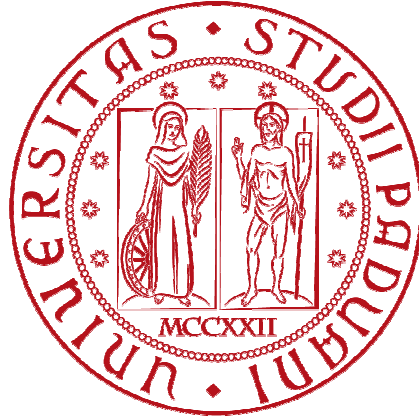


Università degli Studi di Padova
Corso di Laurea in Scienze Statistiche



**Il problema della turnazione delle farmacie:
un approccio euristico-simulativo**

Realatore: Prof. Luigi de Giovanni

Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata

Laureando: Andrea Facci

Anno Accademico 2011/2012

Indice

1. Introduzione	p. 3
2. Descrizione del problema	p. 7
2.1. Regolamentazione	p. 7
2.2. Analisi esplorativa: il caso delle farmacie padovane	p. 8
2.3. I turni attuali	p. 12
2.4. Definizione del problema	p. 14
3. Stato dell'arte	p. 17
3.1. La generazione guidata dei turni	p. 17
3.2. Un approccio location-allocation	p. 21
3.2.1. P-median	p. 22
3.2.2. Location-allocation per la turnazione delle farmacie.....	p. 24
4. Elementi per la modellazione del problema.....	p. 27
4.1. La numerosità delle soluzioni.....	p. 27
4.2. Gli elementi da considerare	p. 28
5. Strumenti.....	p. 33
5.1. Cluster analysis e K-mean.....	p. 33
5.2. Accessibilità	p. 35
5.3. Teoria delle code	p. 37
5.4. Algoritmo euristico.....	p. 39
5.5. Simulazione e Anylogic	p. 40
6. Algoritmo per la generazione dei turni	p. 43
6.1. Adattamento del K-mean.....	p. 43
6.2. Algoritmo di assegnazione	p. 48
6.2.1. Probabilità di scelta.....	p. 50
6.2.2. Misura di bontà	p. 51
6.3. Miglioramento della soluzione tramite simulazione	p. 54
7. Simulazione.....	p. 57
7.1. Descrizione del modello	p. 57
7.2. Risultati forniti	p. 60
8. Applicazione del metodo su un esempio guida.....	p. 63
9. Applicazione del metodo a un caso reale.....	p. 75
9.1. Centro e dintorni.....	p. 76
9.2. Cintura urbana-extraurbana.....	p. 81
10. Conclusioni	p. 87
Riferimenti bibliografici	p. 89

1 - Introduzione

In questa tesi viene affrontato il problema della suddivisione delle farmacie in turni e, in particolare, è considerato il caso delle farmacie di Padova.

Suddividere le farmacie in turni significa partizionare l'insieme delle farmacie ottenendo così un numero di sottoinsiemi di farmacie pari al numero di turni che si desiderano formare.

Fissato il numero di turni, e di conseguenza anche il numero di farmacie presenti in ogni turno, si vorrebbe che ognuno di questi fosse formato in modo da rendere da un lato il più agevole possibile il servizio da parte agli utenti, e dall'altro lato il più equo possibile le ripartizioni delle farmacie.

Nel capitolo 2 viene offerta una presentazione del problema prestando particolare attenzione ai vincoli da rispettare e agli obiettivi da perseguire. Viene inoltre descritta com'è attualmente gestita la turnazione delle farmacie di Padova.

Il capitolo 3 si occupa di analizzare ciò che finora è stato svolto in questo campo. Ci si concentra su due lavori che, con approcci differenti, si sono cimentati in questa stessa problematica. Considerando una serie di semplificazioni è particolarmente interessante l'idea di rappresentare il problema servendosi di un grafo, dove i nodi rappresentano le farmacie e gli archi le distanze che le separano.

L'obiettivo è dunque di formare una partizione in modo che le farmacie di ogni turno siano ben distribuite sul territorio. Si può qui osservare un algoritmo per il partizionamento dei grafi che agisce proprio in questa direzione.

Partendo da questo si è pensato che le soluzioni ottenute con questi metodi si basano su semplificazioni eccessive del problema. Per questo, se applicate al caso reale, potrebbero presentare alcune criticità. Nel capitolo 4 si può osservare l'analisi esplorativa effettuata per comprendere quali informazioni devono essere considerate per formare dei turni che offrano una reale utilità agli utenti. E' inoltre spiegato come, essendo il numero di possibili soluzioni enorme (esponenziale nel numero di farmacie), sia opportuno realizzare un algoritmo euristico per individuare una soluzione che si avvicini a quella ottima, riducendo così i tempi di calcolo notevolmente.

Nel capitolo 5 sono presentati i modelli teorici e le applicazioni software su cui si è basata la realizzazione dell'algoritmo.

L'algoritmo proposto viene descritto nel capitolo 6. Innanzitutto esso individua dei gruppi di farmacie vicine tra loro, che non avrebbe quindi senso porre nello stesso turno. In questo modo è possibile limitare notevolmente il numero di soluzioni plausibili. In particolare, questo avviene adattando un algoritmo di *cluster analysis* noto come *K-mean*. Esso è modificato in modo che formi gruppi di dimensione controllata.

Successivamente, tramite una procedura ciclica, le farmacie vengono assegnate ai turni. Essi sono quindi formati con un criterio di espansione in parallelo dove, ad ogni iterazione, si suddividono le farmacie di un determinato gruppo tra i turni. Il numero di farmacie per gruppo è pari al numero dei turni in modo che ad ogni turno sia assegnata una farmacia di ogni gruppo. In realtà l'ultimo gruppo può avere un numero di farmacie inferiore; così facendo si possono ottenere turni che differiscono al massimo di un elemento di numerosità. Questo accade quando il numero di farmacie non è divisibile per il numero di turni.

La procedura di assegnazione si basa su un criterio che valuta, per ogni turno, il tempo che gli utenti impiegherebbero per soddisfare la propria necessità.

Ad ogni iterazione si favorisce per cui il turno parziale che presenta un valore del criterio più elevato. Ad esso si assegna la farmacia del gruppo considerato che comporta il miglioramento maggiore. Poi si considera il secondo turno parziale più svantaggiato fino all'assegnazione di tutte le farmacie del gruppo.

In questo modo si punta sia a minimizzare il tempo che gli utenti impiegano per soddisfare la loro necessità sia a garantire una sorta di equilibrio tra i turni, cercando quindi di evitare la formazione di turni particolarmente svantaggiati per gli utenti.

Con la partizione ottenuta, tramite simulazione, è possibile ricavare una stima analitica dei tempi che gli utenti trascorrono nel sistema e le loro aggregazioni. Con questi nuovi dati si pensa che l'algoritmo sia in grado di generare una soluzione più attinente alla realtà, visto che sono considerate informazioni più attendibili che prima erano solo ipotizzate. Questa procedura può essere effettuata iterativamente potendo così ottenere una serie di soluzioni.

Per la validazione dei risultati ci si affida sempre alla simulazione, potendo così monitorare il funzionamento del sistema e osservare eventuali criticità. Essa è descritta nel capitolo 7.

Per una migliore comprensione viene analizzato, nel capitolo 8, un esempio di piccole dimensioni. E' qui descritto il funzionamento dell'algoritmo focalizzandosi su ogni singolo passaggio.

Successivamente è fornita, nel capitolo 9, la soluzione ottenuta per il caso delle farmacie di Padova.

2 - Descrizione del problema

2.1 Regolamentazione

Per la regione Veneto, la Legge regionale 10 novembre 1994, 64 (Bollettino Ufficiale della Regione Veneto n. 97/1994), disciplina l'orario di servizio, i turni e le ferie delle farmacie. In particolare, dall'articolo 2, si evince che le farmacie sono tenute a un orario di apertura pari a quaranta ore diurne alla settimana. Queste sono suddivise in sei giorni feriali, cinque dei quali con un intervallo pomeridiano e il sesto con solo mezza giornata lavorativa. Inoltre è stabilito che esse rimangono chiuse, oltre che per le ferie annuali, anche durante le festività infrasettimanali, riconosciute a norma di legge. Ogni USLL (Unità Locale Socio Sanitaria), assieme all'ordine dei farmacisti competente, regola gli orari di apertura e chiusura settimanali e i turni. Dall'articolo 5 si comprende che i turni sono stabiliti tra tutte le farmacie comprese nel territorio dell'ULSS ed, eventualmente, anche con farmacie di ULSS limitrofe. I turni garantiscono la continuità del servizio durante l'intervallo pomeridiano, le festività infrasettimanali, la mezza giornata di riposo feriale, le festività domenicali e le ferie annuali. In differenti modalità di apertura invece, durante il periodo che va dalla chiusura serale alla riapertura mattutina, di qualunque giorno.

Detto questo, l'obiettivo che ogni USLL si prefigge nella formazione dei turni è di offrire il miglior servizio possibile agli utenti garantendo allo stesso tempo equità per le farmacie. Per equità si intende che tutte le farmacie siano coinvolte nella turnazione con la stessa frequenza. E' naturale quindi pensare di formare T turni in cui ogni farmacia sia inserita in un unico turno. Ripetendo ciclicamente i turni si garantisce che ogni farmacia sia di turno ad intervalli regolari.

Il miglior servizio possibile si ottiene invece quando è minimizzato il tempo che gli utenti impiegano per soddisfare la propria necessità.

L'equità permette quindi di individuare le soluzioni ammissibili tra cui selezionare quella che offre il miglior servizio. Fondamentale è quindi la scelta di un criterio per la valutazione delle soluzioni.

2.2 - Analisi esplorativa: il caso delle farmacie padovane

L'ordine dei farmacisti di Padova, per poter meglio organizzare la suddivisione delle farmacie in turni, ha pensato di dividere il territorio padovano in due zone: *centro e dintorni* e *cintura urbana-extraurbana*. Queste sono considerate individualmente nella formazione dei turni. Ciò significa che sono decisi i turni di una zona e i turni dell'altra. In Tabella 1.1 è riportato l'elenco delle farmacie della zona *centro e dintorni*, mentre in Tabella 1.2 l'elenco delle farmacie della zona *cintura urbana-extraurbana*. Entrambi sono stati ottenuti dal sito web dell'ordine dei farmacisti [17].

Per ognuna delle due zone si è provveduto inoltre a suddividere le farmacie nelle naturali sottoaree di appartenenza, corrispondenti, per la zona *centro e dintorni*, ai quartieri e, per la zona *cintura urbana-extraurbana*, ai comuni.

Tabella 1.1: Elenco delle farmacie appartenenti alla zona *centro e dintorni*.

Farmacie zona centro			
	Nome	Indirizzo	Quartiere
1	ALTINATE	Via Altinate 35/A	1
2	AI CARMINI	Via Petrarca 12	1
3	AI COLLI	Via dei Colli 75	6
4	AL DUOMO	Via Manin 67	1
5	AL LEON D'ORO	Via Umberto I 96	1
6	AL POZZO D'ORO	Via San Clemente 3	1
7	AL SANTO	Via del Santo 56	1
8	ALLA PACE	Via Rezzonico 14	1
9	ALLA STANGA	Via Venezia 61	3
10	ALL'ANGELO	Piazza delle Erbe 54	1
11	ALL'IPPODROMO	Via San Marco 140	3
12	ANDRETTA	Piazza Garibaldi 5	1
13	ARCELLA	Via Tiziano Aspetti 113	2
14	BARTOLI	Via Zara 60	2
15	BELLATO	Ponte San Giovanni 4	1
16	BONAZZI-CENTRALE	Via Gorizia 1	1
17	BRIZZI	Via Tiziano Aspetti 28	2
18	CAPPELLINI	Via Madonna del Rosario 130	3
19	CARRARO ARTURO	Via Siracusa 22	5
20	CARRARO snc	Via Cesare Battisti 43	1
21	CASON	Via Carini 9	5
22	CHIARI	Via Oberdan 2	1
23	CIAMICIAN	Via Monte Ceva 5	6

24	CIATO	Via D'acquapendente 51	4
25	CIRILLO	Via Forcellini 136	3
26	DAL BIANCO	Via Tiziano Aspetti 219	2
27	DE GASPARI	Corso del Popolo 53	1
28	DE' PANTZ	Corso Vittorio Emanuele II 100	4
29	DEI SAVONAROLA	Via dei Savonarola 64	1
30	FACCIOLI	Via Boccaccio 92	3
31	FORNASIERI	Via San Francesco 157	1
32	GENTA	Via Chiesanuova 111	6
33	GIULIANI	Via Pontevigodarzere 83	2
34	GUADALUPI	Via Armistizio 21	5
35	INFANTI	Via Belzoni 17	1
36	MAGGIONI "NUOVA"	Via Guido Reni 94	2
37	MANTOVAN	Via Po 4	6
38	MORTISE	Via Cardan 5	3
39	PALESTRO	Via Palestro 28	5
40	PIANERI & MAURO	Via VIII Febbraio 12	1
41	POGGI	Via Guizza 3	4
42	RUARO-AI DUE GIGLI	Via Dante 27	1
43	SACRA FAMIGLIA	Via Torino 1	5
44	SAN BELLINO	Via Bramante 12	2
45	SAN LORENZO	Via Petrella 6	2
46	SAN LUCA	Via San Marco 226	3
47	SANTA CROCE	Piazzale Santa Croce 30	4
48	SANTA GIUSTINA snc	Prato della Valle 25	1
49	SANTA RITA	Via Paruta 48	4
50	SANTA SOFIA	Via Altinate 129	1
51	STOPPA	Via Piovese 103	4
52	TOCCHETTO	Corso Milano 64	1
53	VISCO	Via Sorio 6	5
54	ZENNARO PATRIZIA	Via Facciolati 77	4
55	ZILLI	Via Guizza 200	4

Tabella 1.2: Elenco delle farmacie appartenenti alla zona *cintura urbana-extraurbana*.

Farmacie zona cintura urbana- extraurbana			
	Nome	Indirizzo	Comune
1	AI FERRI	Via Roma, 58 Albignasego	Albignasego
2	AL CORSO	Corso delle Terme, 4 Montegrotto Terme	Montegrotto Terme
3	ALLA MANDRIA	Via Armistizio 288/A	Padova
4	ALLE TERME	Viale Stazione, 5 Montegrotto Terme	Montegrotto Terme
5	ANDREOLI	Piazza Leoni Carlo Selvazzano Dentro	Selvazzano Dentro
6	BECCARI	Via Sacro Cuore, 65	Padova
7	BELLINI	Via Molare, 17 Teolo	Teolo

8	BOTTARO	Via Roma, 340 Albignasego	Albignasego
9	BUJA	Via Repoise, 14 Cervarese Santa Croce	Cervarese Santa Croce
10	CASOTTO	Via Giuseppe Mazzini, 7 Saonara	Saonara
11	CASTAGNARO	Via Roma 175 Noventa Padovana	Noventa Padovana
12	COLOMBO	Via Alessandro Volta, 31 Abano Terme	Abano Terme
13	CREAZZO	Via Conselvana 69 Maserà	Maserà
14	CUPELLINI	Via Galilei Galileo, 93 Albignasego	Albignasego
15	FERIOLE	Via Euganea, 346 Selvazzano Dentro	Selvazzano Dentro
16	FERRO	Via Marco Polo, 111 Mestrino	Mestrino
17	FUSETTI	Via Padova, 12h Selvazzano	Selvazzano Dentro
18	GENERO	Via Albettoniera, 20 Bastia	Bastia
19	GENNARO	Via Vigonovese, 189	Padova
20	GEREMIA	Via San Michele Arcangelo 1 Mestrino	Mestrino
21	GIGLIO	Via Gioberti 9/A Rubano	Rubano
22	GIORDANO	Via Roma, 8 Ponte S. Nicolò	Ponte S. Nicolò
23	HYERACI	Via Giotto 24 Cadoneghe	Cadoneghe
24	INTERNAZIONALE	Via Pietro d'Abano, 12 Abano Terme	Abano Terme
25	LAZZARIN	Via Sant'Antonio, 11 Veggiano	Veggiano
26	MARZOLLA	Via Roma, 27 Limena	Limena
27	MENIN	Via Umberto I, 113 Casalserugo	Casalserugo
28	MIANI	Via Montà 110/B	Montà, Padova
29	MONTAGNA	Via Roma, 204 Albignasego	Albignasego
30	MONTEORTONE	Via Santuario 92 Abano Terme	Abano Terme
31	NICOLAZZI	Via Giacomo Matteotti, 103 Cadoneghe	Cadoneghe
32	PAGNAN	Via della Provvidenza, 10 Rubano	Rubano
33	PERIN F.	Salboro	Salboro
34	PERIN PAOLO	Via Noventana, 82 Noventa Padovana	Noventa Padovana
35	PERINI	Via euganea bresseo 70 Teolo	Teolo
36	PICCINALI	Via Vittorio Emanuele II, 9 Saonara	Saonara
37	PORTIOLI EREDI	Via Risorgimento, 29/B Albignasego	Albignasego
38	ROSSI	Via Scapacchiò, 67 Selvazzano Dentro	Selvazzano Dentro
39	S. DOMENICO	Via Monte Grappa, 28 Selvazzano Dentro	Selvazzano Dentro
40	SACRO CUORE	Via Bertipaglia, 15 Maserà 35020	Maserà
41	SAN BENEDETTO	Via Colli Euganei Saccolongo	Saccolongo
42	SAN DANIELE	Via S. Daniele, 11 Torreglia	Torreglia
43	SAN LORENZO	Via Giacomo Matteotti, 91 Abano Terme	Abano Terme
44	SANTA MARIA	Via Roveri, 48 Abano Terme	Abano Terme
45	STELLA	via Marconi 47 Cadoneghe	Cadoneghe
46	VERONESE	Via Antonio Rossi, 42 Rubano	Rubano
47	ZAMBON	Via Pietro Bembo, 47	Padova
48	ZANIBELLATO SNC	Via Gramsci Cadoneghe	Cadoneghe
49	ZILIO	Via Ippolito Nievo, 2 Ponte S. Nicolò	Ponte S. Nicolò

Nelle tabelle 1.3 e 1.4 sono definite le distribuzioni delle farmacie tra le sottoaree, rispettivamente per la zona *centro e dintorni* e per la zona *cintura urbana-extraurbana*. Per ogni sottoarea è indicata la superficie e la popolazione di riferimento; i dati sono tratti da Wikipedia [16].

Tabella 1.3: Distribuzione delle farmacie della zona *centro e dintorni* tra i quartieri.

Quartiere	Estensione (km²)	Popolazione	Farmacie	Abitanti/Farmacie
1 Centro	5,2	27047	22	1229,4
2 Nord	6,7	38118	8	4764,8
3 Est	28,02	38992	7	5570,3
4 Sud - Est	17,58	47300	8	5912,5
5 Sud - Ovest	14,05	28428	6	4738,0
6 Ovest	21,88	31047	4	7761,8
Totale	93,43	210932	55	3835,1

E' evidente che la distribuzione delle farmacie non è omogenea tra i vari quartieri. Si può notare come nel quartiere più piccolo, sia per dimensione sia per popolazione, è concentrato il maggior numero di farmacie. Osservare in questo modo i dati è però limitativo. Infatti, non si riesce a cogliere la reale dimensione del problema. Per questo si è introdotto il dato che indica il numero di abitanti per farmacia. Come si può vedere questo è molto variabile. Addirittura, nel quartiere 6 (7761,8) vale più di 6 volte che nel quartiere 1 (1229,4).

Tabella 1.4: Distribuzione delle farmacie della zona *cintura urbana-extraurbana* tra i comuni.

Comune	Estensione (km²)	Popolazione	Farmacie	Abitanti/Farmacie
Abano Terme	21,57	19726	5	3945,2
Albignasego	20,99	23761	5	4752,2
Bastia	27,56	4787	1	4787,0
Cadoneghe	12,86	16141	4	4035,3
Casalserugo	15,52	5514	1	5514,0
Cervarese	17,52	5564	1	5564,0
Limena	15,04	7289	1	7289,0
Maserà	17,54	9071	2	4535,5
Mestrino	19,3	10843	2	5421,5
Montà, Padova	*	*	1	*
Montegrotto Terme	15,25	11181	2	5590,5

Noventa Padovana	7,17	11007	2	5503,5
Zona Padova	*	*	4	*
Ponte S. Nicolò	13,5	13325	2	6662,5
Rubano	14,56	15606	3	5202,0
Saccolongo	13,72	4916	1	4916,0
Salboro	*	*	1	*
Saonara	13,52	10073	2	5036,5
Selvazzano Dentro	19,58	22305	5	4461,0
Teolo	31,11	8779	2	4389,5
Torreglia	18,75	6277	1	6277,0
Veggiano	16,24	4499	1	4499,0
Totale	331,3	188352,3	49	4589,6

* Dati mancanti

Considerando il numero di abitanti per farmacia si può vedere come, a differenza della zona *centro e dintorni*, i dati siano molto più omogenei. Si va da un minimo di 3945,2 di Abano Terme, a un massimo di 7289 di Limena. Si può osservare inoltre come, complessivamente, il numero di abitanti per farmacia sia inferiore per la zona *centro e dintorni*. Questo confronto non è però propriamente affidabile in quanto, per via dei dati mancanti, sono state escluse dal conteggio tre aree. Infatti, il numero di abitanti per farmacia totale è ottenuto dividendo la somma degli abitanti per 43. In realtà, le 6 farmacie escluse appartengono al Comune di Padova, ma per comodità sono state inserite nell'insieme *cintura urbana-extraurbana*. Siccome le tre aree non identificano un singolo comune, non è stato possibile individuare la superficie e la popolazione di riferimento.

