Il secondo capitolo presenterà la possibile natura della materia oscura: barionica o non barionica. Verranno mostrati i vincoli sulla densità di materia barionica Ω_B , ottenuti dalla teoria della nucleosintesi primordiale misurando l'abbondanza di deuterio ed ^3He e studiando le anisotropie della radiazione cosmica di fondo nelle microonde. Saranno poi proposti i principali candidati compatti della materia oscura barionica nell'alone Galattico: nane brune, nane bianche, buchi neri e buchi neri primordiali.

Il terzo capitolo verrà interamente dedicato alla soluzione delle equazioni di Einstein in metrica di Schwarzschild a simmetria sferica, determinando le equazioni che regolano il moto di un fotone e quindi la deflessione dei raggi luminosi, in presenza di massa gravitante. Le equazioni saranno calcolate sfruttando la conservazione dell'energia e del momento angolare. Poi verrà esposto il fenomeno del *lensing* gravitazionale, determi-

nando l'equazione della lente puntiforme e approfondendo ulteriormente il *microlensing*, spiegandone le conseguenze e le principali equazioni.

Nel quarto e ultimo capitolo, l'obiettivo sarà focalizzato sull'esposizione dei risultati ottenuti dalle collaborazioni MACHO, EROS e OGLE nel corso delle osservazioni dei fenomeni di microlensing, in direzione della Grande Nube di Magellano e in direzione dello sferoide galattico. Tali risultati saranno in grado di porre dei limiti inferiori e superiori alla massa dei corpi compatti nell'alone galattico.

Capitolo 1

Materia oscura nell'alone galattico

1.1 Prime evidenze

Agli inizi del 1900 gli astronomi studiando i moti delle stelle e delle galassie e analizzando la dinamica della materia visibile, scoprirono l'esistenza di una particolare forma di materia invisibile all'occhio umano e anche a qualsiasi telescopio. Questa materia *non luminosa* sembra essere la principale componente materiale presente nell'Universo: la materia luminosa è solamente una piccola frazione. La presenza di questa materia è stata dimostrata osservando la quantità di massa luminosa e di quella gravitante: c'è una sostanziale differenza tra la massa visibile in stelle e la massa che struttura gravitazionalmente la dinamica dei corpi celesti. L'idea per "pesare" queste masse è quella di osservare i moti di stelle all'interno delle galassie e determinare la forza di gravità necessaria a mantenere in equilibrio dinamico il sistema. I moti delle stelle lungo la linea di vista nelle galassie vengono misurati tramite il cosiddetto *effetto Doppler*. Studiando quindi la variazione in lunghezza d'onda di una determinata riga nello spettro della stella o della galassia è possibile determinare se questa si stia allontanando o avvicinando all'osservatore. La velocità radiale è così banalmente proporzionale al *redshift* osservato

$$z = \frac{\lambda_{oss}}{\lambda_{lab}} - 1$$

tramite la seguente relazione

$$V = cz$$

valida solamente per moti non relativistici.

Jan Hendrick Oort, negli anni Venti, misurò erroneamente la presenza di materia oscura nella Via Lattea. Egli credeva di aver rilevato la presenza

di materia oscura, studiando i moti delle stelle nella Via Lattea, ma i moti che misurò altro non erano che i moti verticali delle stelle dovuti alla gravità del disco. Si rese conto inoltre che il disco galattico non ruota rigidamente come una ruota di un'automobile ma che la parte più interna gira attorno al centro con velocità maggiori di quelle esterne: ogni punto della Galassia si muove con una velocità angolare propria diversa a seconda della distanza r dal centro.

A partire dal 1933, l'astronomo svizzero Zwicky, analizzando la dispersione di velocità per le galassie nell'Ammasso della Chioma, diede inizio agli studi sulla materia oscura nell'universo. Egli si accorse che i moti relativi delle galassie erano troppo elevati e che questi avrebbero distrutto l'ammasso, se la massa di ogni galassia non fosse stata almeno 100 volte maggiore di quella misurata. Zwicky in questo modo scrisse che le galassie dell'ammasso dovessero essere mantenute legate fra loro da una particolare materia non visibile, che lui stesso definisce *dunkle Materie* (Zwicky 1933).

Successivamente negli anni '70, molti astronomi determinarono le curve di rotazione di molte galassie a spirale, ottenute tramite le velocità di rotazione delle galassie da misure spettroscopiche. Freeman (1970) determinò mappe di velocità della riga a 21 cm dell'idrogeno di galassie vicine. Si accorse che per NGC300 e M33 i dati mostravano la presenza di materia oltre i limiti fotometrici. *Se questi dati fossero stati corretti, afferma Freeman, deve esserci in queste galassie ulteriore massa non rilevata né otticamente né a 21 cm.*

Poco dopo, nello stesso anno, Rubin & Ford (1970) determinarono la curva di rotazione di M31: essa risultava piatta ad una distanza di 24 kpc dal centro. Successivamente Roberts & Whitehurst nel 1975 determinarono una curva di rotazione della galassia di Andromeda con studi della riga a 21 cm arrivando fino a distanze maggiori di quelle ottiche di Rubin & Ford, cioè a circa 35kpc. Anche in questo studio la curva di rotazione venne confermata piatta. Nella Figura 1.1 si vede chiaramente come i dati ottenuti da Roberts & Whitehurst studiando la riga a 21 cm vadano a formare una curva di rotazione piatta all'esterno della galassia.

Alla fine degli anni Settanta, vennero calcolate ulteriori curve di rotazione per 21 galasse spirali Sc (Rubin et al. 1980). Le velocità di queste galassie crescono rapidamente in posizioni vicine al centro galattico ma, all'aumentare di r , le velocità non decrescono seguendo il modello Kepleriano bensì restano piatte ben oltre i limiti visibili delle stelle. Le osservazioni a distanze maggiori di quelle visibili vengono effettuate ovviamente studiando la distribuzione di idrogeno e di conseguenza la riga a 21 cm.

Gli astronomi in questi anni, si resero conto che l'idea secondo cui le

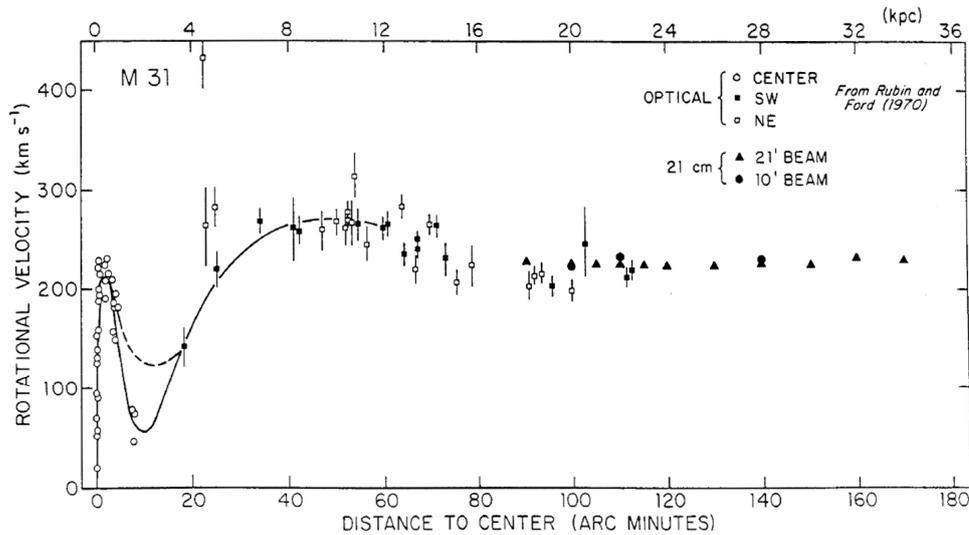


Figura 1.1: Curva di rotazione di M31 in funzione della distanza dal centro. I dati *ottici* sono stati ottenuti da Rubin & Ford (1970) da misure dell' $H\alpha$ mentre i dati della riga a 21 cm sono ottenuti da Roberts & Whitehurst (1975).

galassie e gli ammassi fossero formati solo da materia luminosa andava ovviamente scartata. Questo perché, se l'unica materia gravitante fosse quella condensata in stelle, le curve di rotazione dovrebbero decrescere oltre l'ultimo punto visibile con l'aumentare della distanza fino a raggiungere valori nulli. La discrepanza che vi è fra un modello teorico di curva di rotazione e tutte quelle osservate portò gli astronomi a porsi ulteriori domande sulla distribuzione di massa all'esterno delle galassie. In seguito a tutte queste scoperte, dunque, gli astronomi confermarono che le curve di rotazione non presentassero il previsto tratto Kepleriano oltre il disco ottico portando all'idea, tuttora valida, della presenza di materia attorno alle galassie distribuita sfericamente fino a raggi maggiori di quello del disco visibile. È quindi largamente¹ accettato che esista un alone galattico composto di materia non luminosa chiamata *materia oscura*.

1.2 Curva di rotazione della Via Lattea

Ovviamente la nostra Galassia non può essere diversa da tutte le altre nell'Universo e anche essa è circondata da questo alone di materia oscura.

¹Alcuni studiosi ritennero opportuno cercare teorie gravitazionali alternative a quella newtoniana.

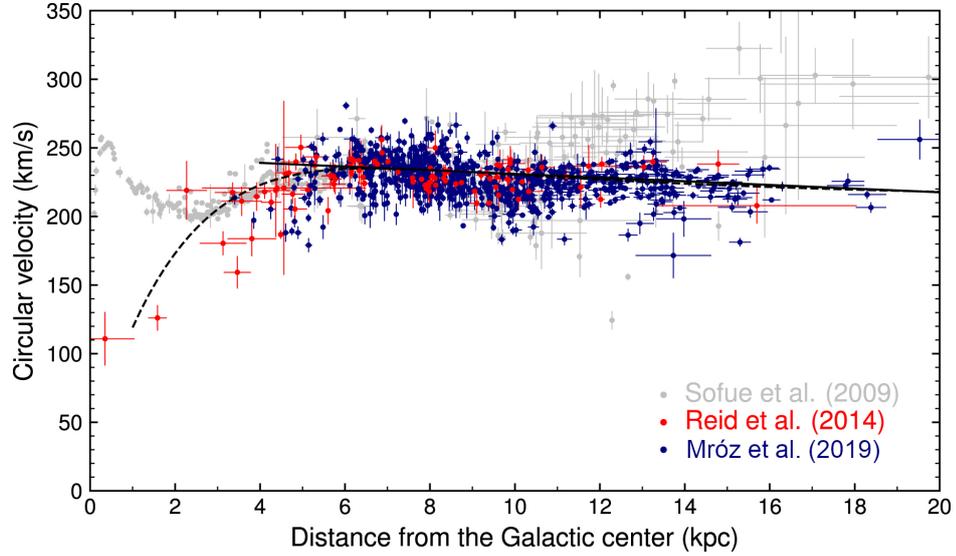


Figura 1.2: Curva di rotazione della Via Lattea utilizzando il metodo delle Cefeidi. Si è assunta la distanza del Sole $R_{\odot} = 8.09$ kpc dal centro galattico e la sua velocità rotazionale $\Theta_{\odot} = 233.6$ km s $^{-1}$. Immagine tratta e adattata da Mróz et al. (2019a).

Per verificare quanto appena detto però è necessario costruire la curva di rotazione della Via Lattea, cosa che risulta, a differenza di galassie distanti, molto complicata. In uno dei più recenti studi (Mróz et al. 2019a) è stata determinata con la migliore precisione la curva di rotazione utilizzando metodi differenti da quelli utilizzati per galassie diverse dalla nostra. All'esterno dell'orbita solare i metodi principali di indagine sono quelli che utilizzano le velocità di corpi celesti a distanze note: regioni HII, Cefeidi, ammassi aperti o nebulose planetarie. Nello studio di Mróz et al. il metodo utilizzato è quello delle Cefeidi, essendo perfetti indicatori di distanza grazie alla relazione periodo-luminosità. La dinamica basata su questi 773 oggetti, incluse le velocità radiali e i loro moti propri, è stata ottenuta con le misurazioni di *Gaia* e ha permesso di ottenere una curva di rotazione fino a ~ 20 kpc dal centro galattico. Come si può notare dalla Figura 1.2 la curva di rotazione per valori di distanza pari a $4 \lesssim R \lesssim 20$ kpc mostra solo un piccolo gradiente pari a -1.34 ± 0.21 km s $^{-1}$ kpc $^{-1}$. Per distanze maggiori di 14 kpc questa è la curva di rotazione per ora migliore.

