



Università degli Studi di Padova

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA "GALILEO GALILEI"
Corso di Laurea in Fisica

TESI DI LAUREA TRIENNALE

**Studio di un monitor di posizione
per fascio di elettroni in LINAC da 15MeV**

Candidato:
Marco Mattiazzi
Matricola 1074088

Relatore:
Prof. G. Collazuol

Sommario

L'obiettivo di questa tesi é lo studio delle possibili configurazioni (sia geometriche che ottiche delle superfici) per la realizzazione di un nuovo monitor di posizione per gli elettroni di energia da 5MeV a 15MeV da utilizzare all'interno di un LINAC. Il nuovo monitor é basato sulla raccolta di luce tramite fotomoltiplicatori al silicio (SiPM) ed é necessario per ottimizzare i tempi di calibrazione della risposta del rivelatore Cherenkov ad acqua dell'esperimento Super-Kamiokande(SK).

Il lavoro si suddivide essenzialmente in due parti: una prima in cui tramite tecniche Monte Carlo (MC) si simulano la propagazione della luce nello scintillatore e l'efficienza di rivelazione dei SiPM, per le diverse configurazioni prese in esame (fibre di diversa sezione e disco stile gamma camera) confrontando i risultati e ponendo l'accento sul problema dell'algoritmo di ricostruzione; una seconda in cui si implementa un prototipo del rivelatore andando ad affrontare le ulteriori problematiche relative all'elettronica d'acquisizione, con lo scopo principale di validare le simulazioni. Il lavoro sperimentale relativo alla seconda parte si é svolto presso i Laboratori Nazionali di Legnaro (LNL) dell'INFN.

Indice

1	Introduzione	5
1.1	L'esperimento Super-Kamiokande	5
1.2	Lo studio del problema del neutrino solare al SK	6
1.3	La calibrazione in energia	6
1.3.1	Il LINAC di elettroni	7
2	Simulazioni Monte Carlo	9
2.1	I processi comuni alle due configurazioni	10
2.1.1	Scintillatori	10
2.1.2	La perdita di energia della radiazione ionizzante	13
2.1.3	Risposta luminescente dello scintillatore plastico	15
2.1.4	Propagazione della luce	18
2.1.5	SiPM	21
2.1.6	Limiti della simulazione	25
2.2	Fibre scintillanti	27
2.2.1	Sezione circolare	28
2.2.2	Sezione quadrata	35
2.2.3	Configurazione a griglia	38
2.3	Scintillatore a disco	43
2.3.1	Implementazione del posizionamento dei SiPM	43
2.3.2	Risultati delle simulazioni	44
2.3.3	Algoritmo di ricostruzione	45
2.3.4	Conclusioni	50
3	Studio sperimentale del prototipo	51
3.1	Apparato sperimentale	51
3.2	Caratterizzazione degli scintillatori	52
3.3	Stima del numero medio di fotoni rivelati su un $1mm^2$	54
3.3.1	Procedura sperimentale	54
3.3.2	Procedura numerica	57
3.3.3	Confronto	59
4	Conclusioni e futuri studi	61
A	Spettri con la sorgente α	63

Elenco delle figure

1.1	Vista in sezione del rivelatore Cherenkov ad acqua Super-Kamiokande (immagine da [3])	5
1.2	La linea del fascio al LINAC del SK ove le linee tratteggiate indicano i bordi del volume fiduciario del rivelatore e i punti, le posizioni dove vengono presi i dati nella calibrazione (immagine da [3])	7
1.3	Particolari della linea del fascio ove sono collocati, rispettivamente i beam monitor M1 ed M2 (immagine da [3])	8
1.4	Particolare della parte terminale della linea del fascio ove è posizionato il trigger counter (immagine da [3])	8
2.1	Diagramma delle transizioni tra i livelli energetici di una molecola organica con orbitali di tipo π	11
2.2	Spettro normalizzato di emissione dello scintillatore EJ-200 interpolato con una distribuzione Landau (dati digitalizzati dal sito del produttore [11])	12
2.3	Average Stopping Power delle α in uno scintillatore plastico con base in PVT, calcolato numericamente dal sito ASTAR	14
2.4	Average Stopping Power degli elettroni in uno scintillatore plastico con base in PVT, calcolato numericamente dal sito ESTAR	15
2.5	Luce emessa dall'antracene in funzione della perdita di energia per sorgenti di diversa natura (immagine da [5])	16
2.6	Numero di fotoni generati in funzione dell'energia della particella incidente dall'EJ200 di spessore, rispettivamente, 0.5 ed 1 mm	17
2.7	Schema dell'algoritmo MC utilizzato	19
2.8	Rappresentazione schematica della struttura di un SiPM (immagine presa da [8])	21
2.9	Modello elettrico e segnale in uscita di una singola microcella del SiPM, immagini prese da [9] e [7]	22
2.10	Tipico segnale in uscita di un SiPM, immagine presa da [9]	23
2.11	PDE al variare della lunghezza d'onda nello spettro d'emissione dello scintillatore	24
2.12	Segnali tipici di rumore di un SiPM visti all'oscilloscopio (immagine presa da [7])	25
2.13	Riflessione della luce nei riflettori, rispettivamente, speculare e diffuso	28
2.14	<i>A sinistra, ray tracing</i> in una fibra a sezione circolare. <i>A destra</i> , vista in sezione dei raggi di tipo <i>skew</i> (in verde) e <i>meridional</i> (in viola) dopo una decina di riflessioni all'interno della fibra. Entrambe le immagini sono tratte dal tracciamento dei fotoni propagati con il codice implementato.	29
2.15	Cono d'accettazione per TIR in una fibra a sezione circolare	29
2.16	Sistema di coordinate della fibra a sezione circolare	31
2.17	Vista nel piano xy della nuova direzione dopo una riflessione nella superficie cilindrica della fibra	32
2.18	Efficienza di cattura, al variare della posizione, per i raggi <i>meridional</i>	33
2.19	Efficienza di cattura al variare della posizione della particella incidente per una fibra a sezione circolare	34
2.20	Sistema di coordinate scelto per le fibre a sezione quadrata	36
2.21	Efficienza di cattura della fibra a sezione quadrata al variare della posizione lungo l'asse	37

2.22	Confronto dell'uniformità laterale tra le fibre di sezione circolare e quadrata con la particella passante per il punto medio del loro asse	38
2.23	Schema della configurazione a griglia	39
2.24	Confronto dell'efficienza media di cattura al variare delle condizioni ai margini(riflettenti speculari, diffuse o solo via TIR)	40
2.25	<i>Ray tracing</i> con il medesimo numero di fotoni all'interno di una fibra quadrata avente superfici riflettenti di tipo, rispettivamente, speculare e lambertiano. Entrambe le immagini sono state realizzate dal tracciamento dei fotoni propagati con il codice descritto nel paragrafo	41
2.26	Numero di conteggi totali di ciascun SiPM in funzione della posizione della fibra per le due piastre	42
2.27	Situazione critica nella configurazione a griglia	43
2.28	Fascio uniforme di forma quadrata composto da 10000 elettroni inviato su una pastiglia di scintillatore	47
2.29	Posizioni ricostruite con i 4 algoritmi, i quali, a partire da sinistra, sono il metodo del baricentro: <i>semplice, quadratico, con la tangente iperbolica e con offset</i>	47
2.30	Risoluzioni delle posizioni ricostruite lungo le due semirette che delimitano lo spicchio analizzato	49
2.31	Pull delle posizioni ricostruite lungo le due semirette che delimitano lo spicchio analizzato	49
3.1	Schema della catena sperimentale	51
3.2	Particolare dell'apparato strumentale utilizzato per la caratterizzazione	52
3.3	Caratterizzazione degli scintillatori con la sorgente α	53
3.4	Caratterizzazione degli scintillatori con le sorgenti β	54
3.5	Misura del fondo di un PMT al variare del tempo (con istante iniziale dato dall'accensione dell'alta tensione)	56
3.6	Spettri del BC1mm con area attiva della dimensione di un SiPM al variare della posizione della sorgente α	57
3.7	Numero medio di fotoni conteggiati per α incidente in funzione della posizione della sorgente	58
3.8	<i>Range</i> delle particelle α in aria in funzione dell'energia	58
3.9	<i>Range</i> delle particelle α nel Mylar® in funzione dell'energia	59
3.10	Confronto dati-simulazione	60

Elenco delle tabelle

2.1	Principali parametri degli scintillatori commerciali (dati da [10],[11])	11
2.2	Efficienze teoriche delle principali fibre commerciali a sezione circolare	30
2.3	Parametri di input per la fibra a sezione circolare	34
2.4	Parametri di output per la fibra a sezione circolare	34
2.5	Numero medio di fotoni rivelati da un SiPM accoppiato ad una fibra circolare a singolo cladding	35
2.6	Efficienze di cattura delle fibre a sezione quadrata	35
2.7	Parametri di input della fibra a sezione quadrata	37
2.8	Numero medio di fotoni rivelati da una fibra a sezione quadrata	38
2.9	Parametri di input della simulazione con i riflettori speculari	40
2.10	Numero di fotoni rivelati da ciascun SiPM per la posizione $(0,0)$	45
2.11	Numero di fotoni rivelati da ciascun SiPM per la posizione $(x_{near}, 0)$	45
3.1	Dimensioni degli scintillatori utilizzati	53
3.2	Posizioni dello scintillatore scansionate	56
3.3	Numero di conteggi medi con una sorgente α simulati	58

Capitolo 1

Introduzione

1.1 L'esperienza Super-Kamiokande

Il Super-Kamiokande (SK) è un rivelatore Cherenkov ad acqua costituito da una vasca cilindrica d'acciaio inossidabile posta a 1000 m sotto il livello del suolo nella miniera di Kamioka (prefettura di Gifu) in Giappone. Questa ha un diametro di 39.3 m, è alta 41.4 m ed è riempita con 50000 tonnellate di acqua ultra-pura. Dentro la vasca, un supporto cilindrico, anch'esso d'acciaio inossidabile, opportunamente trattato, svolge la duplice funzione di sostenere i tubi fotomoltiplicatori (PMT) e separare i rivelatori interni (*inner detector ID*) da quelli esterni (*outer detector OD*). Una vista in sezione è illustrata nelle figura 1.1.

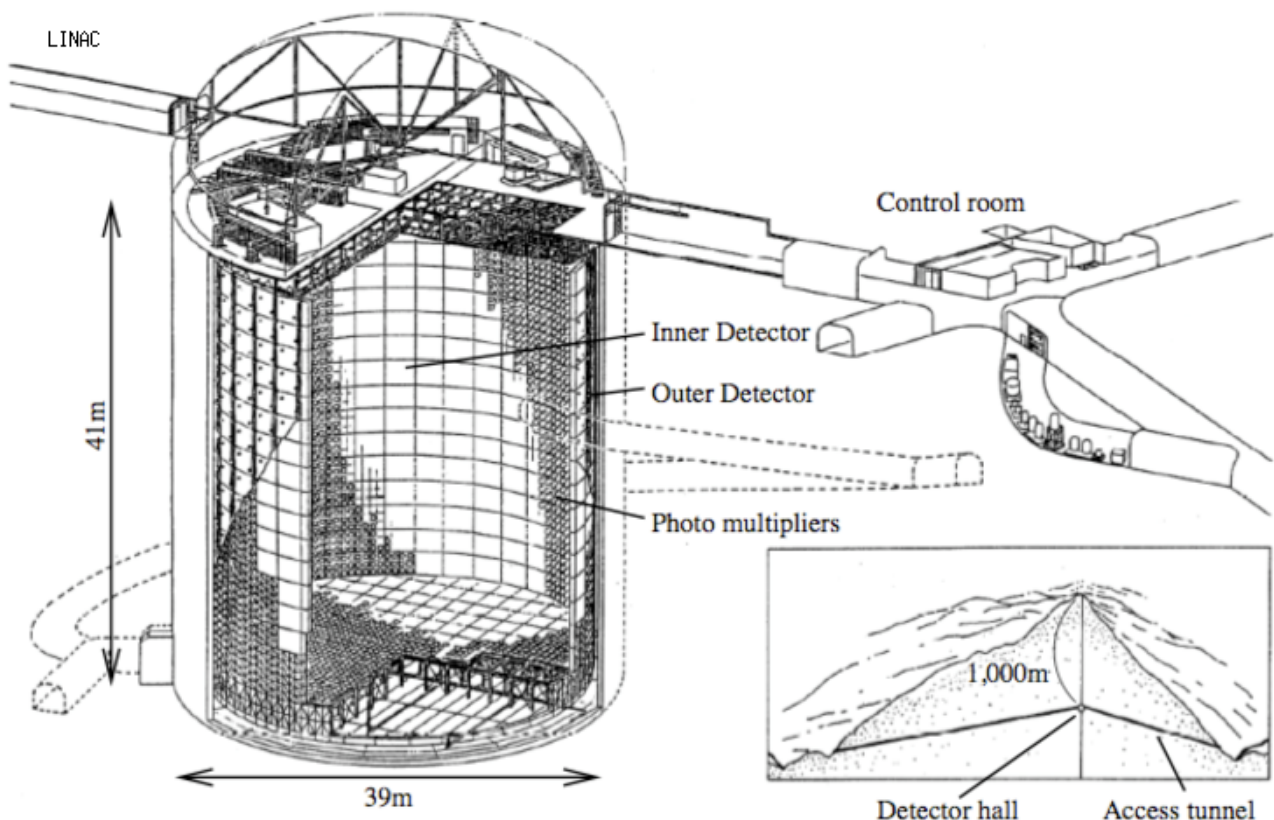


Figura 1.1: Vista in sezione del rivelatore Cherenkov ad acqua Super-Kamiokande (immagine da [3])

Questo grande detector è adoperato sia per lo studio dei neutrini di diversa natura (solari, atmosferici e da *supernovae* passate) che per la ricerca del decadimento del protone non interpretabile nel quadro del Modello Standard ma previsto della teorie di Grande Unificazione. Tuttavia questi argomenti, data

la loro complessità, esulano dallo scopo della tesi e per questa ragione non verranno trattati se non a margine.

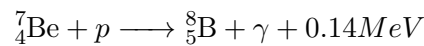
1.2 Lo studio del problema del neutrino solare al SK

Uno dei capitoli della Fisica dei neutrini è il problema del deficit di neutrini elettronici provenienti dal Sole e misurati sulla Terra. Le reazioni di fusione nucleare che avvengono in questo astro infatti hanno tra i loro prodotti anche neutrini elettronici di bassa energia tuttavia dalle osservazioni, in oltre 20 anni d'esperimenti, si evince che solo 1/3 del rate atteso viene rivelato. L'analisi dei dati sperimentali suggerisce inoltre che questa soppressione del flusso di neutrini sia dipendente dall'energia e, secondo alcune interpretazioni, ciò potrebbe comportare una distorsione, rivelabile, dello spettro in energia di questi ultimi.

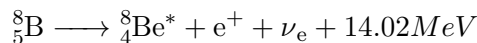
Per la sensibilità del SK, i seguenti rami delle reazioni della catena p-p solare sono d'interesse per la produzione di neutrini solari:

1. PPIII

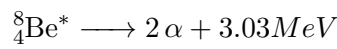
-



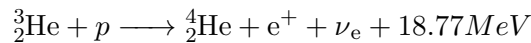
- ma ${}^8_5\text{B}$ è instabile per decadimento β^+



- e a sua volta ${}^8_4\text{Be}^*$ si scinde in due nuclei d'elio



2. PPIV (Hep)



che è un processo molto raro.

Questi neutrini elettronici hanno un'energia compresa tra i 5 e i 19 MeV e dunque non sono direttamente rivelabili dal SK poiché questo è sensibile solo alle alte energie in ragione all'alta energia di soglia dovuta all'utilizzo dell'acqua. Tuttavia il SK riesce a rivelare gli elettroni di rinculo prodotti dallo scattering elastico di questa classe di neutrini in acqua e a trarne importanti informazioni, in tempo reale, sulla loro energia e direzione. Dallo studio dello spettro di energetico di questi elettroni è infatti possibile inferire la forma dell'equivalente spettro dei neutrini solari e da misure della loro energia porre un limite inferiore a quella dei neutrini. Una ricostruzione cinematica dell'energia del neutrino è invece preclusa dalle basse energie in gioco e dal Coulomb scattering multiplo che limita la risoluzione angolare.

1.3 La calibrazione in energia

Da queste considerazioni risulta evidente che un'importante fase sperimentale è il processo di calibrazione in energia del detector il quale deve essere in grado di fissare una scala assoluta. Questo può avvenire in vari modi tramite:

- sorgenti radioattive;
- laser;
- generatori DT (deuterio-trizio);
- con l'acceleratore lineare di elettroni (LINAC) proprio del SK;

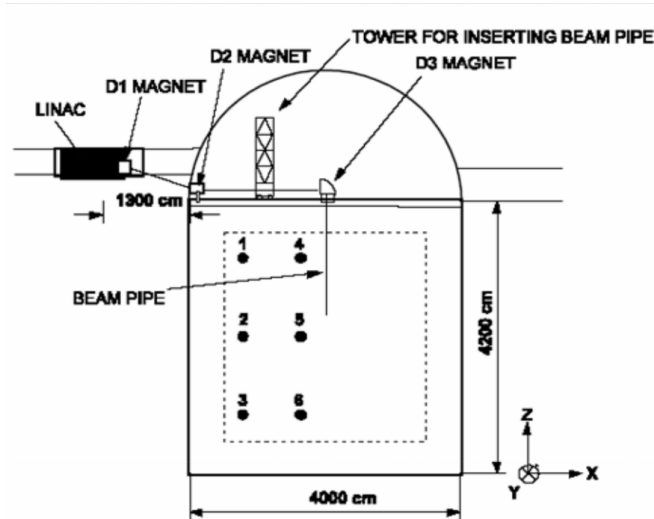


Figura 1.2: La linea del fascio al LINAC del SK ove le linee tratteggiate indicano i bordi del volume fiduciario del rivelatore e i punti, le posizioni dove vengono presi i dati nella calibrazione (immagine da [3])

1.3.1 Il LINAC di elettroni

In questa tesi si prenderà in considerazione la calibrazione tramite il LINAC del SK.

Il LINAC in questione è posto a 15 metri d'altezza dall'apice della vasca del SK all'interno di una caverna a parete rocciosa, che funge da schermo, e, tramite il Mitsubishi ML-15MIII, genera singoli elettroni di energia fissata i quali, mediante una serie di magneti deflettori, collimatori e focalizzatori, vengono inviati al volume attivo del SK in diverse posizioni rispetto all'ID. Uno schema è rappresentato in figura 1.2.

Il LINAC permette dunque di studiare, *in situ*, i seguenti parametri del detector:

- la risposta agli elettroni di momento fissato;
- la dipendenza dalla posizione;
- la risoluzione angolare.

Questo acceleratore permette inoltre di coprire tutto il range energetico dei neutrini solari fornendo così un ottimo strumento per la calibrazione della scala assoluta in energia.

Criticità dell'attuale processo di calibrazione

Uno dei problemi dell'attuale configurazione è la determinazione della posizione e del profilo del fascio. Questa viene localizzata attraverso due monitor (M1 e M2), posti in due posizioni differenti lungo la linea del fascio (vedi figura 1.3), costituiti da due scintillatori di $1 \times 1 \text{ cm}^2$ accoppiati ad un PMT. Questi sono inseriti all'interno della linea, in cui è stato fatto il vuoto, tramite un manipolatore rotativo, il quale permette di spostare gli schermi lungo il percorso, e provvedono, nella forma attuale, ad un'informazione sulla posizione e forma del fascio, solo mediante l'acquisizione dei conteggi in una scansione X-Y. Considerando inoltre, la dimensione del profilo del fascio, che è circa 2 cm , risulta evidente dalla precedente descrizione che una frazione importante del tempo di calibrazione è dedicato alla ricostruzione e alla localizzazione del medesimo.

Un'ulteriore criticità, manifesta nella catena di calibratura, è rappresentata dall'ultimo stage in cui il fascio percorre decine di metri sia dall'ultimo punto di misurazione della posizione che dall'ultimo quadrupolo a disposizione, prima di raggiungere la finestra in titanio, spessa $100 \mu\text{m}$ che separa il vuoto all'interno della linea dall'acqua, a circa 4 atm , del rivelatore Cherenkov. In questo percorso i soli strumenti presenti sono 4 veto-counters i quali sono pensati per intercettare gli elettroni che urtano le pareti della beam-pipe ed uno scintillatore posto sopra la finestra in titanio (vedi figura 1.4), operante come *trigger counter*, ovvero tale da fornire un segnale di trigger ogniqualvolta che conta un

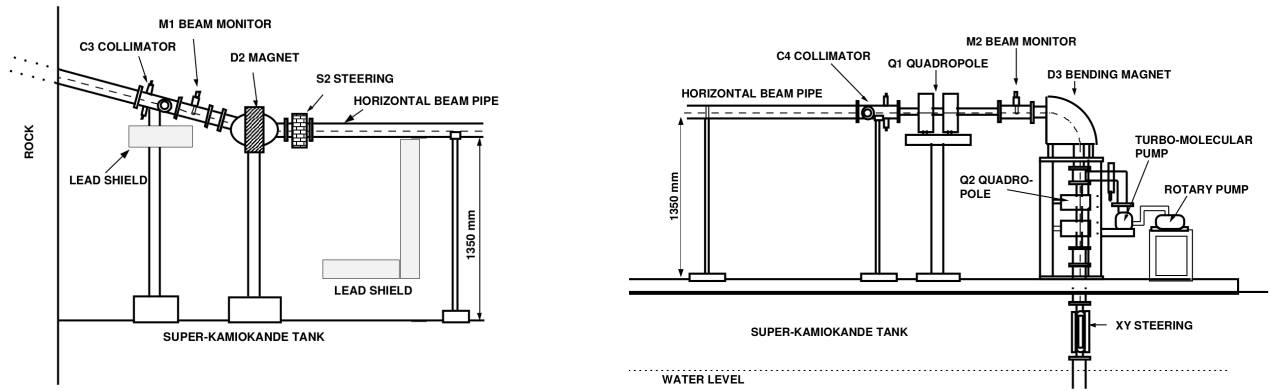


Figura 1.3: Particolari della linea del fascio ove sono collocati, rispettivamente i beam monitor M1 ed M2 (immagine da [3])

hit in coincidenza con un impulso di elettroni inviato dal LINAC, indipendentemente dalla posizione dell'impatto.

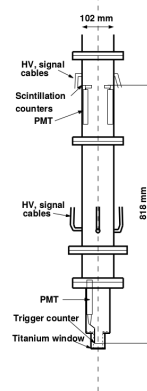


Figura 1.4: Particolare della parte terminale della linea del fascio ove è posizionato il trigger counter (immagine da [3])

Proposte per ottimizzare la caratterizzazione del fascio

Nel seguente elaborato ci si propone di studiare una nuova tipologia di monitor i quali ottimizzino i tempi di calibrazione e possibilmente forniscano:

- caratterizzazione in *real time* del centroide e della forma del fascio;
- risoluzione $\sim 1 \text{ mm}$ in posizione;
- area attiva $\sim 2 \text{ cm}$ di diametro;
- risoluzione temporale e capacità di trigger comparabile con il sistema già esistente;
- minimo cablaggio per l'alimentazione e la lettura dei dati .

Infine, oltre a sostituire i monitor M1 ed M2, si progetta d'inserire un terzo monitor, M3, alla fine della linea del fascio al posto del trigger counter, in maniera da ottenere un'informazione maggiore in questo stage della catena. Queste richieste impongono delle sfide molto impegnative per quanto riguarda:

- la gestione di oltre una decina di canali di readout;
- la realizzazione di operazioni da remoto nello stage della linea immerso in acqua.

Capitolo 2

Simulazioni Monte Carlo

Nell'odierna Fisica sperimentale prima di iniziare la costruzione di un esperimento di elevata complessità si eseguono delle simulazioni dell'apparato strumentale mediante tecniche Monte Carlo (MC) le quali permettono di:

- riprodurre, con l'approssimazione desiderata, il processo fisico d'interesse tenendo conto delle leggi note che lo regolano;
- modellizzare il rivelatore per quanto concerne:
 - la geometria ed il volume fiduciale;
 - il numero di particelle incidenti;
 - il numero di particelle rivelate mediante una stima dei parametri di acquisizione e processamento del segnale da parte del detector (efficienze, risoluzioni, frequenze di campionamento, etc).
- stimare i valori medi e le fluttuazioni delle grandezze d'interesse (*e.g.* il numero di conteggi di un singolo detector) in modo da poter valutare e confrontare configurazioni diverse del medesimo apparato strumentale.

Nel caso specifico di questa tesi, data la complessità realizzativa, si rende necessaria questa procedura la quale permette di scegliere la configurazione ottimale in termini di quantità di materiale per l'implementazione, velocità e risoluzione della posizione ricostruita.

In particolar modo ci si concentrerà su due tipologie diverse di configurazioni:

- una griglia quadrata (di dimensione comparabile a quella dell'area attiva) di fibre scintillanti, a singolo *cladding*, ciascuna accoppiata da un lato al proprio fotorivelatore al silicio;
- un blocco unico di scintillatore, a forma di disco (con diametro di $\sim 2\text{cm}$), letto da oltre una decina di fotorivelatori disposti circolarmente stile gamma camera.

In entrambi i casi è stato implementato un *toy Monte Carlo* scritto in C++, sfruttando le librerie di ROOT ¹ sia per la generazione dei numeri casuali uniformemente distribuiti in un intervallo tra $[0,1]$ ² che per quelli in accordo ad una specifica distribuzione (*e.g.* Landau). Questa scelta è stata dettata dal fatto di avere una maggiore discrezionalità ed adattabilità della simulazione sia alla configurazione effettivamente prototipabile in laboratorio che alla disponibilità di materiale per la sua realizzazione. Tuttavia tale natura *custom* del codice ha comportato delle approssimazioni, come discusso dettagliatamente nel paragrafo 2.1.6, le quali potranno essere migliorate quando sarà disponibile una completa caratterizzazione dei dispositivi (scintillatori, fotorivelatori ed elettronica di readout) utilizzati per la costruzione del rivelatore, in modo da sfruttarlo per future applicazioni sempre nel medesimo ambito.