2.3 - I turni attuali

L'ordine dei farmacisti di Padova prevede che i turni siano composti da una serie di farmacie. Ogni turno ha una durata di 7 giorni, inizia il sabato e termina il sabato successivo. Le farmacie in questione devono rispettare un orario di apertura stabilito. In particolare rimangono aperte dalle 9:00 alle 21:00 ad esclusione di una che chiude alle 24:00 e di un'altra che è in servizio 24 ore su 24. In questa tesi, per semplicità, non sono considerate, nella composizione dei turni, queste differenze negli orari d'apertura. L'ordine dei farmacisti non utilizza un vero e proprio criterio per la formazione dei turni. Sostanzialmente fa sì che le farmacie siano disposte nei turni, in modo da

“coprire” più territorio possibile. Inoltre, punta ad evitare situazioni particolarmente svantaggiate, cerca quindi di mantenere una sorta di equilibrio tra i turni. Per ottenere questo non sono state poste farmacie troppo vicine tra loro, nello stesso turno. Ad esempio, nella zona *cintura urbana-extraurbana*, sono sempre state inserite, per ogni turno, farmacie di comuni differenti.

Non avendo informazioni aggiuntive si può assumere che le scelte effettuate nella formazione dei turni di una zona siano indipendenti da quelle effettuate nell'altra. Nella zona *centro e dintorni* ci sono 55 farmacie e, volendo formare turni di 5 farmacie ciascuno, per l'ordine dei farmacisti è stato ovvio pensare a 11 turni. In questo modo, ogni farmacia è inserita in un unico turno. I turni decisi sono riportati in Tabella 1.5.

Tabella 1.5: Turni decisi dall'ordine dei farmacisti per la zona *centro e dintorni*.

turno 1	turno 2	turno 3
FORNASIERI	ALTINATE	AL POZZO D'ORO
ALL'ANGELO	ALLA PACE	DE GASPARI
MAGGIONI "NUOVA"	DEI SAVONAROLA	GENTA
CIAMICIAN	DE' PANTZ	MORTISE
CAPPELLINI	SAN LORENZO	ZENNARO PATRIZIA
turno 4	turno 5	turno 6
SANTA SOFIA	BONAZZI-CENTRALE	PIANERI & MAURO
CARRARO snc	BELLATO	AI CARMINI
CASON	BRIZZI	MANTOVAN
POGGI	SANTA CROCE	ALLA STANGA
GIULIANI	CIRILLO	SANTA RITA
turno 7	turno 8	turno 9
AL DUOMO	CHIARI	AL SANTO
SANTA GIUSTINA snc	INFANTI	TOCCHETTO
CARRARO ARTURO	CIATO	SACRA FAMIGLIA
SAN LUCA	ZILLI	ARCELLA
DAL BIANCO	AI COLLI	ALL'IPPODROMO
turno 10	turno 11	
ANDRETTA	RUARO-AI DUE GIGLI	
PALESTRO	AL LEON D'ORO	
GUADALUPI	BARTOLI	
STOPPA	VISCO	
SAN BELLINO	FACCIOLI	

Anche per la zona *cintura urbana-extraurbana* è stata decisa la formazione di 11 turni da 5 farmacie ciascuno. Uno di questi però, per motivi a noi sconosciuti, conta solo 4 farmacie. Ovviamente, essendo le farmacie 49, non viene rispettato il principio di porre ogni farmacia in un unico turno. I turni formati sono riportati in Tabella 1.6.

Tabella 1.6: Turni decisi dall'ordine dei farmacisti per la zona *cintura urbana-extraurbana*.

turno 1	turno 2	turno 3
MONTEORTONE	INTERNAZIONALE	AL CORSO
CASOTTO	PERIN PAOLO	CREAZZO
S. DOMENICO	SAN BENEDETTO	SANTA MARIA
ALLA MANDRIA	ZAMBON	GENERO
PERIN F.	SACRO CUORE	GIGLIO
turno 4	turno 5	turno 6
SAN LORENZO	COLOMBO	ALLE TERME
PERINI	PORTIOLI EREDI	CUPELLINI
CASTAGNARO	BECCARI	ROSSI
MARZOLLA	LAZZARIN	STELLA
GEREMIA	GENNARO	
turno 7	turno 8	turno 9
MONTEORTONE	AL CORSO	SAN LORENZO
FUSETTI	PICCINALI	MENIN
AI FERRI	BELLINI	ANDREOLI
ZILIOOTTO	VERONESE	GIORDANO
HYERACI	NICOLAZZI	MIANI
turno 10	turno 11	
COLOMBO	ALLE TERME	
MONTAGNA	BUJA	
PAGNAN	FERRO	
SAN DANIELE	ZANIBELLATO SNC	
FERIOLE	BOTTARO	

2.4 – Definizione del problema

Il problema considerato può essere rappresentato attraverso un grafo. Sia $G = (V, E)$, con $|V| = n$, un grafo connesso non orientato. I nodi V del grafo rappresentano le

farmacie nel territorio, mentre gli archi E la rete stradale che le collega. I pesi sugli archi $w_k > 0 \forall k \in E$ indicano la distanza che le separano. Una soluzione è quindi data dalla suddivisione delle farmacie in T sottoinsiemi $F_i \subseteq V$ con $i = 1..T$. I sottoinsiemi devono essere inoltre di uguale numerosità o eventualmente differire al massimo di un elemento. Ogni sottoinsieme indica dunque quali farmacie sono aperte al turno i -esimo. Allora si ha che:

$$\bigcup_{i=1}^T F_i = V$$

$$F_i \cap F_j = \emptyset \quad \forall i, j \in V, i \neq j$$

$$\left\lfloor \frac{|V|}{T} \right\rfloor \leq |F_i| \leq \left\lceil \frac{|V|}{T} \right\rceil \quad \forall i$$

Per semplicità si suppone che i centri di domanda e i centri di servizio coincidono. Ciò significa che i clienti risiedono solo nei nodi del grafo. La minima distanza che separa la coppia i, j è data da d_{ij} che rappresenta allora la distanza che l'utente che abita in i deve percorrere per servirsi alla farmacia j .

I turni devono essere formati in modo da offrire il miglior servizio possibile agli utenti. La funzione obiettivo mira quindi minimizzare i tempi che gli utenti impiegano per soddisfare le loro necessità.

3 - Stato dell'arte

La creazione di uno strumento, basato su un grafo, per la suddivisione delle farmacie in turni, e in particolare quelle di Padova, non è una problematica del tutto nuova. In questo capitolo sono presentate due metodologie differenti adottate per questo fine. Nel primo caso l'idea generale è di "guidare" la generazione dei turni. Nella seconda situazione viene considerato come un problema di location-allocation.

In entrambi gli approcci si è ipotizzato che i centri di domanda e i centri di servizio coincidono. Ciò significa che i clienti risiedono solo nei nodi del grafo. Per semplicità si suppone che tutte le farmacie abbiano la stessa importanza e che siano in grado di soddisfare pienamente le esigenze di ogni cliente. Inoltre, si ritiene che la popolazione sia distribuita equamente tra i vari centri di domanda.

3.1 - La generazione guidata dei turni

Questo approccio, per la risoluzione del problema, viene affrontato da Toson [11]. In principio sono state calcolate le distanze che separano tutte le possibili coppie di farmacie. Il risultato è una matrice quadrata e simmetrica con diagonale nulla.

Sono poi definiti 4 criteri per valutare la bontà di una possibile suddivisione delle farmacie in turni. Questi criteri sono ottenuti in funzione della distanza che devono percorrere gli utenti, per raggiungere la farmacia di turno più vicina. Si definiscono quindi:

n = numero totale di farmacie

T = numero dei turni

d_{ij} = distanza del cliente i rispetto alla farmacia j con $i, j = 1..n$

G_k = insieme delle farmacie del turno k con $k = 1..T$

Criterio 1: Massimo dei massimi

$$f.o. = \max_k \left[\max_i \left[\min_{j \in G_k} d_{ij} \right] \right]$$

Per ogni turno viene individuato il cliente che deve percorrere la distanza massima per raggiungere la farmacia di turno più vicina. Viene preso il massimo tra questi. L'obiettivo è quello di minimizzare questo valore.

Criterio 2: Somma dei massimi

$$f.o. = \sum_{k=1}^T \left[\max_i [\min_{j \in G_k} d_{ij}] \right]$$

Come per il criterio 1, viene individuato, per ogni turno, il cliente che deve percorrere la distanza massima per raggiungere la farmacia di turno più vicina. Viene poi eseguita la somma dei valori. L'obiettivo è di minimizzare tale somma.

Criterio 3: Massimo delle somme

$$f.o. = \max_k \left[\sum_{i=1}^n [\min_{j \in G_k} d_{ij}] \right]$$

Per ogni turno viene calcolata la somma delle distanze che ogni utente deve percorrere per raggiungere la farmacia di turno più vicina. Si conserva il massimo di questi valori. L'obiettivo è di minimizzare tale valore.

Criterio 4: Somma delle somme

$$f.o. = \sum_{k=1}^T \left[\sum_{i=1}^n [\min_{j \in G_k} d_{ij}] \right]$$

Viene calcolata la somma, per ogni turno, delle distanze che ogni utente deve percorrere per raggiungere la farmacia di turno più vicina. Viene restituita la somma dei valori ottenuti. L'obiettivo è di minimizzare tale valore.

E' logico pensare che una "buona" partizione sia composta da turni con farmacie equamente distribuite nel territorio, in modo tale che nessun cliente risulti troppo svantaggiato. Se una partizione è generata casualmente è possibile però che farmacie molto vicine tra loro siano inserite nello stesso turno. Andare a valutare una situazione del genere non avrebbe senso. Proprio per questo la generazione dei turni viene "guidata". Si pongono dei vincoli in modo da evitare che farmacie troppo vicine tra loro

appartengano allo stesso turno. Inoltre è introdotto un altro tipo di vincolo basato sull'incompatibilità. Esso indica se due o più farmacie possono o meno appartenere allo stesso turno. Questo si traduce nell'aver una matrice quadrata di dimensioni pari alla matrice delle distanze. Il valore nella cella i,j sarà 0 se non è possibile inserire la farmacia i nello stesso gruppo della farmacia j o sarà 1 nel caso contrario.

Per la risoluzione del problema è stato utilizzato un algoritmo euristico. Ciò significa che non è cercata la soluzione ottima che minimizza i 4 vincoli, ma vengono generate casualmente delle soluzioni che sono poi valutate e classificate. Ovviamente non avrebbe senso generare casualmente dei turni, per poi verificare se i vincoli siano o meno stati rispettati. Per questo si utilizza il concetto di grado di compatibilità (GDC): una volta definita una serie di vincoli esso indica a quanti e a quali turni una farmacia può essere associata. L'idea è quindi di generare casualmente i turni utilizzando il GDC per diminuire la probabilità di formare turni che violano i vincoli.

L'algoritmo effettua i seguenti passi:

- 1) Si sceglie casualmente una farmacia che andrà inserita nel primo gruppo libero.
- 2) Si aggiorna il CGD di ogni farmacia che deve ancora essere inserita in un gruppo qualsiasi.
- 3) Si sceglie casualmente una farmacia tra quelle aventi GDC più basso e si andrà ad inserirla nel gruppo avente cardinalità maggiore, rispettando i vincoli.
- 4) Si torna al punto 2 finché non si inseriscono tutte le farmacie.

E' da sottolineare che l'utilizzo del GDC non scongiura la formazione di turni errati. Essi invece saranno tanto più frequenti quanto più i vincoli sono "stringenti".

Toson, seguendo questo algoritmo, ha sviluppato un programma con il linguaggio di programmazione *Java*. Oltre ai dati precedentemente elencati esso chiede in input il numero di soluzioni che si vogliono ottenere ed il numero massimo di tentativi. Ovviamente il numero di soluzioni deve essere minore del numero dei tentativi. Il programma si fermerà quando avrà generato il numero di soluzioni specificato o avrà esaurito il numero di tentativi.

Per quanto riguarda la zona *centro e dintorni* sono stati analizzati singolarmente i quartieri, poiché in essi le farmacie sono concentrate molto differentemente. Per questo

è stato deciso di impostare dei vincoli in base al quartiere di appartenenza delle farmacie. Di conseguenza, in ogni turno, possono essere inserite farmacie dello stesso quartiere, solamente se sono tra loro distanti più del valore dato dal vincolo.

Considerando sempre 500000 tentativi, si sono ottenute più soluzioni, utilizzando sia vincoli molto restrittivi sia poco restrittivi. Nella Tabella 3.1 sono riportate le migliori soluzioni per ogni criterio.

Tabella 3.1: Migliori soluzioni ottenute per ogni criterio per la zona *centro e dintorni*.

	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3	Criterio 4
Partizione che minimizza il 1° criterio	5,00	51,10	93,62	888,05
Partizione che minimizza il 2° criterio	5,50	48,51	108,59	918,59
Partizione che minimizza il 3° criterio	6,00	52,42	82,56	850,40
Partizione che minimizza il 4° criterio	6,00	52,50	86,63	822,14
Partizione ordine dei farmacisti	6,00	52,00	85,30	824,02

E' evidente come nessuna partizione riesca ad essere migliore in tutti e 4 i criteri, rispetto alla partizione utilizzata dall'ordine dei farmacisti. Dai risultati ottenuti, la partizione da utilizzare viene quindi scelta in base al criterio che si vuole minimizzare. Toson, dalle analisi effettuate nella sua tesi, ha constatato che non tutti i criteri discriminano allo stesso modo e, secondo questa considerazione, i migliori sembrano essere i criteri Massimo delle Somme e Somme delle Somme. Per questi due criteri si osserva inoltre che i valori osservati negli altri due criteri non si discostano molto rispetto alla scelta dell'ordine dei farmacisti.

Per quanto riguarda invece la zona *cintura urbana-extraurbana* non si sono più inseriti vincoli per le farmacie appartenenti allo stesso quartiere bensì al comune. Essendo le farmacie da distribuire 49, e volendo Toson formare turni da 5, si è pensato di utilizzare delle farmacie virtuali, poiché 49 non è divisibile per 5. Vengono considerate quindi 245 farmacie virtuali (245 è il minimo comune multiplo tra 49 e 5), che in realtà non sono altro che le 49 farmacie reali ripetute 5 volte. In questo modo si possono ottenere 49 turni da 5 farmacie ciascuno, senza che nessuna sia ripetuta nello stesso turno. In questa soluzione non viene però valutato che una farmacia potrebbe essere di turno due o più volte consecutivamente.

Questo metodo di gestire i turni è differente da quello utilizzato dall'ordine dei farmacisti, che preferiscono far fare il doppio turno a determinate farmacie. Proprio per

questa diversa impostazione, risulta ostico un confronto dei valori assunti dai 4 criteri. Di conseguenza si devono ponderare i risultati in base alla numerosità dei turni. Per questo, i valori ottenuti per i criteri Somma dei Massimi e Somma delle Somme, tramite l'algoritmo, vanno divisi per 49 e moltiplicati per 11. I valori dei criteri Massimo dei Massimi e Massimo delle Somme vanno invece confrontati così come sono, anche se in realtà non è propriamente corretto. Nella Tabella 3.2 vengono riportate le migliori partizioni, per ogni criterio, calcolate utilizzando i vincoli; i valori provengono da partizioni differenti.

Tabella 3.1: Migliori soluzioni ottenute per ogni criterio per la zona *cintura urbana-extraurbana*.

	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3	Criterio 4
Risultati migliori	15,00	141,00	290,70	2825,74
Partizione ordine dei farmacisti	16,00	146,00	266,40	2781,70

L'algoritmo riesce a generare partizioni che migliorano solamente i primi 2 criteri. I criteri 3 e 4 sono invece migliori nella partizione utilizzata dall'ordine dei farmacisti. Anche in questo caso i criteri 3 e 4 risultano essere i migliori per discriminare le soluzioni. Proprio per questo, la partizione utilizzata dall'ordine dei farmacisti sembrerebbe essere migliore, anche se alcune farmacie si troverebbero a dover esser di turno più volte di altre.

3.2 - Un approccio location-allocation

Dato un grafo $G = (V, E)$, ottenere T sottoinsiemi disgiunti di nodi, la cui unione corrisponde proprio a V , è un'operazione definita partizionamento di un grafo. Se si considera inoltre un criterio che gli elementi devono soddisfare per appartenere ad un gruppo, fa rientrare questa situazione nella classe di problemi di *graph partitioning*. In realtà, dal punto di vista degli obiettivi da ottimizzare, c'è una maggiore affinità con i problemi di *location-allocation*. Essi trattano l'allocazione delle risorse nello spazio. Zuffellato [12] affronta il problema della partizione delle farmacie secondo questo punto di vista e, in particolare, utilizzando la classe di problemi *p-median* [8].

3.2.1 - P-median

Il problema di localizzazione *p-median* [8] può essere formulato in questo modo: fissati n centri di domanda e p centri di servizio, con $p < n$, trovare le p localizzazioni che minimizzano la distanza media tra i centri di domanda e i centri di servizio. Questo è un tipo di problema min-sum.

Da questa definizione, si capisce come il *p-median* di un grafo è quello che si vorrebbe realizzare ad ogni turno delle farmacie. Hakimi [5] definisce una terminologia definitiva per una definizione formale di mediana di un grafo.

Dato un grafo $G = (V, E)$ finito con assegnati pesi h_i sui nodi $v_i \forall i = 1 \dots |V|$ e pesi w_{ij} sugli archi $b_{ij} \in E$, dove b_{ij} è l'arco che congiunge il nodo v_i con il nodo v_j , la prima definizione di mediana di un grafo è presentata in [5] nel modo seguente.

Presi due punti arbitrari x e y di G (ovvero vertici o punti interni agli archi), la distanza tra x e y , indicata con $d(x, y)$ è la lunghezza del cammino minimo in G tra i due punti in questione, dove la lunghezza del cammino è data dalla somma dei pesi degli archi che compongono tale cammino. Chiamiamo mediana assoluta di G un punto y_0 di G per cui:

$$\sum_{i=1}^n h_i d(v_i, y_0) \leq \sum_{i=1}^n h_i d(v_i, y)$$

Successivamente, in [4], Hakimi estende il concetto alle *p-median*. Sia p un numero intero positivo e $X_p = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}$ un insieme di p punti distinti del grafo G . Si avrà quindi:

$$d(v_i, X_p) = \min \left(d(v_i, x_1), d(v_i, x_2), \dots, d(v_i, x_p) \right)$$

Viene allora chiamata *p-median* di G un insieme di punti X_p^* tale che, per ogni X_p in G , valga:

$$\sum_{i=1}^n h_i d(v_i, X_p^*) \leq \sum_{i=1}^n h_i d(v_i, X_p)$$

Hakimi, sempre in [4], dimostra che, dato un $G = (V, E)$, almeno un p-median è collocato sui nodi. Tenendo conto di questo, è possibile dare la seguente formulazione in Programmazione Lineare del problema p-median. Si considera che d_{ij} è la minima distanza tra i nodi i e $j \forall i, j \in V$.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se l'utente } i \text{ è assegnato al servizio } j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\min \sum_{i \in n} \sum_{j \in n} h_i d_{ij} x_{ij}$$

Dati i vincoli:

Ogni utente è assegnato ad un unico servizio: $\sum_{j \in n} x_{ij} = 1, \forall i = 1 \dots n$

Sono attivi p servizi: $\sum_{j \in n} x_{jj} = p$

E' impedito utilizzare servizi non attivi: $x_{ij} \leq x_{jj} \forall i, j = 1 \dots n, i \neq j$

I dati sono di natura binaria: $x_{ij} \in \{0,1\} \forall i, j = 1 \dots n$

Il problema p-median è NP-hard [8] per p variabile e polinomiale per p costante. I metodi più utilizzati per una risoluzione più agevole si basano su:

- Euristiche
- Rilassamento Lagrangiano e “dual ascent procedures”
- Riformulazioni del Modello

Il maggior numero di risultati si è ottenuto con le euristiche, degno di nota l'algoritmo di Maranzana [7]. Si verifica però una perdita di efficienza con l'aumentare della dimensione del problema. In questo senso si è rivelato migliore il rilassamento lagrangiano. In tempi più recenti inoltre, il metodo di riformulazione del modello ha portato a risultati notevoli. Una delle più interessanti è la formulazione COBRA, proposta da Church [1]. Il modello COBRA (acronimo di COndensed Balinski constraints with the Reduction of Assignment) nasce da una modifica del modello classico presentato in [9] e considera che un utente non si avvarrà mai dei $p-1$ servizi più lontani e quindi elimina tutte le variabili relative. Rispetto all'implementazione classica si riescono a ridurre notevolmente i tempi di calcolo.

3.2.2 - Location-allocation per la turnazione delle farmacie

Considerando il problema della formazione dei turni delle farmacie, e volendo formare ogni turno come fosse un p-median di un grafo, la funzione obiettivo da minimizzare, che può essere osservata in [12], risulta essere:

$$d_{media} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T \min_{j \in G_k} d_{ij}$$

dove G_k è l'insieme delle farmacie del turno k , mentre d_{ij} è la distanza che separa la farmacia i dalla farmacia j . n è il numero di farmacie e T il numero di turni.

d_{media} rappresenta la distanza media che gli utenti percorrono per raggiungere la farmacia di turno più vicina, nell'arco di un intero ciclo. Utilizzando la variabile binaria x_{ijt} è possibile descrivere il problema in termini di programmazione lineare. La variabile x_{ijt} vale 1 solamente se al turno t la farmacia j è la farmacia aperta più vicina a i .

Il problema è così formulato:

$$\min \sum_t \sum_j \sum_i d_{ij} x_{ijt}$$

Dati i vincoli:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ijt} &= p, \forall t = 1 \dots T \\ \sum_{t=1}^T x_{ijt} &= 1, \forall j = 1 \dots n \\ \sum_{j=1}^n x_{ijt} &= 1, \forall i = 1 \dots n, t = 1 \dots T \\ x_{ijt} &\leq x_{jtt} \forall i, j = 1 \dots n, i \neq j, t = 1 \dots T \\ x_{ijt} &\in \{0,1\} \end{aligned}$$

L'elevato numero di variabili che caratterizza il problema rende però poco pratico il suo utilizzo. Proprio per questo si è deciso di utilizzare un'euristica, basata sul p-median, per la risoluzione del problema dei turni delle farmacie.