Essendo la curva di rotazione piatta, la densità di materia dell'alone galattico $\rho^H(r)$ deve scalare come r^{-2} poiché la condizione di piattezza della velocità si ottiene solamente nel caso in cui la massa aumenta all'aumentare della distanza r . Assumendo il disco galattico in equilibrio dinamico

con una dispersione di velocità trascurabile e in moto su orbite circolari con velocità $v(r)$, la forza centripeta di rotazione è equivalente alla forza gravitazionale. Si ottiene così

$$\frac{v^2(r)}{r} \approx \frac{GM(r)}{r^2} \quad (1.1)$$

Si ha che la velocità non dipende dalla distanza solamente quando $M(r) \sim r$ e quindi la densità, essendo data dal rapporto tra massa e volume, deve necessariamente scalare con l'inverso del quadrato della distanza per mantenere piatta la curva di velocità. Una parametrizzazione del profilo di densità solitamente adottata per un alone a simmetria sferica è data da (Alcock et al. 1996)

$$\rho^H(r) = \rho_0^H \frac{R_0^2 + a^2}{r^2 + a^2} \quad (1.2)$$

dove a è il raggio del *core* dell'alone, R_0 la distanza del Sole dal centro Galattico, ρ_0^H è la densità locale dell'alone. Utilizzando l'equazione (1.1) Mróz et al. (2019a) ottengono un valore di massa pari a

$$M (< 21 \text{ kpc}) = 0.21_{-0.03}^{+0.04} \times 10^{12} \mathcal{M}_\odot$$

Un altro utile parametro da considerare nello studio della presenza di materia oscura nella Galassia è il cosiddetto *rapporto massa-luminosità* in banda R espresso in unità solari. Esso è definito come

$$\Gamma_R = \frac{M}{L_R} \left(\frac{\mathcal{M}_\odot}{\mathcal{L}_\odot} \right) \quad (1.3)$$

dove M è la massa e L_R è la luminosità, appunto, in banda R. Questo parametro permette di mettere in relazione la quantità di massa presente con la luminosità che essa genera: in caso di sistemi formati solo da stelle il rapporto tipico si aggira attorno a valori

$$\Gamma_R = 1 - 10 \frac{\mathcal{M}_\odot}{\mathcal{L}_\odot}$$

a seconda dell'età e della composizione chimica delle stelle. La miglior stima della massa viriale della nostra Galassia è stata ottenuta da Watkins et al. nel 2019 ed è pari a

$$M_{viriale}^{Tot} = 1.54_{-0.44}^{+0.75} \times 10^{12} \mathcal{M}_\odot \quad (1.4)$$

La luminosità stimata della Via Lattea in banda R è $L_R = 3 \times 10^{10} \mathcal{L}_\odot$ (Binney & Tremaine 2008). In questo modo si ottiene il rapporto massa luminosità

$$\Gamma_R \sim 50 \frac{M_\odot}{\mathcal{L}_\odot} \quad (1.5)$$

Questo dato non fa che rafforzare ulteriormente la tesi secondo cui la Galassia non sia formata solo da materia luminosa condensata in stelle ma anche da una grande quantità di materia oscura non luminosa, di cui si può porre un limite massimo nell'universo ma di cui non è nota, o almeno solo parzialmente, la composizione.

1.3 Una nuova teoria: MOND

Una delle principali evidenze dell'esistenza della materia oscura è il profilo di velocità di rotazione delle galassie allontanandosi dal centro. La massa della galassia infatti si determina calcolando l'accelerazione della materia mentre orbita attorno al centro galattico con la propria velocità $v(r)$. Questa accelerazione però ha valori molto piccoli essendo le galassie molto estese. Abbiamo che l'accelerazione centripeta è data da

$$a = \frac{v^2(r)}{r} \quad (1.6)$$

Per esempio sfruttando i dati di Mróz et al. (2019a), l'accelerazione centripeta nei pressi del Sole vale

$$a \approx \frac{234^2}{8 \times 3.086 \times 10^{16}} \text{ km s}^{-2} \approx 2 \times 10^{-13} \text{ km s}^{-2} \quad (1.7)$$

Alcuni astrofisici si chiesero, giustamente, se le leggi di Newton potessero essere applicate anche a sistemi con accelerazioni molto basse, a scale galattiche, poiché inizialmente la trattazione di Newton coinvolgeva solo masse con accelerazioni apprezzabili. Nonostante le equazioni di Einstein e di Newton siano in grado di descrivere in maniera completamente corretta i fenomeni fisici che ci circondano, potrebbero risultare errate e l'appiattimento delle curve di rotazione delle galassie potrebbe essere dovuto non alla presenza di materia oscura ma ad inaccurately delle equazioni del moto e ad una trattazione incompleta della gravità.

Uno dei primi scienziati che propose una "nuova teoria" è il fisico israeliano Mordehai Milgrom in una serie di articoli nel 1983. La teoria proposta da Milgrom è chiamata MOND, cioè *MOdified Newtonian Dynamics*, e propone una modifica del secondo principio della dinamica classica, secondo

cui $F = ma$. Milgrom presenta la sua nuova teoria modificando la nota legge di Newton in una forma leggermente simile

$$F = m\mu\left(\frac{a}{a_0}\right)a \quad (1.8)$$

dove m è la massa gravitazionale dell'oggetto, $\mu(x)$ è una funzione di interpolazione, a è l'accelerazione del corpo e a_0 una costante. La funzione di interpolazione, a basse accelerazioni, diventa

$$\mu\left(\frac{a}{a_0}\right) \rightarrow \frac{a}{a_0}$$

e quindi la forza diventa

$$F = m\frac{a^2}{a_0} \quad (1.9)$$

È possibile applicare tali formule al caso di un elemento di massa m in orbita circolare di raggio r attorno ad un attrattore centrale di massa M , come accade nelle regioni delle galassie a grandi distanze dal centro. Uguagliando la forza di gravità e la forza centripeta si ottiene

$$\frac{GMm}{r^2} = m\frac{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2}{a_0} \quad (1.10)$$

dunque

$$v^4 = GMa_0 \quad (1.11)$$

con $a_0 \approx 1.2 \times 10^{-10} \text{ m s}^{-2}$. In regime MOND quindi, quando $a \ll a_0$, la velocità diventa costante. In questo modo la teoria MOND è in grado di spiegare l'appiattimento delle curve di rotazione delle galassie senza introdurre la necessità di materia oscura.

Molti scienziati però non sono d'accordo sulla possibilità che questa teoria possa risolvere il problema della materia oscura poiché la MOND è applicabile solo all'interno di galassie, mentre vi è necessità di introdurre la materia oscura anche all'esterno di esse ove la teoria non è in grado di "risolvere" tale problema. La teoria MOND viene ritenuta da una piccola parte di scienziati come una valida teoria nello studio delle curve di rotazione delle galassie a basse accelerazioni, ma questa non è in grado di risolvere del tutto il problema della materia oscura negli aloni galattici e quindi non può essere considerata valida, scartando l'ipotesi di materia gravitante non luminosa.

Inoltre la MOND presenta problemi nel campo della cosmologia e, infine, non ha nessuna solida base fisica: essa è considerata una teoria "ad hoc".

Capitolo 2

Materia oscura barionica e non barionica

La natura dei costituenti la materia oscura nell'alone galattico è uno dei grandi problemi aperti della fisica del giorno d'oggi. I principali candidati alla materia oscura possono essere divisi inizialmente in *barionici* e *non barionici*: i primi anche chiamati *Inos* e i secondi detti di *Popolazione III* (Carr 1994), poiché generati da stelle di popolazione pregalattica. Alcuni candidati *ino* sono particelle elementari classificate come "calde" o "fredde" a seconda della loro massa e vengono anche chiamati *WIMPs*, acronimo di *Weakly Interactive Massive Particle*. Negli *ino* possono essere inclusi anche altri costituenti più esotici e in particolare i cosiddetti *buchi neri primordiali* (PBHs). La componente barionica di Popolazione III viene identificata con vari resti stellari come nane brune, nane bianche, stelle di neutroni, buchi neri stellari e altri oggetti compatti. Nella Tabella 2.1 sono esposti i principali candidati barionici e non barionici che saranno discussi

INOs		POPOLAZIONE III	
Assioni	10^{-5} eV	Snowballs	?
Neutrini	10 eV	Nane brune	$< 0.08 M_{\odot}$
Fotini	1 GeV	Nane rosse	$0.1 M_{\odot}$
Monopoli	10^{16} GeV	Nane bianche	$1 M_{\odot}$
Buchi neri primordiali	$> 10^{15}$ g	Stelle di neutroni	$2 M_{\odot}$
Quark nuggets	$< 10^{20}$ g	Buchi neri stellari	$\sim 10 M_{\odot}$

Tabella 2.1: Principali candidati non barionici (INOs) e barionici (Pop.III) ordinati in base al valore crescente della loro massa.

in seguito.

Il termine "Popolazione III" potrebbe generare confusione poiché, in letteratura, esso è utilizzato per descrivere sia le stelle che hanno generato i primi metalli sia le ipotetiche stelle che compongono la materia oscura nell'alone galattico. Vengono chiamate stelle di popolazione III perché devono differire da quelle di popolazione I e II ed è possibile ipotizzare che le stelle, che hanno generato i primi metalli, possono essere le stesse stelle pregalattiche che ora compongono l'alone oscuro.

2.1 Vincoli sulla materia barionica dalla nucleosintesi primordiale

Durante le prime fasi evolutive dell'Universo, tra circa un secondo e alcuni minuti dopo il Big Bang, nel fluido cosmico si sono create certe condizioni di temperatura e densità tali da permettere l'inizio di reazioni nucleari in cui protoni e neutroni si sono fusi per dare origine ai primi atomi e in seguito il bruciamento termonucleare di una parte dell'idrogeno primordiale in elementi più pesanti come l'elio ^4He , il deuterio ^2D e il litio ^7Li .

La teoria della *nucleosintesi primordiale* (anche detta *Big Bang Nucleosynthesis*), conoscendo il rapporto neutroni/protoni, permette di determinare inequivocabilmente l'abbondanza di elio ^4He prodotta. Assumendo il rapporto $n_n/n_p \approx 1/7$ stimato a circa un secondo dopo il Big Bang, è possibile calcolare una previsione dell'abbondanza di atomi di elio. Partendo dal fatto che $n_{\text{He}} = n_n/2$ poiché ogni nucleo di elio contiene due neutroni e che $n_{\text{H}} = n_p - n_n$ è possibile scrivere la frazione in massa Y dell' ^4He

$$Y = \frac{4n_{\text{He}}}{4n_{\text{He}} + n_{\text{H}}} = \frac{2n_n}{n_p + n_n} = \frac{2(n_n/n_p)}{1 + (n_n/n_p)} \approx 0.25 \quad (2.1)$$

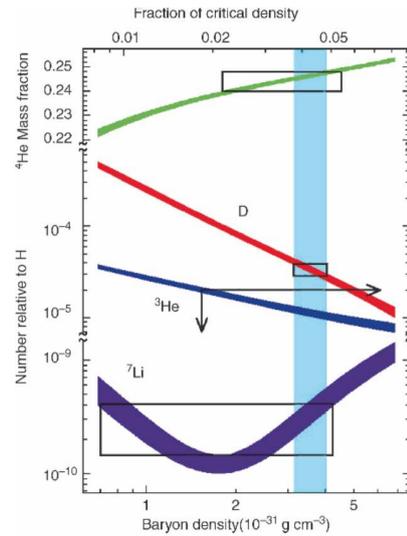


Figura 2.1: Dipendenza delle abbondanze di elio, deuterio, litio e ^4He dalla quantità di barioni nell'universo attualmente.

Osservativamente, l'abbondanza di elio può essere misurata analizzando regioni HII dove il plasma interstellare risente minimamente dell'attività stellare. Dallo studio di Olive & Steigman (1995) risulta un'abbondanza in massa dell'elio Y pari a

$$Y \approx 0.232 \pm 0.003 \quad (2.2)$$

in perfetto accordo con la predizione della teoria della nucleosintesi primordiale.