¹Programma scritto al CERN di Ginevra e scaricabile dal sito <https://root.cern.ch/>

²Precisamente si è adoperata la classe *TRandom3* la quale è basata sul generatore di numeri pseudo-casuali Mersenne-Twister (in particolare l'implementazione MT19937) che garantisce un periodo molto lungo, dell'ordine di 10^{6000} , consigliato per questa tipologia di simulazioni

2.1 I processi comuni alle due configurazioni

Prima di inoltrarsi nello studio specifico di una di queste due configurazioni é conveniente analizzare le parti comuni che trascendono da questa scelta e che riguardano:

- caratteristiche dello scintillatore, assunto del medesimo materiale per ambedue le configurazioni;
- perdita di energia della radiazione ionizzante incidente (elettroni o particelle alfa);
- risposta luminescente dello scintillatore alle diverse sorgenti ionizzanti;
- propagazione della luce all'interno dello scintillatore;
- efficienza di rivelazione dei SiPM.

2.1.1 Scintillatori

Lo scintillatore é un materiale che emette luce quando attraversato da una radiazione ionizzante. Il processo fisico primario che causa l'emissione di luce visibile é la fluorescenza, processi secondari sono invece la fosforescenza, ovvero l'emissione di luce con una maggiore lunghezza d'onda e con tempi caratteristici piú lunghi del precedente fenomeno e la fluorescenza ritardata che ha dei tempi ancora piú lunghi dell'ultima. I processi secondari sono generalmente indesiderati tuttavia quando si opera in modalitá *pulse*, ovvero si vogliono generare segnali veloci (che é il caso di questo lavoro), queste componenti si possono trascurare con un'opportuna scelta dello scintillatore. Lo scintillatore si può infatti dividere, a seconda del materiale costituente, in due grandi categorie:

- inorganico;
- organico;

Tuttavia nessuno dei due può possedere contemporaneamente tutte le proprietá che caratterizzano lo scintillatore ideale:

- alta efficienza di scintillazione, ovvero dovrebbe convertire la massima frazione di energia depositata dalla radiazione incidente in luce rivelabile;
- relazione lineare tra energia cinetica rilasciata dalla particella carica incidente e luce raccolta sul piú ampio spettro possibile;
- breve tempo di decadimento della luce di scintillazione in modo da poter generare un segnale veloce;
- trasparenza alla lunghezza d'onda della luce emessa per ottimizzare la raccolta;

Gli scintillatori *organici* a differenza della controparte inorganica presentano una minore dipendenza dalla temperatura, sono facilmente malleabili alla forma voluta ed hanno una bassa efficienza di scintillazione ma rispondono velocemente con una costante di tempo dell'ordine dei nanosecondi. Infatti in questo tipo di scintillatori l'emissione di luce avviene pressoché totalmente via fluorescenza che ha origine dalle transizioni tra i livelli energetici degli orbitali molecolari di tipo π come illustrato in figura 2.1. La legge che regola l'intensitá della luce emessa da questo tipo di processo, é quella di un decadimento

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

ove τ é il tempo caratteristico di decadimento del processo di fluorescenza.

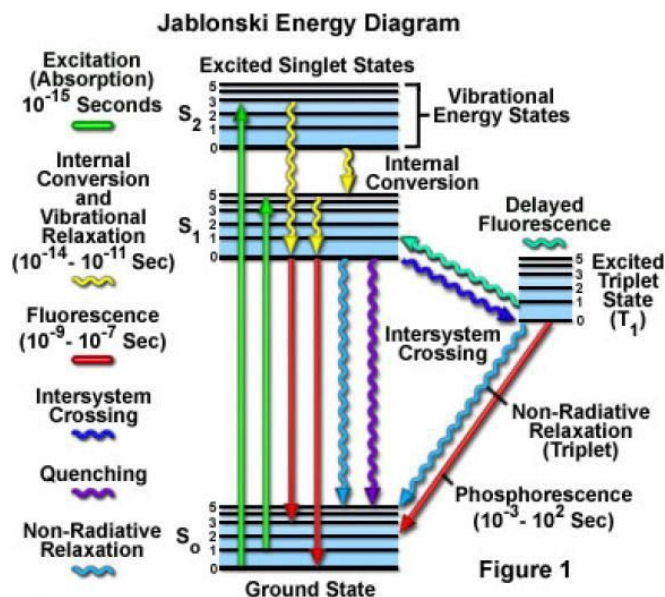


Figura 2.1: Diagramma delle transizioni tra i livelli energetici di una molecola organica con orbitali di tipo π

Tabella 2.1: Principali parametri degli scintillatori commerciali (dati da [10],[11])

Parametri	EJ200 / BC408	EJ212/BC400
Luce di output (% Antracene)	64	65
Efficienza di scintillazione (per MeV_{ee})	10000	10000
Lunghezza d'onda di emissione massima (nm)	425	423
Coefficiente di attenuazione nel bulk μ (cm)	380	250
Indice di rifrazione	1.58	1.58
Densità (g/cm^3)	1.023/1.032	1.023/1.032
Costante di decadimento(ns)	2.1	2.4
Dipendenza dalla temperatura del LO	invariata da -20° a 60°	invariata da -20° a 60°

Scintillatori plastici

Una particolare classe di scintillatori organici sono quelli plastici. Questi sono formati da una base di natura plastica (*e.g.* PVT o PMMA), da uno scintillatore primario e generalmente anche da un *wavelength shifter* che sposta la lunghezza d'onda della luce emessa in modo da massimizzare l'accoppiamento con lo spettro di assorbimento del fotorivelatore.

Le caratteristiche principali di questa tipologia di scintillatore sono:

- risposta veloce (inferiore ai 4 ns);
- facile sagomabilità;
- elevata resistenza meccanica;
- economicità.

Tuttavia quando si va ad optare per uno di questi, bisogna tenere conto delle proprietà di attenuazione del materiale (che dipendono anche dalla presenza d'impurità) infatti l'auto-assorbimento della luce emessa dallo scintillatore stesso non è più trascurabile soprattutto nel caso di rivelatori di grande dimensione (tenendo presente che i coefficienti di attenuazione tipici sono dell'ordine del metro).

Proposte commerciali per questo tipo di scintillatori sono la serie BC-4xx della Saint-Gobain Crystals e la serie EJ-2xx della Eljen Technology che sono quelli scelti per gli studi di questo lavoro di tesi e le cui caratteristiche principali sono elencate nella tabella 2.1

EJ200 - Emission Spectrum

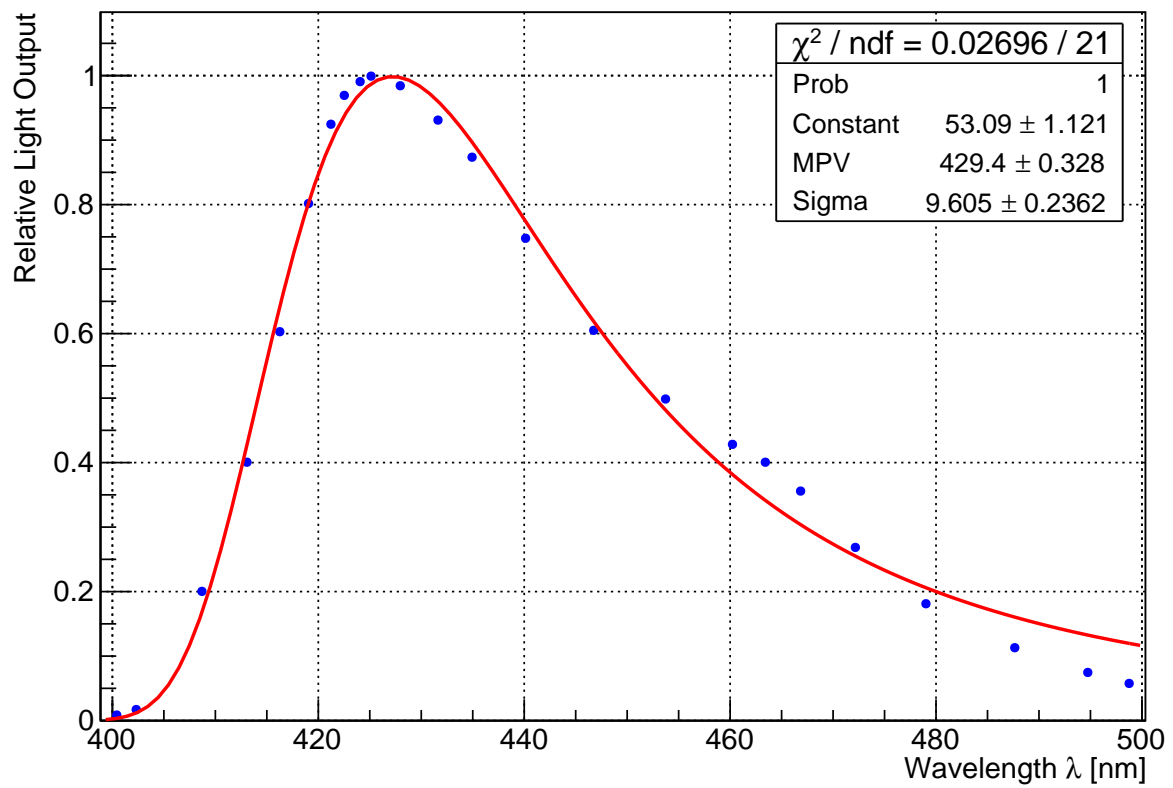


Figura 2.2: Spettro normalizzato di emissione dello scintillatore EJ-200 interpolato con una distribuzione Landau (dati digitalizzati dal sito del produttore[11])

Per quanto concerne il lavoro della simulazione é stato scelto l'EJ-200 che presenta sia un buon coefficiente di attenuazione (3.8 m) che uno spettro discretamente interpolabile con una Landau (illustrata in figura 2.2) di parametri:

Parametri del fit	Valori
Costante	53 ± 1
MPV (nm)	429.4 ± 0.3
σ (nm)	9.6 ± 0.2
χ^2/ndf	0.03/21

Questo ha permesso di migliorare i tempi di esecuzione del codice infatti l'idea implementata é la seguente: ogni qualvolta un fotone, prodotto dal passaggio della radiazione ionizzante, raggiunge un SiPM, a questo viene assegnata una lunghezza d'onda la quale é generata casualmente in accordo alla distribuzione di Landau precedentemente fittata. Dato che l'efficienza di rivelazione del SiPM dipende dalla lunghezza d'onda della luce incidente, come verrà trattato dettagliatamente nel paragrafo 2.1.5, questo permette di rendere piú realistica la simulazione.

2.1.2 La perdita di energia della radiazione ionizzante

Per stimare l'energia depositata dal fascio incidente é necessaria una digressione sulle leggi che regolano l'interazione radiazione-materia. Ogni radiazione ionizzante che attraversa un materiale interagisce con la struttura particellare (molecole, atomi, nuclei, etc) del medesimo, producendo i seguenti effetti:

- cessione parziale o totale di energia al materiale;
- deflessione rispetto alla direzione incidente (con importanza variabile in relazione al tipo di radiazione).

Inoltre quando si affronta lo studio di queste interazioni si discerne tra due tipi di radiazione:

- elettroni e positroni;
- particelle cariche pesanti ($M \gg m_e$);

L'ultima, essendo la piú facile da trattare alle scale d'energie di interesse in questo studio, sará analizzata per prima, focalizzandosi principalmente sulle α che sono utilizzate nella fase di calibrazione e confronto degli scintillatori adoperati nel prototipo.

Alfa

Il processo primario che determina la perdita di energia per le particelle cariche pesanti, é lo scattering anelastico dovuto alle interazioni coulombiane con gli elettroni atomici del materiale attraversato. Processo secondario é invece lo scattering con i nuclei infatti la sezione nucleare, proporzionale al quadrato del raggio, é circa dieci ordini di grandezza piú piccola di quella atomica. Dal momento che la perdita di energia per singolo urto é bassa e queste collisioni sono di natura stocastica, si ha che:

- le grandezze d'interesse sono descritte in termini di valori medi;
- la particella ionizzante percorre una traiettoria pressoché rettilinea.

La grandezza principale che caratterizza questo fenomeno é l'*average stopping power* ($\langle S \rangle := \langle \frac{dE}{dx} \rangle$) ovvero la perdita media di energia per unità di lunghezza la quale é data dalla formula di Bethe:

$$-\langle S \rangle_\alpha = z^2 \frac{Z}{A} \rho \frac{N_A}{\beta^2} \kappa \left[\ln \left(\frac{2m_e \beta^2 c^2}{I} \right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right]$$

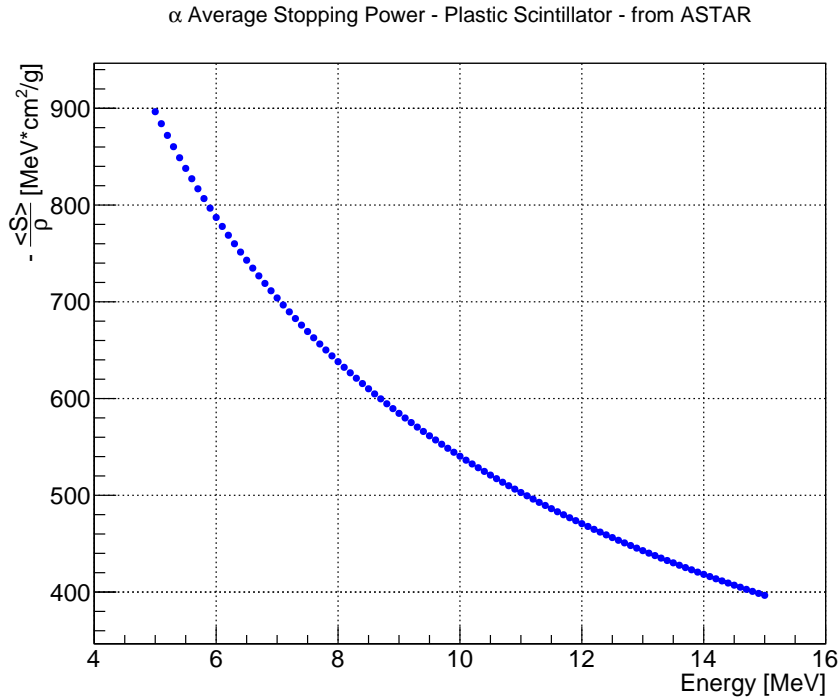


Figura 2.3: Average Stopping Power delle α in uno scintillatore plastico con base in PVT, calcolato numericamente dal sito ASTAR

ove $\kappa = \left(\frac{e}{\epsilon_0}\right)^2 \frac{1}{4\pi} \frac{1}{m_e c^2}$, $\beta = \frac{v}{c}$ e A , Z , ρ sono rispettivamente il numero di massa, atomico e la densità del materiale attraversato, N_A è il numero di Avogadro, m_e è la massa dell'elettrone e I è il potenziale medio di ionizzazione (che è circa $I \approx 11Z$ eV). Gli ultimi due contributi della precedente espressione sono di natura relativistica e dunque per basse energie possono essere trascurati. Riscrivendo poi la relazione in termini di spessore di massa, questa assume la forma:

$$-\frac{1}{\rho} \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \Big|_{\alpha} = z^2 \frac{Z}{A} F(\beta, I)$$

Questa è valutabile tramite tecniche numeriche, nello specifico, nel sito ASTAR del NIST ³, è possibile trovare tabulate molte curve, in cui si tengono conto di ulteriori effetti (*e.g* termini di ordine superiore, in z , nello sviluppo perturbativo), per diversi tipi di materiale tra cui quella relativa ad un tipico scintillatore plastico. In figura 2.3 è rappresentato l'average stopping power per densità di massa di uno scintillatore plastico nell'intervallo di energie tra i 5 e i 15 MeV.

Elettroni

Per quanto concerne gli elettroni (o positroni) la precedente trattazione non può essere traslata *in toto* poiché si ha:

- una grande deflessione della traiettoria delle particelle incidenti in quanto esse hanno massa comparabile a quella degli elettroni atomici;
- per il principio quantistico dell'identità degli indiscernibili gli elettroni incidenti dopo l'urto sono indistinguibili da quelli atomici;
- la *bremmstrahlung* ovvero la radiazione emessa per accelerazione o decelerazione delle particelle nel campo dei nuclei del materiale.

³National Institute of Standard and Technologies, <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ASTAR.html>

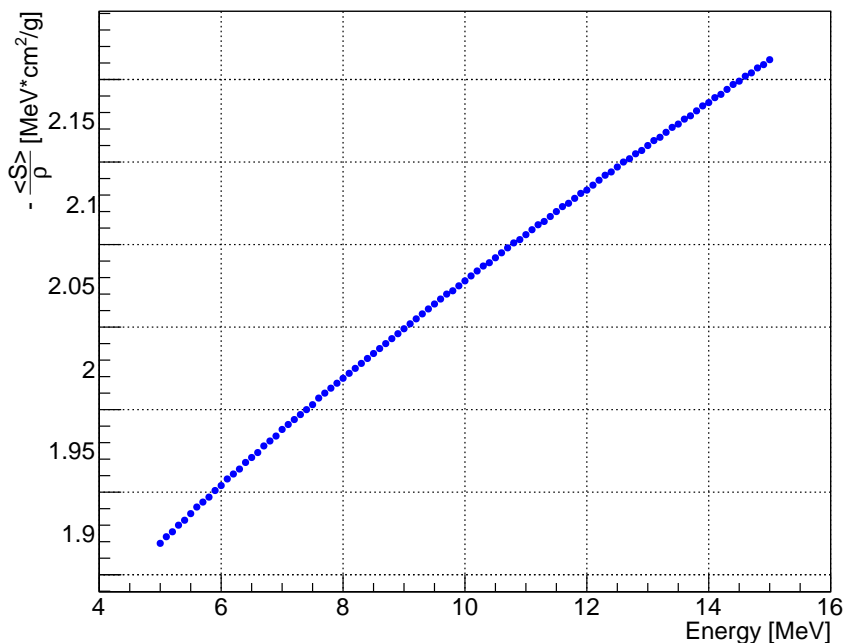


Figura 2.4: Average Stopping Power degli elettroni in uno scintillatore plastico con base in PVT, calcolato numericamente dal sito ESTAR

I primi due punti determinano una correzione nelle formula della perdita di energia per collisione ($-\langle \frac{dE}{dx} \rangle|_{coll}$) mentre l'ultimo, introduce un nuovo termine nello *stopping power* della forma

$$-\langle \frac{dE}{dx} \rangle|_{brem} = \frac{E}{X_0}$$

con X_0 la *lunghezza di radiazione*⁴ caratteristica del materiale attraversato.

Per gli elettroni l'*average stopping power* é costituito dalla somma di due contributi:

$$-\langle S \rangle|_{e^\pm} = \langle \frac{dE}{dx} \rangle|_{coll} + \langle \frac{dE}{dx} \rangle|_{brem}$$

Alle basse energie tuttavia domina il termine di collisione. Per il computo dell'*average stopping power* per densità di massa ($-\frac{1}{\rho} \langle \frac{dE}{dx} \rangle|_e$) in funzione dell'energia, esiste il sito ESTAR⁵, sempre del NIST, che per un scintillatore plastico, nel range energetico tra i 5 e i 15 MeV, restituisce la curva illustrata in figura 2.4.

2.1.3 Risposta luminescente dello scintillatore plastico

La luce prodotta dallo scintillatore plastico al passaggio della radiazione ionizzante non é indipendente, ad energia fissata, dalla natura delle sorgenti. Questa risposta é descrivibile dalla relazione tra energia di fluorescenza emessa per unità di lunghezza ($\frac{d\mathcal{L}}{dx}$) e lo stopping power specifico della particella carica. In linea generale si ha una risposta *lineare* per gli elettroni incidenti con un'energia superiore ai 125 keV, mentre per particelle cariche pesanti (*e.g* protoni e alfa) il numero di fotoni é sempre inferiore a parità di energia e la risposta é spesso *non lineare* anche per radiazioni abbastanza energetiche.

Nello specifico, postulando che:

- un'alta densità di ionizzazione lungo il percorso della particella conduca ad una minore efficienza di scintillazione dovuta al *quenching* per danneggiamento delle molecole del materiale attraversato;

⁴é la distanza percorsa dalla particella prima di diminuire la sua energia di un fattore $1/e$ solo per *bremmstrahlung*

⁵<https://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ESTAR.html>

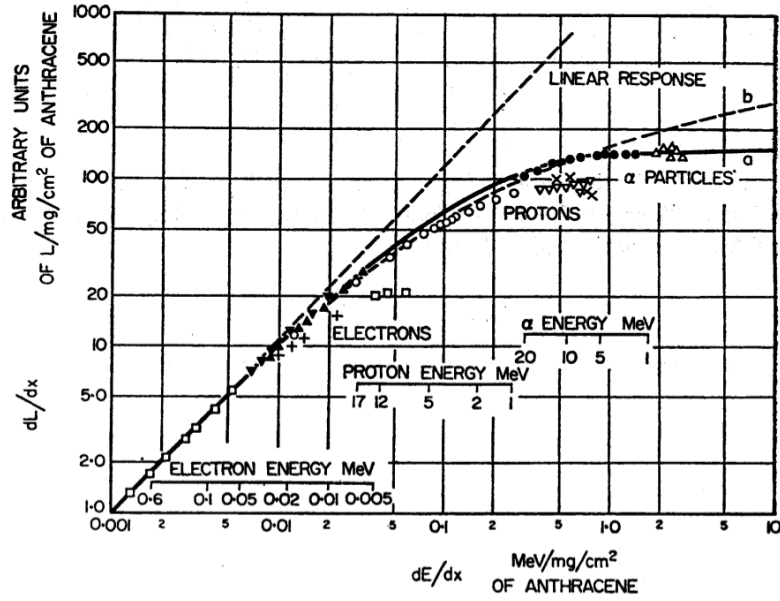


Figura 2.5: Luce emessa dall' antracene in funzione della perdita di energia per sorgenti di diversa natura (immagine da [5])

- la densità del danno sia direttamente proporzionale (mediante la costante B) all'energia ceduta dalla radiazione via ionizzazione ($\frac{dE}{dx}$) ma che solo una frazione κ di questa determini il quenching.

Si ha la relazione di Birks

$$\frac{d\mathcal{L}}{dx} = \frac{S \frac{dE}{dx}}{1 + \kappa B \frac{dE}{dx}}$$

ove S é l'efficienza assoluta di scintillazione in assenza del quenching.

Questa é una formula semiempirica, valida in prima approssimazione ⁶, infatti κB é un parametro fenomenologico proprio di ciascun scintillatore.

Un esempio di interpolazione con la formula di Birks per radiazioni ionizzanti di diversa specie é illustrato nella figura 2.5.

Elettroni veloci in generale, quando uno scintillatore é attraversato da elettroni veloci, si ha che, essendo la perdita di energia sufficientemente piccola, la formula di Birks é linearizzabile:

$$\left. \frac{d\mathcal{L}}{dx} \right|_{fast e^-} = S \frac{dE}{dx}$$

ed in questa regione si ha

$$\mathcal{L}(E) = \int_0^E \frac{d\mathcal{L}}{dE} dE = SE$$

ovvero la luce emessa é direttamente proporzionale all'energia depositata

Alfa la situazione per le particelle alfa, come si evince dal precedente grafico, é diversa poiché, assumendo $\frac{dE}{dx}$ valori molto grandi, si raggiunge, per un range molto ampio di energie, la saturazione della luce emessa:

$$\left. \frac{d\mathcal{L}}{dx} \right|_{\alpha} = \frac{S}{\kappa B}$$

⁶un'estensione di questa formula, che introduce un ulteriore parametro, é

$$\frac{d\mathcal{L}}{dx} = \frac{S \frac{dE}{dx}}{1 + \kappa B \frac{dE}{dx} + C \left(\frac{dE}{dx} \right)^2}$$

studiata da Craun e Smith per una moltitudine di scintillatori organici in *Nucl.Instrum.Meth.* **80**,239 (1970)

Per questa ragione, spesso si indica con l'unità *MeV equivalente elettronico* (MeV_{ee}) l'energia che deve cedere una particella carica per generare luce equivalente a quella prodotta dal passaggio di elettroni veloci che depositano 1 MeV di energia. Un'altra grandezza che si trova in letteratura è il *fattore di quenching* (o α/β ratio) il quale per le alfa è definito come:

$$Q_\alpha(E) = \frac{\int_0^E \frac{dE}{1 + \kappa B \left| \frac{dE}{dx} \right|_\alpha}}{\int_0^E \frac{dE}{1 + \kappa B \left| \frac{dE}{dx} \right|_{e^-}}} = \frac{\mathcal{L}_\alpha}{\mathcal{L}_{e^-}} \Big|_{E \text{ fix}}$$

il quale:

- dipende dall'energia della radiazione incidente;
- è sempre minore di 1.

Infine è importante considerare che una prolungata esposizione alle radiazioni ionizzanti riduce ulteriormente l'emissione di luce \mathcal{L} .

Simulazione per gli elettroni

Per scintillatori con spessori fini, l'energia depositata dagli elettroni veloci penetranti è data

$$\Delta \mathcal{E}_{loss} = - \frac{\langle S \rangle}{\rho} \rho \delta x \quad (2.1)$$

con δx la dimensione dello spessore dello scintillatore e ρ la sua densità.

Questa formula è valida per perdite di energia piccole, ovvero nel caso in cui lo stopping power non vari sensibilmente rispetto al valore iniziale, e permette di ottenere il numero di fotoni generati all'interno dello scintillatore in funzione dell'energia della particella incidente.

Per i nostri scopi, considerando:

- densità dello scintillatore $\rho_{EJ200} = 1.023 \text{ g cm}^{-3}$
- luce emessa $10000 \text{ #}\gamma/1MeV_{ee}$.

Si ottengono le curve illustrate in figura 2.6 rispettivamente per gli spessori: 0.5 e 1 mm.