Ricordando che una p-median di un grafo $G = (V, E)$ è un insieme $V_p \subseteq V$ di cardinalità p tale che la somma delle distanze minime dai vertici $V \setminus V_p$ è minima, si è pensato ad un algoritmo [12] che formi un turno alla volta.

Fissato n il numero delle farmacie e T il numero di turni, si eseguono i seguenti passi:

- 1- Risolvere il problema (n/T) -median
- 2- Imporre che i nodi nella soluzione non vengano più considerati
- 3- Ripartire da 1

Questo metodo però non considera gli squilibri che si potrebbero formare tra i gruppi. Infatti, ai primi passaggi vengono utilizzati i nodi “migliori” mentre quelli più “scomodi” sono lasciati agli ultimi.

Per ovviare a questo problema, si corregge in questo modo l'algoritmo:

- 1- Costituire un insieme F_T con i T nodi più scomodi, intesi come quelli mediamente più distanti dagli altri.
- 2- Selezionare il nodo $v^* \in F_T$ che massimizza la somma delle distanze minime da se stesso verso tutti i nodi in V .
- 3- Risolvere il problema di (n/T) -median, avendo imposto che nella soluzione sia presente v^* .
- 4- Imporre che i nodi nella soluzione non vengano più considerati.
- 5- Escludere v^* da F_T .
- 6- Ripartire da 2.

Nell'eventualità che n non sia divisibile per T , è stato pensato un modello nel quale la cardinalità dei turni non differisca al più di 1. In Tabella 3.3 vengono riportati i risultati ottenuti per la zona *centro e dintorni*. In particolare si osservano le somme delle distanze che separano gli utenti dalla farmacia di turno più vicina; questo per ogni turno.

Tabella 3.3: Risultati della soluzione per la zona *centro e dintorni*.

	T1	T2	T3	T4	T5	
Risultato	61,32	61,14	62,8	69,15	68,83	
	T6	T7	T8	T9	T10	T11
	73,92	72,66	83,42	76,23	87,07	72,66

Si può notare come non si è riusciti ad eliminare completamente lo squilibrio esistente tra i primi turni formati rispetto agli ultimi. La somma di questi valori corrisponde al criterio Somma delle Somme definito da Toson, si possono per cui confrontare i risultati ottenuti nei due differenti approcci; questi sono riportati in Tabella 3.4. E' evidente come l'algorithmo sviluppato in [12] porti ad una soluzione migliore.

Tabella 3.4: Confronto dei risultati ottenuti con i due metodi differenti per la zona *centro e dintorni*.

	Somma delle Somme
Ord. Farm.	824,02
Toson	822,14
Zuffellato	789,2

4 - Elementi per la modellazione del problema

Nel capitolo precedente, si è visto come i criteri utilizzati per la valutazione di una partizione siano calcolati considerando solamente le distanze che separano le varie farmacie. Si è infatti ritenuto opportuno considerare una semplificazione del problema. E' innegabile però che un modello è tanto migliore quanto riesce a rispecchiare la realtà, ma è anche vero che è impossibile realizzarne uno che la ricalchi in tutto e per tutto. Infatti, la complessità di un modello cresce man mano che esso si avvicina alla realtà in esame. Inoltre, anche la sua gestione si complica quando si devono possedere sempre più differenti tipologie di informazioni da inserire. Infatti, è inutile realizzare un modello che consideri dati difficilmente ottenibili. Proprio per questi fattori è necessario individuare il giusto compromesso tra il livello di dettaglio e la complessità. Da quanto detto risulta quindi opportuno inserire nel modello quelle informazioni semplici da ottenere, ma che permettono di rispecchiare maggiormente la realtà. Come detto in precedenza, l'obiettivo di questo lavoro è la realizzazione di uno strumento che sia in grado di suddividere le farmacie in una "buona" partizione. In questo capitolo viene prima presentato il motivo per cui si ritiene corretto pensare ad una procedura automatica per la formazione dei turni, evitando di valutare soluzioni generate casualmente. In secondo luogo, viene fatta una considerazione sugli elementi che potrebbero rivelarsi utili, al fine di realizzare partizioni che risultino più coerenti con la realtà in esame.

4.1 - La numerosità delle soluzioni

Generalmente, di fronte ad un problema di questo tipo, dove si sono decise una o più misure per valutare la bontà di una soluzione, si dovrebbe individuarle tutte, per poi classificarle secondo la misura desiderata. Questo è teoricamente possibile, visto che il numero di soluzioni è limitato, ma diventa irrealizzabile se esso è troppo grande. Prendendo come esempio il caso *centro e dintorni*, delle farmacie di Padova, il numero di possibili partizioni risulta:

$$\frac{C_{55,5} * C_{50,5} * C_{45,5} * C_{40,5} * C_{35,5} * C_{30,5} * C_{25,5} * C_{20,5} * C_{15,5} * C_{10,5} * C_{5,5}}{11!}$$

$$= 4\ 280\ 862\ 577\ 989\ 659\ 916\ 223\ 699\ 531\ 336\ 456\ 815\ 269\ 376$$

Dove $C_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)! * k!}$ indica il numero di possibili sottoinsiemi di dimensione k , di un insieme di numerosità n , a prescindere dall'ordine degli elementi.

In questa situazione, individuare e classificare tutte le soluzioni, sarebbe computazionalmente troppo oneroso. Basti pensare che l'algoritmo di Toson, per generare e valutare 500000 soluzioni, senza impostare alcun vincolo, ha impiegato 24 minuti. E' vero che i tempi necessari dipendono dalle risorse di calcolo disponibili ma, anche se si potessero notevolmente abbassare, è utile ricordare che 500000 soluzioni rappresentano sempre una minima parte della totalità. Appurata l'impraticabilità di questo percorso, si potrebbe pensare di selezionare un sottoinsieme limitato di soluzioni, sapendo che la probabilità di ottenere la soluzione ottima è uguale alla frazione di soluzioni analizzate sul totale. E' anche vero però che non siamo direttamente interessati alla soluzione ottima, ma ci si potrebbe "accontentare" di una che le si avvicini. Allora, quanto deve essere numeroso l'insieme di soluzioni da testare? Sicuramente 500000 è un valore troppo piccolo visto che rappresenta una parte minima delle soluzioni possibili ($1/10^{-36}$).

Limitare il numero delle soluzioni ammissibili inserendo dei vincoli potrebbe essere una strada percorribile, ma non garantirebbe il raggiungimento della soluzione desiderata. Per ottenere un calo drastico del numero di soluzioni ammissibili è necessario inserire un numero elevato di vincoli, che però farebbe aumentare la probabilità di eliminare "buone" soluzioni. Da questo si evince come sia fondamentale pensare ad un metodo che, seguendo determinati criteri, vada a formare automaticamente la soluzione desiderata.

4.2 - Gli elementi da considerare

Come si è visto nell'introduzione di questo capitolo, considerare la sola distanza che separa le farmacie, non è sufficiente per poter di individuare una partizione realmente utile per gli utenti. Ciò significherebbe, infatti, semplificare troppo la realtà. Questo

potrebbe portare ad ottenere soluzioni che, solamente quando applicate realmente, mostrerebbero la loro inefficienza. In questo paragrafo vengono elencati gli elementi che si ritengono importanti per la formazione di una partizione corretta.

Localizzazione dei centri di domanda

Osservando i modelli finora considerati, è evidente come la forzatura più grande presente è rappresentata dal fatto che i centri di domanda (clienti) e i centri di servizio (farmacie) coincidono. La realtà è ben diversa, la popolazione è distribuita su un territorio e non in un insieme limitato di punti. Ovviare a questo problema è però molto complicato, visto che le distanze tra centro di domanda e centro di servizio sono distanze reali e non distanze lineari. E' quindi troppo oneroso conoscere a priori le distanze che separano ogni ipotetico centro di domanda da tutti i centri di servizio. Proprio per questo è particolarmente complicato riuscire a superare questo limite.

Dimensione dei centri di domanda

I differenti centri di domanda, anche se rappresentati da un numero limitato di punti, non sono uguali tra loro. Ad esempio si considerino due situazioni: nella prima, poche persone devono percorrere una certa distanza, mentre nella seconda a percorrere la stessa distanza sono molte persone. E' naturale pensare che la seconda situazione sia ben peggiore della prima; sarebbe assurdo assegnare loro la stessa importanza.

Si possono quindi utilizzare le informazioni relative alla distribuzione della popolazione nel territorio, per capire quale sia il numero di persone riferito, ad un determinato centro di domanda.

Attrazione esercitata dalle farmacie

Anche i centri di servizio non possono essere considerati uguali tra loro. Esistono farmacie di differenti dimensioni e caratteristiche e che quindi possono esercitare una determinata "attrazione" per il cliente. Nella realtà delle farmacie i "livelli di attrazione" possono essere dati dalla combinazione di un insieme molto vasto di parametri e, per calcolarli correttamente, si rischierebbe di addentrarsi in un problema troppo complesso. Per ora ci limiteremo a questa definizione generale; successivamente sarà spiegato il metodo utilizzato per l'assegnazione di un valore preciso.

Fattori che influenzano la scelta di una farmacia

In conseguenza di quanto detto è facile intuire come non sia la sola distanza da percorrere a determinare la scelta di una farmacia da parte di un cliente. Si può assumere che la scelta è fatta invece in base ad una combinazione tra la distanza e il “livello di attrazione”.

La scelta di una farmacia è associata ad una probabilità

L’idea che un cliente scelga sempre di servirsi presso la farmacia che offre il miglior compromesso tra la distanza da percorrere e il “livello di attrazione” appare non aderente alla realtà. Ad esempio, si pensi ad un cliente che può scegliere tra due farmacie che distano rispettivamente 10 e 11 km e, per semplicità, ipotizziamo che esse esercitino lo stesso livello di attrazione. La scelta del cliente ricadrà più frequentemente sulla farmacia più vicina ma, non essendo molta la differenza tra le due, non si esclude che qualche volta opti per la più distante. La scelta di una determinata farmacia, da parte di un cliente, è quindi legata ad una probabilità che dipende da quali farmacie sono di turno in quel momento.

Il tempo necessario per il servizio

Quando ad un utente sorge la necessità di soddisfare un determinato servizio, egli non pensa solamente alla distanza che dovrà percorrere, ma al tempo complessivo necessario per soddisfare tale necessità. Il tempo totale, in modo semplicistico, può essere visto come la somma di due elementi: il tempo necessario per lo spostamento e il tempo trascorso all’interno della farmacia. Quest’ultimo, a sua volta, è dato dalla somma del tempo impiegato per l’effettivo servizio e dall’eventuale tempo che si potrebbe dover aspettare in attesa. Per ora ci limiteremo alla sola impostazione di questo concetto; i metodi utilizzati per stimare tali valori verranno approfonditi successivamente.

Altri elementi

Nella realtà di questo problema esistono una moltitudine di altri elementi che esercitano una loro influenza. Si pensi ad esempio che i prezzi applicati, le forme di pubblicità adottate e l’aspetto del locale possono influire sulle scelte del cliente e sull’utilità che ne

ricava da un servizio. Considerare anche altri fattori come questi, oltre a quelli elencati precedentemente, aumenterebbe eccessivamente però la complessità del problema. Si è deciso quindi di inserire solamente quelle informazioni facilmente ottenibili.

Riassumendo, in questo capitolo, si è solamente voluto dare una visione degli elementi che hanno portato a vedere il problema in modo differente. Si è dunque preferito passare ad un'impostazione che segua maggiormente la realtà, basandosi sui seguenti punti:

- ad ogni centro di domanda è associato un rispettivo numero di persone;
- ogni centro di servizio esercita uno specifico livello di attrazione;
- gli utenti scelgono in base ad una probabilità (in funzione della distanza e dell'attrazione) su quale farmacia recarsi;
- si valutano i tempi che gli utenti trascorrono nel sistema e non solo le distanze che percorrono;

Tutti questi elementi dovranno quindi essere considerati in una procedura che generi una partizione, seguendo una determinata funzione obiettivo.

5 - Strumenti

Questo studio, come introdotto in precedenza, ha come obiettivo la realizzazione di un algoritmo per una corretta formazione dei turni delle farmacie. Per realizzare questo ci si è basati su una serie di strumenti che spaziano dai modelli teorici ad applicazioni software. Lo scopo di questo capitolo è dare una loro presentazione.

5.1 – Cluster analysis e K-mean

La *cluster analysis* è un'insieme di tecniche volte al raggruppamento di elementi secondo criteri di similarità o dissimilarità. In molti approcci la dissimilarità è intesa come la distanza tra gli elementi. Gli algoritmi di *clustering* raggruppano quindi gli elementi sulla base della distanza reciproca. L'appartenenza di un elemento ad un insieme è quindi determinata da quanto distante è l'elemento dall'insieme stesso. In particolare, la cluster analysis, si divide in due differenti tecniche: clustering gerarchico e clustering non gerarchico. La differenza sostanziale tra i due è che nel secondo, il numero di cluster (gruppi) è definito a priori, mentre nel primo viene individuato automaticamente. Come si vedrà in seguito, proprio per la possibilità di scegliere il numero di gruppi da formare, il clustering non gerarchico risulta particolarmente interessante, per cui vale la pena approfondirlo.

Uno degli algoritmi di clustering non gerarchico più utilizzato è il *K-mean* (detto anche K medie), sviluppato per la prima volta da MacQueen [6]. L'algoritmo, che segue una procedura iterativa, permette di formare k gruppi di oggetti sulla base dei loro attributi. Ogni cluster è identificato mediante un centroide o punto medio. In input si hanno il dataset di record da raggruppare, il numero k , la funzione di media e la metrica da utilizzare. L'algoritmo è così schematizzato:

- 1- Scegliere k , il numero di cluster da formare.
- 2- Scegliere casualmente i centri iniziali dei cluster.
- 3- Associare ogni elemento al centro più vicino.
- 4- I centri vengono ricalcolati: essi sono la media degli elementi associati al cluster.
- 5- Riparte dal punto 3 fino a alla stabilizzazione dei centri.

Come criterio di assegnazione degli elementi ai cluster è utilizzata frequentemente la distanza euclidea. Proprio per questo, è possibile valutare la dissimilarità all'interno dei cluster, calcolando la somma dei quadrati degli scarti di ogni elemento dal relativo centro. Formalmente:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{x_j \in P_i} \|x_j - c_i\|^2$$

dove c_i è l' i -esimo centro, P_i è l' i -esimo gruppo di elementi e x_j rappresenta l'elemento j -esimo del gruppo. La partizione ottima è dunque quella che riesce a minimizzare questo valore. L'algoritmo non garantisce però il raggiungimento di questo. Il più delle volte viene restituita una soluzione che si avvicina alla migliore. Esiste, infatti, una forte dipendenza del risultato dalla scelta iniziale dei centri che, in casi rari, potrebbe anche portare all'ottenimento di una soluzione pessima. Inoltre l'algoritmo non funziona al meglio quando i cluster hanno differente dimensione o densità e forme non globulari. In compenso ha il grande pregio di convergere molto velocemente. Infatti, si è osservato che generalmente il numero di iterazioni è minore del numero di punti. Comunque, nel caso peggiore, può essere molto lento.

Grazie alla sua velocità, è spesso applicato più volte, andando poi a scegliere la soluzione migliore. Questo permette di superare il limite imposto dalla scelta dei punti iniziali.

Un altro elemento critico è la scelta di k , che deve esser fatta a priori. Se è possibile individuare visibilmente che gli elementi nel piano sono raggruppati, scegliere il numero di gruppi è banale. In caso contrario si potrebbe provare con differenti valori di k , scegliendo poi il migliore. Esistono metodi, che non verranno approfonditi in questa tesi, che permettono di individuare il k ottimo.

5.2 – Accessibilità

L'accessibilità ad un dato bene o servizio è la misura della facilità con cui si può usufruire di tale bene o servizio. Generalmente l'accessibilità dipende soprattutto da due fattori:

- 1- La quantità in cui il bene o servizio è disponibile.
- 2- Gli impedimenti incontrati dagli utenti per usufruirne.

Quando i problemi di accessibilità sono relativi a servizi, i due fattori diventano:

- 1- Quantità in cui sono reperibili i servizi nei vari punti.
- 2- Distanza che gli utenti devono percorrere.

Comunemente l'accessibilità è definita come un beneficio totale.

Il modello *Logit* [3] è il modello matematico che meglio descrive il meccanismo della scelta, da parte di un generico utente, tra più alternative.

La probabilità che un utente scelga l'alternativa j è così definita:

$$p_j = \frac{e^{u_j}}{\sum_j e^{u_j}}$$

dove u_j è l'utilità dell'alternativa j per l'utente.

Questo modello si adatta alla descrizione di una vasta gamma di situazioni di scelta. In ambito territoriale l'indice j può rappresentare una zona del territorio, mentre u_j l'utilità che l'utente associa nella scelta del servizio situato nella zona j .

L'utilità, nel caso più specifico, è data dalla differenza di due termini:

- 1- L'utilità associata alla dimensione del servizio offerto.
- 2- Il costo associato allo spostamento per raggiungere il servizio.

Per la rappresentazione di questo fenomeno è comunemente utilizzata la funzione logaritmica. Si definisce:

- u_{ij} : utilità associata al servizio della zona j per l'utente che proviene dalla zona i
- W_j : dimensione del servizio della zona j .
- c_{ij} : costo relativo allo spostamento effettuato dall'utente che proviene dalla zona i , per raggiungere il servizio della zona j .

In base a queste ipotesi si ottiene che:

$$u_{ij} = \alpha \ln(W_j) - \beta c_{ij}$$

dove α e β sono parametri reali e positivi.

Applicando il modello *Logit* si ottiene:

$$p_{ij} = \frac{e^{u_{ij}}}{\sum_j e^{u_{ij}}} = \frac{W_j^\alpha e^{(-\beta c_{ij})}}{\sum_j W_j^\alpha e^{(-\beta c_{ij})}}$$

p_{ij} è definita come la probabilità che l'utente della zona i scelga di usufruire del servizio della zona j . Il termine a denominatore è definito come l'accessibilità della zona i al servizio in oggetto.

Riprendendo il problema della formazione dei turni delle farmacie, si è visto che è assurdo considerare che gli utenti scelgano di servirsi sempre alla farmacia a loro più vicina. Se si effettuasse un'indagine sulla realtà, si potrebbe ottenere una distribuzione della probabilità di scelta. Non esistendo però un caso generico, ma una serie praticamente infinita di situazioni specifiche, procedere in questa direzione sarebbe assurdo. Proprio per questo risulta interessante applicare il modello *Logit*. Esso si può ben adattare al problema della formazione dei turni delle farmacie permettendo infatti di individuare la probabilità dell'utente della zona i di servirsi alla farmacia della zona j . Per calcolare l'utilità si pone W_j pari al livello di attrazione esercitato dalla farmacia della zona j e c_{ij} pari alla distanza che separa la farmacia della zona j dal cliente della zona i .

Per il calcolo delle distanze, avendo definito che i centri di domanda e di offerta coincidono, si considereranno le distanze esistenti tra le farmacie. Discorso differente invece per il livello di attrazione. Una corretta valutazione di questo parametro si potrebbe ottenere dalla combinazione di una miriade di dettagli. Solo per citarne alcuni si pensi ad esempio alla disponibilità di farmaci specifici, alla presenza di un parcheggio o ancora alla vicinanza ad altri servizi. In questo lavoro si è preferito utilizzare un solo parametro che si pensa riesca meglio a discriminare: il tasso di servizio. Il tasso di servizio non è altro che il numero atteso di utenti che si riescono a servire per unità di tempo. Si potrebbe stimare conoscendo il numero di persone che lavorano nelle farmacie o ancora, evitando di fare un'indagine, considerando le dimensioni delle farmacie. Da questo si ottiene:

$$p_{ij} = \frac{S_j^\alpha e^{(-\beta d_{ij})}}{\sum_j S_j^\alpha e^{(-\beta d_{ij})}}$$

dove S_j è il tasso di servizio della farmacia j e d_{ij} è la distanza che separa la farmacia i dalla farmacia j .

5.3 - Teoria delle code

La teoria delle code [18] è una branca della Ricerca Operativa che riguarda le file d'attesa. Un sistema di code consiste di una fonte di utenti, una coda ed un sistema per il servizio costituito da uno o più servienti disposti in parallelo. Quando più sistemi di code sono interconnessi si parla di una rete di code. I parametri fondamentali di un sistema di code sono:

- Tasso di domanda
- Tasso di offerta
- Tempi di interarrivo fra due utenti consecutivi
- Tempo di servizio
- Capacità e disciplina della coda

Esistono inoltre una miriade di dettagli aggiuntivi.

Un generico sistema di code è rappresentato in Figura 5.1.