Si è verificato che le abbondanze di deuterio e litio dipendono fortemente dalla densità del plasma durante la nucleosintesi. Una elevata densità del plasma fa sì che tutte le reazioni nucleari avvengano con la massima efficienza convertenti i neutroni in deuterio e in seguito in elio. Una bassa densità di plasma comporta di contro una bassa probabilità di interazione tra i nuclei, lasciando ioni deuterio e ${}^3\text{He}$ incombusti.

Dallo studio quindi dell'abbondanza di elementi come il deuterio, il litio e l'elio ${}^3\text{He}$ è possibile estrapolare la densità barionica dell'universo a quell'epoca e, dato che la densità comovente si conserva, la densità di barioni totale media al giorno d'oggi. Bania et al. (2002) ha ottenuto una buona stima dell'abbondanza di ${}^3\text{He}$ nella Via Lattea utilizzando misurazioni della transizione *spin-flip* dell' ${}^3\text{He}$ a 8.665 GHz (3.46 cm), studiando 60 regioni HII e 6 nebulose planetarie

$${}^3\text{He}/\text{H} = (1.1 \pm 0.2) \times 10^{-5} \quad (2.3)$$

in eccellente accordo con la teoria BBN.

È possibile mettere in relazione il rapporto di fotoni-barioni η con l'abbondanza degli elementi primordiali e in particolare con il valore η di Bania et al. e la relazione proposta da Burles et al. (2001)

$$\Omega_B h^2 = (3.650 \pm 0.004) \times 10^7 \eta \quad (2.4)$$

Dal lavoro di Bania et al. (2002) si giunge in conclusione al valore

$$\Omega_B h^2 = 0.020^{+0.007}_{-0.003} \quad (2.5)$$

avendo espresso la densità barionica ρ_b in funzione della densità critica¹ $\Omega_B = \rho_b/\rho_c$ ricordando che $h = H_0/(100 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc})$, per $h = 0.72 \pm 0.08$ (Freedman et al. 2001), si ottiene

$$\Omega_B \approx 0.04 \quad (2.6)$$

¹La densità critica è la densità che rende piatto l'universo e vale $\rho_c \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G}$

Anche dallo studio dell'abbondanza di deuterio si può giungere ad un risultato completamente analogo ma più fortemente vincolante sulla densità di materia barionica

$$\Omega_b \simeq (0.041 \pm 0.002) (H_0/71 \text{ km/s/Mpc})^{-2} \quad (2.7)$$

Combinando le osservazioni con questi dati però risulta che la densità totale di materia Ω_m nell'universo è maggiore di Ω_B appena trovata

$$\Omega_m \approx 0.3 \quad (2.8)$$

Questa risulta essere la prima prova secondo cui la materia gravitante nell'universo deve essere composta da materia barionica e per una grande parte da materia *non* barionica, poiché il limite massimo barionico imposto dalla BBN è $\Omega_B h^2 = 0.020$.

2.2 Vincoli dalle anisotropie della radiazione cosmica nelle microonde

Una seconda prova a sostegno dello scenario secondo cui la materia nell'Universo sia in maggior quantità non barionica è data dall'analisi delle anisotropie nella radiazione cosmica di microonde. La radiazione cosmica nelle microonde è la prima "immagine" visibile di quanto è successo dopo il Big Bang. L'universo infatti, non è sempre stato trasparente e in particolare all'epoca della ricombinazione ($z \sim 1100$) quando ogni atomo di gas era in un bagno di gas caldo e denso. In questa fase la sezione d'urto passa da quasi zero a valori altissimi. L'universo diviene quindi opaco.

Molto interessante è studiare le *anisotropie* di questa radiazione di fondo. Nel 1990 venne lanciato il satellite COBE con a bordo un telescopio e tre strumenti: FIRAS, DMR e DIRBE, con lo scopo di studiare più approfonditamente lo spettro e la distribuzione angolare della radiazione di fondo. Si ottenne uno spettro perfettamente compatibile con quello di corpo nero, a temperatura (White et al. 1994)

$$T_0 = 2.726 \pm 0.010 \text{ K}$$

con delle piccolissime deviazioni dall'isotropia per una parte su 10^5 in $\delta T/T$. Tali anisotropie sono uno strumento di indagine molto utile perché nascono in particolare a causa delle interazioni tra elettroni e fotoni, che permettono di ottenere informazioni sull'universo primordiale, sulla formazione della struttura a larga scala e sui parametri cosmologici fondamentali. Dallo spettro di tali anisotropie in funzione del multipolo è

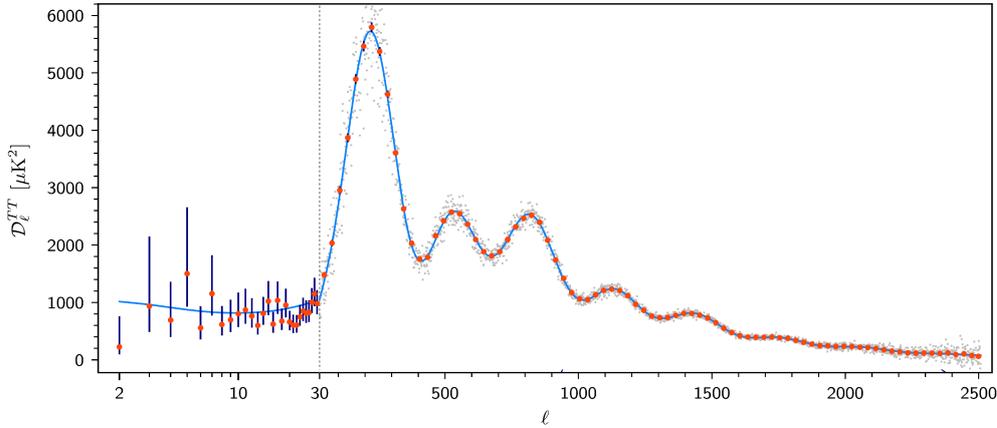


Figura 2.2: Spettro delle anisotropie della temperatura della CMB $\delta T/T$ in funzione del multipolo l . Immagine tratta da Planck Collaboration et al. (2020).

possibile studiare i picchi di intensità e determinare la densità di materia barionica. Come si può vedere in Figura 2.2 lo spettro è composto da picchi armonici. Il primo picco corrisponde a circa $l \sim 200$: la sua posizione e la sua larghezza angolare permettono di studiare la geometria dell'universo. L'altezza dei picchi in generale dipende dalla densità barionica e da quanto questa ha interagito con i fotoni: una grande quantità di barioni si traduce con l'innalzamento del primo picco e la riduzione del secondo.

Nel caso di un modello dominato dalla materia oscura non barionica le fluttuazioni sono significativamente ridotte ed assumendo che queste seguano una legge di potenza con indice n , Chiba et al. (1994), White et al. (1994) esclusero immediatamente un modello dominato da materia barionica.

2.3 Materia oscura barionica

La nucleosintesi primordiale e le anisotropie della CMB, come è stato dimostrato, prevedono l'esistenza di materia oscura sia barionica sia non barionica. La presenza di materia non visibile barionica è dovuta al fatto che Ω_B è molto maggiore della densità di materia luminosa visibile Ω_V . Persic & Salucci (1992) hanno determinato la densità di materia visibile nei vari costituenti della struttura dell'Universo: nelle galassie ellittiche e lenticolari la densità barionica visibile è pari a

$$\Omega_{V,B}^{(E+S0)} = 1.5 \times 10^{-3}$$

le galassie a spirale contribuiscono con un valore

$$\Omega_{V,B}^{(S)} \simeq 0.7 \times 10^{-3}$$

Negli ammassi ricchi entro il raggio di Abell² la densità barionica visibile ammonta a

$$\Omega_{V,B}^{(cl.gas)} \simeq 3.5 \times 10^{-4} h^{-1.5}$$

mentre negli ammassi più poveri e in gruppi si ha

$$\Omega_{V,B}^{(gr.)} \simeq 2.6 \times 10^{-4} h^{-1.5}$$

In totale si possono quindi sommare tutti questi contributi ottenendo il valore Persic & Salucci (1992)

$$\Omega_{V,B} = 2.2 \times 10^{-3} + 0.6 h^{-1.5} \times 10^{-3} \quad (2.9)$$

Ricordando che $\Omega_B \simeq 0.04$, il risultato precedente mostra come la materia oscura barionica deve essere in un range tra 7% e 9.5% per $0.5 < h < 1$.

La grande differenza che risulta fra Ω_B e $\Omega_{V,B}$ visibile potrebbe essere spiegata dalla presenza di gas intergalattico denso e valdo ($T \simeq 10^5$ K). È nota l'esistenza di nubi di gas dette nubi di Lyman- α o Foresta Lyman-alfa, ma la densità totale associata ad esse non può risolvere la discrepanza, non superando il valore $\Omega_{V,B}^{(Ly-\alpha)} = 0.003 h^{-2}$ (Lanzetta et al. 1991).

L'altra possibilità è che i barioni "mancanti" siano disposti negli alone galattici, spiegando, in parte, l'appiattimento delle curve di rotazione e confermando l'ipotesi della presenza di materia oscura in queste strutture esterne alle galassie e agli ammassi. L'alone galattico inoltre non può essere composto dal gas caldo poiché questo genererebbe troppa radiazione X che ovviamente non è misurata. Di contro, Pfenniger & Combes (1994), nel loro modello, affermano che la materia oscura barionica potrebbe essere sottoforma di gas molecolare freddo disposto in nubi di massa $10^{-3} M_\odot$ e di dimensioni circa 30 AU in rotazione attorno al centro galattico.

L'ultima possibilità è che la materia oscura barionica sia composta da stelle degeneri come nane brune, nane bianche o stelle di neutroni. Ci si può chiedere ora se la densità barionica è sufficiente per spiegare la quantità di materia oscura nell'alone galattico. Supponendo che la nostra galassia sia un modello tipico, la densità barionica associata all'alone oscuro dovrebbe essere del tipo (Fich & Tremaine 1991)

$$\Omega_h = 0.03 h^{-1} (R_h/100 \text{ kpc})$$

²Il raggio Abell vale $1.5 h^{-1}$ Mpc

e quindi, ricordando la (2.5), tutta la materia oscura nell'alone Galattico potrebbe essere barionica solamente se il raggio dell'alone fosse

$$R_h < 70 h^{-1} \text{ kpc}$$

Da studi sulla cinematica delle galassie a spirale (Zaritsky et al. 1993), l'alone sembra estendersi fino a $200 h^{-1} \text{ kpc}$ e la frazione di materia barionica in resti stellari è dell'ordine di $(R_h/70 h^{-1} \text{ kpc})$. Per la nostra Galassia ciò è possibile (Fich & Tremaine 1991) e può essere spiegato con l'ipotesi che i barioni oscuri possano essere contenuti nei resti di una generazione primordiale di stelle della "Popolazione III". Inoltre, se la materia oscura fosse composta solamente da WIMPs o *inos*, il profilo di densità dell'alone galattico dovrebbe seguire il profilo Navarro-Frenk-White e Burkert & Silk (1999) hanno verificato che per la galassia ricca di gas DDO 154 il profilo non segue il modello teorico della NFN.

Nel corso degli anni Novanta è stato coniato il termine MACHO, acronimo di MASSive Compact Halo Object, che identifica tutti i corpi che possono contribuire alla formazione dell'alone oscuro galattico e in essi vengono inseriti i principali candidati. La categoria dei MACHO comprende ovviamente oggetti compatti, come stelle di neutroni, nane bianche e buchi neri ma anche altri oggetti come nane brune e pianeti. Secondo Carr (1994), le principali forme in cui i barioni si celano possono essere identificate come

- Snowballs;
- Nane brune;
- Nane rosse;
- Nane bianche;
- Stelle di neutroni;
- Buchi neri stellari;
- Buchi neri supermassicci.

Snowballs

Questi sono oggetti compatti composti da idrogeno condensato di massa inferiore a $10^{-3} M_\odot$, tenuto assieme solamente da forze molecolari e non forze gravitazionali. Il limite minimo per la loro massa si aggira attorno a 10^{22} g poiché al di sotto di tale valore, questi oggetti evaporerebbero a causa della radiazione di microonde. Un limite ancora più forte è stato posto da de Rujula et al. (1992) a circa $10^{-8} M_\odot$.

Oggetti poco massicci e nane brune

Utilizzando semplici analisi dimensionali è possibile ottenere delle espressioni approssimate di massa e tempo di vita di oggetti e stelle con massa $\lesssim 1 M_\odot$ in termini di costanti fondamentali. Si può ottenere per esempio che la massa massima che divide gli asteroidi dai pianeti è circa $M \sim 3 \times 10^{24}$ g; mentre la massa limite di un pianeta è pari a $M \sim 2 \times 10^{30}$ g.