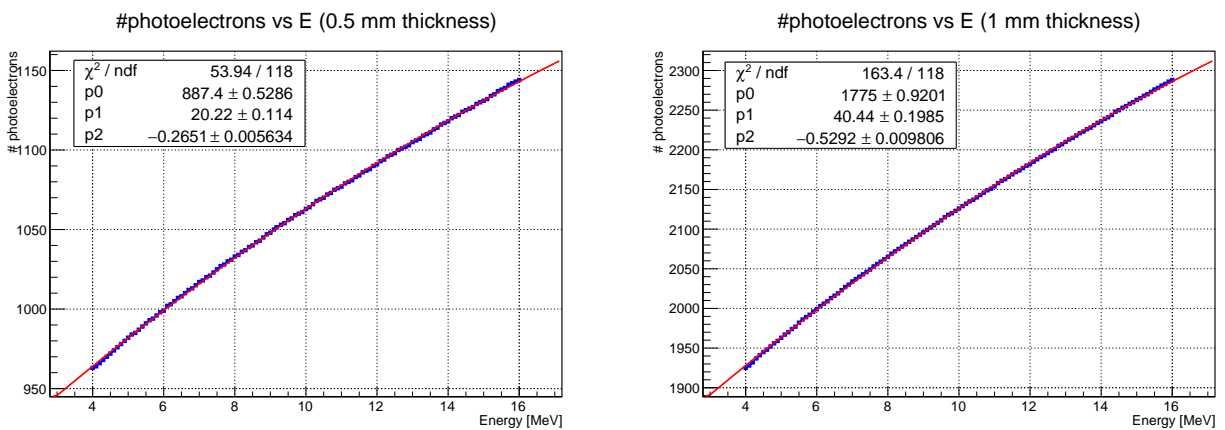


Figura 2.6: Numero di fotoni generati in funzione dell'energia della particella incidente dall'EJ200 di spessore, rispettivamente, 0.5 ed 1 mm

Queste possono essere interpolate con due parabole della forma $N_\gamma = aE^2 + bE + c$, ottenendo i parametri:

Parametri fit	spessore 0.5mm	spessore 1mm
a (MeV^{-2})	-0.265 ± 0.006	-0.53 ± 0.01
b (MeV^{-1})	20.2 ± 0.1	40.4 ± 0.2
c	887.4 ± 0.5	1774.6 ± 0.9

I valori di questi fit sono poi inseribili nel codice della simulazione per determinare il numero di fotoni generati, ad energia fissata, e si può inoltre assumere, dalla precedente approssimazione, che i quanti di luce siano emessi lungo la direzione di penetrazione:

- isotropicamente;
- uniformemente.

Simulazione per le alfa

Per le particelle alfa, la formula 2.1 non è più valida, e la situazione si complica notevolmente. In assenza di un'analisi sperimentale della risposta a questo genere di radiazione dello scintillatore utilizzato, bisogna dunque ricorrere ad approssimazioni le quali possono descrivere solo *qualitativamente* l'andamento fornendo informazioni sulle dipendenze più importanti. Il metodo approssimato, adottato in questo lavoro, per la produzione dei fotoni è il seguente:

- generazione solo in superficie;
- numero stimato a partire da quello degli elettroni veloci e diminuito di un fattore di quenching (Q_α) compreso tra 0.1 e 0.3;
- emissione isotropica.

2.1.4 Propagazione della luce

Una delle principali problematiche nel modellizzare la propagazione della luce all'interno di un mezzo, è la sua duplice natura, ondulatoria e corpuscolare. La radiazione elettromagnetica è infatti descritta esattamente dalle equazioni di Maxwell, tuttavia quasi mai è nota la soluzione analitica del problema. Per questa ragione, solitamente, si opta tra una delle molte tecniche numeriche disponibili per la loro risoluzione. Nel nostro caso, però, risulta conveniente procedere con un altro metodo: il *ray tracing* ovvero con l'approssimazione dell'*ottica geometrica*.

Questa scelta è giustificata dalle seguenti considerazioni:

- lo spessore dello scintillatore (sia esso un disco od una fibra) è molto più grande della lunghezza d'onda d'emissione $\lambda \sim 420 \text{ nm}$;
- i fenomeni sia di scattering che di assorbimento dei fotoni nella materia sono descritti, in termini medi, attraverso la *lunghezza di attenuazione* μ la quale, in prima approssimazione, è la distanza percorsa dal raggio prima di diminuire la sua intensità di un fattore $1/e$;
- sulla superficie dello scintillatore la propagazione è determinata dalle condizioni ai bordi imposte.

L'algoritmo utilizzato in questo lavoro è schematizzato in figura 2.7. Questo è basato su metodo MC in cui si discretizza la dimensione spaziale e si trascura quella temporale.

In particolare, si generano N fotoni, in accordo alle leggi descritte nei precedenti paragrafi, e si propagano singolarmente (fisicamente non sono interagenti) con le seguenti regole:

- dichiarazione, *a priori*, della dimensione del passo unitario Δr in modo da trovare un compromesso tra velocità e precisione della simulazione (nel caso di questo studio si è scelto $\Delta r = 10 \mu m$ poiché, anche riducendolo ad $1 \mu m$, si ottengono, in media, i medesimi risultati);
- computo della probabilità di attenuazione $\psi_{att} = \frac{\Delta r}{\mu}$;

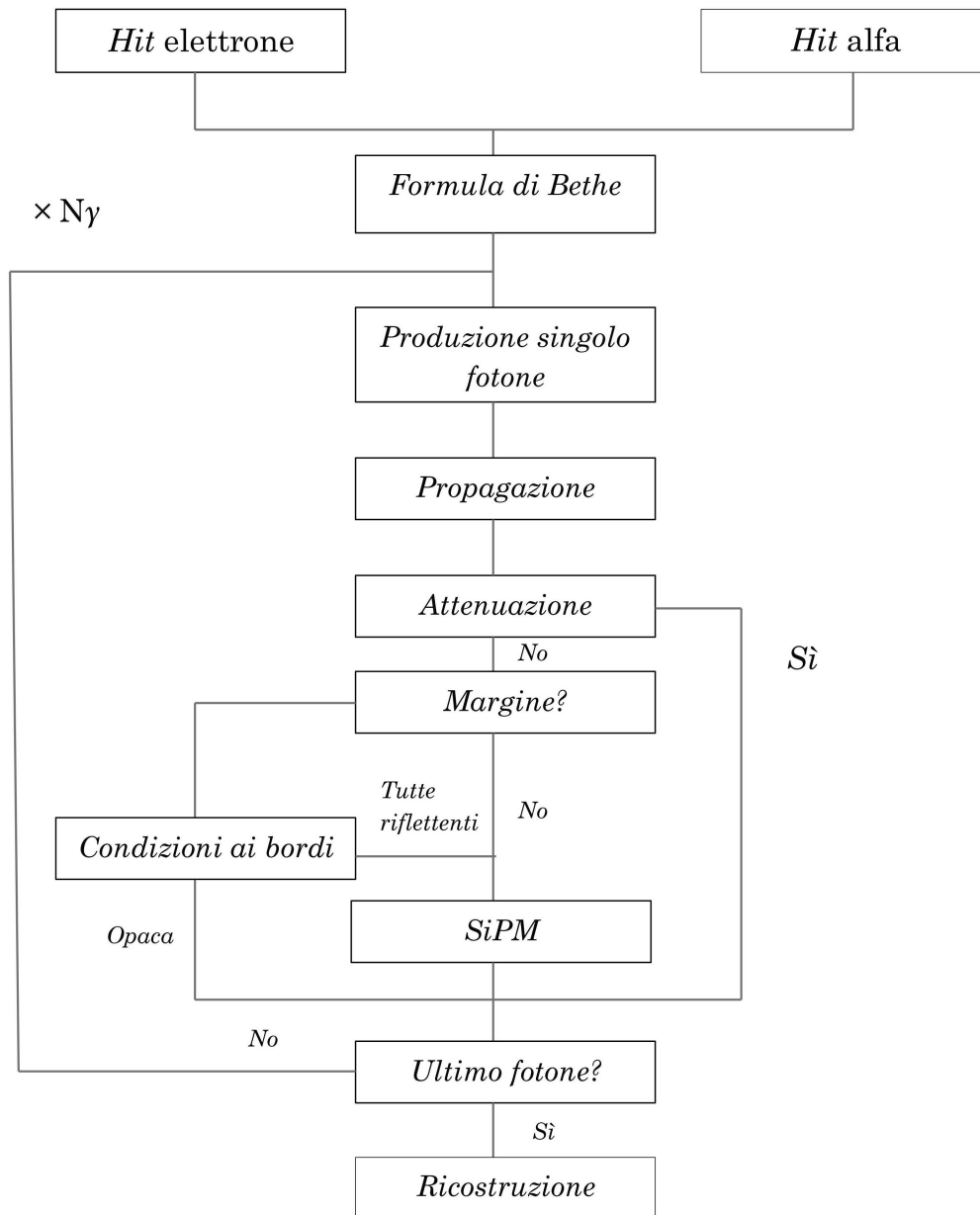


Figura 2.7: Schema dell'algorithmo MC utilizzato

- assegnazione della posizione iniziale (x_0, y_0, z_0) , in coordinate cartesiane, del singolo fotone in accordo ai vincoli imposti dall'utente, dal tipo di radiazione e dalla geometria dello scintillatore;
- assegnazione di una direzione iniziale del fotone tramite l'algoritmo:
 - determino le coordinate $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ di un punto generato casualmente in una *sfera* di raggio unitario ⁷;
 - deduco gli angoli *polare* θ e *azimutale* φ dalle precedenti coordinate

$$\theta = \arccos \tilde{z}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\tilde{y}}{\tilde{x}}\right)$$

- generazione di un numero casuale η uniformemente distribuito tra 0 e 1, prima di ogni passo;
- definizione di

$$\xi := \begin{cases} 0 & \text{se } \eta > \psi_{att} \\ 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- propagazione di un altro fotone nel caso $\xi = 1$ altrimenti si procede al passo successivo ⁸:
primo passo

$$\begin{cases} x_1 = x_0 + \Delta r \sin \theta \cos \varphi \\ y_1 = y_0 + \Delta r \sin \theta \sin \varphi \\ z_1 = z_0 + \Delta r \cos \theta \end{cases}$$

ed in generale

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + \Delta r \sin \theta \cos \varphi \\ y_{i+1} = y_i + \Delta r \sin \theta \sin \varphi \\ z_{i+1} = z_i + \Delta r \cos \theta \end{cases}$$

- verifica che il punto $(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$ non appartenga alla superficie (assumendola dello spessore del passo unitario) del solido che descrive la geometria dello scintillatore. In caso contrario, si propaga seguendo le condizioni ai margini imposte, a priori, dall'utente;
- verifica, analogamente al punto precedente, se il fotone ha raggiunto la superficie di uno dei fotorivelatori ed in tal caso esecuzione delle seguenti operazioni:
 - produzione di una lunghezza d'onda $\bar{\lambda}$ in accordo alla distribuzione Landau di figura 2.2;
 - computo della PDE⁹ a questa lunghezza d'onda:

$$\bar{\pi} := PDE(\bar{\lambda})$$

- metodo della roulette russa, analogo a quello precedente con al posto della probabilità di attenuazione ψ_{att} la PDE $\bar{\pi}$;
- nel caso $\eta < \bar{\pi}$ il quanto di luce é rivelato dal fotorivelatore producendo un segnale in corrente opportunamente processabile dall'elettronica d'acquisizione.
- reiterazione della procedura per tutti gli N fotoni prodotti dalla radiazione ionizzante.

⁷si può, ad esempio, utilizzare il metodo *Sphere* della classe *TRandom* di ROOT

⁸questo viene anche chiamato metodo della *roulette russa*

⁹per ulteriore dettagli su questa grandezza vedere il paragrafo 2.1.5

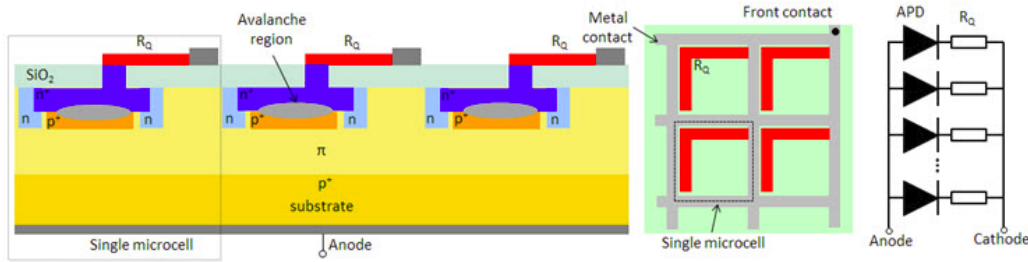


Figura 2.8: Rappresentazione schematica della struttura di un SiPM (immagine presa da [8])

2.1.5 SiPM

Il SiPM é un fotorivelatore a stato solido, formato da una matrice di pixel (anche chiamati microcelle) con una densit  compresa tra 100 e diverse 1000 di unit  per mm^2 . Ciascuna microcella   costituita da un fotodiodo a valanga in modalit  Geiger (GM-APD), anche noto come SPAD(Single Photon Avalanche Diode) per sottolineare che in questa regione   sensibile al singolo fotone, il quale   accoppiato, in serie, ad un resistore di *quenching* che, in modo passivo, tronca la scarica Geiger(GD) e permette la rivelazione del fotone successivo¹⁰. Le celle sono poi connesse in parallelo come in figura 2.8 e la tensione   di *bias* data a tutte mediante un anodo ed un catodo comune.

I SiPM, rispetto ai fototubi(PMT), presentano i seguenti vantaggi:

- operativi anche in presenza di campi magnetici intensi (fino a 15 Tesla);
- basse tensioni di alimentazione ($< 100V$) e ridotto consumo in potenza;
- robusti e di dimensioni compatte;
- lavorano anche a basse temperature;
- tempi di risposta e guadagno comparabili ai PMT;
- PDE maggiore o uguale alla QE dei PMT;

Principi di funzionamento

Alla base del funzionamento del SiPM c'  il comportamento della singola microcella in cui l'elemento fondamentale   l'APD. L'APD   essenzialmente una giunzione pn ove si ha una regione di svuotamento nella quale si possono creare coppie elettrone-lacuna(e-h) mediante l'assorbimento di un fotone sufficientemente energetico. Applicando una polarizzazione inversa alla giunzione si pu  aumentare la zona sensibile ai fotoni esterni e generare un campo elettrico di drift tale da separare le coppie e-h, accelerandole verso i rispettivi elettrodi, e determinando, come effetto macroscopico netto, la produzione di una corrente. Se la differenza di potenziale fornita($V > V_{APD}$)   tale da portare il campo elettrico a valori superiori ai $10^4 V/cm$ inizia a presentarsi l'effetto a valanga che caratterizza questi dispositivi. Infatti i portatori accelerati, sotto l'azione di questi intensi campi, hanno l'energia cinetica sufficiente a produrre ulteriori coppie e-h per ionizzazione ad impatto. Questo processo si ripete in cascata producendo cos  correnti pi  intense di diversi ordini di grandezza. A seconda della tensione di polarizzazione inversa si possono discernere due regioni in cui il fenomeno di moltiplicazione produce effetti diversi¹¹:

- *Linear Proportional Mode* ($V_{APD} < V_{bias} < V_{BD}$) in cui la valanga   principalmente generata dagli elettroni ed   in grado di produrre fino a 10^3 portatori. Tuttavia i limiti di questa configurazione sono:
 - instabilit  del guadagno (le fluttuazioni \sim al guadagno);

¹⁰in analogia con il medesimo processo nei rivelatori a gas

¹¹i valori della tensione sono espressi in modulo

- forte dipendenza dalla temperatura;
- in condizioni standard non é sensibile al singolo fotone;
- *Geiger Mode* ($V_{bias} > V_{BD}$ con $\Delta V_{ov} := V_{bias} - V_{BD} < 5V$) in cui il singolo fotone é in grado di innescare la valanga producendo tra i 10^5 e i 10^6 portatori.

Proprio per la capacità di rivelare il singolo fotone gli APD del SiPM lavorano nell'ultimo regime, tuttavia é importante osservare che:

- il dispositivo ha un comportamento *digitale*(ON/OFF) in quanto la corrente d'uscita é indipendente dall'intensità del flusso di fotoni incidenti;
- la scarica(GD) continua fintanto che il diodo é polarizzato sopra la tensione di breakdown V_{BD} . Per bloccarla e rivelare il fotone successivo si ha bisogno di un elemento esterno (passivo od attivo) che determini una caduta di potenziale.

Come si é visto, il singolo pixel del SiPM, é dotato di un resistore di *quenching* che determina la scarica, e la sua risposta é modellizzabile dal circuito elettrico presente in figura 2.9

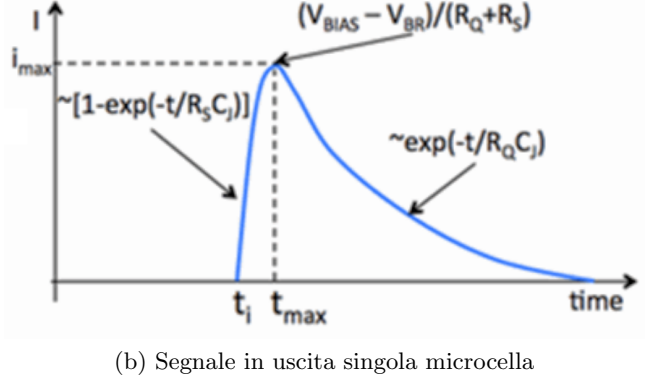
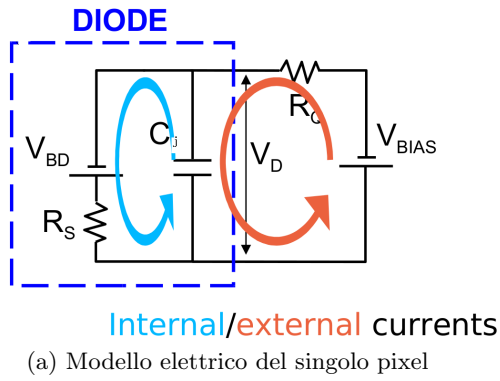


Figura 2.9: Modello elettrico e segnale in uscita di una singola microcella del SiPM, immagini prese da [9] e [7]

in cui: C_j é la capacità di giunzione, R_S la resistenza intrinseca dell'APD, R_Q la resistenza di quenching.

Quando un fotone innesca la valanga tramite il portatore carico generato, si ha il segnale illustrato nelle figura 2.9, che é dato da:

- tra t_i e t_{max} lo switch S é chiuso e si ha la scarica del condensatore con costante caratteristica $\tau_{discharge} = R_S C_j$. Contemporaneamente le correnti esterne, ovvero quelle viste ai capi del SiPM, crescono $\sim 1 - \exp(-t/\tau_{discharge})$ raggiungendo asintoticamente il picco di corrente

$$i_{max} \sim \frac{\Delta V_{ov}}{R_S + R_Q}$$

- dopo t_{max} l'interruttore é nuovamente aperto ed si il condensatore si carica, con tempo caratteristico $\tau_{quench} = R_Q C_j \gg \tau_{discharge}$, fino a raggiungere la tensione di breakdown. Parallelamente le correnti esterne decrescono $\sim \exp(-t/\tau_{quench})$ con $\tau_{quench} \sim 10 ns$.

La carica totale raccolta si ottiene integrando la corrente rispetto al tempo, tuttavia, con buona approssimazione, questa é data da

$$Q \approx i_{max} \tau_{quench}$$

A questo punto é definibile il *guadagno* del singolo pixel come

$$G := \frac{Q}{e} \approx \frac{\Delta V_{ov} C_j}{e}$$

La singola microcella produce, dunque, un segnale in corrente della forma descritta, indipendentemente dal numero di fotoni incidenti. Per avere un segnale *quasi-analogico* si costruisce allora la matrice di microcelle in parallelo (SiPM) in cui:

- ciascun pixel é indipendente dagli altri;
- il segnale totale in uscita é la *sovrapposizione lineare* dei singoli impulsi prodotti dalle celle triggerate (si veda figura 2.10).

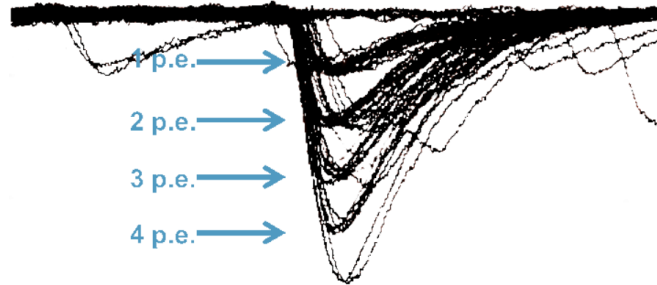


Figura 2.10: Tipico segnale in uscita di un SiPM, immagine presa da [9]

La linearit  della risposta del SiPM é dunque fortemente dipendente dal numero di fotoni che incidono su di esso e per questa ragione bisogna porre attenzione in fase di progettazione, alla scelta della densit  di pixel del fotorivelatore in misura all'intensit  luminosa prevista.

Per questo lavoro si é deciso di utilizzare il SiPM *MPPC* da $1 \times 1 \text{ mm}^2$ della *Hamamatsu* avente 900 microcelle.

PDE

Il principale parametro che caratterizza il SiPM é la sua PDE, ovvero la probabilit  che un fotone incidente su una sua microcella, produca un segnale di output in corrente rivelabile.

La PDE differisce dalla QE in quanto il SiPM, a differenza dei PMT, é un dispositivo pixelato. Questa é definita come:

$$PDE(\lambda, \Delta V_{ov}) := f \times \eta(\lambda) \times P_{GD}(\Delta V_{ov})$$

ove f é il fattore geometrico di riempimento, η l'efficienza quantica e P_{GD} la probabilit  di triggerare una scarica Geiger.

La PDE é dunque, in prima approssimazione, dipendente da:

- lunghezza d'onda della radiazione incidente;
- overvoltage.

Da un'analisi pi  accurata, risulta dipendente anche da:

- temperatura;
- angolo d'incidenza del fotone.

Tuttavia, nella simulazione svolta in questo lavoro, si tiene conto solo della lunghezza d'onda prendendo in esame una curva tipica a temperatura ambiente. Prima di entrare nel dettaglio della simulazione discutiamo brevemente i tre fattori che la caratterizzano.

Fattore di riempimento é definito come la percentuale di area del sensore fotosensibile

$$f := \frac{\Sigma_{active}}{\Sigma_{tot}}$$

Questo fattore é intrinseco alla geometria costruttiva del sensore ed é dovuto alla sua struttura a pixel. In particolare, dato che il fotorivelatore é costituito da microcelle, in ognuna di esse vi sono delle *dead zone* insensibili alla luce in quanto costituite o dal materiale atto all'isolamento ottico ed elettrico del pixel o vi é il resistore di quenching assieme alle piste del segnale. Valori tipici per questo fattore sono $f \in [0.3, 0.8]$.

Efficienza quantica é una misura della probabilitá che un fotone incidente produca una coppia e/h nella regione di svuotamento(o nella zona immediatamente adiacente) di una microcella del sensore. Questa puó raggiungere valori molto alti nei SiPM(tra 0.8 e 0.9) ed é dipendente dalla λ , dalla temperatura e dalla profonditá in cui é collocata la zona attiva.

Probabilitá di innescare una scarica Geiger é definita come la frazione di portatori carichi prodotti nella regione di svuotamento, in grado di triggerare la valanga. Questa ha una dipendenza sia dalla temperatura che dall'overvoltage.

Per la simulazione é stata considerata una curva tipica, a temperatura ambiente, messa a disposizione dalla Hamamatsu nelle specifiche tecniche dei dispositivi MPPC(illustrata in figura 2.11).

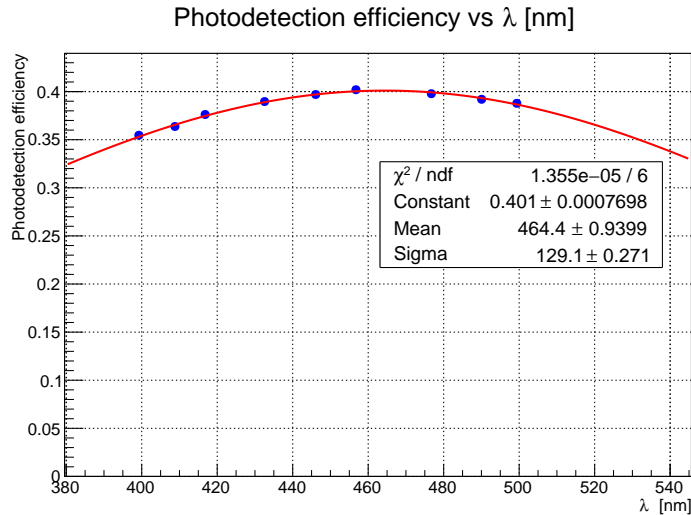


Figura 2.11: PDE al variare della lunghezza d'onda nello spettro d'emissione dello scintillatore

Nell'intervallo di lunghezze d'onda d'emissione dello scintillatore questa curva é interpolata da una gaussiana con parametri

Parametri fit	Valori
Media (nm)	464.4 ± 0.9
σ (nm)	129.1 ± 0.3
Costante	0.4012 ± 0.0008

Questi sono stati utilizzati come valori di riferimento nella simulazione MC descritta nel precedente sezione.

Noise

Le grandezze precedentemente descritte non sono le uniche che determinano la PDE infatti a questa contribuiscono anche dei termini indesiderati, detti di rumore. Questi, illustrati in figura 2.12, sono:

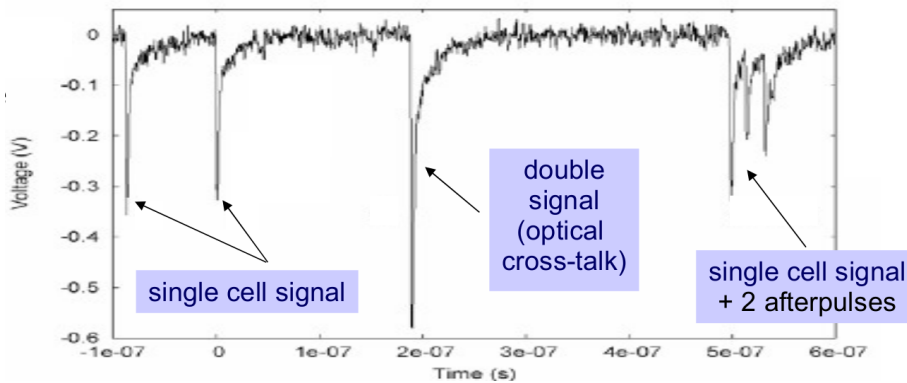


Figura 2.12: Segnali tipici di rumore di un SiPM visti all'oscilloscopio (immagine presa da [7])

Conteggi di buio sono la fonte primaria di rumore dovuta agli elettroni generati principalmente per via termica (o per effetto tunnel) nella zona attiva ove innescano la valanga producendo un segnale in corrente identico a quello del singolo fotone.