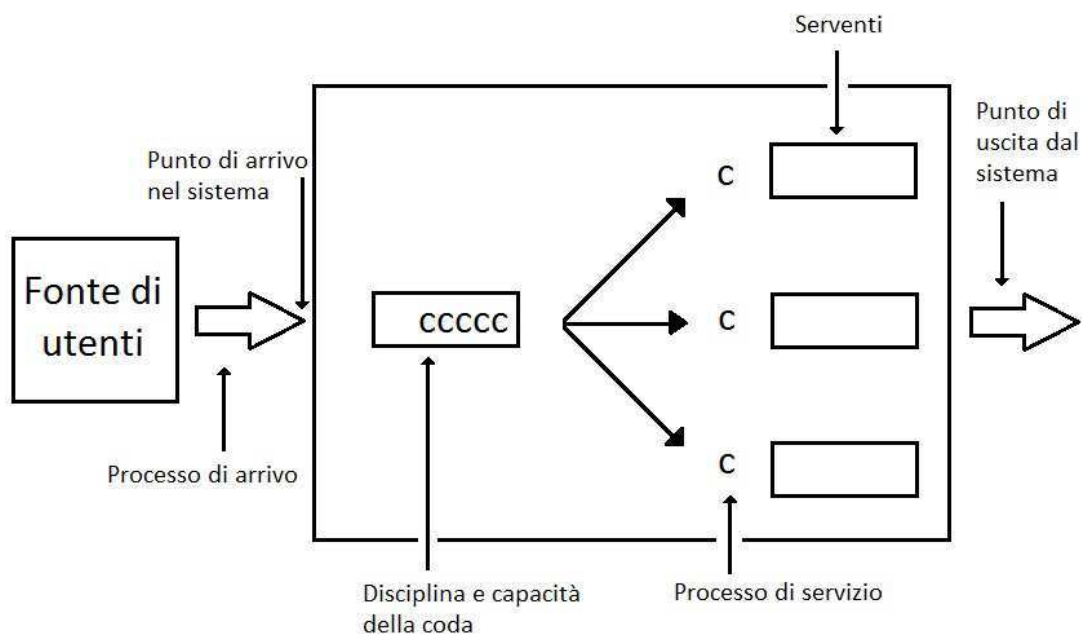


Figura 5.1: Sistema di code generico.

I modelli di code implicano necessariamente approssimazioni e semplificazioni della realtà, ma possono offrire risultati utili all'analisi. Per avere un'immediata e compatta descrizione di un sistema di code è utilizzata la notazione A/B/C. La prima cifra identifica la distribuzione dei tempi di arrivo, la seconda la distribuzione dei tempi di servizio, mentre la terza il numero di serventi. In particolare, vale la pena soffermarsi sul modello $M/M/1$. La lettera M indica la distribuzione esponenziale negativa per i tempi di servizio o tra gli arrivi: questo implica l'assenza di memoria per questi ultimi. Considerando inoltre la capacità illimitata del sistema, il modello $M/M/1$, rappresentato in Figura 5.2, è visto come un processo di nascite e morti [19] con tassi di arrivo e servizio costanti.

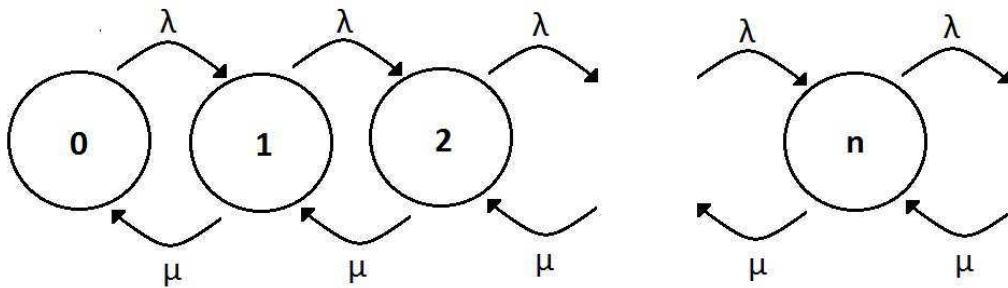


Figura 5.2: Modello di coda $M/M/1$.

λ è il tasso di arrivo (il tempo atteso di inter-arrivo è $1/\lambda$).

μ è il tasso di servizio (il tempo atteso di servizio è $1/\mu$).

Gli stati indicano il numero di utenti presenti nel sistema.

Conoscendo il tasso di arrivo e il tasso di servizio è possibile calcolare le seguenti quantità:

- L : numero di utenti medio nel sistema
- L_q : numero di utenti medio in coda
- W : tempo atteso nel sistema
- W_q : tempo atteso in coda

E' dimostrabile che si ottengono in questo modo:

- $L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$
- $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$

- $W = \frac{1}{\mu - \lambda}$
- $W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$

5.4 - Algoritmo euristico

Spesso, individuare la soluzione ottima di un problema NP-Hard è particolarmente oneroso in termini di calcolo. Si pensi ad esempio al problema del commesso viaggiatore [14]. Dato un grafo $G = (V, E)$ con $n = |V|$ vertici pesato sugli archi, il problema richiede di individuare un circuito nel grafo in modo che:

- 1- Ogni vertice $i \in V$ è visitato una volta nel ciclo.
- 2- E' minimizzato il costo degli archi selezionati.

Il numero di tour ammissibili è dell'ordine di $O(n!)$ ed è di enormi dimensioni già per valori modesti di n . Ad esempio, per $n = 20$ si ha che $n! \approx 2,4 * 10^{18}$. Anche avendo a disposizione un calcolatore che genera e valuta in un secondo 10^9 soluzioni, il tempo di calcolo risulta essere di 75 anni ($2,4 * 10^9$ secondi). E' evidente che è insensato dover aspettare decine di anni per ottenere la soluzione ottima. Anche un eventuale sviluppo tecnologico, con calcolatori più potenti, non farebbe cambiare di molto il problema. La necessità di ottenere una soluzione in tempi ragionevoli, porta allo sviluppo di tecniche in grado comunque di fornire soluzioni "buone", ma non esatte. In realtà molte volte ottenere soluzioni "buone", ma non ottime è sufficiente in quanto:

- Molti parametri utilizzati sono stime che possono essere soggette ad errore. Non vale per cui la pena aspettare troppo tempo per ottenere soluzioni ottime, ma di valutazione incerta.
- Spesso è necessaria una soluzione per valutare velocemente differenti scenari particolari.
- Spesso è necessaria una "buona" soluzione ammissibile in tempi molto rapidi.
- Alcune volte, per la presenza di molti vincoli, è difficile modellare correttamente la realtà. E' quindi impossibile pensare ad algoritmi esatti.

Un algoritmo euristico [13] è dunque un metodo che fornisce una soluzione per un problema. Il tempo di calcolo dovrebbe essere polinomiale nella dimensione dell'istanza da risolvere, anche se in realtà si richiede solamente che l'algoritmo sia

sufficientemente rapido. L'algoritmo euristico "ideale" dovrebbe essere sempre in grado di individuare la soluzione ottima, ma questo accade solo per determinati problemi. Per gli altri ci si accontenta che restituisca una "buona" soluzione.

5.5 - Simulazione e Anylogic

La simulazione [20] è una tecnica per l'imitazione del comportamento di un sistema reale in condizioni controllate. Tutto ciò si basa sulla costruzione di un modello del sistema in modo tale da poter poi eseguire degli esperimenti che sono controllabili, manipolabili, riproducibili e che non alterano il sistema stesso. Simulare è quindi molto utile per compiere un'analisi sulle prestazioni di un sistema, offrendo così un metodo di valutazione. Permette anche il confronto tra le diverse possibili configurazioni del sistema stesso, in modo tale da condurre all'ottimizzazione dei parametri. Inoltre, la simulazione è utile per effettuare previsioni e per analizzare eventuali punti critici.

Anylogic [21] è uno strumento software sviluppato da *XJ Technologies* per creare modelli di simulazione.

Lo strumento è stato così chiamato perché supporta i tre principali paradigmi di simulazione:

- Simulazione ad agenti
- Simulazione ad eventi discreti
- System Dynamics

Anylogic include un linguaggio di programmazione grafico ed inoltre permette all'utente di estendere il modello con del codice scritto in *Java*.

Il linguaggio *Anylogic* include le seguenti librerie standard:

- Enterprise Library
- Pedestrian Library
- Rail Yard Library

In particolare, il lavoro svolto si è basato sull'Enterprise Library che permette di modellare sistemi di code. Un semplice esempio di sistema di code, realizzato con *Anylogic*, è riportato in Figura 5.3. Per le analisi di questa tesi è stata utilizzata la versione *University 6.5.0*.

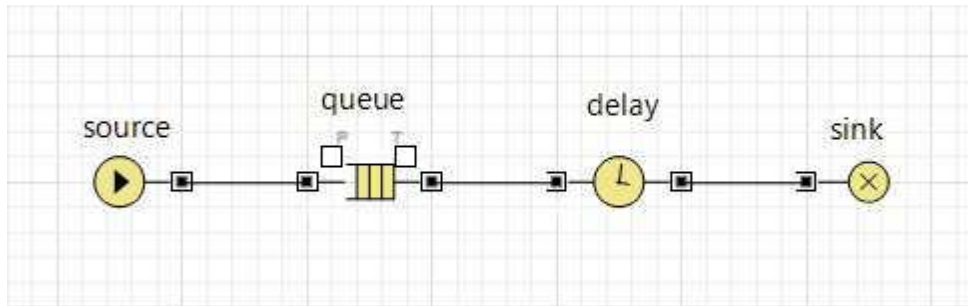


Figura 5.3: Semplice sistema di code realizzato con Anylogic.

Analizzando gli elementi presenti in Figura 5.3 troviamo:

- *source*: è il generatore di utenti;
- *queue*: è la coda dove gli utenti rimangono eventualmente in attesa;
- *delay*: è l'elemento che rappresenta il servizio effettivo;
- *sink*: contiene gli utenti che hanno già usufruito del servizio.

In pratica un utente, dopo esser stato generato, resta in attesa in *queue* se il servizio è occupato, poi passa in *delay* rimanendoci il tempo necessario per essere servito e infine defluisce in *sink*.

6 - Algoritmo per la generazione dei turni

Come detto precedentemente, una partizione si definisce “buona” se le farmacie associate ad ogni turno riescono a ben “coprire” tutto il territorio. Questo significa che le farmacie di ogni turno devono essere distribuite omogeneamente. Per ottenere questo è intuitivo pensare che le farmacie vicine non dovrebbero stare nello stesso turno. Questo è il concetto fondamentale su cui si basa l’algoritmo sviluppato e rappresenta inoltre il primo passo da eseguire. Una volta individuate le farmacie da non inserire nello stesso turno, si seguirà una determinata funzione obiettivo per decidere la corretta composizione dei turni.

In pratica si vanno prima a formare i gruppi di farmacie vicine tra loro. Considerando poi un gruppo per volta le farmacie vengono suddivise in turni differenti. I turni sono quindi formati in parallelo cercando sempre di massimizzare l’utilità per l’utente e allo stesso tempo evitando di creare turni particolarmente svantaggiati.

I risultati vengono poi valutati tramite simulazione potendo inoltre ottenere una stima dei tempi impiegati dagli utenti per soddisfare le loro necessità. Queste nuove informazioni sono quindi utilizzate per ottenere una differente suddivisione delle farmacie in turni. Si ipotizza che essa sia migliore avendo considerato dati più attendibili.

6.1 - Adattamento del K-mean

Come si è visto nel capitolo 5, il K-mean permette di suddividere un insieme di elementi in gruppi in base ad un criterio di similarità. Proprio per questo si è pensato di utilizzarlo per selezionare le farmacie vicine tra loro. Utilizzare il K-mean con i dati a disposizione in realtà non è così automatico. Ciò che conosciamo, infatti, sono le distanze che separano tra loro tutte le farmacie, mentre il K-mean, nella formazione dei gruppi, considera le distanze degli elementi rispetto a dei centri. Ovviamente sarebbe computazionalmente troppo oneroso dover calcolare, ad ogni iterazione, le distanze che separano tutti i centri da tutte le farmacie. Questo perché le distanze dovrebbero essere ottenute da un sito internet che offre questo tipo di servizio e l’operazione dovrebbe esser fatta manualmente dall’utente. Un altro problema consiste nel fatto che i centri

vengono, ad ogni iterazione, ricalcolati. Ogni centro diventa il valore medio degli elementi ad esso associati. Ovviamente questa operazione, conoscendo solo le distanze tra gli elementi, è impossibile. Per questa serie di motivi si preferisce analizzare la problematica da un differente punto di vista: la posizione delle farmacie. Tramite il sito [15] si possono ottenere le coordinate UTM di ogni farmacia, dove la proiezione Universale Trasversa di Marcatore (UTM) è una proiezione della superficie terrestre su un piano. Grazie a queste coordinate è possibile posizionare le farmacie in un piano cartesiano. Con questa nuova impostazione, il K-mean può funzionare correttamente, utilizzando le distanze euclidee per la formazione dei gruppi. Di conseguenza però i gruppi saranno formati da farmacie che sono vicine in termini di distanza lineare, una semplificazione che può essere accettata e che non comporta uno sconvolgimento dei risultati.

Nel K-mean, come visto precedentemente, deve essere impostato il numero dei gruppi da formare.

L'algoritmo segue l'obiettivo di porre elementi vicini nello stesso gruppo non occupandosi della dimensione dei gruppi formati; tale passaggio è particolarmente delicato. Infatti, le farmacie che vengono associate ad un gruppo sono considerate vicine tra loro e quindi non dovrebbero essere poste nello stesso turno. Fissato un numero di farmacie, e il numero di gruppi che si vogliono ottenere, la numerosità di ogni gruppo dipenderà allora esclusivamente dalla posizione delle farmacie, oltre che dalla scelta iniziale dei centri. Potrebbe quindi accadere di ottenere dei risultati sgradevoli. Si pensi ad esempio che, se ad un gruppo è associata la quasi totalità di farmacie, sarebbe come applicare al problema dei vincoli eccessivi che impedirebbero l'individuazione di una soluzione. Proprio per questo è necessario che il numero massimo di farmacie che possono essere poste nello stesso gruppo sia minore o uguale del numero di turni che si vogliono formare. Allo stesso tempo però va ricordato che un vincolo rappresenta un'informazione, è quindi auspicabile che il K-mean restituisca il maggior numero di informazioni possibile. Ciò significa che si preferirebbero formare pochi gruppi.

Detto questo, è ovvio intuire che potrebbe esistere una numerosità di farmacie per gruppo ottima. Un esempio può essere d'aiuto per comprendere quale sia la soluzione migliore:

Ci sono 20 farmacie da suddividere in 5 turni da 4 farmacie ciascuno. Questo significa che dovrà esser compilata una Tabella come in Figura 6.1.

	Farmacia 1	Farmacia 2	Farmacia 3	Farmacia 4
Turno 1				
Turno 2				
Turno 3				
Turno 4				
Turno 5				

Figura 6.1: Illustrazione di una tabella in cui devono essere specificate le farmacie di ogni turno.

La prima considerazione è che non dovranno essere restituiti dal K-mean gruppi di dimensione maggiore di 5, per non dover porre farmacie dello stesso gruppo nello stesso turno. Per questo i gruppi dovranno essere almeno 4. Ovviamente, gruppi di bassa numerosità comportano pochi vincoli e quindi poca informazione. Per questo si desidererebbe avere gruppi di alta numerosità. E' facile quindi intuire che la soluzione migliore sarebbe quella di ottenere 4 gruppi di numerosità 5. Così facendo tutte le farmacie di ogni gruppo vengono suddivise in turni differenti.

Nel caso generale, ipotizzando che il numero di farmacie (N) sia divisibile per il numero di turni (T), si desidererebbe che il K-mean restituisca N/T gruppi, ognuno dei quali di numerosità T .

Se invece N non è divisibile per T siamo in una situazione differente. Si pensi ad esempio al caso di 19 farmacie da dividere in 5 turni. Avremo quindi 4 turni di numerosità 4 ed un turno di numerosità 3. Secondo la stessa logica il K-mean dovrà quindi restituire 4 gruppi, 3 dei quali di numerosità 5 e il quarto di numerosità 4.

Nel caso generale, se N non è divisibile per T , si desidererebbe che il K-mean restituisca $[N/T]$ gruppi di numerosità T e un gruppo di numerosità $N - [N/T] T$. $[N/T]$ rappresenta il troncamento del risultato della divisione, cioè l'arrotondamento per difetto.

Dalle osservazioni effettuate, si è pensato quindi di modificare il K-mean originale in modo tale che la numerosità dei gruppi restituita si uguale a quella desiderata.

L'obiettivo dell'algoritmo è quindi di offrire la soluzione migliore, una volta impostato il numero dei gruppi e la loro numerosità. Esso segue questi passi:

- 1- Definizione del numero k di cluster.
- 2- Inizializzazione random dei centri dei cluster.
- 3- Ad ogni centro, iniziando dal primo fino all'ultimo, si assegna l'elemento libero più vicino (se N non è divisibile per T e all'ultimo gruppo sono già stati assegnati $N - [N/T]T$ elementi, ad esso non sarà più possibile associare nessun elemento).
- 4- Riparte dal punto 3 finché tutti gli elementi sono stati assegnati.
- 5- I centri vengono ricalcolati: essi sono la media degli elementi associati al cluster.
- 6- Riparte dal punto 3 fino a convergenza.
- 7- Se la soluzione ottenuta è migliore delle precedenti, viene memorizzata. Ritorna al punto 2 per un numero definito di volte.
- 8- Restituisci la soluzione migliore ordinata per dissimilarità crescente.

E' innegabile che questo modo di associare gli elementi ai centri non è ottimale. Infatti, questo processo porta ad effettuare scelte vantaggiose per il singolo gruppo, ma che possono andare a discapito dell'intero sistema. Perciò vengono generate più soluzioni, partendo sempre da centri iniziali differenti. La peculiarità del K-mean è infatti la sua velocità, può per cui essere eseguito tranquillamente anche alcune migliaia di volte. Tra tutte le soluzioni andrà poi scelta la migliore, cioè quella che avrà la dissimilarità all'interno dei gruppi minima. E' naturale quindi che il risultato finale sarà migliore se è elevato il numero di soluzioni valutate. La dissimilarità all'interno dei gruppi è la funzione obiettivo da minimizzare. Essa è data dalla media $\bar{\gamma}$ delle singole dissimilarità medie γ_j con $j = 1..k$ dove k è il numero dei gruppi formati.

γ_j è così ottenuta:

$$\gamma_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} \|c_j - x_{ij}\|}{n_j}$$

c_j rappresenta le coordinate del centro del j -esimo gruppo, n_j è il numero di farmacie associate al centro j -esimo e x_{ij} sono le coordinate della i -esima farmacia appartenente al centro j -esimo.

Ordinare i gruppi per dissimilarità crescente significa ordinare in termini di γ_j . I gruppi sono identificati tramite un indice che parte da 1 e arriva fino al numero dei gruppi k . Per questo, dopo l'ordinamento, avremo che il gruppo 1 sarà quello con la minima dissimilarità media. Il gruppo 2 sarà quello con la seconda minima dissimilarità media, e così via. L'unica eccezione viene fatta per l'eventuale gruppo di numerosità inferiore agli altri. Esso, in ogni caso, è posto in fondo alla lista. La scelta di questo particolare ordinamento sarà chiarita più avanti.

Pseudocodice

In Figura 6.2 è riportato lo pseudocodice relativo alla suddivisione delle farmacie in gruppi. Come detto in precedenza, questo è il primo passo da eseguire prima di poter formare i turni.

Dati in input:

N: numero di farmacie

Matrice_posizioni: è la matrice di N righe e 2 colonne. Contiene le coordinate (ascisse nella prima colonna e ordinate nella seconda) delle farmacie. L'unità di misura è il chilometro e i dati sono traslati in modo che il minimo per ogni colonna sia 0.

G: dimensione dei gruppi.

Iterazioni: numero da individuare.

Cicli: numero di iterazioni che il K-mean esegue per ottenere una soluzione.

Algoritmo:

```

Se( N/G ha resto nullo ) // test sulla validità dei dati
    P = N / G //P è il numero di gruppi da formare
Altrimenti
    P = Tronca( N / G ) + 1 //Tronca arrotonda per difetto
    Se( ( P * G - F ) > ( P - 1 ) )
        Ritorna( "Dimensione dei gruppi errata" ) //Esce per un errore
Distanza_minima ← 0 //variabile che conterrà il risultato migliore
Crea(Distanze_medie) //vettore di lunghezza P nullo; conterrà le distanze medie degli elementi dal
//rispettivo centro
Crea(Matrice_centroidi) //matrice di P righe e 2 colonne; ogni riga conterrà le coordinate del centro
Crea(Assegnazione) //vettore di lunghezza N; indica a che gruppo appartiene ogni farmacia
J ← 1

```

```

Finché J<=Iterazioni//ad ogni ciclo viene calcolata una soluzione
  Reset(Matrice_centroidi) //azzera i valori della matrice
  Inserisci_valori_casuali(Matrice_centroidi) // le ascisse (ordinate) sono generate casualmente
  //nell'intervallo formato dal minimo e il massimo delle ascisse (ordinate) della
  //Matrice_posizioni.
  I←1
  Finché I<=Cicli //ad ogni ciclo si ottengono nuove assegnazioni e si aggiornano poi i
  centri
    Se(I > 1)
      Aggiorna_centri(Matrice_centroidi) //i centri vengono ricalcolati; essi sono
      // dati dalla media dei valori associati ad ogni centro
    Reset(Assegnazione) //azzera i valori del vettore
    W←1
    Finché W<=G//ad ogni ciclo si associa un elemento per gruppo
      Y←1
      Finché Y<=P//ad ogni ciclo si associa un solo elemento
      Se( (Y<>P) o (W<=N-G(P-1)) //verifica se è possibile inserire un
      //elemento al gruppo Y
        M←Distanza_minima(Y) //ottiene la farmacia ancora libera
        //più vicina al centro Y; se è più di una si considera solo la
        //prima
        Assegnazione[M]←Y//la farmacia più vicina è associata al
        //gruppo Y
      Y←Y+1
      W←W+1
    I←I+1
  I←1
  Reset(Distanze_medie) //i P elementi del vettore sono posti tutti a zero
  Finché I<=P
    Distanze_medie[I]←Calcola_distanza_media(I) //calcolo della media delle distanze
    //tra le farmacie associate ad I e il centro I stesso
    I←I+1
  Se( (Media(Distanze_medie)<Distanza_minima) o (J=1) )//esegui se è il risultato migliore o
  //se è la prima iterazione
    Distanza_minima← Media(Distanze_medie)//memorizza la soluzione
    Assegnazione_migliore← Assegnazione
  J←J+1
Assegnazione_migliore←Ordina(Assegnazione_migliore) //ordine dei gruppi in termini di
//dissimilarità media; l'eventuale gruppo di numerosità inferiore viene posto in ultima posizione
Ritorna(Assegnazione_migliore)

```

Figura 6.2: Pseudocodice relativo alla suddivisione delle farmacie in gruppi.