Gli oggetti con masse comprese tra $0.001 M_\odot$ e $0.08 M_\odot$ non potranno raggiungere temperature tali da permettere il bruciamento dell'idrogeno e sono chiamate *nane brune* (brown dwarfs, BDs). Questi sono in equilibrio tra gravità e pressione di degenerazione. Si può infatti determinare la massa minima per la quale la stella può raggiungere l'equilibrio termico mettendo in relazione l'energia di degenerazione e l'energia termica ottenendo circa

$$M \sim \left(\frac{m_p}{10m_e} \right)^{3/4} \left(\frac{\alpha}{\alpha_G} \right)^{3/2} m_p \sim 1 \times 10^{32} \text{ g}$$

dove m_p e m_e sono rispettivamente la massa del protone e dell'elettrone, α e α_G sono la costante di struttura fine e la costante di struttura fine gravitazionale ($\alpha_G \equiv Gm_p^2/\hbar c$ in CGS). Questa massa corrisponde a circa $0.05 M_\odot$. Si può derivare con un'analisi più dettagliata la massa minima di una stella di Popolazione I di sequenza principale ottenendo il valore di

$$M_{min} \simeq 0.09 M_\odot \quad (2.10)$$

Possiamo assumere che le nane brune si formino nello stesso modo in cui si creano le stelle ma non riescono a raggiungere la condizione di equilibrio termico tramite il bruciamento dell'idrogeno. Queste stelle sono destinate a raffreddarsi fino alla configurazione di degenerazione totale. La minima massa di una nana bruna è pari a circa $0.002 M_\odot$ mentre la massa massima coincide con la massa al limite della sequenza principale e quindi $M \lesssim 0.08 M_\odot$.

La storia evolutiva delle nane brune si può riassumere in tre fasi: una prima fase di contrazione ($t \lesssim 10^6$ anni), una fase di bruciamento del deuterio con una durata massima di 10^7 anni e infine una fase di raffreddamento. Dopo il bruciamento del deuterio infatti la stella si contrae e la temperatura aumenta. Per stelle con massa circa $0.08 M_\odot$ la temperatura interna può raggiungere valori sufficientemente alti per innescare la fusione $p-p$, generando sufficiente energia per stabilire l'equilibrio termico.

Per stelle con masse nell'intervallo tra 0.01 e $0.06 M_{\odot}$ Nelson et al. (1985) hanno ottenuto che le temperature effettive sono date da

$$T_e \approx 1270 \left(\frac{M}{0.05 M_{\odot}} \right)^{0.68} \left(\frac{t}{10^9 \text{ yr}} \right)^{-0.29} \text{ K} \quad (2.11)$$

mentre le luminosità valgono circa

$$L \approx 2.1 \times 10^{-5} \left(\frac{M}{0.05 M_{\odot}} \right)^{2.34} \left(\frac{t}{10^9 \text{ yr}} \right)^{-1.22} L_{\odot} \quad (2.12)$$

Queste espressioni valgono per stelle di età non troppo giovani ($5 \times 10^8 \text{ yr} \lesssim t \lesssim 2 \times 10^{10} \text{ yr}$) e per masse minori di $0.07 M_{\odot}$.

Nane bianche

Stelle così compatte e dense che la loro pressione interna è dominata da elettroni degeneri sono chiamate *nane bianche* (white dwarfs, WD). Esse sono i resti di nuclei stellari nei quali l'idrogeno è stato completamente bruciato in elio e l'elio, a volte, convertito in carbonio e ossigeno. Queste sono stelle di alta temperatura, bassa luminosità e tutte con masse inferiori ad un certo limite noto come *massa di Chandrasekhar*. Tale massa vale

$$M_{\text{Ch}} = 5.836 \mu_e^{-2} M_{\odot} \quad (2.13)$$

dove μ_e è il numero di nucleoni per elettrone. Le nane bianche sono formate da elio, carbonio od ossigeno, per cui $\mu_e = 2$; sostituendo si ottiene che il valore massimo della massa di una nana bianca è dato da

$$M_{\text{max}} = M_{\text{Ch}} = 1.46 M_{\odot} \quad (2.14)$$

La luminosità di queste stelle diminuisce secondo una legge empirica ben definita

$$L \propto M \Delta t^{-7/5} \quad (2.15)$$

La luminosità minima mai misurata di una nana bianca è pari a circa

$$L \approx 10^{-4.5} L_{\odot}$$

Inizialmente le nane bianche erano considerate implausibili candidati barionici di materia oscura poiché, durante il processo di formazione di una nana bianca, una stella produce una grande quantità di azoto e carbonio e tali quantità non sono rilevate nell'alone galattico. Per esempio, per

formare una nana bianca con massa $M = 0.5 M_{\odot}$, il processo deve iniziare con una stella di massa 2 o 3 masse solari e circa una massa pari a $2 M_{\odot}$ di materiale arricchito viene espulsa nello spazio interstellare.

Lo scenario in cui le nane bianche possono essere dei candidati plausibili di materia oscura è stato riconsiderato dopo le rilevazioni del progetto MACHO, che ha mostrato l'esistenza di oggetti compatti di massa circa $0.5 M_{\odot}$ nell'alone galattico.

Buchi neri

Un buco nero è un oggetto così denso che nulla, nemmeno la luce, può sfuggire alla sua attrazione gravitazionale. Ad un osservatore esterno, questi oggetti appaiono come dei buchi nello spazio in cui ogni forma di materia e luce cade e scompare per sempre dal nostro universo. I buchi neri, essendo massivi e ovviamente non visibili, possono essere considerati candidati alla materia oscura.

Supponiamo che l'alone galattico sia composto da buchi neri di milioni di masse solari. Questi oggetti disturberebbero casualmente le orbite delle stelle nel disco. In caso di piccole galassie o ammassi, tali buchi neri massivi distruggerebbero la loro struttura stabile a causa della loro forte attrazione gravitazionale. Le forze mareali modificherebbero sostanzialmente la dispersione di velocità delle stelle portando all'aumento di energia e quindi all'espansione di questi ammassi o alla deformazione di galassie (Carr & Sakellariadou 1999). Van den Bergh (1969) ha applicato questa analisi all'ammasso della Vergine: 10 membri dell'ammasso mostrano deformazioni che potrebbero essere attribuite ad effetti mareali e 6 di questi hanno delle galassie "compagne" che potrebbero causare tali distorsioni. Delle altre 4 si ritiene che le deformazioni siano dovute a fenomeni interni (Van den Bergh 1969).

Ogni oggetto nell'alone galattico deve perdere energia a causa dell'attrito dinamico durante il suo moto e quindi necessariamente il raggio della sua orbita diminuisce. È possibile quindi determinare il profilo della funzione di massa $M(r)$ e sfruttare la quantità massima di materia oscura nel nucleo Galattico per imporre dei limiti alla frazione $f_H(M)$ di alone composta da oggetti compatti di massa M . Tali limiti dipendono dall'età della Galassia t_G e dal raggio dell'alone r_c , in particolare la massa non può superare (Carr & Sakellariadou 1999)

$$M_{\max} = 2 \times 10^4 \left(\frac{t_G}{10^{10} \text{ yr}} \right)^{-1} \left(\frac{r_c}{2 \text{ kpc}} \right)^{1.4} M_{\odot} \quad (2.16)$$

I buchi neri super massicci sono stati quindi esclusi dai probabili candidati per la materia oscura nell'alone Galattico.

Potrebbero però esistere buchi neri più piccoli dell'ordine di migliaia di masse solari. Il problema di questi oggetti è che sono difficilmente rilevabili. Osservazioni di microlensing sono usate per rilevarli, come si vedrà in seguito.

Buchi neri primordiali

Altri candidati con masse di circa una frazione di massa solare potrebbero essere i cosiddetti buchi neri primordiali generati poco dopo il Big Bang. La relazione tra la massa e il momento della loro creazione dopo il Big Bang è data da (Carr et al. 2016)

$$M \sim 10^{15} \left(\frac{t}{10^{-23} \text{ s}} \right) \text{ g} \quad (2.17)$$

Al tempo di Planck (10^{-43} s) si avrebbero buchi neri con massa di circa 10^{-5} g; quelli formati a circa un secondo dopo il Big Bang avrebbero massa pari a $10^5 M_{\odot}$.

In generale questi buchi neri sono stati generati prima della transizione di fase quark-adroni e quindi le loro masse sono circa di $0.5 M_{\odot}$

Gas intracluster

Tra le galassie d'ammasso è presente del gas e il moto di queste nel mezzo intergalattico genera, per attrito, un surriscaldamento del gas che emette radiazione X e che può essere misurata tramite telescopi in raggi X sensibili a queste lunghezze d'onda.

Avendo ora esposto i principali candidati barionici però ci si può chiedere quale sia il metodo per rilevarne la presenza, essendo questi non luminosi e non visibili tramite telescopi ottici. Il metodo per determinare la presenza di un corpo compatto, come un buco nero, una nana bruna o una nana bianca, è quello di sfruttare la deflessione della luce quando la traiettoria di un fotone incrocia la massa di questi corpi non visibili. Questo effetto è chiamato *lensing gravitazionale* e verrà descritto nel seguito.

2.4 Materia oscura non barionica

I ragionamenti fatti in precedenza hanno quindi portato all'ipotesi di materia oscura barionica e non barionica, poiché dalle osservazioni cosmologiche risulta che la densità di materia (barionica e non) deve essere dell'ordine di $\Omega_m \approx 0.3$ dove la sola componente barionica è data da $\Omega_B \approx 0.04$, ottenuta dalla teoria della BBN e dalle anisotropie della CMB. La materia oscura è quindi composta sia da barioni sia da altre componenti di cui si può solo teorizzare l'esistenza.

La materia oscura può essere divisa in due classi: calda o fredda. La materia oscura calda (HDM) è formata da particelle relativistiche al momento del loro disaccoppiamento dal fluido cosmico, mentre la materia oscura fredda (CDM) racchiude tutte le particelle non relativistiche e la componente barionica precedentemente discussa.

I principali candidati alla materia oscura non barionica sono i *neutrini*, *WIMPs* e *assioni*. I neutrini sono particelle formate durante le reazioni nucleari all'interno delle stelle che hanno la caratteristica di non interagire con la materia circostante. Le particelle chiamate WIMP, acronimo di *Weakly Interactive Massive Particle*, sono particelle puramente, per ora, teoriche come i gravitini, fotini, neutralini. In conclusione gli assioni, se esistono, devono essere stati creati pochi istanti dopo il Big Bang: tali particelle sono state introdotte per risolvere problemi teorici nel campo della fisica delle particelle

Capitolo 3

Lensing gravitazionale

Nel 1915, Albert Einstein pubblicò la sua nota *Teoria della Relatività Generale* e con essa afferma definitivamente che la materia e l'energia curvano la geometria dello spazio-tempo e che la gravità altro non è che l'effetto di questa deformazione del "tessuto" quadridimensionale dello spaziotempo. Einstein mise in relazione la curvatura con la densità di materia ed energia tramite le sue note equazioni di campo

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (3.1)$$

Dove $R_{\mu\nu}$ è il tensore di curvatura Ricci contratto dal tensore di Riemann $R_{\mu\nu} \equiv R^{\gamma}_{\mu\gamma\nu}$, R è lo scalare di curvatura $R \equiv R^{\nu}_{\nu}$, $g_{\mu\nu}$ la metrica, Λ è la costante cosmologica e infine $T_{\mu\nu}$ è il tensore energia-impulso. I termini a sinistra rappresentano la geometria dello spazio-tempo, infatti, il tensore di curvatura $R^{\gamma}_{\mu\rho\nu}$ è proporzionale alle derivate prime e seconde della metrica $g_{\mu\nu}$. Il parametro cosmologico Λ è un termine aggiuntivo che inizialmente Einstein aggiunse solamente per contrastare la contrazione dell'Universo a causa della materia gravitante: egli riteneva che l'Universo fosse eternamente stabile e stazionario. Successivamente, l'idea di staticità venne abbandonata e con le scoperte Hubble negli anni '30 il nuovo modello considerato era quello di un universo in espansione: Einstein rimosse così il parametro Λ . Alla fine degli anni Novanta, Perlmutter et al. (1997), Riess et al. (1998), Schmidt et al. (1998), studiando le curve di luminosità delle supernove di tipo Ia, si accorsero di una espansione accelerata e quindi la costante cosmologia venne riconsiderata e introdotta nei nuovi modelli cosmologici.