Il DCR (*Dark Count Rate*) è la grandezza che li caratterizza infatti, per definizione, è il numero di impulsi equivalenti a quelli di un singolo fotone prodotti nell'unità di tempo (e di superficie). Valori tipici per i SiPM in commercio (tra cui l'MPPC utilizzato) sono dell'ordine dei $100\text{kHz}/\text{mm}^2$. Tuttavia i numeri, tabulati nelle specifiche tecniche, sono solo di riferimento in quanto questa grandezza è influenzata dalle condizioni operative, presentando le seguenti dipendenze:

- cresce linearmente con l'overvoltage¹²;
- aumenta con la temperatura;
- scala come l'area attiva del fotorivelatore.

Crosstalk è la probabilità che, durante l'*avalanche* in una microcella, si produca un fotone tale da innescare una scarica in uno (o più) pixel adiacenti, generando un multiplo del segnale previsto. Questa grandezza dipende quadraticamente dall'overvoltage e dunque può essere limitata riducendo la tensione operativa.

Afterpulsing è dovuto ai portatori che durante il fenomeno di moltiplicazione vengono intrappolati nelle impurità del silicio e rilasciati con un certo ritardo e con un'energia tale da innescare un'ulteriore valanga anche in assenza di nuovi fotoni incidenti. Questa fonte è:

- importante a basse temperature;
- direttamente proporzionale al quadrato dell'overvoltage.

2.1.6 Limiti della simulazione

Riassumendo le principali approssimazioni ed i limiti, nella parte comune di simulazione dell'apparato strumentale, sono:

- per le α :
 - l'energia ceduta dalle particelle cariche viene depositata sulla superficie indipendentemente dal range di valori che può assumere, mentre, in realtà, lo spessore attraversato non è nullo e la distribuzione della perdita d'energia è più complessa di quella uniforme¹³;

¹²per valori crescenti di questa grandezza si hanno deviazioni dalla linearità in quanto contribuiscono ulteriori fenomeni come il crosstalk e l'afterpulsing (vedi paragrafi successivi)

¹³la distribuzione della perdita di energia $\frac{dE}{dx}$ è asimmetrica, il valore medio non coincide con quello più probabile ed ha una lunga coda verso le alte energie. Un primo tentativo di dedurre la forma analitica per via teorica è dovuto a Landau nell'articolo *On the energy loss of fast particles by ionization* - Landau, L. *J.Phys.(USSR)* 8 (1944) 201-205

- non essendo noto il fattore di quenching Q_α dello scintillatore in esame, si prende un valore compreso tra 0.1 e 0.3 nell'intervallo d'energie d'interesse¹⁴;
- nella propagazione del singolo fotone:
 - si fissa, a priori, la dimensione dello step Δr ;
 - i fenomeni di assorbimento e scattering sono descritti in termini medi da un medesimo coefficiente di attenuazione che funge da discriminante alla sopravvivenza del fotone nel metodo della roulette russa;
 - la dipendenza dalla lunghezza d'onda dell'indice di rifrazione;
 - si trascura la modellizzazione di un eventuale grasso ottico di accoppiamento tra lo scintillatore ed il SiPM, ed, in linea generale, il gap tra questi due;
 - si omette di considerare la dipendenza della PDE del SiPM da: overvoltage, temperatura ed angolo d'incidenza del fotone;
- per il conteggio si trascurano:
 - tutti i tipi di rumore;
 - eventuali non linearità della risposta del sensore all'aumentare del numero di fotoni incidenti¹⁵;
 - la lunghezza d'onda viene generata in accordo alla distribuzione Landau dell'EJ200 per ogni tipo di scintillatore.
 - la lunghezza d'attenuazione viene assunta costantemente 3.8 m e dunque é: leggermente sottostimata per il confronto con le fibre commerciali ed invece sovrastimata per gli scintillatori EJ212 e BC400.

¹⁴valori presi in accordo all'articolo *Plastic gamma sensors: an application in detection of radioisotopes* in cui vi é, in grafico, la risposta luminescente alle diverse sorgenti (elettroni, protoni e alfa) dello scintillatore BC-400

¹⁵in linea generale, la formula che lega il numero di celle colpite N_{hit} con il numero di fotoni incidenti N_γ é

$$N_{hit}(N_{tot}, \Delta V_{ov}, \lambda) = N_{tot} [1 - \exp(-\frac{PDE(\Delta V_{ov}, \lambda) N_\gamma}{N_{tot}})]$$

ove N_{tot} é il numero totale di pixel del fotorivelatore

2.2 Fibre scintillanti

Una delle configurazioni pensate per la realizzazione del beam monitor consiste in una griglia di fibre scintillanti poste su due piastre ortogonali. L'idea é infatti quella di sagomare gli scintillatori plastici studiati nel precedente paragrafo, a forma di fibre, con uno spessore dell'ordine del millimetro, in modo da propagare, per riflessione totale(TIR), la luce prodotta dall'energia depositata dal fascio, fino al fotorivelatore. Queste vengono inoltre impacchettate, in modo da formare una griglia, tale che dal segnale raccolto da ciascuno SiPM, si possa ricostruire la posizione delle particelle incidenti. Prima di entrare nei dettagli delle problematiche concernenti questa classe di sensori, conviene soffermarsi sulla fisica delle fibre ottiche ed, in particolare, di come la geometria influisca sulla quantità della luce raccolta e sulla sua uniformità.

TIR Il fenomeno che caratterizza la propagazione della luce all'interno delle guide ottiche é la riflessione totale. Dati due mezzi con indici di rifrazione diversi ($n_{core} > n_{clad}$) allora per la legge di Snell si ha l'estinzione dell'angolo di rifrazione quando l'angolo d'incidenza(θ_i) é maggiore dell'angolo critico(θ_c) che vale

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_{clad}}{n_{core}}\right)$$

Caratteristiche generali I principali parametri, che descrivono le fibre scintillanti, sono:

- numero di rivestimenti(*cladding*) che avvolgono la superficie proteggendola da eventuali perturbazioni esterne;
- geometria della sezione;
- profilo dell'indice di rifrazione, generalmente o costante(*step index*) o radiale(*graded index*).

In questo lavoro, si studiano fibre a:

- singolo cladding, le quali hanno un'efficienza di cattura (*trapping efficiency*) minore rispetto alla controparte *multicladding*, tuttavia sono indicate quando si richiede un numero non troppo elevato di fotoni per evitare di saturare il SiPM, e/o c'è un *gap* tra la fibra ed il fotosensore;
- ad indice di rifrazione costante in modo da poter propagare la luce con l'approssimazione dell'ottica geometrica tradizionale;
- di sezione circolare e quadrata.

Condizioni ai bordi Per quanto riguarda i fenomeni che avvengono ai margini dello scintillatore si possono fare ulteriori considerazioni:

- le riflessioni parziali per angoli $\theta_i < \theta_c$ sono regolate dai coefficienti di Fresnel¹⁶ che generalmente assumono valori sensibilmente diversi da 0 solo per grandi angoli d'incidenza. Inoltre, poiché la geometria del sistema conduce a riflessioni multiple, il contributo di questi raggi é trascurabile e si può, dunque, omettere nella modellizzazione numerica.
- per aumentare la *trapping efficiency* si possono rivestire le superficie dello scintillatore con dei riflettori(come illustrato in figura 2.13), i quali possono produrre una riflessione:
 - speculare, in cui l'angolo riflesso é uguale a quello incidente ($\theta_i = \theta_r$);

¹⁶data un'onda *non polarizzata* questa si può decomporre nella somma di un'onda polarizzata rettilineamente lungo il piano d'incidenza π ed una ortogonalmente a questo, nel piano σ . Per questa ragione il coefficiente di riflessione assume la forma

$$R = \frac{1}{2}(R_\pi + R_\sigma) = \frac{1}{2} \left[\frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} + \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} \right]$$

Per la deduzione completa di questa formula si può vedere, ad esempio, il *Mazzoldi, Nigro, Voci - Fisica 2, Elettromagnetismo e Onde*

- diffusa, in cui la luce viene riflessa in ogni direzione all'interno della fibra, con un'intensità in accordo alla *legge del coseno di Lambert* (LCL) ovvero

$$\frac{I_{diff}}{I_{inc}} \sim \cos(\alpha)$$

ove α é l'angolo tra la direzione del fascio incidente e la normale alla superficie su cui viene riflesso.

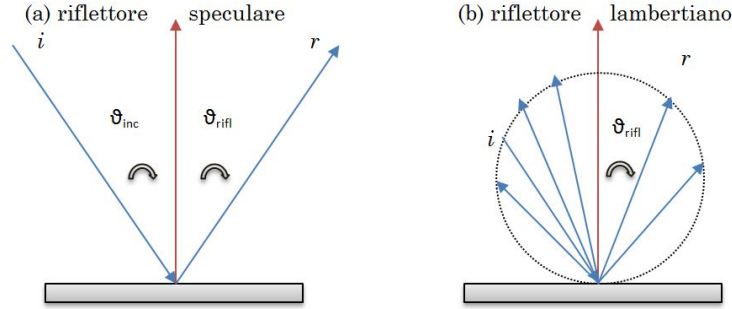


Figura 2.13: Riflessione della luce nei riflettori, rispettivamente, speculare e diffuso

Entrambe le tipologie saranno implementate numericamente per la fibra di sezione adottata e la loro applicabilità sarà discussa dettagliatamente nel paragrafo 2.2.3.

Modalità operativa Il codice implementato per le fibre di diversa sezione é stato testato sulle fibre commerciali, le quali, rispetto agli scintillatori plastici studiati, presentano:

- indici di rifrazione del *core* e lunghezze di attenuazione leggermente superiori (rispettivamente $n_{core} = 1.59/1.6$ e $\mu > 4.0m$);
- un'efficienza di scintillazione inferiore, infatti per ogni MeV/ee depositato vengono prodotti ~ 8000 fotoni.

Nell'impossibilità di attuare misure sperimentali dirette sia sulle fibre commerciali che su un prototipo di quelle pensate per il sensore (ovvero sagomando e rivestendo l'EJ200), si é verificata l'attendibilità dei risultati delle simulazioni a partire dai dati delle specifiche tecniche fornite dai costruttori e da modelli teorici. Infine, inserendo i parametri caratteristici degli scintillatori plastici analizzati nei precedenti paragrafi, si sono ottenute delle stime delle grandezze d'interesse, in particolar modo dell'efficienza di cattura.

2.2.1 Sezione circolare

All'interno di una fibra di sezione circolare ad indice di rifrazione costante la luce si propaga principalmente in due modi(come illustrato in figura 2.14):

- *meridional ray* che hanno origine esattamente nell'asse di simmetria del cilindro e lo attraversano sempre anche dopo molte riflessioni;
- *skew ray* che hanno origine vicino ai bordi della fibra e non intercettano mai l'asse.

L'ultimo tipo di raggio ha una piú alta efficienza di cattura ma il suo moto elicoidale (dovuto alle molteplici riflessioni) lo conduce a percorrere distanze piú lunghe e dunque ad avere una maggiore probabilità di attenuazione.

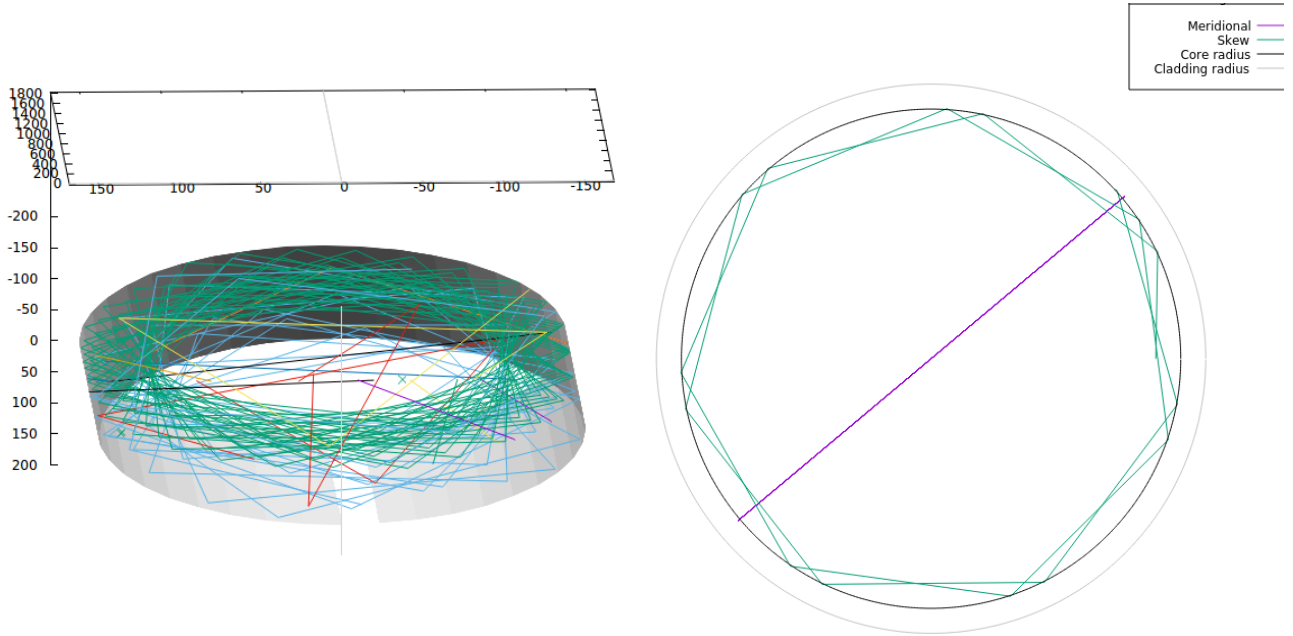


Figura 2.14: A sinistra, ray tracing in una fibra a sezione circolare. A destra, vista in sezione dei raggi di tipo skew (in verde) e meridional (in viola) dopo una decina di riflessioni all'interno della fibra. Entrambe le immagini sono tratte dal tracciamento dei fotoni propagati con il codice implementato.

Derivazione teorica delle efficienze di cattura

La trapping efficiency dei raggi meridional è deducibile per via teorica, assumendo un'emissione isotropica della luce in prossimità dell'asse. In questo caso solo i fotoni contenuti all'interno del cono di angolo al vertice

$$\phi_c = \frac{\pi}{2} - \theta_c$$

possono raggiungere una delle superficie estremali del cilindro, come illustrato in figura 2.15.

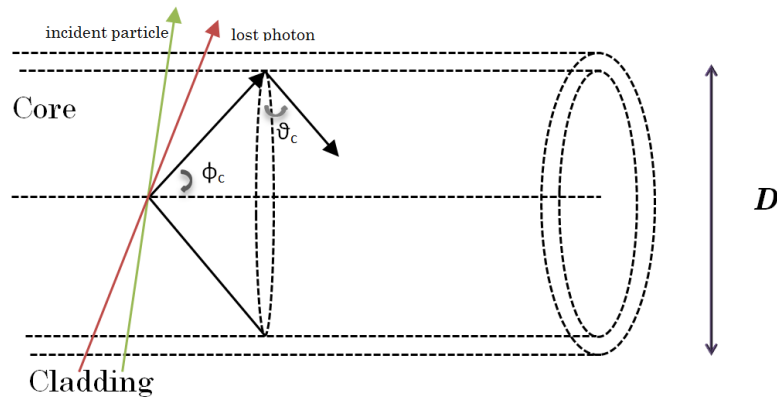


Figura 2.15: Cono d'accettazione per TIR in una fibra a sezione circolare

Il computo analitico della percentuale di fotoni che arrivano ad un estremo della fibra si ottiene considerando la frazione dell'angolo solido della sfera unitaria sottesa da questo cono

$$\epsilon_m = \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\phi_c} \sin\theta d\theta}{4\pi} = \frac{1}{2}(1 - \cos\phi_c) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{n_{clad}}{n_{core}}\right)$$

dove nell'ultimo passaggio si è usata la legge di Snell.

Per quanto concerne i raggi skew la formula è ¹⁷

¹⁷per una deduzione di questa formula si può consultare l'articolo C.P.Achenbach, *Active optical fibres in modern particle physics experiments*, (2004)

$$\epsilon_s = \frac{1}{2}(1 - \cos \phi_c) \cos \phi_c$$

Nelle specifiche tecniche delle fibre commerciali, come sottolineato nell'articolo [14], generalmente si trovano solo le efficienze per i raggi *meridional*, ma queste devono essere considerate unicamente come limite inferiore alla capacità di intrappolamento della fibra, la quale é piú vicina¹⁸ all'estremo superiore che é dato da

$$\epsilon_{tot} = \epsilon_s + \epsilon_m = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{n_{clad}}{n_{core}} \right)^2 \right]$$

Nella tabella 2.2 si trovano le efficienze presenti nelle brochure delle fibre Bicron della St.Gobain ([12]) e di quelle della Kuraray([13]). Inoltre si trovano stimate quelle teoriche a partire dai valori sperimentali dichiarati dai costruttori.

Tabella 2.2: Efficienze teoriche delle principali fibre commerciali a sezione circolare

	Bicron	Kuraray
Indice di rifrazione del core	1.60	1.59
Indice di rifrazione del cladding	1.49	1.49
Angolo massimo del cono	21.4°	20.3°
ϵ_m (meridional)	3.44%	3.14%
ϵ_s (skew)	3.20%	2.95%
ϵ_t (totale)	6.64%	6.09%

Implementazione delle condizioni ai bordi

Nel *toy Monte Carlo*, la propagazione della luce all'interno del core della fibra avviene tramite il metodo del trasporto dei fotoni descritto nel paragrafo 2.1.4. Per quanto riguarda le condizioni ai margini, quando un fotone incide sulla superficie con un angolo d'incidenza maggiore di quello critico si ha riflessione totale e la nuova direzione é data da

$$\mathbf{v}_{new} = \mathbf{v}_{old} - 2(\mathbf{v}_{old} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$$

con \mathbf{v}_{old} la direzione del raggio incidente e \mathbf{n} la normale alla superficie incidente.

Nell'implementazione numerica, data la particolare geometria, si possono distinguere due modi d'incidenza, in cui il fotone raggiunge:

- la base del cilindro opposta a quella ove é collocato il SiPM;
- un bordo della superficie curvilinea del cilindro.

Scelto il sistema di coordinate di figura 2.16 nel primo caso si ha

$$\hat{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\widehat{\mathbf{v}_{old}} = \frac{\mathbf{v}_{old}}{\|\mathbf{v}_{old}\|} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$\alpha_{inc} = \min\{\theta, \pi - \theta\}$$

¹⁸precisamente, é sempre inferiore a quella massima per via delle attenuazioni che avvengono in una fibra reale

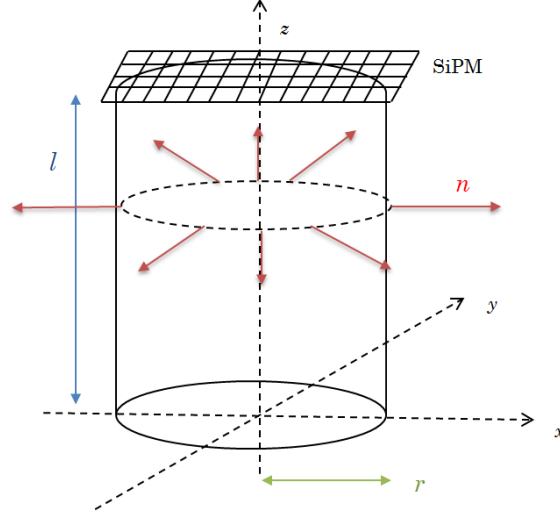


Figura 2.16: Sistema di coordinate della fibra a sezione circolare

$$\widehat{\mathbf{v}}_{\text{new}} = \frac{\mathbf{v}_{\text{new}}}{\|\mathbf{v}_{\text{new}}\|} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ -\cos \theta \end{pmatrix}$$

Numericamente

$$\begin{cases} \varphi_{\text{new}} = \varphi_{\text{old}} \\ \theta_{\text{new}} = \pi - \theta_{\text{old}} \end{cases}$$

Nel secondo caso, $\widehat{\mathbf{v}}_{\text{old}}$ é identico al precedente, mentre

$$\hat{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix}$$

con ϕ l'angolo formato dal raggio con l'asse x. L'angolo d'incidenza é dato da

$$\cos \alpha_{\text{inc}} = \frac{|\mathbf{v}_{\text{old}} \cdot \mathbf{n}|}{\|\mathbf{v}\| \|\mathbf{n}\|} = \sin \theta \cos \beta$$

con ¹⁹ $\beta = \phi - \varphi$

se questo é maggiore di quello critico si possono scomporre i due moti (nel piano xy e lungo z) e nel piano si procede, in accordo ai nomi degli enti gemometrici di figura 2.17, implementando

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} x_i - x_{i-1} \\ y_i - y_{i-1} \end{pmatrix} \quad \hat{\mathbf{n}} = \frac{1}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v}' = \begin{pmatrix} x_{i+1} - x_i \\ y_{i+1} - y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i - x_{i-1} \\ y_i - y_{i-1} \end{pmatrix} - \frac{2}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} [(x_i - x_{i-1})x_i + (y_i - y_{i-1})y_i] \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$$

¹⁹per stimare quest'angolo un metodo che si puó utilizzare é: data la retta congiunte i punti (x_0, y_0) e (x_i, y_i) se ne trova la distanza con l'origine nel piano xy

$$d(\rho, 0) = \frac{|q|}{\sqrt{1+m^2}}$$

con $m = \frac{y_i - y_0}{x_i - x_0}$ e $q = y_0 - mx_0$. Essendo ρ il raggio della sezione circolare del cilindro, si ha

$$\sin \beta = \frac{d}{\rho}$$

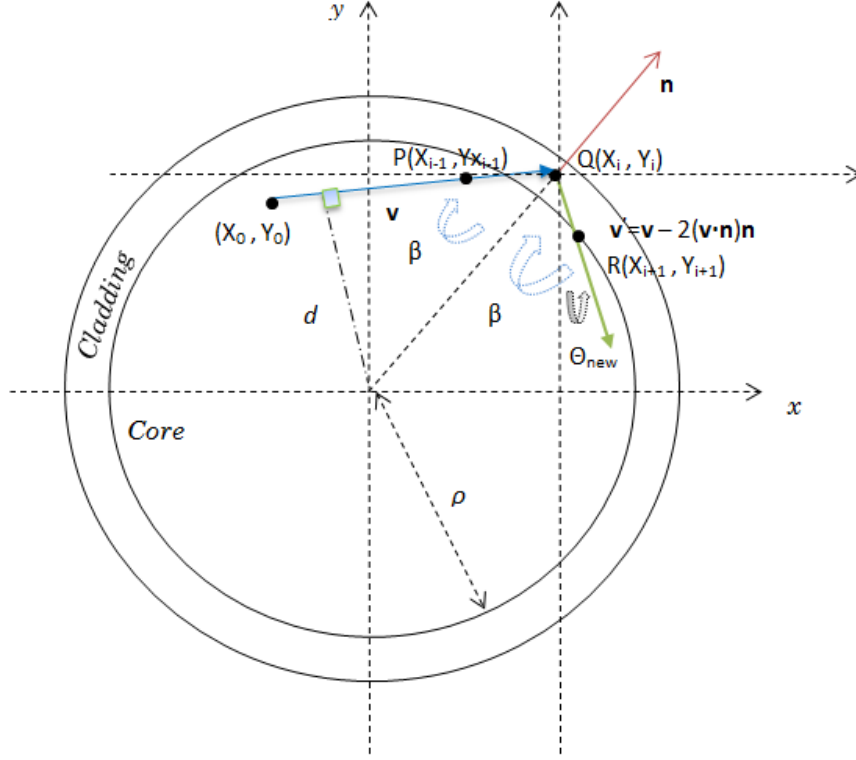


Figura 2.17: Vista nel piano xy della nuova direzione dopo una riflessione nella superficie cilindrica della fibra

quindi la nuova direzione é

$$\begin{cases} x_{i+1} = v'_x + x_i \\ y_{i+1} = v'_y + y_i \end{cases} \quad \theta_{new} = \arctan\left(\frac{v'_y}{v'_x}\right)$$

Risultati

Prima di avviare il programma nella sua versione completa, descritta dai parametri della tabella 2.3, se ne é utilizzata una ridotta in cui vengono generati solo raggi *meridional* ovvero i fotoni sono prodotti lungo l'asse ($x=0$ e $y=0$) a z fissata e non si tiene conto della riflettività (parametro descritto successivamente nel paragrafo). I risultati, per 1000 simulazioni a 5MeV per z variabile da 1 a 19.5 mm, sono illustrati in figura 2.18

I valori ottenuti fino a 18.5 mm sono in ottimo accordo con quelli teorici poiché dall'interpolazione con una retta costante $\langle \epsilon_m \rangle = p_0$ si ha:

Parametri del fit	Kuraray	Bicron
$\langle \epsilon_m \rangle = p_0$	$(3.120 \pm 0.004)\%$	$(3.421 \pm 0.004)\%$
χ^2/NDF	0.008/19	0.005/19
Valori attesi dalle specifiche	3.14%	3.44%

Inoltre il fatto che l'efficienza media interpolata sia leggermente sottostimata rispetto a quella teorica ed aumenti drasticamente quando si é prossimi al SiPM (in maniera pressoché indipendente dal tipo di fibra) é un ulteriore indice della bontá della simulazione, infatti nel primo caso bisogna tenere presente che la deduzione analitica non considera l'assorbimento nel bulk e quindi sovrastima la reale efficienza; mentre nell'ultimo caso si ha che, avvicinandosi al margine, cresce la probabilità che un fotone raggiunga il fotosensore senza compiere alcuna riflessione e quindi, potenzialmente, questo può essere prodotto con angolo maggiore di quello del cono d'accettazione ($\phi_c \approx 20^\circ$).