6.2 - Algoritmo di assegnazione

Una volta ottenuti i gruppi di farmacie, la seconda fase prevede di comporre i turni. Riprendendo l'esempio precedente, siamo nella situazione in cui ci sono 19 farmacie da dividere in 5 turni. Comporre i turni significa compilare la tabella rappresentata in Figura 6.3, considerando che una cella resterà vuota.

Il K-mean adattato ritorna allora 3 gruppi di dimensione 5 ed un gruppo di dimensione 4. Come spiegato in precedenza le farmacie appartenenti allo stesso gruppo andranno tutte inserite in turni diversi, ciò significa che saranno poste tutte nella stessa colonna. L'ordinamento, effettuato al punto precedente, permette di assegnare sempre l'eventuale gruppo meno numeroso all'ultima colonna.

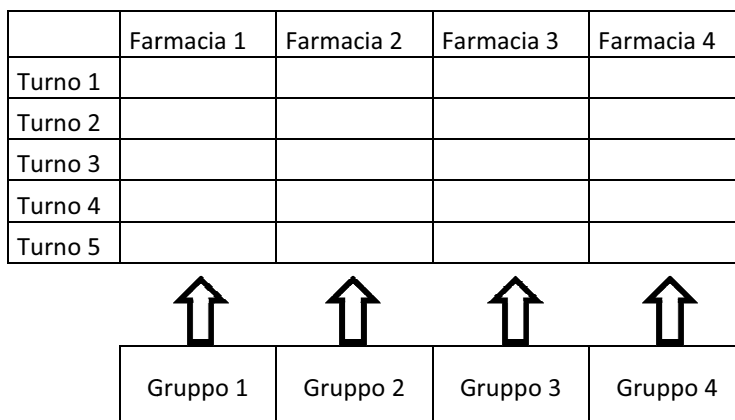


Figura 6.3: Suddivisione delle farmacie dei gruppi nei turni.

L'inserimento dei gruppi nelle colonne viene eseguito in modo sequenziale, iniziando dal primo fino all'ultimo. Il problema principale è quindi di scegliere come inserire le farmacie dei gruppi.

Si è quindi pensato un algoritmo di tipo greedy con criterio di espansione dinamico.

Ciò significa che i turni vengono formati basandosi su un'euristica costruttiva con un criterio di espansione in parallelo che in ogni momento effettua le scelte più convenienti [2]. In pratica si considera un criterio che valuta la bontà di ogni turno mentre viene composto. Il criterio di bontà è quindi dinamico: si aggiorna man mano che le farmacie vengono associate ad un turno. Ogni turno è quindi tanto migliore quanto è alto il suo criterio di bontà. L'idea di base è dunque quella di cercare di massimizzare i singoli criteri di bontà, evitando però che scelte individuali svantaggino il sistema complessivo. Per far questo si è deciso di operare cercando di mantenere il sistema in equilibrio. Non avrebbe alcun senso ottenere una partizione in cui un turno risulti particolarmente svantaggiato rispetto agli altri.

L'algoritmo pensato segue i seguenti passi:

- 1- Dal K-mean modificato si ottengono i gruppi.

- 2- Le farmacie del primo gruppo vengono suddivise tra i turni (una farmacia per ogni turno).
- 3- Si calcola la misura di bontà per ogni turno parziale.
- 4- Si valuta ora la possibilità di inserire nei turni le farmacie del gruppo successivo. Per ogni turno si calcola il miglioramento che si avrebbe inserendo una delle farmacie appartenenti al gruppo selezionato, sempre considerando la misura di bontà.
- 5- Si considera quindi il turno che, al punto 3, aveva ottenuto la misura di bontà peggiore. Ad esso si assegna la farmacia che comporta il massimo miglioramento.
- 6- Si ritorna al punto 5 considerando le farmacie del gruppo rimaste libere e i turni che non hanno ancora ottenuto, in questa fase, una nuova farmacia. Questo fino a che non si assegnano tutte le farmacie del gruppo.
- 7- Se è stato valutato l'ultimo gruppo, l'algoritmo è concluso; altrimenti si torna al punto 3.

In particolare, nel punto 4 si ottiene una matrice di dimensioni $T \times T$. La cella di posizione i, j rappresenta il miglioramento, in termini di bontà, che si avrebbe inserendo al turno i la farmacia j del relativo gruppo. In realtà la matrice, durante la valutazione dell'ultimo gruppo, potrebbe avere un minor numero di colonne, se il gruppo ha meno farmacie dei precedenti. Ovviamente questo metodo di risoluzione, che favorisce sempre il gruppo più svantaggiato, non assicura l'ottimalità delle soluzioni. Infatti, questo algoritmo rientra nella categoria degli euristici.

6.2.1 - Probabilità di scelta

Come si è visto nel capitolo 5, il modello Logit permette di descrivere il meccanismo della scelta, di un utente, tra le possibili alternative, che in questo caso sono le farmacie di turno. Riprendendo quanto detto precedentemente, per il calcolo della probabilità di scelta si considera la distanza d_{ij} che separa la farmacia i dalla farmacia j e il tasso di servizio S_j della farmacia j .

Il passaggio critico è la calibrazione dei parametri α e β . Si decide di porli entrambi a 1 considerando però che potrebbe non essere la scelta migliore. La probabilità che l'utente situato in corrispondenza della farmacia i scelga di servirsi presso la farmacia j è dunque così definita:

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{S_j e^{-d_{ij}}}{\sum_{j \in G_k} S_j e^{-d_{ij}}} & \text{se } j \in G_k \\ 0 & \text{se } j \notin G_k \end{cases}$$

G_k è l'insieme delle farmacie del turno k . Questo significa che la probabilità di scegliere una farmacia di un turno differente è nulla.

6.2.2 - Misura di bontà

Come anticipato, un turno è tanto buono quanto è basso il tempo che gli utenti impiegano per soddisfare il loro servizio. Si è stabilito inoltre che questo tempo può essere visto come la somma di due elementi: il tempo necessario per compiere lo spostamento e il tempo trascorso all'interno della farmacia. Il primo è facilmente calcolabile dato che si conoscono le distanze. Si deve solo assumere che gli utenti si spostino ad una determinata velocità media. Ciò che interessa conoscere è però il tempo di spostamento considerando ogni turno nella sua complessità. Per ogni turno si calcola allora:

$$B1 = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^n \left[p_{ij} D_i \left(2 \frac{d_{ij}}{v} \right) \right] \right]$$

La distanza d_{ij} viene divisa per la velocità di spostamento media v , così da ottenere il tempo di spostamento. v è una costante che deve essere scelta coerentemente alla realtà in cui si opera. A sua volta il risultato si moltiplica per 2 perché si vuole tener conto anche del tempo necessario per il ritorno.

D_i è il tasso di domanda e rappresenta il numero di utenti generati dal centro di domanda i per unità di tempo. Per ricavare tale valore è necessario fissare a priori il numero di utenti complessivo che si ipotizza necessari del servizio per unità di tempo. Moltiplicando questo per la percentuale di popolazione relativa al centro di domanda i si ottiene D_i . Questo è facilmente calcolabile nelle situazioni in cui la popolazione è suddivisa in aree geografiche ben definite ed è conosciuta la sua distribuzione in esse.

Il tempo trascorso all'interno della farmacia j è invece ottenuto tramite S_j . Come visto nel paragrafo precedente S_j è il tasso di servizio della farmacia j , cioè rappresenta il numero di utenti che si riescono a servire per unità di tempo. E' naturale quindi che il tempo medio per il servizio alla farmacia j è dato dal reciproco del tasso di servizio. Il tempo medio trascorso per il servizio nelle farmacie, fissato un turno, è dato da:

$$B2 = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^n \left[p_{ij} D_i \frac{1}{S_j} \right] \right]$$

In realtà questa è una semplificazione del problema e, non rappresentando il tempo trascorso nelle farmacie, potrebbe portare a conclusioni errate. Valutando la composizione dei turni in questo modo si sottovalutano infatti i problemi di congestione che si potrebbero verificare. In alcuni turni potrebbe accadere infatti che arrivino ad una determinata farmacia più utenti di quanto questa riesca a servire.

In realtà l'insieme delle farmacie di turno può essere visto come una rete di code, cioè un insieme interconnesso di sistemi di code e più precisamente di una serie di modelli $M/M/1$. Per ogni farmacia di turno si potrebbe calcolare il relativo tempo atteso nel sistema W . Questo valore è dato dalla somma del tempo di attesa in coda W_q e dal tempo effettivo di servizio. In questa sede, per semplicità, si preferisce inizialmente considerare il solo tempo di servizio e poi stimare, come si vedrà in seguito, il tempo complessivo nelle farmacie attraverso la simulazione. Così facendo si potrà aggiornare S_j in modo che $1/S_j$ sia più simile al reale tempo medio trascorso alla farmacia j . In questo modo si pensa si riesca ad evitare l'insorgere di problemi di congestione.

Ricapitolando la funzione di bontà, calcolata per ogni turno, è legata al tempo totale trascorso dagli utenti nel sistema ed è data da:

$$Bont\grave{a} = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^n \left[p_{ij} D_i \left(2 \frac{d_{ij}}{v} + \frac{1}{S_j} \right) \right] \right]$$

Pseudocodice

In Figura 6.4 è riportato lo pseudocodice relativo alla suddivisione delle farmacie dei gruppi, restituiti dal k-mean adattato, nei vari turni.

Dati in input:

N: numero di farmacie.

Matrice_distanze: matrice quadrata NxN; nella posizione i,j è riportata la distanza che separa la farmacia i dalla farmacia j.

Risultato_kmean: vettore di lunghezza N; in posizione i è riportato il gruppo di appartenenza della farmacia i.

Kmh: rappresenta la velocità di spostamento media degli utenti.

Domanda: vettore di lunghezza N; in posizione i è riportato il tasso di domanda del cliente posizionato nella farmacia i.

Servizio: vettore di lunghezza N; in posizione i è riportato il tasso di servizio della farmacia i.

G: dimensione dei turni.

Algoritmo:

```

Se(G <> Numero_gruppi(Risultato_kmean))
  Ritorna("Errore") //esce se la numerosità dei turni è diversa dal numero di gruppi restituito dal
  //K-mean
Se( N/G ha resto nullo ) // test sulla validità dei dati
  P = N / G //P è il numero di turni da formare
Altrimenti
  P = Tronca( N / G ) + 1 //Tronca arrotonda per difetto
  Se( ( P * G - F ) > ( P - 1 ) )
    Ritorna( "Dimensione dei gruppi errata" )//esce per un errore
Crea(Matrice_turni) //matrice di dimensione PxG; conterrà i turni
I ← 1
Finché I ≤ G
  Gruppo ← Ottieni_farmacie(Risultato_kmean,I)//restituisce le farmacie dell' I-esimo gruppo
  Se( I=1 )
    Matrice_turni ← Gruppo //aggiunge Gruppo nella prima colonna della matrice
  J ← 1
  Finché J ≤ P
    Matrice_probabilità ← Calcola_probabilità(J) //si calcolano le
    //probabilità di destinazione considerando il turno J
    Vettore_bontà ← Calcola_bontà(J) //si calcola la bontà del turno J
    J ← J+1
  Altrimenti
    U ← Numerosità(Gruppo) //vale P se I < G altrimenti potrebbe essere ≤ P
    Crea(Matrice_miglioramenti) //Matrice PxU nulla

```

```

J←1
Finché J<=U
    K←1
    Finché K<=P
        Matrice_appoggio←Matrice_turni//copia della matrice
        Matrice_appoggio←Aggiungi(K,J)//aggiungi al turno K la farmacia
            J
        Matrice_probabilità←Calcola_probabilità(K) //si calcolano le
        //probabilità di destinazione del turno K
        Bontà←Calcola_bontà(K)// si calcola la bontà del turno K
        Matrice_miglioramenti← Vettore_bontà(K)-Bontà //Si calcola il
        //miglioramento di bontà che si otterrebbe inserendo la
        //farmacia J del gruppo nel turno K; viene posto in posizione K,J
        K←K+1
    J←J+1
J←1
Finché J<=U
    Svantaggiato←Minimo(Vettore_bontà) //seleziona il turno più svantaggiato
    Migliore←Massimo(Matrice_miglioramenti, Svantaggiato) //seleziona il
    //massimo dei miglioramenti del turno più svantaggiato
    Matrice_turni←Aggiorna_turno //aggiungi al turno più svantaggiato la
    //farmacia che porta il miglior miglioramento
    Matrice_miglioramenti←Aggiorna //elimina dalla matrice la riga relativa al
    //turno aggiornato e la colonna relativa alla farmacia inserita
    J←J+1
I←I+1
Ritorna(Matrice_turni)

```

Figura 6.4: Pseudocodice relativo alla suddivisione delle farmacie dei gruppi tra i turni.

6.3 - Miglioramento della soluzione tramite simulazione

Come si è visto nel paragrafo precedente, si assume che gli utenti scelgano dove servirsi in base ad una probabilità. Essa dipende dalla distanza da percorrere e dal tasso di servizio. Il reciproco del tasso di servizio rappresenta il tempo necessario per essere serviti. In realtà, in questo modo di procedere, si sottovaluta un fattore determinante: il tempo che l'utente trascorre in coda. Fatta questa assunzione, si è pensato di poter correggere il criterio di espansione considerando il tasso di servizio percepito dall'utente.

Nel capitolo successivo si potrà vedere come, tramite simulazione, si possono calcolare i tempi medi che gli utenti trascorrono nelle varie farmacie.

I tassi di servizio percepiti saranno dati dai reciproci dei tempi medi considerando però la seguente correzione:

$$S_j = \max\left(\frac{1}{t_j}, S_{min}\right)$$

In pratica si vuole evitare di considerare tassi di servizio percepiti troppo piccoli che si potrebbero avere in occasione di gravi problemi di congestione. Valori estremamente piccoli porterebbero a considerare troppo negativamente delle farmacie in cui si sono riscontrati lunghi tempi d'attesa dovuti principalmente all'errata composizione del turno. Il valore di S_{min} deve scelto valutando ogni volta il caso specifico prestando attenzione agli S_j ossevati.

Si può ipotizzare che gli utenti inizialmente non abbiano alcuna conoscenza a priori del sistema. Di conseguenza i tassi di servizio percepiti dall'utente sono posti uguali ai tassi di servizio reali. In pratica l'utente sceglie la farmacia in cui servirsi considerando nullo il tempo che potrebbe dover trascorrere in coda. Questa ipotesi è sensata visto che l'utente ignora quante persone in coda potrebbe trovare.

Come detto, da una serie di simulazioni, si possono ricavare i tempi medi trascorsi nelle farmacie. I tassi di servizio percepiti si possono quindi aggiornare in base alla conoscenza del sistema che gli utenti acquisiscono. L'idea di base è quindi che gli utenti "imparano" quale sia il reale tempo mediamente trascorso nelle varie farmacie.

Questi nuovi dati sono utilizzati per ottenere dall'algorithmo una nuova partizione. In linea teorica dovrebbe essere migliore della precedente. Infatti, la probabilità di scegliere una farmacia considera ora anche un'approssimazione dei tempi trascorsi in coda, mentre dalla funzione di bontà è possibile ottenere una stima più affidabile del tempo trascorso nel sistema. Ovviamente i risultati ottenuti sono da validare tramite simulazione, utilizzando i tassi di servizio percepiti calcolati precedentemente. Applicando più volte questo metodo si tende a ottenere una partizione ottimale rispetto a una funzione obiettivo basata su una stima dell'accessibilità più aderente alla realtà.

7 - Simulazione

Grazie all'algoritmo, in base ai dati specifici del problema, si riesce ad ottenere una combinazione di turni. Il risultato ottenuto è teoricamente valido visto che la funzione obiettivo mira a minimizzare i tempi che gli utenti passano nel sistema nei diversi turni. Questo metodo di lavoro potrebbe però portare a dei conflitti. Infatti, accade che l'assegnazione di alcune farmacie sia forzata. Con questo modo di procedere si potrebbe quindi arrivare a delle conclusioni errate. Proprio per questo è indispensabile una valutazione di quanto è stato generato. Si è deciso così di simulare il comportamento degli utenti, monitorando così il funzionamento del sistema. Per far questo si è utilizzato il software di simulazione *Anylogic*.

7.1 - Descrizione del modello

Si è implementato un modello che riproduce, in scala, la dislocazione delle farmacie nel territorio. Esso riceve in input tutti gli elementi considerati nell'algoritmo, cioè:

- Il numero di farmacie.
- Il numero di turni.
- La matrice dei turni.
- La matrice delle posizioni nel piano cartesiano delle farmacie.
- La matrice delle distanze che separano tutte le farmacie.
- I tassi di servizio di ogni farmacia.
- I tassi di servizio di ogni farmacia percepiti dall'utente.
- I tassi di domanda di ogni centro di domanda (farmacia).
- La velocità media di spostamento.

In *Anylogic* è possibile inserire la mappa della città di riferimento, posizionando nei punti desiderati le farmacie che vengono rappresentate da rettangoli. Tramite una serie di segmenti collegati tra loro, si può riprodurre il reticolo stradale. E' possibile generare un utente in un determinato punto di partenza e, specificando il punto di arrivo, vederlo raggiungere la destinazione seguendo il percorso più breve. Dopo essersi servito l'utente tornerà, per lo stesso percorso, al punto di partenza. I punti di partenza e di arrivo sono i

rettangoli. Una meticolosa riproduzione della realtà permette che le distanze percorse dall'utente siano effettivamente quelle calcolate precedentemente. Ottenere i tempi di spostamento reali è però molto complicato. Bisognerebbe tener conto di una miriade di parametri come ad esempio semafori, rotatorie ed intensità del traffico. Per ottenere i tempi di spostamento si preferisce quindi utilizzare una semplificazione basandosi sulla velocità media di spostamento.

Questo è quello che Anylogic permetterebbe di fare, ma in questo caso si è deciso di modellare diversamente la realtà. Si è preferito un approccio più semplice, ma che conduce agli stessi risultati. Le farmacie sono state disposte nel piano considerando la matrice delle posizioni. Tutte le possibili coppie di farmacie sono state poi collegate da un segmento. Il numero di segmenti è pari a $(N^2 - N)/2$ dove N è il numero di farmacie. La semplicità di questo metodo alternativo non è l'unico vantaggio. Infatti esso si può adattare a qualsiasi realtà specificata dai dati in ingresso, mentre il reticolo stradale dovrebbe essere realizzato ad hoc. Il fatto che i segmenti non rispettino le distanze reali non comporta però un problema. La loro lunghezza è facilmente calcolabile, infatti, rappresenta la distanza che separa due punti in un piano. Conoscendo inoltre la velocità media di spostamento si può ricavare:

$$v_{ij} = v \frac{s_{ij}}{d_{ij}}$$

dove v è la velocità media di spostamento, d_{ij} la distanza reale che separa la farmacia i dalla farmacia j e s_{ij} la distanza lineare che separa la farmacia i dalla farmacia j . v_{ij} è quindi la velocità di spostamento dell'utente, nella simulazione, per andare da i a j percorrendo il segmento, in modo però da rispettare i tempi reali. Così facendo, nella simulazione, si possono vedere utenti che si spostano a velocità differenti in base al rapporto tra le due distanze.

Gli utenti sono generati in base al tasso di domanda. Esso indica il numero di utenti generati per unità di tempo. Il tempo di servizio di ogni farmacia è dato dal reciproco del tasso di servizio. Ogni utente sceglie in quale farmacia di turno servirsi in base alla probabilità descritta nell'algoritmo. Essa però dipende dai tassi di servizio percepiti dall'utente. In Figura 7.1 si può vedere come è stato modellato il problema in Anylogic.

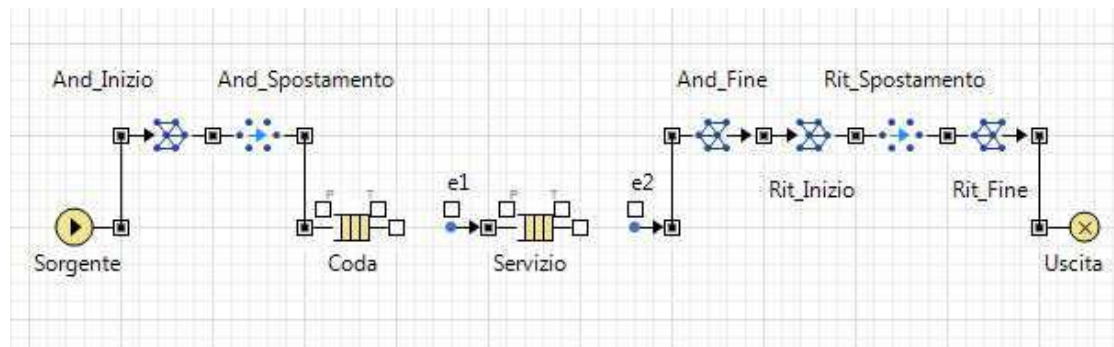


Figura 7.1: Schema del modello realizzato con Anylogic.

Si può osservare come, per migliorare la comprensione, gli elementi del modello siano disposti su due differenti linee. In quella inferiore troviamo Sorgente che si occupa di generare gli utenti, mentre Coda e Servizio gestiscono il sistema di code vero e proprio. Uscita è l'elemento in cui defluiscono gli utenti che escono dal sistema. Nella parte superiore troviamo invece tutti gli elementi relativi agli spostamenti degli utenti nella rete. In particolare i primi tre, da sinistra, riguardano lo spostamento verso la farmacia, mentre i secondi tre il ritorno dell'utente al proprio punto di partenza.

Quando un utente viene generato rimane in And_Spostamento il tempo necessario per arrivare alla farmacia di destinazione. Graficamente si può vedere l'utente muoversi verso la farmacia prescelta. Quando esso arriva a destinazione, se nella farmacia stanno servendo un altro utente esso aspetta in Coda. Quando arriva il suo turno rimane in Servizio il tempo necessario per essere servito. Graficamente si può vedere l'utente affiancato alla farmacia sia durante l'attesa sia durante il servizio. Infine rimane in Rit_Spostamento il tempo necessario per ritornare al punto di origine; in questa fase si può vedere l'utente muoversi verso il punto da cui era partito.