3.1 Metrica di Schwarzschild

Le equazioni di campo di Einstein permettono di determinare la curvatura dello spaziotempo a causa della presenza di materia ed energia, ma soluzioni generiche di esse sono estremamente complicate da determinare. Una delle soluzioni ottenute subito dopo la pubblicazione nel 1915 della nuova teoria è quella ottenuta da Karl Schwarzschild, matematico, astronomo ed astrofisico tedesco. La soluzione è stata ottenuta ponendo delle semplificazioni alle equazioni di campo: il tensore $T_{\mu\nu}$ viene posto pari a zero poiché si vuole calcolare l'effetto in uno spazio vuoto all'esterno di una massa a simmetria sferica non rotante.

La soluzione permette di scrivere il termine ds^2 come

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) (c dt)^2 + \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (3.2)$$

dove M è la massa dell'attrattore centrale e r è la distanza da esso. Come si può ben vedere dalla forma matematica, questa presenta due singolarità: la prima si ha quando il termine $2GM/r c^2 = 1$; la seconda si ottiene quando si fa tendere il raggio r a zero, cioè avvicinandosi infinitesimamente alla massa centrale. Il termine

$$r_s = \frac{2GM}{rc^2} \quad (3.3)$$

viene chiamato *raggio di Schwarzschild*.

Ogni oggetto, massivo o non, si muove nello spazio-tempo lungo delle traiettorie dette *geodetiche* ed è facile determinare la lagrangiana del sistema con cui poi costruire le equazioni di Eulero-Lagrange. È comoda ora la nozione di *vettore di Killing* ξ che ha componenti nulle o pari a 1, a seconda delle simmetrie della lagrangiana: per esempio se \mathcal{L} non dipende da x^1 il vettore di Killing sarà

$$\xi = (0, 1, 0, 0)$$

Se la lagrangiana è indipendente dalla coordinata generica x^μ allora il vettore di Killing avrà zeri nelle posizioni $\nu \neq \mu$ e un 1 nella posizione $\nu = \mu$. La lagrangiana della metrica di Schwarzschild non dipende dalle coordinate t e ϕ : è quindi possibile costruire i due vettori di *Killing*

$$\xi_t = (1, 0, 0, 0) \quad (3.4)$$

$$\xi_\phi = (0, 0, 0, 1) \quad (3.5)$$

Questi permetteranno in seguito di risolvere le equazioni del moto sfruttando le quantità conservate, in particolare

$$\frac{e}{c} = -\xi_t \cdot \mathbf{u} = -g_{ab} \xi_t^a u^b = -g_{00} \xi_t^0 u^0 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) \frac{d(ct)}{d\tau} \quad (3.6)$$

$$l = \xi_\phi \cdot \mathbf{u} = g_{ab} \xi_\phi^a u^b = g_{33} \xi_\phi^3 u^3 = r^2 \sin^2 \theta \frac{d\phi}{d\tau} \quad (3.7)$$

dove l è il momento angolare, e non è altro che l'energia per unità di massa a riposo della particella e τ il parametro affine della curva, cioè il tempo proprio della particella.

3.2 Moto di un fotone in un campo a simmetria sferica

Dalla soluzione delle equazioni di Einstein e considerando valido il principio di equivalenza, è noto che delle particelle di prova, massive e non, si muovono lungo le traiettorie chiamate geodetiche secondo la legge

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\nu}{d\lambda} = 0 \quad (3.8)$$

dove λ è il parametro della curva e $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ è la connessione affine che deriva dalla metrica. In questa trattazione andremo a determinare le equazioni del moto delle particelle utilizzando le leggi di conservazione: è importante notare che in questo modo si semplificano i calcoli *senza* sfruttare approssimazioni di alcun genere. Inoltre si suppone il moto del fotone sempre nello stesso piano in modo da avere $\theta = \pi/2$ e $u^\theta = 0$

Le equazioni (3.6) e (3.7) permettono di risolvere il moto di un fotone ricordando anche che per la luce $\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = 0$ poiché $ds^2 = 0$. Calcolando

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = g_{\mu\nu} u^\mu u^\nu = g_{tt} (u^t)^2 + g_{rr} (u^r)^2 + g_{\phi\phi} (u^\phi)^2 = 0$$

si ottiene l'equazione del moto del fotone

$$\frac{1}{l^2} \left(\frac{dr}{d\lambda} \right)^2 + W_{eff}(r) = \frac{1}{b^2} \quad (3.9)$$

dove b è il parametro di impatto e W_{eff} è il potenziale efficace dato da

$$W_{eff}(r) = \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)$$

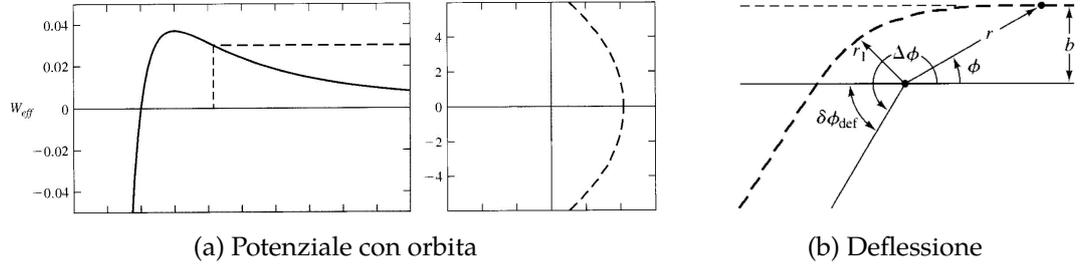


Figura 3.1: Nella figura (a), a sinistra è mostrato il grafico del potenziale W_{eff} in funzione del raggio. A destra sempre in (a) è raffigurata la corrispondente orbita del fotone che ha il determinato parametro di impatto rappresentato con la linea orizzontale tratteggiata. Nell'origine degli assi vi è l'attrattore centrale. In (b) è mostrato uno schema riassuntivo dell'effetto di deflessione.

È evidente quindi che tutti i raggi luminosi provenienti da infinito vengono curvati dalle masse nello spazio-tempo. Si veda infatti la Figura 3.1b che mostra come è fatta la traiettoria di un fotone proveniente dall'infinito diretto verso una massa.

Ora si può determinare la relazione tra $d\phi$ e dr in modo da poter calcolare il valore dell'angolo di deflessione $\Delta\phi$. Si ha che

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{d\phi}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dr}$$

e sfruttando le equazioni (3.7) e (3.9) si giunge facilmente a

$$d\phi = \pm \frac{dr}{r^2} \left[\frac{1}{b^2} - W_{eff}(r) \right]^{-1/2} \quad (3.10)$$

L'angolo totale $\Delta\phi$ sarà dato dall'integrazione

$$\Delta\phi = 2 \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \left[\frac{1}{b^2} - W_{eff}(r) \right]^{-1/2} \quad (3.11)$$

che risolto, con delle approssimazioni, restituisce il valore

$$\Delta\phi \approx \pi + \frac{2r_s}{b} \quad (3.12)$$

In Figura 3.1b si vede chiaramente l'effetto di deflessione e l'angolo $\delta\phi$.

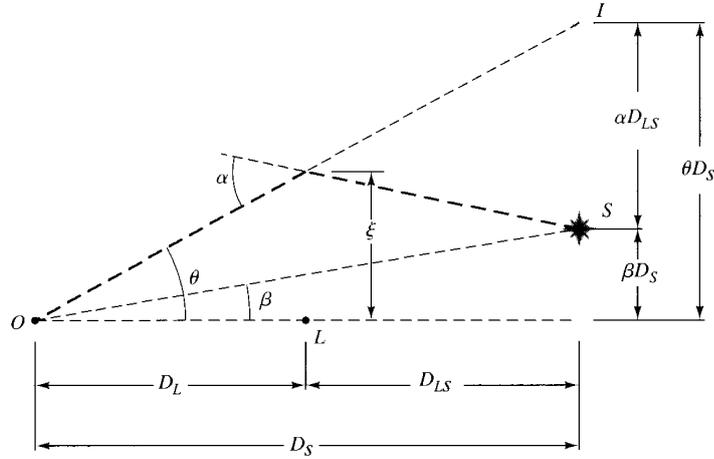


Figura 3.2: Geometria di una lente gravitazionale in approssimazione di lente sottile. O è l'osservatore, L è la lente a distanza D_L dall'osservatore. S è la sorgente a distanza D_S dall'osservatore e a distanza D_{LS} dalla lente. I è l'immagine osservata della sorgente sotto un angolo θ . L'angolo β è l'angolo reale sotto cui sarebbe vista la sorgente. Immagine tratta e adattata da Hartle (2003).

3.3 Equazione della lente

A causa della deflessione del raggio luminoso, ci sono molti percorsi che la luce può seguire da una sorgente ad un osservatore. Una massa quindi può creare molte immagini di una sorgente distante. In questa maniera la massa agisce da lente e viene chiamata *lente gravitazionale*. Una lente gravitazionale può fornire informazioni sulla sorgente, sull'oggetto che funge da lente e sulla geometria dell'universo quando sorgente, lente e osservatore si trovano a distanze cosmologiche l'uno dall'altro.

Ricordiamo che l'angolo di deflessione α di un raggio di luce che passa vicino ad una massa M con un parametro di impatto b è dato da

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2 b} \equiv \frac{2r_s}{b} \quad (3.13)$$

Dalla Figura 3.2 si può scrivere la distanza tra I , immagine deflessa della sorgente, e l'asse lente-osservatore come

$$C = \theta D_S$$

La distanza tra I e S vale

$$A = \alpha D_{LS}$$

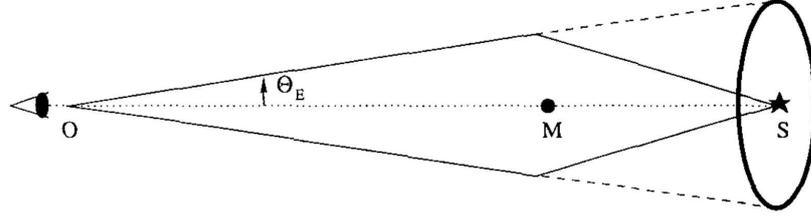


Figura 3.3: Anello di Einstein generato dal perfetto allineamento tra sorgente e lente. Tratto da Mollerach & Roulet (2002).

e la distanza tra la sorgente e l'asse lente-osservatore è

$$B = \beta D_S$$

L'angolo α è l'angolo di deflessione e vedendo la Figura 3.2 si nota che si può approssimare $\xi \approx b$, riscrivendo l'angolo α come

$$\alpha \approx \frac{2r_s}{\xi} = \frac{2r_s}{\theta D_L}$$

Ovviamente si ha che

$$A + B = C$$

e quindi sostituendo i valori di A , B , e C appena trovati si ottiene la cosiddetta *equazione della lente*

$$\frac{2r_s D_{LS}}{\theta D_L} + \beta D_S = \theta D_S$$

Con alcune semplificazioni di carattere puramente algebrico ci si riconduce alla forma

$$\theta^2 - \beta\theta - \theta_E^2 = 0 \quad (3.14)$$

dove θ_E viene chiamato *angolo di Einstein* e vale

$$\theta_E \equiv \sqrt{\frac{2r_s D_{LS}}{D_S D_L}} \quad (3.15)$$

Risolvendo l'equazione della lente per ogni valore di β , possiamo ottenere i valori di θ corrispondenti alla posizione delle immagini della sorgente. Quando la lente e la sorgente sono perfettamente allineate, cioè per $\beta = 0$, l'immagine è un anello di raggio angolare θ_E , come mostrato in Figura 3.3. In questo caso, la dimensione dell'anello di Einstein dipende

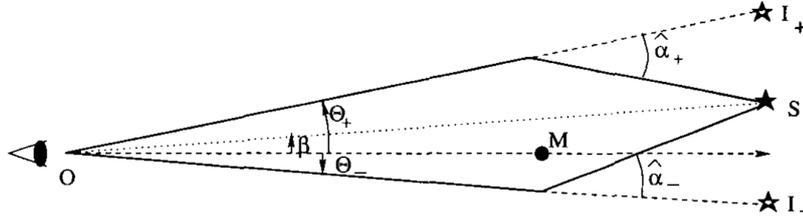


Figura 3.4: Posizione delle due immagini generate dalla lente puntiforme.

dalla quantità di massa della lente. Quindi, per una generica posizione della sorgente, ci saranno due immagini con posizioni

$$\theta_{\pm} = \frac{\beta}{2} \pm \theta_E \sqrt{1 + \frac{\beta^2}{4\theta_E^2}} \quad (3.16)$$

In Figura 3.4 si vede come le due immagini generate sono ai lati opposti della lente: una ad una posizione maggiore e una minore dell'angolo di Einstein. Le posizioni sono indipendenti dalla lunghezza d'onda; a differenza di una lente ottica, le lenti gravitazionali sono *acromatiche*.