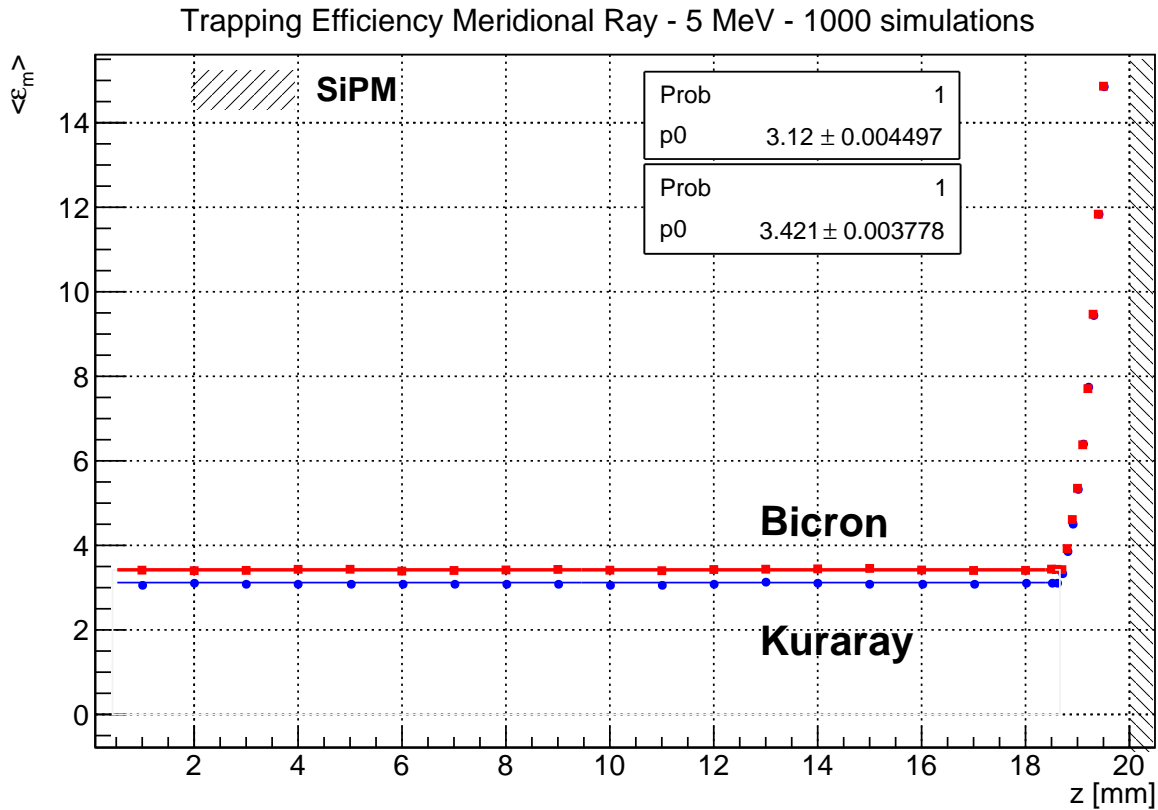


Figura 2.18: Efficienza di cattura, al variare della posizione, per i raggi *meridional*

Passando alla versione completa, fissate le coordinate x e z dall'utente, quella y viene generata uniformemente in accordo al seguente algoritmo $y_0 = \mathcal{U}$ con \mathcal{U} un numero casuale generato uniformemente nell'intervallo $[-\sqrt{r^2 - x_0^2}, \sqrt{r^2 - x_0^2}]$.

Riflettività Per rendere piú realistica la simulazione é stato aggiunto un termine fenomenologico \mathcal{R} il quale tiene conto delle seguenti proprietá del sistema fisico in esame:

- *leaky ray* ovvero raggi che secondo le leggi dell'ottica geometrica dovrebbero essere totalmente riflessi ma, per via della curvatura della superficie, subiscono delle perdite;
- impuritá nella superficie dello scintillatore, la quale, non essendo perfettamente liscia, ha una riflettivitá effettiva per TIR sempre minore di 1;
- il coefficiente di attenuazione aumenta quando il fotone é nell'interfaccia core-cladding.

Questo contributo é difficilmente computabile per via analitica e per tale ragione viene assunto come un parametro libero di *matching* il quale diventa influente quando si hanno molteplici riflessioni ovvero per:

- raggi di tipo *skew*
- riflettori speculari o diffusivi sulle superficie dello scintillatore.

Un valore tipico per questo parametro é ²⁰ $\mathcal{R} = 0.9999$. Il programma finale presenta i parametri delle tabelle 2.3 e 2.4 come, rispettivamente, di input e di output.

Mantenendo la coordinata x fissa sull'asse della fibra ($x = 0$) e variando la coordinata z nell'intervallo da 1 a 18.5 mm si ottengono i risultati illustrati in figura 2.19

Dai fit, eseguiti nel intervallo tra 1 mm e 17 mm, si ricavano i parametri

²⁰tratto dall'articolo [15]

Tabella 2.3: Parametri di input per la fibra a sezione circolare

Parametri di input	Valori tipici
Numero di simulazioni	1000
Lunghezza d'attenuazione(m)	3.8
Raggio r (mm)	0.5
Profondità ℓ (mm)	20
Energia (MeV)	5
x-coordinata iniziale ($\in [-r, r]$)	0
z-coordinata iniziale ($\in [0, \ell]$)	variabile nell'intervallo $[1, 18.5]mm$
PDE	OFF
Indice di rifrazione del core	1.59
Indice di rifrazione del cladding	1.49
Riflettività \mathcal{R}	0.9999

Tabella 2.4: Parametri di output per la fibra a sezione circolare

Parametri di output	Valori tipici	Percentuali
Numero di fotoni rivelati	64	4.1 %
Numero di fotoni persi per assorbimento nel bulk	3	0.2%
Numero di fotoni persi per assorbimento alla Fresnel	1504	95.7 %
Numero di fotoni persi per assorbimento nelle superficie	1	0.06 %
Trapping Efficiency media		4.84 %
RMS		0.30 %

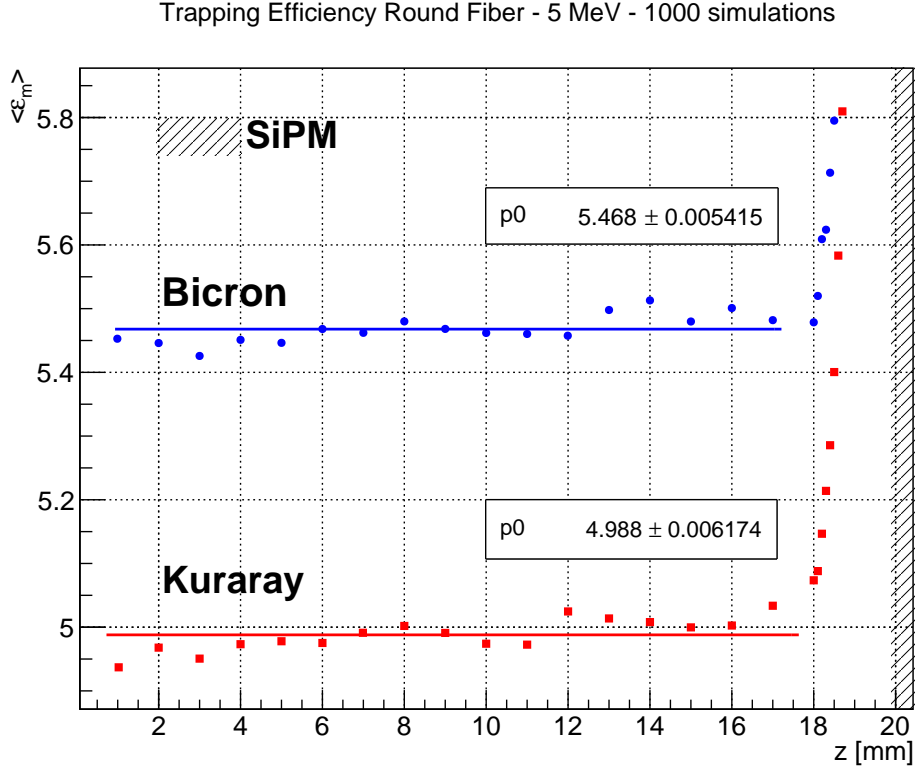


Figura 2.19: Efficienza di cattura al variare della posizione della particella incidente per una fibra a sezione circolare

Parametri del fit	Kuraray	Bicron
$\langle \epsilon_m \rangle = p_0$	$(4.988 \pm 0.006)\%$	$(5.468 \pm 0.005)\%$
χ^2/NDF	0.01/16	0.008/16
Valori massimo atteso	6.09%	6.44%

Le efficienze medie stimate dalle interpolazioni hanno solamente un valore indicativo, in quanto la dipendenza é visivamente non lineare in funzione della posizione sull'asse. Tuttavia si puó osservare che:

- tutte le efficienze medie, per entrambe le fibre, sono sempre inferiori al valore massimo previsto teoricamente e sempre maggiori di quelle computate con solo raggi *meridional*;
- vi é una disomogeneitá piú marcata nella raccolta della luce, la quale é piú grande di qualche decimo di punto percentuale dopo i 10 mm rispetto alle posizioni piú vicine al bordo;
- per posizioni prossime al SiPM, analogamente al caso precedente, l'efficienze diventano indipendenti dal tipo di fibra.

Infine, per quanto concerne l'accoppiamento con la PDE del SiPM, si ha che attivandola il numero di fotoni acquisiti dal fotosensore si riduce ad un terzo dei quanti di luce che arrivano all'estremitá della fibra (si veda la tabella dei parametri di output). Reiterando l'analisi anche per l'EJ200 ($n_{core} = 1.58$), rivestito con il medesimo cladding, per un elettrone incidente da 5 MeV, si ha il numero medio di fotoni rivelati $\langle N_\gamma \rangle$ presente in tabella 2.5

Tabella 2.5: Numero medio di fotoni rivelati da un SiPM accoppiato ad una fibra circolare a singolo cladding

	Kuraray	Bicron	EJ200
$\langle N_\gamma \rangle$	28	31	32

2.2.2 Sezione quadrata

Nelle guide ottiche a sezione quadrata la distinzione tra i raggi di tipo *skew* e *meridional* perde d'importanza in quanto, essendo l'area di raccolta piú grande, vi é una distribuzione piú omogenea ed uniforme alla fine della fibra. Le efficienze di cattura delle principali fibre coomerciali a sezione quadrata sono illustrate in tabella 2.6

Tabella 2.6: Efficienze di cattura delle fibre a sezione quadrata

	Bicron	Kuraray
Indice di rifrazione del core	1.60	1.59
Indice di rifrazione del cladding	1.49	1.49
ϵ_t (trapping efficiency)	4.4%	4.2%

Implementazione delle condizioni ai bordi

Le condizioni ai margini per le fibre a sezione quadrata, scelto il sistema di coordinate di figura 2.20, si possono dividere in tre casi:

- se $z = 0$ o $z = d$

$$\hat{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \cos \alpha_{inc} = \cos \theta \quad \begin{cases} \varphi_{new} = \varphi_{old} \\ \theta_{new} = \pi - \theta_{old} \end{cases}$$

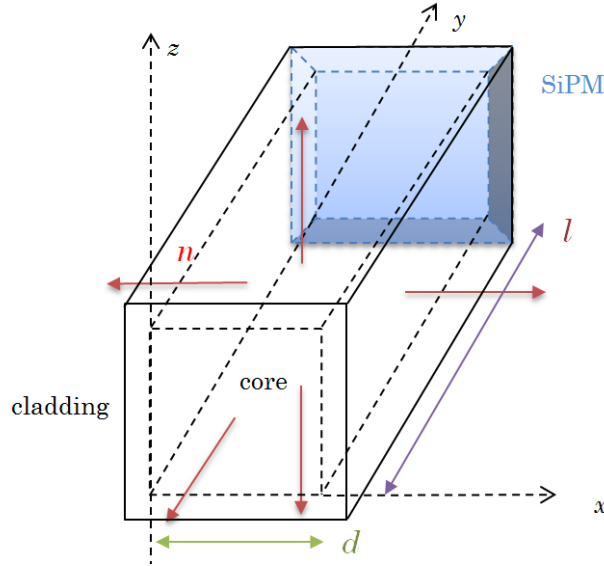


Figura 2.20: Sistema di coordinate scelto per le fibre a sezione quadrata

- se $x = 0$ o $x = d$

$$\hat{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \cos \alpha_{inc} = \sin \theta \cos \varphi \quad \begin{cases} \varphi_{new} = \pi - \varphi_{old} \\ \theta_{new} = \theta_{old} \end{cases}$$

- se $y = 0$

$$\hat{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \cos \alpha_{inc} = \sin \theta \sin \varphi \quad \begin{cases} \varphi_{new} = 2\pi - \varphi_{old} \\ \theta_{new} = \theta_{old} \end{cases}$$

Il programma finale si implementa, analogamente al precedente, ma con le seguenti modifiche:

- dopo una riflessione, la nuova direzione é determinate dalle condizioni ai bordi descritte in questo paragrafo;
- la coordinata iniziale si ottiene generando un numero casuale \mathcal{U} uniformemente distribuito nell'intervallo $[0, d]$ con d il lato della sezione quadrata.

Risultati

Considerando i parametri di input della tabella 2.7, fissando la coordinata x al centro della fibra ($x = 0.5 \text{ mm}$) e variando la coordinata y , i risultati della simulazione sono illustrati in figura 2.21

Dai fit, eseguiti nel intervallo tra 1 mm e 18mm, si ricavano i parametri

Parametri del fit	Kuraray	Bicron
$\langle \epsilon_m \rangle = p_0$	$(4.006 \pm 0.007)\%$	$(4.388 \pm 0.007)\%$
χ^2/NDF	0.02/17	0.02/17
Valori massimo atteso	4.2%	4.4%

Dall'efficienza medie interpolate si evince che:

- il grado di uniformitá é maggiore rispetto alle fibre cilindriche e permette di confrontare i valori computati direttamente con i parametri teorici;
- la stima per le Bicron é in accordo con quella dichiarata dai costruttori, mentre per le Kuraray questa é leggermente sottostimata.

Tabella 2.7: Parametri di input della fibra a sezione quadrata

Parametri di input	Valori
Numero di simulazioni	1000
Lunghezza d'attenuazione(m)	3.8
Lato della sezione quadrata d (mm)	1
Profondità ℓ (mm)	20
Energia (MeV)	5
x-coordinata iniziale (mm)	0.5
y-coordinata iniziale (mm)	variabile nell'intervallo $[1, \ell - \frac{d}{2}]$
PDE	OFF
Indice di rifrazione del core	1.59 /1.6
Indice di rifrazione del cladding	1.49
Riflettività \mathcal{R}	0.9999

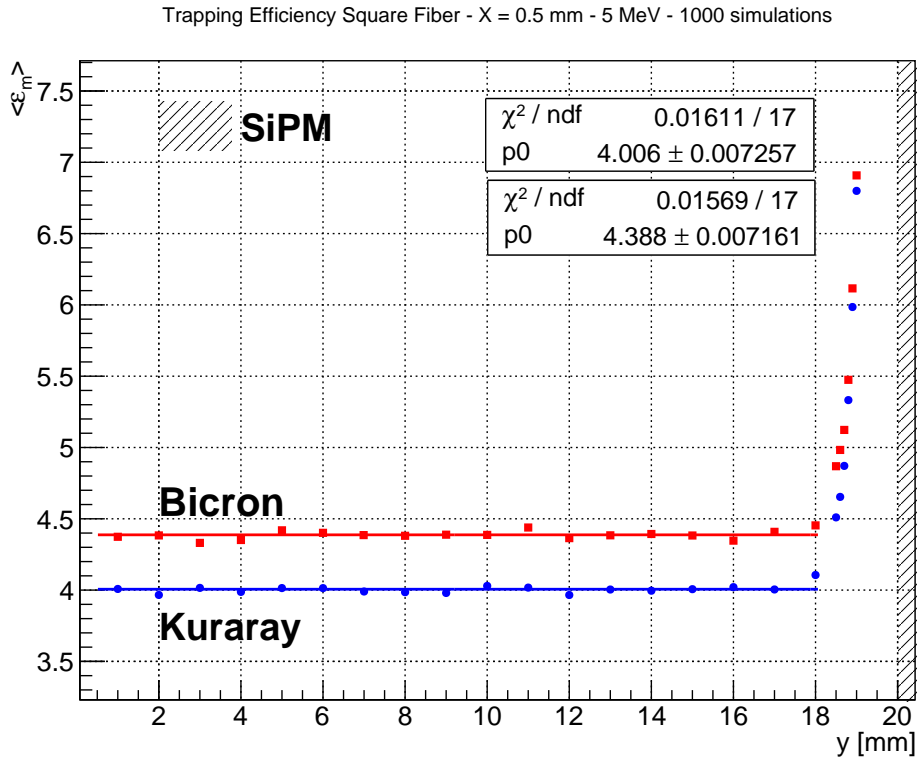


Figura 2.21: Efficienza di cattura della fibra a sezione quadrata al variare della posizione lungo l'asse

- in prossimità del SiPM il comportamento risulta indipendente dal tipo di fibra per lo stesso motivo descritto precedentemente.

La lieve discrepanza nella stima dell'efficienza delle fibra ad indice di rifrazione minore é dovuta molto probabilmente al fatto che, per costruzione, queste hanno i bordi piú smussati (come illustrato nella figura tratta dalla brochure della casa produttrice)

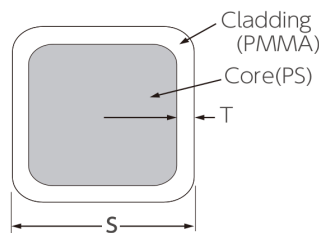


Tabella 2.8: Numero medio di fotoni rivelati da una fibra a sezione quadrata

	Kuraray	Bicron	EJ200
$\langle N_\gamma \rangle$	23	25	26

e dunque un comportamento piú simile a quelle cilindriche le quali hanno un parametro di cattura piú grande.

Attivando nella simulazione la PDE del SiPM e, analogamente alle fibre circolari, considerando anche l'EJ200, si ha il numero medio di fotoni $\langle N_\gamma \rangle$ rivelati, per un elettrone incidente da 5 MeV, rappresentato in tabella 2.8

Confronto tra i due tipi di fibre

Le fibre di diversa sezione finora analizzate nelle simulazioni non presentano differenze sostanziali nelle efficienze di intrappolamento, se non:

- l'uniformit  lungo l'asse   leggermente piú marcata per quelle a sezione quadrata;
- il numero di fotoni medio rivelato dal SiPM   lievemente maggiore per quelle circolari

Un ulteriore confronto consiste nel verificare l'uniformit  *laterale* ovvero, nei rispettivi sistemi di coordinate, spostandosi lungo x . Fissata la coordinata parallela alla dimensione piú lunga della fibra, a 10 mm e l'altra generata uniformemente nell'intervallo disponibile, si sono ottenuti i grafici ²¹ illustrati in figura 2.22

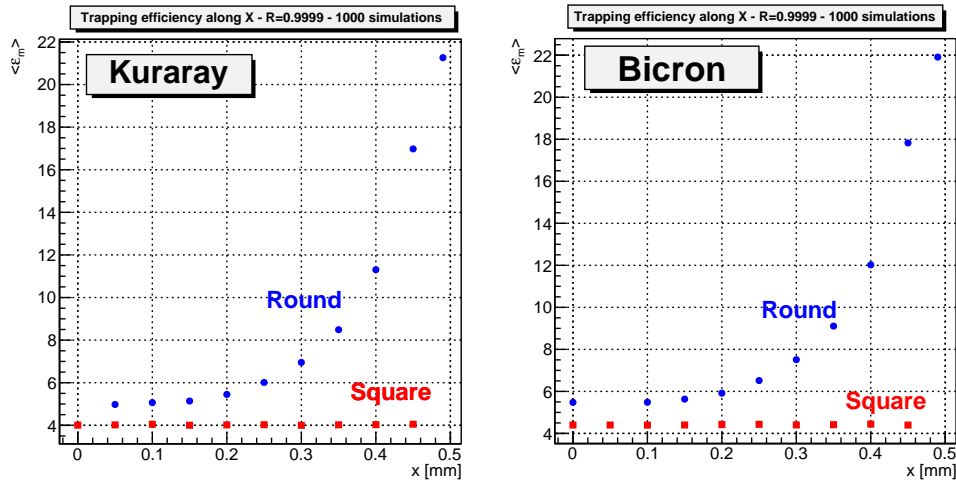


Figura 2.22: Confronto dell'uniformit  laterale tra le fibre di sezione circolare e quadrata con la particella passante per il punto medio del loro asse

da questi si evince maggiormente la forte dipendenza dell'uniformit  di raccolta dalla sezione della fibra.

2.2.3 Configurazione a griglia

Nella configurazione a griglia pensata per il sensore di posizione si richiede:

- un numero di fotoni sufficientemente grande da distinguersi chiaramente dal rumore ma tale da non saturare il SiPM;
- la maggiore uniformit  di raccolta per ciascuna fibra;

²¹la coordinata x del sistema di riferimento della fibra quadrata   stato traslato di $d/2$ per rendere piú leggibile il grafico

- la minore percentuale di superficie insensibile alla luce.

Dall'analisi svolta, la sezione che adempie meglio a questi requisiti é quella quadrata, la quale verrà ulteriormente analizzata nei seguenti paragrafi.

Una rappresentazione schematica della configurazione é illustrata in figura 2.23

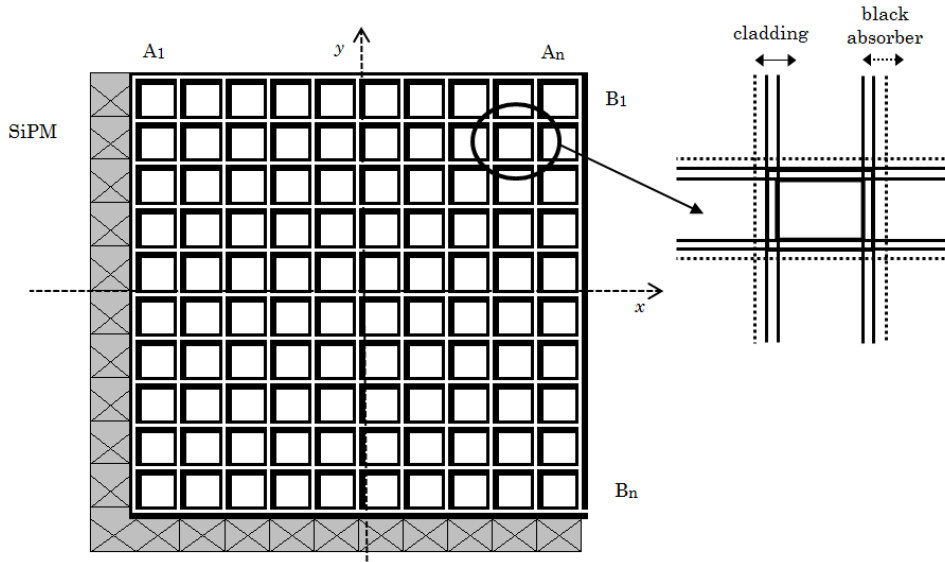


Figura 2.23: Schema della configurazione a griglia

Riflettori

Come si é visto, l'efficienza di intrappolamento dipende fortemente dai processi fisici che avvengono nell'interfaccia core-cladding della fibra. Per aumentarla una delle tecniche piú comunemente utilizzate é quella di rivestire le superficie dello scintillatore con dei riflettori. I due tipi principali, speculari e lambertiani, sono stati simulati, per una guida a sezione quadrata con un lato di 1mm ed una profonditá di 2cm, ottenendo i seguenti risultati.

Speculari Per i riflettori speculari si ha riflessione totale per ogni angolo d'incidenza. La nuova direzione é dunque calcolata con le medesime procedure numeriche descritte precedentemente, ad eccezione del vincolo sull'angolo critico che cessa di sussistere. I migliori riflettori, per la regione dello spettro di emissione dello scintillatore, sono i fogli di alluminio i quali presentano una riflettivitá ²²(R_{mat}) pari a $\sim 90\%$. Interpretando questo valore come un'ulteriore probabilitá di sopravvivenza alla "roulette russa" del fotone incidente sulla superficie riflettente si puó avviare una nuova simulazione, inserendo i riflettori su tutte e cinque le superficie libere. Considerando i parametri di input della tabella 2.9 e che a questa energia il numero totale di fotoni generati per ciascuna simulazione é 1965, si ottiene il grafico di figura 2.24.

Lambertiani Per i riflettori diffusi la direzione del fotone riflesso segue la legge del coseno di Lambert. Numericamente si generano ²³

²²valore preso da [5]

²³ove

$$R_{\theta} = \frac{\int_0^{\bar{\theta}} \sin \theta \cos \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta} = \sin^2 \bar{\theta}$$

per ulteriori dettagli si puó consultare l' articolo *The correct and incorrect generation of a cosine distribution of scattered particles for Monte-Carlo modelling of vacuum systems*, John Greenwood, 2002

Tabella 2.9: Parametri di input della simulazione con i riflettori speculari

Parametri di input	Valori
Numero di simulazioni	1000
Lunghezza d'attenuazione(m)	3.8
Energia (MeV)	5
x-coordinata iniziale (mm)	0.5
y-coordinata iniziale (mm)	variabile nell'intervallo da 1 a 18 mm
PDE	ON
Riflettività riflettore R_{mat}	0.90
Riflettività scintillatore \mathcal{R}	0.9999

$$\bar{\theta} = \arcsin(\sqrt{R_\theta})$$

$$\bar{\varphi} = 2\pi R_\varphi$$

con R_θ e R_φ due numeri casuali generati uniformemente nell'intervallo $[0, 1]$. Gli angoli così ottenuti sono rispettivamente quello polare ed azimutale nel sistema di riferimento in cui l'asse \tilde{z} (ovvero quello in cui $\tilde{z} = r \cos \bar{\theta}$) é parallelo alla normale alla superficie d'incidenza. Per computare la nuova direzione di propagazione bisogna attuare un cambio di coordinate e portarsi nel sistema di riferimento proprio della fibra quadrata.

Il vantaggio di questa classe di riflettori é che hanno riflettività superiori al 96%. Assumendo i medesimi parametri della simulazione per gli speculari, e modificando solamente la riflettività, ponendola a $R_{mat} = 0.97$, si ottengono i risultati presenti nella figura 2.24.