A differenza del modello presentato nel paragrafo 5.5 per rappresentare il servizio è stato qui utilizzato un elemento di Anylogic differente. L'elemento relativo al servizio, nel modello realizzato, deve infatti gestire contemporaneamente il servizio per tutte le farmacie appartenenti ad un determinato turno; non è stato possibile adattare l'elemento *delay* a questo scopo. Il problema è stato superato utilizzando un altro elemento (*queue*) che, modificato, funge da contenitore. In pratica quando giunge il momento per un utente di essere servito questo viene inserito nel contenitore (Servizio). Il tempo che vi

trascorre è monitorato costantemente; quando questo è pari al tempo necessario per il servizio l'utente viene estratto e può ritornare al punto di partenza.

7.2 - Risultati forniti

Simulare permette di osservare l'evoluzione del sistema nel tempo. In realtà in questa applicazione si traslascia questo aspetto ritenendo più interessante osservare i risultati che ogni simulazione può portare effettuando poi delle analisi statistiche.

Simulare permette sia di osservare come il sistema procede generalmente, sia di verificare l'esistenza di eventuali eventi rari, che comportano una certa criticità. Il sistema è impostato in modo tale che, ad ogni prova, il tempo della durata dell'esperimento è equamente diviso tra i turni. Il tempo è inoltre sufficiente per poter monitorare correttamente ogni singolo turno. Nella simulazione si osservano quindi i tempi che gli utenti trascorrono nel sistema e tutte le loro possibili scomposizioni. Il modello è stato per cui attrezzato di strumenti in grado di offrire risultati sia numerici sia grafici per osservare:

- L'evoluzione del tempo medio trascorso nel sistema in funzione del tempo di simulazione (e quindi con il cambiamento dei turni).
- Il tempo medio trascorso nel sistema, per ogni turno.
- Il tempo medio trascorso nel sistema, per ogni farmacia in cui ci si serve.
- Il tempo medio trascorso all'interno delle farmacie, per ogni farmacia in cui ci si serve.

La bontà di una partizione è quindi data dal tempo medio trascorso nel sistema, alla fine della simulazione. Questo dato non è però sufficiente, è necessario osservare anche i tempi medi di ogni turno, per assicurarsi che il sistema sia equilibrato. Infatti, è sicuramente migliore una partizione in cui i tempi medi dei vari turni siano equilibrati, rispetto ad un'altra con un tempo medio complessivo leggermente migliore, ma con tempi medi dei turni sensibilmente differenti. Possono essere molto utili anche i tempi medi suddivisi per farmacie in cui ci si serve. Questi permettono di capire se eventuali tempi medi elevati riscontrati nei turni, sono dati da problemi di congestione, o di eccessiva distanza percorsa.

Considerando i reciproci dei tempi medi trascorsi nelle farmacie si possono ottenere i tassi di servizio percepiti dagli utenti. Questi dati, come detto in precedenza, risultano fondamentali per il calcolo di una combinazione di turni migliore.

Per la valutazione di una partizione, si è pensato anche ad un altro approccio non più basato sui tempi medi, perché considerati troppo generici. Infatti, distribuzioni con lo stesso valore medio, ma con variabilità differente non possono essere poste sullo stesso piano. L'obiettivo è quindi quello di analizzare la distribuzione dei tempi trascorsi nel sistema ed in particolare la coda destra. Essa, infatti, rappresenta gli utenti che sono rimasti nel sistema per più tempo, cioè quelli più svantaggiati. Per ottenere questo si è deciso di far riferimento ad un *valore soglia*, oltre il quale il tempo trascorso nel sistema è considerato eccessivo. Questo valore deve essere valutato caso per caso ed è utilizzato per monitorare:

- La percentuale di utenti che hanno trascorso nel sistema un tempo maggiore del valore fissato.
- Il numero di utenti che hanno trascorso nel sistema un tempo maggiore del valore fissato, per ogni farmacia di destinazione.
- La percentuale di utenti che hanno trascorso nel sistema un tempo maggiore del valore fissato, per ogni farmacia di destinazione.

Questo metodo di valutazione non è alternativo al precedente ma complementare. Infatti, è poco informativo rispetto al problema generico, ma permette di evidenziare particolari situazioni critiche. Inoltre, fissato il *valore soglia*, può essere utilizzato per scegliere la migliore tra più partizioni. Riassumendo, per la valutazione di una combinazione di turni si devono principalmente considerare:

- il tempo medio trascorso nel sistema;
- la percentuale di utenti che rimangono nel sistema più del *valore soglia*;
- la presenza di problemi di congestione.

8 - Applicazione del metodo su un esempio guida

Per meglio comprendere il funzionamento dell'algoritmo, si è pensato di applicarlo su un esempio di piccole dimensioni. In questa situazione è più facile osservare come avviene la composizione dei turni.

Si supponga che, nel territorio di un comune, siano presenti 12 farmacie, ognuna delle quali identificata da un numero progressivo. Il territorio è diviso in 4 quartieri differentemente popolati; la situazione è riassunta in Tabella 8.1.

Tabella 8.1: Suddivisione delle farmacie nei 4 quartieri.

Quartiere	Farmacie	Abitanti	Abitanti/Farmacia
Centro	4	12200	3050
Sud	5	18100	3620
Nord	1	4800	4800
Ovest	2	10500	5250
Totale	12	45600	3800

Ovviamente, il territorio può essere visto come un piano cartesiano. In Tabella 8.2 sono riportate le coordinate cartesiane delle farmacie (esprese in chilometri), mentre in Figura 8.1 si può osservare la loro dislocazione.

Tabella 8.2: Coordinate cartesiane delle farmacie.

Farmacia	x	y
1	4,88	0,81
2	1,86	2,99
3	3,8	2,53
4	4,11	4,5
5	2,86	2
6	3,45	0,15
7	1,94	0,35
8	2,34	2,34
9	2,71	0,89
10	4,62	2,78
11	0,69	2,57
12	3,5	0,66

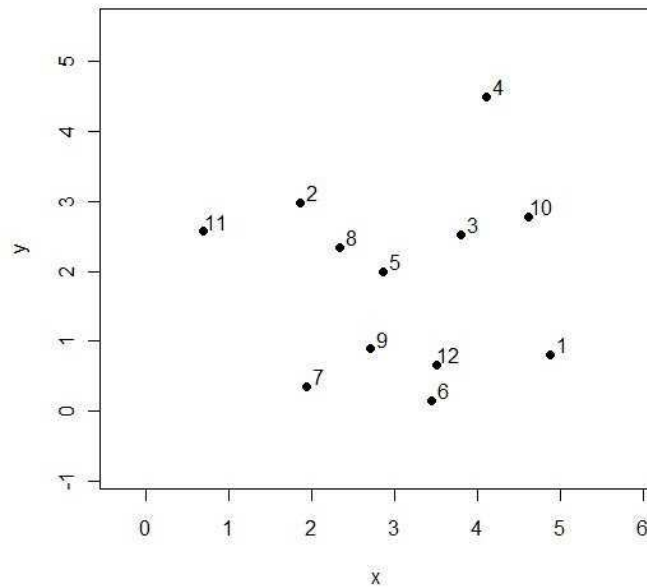


Figura 8.1: Dislocazione delle farmacie sul territorio.

Non essendo questo un caso reale, non si possono conoscere le distanze che separano le farmacie, ma, dalla loro posizione, si possono ricavare le distanze lineari. Dato che la distanza reale che divide due farmacie è però generalmente superiore (mai inferiore), si è pensato di calcolarla prendendola mediamente pari a quattro terzi di quella lineare. I dati sono stati generati considerando un coefficiente di casualità. Le distanze sono riportate in Tabella 8.3.

Tabella 8.3: Distanze che separano le varie farmacie.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	5,467	3,296	3,869	2,446	2,854	3,062	3,972	2,786	2,976	6,128	2,406
2	5,467	0	2,652	4,407	1,632	3,270	2,819	1,378	2,665	3,989	1,785	3,801
3	3,296	2,652	0	2,418	1,257	3,934	4,727	1,960	2,343	1,311	3,542	2,208
4	3,869	4,407	2,418	0	3,466	7,619	6,515	4,951	6,105	3,256	4,393	4,216
5	2,446	1,632	1,257	3,466	0	3,051	2,255	0,696	1,733	1,952	4,455	1,770
6	2,854	3,270	3,934	7,619	3,051	0	1,607	4,016	1,461	3,916	6,489	0,720
7	3,062	2,819	4,727	6,515	2,255	1,607	0	2,366	1,232	3,856	3,167	2,700
8	3,972	1,378	1,960	4,951	0,696	4,016	2,366	0	2,727	4,158	1,696	3,060
9	2,786	2,665	2,343	6,105	1,733	1,461	1,232	2,727	0	3,153	4,252	1,104
10	2,976	3,989	1,311	3,256	1,952	3,916	3,856	4,158	3,153	0	7,189	3,908
11	6,128	1,785	3,542	4,393	4,455	6,489	3,167	1,696	4,252	7,189	0	3,908
12	2,406	3,801	2,208	4,216	1,770	0,720	2,700	3,060	1,104	3,908	3,908	0

Per eseguire l'algoritmo sono inoltre necessarie le informazioni relative alla domanda e all'offerta. I tassi di domanda possono essere ricavati basandosi sulle conoscenze della distribuzione della popolazione. Deve però essere fissato a priori il numero di utenti che si ipotizza necessiti del servizio per unità di tempo. In questo caso è posto pari a 0,2. Questo equivale ad un utente ogni 5 minuti, visto che l'unità di tempo è il minuto. I tassi di servizio, che indicano il numero di utenti che si possono servire per unità di tempo, sono invece decisi casualmente. Tassi di domanda e tassi di servizio sono riportati in Tabella 8.4.

Tabella 8.4: Tassi di domanda e i tassi di servizio di ogni farmacia.

Farmacia	Quartiere	% abitanti	Tasso Dom.	Tasso Serv.
1	Sud	7,94%	0,016	0,1
2	Ovest	11,51%	0,023	0,3
3	Centro	6,69%	0,013	0,1
4	Nord	10,53%	0,021	0,4
5	Centro	6,69%	0,013	0,4
6	Sud	7,94%	0,016	0,1
7	Sud	7,94%	0,016	0,3
8	Centro	6,69%	0,013	0,2
9	Sud	7,94%	0,016	0,2
10	Centro	6,69%	0,013	0,5
11	Ovest	11,51%	0,023	0,2
12	Sud	7,94%	0,016	0,2
Totale		100,00%	0,2	

Si può osservare come il tempo per il servizio vari da 2 a 10 minuti.

Volendo ottenere 4 turni, si desidera che il K-mean restituisca 3 gruppi di numerosità 4.

Si decide di eseguire 100 tentativi per individuare la migliore soluzione, mentre il numero di iterazioni per tentativo è fissato a 20.

Il miglior risultato, con dissimilarità media pari a 0,879, è visibile in Tabella 8.5. In Figura 8.2 si può osservare come appare la soluzione graficamente.

Tabella 8.5: Migliore combinazione di gruppi formati dal K-mean ordinati per dissimilarità crescente.

Gruppo		
1	2	3
6	2	1
7	5	3
9	8	4
12	11	10
0,668	0,809	1,160

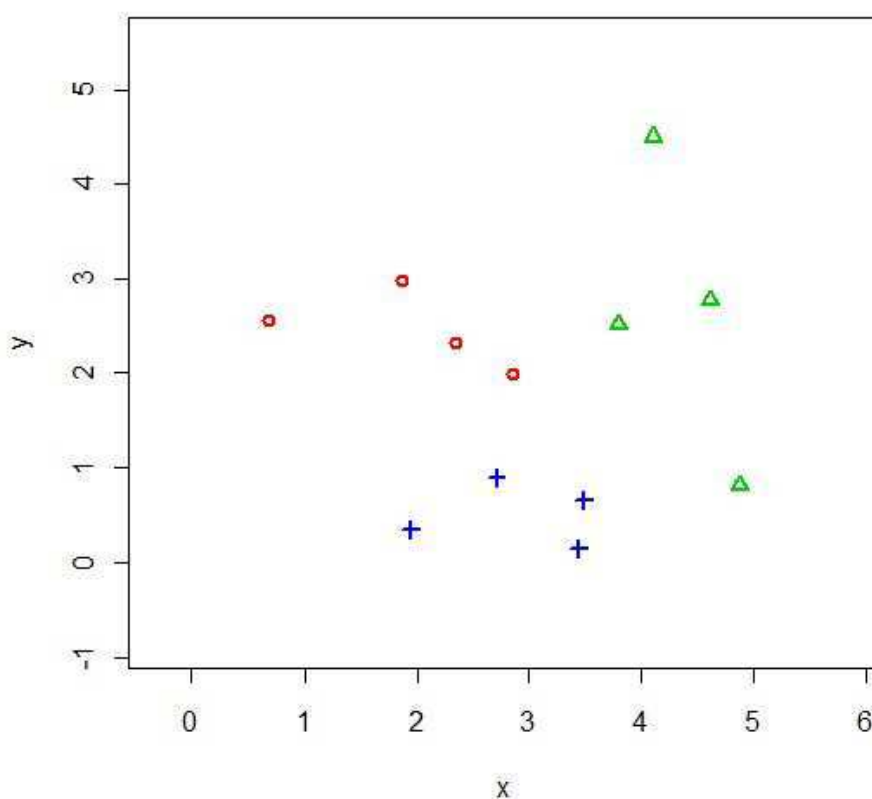


Figura 8.2: Migliore suddivisione delle farmacie in 3 gruppi effettuata dal K-mean.

Per individuare la partizione migliore è necessaria l'inizializzazione di un ultimo parametro: la velocità media di spostamento. Siccome l'esempio rappresenta un comune, si può pensare che la velocità media di spostamento sia abbastanza bassa. Si decide di porla pari a 25 km/h. E' necessario però trasformarla in km/minuto, per poter poi sommare il tempo di trasferimento con il tempo per il servizio. Si ottiene quindi 0,4167 km/minuto.

A questo punto l'algoritmo, come visto in precedenza, suddivide le farmacie del primo gruppo tra tutti i turni e calcola le misure di bontà (Tabella 8.6).

Tabella 8.6: Misura di bontà di ogni turno parziale dopo aver suddiviso le farmacie del primo gruppo.

				Bontà
Turno 1	6			5,28
Turno 2	7			3,46
Turno 3	9			3,51
Turno 4	12			3,49

La misura di bontà indica il tempo, per ogni turno, che gli utenti trascorrono nel sistema. Questo è proporzionale al numero di utenti generati per unità di tempo. In questo caso il tempo è espresso in minuti. E' evidente come la misura sia molto più alta per il Turno 1 rispetto a tutti gli altri. Per capire a cosa è dovuto analizziamo da cosa deriva.

Quando ad ogni turno è associata un'unica farmacia, è ovvio che gli utenti dovranno obbligatoriamente servirsi in essa. Proprio per questo, il tempo di trasferimento è dato dalla somma delle distanze che separano tutte le farmacie da quella di turno, diviso per la velocità media e ponderato per la domanda. Il tempo per il servizio è invece ottenuto sommando dodici volte il reciproco del tasso di servizio della farmacia di turno, ovviamente anch'esso ponderato per la domanda. Questi due valori, per ogni turno, si possono osservare in Tabella 8.7.

Tabella 8.7: Scomposizione della misura di bontà di ogni turno parziale.

	T Trasf.	T. Serv.	T. Tot.
Turno 1	3,28	2	5,28
Turno 2	2,8	0,66	3,46
Turno 3	2,51	1	3,51
Turno 4	2,49	1	3,49

Il Turno 1 è quello che ha entrambi i valori più alti. Infatti la farmacia 6 è sia la più scomoda sia quella che offre un servizio più lento.

L'assegnazione delle farmacie del secondo gruppo parte proprio dall'individuazione del turno più svantaggiato, viene ad esso assegnata la farmacia che comporta la migliore

variazione in termini di bontà. Poi viene considerato il Turno 3, essendo il secondo più svantaggiato; e così via.

Per far questo si utilizza una matrice dove in ogni riga sono riportate le variazioni che si ottengono inserendo, per lo specifico turno, le farmacie appartenenti al secondo gruppo. In pratica, ad ogni iterazione non si considera più la riga relativa al turno che ha ottenuto un'assegnazione e la colonna relativa alla farmacia che è stata associata. In Tabella 8.8 si può osservare il processo di scelta che porta ad assegnare le farmacie del secondo gruppo. Al Turno 2, essendo il meno svantaggiato, è assegnata la farmacia scartata da tutti gli altri turni. Se la cella di posizione i,j è colorata significa che al turno di posizione i è stata associata la farmacia di posizione j .

Tabella 8.8: Scelte effettuate dall'algorithmo per suddividere le farmacie del secondo gruppo.

Gruppo 2				
	2	5	8	11
T 1	2,22	2,61	2	1,7
T 2	0,7	1,04	0,49	0,48
T 3	0,8	0,91	0,58	0,65
T 4	0,8	0,94	0,63	0,61

Gruppo 2			
	2	8	11
T 2	0,7	0,49	0,48
T 3	0,8	0,58	0,65
T 4	0,8	0,63	0,61

Gruppo 2		
	8	11
T 2	0,49	0,48
T 4	0,63	0,61

A differenza della situazione precedente, per il calcolo della misura di bontà, entra in gioco la probabilità di scegliere la farmacia in cui servirsi. Ogni probabilità è ottenuta considerando la distanza e il tasso di servizio. Ad esempio, se ad un turno appartengono le farmacie 5 e 6, gli utenti decidono dove servirsi in base alle probabilità riportate in Tabella 8.9.

Tabella 8.9: Probabilità, considerando la farmacia di partenza, di scegliere di servirsi presso la farmacia 5 o la farmacia 6.

Partenza	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Pr. 5	0,86	0,95	0,98	0,99	0,99	0,16	0,68	0,99	0,75	0,97	0,97	0,58
Pr. 6	0,14	0,05	0,02	0,01	0,01	0,84	0,32	0,01	0,25	0,03	0,03	0,42

La probabilità è quasi sempre maggiore per la farmacia 5. Questo perché è più centrale rispetto alla 6 e offre un servizio molto più veloce.

Prima di suddividere le farmacie del terzo e ultimo gruppo occorre ora aggiornare le misure di bontà dei turni parziali; queste sono riportate in Tabella 8.10.

Tabella 8.10: Misura di bontà di ogni turno parziale dopo aver suddiviso le farmacie del primo e del secondo gruppo.

				Bontà
Turno 1	6	5		2,67
Turno 2	7	11		2,98
Turno 3	9	2		2,7
Turno 4	12	8		2,86

Si può notare come il Turno 1, a differenza del passaggio precedente, risulta ora essere quello meno svantaggiato. Per questo sarà ad esso associata la farmacia del terzo gruppo scartata da tutti gli altri turni. In Tabella 8.11 sono evidenziate le associazioni tra i turni e le farmacie del terzo gruppo, mentre in Tabella 8.12 sono riportati i turni definitivi. In Figura 8.3 è data una loro rappresentazione grafica.

Tabella 8.11: Scelte effettuate dall'algorithmo per suddividere le farmacie del terzo gruppo.

	Gruppo 3			
	1	3	4	10
Turno 1	-0,052	-0,157	0,263	0,023
Turno 2	0,005	0,198	0,567	0,572
Turno 3	0,018	0,038	0,437	0,399
Turno 4	0,007	0,060	0,466	0,403

Tabella 8.12: Composizione finale dei turni.

Turno 1	6	5	1
Turno 2	7	11	10
Turno 3	9	2	3
Turno 4	12	8	4

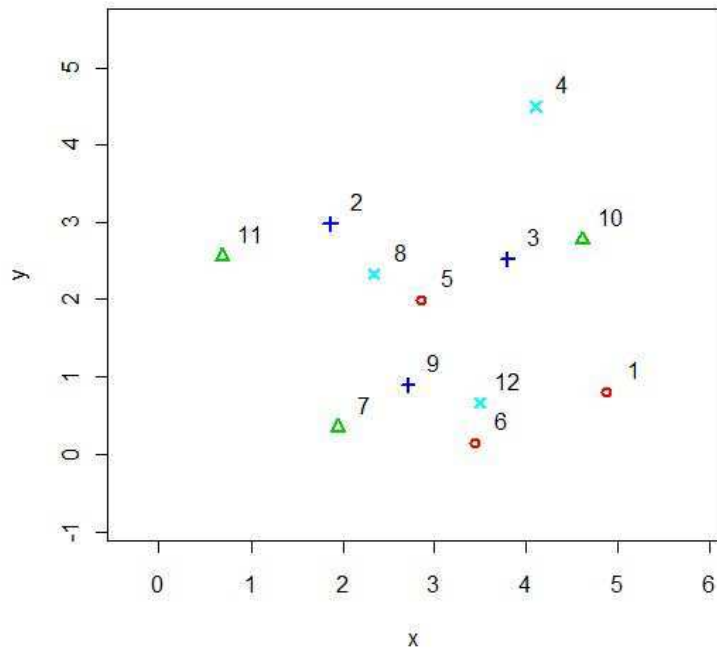


Figura 8.3: Rappresentazione grafica dei turni.

In Tabella 8.11 si notano alcuni valori di variazione negativi. Ciò significa che, in alcuni casi, assegnare una farmacia ad un turno è svantaggioso per gli utenti. Questo può apparire strano, infatti è logico pensare che il beneficio per gli utenti possa solo aumentare inserendo un'ulteriore farmacia in un turno. In realtà questo non è sempre vero. Ad esempio si ipotizzi di inserire in un turno una farmacia con un tasso di servizio molto più basso rispetto alle altre farmacie già appartenenti al turno. In questo caso il tempo necessario per il servizio di un generico utente può solo aumentare e non è assicurato che, diminuendo le distanze da percorrere, il tempo complessivo che gli utenti trascorrono nel sistema cali.