Misurando gli angoli θ_{\pm} si può determinare la dimensione di θ_E e quindi, conoscendo le distanze tra lente e sorgente, è possibile calcolare la massa della lente. L'effetto di lensing gravitazionale può essere quindi utilizzato per misurare la massa nell'universo che sia questa visibile o meno.

È importante notare che per ottenere l'equazione della lente (3.14) è stata utilizzata la relazione tra angoli e distanze sfruttando la trigonometria in una geometria Euclidea. In un universo in espansione le distanze non sono univocamente definite: il metodo utilizzato in precedenza sfrutta la distanza di diametro angolare, definita come il rapporto tra la dimensione propria di una sorgente e l'angolo sotto cui è vista dall'osservatore. Un'altra misura di distanza è la distanza di luminosità D_L definita in modo tale che il flusso osservato F di una sorgente di luminosità L sia

$$F = \frac{L}{4\pi D_L^2}$$

In generale in uno spazio curvo la distanza di diametro angolare e la distanza di luminosità non coincidono (Franceschini 2018-19).

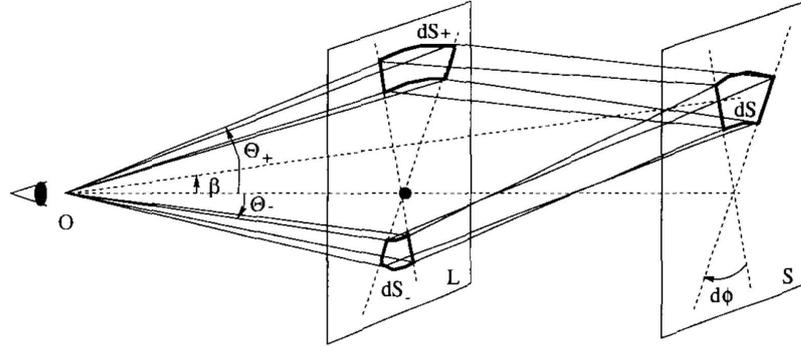


Figura 3.5: Traiettorie dei raggi luminosi provenienti da una sorgente sul piano S di superficie dS deflessi da una lente L . Sul piano L si formano le due immagini dS_{\pm} .

Immagine risultante e luminosità

Assumiamo ora che la sorgente non sia più puntiforme e senza massa ma che questa sia, per esempio, una galassia di dimensione finita (molto piccola) dS sul piano della sorgente. L'immagine sul piano S è posizionata ad una distanza angolare β dalla lente ed ha dimensioni angolare $\Delta\beta$ e $\Delta\phi$ assunte piccole. La lente quindi crea due immagini in posizioni θ_{\pm} sul piano L . Dalla Figura 3.5 si nota chiaramente che, a causa della simmetria dell'asse lente-osservatore, la dimensione $d\phi$ rimane invariata su entrambi i piani. La dimensione angolare quindi si conserva. La dimensione $d\theta_{\pm}$ si può ottenere differenziando (3.16)

$$d\theta_{\pm} = \frac{1}{2} \left[1 \pm \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}} \right] d\beta \quad (3.17)$$

L'immagine della galassia viene quindi allungata e distorta.

La lente gravitazionale non modifica solamente la dimensione della sorgente ma anche la sua luminosità. Il flusso ricevuto da una sorgente è dato dal prodotto tra la sua brillantezza superficiale e l'angolo solido che sottende

$$dF = \mu d\Omega \quad (3.18)$$

dove μ è la brillantezza e $d\Omega$ è l'angolo solido. Dato che la brillantezza superficiale si conserva, poiché è una proprietà intrinseca della sorgente, si avrà

quindi una magnificazione della luminosità della galassia

$$A = \frac{d\Omega}{d\Omega_0} \quad (3.19)$$

dove $d\Omega$ e $d\Omega_0$ sono rispettivamente l'angolo solido sul piano L e sul piano S .

L'angolo solido $d\Omega_0$ è dato da $d\Omega_0 = dS / D_{OS}^2 = \beta d\phi d\beta$ e $d\Omega_{\pm} = dS_{\pm} / D_{OL}^2 = \theta_{\pm} d\phi d\theta_{\pm}$. Quindi l'amplificazione di ogni immagine è data da

$$A_{\pm} = \frac{\theta_{\pm} d\theta_{\pm}}{\beta d\beta} = \frac{1}{2} \pm \frac{\beta^2 + 2\theta_E^2}{2\beta\sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}} \quad (3.20)$$

L'amplificazione totale del flusso A sarà quindi la somma $A = A_+ + A_-$

$$A = \frac{\beta^2 + 2\theta_E^2}{\beta\sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}} \quad (3.21)$$

3.4 Microlensing gravitazionale

Il fenomeno del lensing gravitazionale, grazie alla formazione di immagini secondarie, genera l'aumento della luminosità apparente di un oggetto e tale fenomeno secondario è chiamato *microlensing* gravitazionale. Tel incremento di luminosità è proporzionale al moto tra la lente e la sorgente e quindi è dipendente dal tempo. Inoltre l'effetto è acromatico, a causa della natura gravitazionale.

Seguendo la trattazione proposta da Paczyński (1986) è possibile monitorare le curve di luce di milioni di stelle, per esempio nella Grande Nube di Magellano, per determinare se l'alone galattico è composto da corci compatti o meno.

Curva di luminosità

L'incremento di luminosità di una sorgente *lensata* è dato da

$$A = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2 + 4}} \quad (3.22)$$

ove $u \equiv \beta/\theta_E$. Assumendo che la lente si muova con velocità costante v^{\perp} rispetto alla linea di vista, è possibile scrivere

$$u^2(t) = u_0 + \left[\frac{t - t_0}{t_E} \right]^2 \quad (3.23)$$

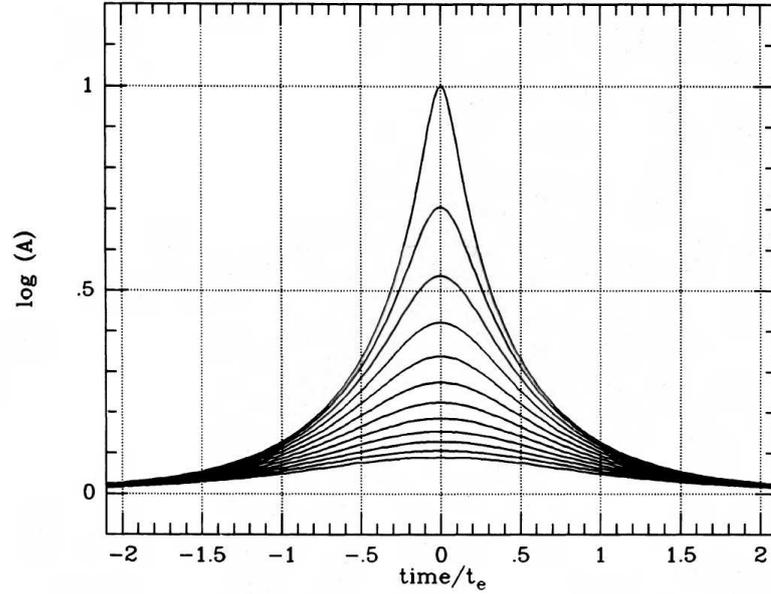


Figura 3.6: Curve di luminosità in funzione del tempo per differenti valori di $u_0 = 0.1, 0.2, \dots, 1.1, 1.2$. All'aumentare del parametro di impatto si ha un valore di amplificazione minore. Il tempo è definito in funzione di $t_e \equiv t_E$.

dove $u_0 \equiv b/r_E$ avendo definito b come il parametro di impatto, $r_E \equiv \theta_E D_L$, t_0 è il tempo per cui si ha $u(t_0) = u_0$. Il tempo caratteristico t_E è definito come

$$t_E \equiv \frac{r_E}{v^\perp} \quad (3.24)$$

Si ha che l'amplificazione $A_{max} = 3/\sqrt{5} \approx 1.34$ per $u_0 = 1$ mentre per $u_0 \rightarrow 0$, A_{max} diverge. In Figura 3.6 vengono mostrate varie curve di luminosità per vari valori del parametro di impatto normalizzato u_0 .

Profondità ottica

Una grandezza molto utile nell'ambito del microlensing gravitazionale è la *profondità ottica*, cioè la probabilità che, per un certo tempo t , la luminosità della sorgente venga amplificata di un fattore maggiore di 1.34 a causa dell'effetto di microlensing.

Immaginiamo una superficie sferica di area $d\Omega$ e consideriamo tutti gli oggetti che fungono da lenti a distanza D_L . La profondità ottica è la somma sull'area coperta dai raggi di Einstein r_E di ogni lente a tale distanza. L'angolo solido sotteso dall'anello di Einstein θ_E degli eventi di

lensing entro un determinato volume è pari all'area dell'anello di Einstein della lente moltiplicato per il numero di lenti in tale volume. Quindi

$$\tau = \frac{1}{d\Omega} \int dV n(D_L) \pi \theta_E^2 \quad (3.25)$$

Il volume dV può essere scritto come

$$dV = d\Omega D_L^2 dD_L$$

Sostituendo nella definizione di τ anche la definizione dell'anello di Einstein otteniamo

$$\tau = \int_0^{D_S} \frac{4\pi G \rho D_L D_{LS}}{D_S c^2} dD_L \quad (3.26)$$

dove $\rho = M_L n(D_L)/dV$. L'integrale precedente può essere risolto analiticamente ottenendo

$$\tau = \frac{2\pi}{3} \frac{G\rho}{c^2} D_S^2 \quad (3.27)$$

I valori tipici di τ nel Gruppo Locale sono molto piccoli: per esempio, assumendo che tutto l'alone galattico sia formato da corpi compatti, la profondità ottica τ nella LMC dovrebbe valere $\tau \simeq 5 \times 10^{-7}$. Per questo motivo, essendo l'effetto di microlensing molto raro, è necessario monitorare milioni di stelle per misurare questo fenomeno.

Capitolo 4

MACHO, EROS e OGLE: ricerca di corpi compatti nell'alone Galattico

4.1 Microlensing di sorgenti non risolte

Il metodo classico per misurare fenomeni di microlensing è quello di studiare la curva di luminosità di stelle singole utilizzando tecniche fotometriche. Poiché il microlensing è un effetto molto raro, per osservare dei fenomeni con una certa frequenza è necessario monitorare un campo di vista contenente il più grande numero di stelle. Per questo motivo le ricerche sono state effettuate in direzione della Grande Nube di Magellano per identificare oggetti compatti nello sferoide della Galassia.

A causa di masse e distanze ridotte, non si può sfruttare l'effetto di sdoppiamento dell'immagine poiché la separazione angolare tra le immagini è troppo piccola

$$\Delta\theta \approx 2\theta_E \quad (4.1)$$

dove l'anello di Einstein vale

$$\theta_E \simeq 0.902 \text{ mas} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{D_L}{10 \text{ kpc}} \right) \left(1 - \frac{D_L}{D_S} \right)^{1/2} \quad (4.2)$$

e quindi la separazione angolare tra le immagini è dell'ordine di circa un miliardesimo.

Supponendo l'osservatore e la sorgente fermi e la lente in moto con velocità perpendicolare alla linea di vista v^\perp , il tempo scala caratteristico

del fenomeno di lensing è

$$t_E = \frac{\theta_E}{\dot{\theta}} \quad (4.3)$$

ed essendo $\dot{\theta} = v^\perp/D_L$ si ha

$$t_E = \frac{r_E}{v^\perp} \approx 0.214 \text{ yr} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{D_L}{10 \text{ kpc}} \right) \left(1 - \frac{D_L}{D_S} \right)^{1/2} \left(\frac{v^\perp}{200 \text{ km s}^{-1}} \right)^{-1} \quad (4.4)$$

Per una sorgente di massa $M \sim M_\odot$ il tempo caratteristico t_E è di circa un mese.