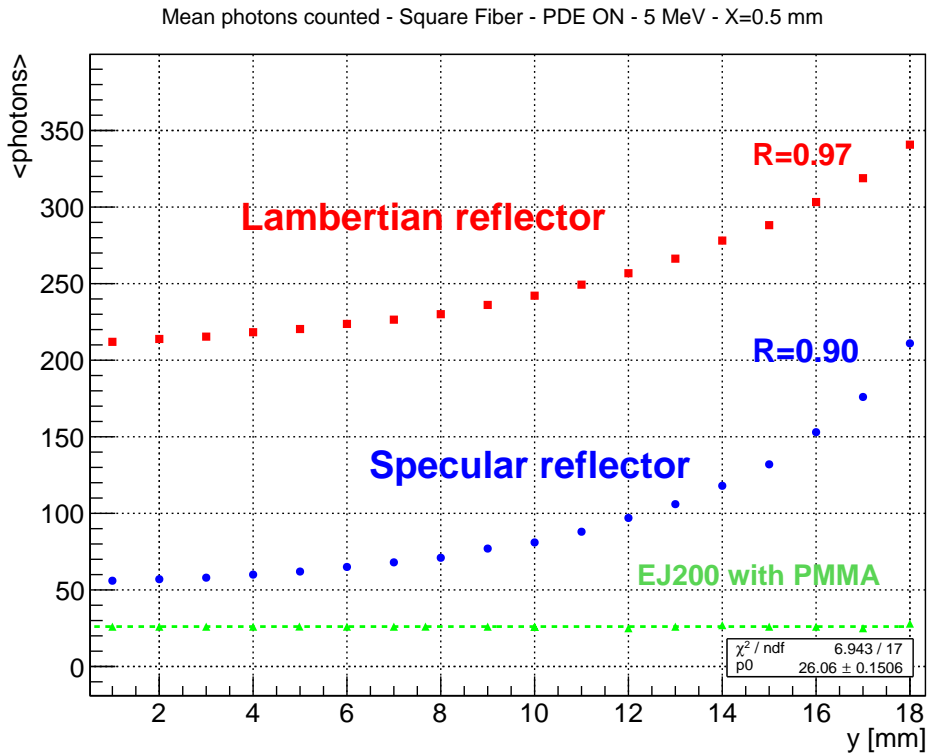


Figura 2.24: Confronto dell'efficienza media di cattura al variare delle condizioni ai margini(riflettenti speculari, diffuse o solo via TIR)

Scelta finale Come si evince dalla figura 2.24 i riflettori :

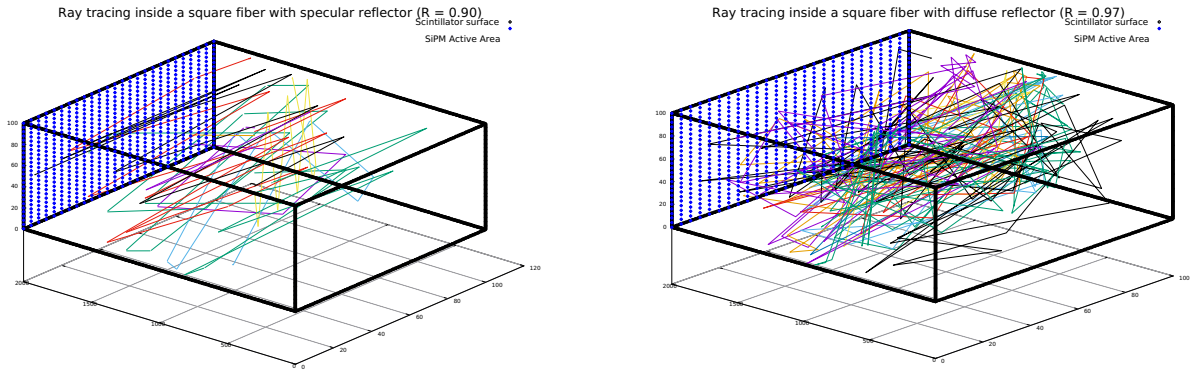


Figura 2.25: *Ray tracing* con il medesimo numero di fotoni all'interno di una fibra quadrata avente superfici riflettenti di tipo, rispettivamente, speculare e lambertiano. Entrambe le immagini sono state realizzate dal tracciamento dei fotoni propagati con il codice descritto nel paragrafo

- aumentano da 2 ad oltre 10 volte l'efficienza di cattura rispetto al mero singolo cladding;
- determinano la perdita dell'uniformità di raccolta;
- allungano i tempi di propagazione.

L'uso dei riflettori in questa configurazione presenta della criticità in quanto il numero eccessivo di fotoni raccolti nel caso dei diffusi potrebbe comportare saturazioni della risposta del SiPM difficilmente controllabili ma soprattutto, per entrambi i tipi, causerebbe una perdita dell'uniformità di raccolta della luce al variare della posizione d'incidenza, la quale è la caratteristica principale che ne ha determinato la scelta nel confronto con quelle circolari. Per tali ragioni si è dunque deciso di non rivestire le superficie con dei riflettori e di considerare il numero medio di fotoni sufficiente per la ricostruzione della posizione. Questa scelta è stata comunque avallata dalla simulazione della configurazione finale.

Algoritmo di ricostruzione

Una delle fasi più importanti nella progettazione di un sensore di posizione è la scelta dell'algoritmo di ricostruzione il quale deve fornire la stima più accurata possibile di questa grandezza a partire dal segnale raccolto dai rivelatori. Nel caso della configurazione a griglia rappresentata schematicamente nella figura 2.23, si può ottimizzare la fedeltà della ricostruzione rivestendo ciascuna fibra con un ulteriore strato assorbente (come illustrato nello zoom) in modo da migliorarne l'isolamento ottico e considerarle così indipendenti. Assumendo di avere:

- due piastre (A e B) ortogonali composte da un pacchetto di 16 fibre, a sezione quadrata, di lato 1 mm e profondità 2 cm con un cladding in PMMA spesso $50 \mu m$ ed un tape assorbente spesso $200 \mu m$;
- un fascio di elettroni incidenti fattorizzabile in due gaussiane indipendenti di media μ e con errore quadratico medio σ .

Si può ricostruire la posizione del centroide del fascio mediante il segnale raccolto da ciascun SiPM. Per validare questa procedura è stata eseguita una simulazione in accordo alla seguente logica:

- fisso, a priori, media μ , varianza σ^2 e numero di elettroni N del fascio gaussiano;
- per il singolo elettrone:
 - genero casualmente le coordinate d'incidenza (x,y) in accordo a due distribuzioni gaussiane indipendenti²⁴ di media μ e scarto σ ;

²⁴ attraverso il metodo *Rannor* della classe *TRandom* di ROOT

- verifico che non sia prodotto nei tape assorbenti della piastra A ed in caso contrario passo alla piastra B;
- determino la *i-esima* fibra in cui é stato generato;
- computo le nuove coordinate nel sistema di riferimento dalla fibra colpita e propago con le regole descritte per la singola guida;
- sommo al contatore del SiPM relativo all'*i-esima* fibra della piastra A il numero di conteggi acquisiti;
- ripeto la procedura con la piastra B.

- reitero per tutti gli N elettroni;

Nel caso di un fascio di 1000 elettroni da 5MeV con $\mu = 0\text{ mm}$ e $\sigma = 3\text{ mm}$ i risultati ottenuti sono illustrati in figura 2.26

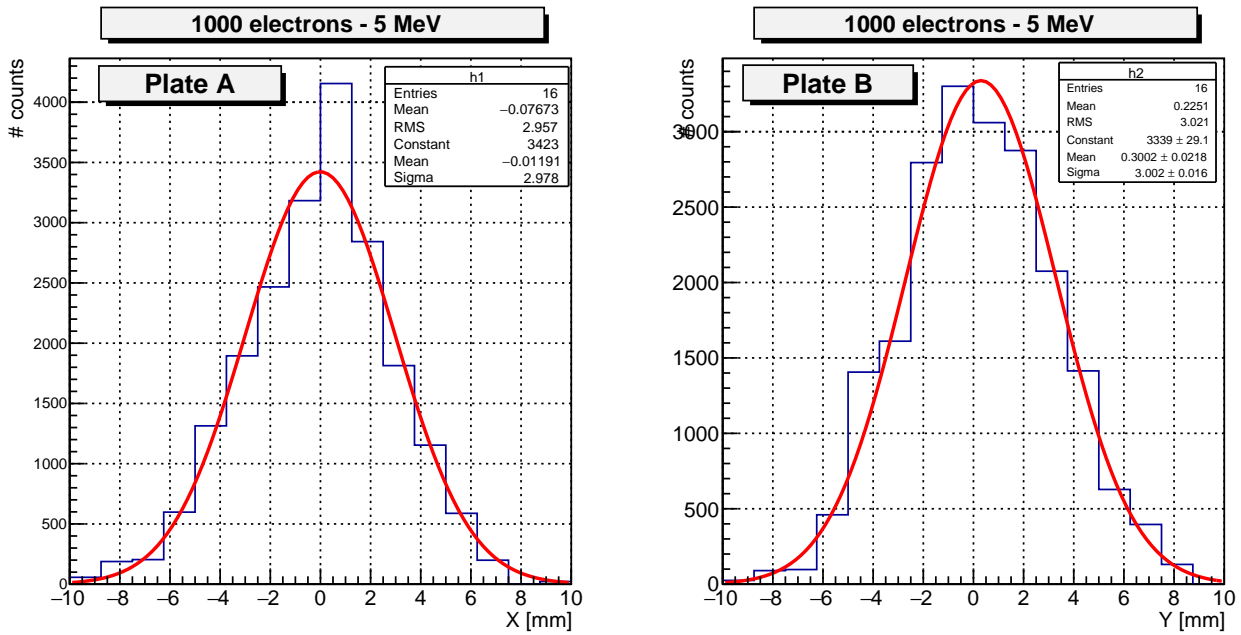


Figura 2.26: Numero di conteggi totali di ciascun SiPM in funzione della posizione della fibra per le due piastre con i seguenti parametri delle gaussiane interpolatrici

Parametri fit	Piastra A	Piastra B
Media (mm)	-0.01 ± 0.02	0.30 ± 0.02
RMS (mm)	2.98 ± 0.02	3.00 ± 0.02
Costante	3423 ± 30	3339 ± 29

Il profilo del fascio é ricostruito senza distorsioni in termini di larghezza ed il centroide é determinato correttamente entro lo spessore della parte attiva della singola fibra.

Criticita

Questa configurazione presenta le seguente criticita :

- una percentuale dell'area della griglia (4 quadrati di lato $\ell = \ell_{tape} + \ell_{cladding}$ per ciascuna fibra) é completamente insensibile al passaggio della luce;
- possibili fenomeni di crosstalk ottico per imperfezioni del tape assorbente;

- disomogeneità nella raccolta della luce, per incidenze prossime ad un SiPM, infatti nel caso di figura 2.27, il SiPM della fibra A_1 rileva un numero inferiore di fotoni rispetto a quello relativo alla fibra B_2 .

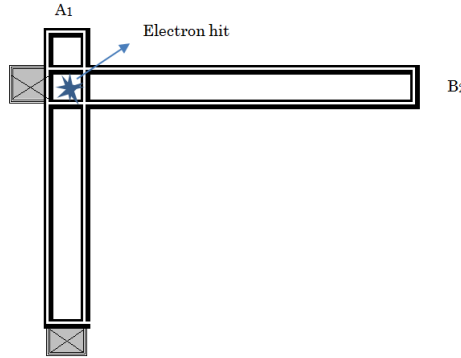


Figura 2.27: Situazione critica nella configurazione a griglia

In conclusione la configurazione a griglia necessita di ulteriori studi per essere validata in quanto non si esclude la presenza di eventuali *bias* nella ricostruzione del profilo del fascio legata a queste criticità.

2.3 Scintillatore a disco

L'altra configurazione studiata utilizza come sensore di posizione uno scintillatore plastico monolitico. L'idea infatti è quella di sfruttare una delle versioni commerciali, già sagomate dai costruttori a forma di disco, con un diametro di circa 2 cm e con uno spessore variabile dal 0.5 mm ai 2 mm. Si accoppiano poi i SiPM, disponendoli circolarmente, su una delle superficie ed una fase della progettazione è stata dedicata alla scelta del collocamento migliore in relazione sia all'interfacciamento con l'elettronica di acquisizione che alla raccolta della luce.

L'idea originale è stata proposta dal Prof. Ludovici[1] e consisteva in una configurazione stile gamma camera, con i SiPM disposti sui bordi della superficie laterale del disco. Tuttavia questo imponeva sia di utilizzare uno scintillatore dello spessore comparabile alla dimensione dell'area attiva della matrice di GM-APD, ovvero di 1 mm, che la trattazione, nella simulazione e nella realizzazione, dell'accoppiamento con i margini curvilinei. Per tali ragioni si è deciso di collocare gli MPPC circolarmente sulla scheda d'acquisizione, e di appoggiare sopra lo scintillatore plastico. Questa scelta ha permesso inoltre di diminuire le instabilità meccaniche.

Successivamente, per aumentare l'efficienza di raccolta dei singoli SiPM, si è optato, sulla base di ulteriori simulazioni omesse per brevità, di rivestire le basi del cilindro con dei riflettori speculari in Mylar®, mentre di porre delle condizioni assorbenti ai margini in modo da non degradare l'informazione sulla posizione iniziale dell'interazione presente nel segnale acquisito.

2.3.1 Implementazione del posizionamento dei SiPM

Il tracciamento della luce e le condizioni al contorno che determinano la nuova direzione sulle superficie riflettenti sono le medesime della fibra a sezione circolare poiché la geometria è la stessa. L'unica novità consiste nell'implementazione del collocamento dei SiPM e l'impostazione delle condizioni d'acquisizione. Queste sono state realizzate in accordo alla seguente logica:

- si fissa:
 - il numero N di SiPM (nelle simulazioni svolte $N = 16$);
 - il raggio ρ_s ove sono collocati (con la condizione $\rho_s < \rho_{disco}$);
 - la loro dimensione ℓ_S ;

- si computa l'angolo sotteso da ciascun SiPM $\tilde{\theta} = \frac{2\pi}{N}$;
- si calcola il baricentro di ciascun SiPM, con

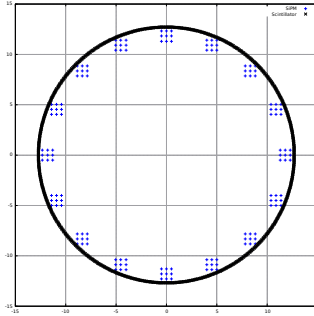
$$\begin{cases} x_i &= \rho_s \cos(i\tilde{\theta}) \\ y_i &= \rho_s \sin(i\tilde{\theta}) \end{cases}$$

con $i = 1, \dots, N$

- quando un fotone incide sulla superficie ove sono collocati i fotorivelatori, con coordinate (x, y) , si verificano le condizioni d'acquisizione che per l' i -esimo SiPM sono

$$x_i - \frac{\ell_S}{2} < x < x_i + \frac{\ell_S}{2} \quad \wedge \quad y_i - \frac{\ell_S}{2} < y < y_i + \frac{\ell_S}{2}$$

Il risultato dell'algoritmo di posizionamento é il seguente



2.3.2 Risultati delle simulazioni

Le simulazioni sono state eseguite per scintillatori di spessore: 0.5, 1 e 2 mm e nel primo caso il diametro é stato assunto pari a 25.4 mm mentre negli ultimi due 24.8 mm. Sfruttando la simmetria del sistema si é deciso di mappare uno spicchio formato dalla congiungente tra l'origine ed il SiPM avente ρ_s come ascissa del suo baricentro, e la bisettrice tra due SiPM (che nel caso di 16 fotorivelatori é inclinata di 11.25° rispetto all'asse delle ascisse). I risultati ottenuti sono stati generalizzati a tutto lo scintillatore.

Nello specifico si é deciso di scansionare, a passo costante, i punti appartenenti a queste due semirette, i quali sono piuttosto critici per la ricostruzione con tecniche analitiche. Per ognuno di questi punti sono stati inviati 10000 elettroni ed il numero di conteggi acquisiti da ciascun SiPM, per ogni singola particella incidente, é stato immagazzinato in un file, che é stato successivamente analizzato *offline*, per evitare di ripetere le simulazioni.

Una primo studio si é basato sul confronto fra il numero medio di fotoni rivelati $\langle N_\gamma \rangle$ da ciascun SiPM in due posizioni d'incidenza opposte, ovvero nel centro del disco e in un punto $(x_{near}, 0)$ a meno di 1 mm di distanza da un SiPM ; il tutto al variare dello spessore, ottenendo i risultati presenti nelle tabelle 2.10 e 2.11

Osservazioni e prime conclusioni Dai dati intabellati si evince che:

- la simulazione fornisce risultati ragionevoli in quanto, se la particella incide al centro dello scintillatore, si ha una risposta media, pressoché uniforme in tutti i SiPM, mentre se interagisce in prossimitá di un fotorivelatore si ha che la maggior parte della luce é raccolta dal SiPM vicino e dai due adiacenti²⁵.
- nel centro il numero medio di fotoni é molto basso e, nel caso dello scintillatore spesso 2 mm, é praticamente inconfondibile dal rumore (di cui non si é tenuto conto nella simulazione). Per tale ragione non lo si é considerato nelle analisi successive.

²⁵la numerazione é in senso antiorario a partire dal fotorivelatore che sta sull'asse delle ascisse ed ha la relativa coordinata positiva

Tabella 2.10: Numero di fotoni rivelati da ciascun SiPM per la posizione $(0,0)$

Spessore (mm)	$\langle N_\gamma \rangle$															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0.5	5.5	5.7	6.0	5.8	5.5	5.8	5.9	5.9	5.6	5.7	5.9	5.7	5.5	5.7	5.9	5.7
rms	2.4	2.4	2.4	2.4	2.3	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.3	2.3	2.4	2.4	2.3
1.0	3.7	3.8	3.8	3.7	3.8	3.7	3.8	3.8	3.7	3.8	3.8	3.7	3.8	3.7	3.8	3.8
rms	1.9	2.0	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	2.0	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9
2.0	2.4	2.4	2.4	2.4	2.3	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4	2.3	2.3	2.4	2.4	2.3
rms	1.5	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.4	1.5	1.4

Tabella 2.11: Numero di fotoni rivelati da ciascun SiPM per la posizione $(x_{near}, 0)$

Spessore (mm)	$\langle N_\gamma \rangle$															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0.5	37.8	7.4	4.1	2.8	2.2	1.8	1.7	1.6	1.5	1.6	1.7	1.9	2.2	2.8	4.0	7.4
rms	6.0	2.7	2.0	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.2	1.2	1.3	1.3	1.5	1.7	2.0	2.8
1.0	59.3	9.9	5.2	3.5	2.8	2.3	2.1	1.9	1.9	1.9	2.1	2.3	2.8	3.5	5.2	9.9
rms	7.5	3.2	2.3	1.9	1.7	1.5	1.4	1.4	1.4	1.4	1.5	1.5	1.7	1.9	2.3	3.2

- i conteggi oltre ad essere pochi, sono molto dispersi, come evidenziano i valori degli scarti quadratici medi, e questo costituisce un limite intrinseco del sistema che va ad inficiare gli algoritmi di ricostruzione studiati nel paragrafo seguente.

2.3.3 Algoritmo di ricostruzione

Gli algoritmi presenti in letteratura che ricostruiscono la posizione dell'interazione a partire dalla funzione di risposta luminosa (LRF) dei fotorivelatori si basano principalmente su tecniche iterative, statistiche o analitiche. Le prime due, pur essendo generalmente piú precise ed adattabili al contesto sperimentale (poiché tengono conto di eventuali non linearità della risposta dei detector) non sono adatte ad un sensore real time in quanto computazionalmente complesse. Per quanto concerne le seconde, i metodi implementati in questo studio sono:

- baricentro classico²⁶;
- baricentro quadratico;
- baricentro con offset;
- baricentro con funzione peso;

Metodo del baricentro classico

Nel metodo del baricentro classico, si determinano le coordinate dell'interazione con una media pesata la quale stima il centro di gravità della risposta luminosa assegnando come pesi il numero di conteggi dei singoli SiPM. Analiticamente

$$x_{reco} = \frac{\sum_{i=1}^N L_i x_i}{\sum_{i=1}^N L_i} \quad y_{reco} = \frac{\sum_{i=1}^N L_i y_i}{\sum_{i=1}^N L_i}$$

ove L_i é il numero di conteggi dell' i -esimo SiPM, (x_i, y_i) le coordinate del suo baricentro ed N é il numero totale di SiPM che in questo lavoro é pari a 16.

²⁶noto anche come algoritmo di Anger

Metodo del baricentro quadratico

Un altro algoritmo, pensato per ricostruire in modo piú preciso la posizione in vicinanza dei margini dello scintillatore, é il metodo del baricentro quadratico in cui si assume come peso il quadrato dei conteggi di un singolo SiPM. Analiticamente, con i medesimi simboli del caso precedente, si ha

$$x_{reco} = \frac{\sum_{i=1}^N L_i^2 x_i}{\sum_{i=1}^N L_i^2} \quad y_{reco} = \frac{\sum_{i=1}^N L_i^2 y_i}{\sum_{i=1}^N L_i^2}$$

Metodo del baricentro con offset

Una variante del metodo del baricentro é quella del centroide con offset, in cui al numero di conteggi di ciascun SiPM si sottrae un valore fisso che funge da baseline C_{off} . La scelta di questo offset é arbitraria in modo da renderla adattabile al contesto sperimentale tuttavia si osserva che una buona regola é di porlo minore di una/due unità rispetto al numero medio di fotoni rivelati da un singolo fotorivelatore per una particella incidente nel centro dello scintillatore. Analiticamente

$$x_{reco} = \frac{\sum_{i=1}^N K_i x_i}{\sum_{i=1}^N K_i} \quad y_{reco} = \frac{\sum_{i=1}^N K_i y_i}{\sum_{i=1}^N K_i}$$

con

$$K_i = \begin{cases} N_i - C_{off} & \text{se } N_i > C_{off} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Metodo della tangente iperbolica

Un nuovo metodo, pensato a partire dai risultati delle simulazioni, é quello d'introdurre una funzione peso all'interno della media pesata classica in modo che questa diventi della forma

$$x_{reco} = \frac{\sum_{i=1}^N L_i \xi(L_i, \{L_i\}) x_i}{\sum_{i=1}^N L_i \xi(L_i, \{L_i\})}$$

Utilizzando

$$\xi(L_i, \{L_i\}) = \tanh\left(\frac{L_i^\alpha}{L_{max} - L_i}\right)$$

ove $L_{max} = \max\{L_i\}_{i=1, \dots, N}$ e α é un parametro libero, si ha che questa funzione costituisce una sorta di filtro "passo alto", con le seguenti proprietà :

- quando gli scarti $L_{max} - L_i$ sono piccoli, ovvero siamo vicini al centro, la tangente iperbolica satura velocemente ad uno, e l'algoritmo si riconduce al baricentro classico;
- se gli scarti sono grandi, ovvero siamo vicino ai margini, sia l'argomento della tangente tende a zero che la funzione medesima la quale, approssimata al primo ordine, in modo lineare;
- il parametro α regola la selettività del filtro ed i suoi valori ottimali sono adattabili al contesto ed alla precisione richiesta. Nel caso studiato si é scelto di ottimizzare questo valore a 0.45.

Confronto fra gli algoritmi

Lo studio dei diversi comportamenti degli algoritmi di ricostruzione é stato simulato per lo scintillatore da 1 mm di spessore il quale presenta maggiori criticità in termini di raccolta della luce rispetto a quello da 0.5mm. Un primo confronto tra gli algoritmi é stato eseguito inviando un fascio uniforme, a forma quadrata composto da 10000 elettroni, su uno scintillatore di diametro 25.4 mm, come illustrato in figura 2.28.

Successivamente si é comparata la posizione ricostruita con i quattro algoritmi precedentemente trattati, ove l'offset si é posto uguale a $C_{off} = 2$. I risultati sono illustrati in figura 2.29

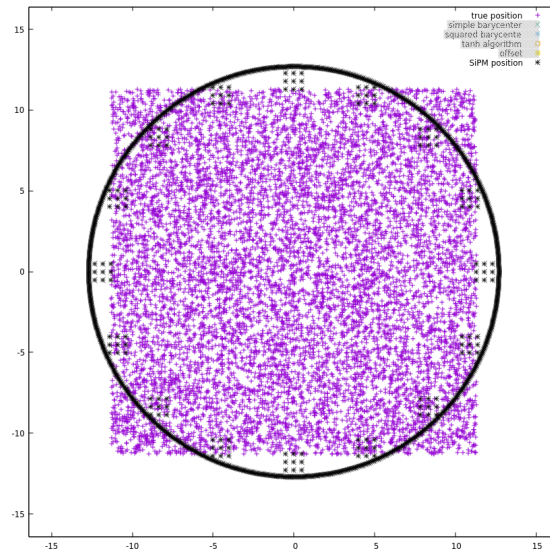


Figura 2.28: Fascio uniforme di forma quadrata composto da 10000 elettroni inviato su una pastiglia di scintillatore

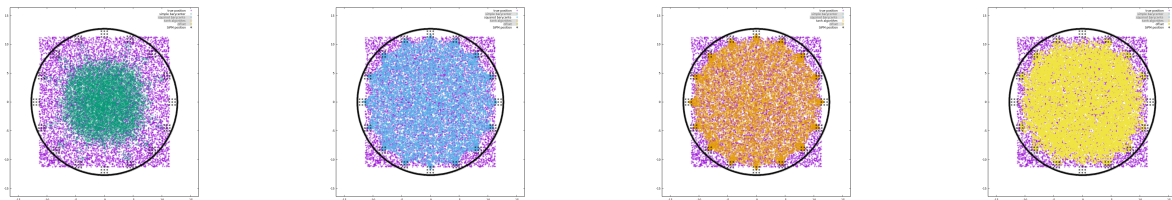


Figura 2.29: Posizioni ricostruite con i 4 algoritmi, i quali, a partire da sinistra, sono il metodo del baricentro: *semplice, quadratico, con la tangente iperbolica e con offset*

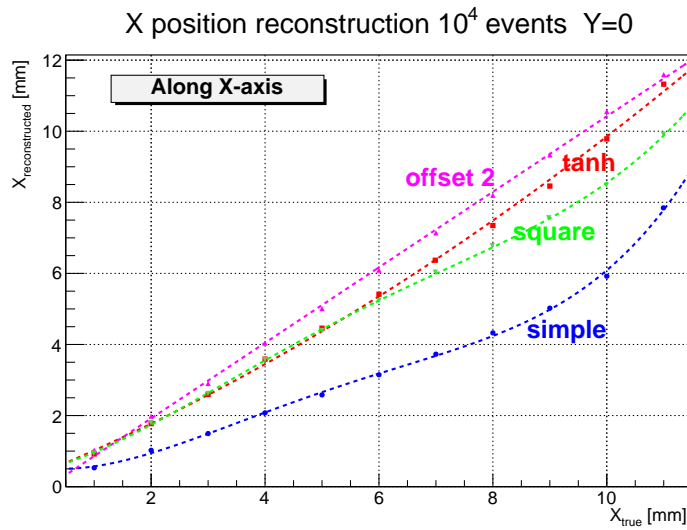
Dai quattro grafici si evince che il metodo classico tende a ricostruire l'immagine verso il centro e distorce enormemente le posizioni ai bordi. Presumo inoltre che la situazione sia ulteriormente peggiorata se si considera anche il rumore dei fotorivelatori non parametrizzato nel *toy Monte Carlo*. Gli altri tre algoritmi presentano una maggiore uniformità e comportamenti simili per quanto concerne questo studio globale.