I turni ottenuti sono stati poi valutati tramite simulazione. In Figura 8.4 è rappresentato un istante dell'animazione. Si possono osservare gli utenti che si stanno spostando nel sistema e quelli si stanno servendo. Si nota come in questo istante si stia valutando il Turno 1 essendo aperte le farmacie 1, 5 e 6.

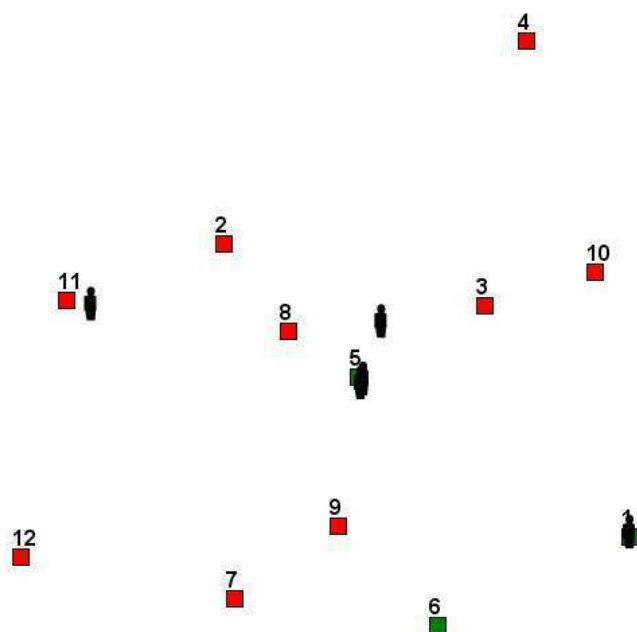


Figura 8.4: Immagine rappresentante un istante dell'animazione.

Eseguendo 15 prove, si è potuto osservare che, mediamente, ogni utente trascorre nel sistema 14 minuti e 42 secondi. Inoltre il 20,86% degli utenti supera la soglia dei 20 minuti. I turni non risultano particolarmente squilibrati. Per il turno 3, in cui si osserva il tempo medio nel sistema maggiore, si hanno 16 minuti e 28 secondi.

In Tabella 8.13 sono riportati i tempi medi che gli utenti hanno trascorso in ogni farmacia. Vengono confrontati con i tempi necessari per il servizio. La differenza tra questi indica il tempo mediamente trascorso in coda.

Tabella 8.13: Scomposizione dei tempi medi trascorsi dagli utenti nelle farmacie.

Farmacia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T. Totale	11,58	4,71	14,52	3,18	4,26	12,05	4,65	7,31	7,52	2,73	6,49	7,36
T. Servizio	10	3,33	10	2,5	2,5	10	3,33	5	5	2	5	5
T. Attesa	1,58	1,38	4,52	0,68	1,76	2,05	1,32	2,31	2,52	0,73	1,49	2,36

Si può notare che il tempo atteso in coda non è omogeneo. Se questo valore è molto alto si è verificato un problema di congestione. In realtà, per questo esempio, non si registrano casi particolarmente gravi. Per nessuna farmacia, mediamente, si trascorrono in coda più di 5 minuti. Inoltre, questo valore non supera mai il tempo necessario per il servizio.

Come si è spiegato precedentemente, questi dati costituiscono le informazioni che l'utente acquisisce sul sistema. L'utente "impara" che, in determinate farmacie, c'è un tempo d'attesa superiore rispetto ad altre. Queste nuove informazioni sono utilizzate per eseguire nuovamente l'algoritmo che ha fornito la soluzione in Tabella 8.14. Questa volta esso valuta dei tempi necessari per il servizio più realistici. Dato che la formazione dei gruppi iniziali dipende esclusivamente dalla posizione delle farmacie si utilizzano sempre gli stessi gruppi.

Tabella 8.14: Turni formati eseguendo l'algoritmo per la seconda volta.

Turno 1	6	5	3
Turno 2	7	8	4
Turno 3	9	2	1
Turno 4	12	11	10

Sempre tramite simulazione, si calcola che il tempo medio che gli utenti trascorrono nel sistema è di 15 minuti e 13 secondi. Rimane nel sistema più di 20 minuti il 24,62% degli utenti. Il caso peggiore si ha per il turno 1: qui si registrano 16 minuti e 45 secondi. Inoltre, si calcolano i tempi medi trascorsi in ogni farmacia con questa differente combinazione di turni potendo ottenere con l'algoritmo una nuova partizione (Tabella 8.15).

Tabella 8.15: Turni formati eseguendo l'algoritmo per la terza volta.

Turno 1	6	5	3
Turno 2	7	11	10
Turno 3	9	2	1
Turno 4	12	8	4

Il tempo medio che gli utenti trascorrono nel sistema, calcolato tramite simulazione, è di 14 minuti e 44 secondi. Rimane nel sistema più di 20 minuti il 23,64% degli utenti. Nel caso peggiore, rappresentato dal turno 1, gli utenti restano nel sistema per 16 minuti e 9 secondi. Inoltre, si calcolano i tempi medi trascorsi in ogni farmacia potendo così ottenere una nuova combinazione di turni (Tabella 8.16).

Tabella 8.16: Turni formati eseguendo l’algoritmo per la quarta volta.

Turno 1	6	5	1
Turno 2	7	8	4
Turno 3	9	10	11
Turno 4	12	2	3

Il tempo medio che gli utenti trascorrono nel sistema, per questa nuova partizione, è di 14 minuti e 34 secondi. Il 20,64% degli utenti resta nel sistema più di 20 minuti. Il turno 4, con un tempo medio di 15 minuti e 44 secondi, è il peggiore. Con i nuovi tempi medi che gli utenti trascorrono nelle varie farmacie, l’algoritmo restituisce sempre la stessa partizione.

Quest’ultima combinazione, che offre i risultati migliori, costituisce quindi la scelta ottimale, anche se le differenze di prestazione non sono così nette rispetto alla prima soluzione. Comunque è da considerare che, nella prima soluzione, le scelte degli utenti sono indipendenti rispetto al possibile tempo di attesa per il servizio. Essendo questa ipotesi abbastanza irrealistica, risulta naturale preferire quest’ultima partizione. La scelta si è basata esclusivamente sul tempo medio trascorso dagli utenti nel sistema, poiché non si sono mai verificati rilevanti problemi di congestione. Quest’ultima combinazione di turni è rappresentata in Figura 8.5.

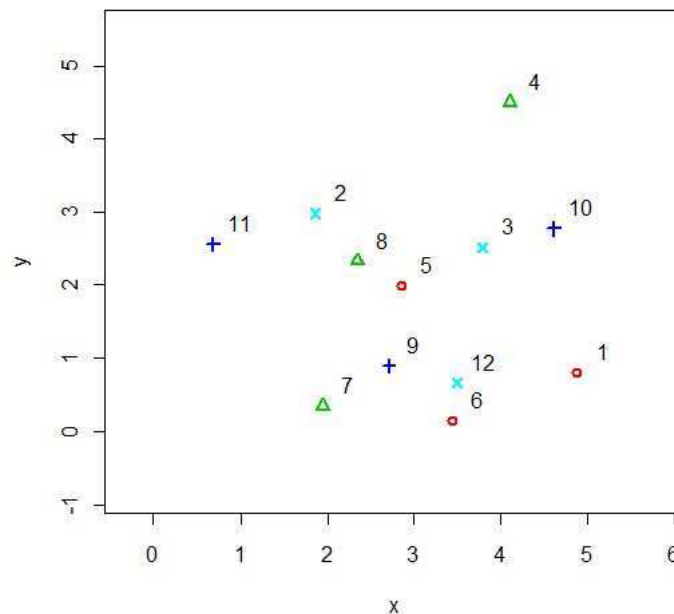


Figura 8.5: Rappresentazione grafica della migliore combinazione di turni ottenuta.

9 - Applicazione del metodo a un caso reale

In questo capitolo sono presentate le soluzioni ottenute, utilizzando l'algoritmo sviluppato, per il caso delle farmacie di Padova. E' descritta prima la soluzione relativa alla zona *centro e dintorni* e, successivamente, quella riguardante la zona *cintura urbana-extraurbana*. Per applicare l'algoritmo si sono ottenute le coordinate UTM delle farmacie, così da poterle proiettare su un piano cartesiano. I tassi di servizio sono stati assegnati casualmente alle farmacie, mentre i tassi di domanda considerando la zona di appartenenza. L'unità di tempo di riferimento è il minuto, si assume che, mediamente, 0,4 utenti per unità di tempo necessitino del servizio. Ciò significa che si considerano 4 utenti ogni 10 minuti; questo sia per la zona *centro e dintorni* sia per la zona *cintura urbana-extraurbana*.

Tramite simulazione, considerando sempre gli stessi parametri, le soluzioni sono state poi valutate. Nella valutazione si osserva principalmente che i tempi medi nel sistema, per ogni turno, siano omogenei. Questo per monitorare la presenza di eventuali problemi di congestione.

Tramite simulazione si ottiene, inoltre, una stima dei tempi che gli utenti trascorrono nelle farmacie con quella particolare combinazione di turni. Questa è utilizzata per far generare all'algoritmo una nuova soluzione più coerente e teoricamente migliore. Questo metodo può essere utilizzato ciclicamente, potendo così valutare più soluzioni. Ovviamente, essendo la formazione iniziale dei gruppi dipendente solamente dalla posizione delle farmacie nel piano, è necessario calcolare i gruppi un'unica volta.

La miglior soluzione è poi scelta considerando sia l'assenza di problemi di congestione sia il tempo medio trascorso nel sistema. Non è però scontato riuscire ad individuare una soluzione ottima per entrambi i parametri di valutazione. In questo caso si sceglie quella che offre un compromesso migliore. Eventualmente, se più soluzioni sembrano offrire risultati simili, si possono sempre osservare i tempi medi che gli utenti trascorrono nel sistema per ogni farmacia.

9.1 - Centro e dintorni

La zona *centro e dintorni* conta 55 farmacie e si ritiene opportuno formare 11 turni da 5 farmacie ciascuno. Le farmacie sono suddivise tra i 6 quartieri e di questi si conosce il numero di abitati. Da queste informazioni si sono potuti ricavare i tassi di domanda. Questi, assieme ai tassi di servizio, sono riportati in Tabella 9.1.

Tabella 9.1: Tassi di domanda e tassi di servizio di ogni farmacia per la zona *centro e dintorni*.

	Farmacia	Quartiere	% abitanti	Tasso Dom.	Tasso Serv.
1	ALTINATE	1	0,58%	0,0023	0,1
2	AI CARMINI	1	0,58%	0,0023	0,2
3	AI COLLI	6	3,68%	0,0147	0,4
4	AL DUOMO	1	0,58%	0,0023	0,2
5	AL LEON D'ORO	1	0,58%	0,0023	0,5
6	AL POZZO D'ORO	1	0,58%	0,0023	0,1
7	AL SANTO	1	0,58%	0,0023	0,1
8	ALLA PACE	1	0,58%	0,0023	0,3
9	ALLA STANGA	3	2,64%	0,0106	0,3
10	ALL'ANGELO	1	0,58%	0,0023	0,2
11	ALL'IPPODROMO	3	2,64%	0,0106	0,2
12	ANDRETTA	1	0,58%	0,0023	0,3
13	ARCELLA	2	2,26%	0,0090	0,1
14	BARTOLI	2	2,26%	0,0090	0,1
15	BELLATO	1	0,58%	0,0023	0,3
16	BONAZZI-CENTRALE	1	0,58%	0,0023	0,1
17	BRIZZI	2	2,26%	0,0090	0,3
18	CAPPELLINI	3	2,64%	0,0106	0,2
19	CARRARO ARTURO	5	2,25%	0,0090	0,4
20	CARRARO snc	1	0,58%	0,0023	0,5
21	CASON	5	2,25%	0,0090	0,3
22	CHIARI	1	0,58%	0,0023	0,1
23	CIAMICIAN	6	3,68%	0,0147	0,1
24	CIATO	4	2,80%	0,0112	0,2
25	CIRILLO	3	2,64%	0,0106	0,3
26	DAL BIANCO	2	2,26%	0,0090	0,5
27	DE GASPARI	1	0,58%	0,0023	0,1
28	DE' PANTZ	4	2,80%	0,0112	0,1
29	DEI SAVONAROLA	1	0,58%	0,0023	0,2
30	FACCIOLI	3	2,64%	0,0106	0,2
31	FORNASIERI	1	0,58%	0,0023	0,1

32	GENTA	6	3,68%	0,0147	0,3
33	GIULIANI	2	2,26%	0,0090	0,3
34	GUADALUPI	5	2,25%	0,0090	0,4
35	INFANTI	1	0,58%	0,0023	0,1
36	MAGGIONI "NUOVA"	2	2,26%	0,0090	0,1
37	MANTOVAN	6	3,68%	0,0147	0,2
38	MORTISE	3	2,64%	0,0106	0,5
39	PALESTRO	5	2,25%	0,0090	0,4
40	PIANERI & MAURO	1	0,58%	0,0023	0,5
41	POGGI	4	2,80%	0,0112	0,3
42	RUARO-AI DUE GIGLI	1	0,58%	0,0023	0,1
43	SACRA FAMIGLIA	5	2,25%	0,0090	0,4
44	SAN BELLINO	2	2,26%	0,0090	0,2
45	SAN LORENZO	2	2,26%	0,0090	0,2
46	SAN LUCA	3	2,64%	0,0106	0,3
47	SANTA CROCE	4	2,80%	0,0112	0,3
48	SANTA GIUSTINA snc	1	0,58%	0,0023	0,1
49	SANTA RITA	4	2,80%	0,0112	0,2
50	SANTA SOFIA	1	0,58%	0,0023	0,5
51	STOPPA	4	2,80%	0,0112	0,1
52	TOCCHETTO	1	0,58%	0,0023	0,1
53	VISCO	5	2,25%	0,0090	0,2
54	ZENNARO PATRIZIA	4	2,80%	0,0112	0,5
55	ZILLI	4	2,80%	0,0112	0,3
Totale			100,00%	0,4	

Con questi dati, ipotizzando che gli utenti si spostino ad una velocità media di 25 km/h, si è ottenuta una soluzione (Tabella 9.2). L'algoritmo ha impiegato i tempi riportati in Tabella 9.3 per formare la miglior combinazione di gruppi (K-mean) e poi per suddividere le farmacie tra i turni (Assegnazione).

Tabella 9.2: Prima soluzione ottenuta per la zona *centro e dintorni*.

T 1	CARRARO snc	ALTINATE	FORNASIERI	AI COLLI	MAGGIONI N.
T 2	BONAZZI	BRIZZI	SANTA RITA	VISCO	ARCELLA
T 3	CHIARI	DEI SAVONAROLA	AL LEON D'ORO	CIATO	MORTISE
T 4	ALL'ANGELO	BARTOLI	STOPPA	SACRA FAMIGLIA	CAPPELLINI
T 5	AL POZZO D'ORO	ALLA PACE	ZENNARO P.	CIAMICIAN	GIULIANI
T 6	RUARO	AI CARMINI	SANTA SOFIA	GUADALUPI	SAN BELLINO
T 7	AL DUOMO	CASON	CIRILLO	ZILLI	SAN LORENZO
T 8	TOCCHETTO	ANDRETTA	SANTA GIUSTINA	CARRARO A.	DAL BIANCO
T 9	BELLATO	DE GASPARI	FACCIOLI	SANTA CROCE	ALL'IPPODROMO

T 10	PALESTRO	MANTOVAN	INFANTI	POGGI	ALLA STANGA
T 11	GENTA	PIANERI & M.	AL SANTO	DE' PANTZ	SAN LUCA

Tabella 9.3: Tempi impiegati dall' algoritmo per generare la soluzione.

	soluzioni	tempi (secondi)
K-mean	3000	246
Assegnazione	1	420

Il risultato è stato valutato con 15 prove simulate. Sebbene siano poche si ritengono sufficienti per ottenere una panoramica sulle prestazioni della soluzione e per valutare eventuali criticità.

In particolare, per il turno 4 e il turno 9 si sono rilevati tempi medi nel sistema per gli utenti molto più alti degli altri. Sono rispettivamente pari a 54 e 48 minuti circa. Per alcune simulazioni è accaduto che questi tempi si avvicinino addirittura ai 90 minuti. Questi valori elevati sono riconducibili a problemi di congestione, che si verifica in forme più o meno gravi.

In Figura 9.1 è visibile il risultato di un singolo esperimento. In particolare è riportato l'istogramma dei tempi medi che gli utenti hanno trascorso nel sistema per ogni turno. Significativi sono i valori registrati per i turni 4 e 9 che si discostano notevolmente da tutti gli altri.

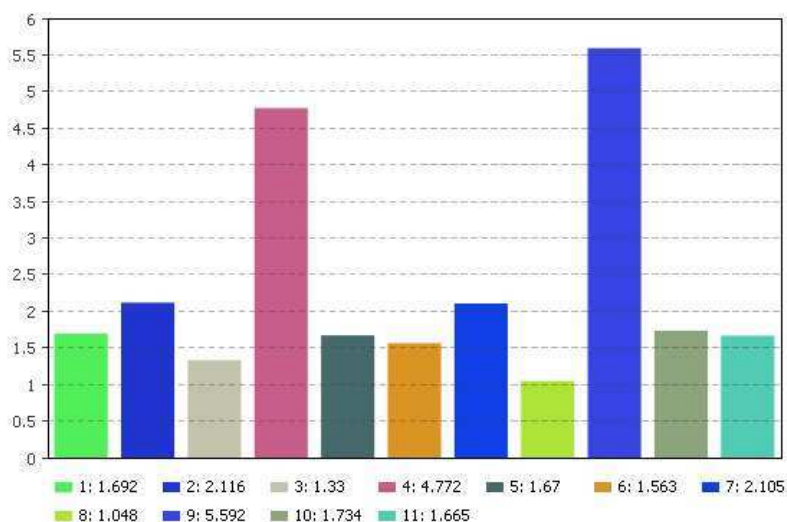


Figura 9.1: Istogramma dei tempi medi (decine di minuti) trascorsi nel sistema per ogni turno; questi dati si riferiscono ad un'unica simulazione.

Per capire cosa ha causato questi problemi può essere utile scomporre i risultati di ogni turno, considerando i tempi medi relativi ad ogni farmacia. In Figura 9.2 può essere osservato questo per il Turno 9. In particolare è riportato l'istogrammi dei tempi medi trascorsi dagli utenti nel sistema e l'istogramma dei tempi medi che gli utenti hanno trascorso solo nelle farmacie. La differenza tra i due indica il tempo medio impiegato per il trasferimento. Osservando gli istogrammi si comprende che si è verificato un grave problema di congestione in una farmacia. In questa gli utenti rimangono mediamente più di due ore. La presenza di un problema di queste dimensioni è principalmente dovuta al fatto che questa combinazione di turni è stata formata non considerando l'eventuale tempo che gli utenti trascorrono in coda. Le farmacie sono numerate diversamente rispetto la Tabella 9.1.

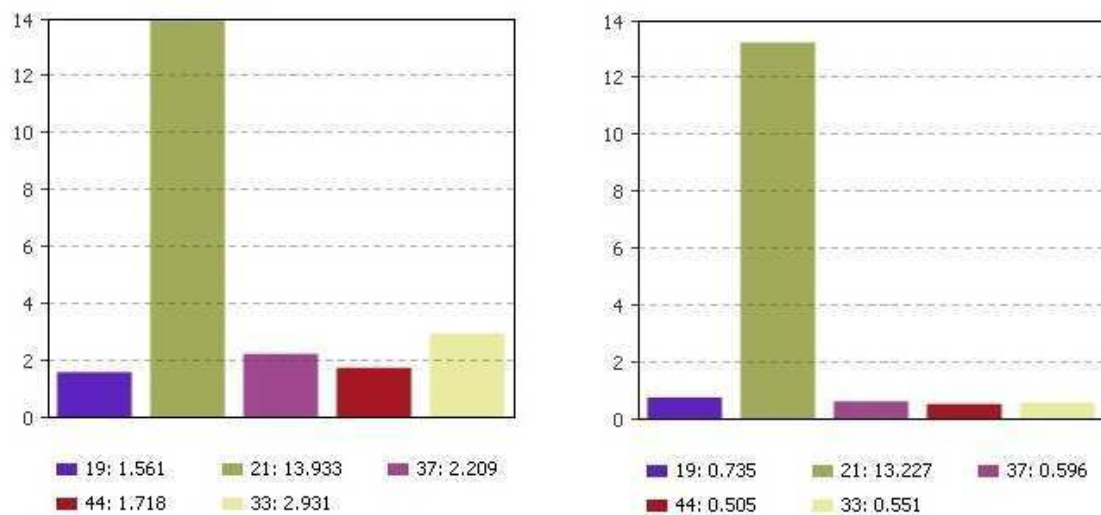


Figura 9.2: Istogramma dei tempi medi (decine di minuti) trascorsi nel sistema (sinistra) e dei tempi medi trascorsi solo nelle farmacie (destra); questo per le farmacie del Turno 9.

Il tempo medio complessivo nel sistema è invece molto più basso: 24 minuti e 47 secondi. Il 33,1% degli utenti è rimasto nel sistema più di 20 minuti.

Considerando i tempi medi trascorsi nelle farmacie è stata calcolata una nuova combinazione di turni (Tabella 9.4). I tassi di servizio percepiti sono stati però così corretti:

$$S_j = \max\left(\frac{1}{t_j}, S_{min}\right)$$

S_j è il tasso di servizio percepito relativo alla farmacia j e t_j è il tempo medio trascorso nella farmacia j . In questa situazione si è deciso di porre $S_{min} = 0,05$ correggendo così i tassi percepiti delle farmacie che hanno registrato tempi medi superiori ai 20 minuti. Infatti, non avrebbe senso penalizzare eccessivamente delle farmacie, poiché i tempi elevati sono da imputarsi a quella particolare situazione.