Come si può notare, solo t_E contiene informazioni di interesse astrofisico poiché

$$t_E \propto \sqrt{MD_L}/v^\perp \quad (4.5)$$

e quindi, conoscendo il tempo caratteristico è possibile determinare informazioni combinate di massa, distanza e velocità della lente.

L'idea di Paczyński espressa nei suoi articoli può essere espressa così: se l'alone della Via Lattea fosse formato da corpi compatti, allora una sorgente a distanza D_S dovrebbe essere magnificata da uno di questi MACHOs a distanza D_L e quindi dovrebbe essere soggetta a caratteristici cambi di flusso. Come è stato già visto, la densità numerica n dei MACHO è proporzionale alla probabilità, cioè all'abbondanza, degli eventi di microlensing, e la massa caratteristica dei MACHOs può essere determinata, essendo questa proporzionale alla radice quadrata del tempo scala t_E . Misurando molte curve di luminosità è possibile determinare la natura riguardo la popolazione dei MACHOs.

Oltre alla rarità del fenomeno, una ulteriore complicazione è dovuta al fatto che vi è un background di stelle *variabili* come cefeidi e RR-Lyrae e bisogna prestare grande attenzione per non confondere tali stelle con effetti di microlensing. Ci sono però caratteristiche fondamentali che permettono di discriminare stelle variabili da eventi di microlensing:

- Tutte le stelle variabili sono periodiche, mentre un evento di microlensing non avviene mai per la stessa sorgente;
- Il microlensing è acromatico mentre la variazione di luminosità in una stella variabile è associata sempre ad una crescita o decrescita della temperatura della stella e quindi del suo colore;
- Le curve di luminosità di un evento di microlensing sono simmetriche, mentre le curve di una cefeide o di una RR-Lyrae sono asimmetriche con una lenta decrescita dopo il massimo.

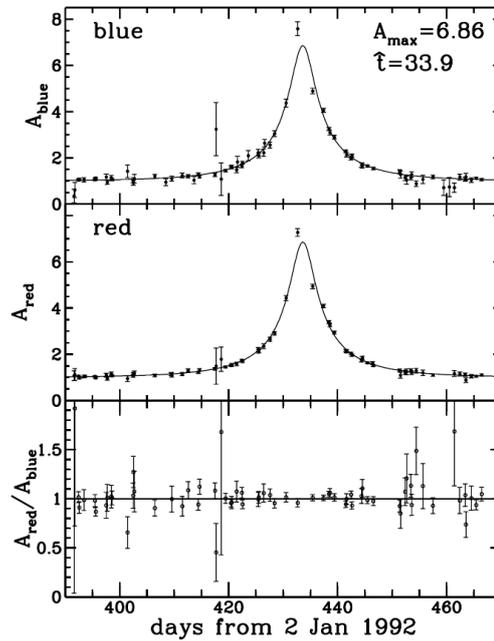


Figura 4.1: Profilo di luminosità del primo evento di microlensing osservato. I primi due pannelli rappresentano le curve di luce in due bande differenti (blu e rosso). La curva continua è il *best-fit* ottenuto interpolando da cui si ottiene un valore di $A_{max} = 6.86$ con tempo caratteristico $\hat{t} = 2t_E = 33.9$ giorni.

In Figura 4.1 è mostrato il profilo di luminosità del primo evento di microlensing osservato dalla collaborazione MACHO nella grande nube di Magellano. Le due curve di luminosità in due bande sono perfettamente compatibili con le curve teoriche e, nel pannello inferiore, è mostrato il rapporto tra le due magnificazioni del flusso e il rapporto è consistente con un segnale acromatico.

A causa del grande numero di stelle necessario per misurare eventi di microlensing, è necessario focalizzarsi su due obiettivi: stelle nelle due Nubi di Magellano, poiché sono le galassie più vicine alla terra lungo la linea di vista che interseca l'alone sul piano galattico; il secondo obiettivo è lo sferoide della nostra galassia.

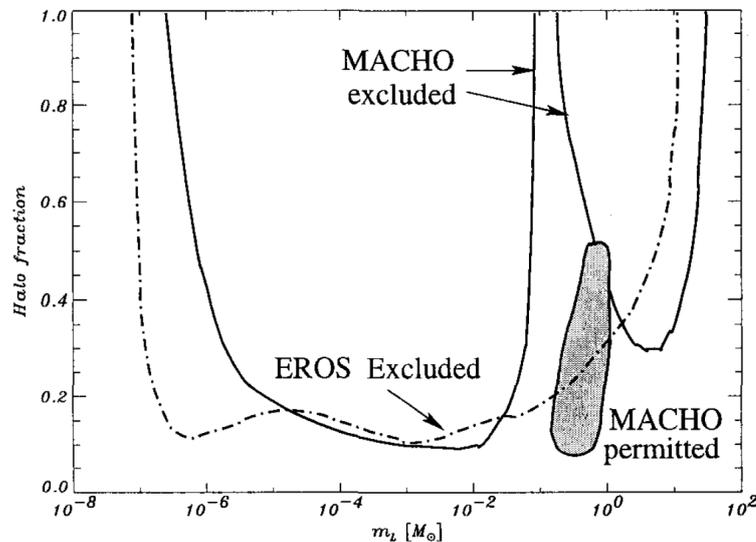


Figura 4.2: Limiti sulla frazione di massa di alone in funzione della massa della lente in direzione della LMC. La regione grigia è quella considerata valida per la descrizione degli eventi misurati. Tratta da Mollerach & Roulet (2002).

4.2 Ricerche in campi stellari nelle Nubi di Magellano

Due esperimenti, negli anni 1990/2000, hanno iniziato a cercare eventi di microlensing nelle Nubi di Magellano: MACHO (Alcock et al. 2000) ed EROS. Il primo è una collaborazione Australiana e Americana utilizzando il telescopio di 1.27 metri del monte Stromlo in Australia per 8 anni dal luglio 1992. Il telescopio era attrezzato con due camere CCD da 2048×2048 pixel l'una con due filtri passabanda, uno rosso ($5900 - 7800 \text{ \AA}$) e uno blu ($4500 - 5900 \text{ \AA}$).

Il secondo esperimento EROS è una collaborazione francese (Expérience de Recherche d'Objets Sombres) con a disposizione un telescopio da 40 cm e uno Schmidt da 1 metro a La Silla, Cile.

Misurando milioni di curve di luminosità di sorgenti in LMC e SMC sono stati rilevati poco meno di 20 eventi di microlensing gravitazionale. Tali eventi hanno permesso di vincolare le masse degli oggetti compatti che contribuiscono alla densità dell'alone tra $10^{-7} M_{\odot}$ e $30 M_{\odot}$. Il limite inferiore con masse minori di $10^{-2} M_{\odot}$ è stato vincolato studiando eventi con tempo caratteristico di alcuni giorni o meno, mentre gli oggetti di

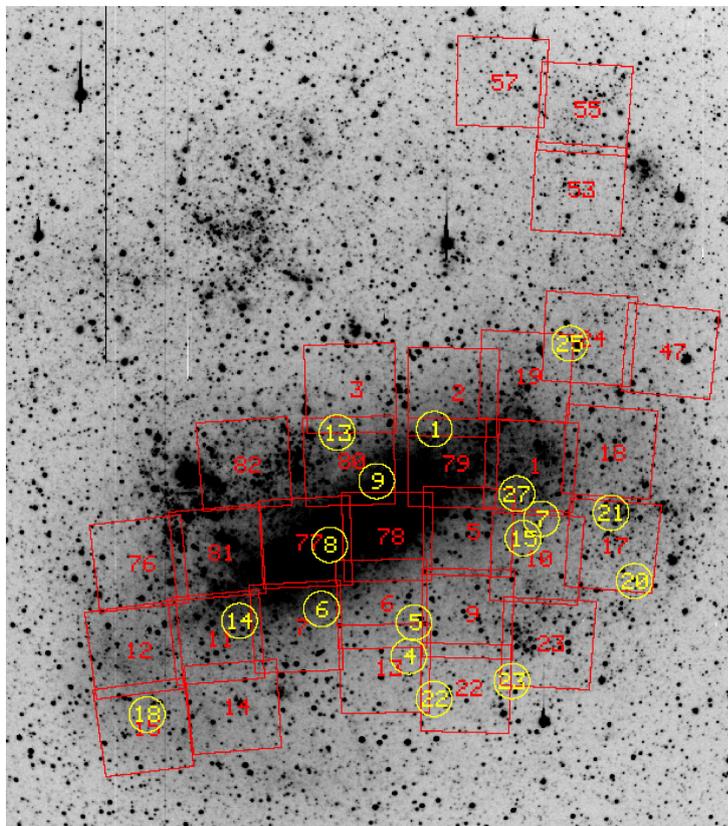


Figura 4.3: Immagine in banda R della Grande Nube di Magellano. I quadrati rossi rappresentano le 30 posizioni in cui sono stati cercati eventi di microlensing. Inoltre sono segnati 17 eventi candidati. Tratta da Alcock et al. (2000).

massa maggiore di $1 M_{\odot}$ sono vincolati dalla *non misurazione* di eventi molto lunghi come per esempio eventi dalla durata di troppi mesi oppure anni. Il tempo caratteristico medio degli eventi è tra 2 settimane e 4 mesi, portando la dimostrazione dell'esistenza di corpi compatti con masse tra 0.1 e $1 M_{\odot}$. La profondità ottica τ in LMC ottenuta da MACHO (Alcock et al. 2000) vale

$$\tau_{LMC}^{MACHO} = 1.1_{-0.3}^{+0.4} \times 10^{-7} \quad (4.6)$$

Da tali risultati si può concludere che circa il 20% dell'alone Galattico potrebbe essere formato da lenti con masse nel range $0.1 - 1 M_{\odot}$. La collaborazione EROS purtroppo ha misurato solamente 5 eventi nella Grande Nube di Magellano.

Un interrogativo che sorge spontaneo dopo le prime rilevazioni di microlensing nella LMC è se gli effetti misurati sono dovuti a lenti nell'alone

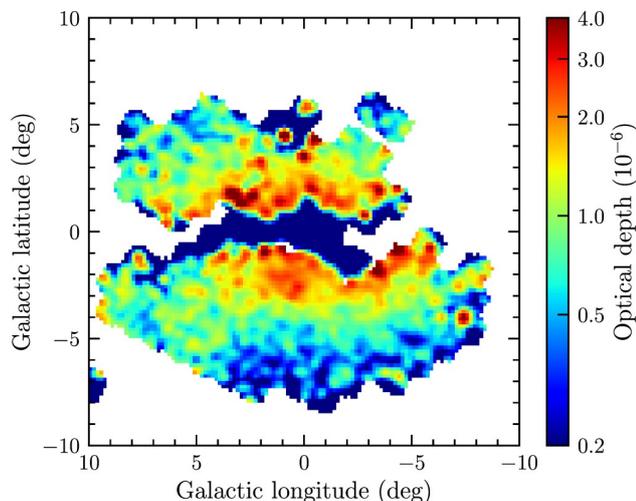


Figura 4.4: Profondità ottica misurata in direzione dello sferoide. Tratta da Mróz et al. (2019b)

della Via Lattea o se sono generati da oggetti nell'alone della Grande Nube di Magellano, anche se questo sembra altamente improbabile, a causa della geometria del lensing. Stime della profondità ottica di LMC, conoscendo le popolazioni stellari, sono di circa $\tau_{LMC} \simeq 2.4 \times 10^{-8}$ (Gyuk et al. 2000), inferiore a quanto trovato in precedenza da MACHO.

Supponendo che l'alone della LMC sia completamente di corpi compatti, si avrebbe $\tau_{LMC} \simeq 10^{-7}$ che contribuirebbe alla profondità ottica dell'alone Galattico generando discrepanze con le osservazioni. Sarebbe inoltre innaturale che l'alone della Grande Nube di Magellano sia completamente formato da corpi compatti mentre l'alone della nostra galassia sia composto da un numero trascurabile di MACHOs.