Successivamente si sono analizzate in dettaglio le differenze tra i vari tipi di algoritmi inviando 10000 elettroni nei punti critici appartenenti alle semirette descritte nel precedente paragrafo. In particolar modo si è studiato:

- l'andamento tra posizione reale e posizione ricostruita;
- la risoluzione al variare della posizione;
- il pull, definito come $pull = \frac{x - x_{reco}}{x}$, sempre in funzione della posizione

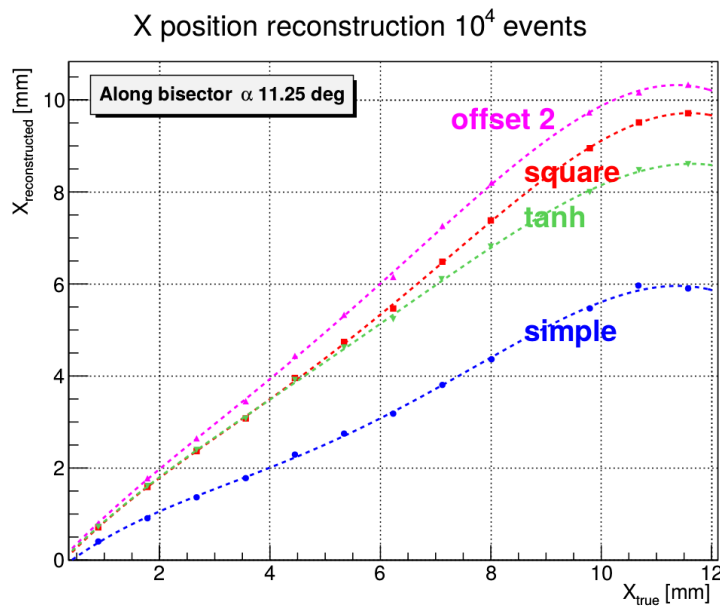
Posizione ricostruita Assumendo un andamento governato da una curva polinomiale, il metodo utilizzato per determinarne il grado è il run test dei residui. Infatti, in questo caso, il test del minimo chi-quadro non restituisce risposte attendibili, poiché' essendo il rapporto tra residui ed errori stimati a posteriori piccolo, si hanno valori del chi-quadro ridotto molto inferiori ad uno anche per fit visivamente non adeguati.

Lungo la coordinata x si ha



L'andamento é interpolato in modo adeguato da una curva polinomiale di quarto grado per quanto riguarda i metodi del baricentro semplice e quadratico, mentre é fittato da una parabola per quello con la tangente e da una retta per quello con offset.

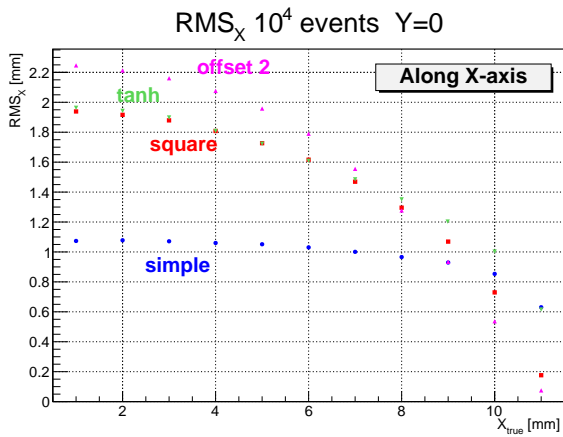
Lungo la bisettrice tra il primo ed il secondo SiPM, formante un angolo di 11.25° con l'asse



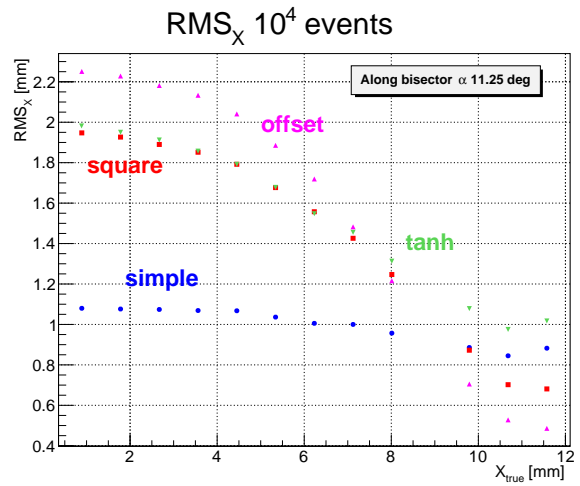
In questo caso tutte le curve sono interpolate da polinomiali di quarto grado, tuttavia trascurando i due punti prossimi al margine dello scintillatore, il metodo con l'offset é nuovamente fittabile con una retta.

Risoluzione Le relative risoluzioni sono illustrate in figura 2.30

Pull I relativi pull sono illustrati in figura 2.31

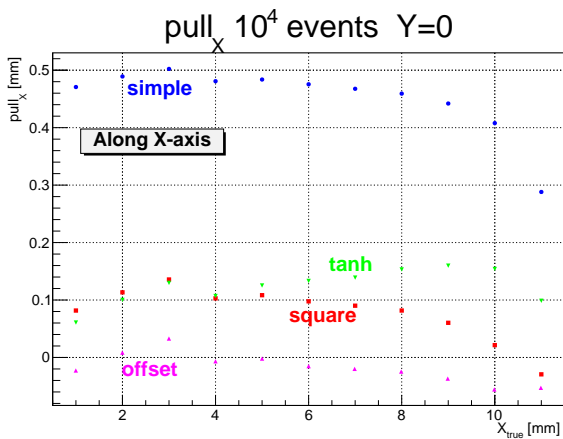


(a) lungo la coordinata x

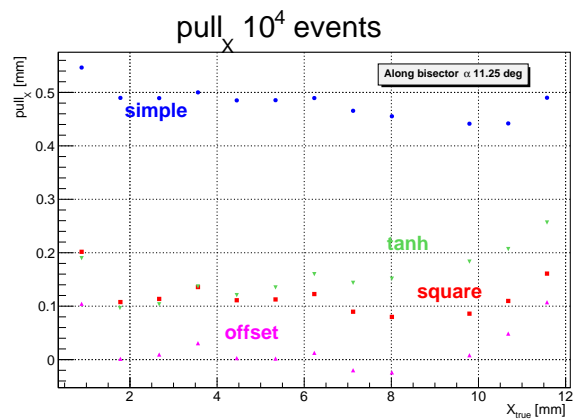


(b) lungo la bisettrice

Figura 2.30: Risoluzioni delle posizioni ricostruite lungo le due semirette che delimitano lo spicchio analizzato



(a) lungo la coordinata x



(b) lungo la bisettrice

Figura 2.31: Pull delle posizioni ricostruite lungo le due semirette che delimitano lo spicchio analizzato

2.3.4 Conclusioni

Dai risultati del confronto fra i 4 algoritmi si evince che:

- il metodo del baricentro presenta evidenti distorsioni verso il centro ed é inaccurato senza una lunga calibrazione che scansioni tutto lo scintillatore(o almeno uno specchio);
- gli altri tre algoritmi presentano pull piú bassi, in particolar modo il metodo del centroide con offset, ma basse risoluzioni inferiori($\sigma > 2mm$ per posizioni vicine al centro) che impediscono una ricostruzione accurata del profilo del fascio;
- vi é una relazione generale, che lega pull e risoluzione per quanto concerne le posizioni vicine al centro del detector. Infatti migliore é il pull, peggiore é la risoluzione (*e.g* il metodo del centroide con l'offset che presenta un andamento pressoché lineare nella ricostruzione della coordinata x ma σ superiori ai 2mm). Presumo che ció sia legato all'esiguo numero di fotoni acquisiti dai SiPM(come evidenziato nella tabella 2.10). In effetti grosse fluttazioni nella raccolta dei fotoni conducono ad una grande dispersione nella ricostruzione della posizione.

Concludendo gli ultimi tre algoritmi migliorano la ricostruzione della posizione quando si é in presenza di una buona statistica e nello specifico il metodo del baricentro con offset é il piú indicato per individuare il centroide di un fascio gaussiano. Questo é infatti il piú facilmente implementabile a livello hardware(nell'ottica di un monitor *real time*), per via della pressoché linearitá della calibrazione. Tuttavia questi metodi inficiano negativamente la risoluzione non permettendo un'affidabile ricostruzione del profilo del fascio soprattutto nei casi in cui questo sia stretto. Ulteriori indagini sulla realizzabilitá del progetto sono state svolte sperimentalmente su un prototipo del sensore, concentrando l'attenzione sull'effettiva propagazione trasversa dei fotoni in questa configurazione.

Capitolo 3

Studio sperimentale del prototipo

Dopo lo studio teorico delle risposte delle possibili configurazioni, si sono svolti molti test preliminari presso i LNL per avallarne i risultati. Nello specifico si é indagato un prototipo della configurazione a scintillatore monolitico, la quale presenta maggiori criticità nel lavoro di simulazione. Particolare attenzione é stata posta allo studio della propagazione trasversa dei fotoni su una pastiglia di scintillatore.

3.1 Apparato sperimentale

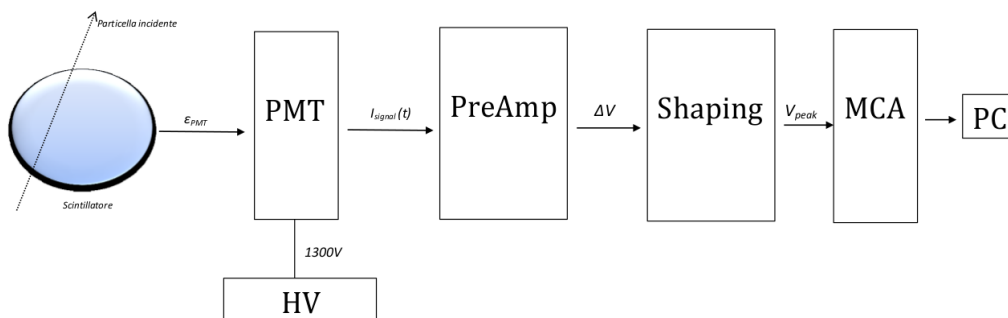


Figura 3.1: Schema della catena sperimentale

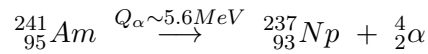
La catena del setup sperimentale, illustrata schematicamente nella figura 3.1, é costituita dai seguenti strumenti:

- sorgenti radioattive α e β ;
- scintillatori a disco;
- PMT *H6524 (2016)* della *Hamamatsu*;
- generatore della alta tensione(HV) *Ortec 556H*;
- shaping amplifier *Canberra 2021 spectroscopy amplifier*
- MCA della *AMPTEK* modello *MCA8000D* a 8000 canali.
- PC per l'acquisizione.

Si é deciso di adoperare un PMT che ha caratteristiche simili al SiPM analizzato nelle precedenti sezioni poiché al momento delle misure non era presente il dispositivo siliconico. Nello specifico il fototubo utilizzato ha il picco di assorbimento (λ_{preak}) a 420 nm , un *rise time* dell'ordine dei nanosecondi, ed una area attiva di diametro 15 cm sui 23.5 cm complessivi.

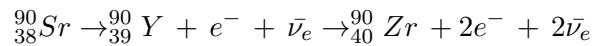
3.2 Caratterizzazione degli scintillatori

Per caratterizzare il *light output* degli scintillatori, sono state adoperate due sorgenti radioattive. La prima é costituita da ^{241}Am la quale decade α in accordo alla reazione



che ha un'energia tipica di circa 5.48 MeV ed un tempo di dimezzamento di 432.6 anni.

La seconda é costituita da ^{90}Sr che decade β in ^{90}Y con un tempo di dimezzamento di 28.8 anni, il quale, a sua volta, si disintegra, con un tempo caratteristico di 64.8 ore. La reazione é



Con endpoint rispettivamente a 545.9 keV ed a 2.2788 MeV.

La configurazione sperimentale per questa calibrazione é illustrata in figura 3.2

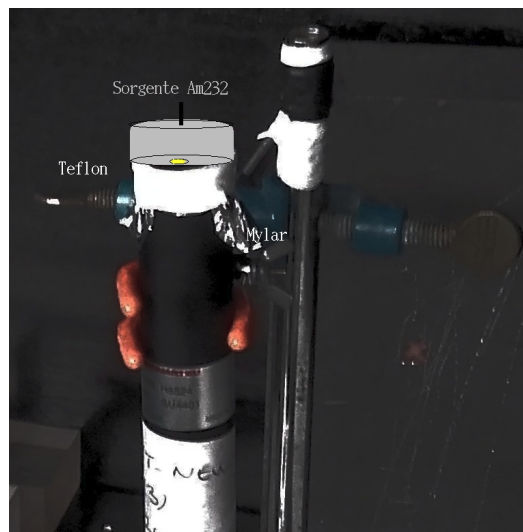


Figura 3.2: Particolare dell'apparato strumentale utilizzato per la caratterizzazione

Questa, posizionata all'interno di una camera oscura per ridurre il rumore di fondo, é caratterizzata da:

- condizioni perfettamente riflettenti su tutte le superficie eccetto quella adiacente al fotocatodo del PMT;
- il Teflon® sopra il Mylar® sia per aumentare la riflettività che per sostenere meccanicamente lo scintillatore onde evitare instabilità durante la misura;
- grasso ottico per accoppiare lo scintillatore al PMT in modo da ridurre la perdita di fotoni per TIR.

Le condizioni operative sono:

- 1300 V tensione di alimentazione del PMT;
- $\times 30$ coarse gain dello shaping amplifier.
- scintillatori con dimensioni specificate nella tabella 3.1.

Le dimensioni degli scintillatori sono state misurate con il calibro e la loro incertezza é stata calcolata applicando una distribuzione triangolare.

Tabella 3.1: Dimensioni degli scintillatori utilizzati

	BC1(old)	BC2(old)	EJ212
Spessore(mm)	1.00 ± 0.02	2.00 ± 0.02	0.50 ± 0.02
Diametro(mm)	24.80 ± 0.02	24.70 ± 0.02	25.40 ± 0.02

Caratterizzazione degli scintillatori con la sorgente di ^{232}Am - Tempo normalizzato a 100 s

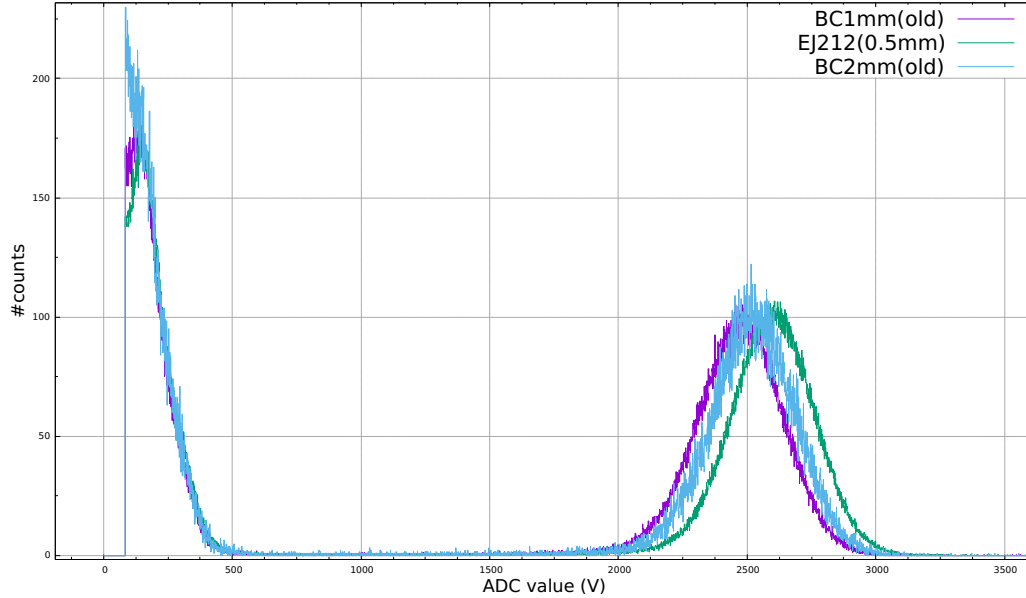
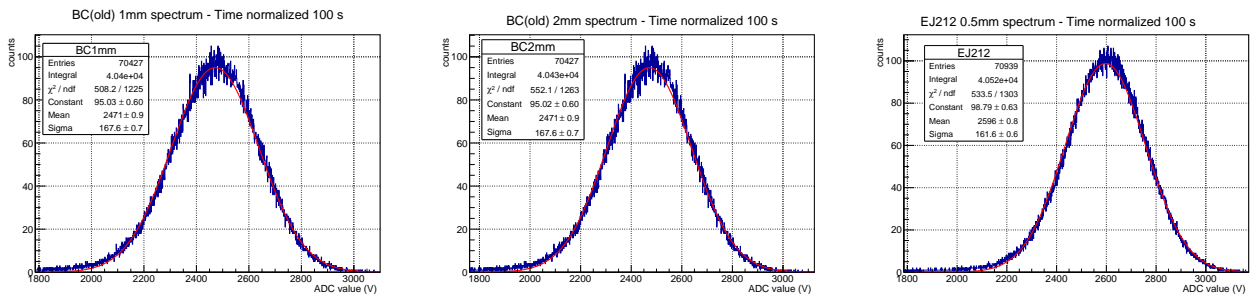


Figura 3.3: Caratterizzazione degli scintillatori con la sorgente α

Alfa Gli spettri dei diversi scintillatori, normalizzati a 100 secondi, ottenuti con la sorgente α sono illustrati in figura 3.3.

Trascurando il piedistallo elettronico ($ADC\ channel < 500$), si ha che i picchi, per i tre scintillatori, sono nei centroidi delle gaussiane



Parametri fit	BC1mm(old)	BC2mm(old)	EJ212 (0.5mm)
Media (ADC channel)	2471.4 ± 0.9	2471.5 ± 0.9	2596.0 ± 0.8
σ (ADC channel)	167.6 ± 0.7	167.6 ± 0.7	161.6 ± 0.6
Costante (counts)	95.0 ± 0.6	95.0 ± 0.6	98.8 ± 0.6
Integrale N (counts)	40402	40430	40525

Osservazioni:

- la linearità della normalizzazione sui tempi è una prova della costanza del rate della sorgente e permette una comparabilità tra gli scintillatori;
- gli spettri non presentano differenze al variare dello spessore consistentemente al fatto che essendo le alfa poco penetranti depositano tutta l'energia in prossimità della superficie superiore dello scintillatore;

- l'efficienza di scintillazione dipende unicamente dalla struttura dello scintillatore ed infatti essendo i BC piú usurati(suffisso *old*) presentano conseguentemente un LO minore rispetto all'EJ.

Beta Gli spettri degli scintillatori, con tempi d'acquisizione superiori ai 25 minuti, ottenuti con le sorgenti β , sono rappresentati in figura 3.4

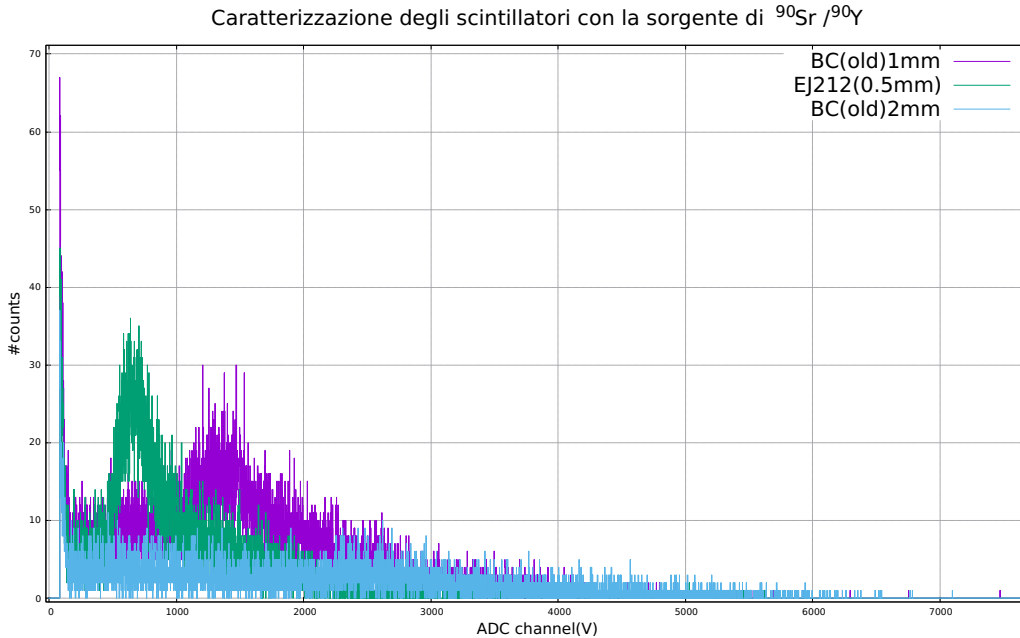


Figura 3.4: Caratterizzazione degli scintillatori con le sorgenti β

Osservazioni:

- presentano l'andamento tipico di uno spettro β ;
- contrariamente alle α , all'aumentare dello spessore dello scintillatore cresce l'energia depositata e ciò si riflette in una traslazione in avanti dell'endpoint;
- i rate sono molto bassi, a causa delle diverse attività delle sorgenti, e questo comporta un deterioramento del segnale (*e.g* BC2mm) quando si é nell'impossibilità di eseguire lunghe acquisizioni(superiori all'ora).

Per questa ultima considerazione si é deciso di proseguire l'analisi con le sorgenti α .

3.3 Stima del numero medio di fotoni rivelati su un 1mm^2

Dopo la caratterizzazione si é realizzato un prototipo della configurazione finale, attraverso il quale si é indagato il numero medio di fotoni acquisiti su una superficie attiva di circa 1mm^2 disposta su una corona circolare ai margini dello scintillatore.

3.3.1 Procedura sperimentale

Preparazione dell'apparato

Per simulare la presenza di un SiPM si é utilizzato un piedistallo con un foro di circa 1 cm di diametro posto a circa un centimetro di distanza dal fotocatodo del PMT attraverso un cilindretto a pareti opache. La procedura adottata é la seguente:

- si stende il Mylar® sulla base del piedistallo nella maniera piú uniforme possibile, evitando pieghe macroscopiche;

- si fora lo strato ove vi é la lacuna ;
- si posiziona lo scintillatore in modo che la cavità sia al bordo come in figura



- con un nastro adesivo nero si impongono le condizioni opache ai bordi dello scintillatore;
- si fissano, con un pennarello, le coordinate notevoli dello scintillatore, misurate con un calibro;
- si riveste con un ulteriore strato di Mylar® lo scintillatore il quale non si deve muovere né durante il processo di rivestimento che durante le misure;
- ottenuta la seguente configurazione



la si pone sul piedistallo rovesciata rispetto alla configurazione della caratterizzazione, in modo che l'estremo inferiore sia posto a 0.5 cm di distanza dalla sorgente α fissata su un piano con una direzione mobile attraverso un micrometro.

Misure

Le misure in questa configurazione sono state eseguite per il BC1mm che é lo scintillatore piú fino in cui si sono riuscite a realizzare le condizioni opache. Uno dei problemi é il rumore di fondo del PMT, il quale si confronta con il piccolo segnale disponibile. Inoltre questo dipende dal tempo, e tipicamente é della forma illustrata in figura 3.5.

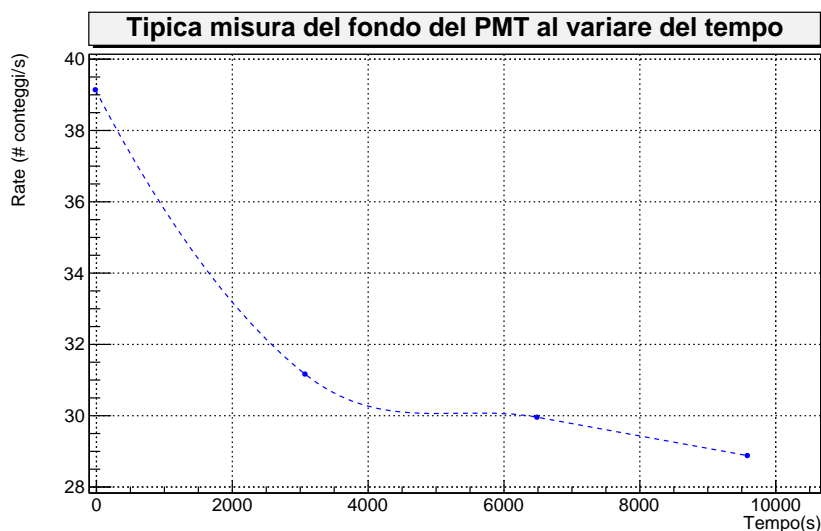


Figura 3.5: Misura del fondo di un PMT al variare del tempo (con istante iniziale dato dall'accensione dell'alta tensione)

Tabella 3.2: Posizioni dello scintillatore scansionate

	SOURCE	SC	CENTER	CA	ANTI
Posizione lungo x (mm)	-9.5	-4.7	0	4.7	9.5

Questo ha un andamento solo in prima approssimazione esponenziale, e dipendente da molto fattori di diversa natura (emissioni termioniche dal fotocatodo e dai dinodi, correnti di ionizzazione dai gas residui, correnti di buio da interferenze ambientali o raggi cosmici, ...). La tecnica adottata per limitare questa fonte di errore è stata quella di:

- montare la configurazione e lasciare riposare il fotocatodo per un tempo sufficientemente lungo al buio (circa un'ora);
- prendere inizialmente una lunga misura di background e sottrarla alla prima acquisizione;
- successivamente, considerando il fondo estinto, prendere le misure senza la sottrazione del background.