Tabella 9.4: Seconda soluzione ottenuta per la zona *centro e dintorni*.

T 1	CARRARO snc	DE GASPARI	INFANTI	AI COLLI	SAN LUCA
T 2	BONAZZI	ANDRETTA	SANTA GIUSTINA	SACRA FAMIGLIA	CAPPELLINI
T 3	CHIARI	AI CARMINI	SANTA RITA	GUADALUPI	MORTISE
T 4	ALL'ANGELO	ALLA PACE	SANTA SOFIA	CIATO	MAGGIONI N.
T 5	AL POZZO D'ORO	PIANERI & M.	FACCIOLI	POGGI	GIULIANI
T 6	RUARO	CASON	CIRILLO	CIAMICIAN	ALLA STANGA
T 7	AL DUOMO	BRIZZI	ZENNARO P.	VISCO	ARCELLA
T 8	TOCCHETTO	MANTOVAN	AL LEON D'ORO	DE' PANTZ	SAN LORENZO
T 9	BELLATO	ALTINATE	STOPPA	ZILLI	DAL BIANCO
T 10	PALESTRO	BARTOLI	FORNASIERI	SANTA CROCE	ALL'IPPODROMO
T 11	GENTA	DEI SAVONAROLA	AL SANTO	CARRARO A.	SAN BELLINO

Il tempo medio nel sistema, sempre per 15 simulazioni, è ora di 22 minuti e 40 secondi, mentre il 34,1% degli utenti rimane nel sistema per più di 20 minuti. I risultati complessivamente sono migliorati; rimane però uno squilibrio tra i turni. Infatti, accade frequentemente che, per i turni 6 e 10, il tempo medio nel sistema si attesti attorno all'ora. Nonostante ciò questa soluzione è sicuramente migliore della precedente.

Con i nuovi tempi medi trascorsi nelle farmacie, considerando sempre l'eventuale correzione, si è ottenuta una terza combinazione riportata in Tabella 9.5.

Tabella 9.5: Terza soluzione ottenuta per la zona *centro e dintorni*.

T 1	CARRARO snc	ALTINATE	AL SANTO	SACRA FAMIGLIA	CAPPELLINI
T 2	BONAZZI	MANTOVAN	SANTA SOFIA	CIATO	ARCELLA
T 3	CHIARI	ALLA PACE	SANTA RITA	VISCO	ALLA STANGA
T 4	ALL'ANGELO	DEI SAVONAROLA	INFANTI	CARRARO A.	SAN LUCA
T 5	AL POZZO D'ORO	CASON	AL LEON D'ORO	CIAMICIAN	SAN LORENZO

T 6	RUARO	PIANERI & M.	FORNASIERI	AI COLLI	ALL'IPPODROMO
T 7	AL DUOMO	BARTOLI	STOPPA	POGGI	MORTISE
T 8	TOCCHETTO	BRIZZI	ZENNARO P.	DE' PANTZ	MAGGIONI N.
T 9	BELLATO	DE GASPARI	FACCIOLI	ZILLI	GIULIANI
T 10	PALESTRO	AI CARMINI	SANTA GIUSTINA	SANTA CROCE	DAL BIANCO
T 11	GENTA	ANDRETTA	CIRILLO	GUADALUPI	SAN BELLINO

Il tempo medio trascorso nel sistema è ora di 18 minuti e 42 secondi. Ha superato i 20 minuti il 32,6% degli utenti. Questo risultato è in assoluto il migliore, anche perché i tempi medi sono più omogeneamente distribuiti tra i turni. Lo squilibrio non è però stato eliminato del tutto: gli utenti nel turno 4 restano nel sistema per 25 minuti, mentre nel turno 7 per 29.

Altri tentativi per ottenere nuove soluzioni non hanno portato a miglioramenti significativi. Si può quindi considerare quest'ultima la migliore.

9.2 - Cintura urbana-extraurbana

La zona *cintura urbana-extraurbana* conta 49 farmacie. Si è pensato di formare 9 turni di 5 farmacie ciascuno e un turno di 4. L'algoritmo prevede infatti anche la possibilità di creare turni che differiscano al massimo di un elemento di numerosità. Il turno che conterà solo 4 farmacie sarà quindi quello che avrà la misura di bontà migliore, al momento dell'assegnazione dell'ultimo gruppo. In Tabella 9.6 sono riportati i tassi servizio e i tassi di domanda relativi ad ogni farmacia. I primi sono stati ottenuti casualmente mentre i secondi considerando la popolazione del comune di appartenenza delle farmacie. Per le 6 farmacie appartenenti al Comune di Padova si è considerato un numero di abitanti per farmacia pari alla media del Comune stesso (3835,1). Con questo dato si è potuto ricavare il relativo tasso di domanda.

Tabella 9.6: Tassi di domanda e tassi di servizio per la zona *cintura urbana-extraurbana*.

	Farmacia	Comune	% abitanti	Tasso Dom.	Tasso Serv.
1	AI FERRI	Albignasego	2,03%	0,0081	0,1
2	AL CORSO	Montegrotto Terme	2,39%	0,0096	0,2
3	ALLA MANDRIA	Padova	1,64%	0,0066	0,4

4	ALLE TERME	Montegrotto Terme	2,39%	0,0096	0,2
5	ANDREOLI	Selvazzano Dentro	1,91%	0,0076	0,1
6	BECCARI	Padova	1,64%	0,0066	0,5
7	BELLINI	Teolo	1,88%	0,0075	0,1
8	BOTTARO	Albignasego	2,03%	0,0081	0,4
9	BUJA	Cervarese Santa Croce	2,38%	0,0095	0,4
10	CASOTTO	Saonara	2,16%	0,0086	0,3
11	CASTAGNARO	Noventa Padovana	2,36%	0,0094	0,1
12	COLOMBO	Abano Terme	1,69%	0,0068	0,1
13	CREAZZO	Maserà	1,94%	0,0078	0,4
14	CUPELLINI	Albignasego	2,03%	0,0081	0,3
15	FERIOLE	Selvazzano Dentro	1,91%	0,0076	0,5
16	FERRO	Mestrino	2,32%	0,0093	0,1
17	FUSETTI	Selvazzano Dentro	1,91%	0,0076	0,3
18	GENERO	Bastia	2,05%	0,0082	0,4
19	GENNARO	Padova	1,64%	0,0066	0,1
20	GEREMIA	Mestrino	2,32%	0,0093	0,3
21	GIGLIO	Rubano	2,23%	0,0089	0,2
22	GIORDANO	Ponte S. Nicolò	2,85%	0,0114	0,2
23	HYERACI	Cadoneghe	1,73%	0,0069	0,1
24	INTERNAZIONALE	Abano Terme	1,69%	0,0068	0,2
25	LAZZARIN	Veggiano	1,93%	0,0077	0,5
26	MARZOLLA	Limena	3,12%	0,0125	0,5
27	MENIN	Casalserugo	2,36%	0,0094	0,3
28	MIANI	Montà, Padova	1,64%	0,0066	0,1
29	MONTAGNA	Albignasego	2,03%	0,0081	0,2
30	MONTEORTONE	Abano Terme	1,69%	0,0068	0,2
31	NICOLAZZI	Cadoneghe	1,73%	0,0069	0,3
32	PAGNAN	Rubano	2,23%	0,0089	0,1
33	PERIN F.	Salboro	1,64%	0,0066	0,3
34	PERIN PAOLO	Noventa Padovana	2,36%	0,0094	0,4
35	PERINI	Teolo	1,88%	0,0075	0,3
36	PICCINALI	Saonara	2,16%	0,0086	0,2
37	PORTIOLI EREDI	Albignasego	2,03%	0,0081	0,3
38	ROSSI	Selvazzano Dentro	1,91%	0,0076	0,1
39	S. DOMENICO	Selvazzano Dentro	1,91%	0,0076	0,4
40	SACRO CUORE	Maserà	1,94%	0,0078	0,1
41	SAN BENEDETTO	Saccolongo	2,10%	0,0084	0,5
42	SAN DANIELE	Torreglia	2,69%	0,0107	0,3
43	SAN LORENZO	Abano Terme	1,69%	0,0068	0,2
44	SANTA MARIA	Abano Terme	1,69%	0,0068	0,2
45	STELLA	Cadoneghe	1,73%	0,0069	0,1
46	VERONESE	Rubano	2,23%	0,0089	0,2
47	ZAMBON	Padova	1,64%	0,0066	0,4

48	ZANIBELLATO SNC	Cadoneghe	1,73%	0,0069	0,4
49	ZILIOOTTO	Ponte S. Nicolò	2,85%	0,0114	0,2
Totale			100,00%	0,4	

In questo caso si ipotizza che gli utenti si spostino ad una velocità media di 35 km/h. Essendo un'area extraurbana, si è deciso di porla superiore rispetto a quella utilizzata per il caso *centro e dintorni*. Con questi dati si è ottenuta la soluzione riportata in Tabella 9.7.

In Tabella 9.8 sono riportati i tempi impiegati dall' algoritmo per formare la miglior combinazione di gruppi (K-mean) e poi per suddividere le farmacie tra i turni (Assegnazione).

Tabella 9.7: Prima soluzione ottenuta per la zona *cintura urbana-extraurbana*.

T 1	MENIN	SAN LORENZO	ZANIBELLATO	FERRO	
T 2	MONTAGNA	SAN DANIELE	GIGLIO	ROSSI	NICOLAZZI
T 3	BOTTARO	SANTA MARIA	FUSETTI	PERINI	ZILIOOTTO
T 4	ALLA MANDRIA	BELLINI	STELLA	SAN BENEDETTO	CASOTTO
T 5	PERIN F.	ALLE TERME	PAGNAN	FERIOLE	CASTAGNARO
T 6	ZAMBON	COLOMBO	ANDREOLI	BUJA	HYERACI
T 7	SACRO CUORE	S. DOMENICO	CUPELLINI	LAZZARIN	GIORDANO
T 8	CREAZZO	AL CORSO	BECCARI	GENERO	GENNARO
T 9	PORTIOLI EREDI	INTERNAZIONALE	MIANI	GEREMIA	PICCINALI
T 10	AI FERRI	MONTEORTONE	MARZOLLA	VERONESE	PERIN PAOLO

Tabella 9.8: Tempi impiegati dall' algoritmo per generare la soluzione.

	soluzioni tempi (secondi)	
K-mean	3000	236
Assegnazione	1	246

Tramite 15 prove simulate si è valutata questa soluzione. Gli utenti sono rimasti nel sistema mediamente 28 minuti, mentre il 35,8% di loro più di 30. I turni 9 e 10 si sono rivelati i più problematici. Qui il tempo medio per gli utenti è rispettivamente di 38 e 37 minuti. Da queste simulazioni si sono ottenuti i nuovi tassi di servizio percepiti, che hanno permesso di ottenere una seconda soluzione (Tabella 9.9).

Tabella 9.9: Seconda soluzione ottenuta per la zona *cintura urbana-extraurbana*.

T 1	MENIN	SANTA MARIA	CUPELLINI	SAN BENEDETTO	GENNARO
T 2	MONTAGNA	SAN LORENZO	ZANIBELLATO	GENERO	CASTAGNARO
T 3	BOTTARO	AL CORSO	MARZOLLA	ROSSI	GIORDANO
T 4	ALLA MANDRIA	COLOMBO	GIGLIO	BUJA	PICCINALI
T 5	PERIN F.	INTERNAZIONALE	MIANI	VERONESE	HYERACI
T 6	ZAMBON	BELLINI	STELLA	FERIOLE	
T 7	SACRO CUORE	S. DOMENICO	ANDREOLI	PERINI	CASOTTO
T 8	CREAZZO	ALLE TERME	FUSETTI	FERRO	VERONESE
T 9	PORTIOLI EREDI	SAN DANIELE	PAGNAN	LAZZARIN	NICOLAZZI
T 10	AI FERRI	MONTEORTONE	BECCARI	GEREMIA	PERIN PAOLO

Sempre con 15 prove simulate si è ottenuto che, per questa combinazione di turni, il tempo medio che gli utenti trascorrono nel sistema è di 28 minuti e 4 secondi. Il 34,4% degli utenti supera i 30 minuti. Rispetto alla soluzione precedente diminuisce notevolmente lo squilibrio tra i turni. Si registrano infatti elevati tempi medi nel sistema solamente in alcune rare occasioni per i turni 3 e 10. I tempi medi nel sistema per questi turni non si discostano molto dalla media generale. Essi sono rispettivamente 31 e 29 minuti.

Considerando i tempi medi trascorsi in ogni farmacia, per questa partizione, l'algoritmo ha generato una terza soluzione riportata in Tabella 9.10.

Tabella 9.10: Terza soluzione ottenuta per la zona *cintura urbana-extraurbana*.

T 1	MENIN	INTERNAZIONALE	GIGLIO	GENERO	ZILLOTTO
T 2	MONTAGNA	ALLE TERME	FUSETTI	FERRO	PERIN PAOLO
T 3	BOTTARO	SAN LORENZO	ZANIBELLATO	BUJA	
T 4	ALLA MANDRIA	COLOMBO	STELLA	SAN BENEDETTO	PICCINALI
T 5	PERIN F.	SANTA MARIA	PAGNAN	FERIOLE	NICOLAZZI
T 6	ZAMBON	BELLINI	CUPELLINI	VERONESE	HYERACI
T 7	SACRO CUORE	S. DOMENICO	ANDREOLI	PERINI	GIORDANO
T 8	CREAZZO	AL CORSO	MARZOLLA	ROSSI	CASOTTO
T 9	PORTIOLI EREDI	SAN DANIELE	MIANI	GEREMIA	CASTAGNARO
T 10	AI FERRI	MONTEORTONE	BECCARI	LAZZARIN	GENNARO

Effettuando sempre lo stesso numero di prove simulate, si individua che gli utenti rimangono mediamente nel sistema per 27 minuti e 34 secondi. Gli utenti che superano la soglia dei 30 minuti sono il 34,3%. Anche se, mediamente, il tempo nel sistema si è

ridotto rispetto alle altre soluzioni, sussistono alcuni problemi. In particolare, i tempi medi relativi ai turni 8, 9 e 10 sono rispettivamente pari a 34, 32 e 36 minuti.

E' da considerare che la prima soluzione, a differenza della seconda e della terza, si è basata su tempi poco realistici. Proprio per questo le ultime due si possono considerare maggiormente affidabili.

Tra queste si preferisce la seconda soluzione che, nonostante offra un risultato complessivo peggiore, non presenta situazioni particolarmente svantaggiate.

Altri tentativi, partendo dai tempi ottenuti con la terza soluzione, sono stati effettuati, ma non hanno portato a risultati migliori.

10 - Conclusioni

In questa tesi si è studiato un metodo per la suddivisione in turni delle farmacie, basato su un algoritmo che punta a minimizzare il tempo che gli utenti impiegano per soddisfare il loro servizio.

Analizzando i lavori che hanno affrontato questo problema è emersa infatti la necessità di considerare, nella formazione dei turni, tutti gli elementi possibili per riuscire a creare un modello che si avvicini maggiormente alla realtà in esame. Il limite più forte riscontrato negli studi precedenti, è stato proprio l'aver considerato il problema con un'eccessiva astrazione. Ovviamente, soluzioni generate considerando un maggior numero di fattori si possono ritenere più affidabili.

Il grande vantaggio offerto dalla metodologia proposta è la possibilità di validare e migliorare i risultati tramite simulazione. Questa permette infatti di effettuare più prove per verificare la presenza di eventi critici. Come si è visto, con essa è possibile superare alcuni dei limiti determinati dall'utilizzo di un algoritmo euristico.

Il criterio di assegnazione delle farmacie ai turni prevede infatti di salvaguardare l'equilibrio generale evitando così di ottenere turni particolarmente svantaggiati. Come affermato in precedenza questo metodo potrebbe portare a compiere degli errori; la simulazione riesce ad evidenziare proprio questi.

Per il caso reale delle farmacie di Padova si sono potuti infatti riscontrare fenomeni di congestione anche gravi, che non sarebbe stato semplice individuare osservando i soli dati a disposizione.

Inoltre, le simulazioni effettuate hanno dimostrato che è possibile ottenere soluzioni migliori utilizzando i tempi medi per il servizio stimati. Considerando tempi necessari per il servizio più realistici il modello a scelta discreta *Logit* si è basato infatti su migliori stime dell'accessibilità.

Il metodo per ottenere stime via via più realistiche si basa sull'idea che l'utente "apprende" da quali farmacie è più conveniente servirsi andando a modificare di conseguenza le proprie scelte in base all'effettiva accessibilità. Questo metodo, utilizzato iterativamente, ha permesso di ottenere risultati migliori (dal punto di vista dell'aderenza alla realtà) sia per il caso reale sia per l'esempio. Si sono potute infatti selezionare delle soluzioni che non presentano particolari problemi di congestione e che

registrano un tempo medio trascorso dagli utenti nel sistema ragionevole. E' da considerare però che i tassi di servizio sono stati generati casualmente. Un'analisi sulla dimensione e sulle caratteristiche delle farmacie avrebbe potuto portare ad assegnare valori coerenti e ad ottenere quindi risultati effettivamente confrontabili con la realtà.

L'algoritmo si è dimostrato efficiente anche nella formazione di soluzioni che prevedevano turni di numerosità differente, sempre perseguendo il principio dell'equilibrio dal punto di vista delle farmacie mentre questi vengono composti.

I turni meno numerosi sono infatti quelli che, al momento della suddivisione delle farmacie dell'ultimo gruppo, sono considerati i meno svantaggiati. Osservando il caso reale, per i turni meno numerosi non si sono infatti mai riscontrati problemi di congestione particolari.

Ovviamente, avendo utilizzato un approccio euristico, non è garantita l'individuazione della soluzione migliore per ciascun problema. In realtà non è così fondamentale riuscire ad individuarla in quanto si sono considerate alcune semplificazioni nel modellare la realtà. Di conseguenza, anche se si realizzasse un algoritmo che riesca ad individuarla essa non sarebbe la migliore per il caso reale. Proprio per questo ci si accontenta di ottenere soluzioni che, tramite simulazione, offrano buone prestazioni e che soprattutto non riscontrino problemi di congestione.

Il modello di simulazione realizzato è inoltre uno strumento di semplice utilizzo che offre risultati interpretabili anche da parte di utenti meno esperti. Poter giustificare, con un metodo diretto e di facile comprensione, la qualità di un partizione proposta rende più probabile la sua accettazione. Il modello di simulazione aiuta quindi a superare problemi di scetticismo che potrebbero verificarsi quando si propone una metodologia di lavoro innovativa.

Il fatto di aver considerato alcune semplificazioni nel modellare la realtà rappresenta il più grosso limite dell'algoritmo. Si è visto infatti come la determinazione del tempo che gli utenti trascorrono nel sistema, sia per quanto riguarda l'algoritmo sia per la simulazione, è fondamentale. Interessante sarebbe poter migliorare la sua stima; si pensi solo al fatto di evitare di far coincidere i centri di domanda con i centri di servizio. Si potrebbe cercare di far loro rappresentare maggiormente la reale distribuzione della popolazione sul territorio, evitando che sia concentra solo in alcuni punti.

Riferimenti bibliografici

- [1] Richard L. Church. "COBRA: A new formulation of the classic pmedian location problem." In: *Annals of Operations Research* 122 (2003), pp. 103–120.
- [2] L. De Giovanni, dispense del corso "Metodi e Modelli per l'Ottimizzazione Combinatoria".
- [3] A. S. Fotheringham, M. E. O'Kelly, "Spatial Interaction Models: Formulations and Applications", Kluwer Academic, 1989.
- [4] S. L. Hakimi. "Optimum Distribution of Switching Centers in a Communication Network and Some Related Graph Theoretic Problems". In: *Operations Research* 13.3 (1965), pp. 462–475.
- [5] S. L. Hakimi. "Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph". In: *Operations Research* 12.3 (1964), pp. 450–459.
- [6] J. B. MacQueen. "Some Methods for classification and Analysis of Multivariate Observations, *Proceedings of 5-th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*", Berkeley, 1967, University of California Press, 1:281-297.
- [7] F. E. Maranzana, "On the location of supply points to minimize transport costs." *Operational Research Quarterly*, 1964.
- [8] J. Reese, "Methods for Solving the p-Median Problem: An Annotated Bibliography", 2005, Trinity University.
- [9] K. E. Rosling, ReVelle C. S. e H. Rosling-Vogelaar. "The p-median and its Linear Programming Relaxation: An Approach to Large Problems". In: *Journal of Operational Research Society* 30.9 (1979), pp. 815–823.
- [10] R. Tadei, F. Della Croce. "Ricerca Operativa e Ottimizzazione", 2° edizione, Esculapio (2002), pp: 287-329.
- [11] M. M. Toson, "La simulazione come supporto alla generazione dei turni di apertura delle farmacie di Padova", a.a. 2010-2011, Università degli Studi di Padova.
- [12] D. Zuffellato, "Partizione di un Grafo e Applicazione ad un Problema di Turnazione di Farmacie", a.a. 2010-2011, Università degli Studi di Padova.

- [13] http://www.dei.unipd.it/~monaci/euristici_rev21.pdf
- [14] http://www.dei.unipd.it/~monaci/tsp_rev30.pdf
- [15] <http://www.earthtools.org/>
- [16] <http://it.wikipedia.org/>
- [17] <http://www.ordfarmpd.it/>
- [18] <https://www.statistica.unipd.it/insegnamenti/ottimstoc/matdid/Introduzione-alla-TdC.pdf>
- [19] https://www.statistica.unipd.it/insegnamenti/ottimstoc/matdid/Processo_Nascite_e_Morti.pdf
- [20] <https://www.statistica.unipd.it/insegnamenti/ottimstoc/matdid/SimulazioneConAnylogicParte01.pdf>
- [21] <http://www.xjtek.com/>