I tempi caratteristici \hat{t} misurati suggeriscono che le lenti potrebbero essere nane bianche deboli con massa di circa $0.5 M_{\odot}$, da qualche stella di neutroni con massa massima di $1.4 M_{\odot}$ e delle nane brune al limite di bruciamento dell'idrogeno ($M \simeq 0.1 M_{\odot}$).

4.3 Ricerche nello sferoide galattico

Oltre a MACHO ed EROS, un altro esperimento ha cercato eventi di microlensing in direzione dello sferoide e ha misurato un grande numero di eventi, molto sopra le aspettative iniziali. L'esperimento OGLE (Optical Gravitational Lensing Experiment) è un esperimento iniziato nel 1992 diviso in quattro fasi: OGLE I (1992-1995) (Udalski et al. (1992), Szymański

et al. (1993), Paczynski & Udalski (1994)), OGLE II (1996-2000), OGLE III (2001-2009) (Poleski et al. (2015)) e OGLE IV (dal 2010 in poi). Gli obiettivi principali sono le Nubi di Magellano ma soprattutto lo sferoide galattico.

In totale sono stati analizzati $5790 + 2212 = 8002$ eventi (Mróz et al. 2019b) e si è visto come la profondità ottica τ decresca esponenzialmente all'aumentare della distanza angolare dal centro galattico

$$\tau = \tau_0 \exp(c_\tau(3^\circ - |b|)) \quad (4.7)$$

È stato trovato $\tau_0 = (1.36 \pm 0.04) \times 10^{-6}$ e $c_\tau = 0.39 \pm 0.03$. Come si può vedere anche in Figura 4.4, la profondità ottica è simmetrica (entro le barre d'errore) rispetto al piano Galattico.

Capitolo 5

Conclusioni

L'appiattimento dei profili di velocità delle galassie a grandi distanze dal centro ha proposto l'idea dell'esistenza di materia oscura nell'alone galattico. Essa si può dividere in due forme: *calda* e *fredda*. La prima si ipotizza essere formata da particelle relativistiche mentre la seconda da particelle più lente e da materia barionica, come gas freddo oppure resti di stelle degeneri come nane brune o nane bianche.

L'esistenza di materia oscura barionica è sostenuta dal fatto che la densità barionica totale visibile luminosa è dell'ordine di $\Omega_{V,B} \approx 3 \times 10^{-3}$ (dall'equazione (2.9) con $h = 0.72$) mentre il valore totale di materia barionica che risulta dalla teoria della nucleosintesi è $\Omega_B \approx 0.04$. È possibile quindi che tali barioni "invisibili" siano nascosti nell'alone galattico sottoforma di corpi compatti non luminosi.

Assumendo valida l'esistenza dei MACHOs, l'unico modo per dimostrare la loro presenza nell'alone Galattico è quello di sfruttare una fondamentale conseguenza della Teoria della Relatività di Einstein secondo cui i raggi luminosi, in presenza di massa, vengono deflessi generando un effetto di *lensing gravitazionale*. Nel caso di corpi compatti con masse ridotte e distanze intergalattiche, il fenomeno prende il nome di *microlensing* a causa della piccola deflessione dei raggi dell'ordine di circa 1 miliardesimo. Eventi di microlensing si traducono in variazioni del flusso misurato di una sorgente, quindi, in presenza di un corpo compatto nell'alone tra la Terra e una sorgente esterna alla Via Lattea, si deve misurare una variazione della luminosità della sorgente.

Le analisi effettuate dalle collaborazioni EROS, OGLE e in particolare MACHO hanno potuto stabilire dei limiti superiori e inferiori delle masse dei corpi costituenti una parte dell'alone galattico. MACHO, dopo 5.7 anni di dati su 11.9 milioni di stelle, ha misurato 13-17 eventi di microlensing in direzione di LMC e una profondità ottica $\tau = 1.1^{+0.4}_{-0.3} \times 10^{-7}$.

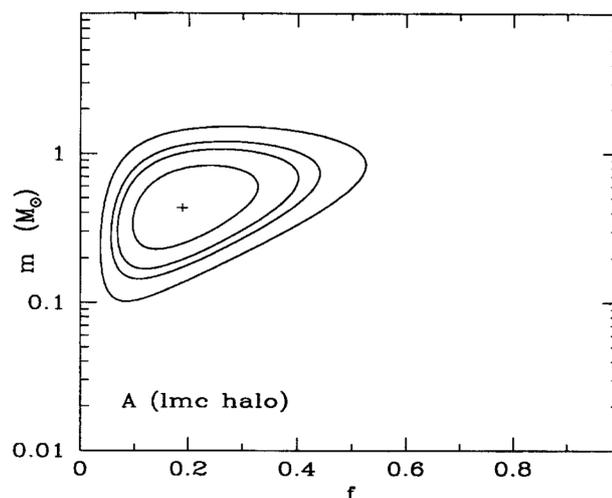


Figura 5.1: Curve di livello ottenite con il metodo della massima verosimiglianza in funzione della massa m e della frazione dell'alone della Via Lattea f . Il segno $+$ indica la stima di massima verosimiglianza mentre le curve chiuse attorno indicano la probabilità di 68%, 90%, 95% e 99%.

Gli eventi misurati hanno durata tra 30 e 220 giorni. Essendo la sensibilità del microlensing pari a $10^{-7} M_{\odot}$, se l'alone fosse composto da oggetti con tale massa, ci sarebbero eventi di microlensing dalla durata di qualche ora. Dalle analisi di MACHO ed EROS non risultano misurazioni con tempi caratteristici minori di 20 giorni e quindi si possono escludere corpi compatti con masse con masse $M < 10^{-7} M_{\odot}$. Un'analisi approfondita combinando i dati di EROS e MACHO è stata in grado quindi di stabilire limiti su tali candidati, che possono essere pianeti, buchi neri primordiali, resti stellari.

Utilizzando dei modelli di densità e velocità dell'alone galattico è possibile effettuare un'analisi statistica sfruttando il metodo di massima verosimiglianza in funzione della frazione f dell'alone oscuro di MACHO e della massa M dei MACHO. La restante $1 - f$ è composta da particelle relativistiche e dalla componente non barionica. Per i 13 eventi osservati, la frazione di alone probabile è circa 20% e la tipica massa di un MACHO è tra $0.1 M_{\odot}$ e $1 M_{\odot}$.

La Figura 5.1 mostra la frazione di alone in funzione della massa ottenuta con il metodo di massima verosimiglianza, assumendo dei semplici modelli per LMC e la Via Lattea. Si può quindi concludere che i MACHOs formano una parte dell'alone oscuro ma non tutto. La frazione di MACHOs corrisponde a circa $6 \times 10^{10} M_{\odot}$ e quindi i corpi compatti formano

una grande componente della materia oscura (Griest 2001).

I candidati MACHO sono quindi oggetti con masse comprese tra $0.1 M_{\odot}$ e $1 M_{\odot}$. Si ritiene che le nane bianche possano rappresentare parte della materia oscura barionica, spiegando gli effetti di microlensing, ma un numero così elevato porterebbe interessanti risvolti osservativi come la presenza di molte nane bianche fredde e un grande numero di Supernovae Ia a causa della presenza di nane bianche in sistemi binari.

In seguito all'analisi di MACHO (Griest 2001), EROS ed OGLE è possibile escludere un modello di alone interamente costituito da corpi compatti e quindi la restante parte deve essere costituita da particelle relativistiche, WIMPs o assioni. In conclusione, tutto ciò che si può affermare dalle analisi osservative degli eventi di microlensing, la frazione di materia barionica sottoforma di corpi compatti nell'alone galattico oscuro è dell'ordine di circa il 20% (Alcock et al. 2000).

Bibliografia

- Alcock, C., Allsman, R. A., Alves, D., et al. 1996, *The Astrophysical Journal*, **471**, 774
- Alcock, C., Allsman, R. A., Alves, D. R., et al. 2000, *Astrophys. J.*, **542**, 281
- Bania, T. M., Rood, R. T., & Balser, D. S. 2002, *Nature*, **415**, 54
- Binney, J. & Tremaine, S. 2008, *Galactic Dynamics: Second Edition*
- Burkert, A. & Silk, J. 1999, in *Dark matter in Astrophysics and Particle Physics*, ed. H. V. Klapdor-Kleingrothaus & L. Baudis, 375
- Burles, S., Nollett, K. M., & Turner, M. S. 2001, *The Astrophysical Journal*, **552**, L1L5
- Carr, B. 1994, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, **32**, 531
- Carr, B., Kühnel, F., & Sandstad, M. 2016, *Physical Review D*, 94
- Carr, B. J. & Sakellariadou, M. 1999, *The Astrophysical Journal*, 516, 195
- Chiba, T., Sugiyama, N., & Suto, Y. 1994, *Astrophys. J.*, **429**, 427
- de Rujula, A., Jetzer, P., & Masso, E. 1992, *Astron. & Astroph.*, **254**, 99
- Fich, M. & Tremaine, S. 1991, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, **29**, 409
- Franceschini, A. 2018-19, *Corso di Cosmologia*
- Freedman, W. L., Madore, B. F., Gibson, B. K., et al. 2001, *Astrophys. J.*, **553**, 4772
- Freeman, K. C. 1970, *Astrophys. J.*, **160**, 811
- Griest, K. 2001, *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, **91**, 393, neutrino 2000

- Gyuk, G., Dalal, N., & Griest, K. 2000, *The Astrophysical Journal*, **535**, 90103
- Hartle, J. B. 2003, *Gravity : an introduction to Einstein's general relativity*
- Lanzetta, K. M., Wolfe, A. M., Turnshek, D. A., et al. 1991, *Astrophys. J. Suppl.*, **77**, 1
- Mollerach, S. & Roulet, E. 2002, *Gravitational Lensing and Microlensing*
- Mróz, P., Udalski, A., Skowron, D. M., et al. 2019a, *Astrophys. J. Lett.*, **870**, L10
- Mróz, P., Udalski, A., Skowron, J., et al. 2019b, *Astrophys. J. Suppl.*, **244**, 29
- Nelson, L. A., Rappaport, S. A., & Joss, P. C. 1985, *Nature*, **316**, 42
- Olive, K. A. & Steigman, G. 1995, *Astrophys. J. Suppl.*, **97**, 49
- Paczynski, B. 1986, *Astrophys. J.*, **304**, 1
- Paczynski, B. & Udalski, A. 1994, *IAU Circ.*, **5997**, 1
- Perlmutter, S., Aldering, G., Deustua, S., et al. 1997, in *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, Vol. **191**, American Astronomical Society Meeting Abstracts, 85.04
- Persic, M. & Salucci, P. 1992, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **258**, 14P18P
- Pfenniger, D. & Combes, F. 1994, *Astron. & Astroph.*, **285**, 94
- Planck Collaboration, Aghanim, N., Akrami, Y., et al. 2020, *Astron. & Astroph.*, 641, A5
- Poleski, R., Soszynski, I., Udalski, A., et al. 2015, *VizieR Online Data Catalog*, II/322
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., et al. 1998, *Astron. J.*, **116**, 1009
- Roberts, M. S. & Whitehurst, R. N. 1975, *Astrophys. J.*, **201**, 327
- Rubin, V. C., Ford, W. K., J., & Thonnard, N. 1980, *Astrophys. J.*, **238**, 471
- Rubin, V. C. & Ford, W. Kent, J. 1970, *Astrophys. J.*, **159**, 379

- Schmidt, B. P., Suntzeff, N. B., Phillips, M. M., et al. 1998, *Astrophys. J.*, **507**, 46
- Szymański, M., Udalski, A., Kaluzny, J., et al. 1993, in *Liege International Astrophysical Colloquia*, Vol. **31**, Liege International Astrophysical Colloquia, ed. J. Surdej, D. Fraipont-Caro, E. Gosset, S. Refsdal, & M. Remy, 503
- Udalski, A., Szymanski, M., Kaluzny, J., Kubiak, M., & Mateo, M. 1992, *Acta Astron.*, **42**, 253
- Van den Bergh, S. 1969, *Nature*, **224**, 891
- Watkins, L. L., van der Marel, R. P., Sohn, S. T., & Evans, N. W. 2019, *Astrophys. J.*, **873**, 118
- White, M., Scott, D., & Silk, J. 1994, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, **32**, 319
- Zaritsky, D., Smith, R., Frenk, C., & White, S. D. M. 1993, *Astrophys. J.*, **405**, 464
- Zwicky, F. 1933, *Helvetica Physica Acta*, **6**, 110