Le posizioni scansionate¹, ad ordinata nulla, sono indicate in tabella 3.2.

Disponendo la lacuna tra la posizione SOURCE ed il margine dello scintillatore (-12.4 mm), si sono ottenuti gli spettri, normalizzati a 100 secondi, presenti in figura 3.6 con le condizioni operative analoghe a quelle della caratterizzazione, a parte il gain fissato $\times 1000$.

Analisi

Assumendo una distribuzione di probabilità poissoniana del numero di fotoelettroni conteggiati

$$P_{\mu}(n) = \exp(-\mu) \frac{\mu^n}{n!}$$

con n e μ rispettivamente il numero ed il numero medio di fotoelettroni conteggiati per particella incidente, si può stimare μ con le aree degli spettri misurati. Infatti la probabilità di vedere almeno un

¹data la particolarità della configurazione, i valori di queste posizioni devono considerarsi solo come stime approssimative in quanto l'errore di parallasse, il posizionamento impreciso dei riferimenti, e altri fattori difficilmente computabili inficiano notevolmente l'accuratezza

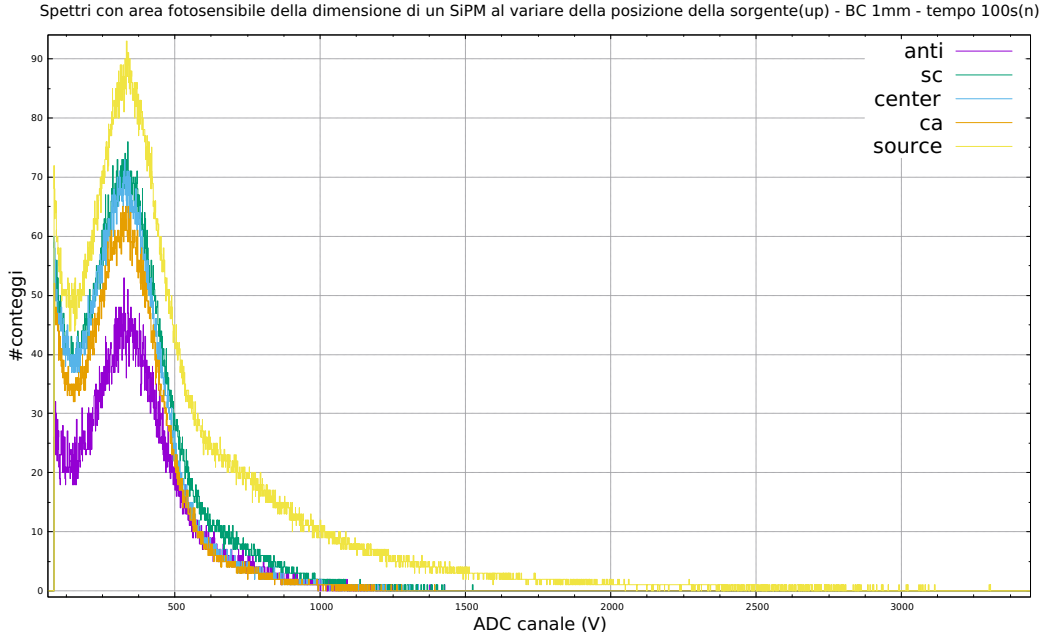


Figura 3.6: Spettri del BC1mm con area attiva della dimensione di un SiPM al variare della posizione della sorgente α

fotoelettrone é data da

$$P_{\mu}(\text{almeno un p.e.}) = \sum_{i=1}^{\infty} P_{\mu}(i) = 1 - P_{\mu}(0) = 1 - \exp(-\mu)$$

e questa é computabile a partire dall'area della caratterizzazione (N) e, da quelle precedentemente illustrate nelle singole posizioni(n_i), opportunamente tagliate della componente di rumore elettronico. Assumendo poi la linearitá del gain, si ha la formula

$$\frac{n_i}{N} \times \frac{30}{1000} = 1 - \exp(-\mu_i)$$

dalla quale é calcolabile il numero medio di fotoelettroni conteggiati μ_i nell' i -esima posizione. Dall'analisi dei singoli spettri(presenti nell'appendice A) si ha²

Posizione	Area(counts)	μ_i
ANTI	13388	0.0100
CA	16984	0.0127
CENTER	18609	0.0139
SC	21657	0.0162
SOURCE	37956	0.0286

L'andamento della propagazione trasversa dei fotoni in funzione della posizione della sorgente é dato dal grafico illustrato in figura 3.7.

3.3.2 Procedura numerica

Per la simulazione si é proceduto generando i fotoni solo in superficie e per stimare l'energia depositata si sono svolti i seguenti passaggi:

- a partire dall'energia di emissione della sorgente pari a $\sim 5.5 \text{ MeV}$ se ne é calcolata la perdita nell'attraversamento di 0.5 cm d'aria mediante il metodo grafico, ottenendo³ i grafici di figura 3.8, ovvero un'energia di circa 5.1 MeV;

²conteggi con gain $\times 1000$

³Range per densitá di massa presi dal sito ASTAR, assumendo una densitá dell'aria pari a $1.2041 \times 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$

Numero di conteggi medi in funzione della posizione

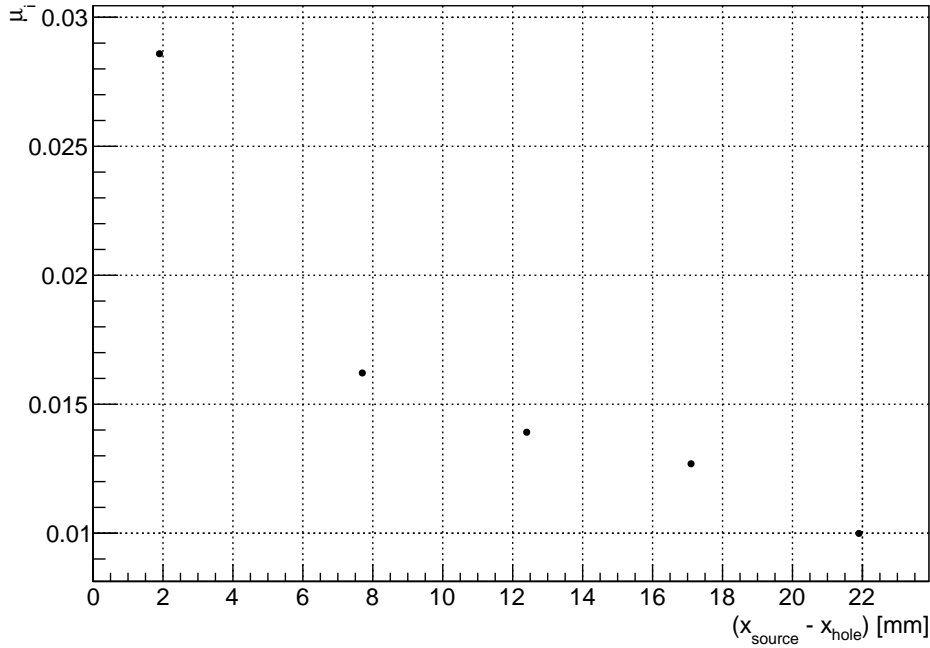


Figura 3.7: Numero medio di fotoni conteggiati per α incidente in funzione della posizione della sorgente

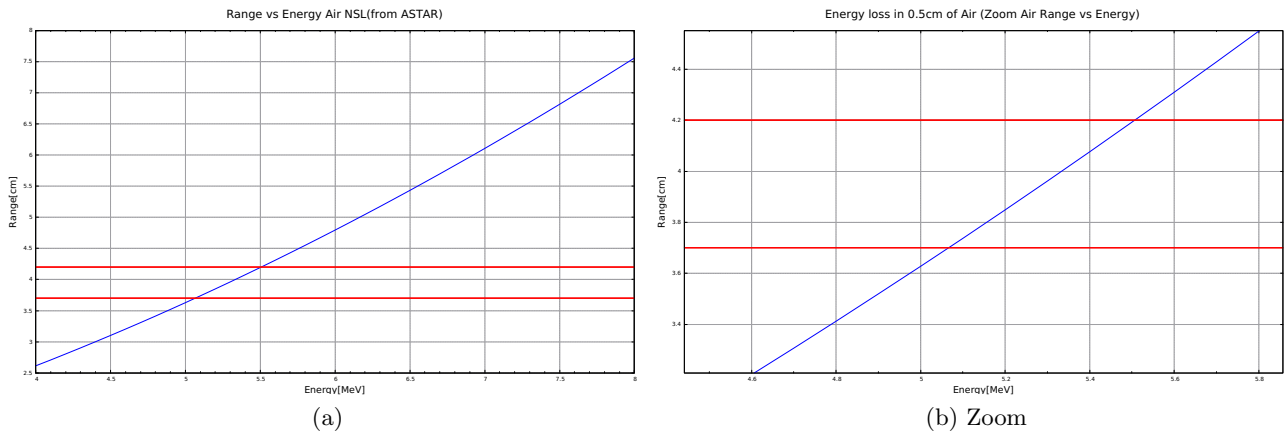


Figura 3.8: *Range* delle particelle α in aria in funzione dell'energia

- la medesima procedura é stata eseguita nel passaggio attraverso $2.5 \mu\text{m}$ di Mylar[®] ottenendo i grafici di figura 3.9, ovvero un'energia finale depositata pari a 4.7 MeV;
- si sono prodotti i fotoni assumendo $Q_\alpha = 0.1$.

I risultati, con 1000 simulazioni per posizione, sono indicati in tabella 3.3

Tabella 3.3: Numero di conteggi medi con una sorgente α simulati

Posizione	Conteggi Medi
ANTI	5.03
CA	6.37
CENTER	8.84
SC	15.11
SOURCE	50.61

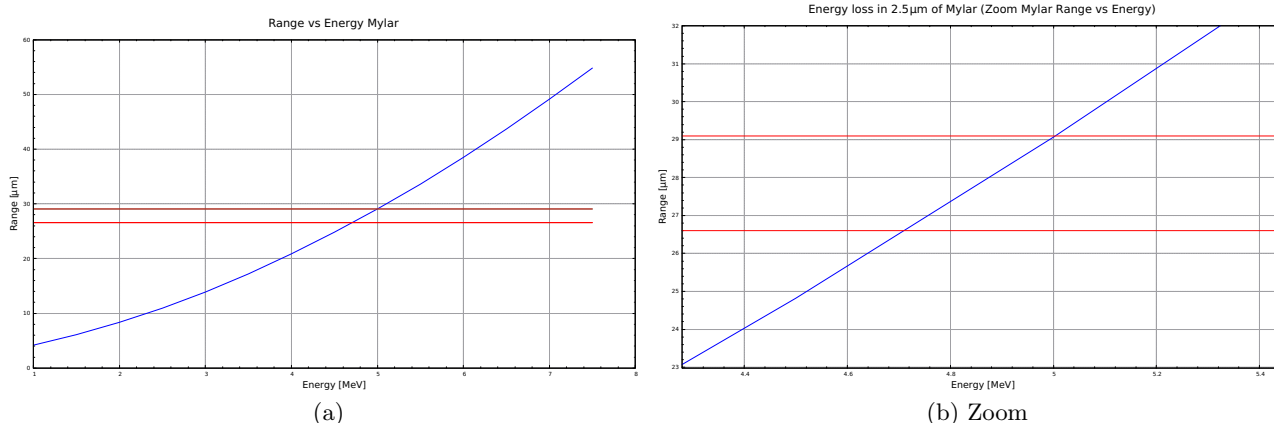
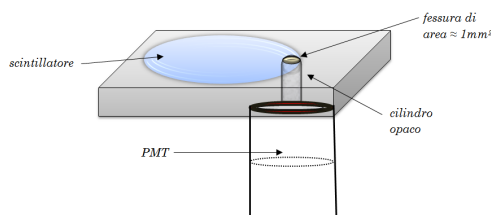


Figura 3.9: *Range* delle particelle α nel Mylar® in funzione dell'energia

3.3.3 Confronto

I risultati dati/simulazione sono molto diversi, tuttavia lo scopo della simulazione con le α , è vedere se questa riproduce mediamente l'andamento. In effetti vi è tutta una serie di parametri che non sono stati considerati o sono stati approssimati (come descritto nel capitolo delle simulazioni). In particolare presumo che la distanza tra fotocatodo del PMT e superficie dello scintillatore abbia un ruolo molto importante nella riduzione del numero di fotoni e che la presenza del cilindro opaco (come illustrato nella figura sotto) ne determini un'ulteriore significativa cernita.



Per questa ragione, si assume che tutti questi termini contribuiscano meramente con un fattore moltiplicativo di scala. Il grafico di figura 3.10 illustra tale confronto dati-simulazione.

Interpolato con una retta della forma $\mu = m \langle counts \rangle + q$ di parametri

Parametri del fit	Valori
m	$(35.4 \pm 0.7) \times 10^{-5}$
q	$(10.7 \pm 0.2) \times 10^{-3}$
χ^2/ndf	$1.26 \cdot 10^{-7}/2$

Nell'interpolazione si è trascurato il punto della posizione ANTI che devia chiaramente dalla linearità in quanto questo è stato preso inizialmente, quando il rumore del PMT è più alto, e gli è stato sottratto uno spettro di background preso un quarto d'ora prima quando il rate di fondo era ancora maggiore e per questa ragione risulta chiaramente sottostimato. Per quanto concerne gli altri punti, questi soddisfano abbastanza bene la relazione lineare seppur abbiano fondi leggermente diversi che non sono stati sottratti. Pertanto si può concludere avallando l'attendibilità degli algoritmi di simulazione poiché anche in questo caso particolarmente critico riproducono ragionevolmente bene l'andamento sperimentale. Tuttavia è ancora da capire quantitativamente la discrepanza sul valore assoluto del numero di fotoni.

Conteggi medi stimati in funzione di quelli simulati(1000) - BC1mm - sorgente α (up)

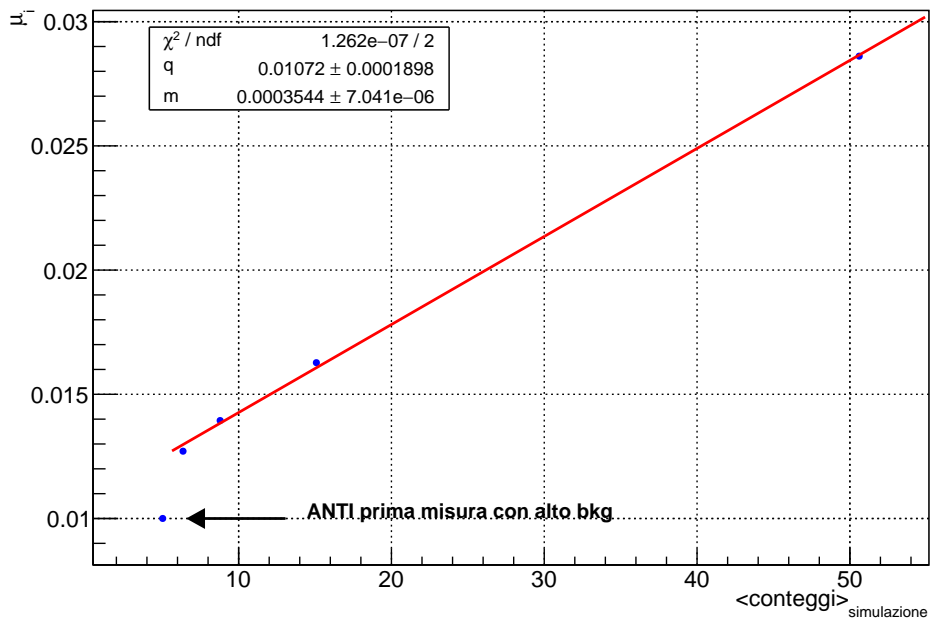


Figura 3.10: Confronto dati-simulazione

Capitolo 4

Conclusioni e futuri studi

In questo lavoro si sono studiate, principalmente tramite *toy Monte Carlo*, due configurazioni per la realizzazione di un nuovo sensore di posizione da inserire lungo la linea del fascio di calibrazione dell'esperimento SK nel contesto del suo prossimo upgrade. Nello specifico mi sono occupato della parte di simulazione, in cui ho scritto diversi codici, conseguendo i seguenti risultati:

- modellizzazione della propagazione della luce all'interno di fibre a singolo cladding di sezione sia circolare che quadrata, con condizioni iniziali ed ai margini imposte dall'utente. Le grandezze stimate, in particolare l'efficienza di cattura, sono state confrontate sia con i valori dichiarati dai costruttori nelle specifiche tecniche che con i modelli teorici presenti in letteratura([12],[13],[14]), ottenendo un ottimo accordo per tutte le tipologie;
- simulazione di una configurazione a griglia di area $(2 \times 2) \text{ cm}^2$ formata da due piastre ortogonali costituite da 16 fibre caduna, a singolo cladding, di sezione quadrata ed isolate con un tape assorbitante. Ciascuna fibra é poi accoppiata ad un SiPM con una PDE fissata di default. Questa si é studiata in un caso specifico ovvero investendola con un fascio bidimensionale di buona statistica(da 1000 elettroni in su), costituito da due gaussiane indipendenti, di media nulla e σ pari a 3 mm. Dall'analisi si é ottenuta una ricostruzione del profilo del fascio priva di *bias*. Tuttavia questa parte necessita di ulteriori studi soprattutto per quanto concerne le condizioni critiche descritte nel paragrafo 2.2.3;
- modellizzazione della propagazione della luce all'interno di uno scintillatore monolitico a pastiglia di diametro $\sim 2 \text{ cm}$ e della sua acquisizione da parte di 16 SiPM di un 1 mm di lato disposti circolarmente sulla superficie inferiore del medesimo.

Nello specifico, per l'ultimo tipo di simulazione, si sono indagati anche quattro possibili algoritmi di ricostruzione in *real time* della posizione e del profilo del fascio. Il metodo del baricentro con offset é risultato il migliore in termini di ricostruzione del centroide del fascio in quanto manifesta il minor pull, e, nella calibrazione, presenta un comportamento pressoché lineare il quale é piú facilmente implementabile in una eventuale analisi hardware in linea(*e.g* tramite FPGA). Per quanto concerne la ricostruzione del profilo del fascio l'algoritmo piú performante é il baricentro semplice il quale presenta la risoluzione migliore. Tuttavia date le evidenti distorsioni che questo comporta nella ricostruzione della posizione necessita ulteriori studi.

Successivamente ho partecipato ad una fase preliminare delle misure su un prototipo di questo ultimo sensore in cui si é indagata la propagazione trasversa dei fotoni all'interno dello scintillatore monolitico. I risultati descritti nel terzo capitolo sono stati ottenuti con la strumentazione al momento disponibile in laboratorio, e presentano, in termini di fotoni medi acquisiti, un andamento ragionevolmente simile a quello delle simulazioni(caratterizzate da strumenti diversi), validandone nuovamente l'attendibilità. In futuro si pensa di sviluppare ulteriormente questa ricerca andando a :

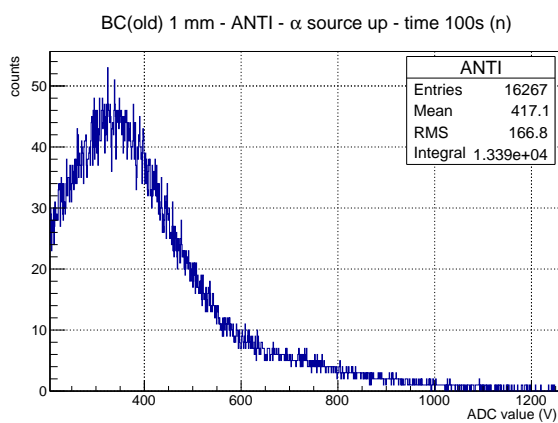
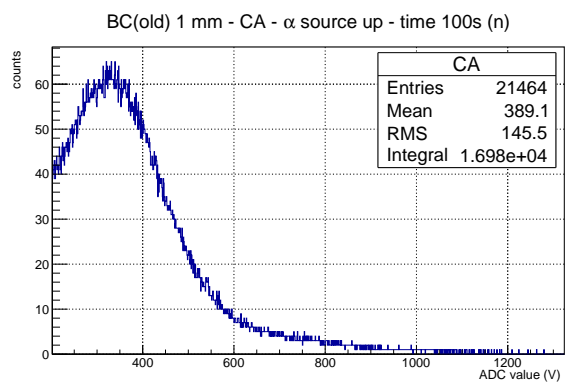
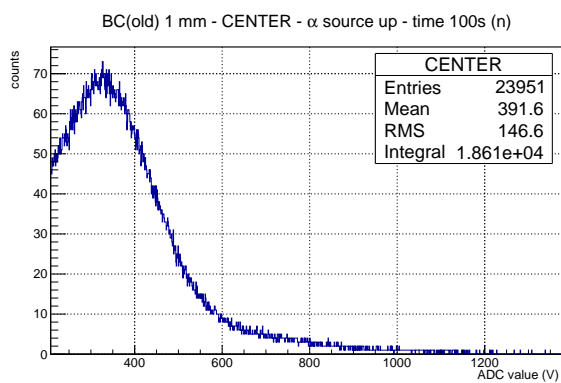
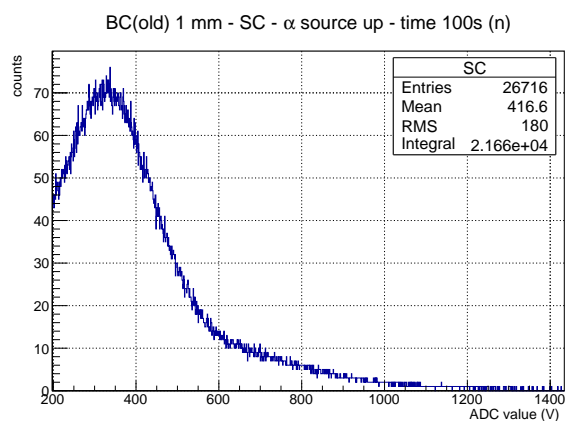
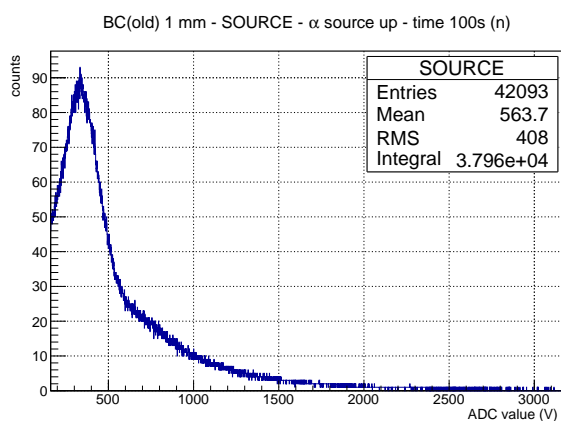
- caratterizzare completamente lo scintillatore optato per la costruzione del sensore;

- reiterare le misure della propagazione trasversa prima con il SiPM studiato e poi con un prototipo completo sia di tutti 16 i fotorivelatori che dell'effettiva elettronica d'acquisizione. Eseguire inoltre queste misure per entrambe le sorgenti α e β ;
- misurare le efficienze di cattura delle fibre a singolo cladding per validare sperimentalmente i risultati delle simulazioni. Verificare inoltre eventuali fenomeni critici legati alla propagazione di una frazione significativa di luce nel cladding;
- implementare la configurazione a griglia rivistendo le fibre con l'ulteriore strato assorbente, e scansionare tutta l'area disponibile, con particolare attenzione alle zone piú critiche.

Appendice A

Spettri con la sorgente α

Spettri singoli, opportunamente tagliati della parte di piedistallo elettronico, del BC1mm



Bibliografia

- [1] M.G. Catanesi *et al*, *Proposal for joining the SK Collaboration*,2016
- [2] The Super-Kamiokande Collaboration, *Calibration of the Super-Kamiokande Detector*,2013,<https://arxiv.org/abs/hep-ex/9807027v1>
- [3] The Super-Kamiokande Collaboration, *Calibration of Super-Kamiokande Using an Electron Linac*,1998,<https://arxiv.org/abs/hep-ex/9807027v1>
- [4] G.F.Knoll, *Radiation Detection and Measurement*,Wiley, 4 edizione,2010
- [5] J.B. Birks,*The Theory and Practice of Scintillation Counting*, Pergamon Press, Oxford, 1964
- [6] Olaf Ziemann,Jürgen Krauser,Peter E. Zamzow,Werner Daum, *POF Handbook Optical Short Range Transmission Systems*,Springer,2008
- [7] G.Collazuol, *The SiPM Physics and Technology - a Review - CERN Indico*, https://indico.cern.ch/event/164917/contributions/1417121/attachments/198512/278663/PhotoDet12_-_collazuol_-_v3.pdf
- [8] A technical guide to silicon photomultipliers, https://www.hamamatsu.com/us/en/community/optical_sensors/articles/technical_guide_to_silicon_photomultipliers_sipm/index.html
- [9] An Introduction to the Silicon Photomultiplier, <https://www.sensl.com/downloads/ds/TN%20-%20Intro%20to%20SPM%20Tech.pdf>
- [10] Specifiche tecniche scintillatori BC-4xx, <http://www.crystals.saint-gobain.com/sites/imdf.crystals.com/files/documents/sgc-bc400-404-408-412-416-data-sheet.pdf>
- [11] Specifiche tecniche scintillatori EJ-2xx, <http://www.eljentechnology.com/products/plastic-scintillators/ej-200-ej-204-ej-208-ej-212>
- [12] Specifiche tecniche fibre scintillanti Saint-Gobain Crystals, <http://www.crystals.saint-gobain.com/sites/imdf.crystals.com/files/documents/fiber-brochure.pdf>
- [13] Specifiche tecniche fibre scintillanti Kuraray, <http://kuraraypsf.jp/psf/>
- [14] Z.Papandreoua, *Scintillating Fiber Trapping Efficiency*, Technical Report GlueX-doc-918, University of Regina, 2007
- [15] P. K. Mohanty *et al.*, *Monte Carlo code G3sim for simulation of plastic scintillator detectors with wavelength shifter fiber readout*,2012